☑ فرمول های مشتق گیری

PowerEn.ir

در تمام فرمول های زیر w، r و u بر حسب x فرض شده اند.

تابع	مشتق	مثال
$y=a$	$y'=0$	$y=3 \Rightarrow y'=0$
$y=ax$	$y'=a$	$y=7x \Rightarrow y'=7$
$y=ax^n$	$y'=a.nx^{n-1}$	$y=2x^3 \Rightarrow y'=2\times 3\times x^2$
$y=u\pm v\pm \ldots$	$y'=u'\pm v'\pm \ldots$	$y=3x^2-5x+7 \Rightarrow y'=6x-5$
$y=u.v$	$y'=u'.v+v'.u$	$y=(3x^4)(\sin x) \Rightarrow y'=(12x^3)\sin x+(\cos x).3x^4$
$y=au$	$y'=au'$	$y=5\cos \Rightarrow y'=-5\sin x$
$y=\frac{u}{v}$	$y'=\frac{u'.v-v'.u}{v^2}$	$y=\frac{3x^2}{\tan x} \Rightarrow y'=\frac{6x(\tan x)-(1+\tan^2 x)3x^2}{\tan^2 x}$
$y=\frac{u}{a}$	$y'=\frac{u'}{a}$	$y=\frac{\cot x}{5} \Rightarrow y'=\frac{-(1+\cot^2 x)}{5}$
$y=\frac{a}{u}$	$y'=\frac{-au'}{u^2}$	$y=\frac{3}{x^5} \Rightarrow y'=\frac{-3(5x^4)}{x^{10}}=\frac{-15}{x^6}$
$y=\frac{au+b}{cu+d}$	$y'=\frac{ad-bc}{(cu+d)^2}u'$	$y=\frac{3x+5}{2x-7} \Rightarrow y'=\frac{21-10}{(2x-7)^2}=\frac{-31}{(2x-7)^2}$
$y=au^m$	$y'=m.a.u'.u^{m-1}$	$y=5(\sin^2 x) \Rightarrow y'=4\times 5\times \cos x\times \sin^3 x$
$y=\sqrt{u}$	$y'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$y=\sqrt{x} \Rightarrow y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$y=\sqrt[m]{n^n}$	$y'=\frac{nu'}{m\sqrt[m]{u^{m-n}}}$	$y=\sqrt[5]{x^3} \Rightarrow y'=\frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$
$y=\lvert u\rvert$	$y'=\frac{u'.u}{\lvert u\rvert}$	$y=\lvert x^2+x\rvert \Rightarrow y'=\frac{(2x+1)(x^2+x)}{\lvert x^2+x\rvert}$
$y=a\sin u$	$y'=au'\cos u$	$y=-3\sin(2x^3+5) \Rightarrow y'=(-3)(6x^2)\cos(2y^3+5)=-18x^2\cos(2x^3+5)$
$y=a\cos u$	$y'=-au'\sin u$	$y=3\cos(\sqrt{x}) \Rightarrow y'=-(3)(\frac{1}{2\sqrt{x}}).\sin\sqrt{x}$
$y=a\tan u$	$y'=au'(1+\tan^2 u)$	$y=3\tan(\cos) \Rightarrow y'=3(-\sin x)(1+\tan^2(\cos x))$
$y=a\cot u$	$y'=-au'(1+\cot^2 u)$	$y=5\cot x \Rightarrow y'=-5(1+\cot^2 x)$
$y=a\sin^m u$	$y'=mau'\cos u\sin^{m-1} u$	$y=2\sin^3(x^5) \Rightarrow y'=(2\times 3)(5x^4)(\cos(x^5))\sin^2(x^5)$
$y=a\cos^m u$	$y'=-mau'\sin u\cos^{m-1} u$	$y=5\cos^4(\sqrt{x}) \Rightarrow y'=-(4)(5)(\frac{1}{2\sqrt{x}})(\sin\sqrt{x})(\cos^3\sqrt{x})$

فرمول های پرکاربرد مشتق (تهیه و تنظیم : عادل آخکندی - دبیر ریاضی)

PowerEn.ir

در هر یک از قسمت های زیر u و v و h بر حسب x فرض شده اند ، همچنین a و c اعداد ثابتی هستند.

