
POWEREN.IR

۱-۱ مقدمه

انرژی الکتریکی رایج‌ترین شکل انرژی است، زیرا به آسانی و با بازده بالا و هزینه مناسب قابل انتقال است.

اولین شبکه برق ایالات متحده در سال ۱۸۸۲ در نیروگاه پرل استریت در شهر نیویورک توسط توماس ادیسون تأسیس گردید. این نیروگاه برای روشنائی منطقه جنوبی مانهاتان، قدرت dc تحویل می‌داد. این قدرت توسط ژنراتورهای dc تولید و بوسیلهٔ کابل‌های زیرزمینی توزیع می‌گردید. در همان سال اولین ژنراتور آبی در اپلتون- ویسکانسین نصب شد. در طی چند سال شرکت‌های زیادی تأسیس گردیدند که همگی تحت امتیاز ادیسون، برای روشنائی انرژی تولید می‌کردند. به دلیل تلفات بیش از حد، RI^2 در ولتاژ پائین، شرکت‌های ادیسون می‌توانستند فقط در فاصله کوتاهی از نیروگاه‌های خود انرژی را تحویل دهند.

با اختراع ترانسفورماتور (ویلیام استانلی-۱۸۸۵) برای افزایش سطح ولتاژ ac در انتقال و توزیع و ابداع موتور القایی (نیکلا تسلا-۱۸۸۸) برای جایگزینی موتورهای dc، مزایای سیستم ac مشخص شد و موجب گستردگی هرچه بیشتر سیستم ac گردید. مزیت دیگر سیستم ac اینست که به دلیل عدم وجود کموتاتورها در ژنراتورهای ac می‌توان به راحتی قدرت بیشتری را در ولتاژ بالاتر تولید کرد.

در ایالات متحده، اولین سیستم یک فاز ac در شهر اُرگان قرار داشت که قدرت توسط دو توربین آبی ۳۰۰ hp تولید و در ولتاژ ۴kV به پورتلند انتقال می‌یافت. شرکت ادیسون کالیفرنیای جنوبی در سال ۱۸۹۳ اولین سیستم سه فاز ac را با ولتاژ ۲/۳kV نصب کرد. در سرتاسر کشور تعداد زیادی شرکت برق تأسیس شد. در آغاز، این شرکت‌ها در فرکانس‌های متفاوتی کار می‌کردند که هر یک از آنها فرکانسی از ۲۵Hz تا ۱۳۳Hz داشت. اما، همان گونه که نیاز به اتصال به شبکه شرکت‌های دیگر و عملکرد موازی آشکار می‌گشت، در سرتاسر ایالات متحده و کانادا فرکانس استاندارد ۶۰Hz اختیار

گردید. اکثر کشورهای اروپایی سیستم ۵۰Hz را انتخاب کردند. از آن زمان بـه طـور دائمـی و مسـتمر ولتاژ انتقال افزایش یـافته است و در ایـالات متحده بـرای اولین بـار در سـال ۱۹۶۹ ولتـاژ فـوق فشار قوی[1] (EHV) ۷۶۵kV به صورت تجاری مورد بهره‌برداری قرار گرفت.