ردیف	تابع	مشتق	مثال	
۱	$y = c$	$y' = ۰$	$y = ۵$	$y' = ۰$
۲	$y = ax$	$y' = a$	$y = ۲x$	$y' = ۲$
۳	$y = ax + b$	$y' = a$	$y = ۳x + ۱$	$y' = ۳$
٤	$y = au$	$y' = au'$	$y = ۳(۲x + ۴)$	$y' = ۳(۲) = ۶$
٥	$y = x^n$	$y' = nx^{n-۱}$	$y = x^۳$	$y' = ۳x^۲$
٦	$y = ax^n$	$y' = anx^{n-۱}$	$y = ۲x^۳$	$y' = ۲(۳)(x^۲) = ۶x^۲$
۷	$y = u^n$	$y' = nu'u^{n-۱}$	$y = (۲x^۳)^۴$	$y' = ۴(۶x^۲)(۲x^۳)^۳ = ۱۹۲x^{۱۱}$
۸	$y = au^n$	$y' = anu'u^{n-۱}$	$y = ۵(۲x + ۱)^۳$	$y' = ۵(۳)(۲)(۲x + ۱)^۲ = ۳۰(۲x + ۱)^۲$
۹	$y = u + v$	$y' = u' + v'$	$y = ۵x^۲ + ۳x$	$y' = ۱۰x + ۳$
۱۰	$y = u + v + h + \cdots$	$y' = u' + v' + h' + \cdots$	$y = ۵x^۲ + ۳x + ۴$	$y' = ۱۰x + ۳$
۱۱	$y = u \, . \, v$	$y' = u'.v + u\,.\,v'$	$y = (x^۲ + ۱)(۲x^۳ + ۳x)$	$y' = (۲x)(۲x^۳ + ۳x) + (۶x^۲ + ۳)(x^۲ + ۱) =$ $۱۰x^۴ + ۱۵x^۲ + ۳$
۱۲	$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{u'v - uv'}{v^۲}$	$y = \frac{۳x}{۵x-۱}$	$y' = \frac{۳(۵x-۱)-۵(۳x)}{(۵x-۱)^۲} = \frac{-۳}{(۵x-۱)^۲}$
۱۳	$y = u(v(x))$	$y' = v'(x).u'(v(x))$	$y = (۳ + ۲x^۳)^۴$	$y' = (۶x^۲)(۴)(۳ + ۲x^۳)^۳ = ۲۴x^۲(۳ + ۲x^۳)^۳$
١٤	$y = \|u\|$	$y = \frac{u'u}{\|u\|}$	$y = \|۱۶x\|$	$y' = \frac{۱۶(۱۶x)}{\|۱۶x\|}$
۱٥	$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{۱}{۲\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{۱}{۲\sqrt{x}}$
۱٦	$y = \sqrt{u}$	$y' = \frac{u'}{۲\sqrt{u}}$	$y = \sqrt{۲x^۲ + ۱}$	$y' = \frac{۴x}{۲\sqrt{۲x^۲+۱}} = \frac{۲x}{\sqrt{۲x^۲+۱}}$
۱۷	$y = \sqrt[n]{u}$	$y' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-۱}}}$	$y = \sqrt[۴]{(۲x^۳ + ۵)^۲}$	$y' = \frac{۱۲x^۲}{۴\sqrt[۴]{۲x^۳+۵}} = \frac{۳x^۲}{\sqrt[۴]{(۲x^۳+۵)}}$
۱۸	$y = \sqrt[n]{u^m}$	$y' = \frac{mu'}{n\sqrt[n]{u^{n-m}}}$	$y = \sqrt[۵]{(۲x + ۳)^۲}$	$y' = \frac{۲(۲)}{۵\sqrt[۵]{(۲x+۳)^۳}}$
۱۹	$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$	$y = ۳^x$	$y' = ۳^x \ln ۳$
۲۰	$y = a^u$	$y' = u'a^u \ln a$	$y = ۷^{۵x-۹}$	$y' = ۵(۷^{۵x-۹}) \ln ۷$
۲۱	$y = e^x$	$y' = e^x$	$y = e^x$	$y' = e^x$
۲۲	$y = e^u$	$y' = u'e^u$	$y = e^{۱۰x-۸}$	$y' = ۱۰e^{۱۰x-۸}$
۲۳	$y = \log_a x$	$y' = \frac{۱}{x \ln a}$	$y = \log_۸ x$	$y' = \frac{۱}{x \ln ۸}$
۲٤	$y = \log_a u$	$y' = \frac{u'}{u \ln a}$	$y = \log_a(۲x^۳ + ۱)$	$y' = \frac{۶x^۲}{(۲x^۳+۱)\ln a}$
۲٥	$y = \ln\|x\|$	$y' = \frac{۱}{x}$	$y = \ln\|x\|$	$y' = \frac{۱}{x}$
۲٦	$y = \ln u$	$y' = \frac{u'}{u}$	$y = \ln \sqrt{x}$	$y' = \frac{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} = \frac{۱}{۲x}$
۲۷	$y = \sin(ax)$	$y' = a\cos(ax)$	$y = \sin(۹x)$	$y' = ۹\cos(۹x)$
۲۸	$y = \sin(u)$	$y' = u' \cos(u)$	$y = \sin((۳x + ۱)^۲)$	$y' = ۶(۳x + ۱)\cos(۳x + ۱)^۲$