برای انتقال قدرت در فواصل خیلی طولانی، اقتصادی‌تر آنست که ولتاژ فـوق فشـار قـوی ac را بـه ولتاژ فوق فشار قوی dc تبدیل کرده، قدرت را روی دو خط انتقال داده و در سمت دیگر دوباره آنـرا بـه ac برگرداند. مطالعات نشان می‌دهند که وقتی فاصله انتقال ۵۰۰ کیلومتر یا بیشـتر باشـد، بـا صرفـه‌تر است که خطوط dc مدنظر قرار گیرند. خطوط dc راکتـانس نداشـته و در مقایسـه بـا هـادی هم‌انـدازه خطوط ac توانائی انتقال قدرت بیشتری دارند. انتقال dc، به ویژه زمانی که دو سیستم بزرگی که نسبتاً فاصله زیادی از هم دارند و باید به یکدیگر متصل شوند، مفیدتر است. خط ارتباطی انتقال dc میـان دو سیستم بزرگ با قدرت بالا به عنوان رابط آسنکرون[2] (ناهمگام) عمل کرده و مشکلات ناپـایداری ذاتـی ارتباط ac را حذف می‌نماید. مشکل اصلی ارتباط dc تولید هارمونیک‌هایی است که نیاز به فیلتر دارنـد و همچنین در دو سمت خط به میزان زیادی جبران سازی توان راکتیو ضروری خواهد بود. اولین خـط dc بـا ولتـاژ ۴۰۰kV ± در ایـالات متحـده، خط ارتبـاطی پاسیفیک[3] به طول ۸۵۰ مایل و میان اُرگان و کالیفرنیا بود که در سال ۱۹۷۰ ساخته شد.

تمامی ایالات متحده با یک شبکه کلی که شبکه قدرت[4] نامیده می‌شود بـه یکدیگـر متصـل شـده است. بخش کوچکی از شبکه متعلق به دولت مرکزی و شهرداری است ولی مالکیت بخش عمـده آن در دست شرکت‌های خصوصی می‌باشد. سیستم به نواحـی جغرافیـایی متعـددی کـه *تسـهیلات اشـتراکی* قدرت[5] نامیده می‌شوند تقسیم شده است. در یک سیستم بهم پیوسته به ژنراتورهای کمتری بـه عنـوان ذخیره اوج بار[6] و ذخیره چرخان[7] نیاز خواهد بود. همچنین، بهم پیوسـتگی شـبکه موجـب اقتصـادی‌تر شدن تولید و انتقال انرژی شده و قابلیت اعتماد را نیز افزایش می‌دهد چون می‌توان به آسانی قـدرت را از یک منطقه به مناطق دیگر انتقال داد. گاهی اوقات، برای شرکت‌های برق ارزان‌تر است کـه بـه جـای تولید بوسیله نیروگاه‌های قدیمی‌تر خود، قدرت را به صورت عمده از شرکت‌های برق مجـاور خریـداری کنند.

---

1 - Extra High Voltage
2 - Asynchronous link
3 - Pacific Intertie
4 - Power grid
5 - Power pools
6 - Peak load
7 - Spinning reserve

۱-۲ ساختار صنعت برق

بخش عمده تولید برق در ایالات متحده توسط شرکت‌های یکپارچه شده متعلق به سرمایه‌گذاران (IOU)[1] تولید می‌شود. بخش کوچکی از تولید متعلق به دولت مرکزی است مانند TVA[2] و BPA[3]. در حال حاضر، سیستم برق ایالات متحده با دو نوع مقررات و آئین‌نامه جداگانه اداره می‌شود. یکی از آنها انجمن تنظیم انرژی دولت مرکزی (FERC)[4] است که قیمت عمده فروشی برق، مناسبات و شرایط خدمات را تنظیم می‌کند، دیگری انجمن تضمین وثیقه و مبادله (SEC)[5] است که ساختار تجارت صنعت برق را کنترل می‌نماید.

سیستم انتقال شرکت‌های برق در ایالات متحده و کانادا به یکدیگر وصل شده و شبکه قدرت بزرگی را بوجود آورده است که سیستم قدرت بهم پیوسته آمریکای شمالی نامیده می‌شود. این شبکه قدرت به چندین تسهیلات اشتراکی قدرت تقسیم شده است. این تسهیلات اشتراکی قدرت شامل چندین شرکت مجاور و همسایه است که با همکاری یکدیگر موجب برنامه‌ریزی تولید به صورت اقتصادی می‌گردند. یک سازمان که به صورت خصوصی اداره و شورای قابلیت اعتماد برق آمریکای شمالی (NERC)[6] نامیده می‌شود مسؤلیت حفظ استانداردها و قابلیت اعتماد سیستم را به عهده دارد. این شورا (NERC) با همکاری و تعاون هر یک از تولیدکنندگان و توزیع‌کنندگان برق و برای تضمین قابلیت اعتماد سیستم کار می‌کند و خدمات خود را با همکاری FERC و دیگر سازمان‌ها مانند انستیتو برق ادیسون (EEI)[7] هماهنگ می‌نماید. در حال حاضر، NERC چهار برق منطقه‌ای مجزا و مشخص دارد. این مناطق عبارتند از: شورای قابلیت اعتماد برق تگزاس (ERCOT)[8]، شورای همکاری ایالت غربی (WSCC)[9]، شبکه بهم پیوسته شرقی که شامل تمامی ایالت‌های آمریکا و استان‌های کانادا واقع در شرق کوه‌های راکی (بجز تگزاس) است، و هیدرو-کبک که با شمال شرق خط ارتباطی dc دارد. این مناطق که از لحاظ الکتریکی مجزا هستند با یکدیگر تبادل قدرت دارند اما به صورت الکتریکی با هم سنکرون (همگام) نیستند.

---

1 - Investor- Owned Utilities
2 - Tennessee Valley Authority
3 - Bonneville Power Administration
4 - Federal Energy Regulatory Commission
5 - Securities and Exchange Commission
6 - North American Electric Reliability Council
7 - Edison Electric Institute
8 - Electric Reliability Council of Texas
9 - Western States Coordination Council

صنعت برق در ایالات متحده از زمان آزاد شدن مقررات در مخابرات، گاز و صنایع دیگر، دچار تغییرات اساسی شده است. تجارت تولید برق سریعاً به بازار وابسته می‌شود. این تغییری اساسی و مهم در صنعتی است که تا دهه قبل ویژگی آن انحصارات یکپارچه و بزرگ بوده است. پیاده سازی دسترسی آسان به انتقال، منجر به بازارهای عمده و خرده فروشی گردیده است. درآینده، احتمال دارد که شرکت‌های برق به بخش‌های تولید، انتقال و خرده فروشی تقسیم شوند. امکان دارد که شرکت‌های تولید کننده برق به جای توزیع‌کنندگان محلی مستقیماً به مصرف‌کنندگان برق بفروشند. این امر می‌تواند موجب حذف انحصاری که در حال حاضر در اختیار توزیع‌کنندگان برق است گردد. توزیع‌کنندگان به جای خرده فروشی برق می‌توانند خدمات خود را به عنوان توزیع‌کننده برق ارائه نمایند. احتمالاً ساختار خرده فروشی توزیع قدرت شبیه ساختار جاری صنعت مخابرات و تلفن خواهد شد. مصرف‌کنندگان این انتخاب را خواهند داشت که از کدام یک از ژنراتورها برق خریداری نمایند. در صورتی که کل صنعت انرژی الکتریکی به صورت آزاد در آید آنگاه مصرف‌کنندگان نهائی می‌توانند از میان کلیه ژنراتورهای سرتاسر کشور یکی را انتخاب نمایند. دلال‌ها و بازاریاب‌های انرژی الکتریکی نقش مهمی را در این صنعت جدید و رقابتی ایفا خواهند نمود. در حال حاضر، توانائی خرده فروشی برق به مصرف‌کننده نهائی وجود دارد ولی این برنامه آزمایشی تنها در تعداد محدودی از ایالات اجرا می‌شود.