فرمول های پرکاربرد مشتق (تهیه و تنظیم : عادل آخکندی - دبیر ریاضی)

در هر یک از قسمت های زیر u و v و h بر حسب x فرض شده اند ، همچنین a و c اعداد ثابتی هستند.

ردیف	تابع	مشتق	مثال	
۲۹	$y=\sin^n u$	$y'=nu'\cos(u)\sin(u)^{n-1}$	$y=sin^5 3x$	$y'=5(3)\,cos\,3x\,sin^4 3x$
۳۰	$y=\cos(ax)$	$y'=-a\sin(ax)$	$y=\cos 9x$	$y'=-9\sin 9x$
۳۱	$y=\cos(u)$	$y'=-u'\sin(u)$	$y=\cos(x^2-3)$	$y'=-2x\sin(x^2-3)$
۳۲	$y=\cos^n u$	$y'=-nu'\sin(u)\,(\cos(u))^{n-1}$	$y=\cos^3 5x$	$y'=-3\sin 5x(\cos 5x)^2$
۳۳	$y=\tan(ax)$	$y'=a(1+\tan^2 ax)$	$y=\tan 2x$	$y'=2(1+\tan^2 2x)$
۳۴	$y=\tan(u)$	$y'=u'(1+\tan^2 u)$	$y=\tan(3x+4)$	$y'=3(1+\tan^2(3x+4))$
۳۵	$y=\tan^n u$	$y'=nu'(1+\tan^2 u)(\tan u)^{n-1}$	$y=\tan^3 2x$	$y'=2(3)(1+\tan^2 2x)(\tan 2x)^2$
۳۶	$y=\cot(ax)$	$y'=-a(1+\cot^2 ax)$	$y=\cot 5x$	$y'=-5(1+\cot^2 5x)$
۳۷	$y=\cot(u)$	$y'=-u'(1+\cot^2 u)$	$y=\cot(x^3-1)$	$y'=-3x^2(1+\cot^2(x^3-1))$
۳۸	$y=\cot^n u$	$y'=-nu'(1+\cot^2 u)(\cot u)^{n-1}$	$y=\cot^6(x^2)$	$y'=-12x(1+\cot^2(x^2))\cot^5(x^2)$
۳۹	$y=\sec(u)$	$y'=u'\sec u\tan u$	$y=\sec(2x^3+1)$	$y'=6x^2\sec(2x^3+1)\tan(2x^3+1)$
٤۰	$y=\csc(u)$	$y'=-u'\csc u\tan u$	$y=\csc(x^2)$	$y'=2x\csc(x^2)\tan(x^2)$
٤۱	$y=arc\sin(u)$	$y'=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$y=arc\sin(x^3-2)$	$y'=\frac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3-2)^2}}$
٤۲	$y=arc\cos(u)$	$y'=\frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$y=-arc\cos(x^2)$	$y'=\frac{-2x}{\sqrt{1-x^4}}$
٤۳	$y=arc\tan(u)$	$y'=\frac{u'}{1+u^2}$	$y=arc\tan(\sin x)$	$y'=\frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$
٤٤	$y=arc\cot(u)$	$y'=\frac{-u'}{1+u^2}$	$y=arc\cot(e^x)$	$y'=\frac{-e^x}{1+e^{2x}}$
٤٥	$y=arc\sec(u)$	$y'=\frac{u'}{\lvert u\rvert\sqrt{1-u^2}}$	$y=arc\sec e^x$	$y'=\frac{e^x}{\lvert e^x\rvert\sqrt{1-e^{2x}}}$
٤٦	$y=arc\csc(u)$	$y'=\frac{-u'}{\lvert u\rvert\sqrt{1-u^2}}$	$y=arc\csc x^2$	$y'=\frac{-2x}{\lvert x^2\rvert\sqrt{1-x^4}}$
٤٧	$y=\sin h(x)$	$y'=u'\cos h(u)$	$y=\sin h(5x^2+3x)$	$y'=(10x+3)\cos h(5x^2+3x)$
٤٨	$y=\cos h(x)$	$y'=u'\sin h(u)$	$y=\cos h(5x)$	$y'=5\sin h(5x)$
٤٩	$y=\tan h(x)$	$y'=u'\sec h^2(u)$	$y=\tan h(\cos 9x)$	$y'=(-9\sin 9x)\sec h^2(\cos 9x)$
٥۰	$y=\cot h(x)$	$y'=u'\csc h^2(u)$	$y=\cot h(x^2)$	$y'=2x\csc h^2(x^2)$
٥۱	$y=\frac{ax+b}{cx+d}$	$y'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$	$y=\frac{3x+1}{2x-3}$	$y'=\frac{-11}{(2x-3)^2}$
٥۲	$y=\frac{au+b}{cu+d}$	$y'=\frac{ad-bc}{(cu+d)^2}\times u'$	$y=\frac{3sin(x)+1}{2sin(x)-3}$	$y'=\frac{-11}{(2sin(x)-3)^2}\times cos(x)$