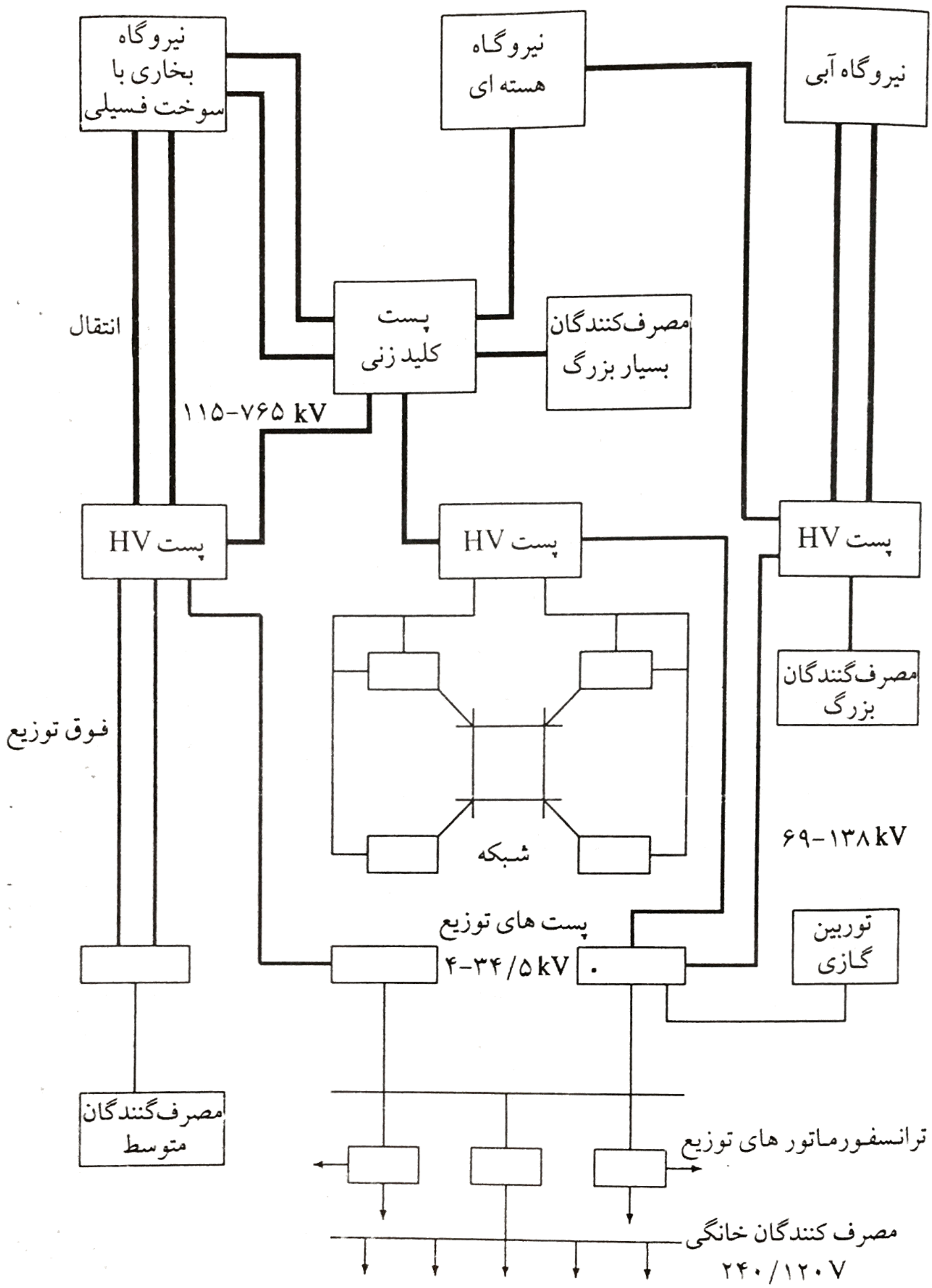
برای ایجاد محیط رقابتی در بازار برق تلاش‌های زیادی صورت گرفته تا افزایش بازده بیشتر شود. بنابراین، صنعت برق با مشکلات جدیدی روبرو شده که یکی از با الویت‌ترین آنها قابلیت اعتماد، یعنی تغذیه مستمر و بدون وقفه به کلیه مصرف‌کنندگان برق است. تغییر ساختار و آزاد سازی شرکت‌های برق همراه با پیشرفت‌های اخیر در فن‌آوری موجب جلب بدون مقدمه و ایجاد فرصت‌هائی برای پژوهش در زمینه سیستم‌های قدرت گردیده و فرصت‌های جدیدی را برای مهندسان جوان سیستم‌های قدرت ایجاد کرده است.

۱-۳ سیستم قدرت پیشرفته

سیستم قدرت امروزی، شبکه‌ای است بهم پیوسته و پیچیده که در شکل ۱-۱ نشان داده شده است. سیستم قدرت را می‌توان به چهار قسمت اصلی تقسیم نمود:

- تولید
- انتقال و فوق توزیع
- توزیع
- بار

POWEREN.IR



شکل ۱-۱ عناصر اصلی سیستم قدرت

$$\text{ظرفیت نصب شده برای هر نفر} = \frac{۷۶۰ \times ۱۰^{۹}}{۲۷۰ \times ۱۰^{۶}} = ۲۸۱۵ \quad W$$

برای درک اهیمت این عدد، فرض کنید متوسط قدرت یک نفر تقریباً ۵۰W باشد. بنابراین قدرت ۲۸۱۵W معادل است با:

$$\frac{۲۸۱۵W}{۵۰W} = ۵۶ \text{ (نفر قدرت)}$$

مصرف سالانه انرژی (kWh) در ایالت متحده در حدود ۳۵۵۰×۱۰^{۹} kWh است. دارائی سرمایه‌گذاری شده در شرکت‌های متعلق به سرمایه‌گذاران (IOU) در حدود ۲۰۰ میلیارد دلار است و آنها تقریباً نیم میلیون نفر را استخدام کرده‌اند.

با تاکیدی که این روزها بر ملاحظات زیست محیطی و صرفه‌جوئی در سوخت‌های فسیلی می‌شود منابع بیشماری برای استفاده از انرژی دست نخورده خورشید و زمین جهت جایگزینی تولید قدرت مورد نیاز در نظر گرفته شده است. برخی از این منابع جایگزین که تا حدودی نیز مورد استفاده قرارگرفته‌اند عبارتند از: انرژی خورشیدی، زمین گرمایی، باد، امواج دریا و گاز تولیدی از فضولات حیوانات[1]. در آینده، حیات تولید عمده قدرت به *گداخت هسته‌ای*[2] بستگی خواهد داشت. گداخت هسته‌ای، اگر از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه و قابل کنترل باشد، می‌تواند از منبع فراوان سوخت خود یعنی آب انرژی تمیز تولید کند.

ترانسفورماتورها - عنصر اصلی دیگر سیستم قدرت ترانسفورماتور است. این وسیله قدرت را با بازده بسیار بالا از یک سطح ولتاژ به سطح ولتاژ دیگری انتقال می‌دهد. قدرت انتقالی به ثانویه تقریباً همان قدرت اولیه است، به جز تلفات ترانسفورماتور و حاصلضرب VI در سمت ثانویه که تقریباً همان مقدار سمت اولیه است. بنابراین، با استفاده از یک ترانسفورماتور افزاینده با نسبت دور a ، جریان ثانویه به نسبت $\frac{۱}{a}$ کاهش خواهد یافت. این عمل موجب کاهش تلفات در خط انتقال می‌گردد و انتقال قدرت را در فواصل طولانی میسر می‌سازد.

نیازمندی‌های عایقی و دیگر مشکلات عملی طراحی، ولتاژ تولید را به مقادیر پائین مثلاً ۳۰kV محدود می‌سازد. بنابراین، ترانسفورماتورهای افزاینده برای انتقال قدرت استفاده می‌شوند. در سمت

1 - Biomass
2 - Nuclear fusion

دریافت (انتهای) خطوط انتقال، ترانسفورماتورهای کاهنده جهت کاهش ولتاژ به مقادیر مناسب برای توزیع و مصرف بکار می‌روند. در یک سیستم پیشرفته برق، امکان دارد قدرت چهار یا پنج مرتبه میان ژنراتور و مصرف کننده نهائی دچار این تغییرات گردد.