$y = a\tan^m u$	$y' = mau'(1+\tan^2 u)\tan^{m-1} u$	$y = 7\tan^5 x \Rightarrow y' = 7\times 5(1+\tan^2 x)\tan^4 x$
$y = a\cot^m u$	$y' = -mau'(1+\cot^2 u)\cot^{m-1} u$	$y = 2\cot^3 x \Rightarrow y' = -(3)(2)(1+\cot^2 x)\cot^2 u$
$y = a\sec u$	$y' = au'.\sin u.\sec^2 u$	$y = \sec x \Rightarrow y' = \sin.\sec^2 u$
$y = a\csc u$	$y' = -au'\cos u\csc^2 u$	$y = \csc(5x) \Rightarrow y' = -5\cos(5x)\csc^2(5x)$
$y = Arc\sin$	$y' = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$y = Arc\sin(3x) \Rightarrow y' = \dfrac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$
$y = Arc\cos u$	$y' = \dfrac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$y = Arc\cos(3x^2-5x) \Rightarrow y' = \dfrac{-(6x-5)}{\sqrt{1-(3x^2-5x)^2}}$
$y = Arc\tan u$	$y' = \dfrac{u'}{1+u^2}$	$y = Arc\tan x \Rightarrow y' = \dfrac{1}{1+x^2}$
$y = Arc\cot u$	$y' = \dfrac{-u'}{1+u^2}$	$y = Arc\cot(\sin x) \Rightarrow y' = \dfrac{-\cos x}{1+\sin^2 x}$
$y = a^u$	$y' = u'a^u Lna$	
$y = \sqrt{x}$	$y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{2} \Rightarrow y' = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$
$y = Lnu$	$y' = \dfrac{u'}{u}$	$Lne = 1$ ✓
$y = \sin x$	$y' = \cos x$	
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$	
$y = \tan x$	$y' = 1+\tan^2 x$	
$y = \cot x$	$y' = -(1+\cot^2 x)$	
$y = [u]$	$y' = \begin{cases} 0 & u \notin z \\ \phi & u \in z \end{cases}$	

تذکر: در نقطه ای که $u \in z$ و تابع u درآن نقطه مینیمم نسبی داشته باشد آنگاه :

$$y = [u] \Rightarrow y' = 0$$

$$y = \left[\sin\frac{3\pi}{2}\right] \xrightarrow{\sin\frac{3\pi}{2} = -1 \in z} y' = 0$$

$$y = \left[\sin\frac{\pi}{3}\right] \xrightarrow{\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \notin z} y' = 0$$

$$y = [\sin\pi] \xrightarrow{\sin\pi = 0 \in z} y' = \phi$$