جدول ۱-۱ ظرفیت نصب شده تولید

نوع نیروگاه	ظرفیت، MW	درصد	سوخت
بخاری	۴۷۸۸۰۰	۶۳	زغال سنگ، گاز، مواد نفتی
هسته‌ای	۱۰۶۴۰۰	۱۴	اورانیوم
آبی و تلمبه ذخیره‌ای	۹۱۲۰۰	۱۲	آب
توربین گازی	۶۰۸۰۰	۸	گاز، مواد نفتی
سیکل ترکیبی	۱۵۲۰۰	۲	گاز، مواد نفتی
احتراقی (درون سوز)	۴۹۴۰	۰/۶۵	گاز، مواد نفتی
سایر	۲۶۶۰	۰/۳۵	زمین گرمائی، خورشیدی، بادی
جمع	۷۶۰۰۰۰	۱۰۰	

۱-۳-۲ انتقال و فوق توزیع

هدف شبکه انتقال هوایی اینست که انرژی الکتریکی را از واحدهای تولید در نواحی مختلف به سیستم توزیع که در نهایت بار را تامین می‌نماید انتقال دهد. خطوط انتقال[1]، شرکت‌های برق مجاور را نیز به یکدیگر متصل می‌کنند که این اتصال نه تنها موجب توزیع اقتصادی قدرت در نواحی طی شرایط عادی می‌شود بلکه در شرایط اضطراری، انتقال قدرت میان نواحی را نیز میسر می‌سازد.

استاندارد ولتاژ انتقال در ایالات متحده توسط انستیتو استاندارد ملی آمریکا[2] (ANSI) مشخص می‌گردد. خطوط انتقال که با ولتاژی بیش از ۶۰kV کار می‌کنند به صورت زیر استاندارد شده‌اند: ولتاژ خط به خط ۶۹kV، ۱۱۵kV، ۱۳۸kV، ۱۶۱kV، ۲۳۰kV، ۳۴۵kV، ۵۰۰kV و ۷۶۵kV. معمولاً ولتاژهای انتقال بیش از ۲۳۰kV به عنوان ولتاژ فوق فشار قوی (EHV) شناخته می‌شوند.

1 - Transmission
2 - American National Standard Institute

شکل ۱-۱ طرح کلی سیستم انتقال و توزیع را نشان می‌دهد. خطوط انتقال فشار قوی به پست‌ها منتهی می‌گردند که *پست‌های فشار قوی*، *پست‌های دریافت* یا *پست‌های اولیه* نامیده می‌شوند. وظیفه بعضی از پست‌ها کلیدزنی برای ورود و خروج مدارها است که *پست‌های کلیدزنی* نامیده می‌شوند. در پست‌های اولیه، ولتاژ به مقدار مناسب‌تری برای بخش بعدی انتقال قدرت به بار کاهش می‌یابد. ممکن است بار مصرف‌کنندگان صنعتی بسیار بزرگ از طریق سیستم انتقال تامین شود.

بخشی از سیستم انتقال که پست‌های فشار قوی را از طریق ترانسفورماتورهای کاهنده به پست‌های توزیع وصل می‌کند شبکه *فوق توزیع*[1] نامیده می‌شود. مرز مشخص و واضحی برای جداسازی سطوح ولتاژ انتقال و فوق توزیع وجود ندارد. برای مثال، سطح ولتاژ فوق توزیع در محدوده ۶۹kV الی ۱۳۸kV قرار دارد. بار بعضی از مصرف‌کنندگان بزرگ از طریق سیستم فوق توزیع تأمین می‌گردد. برای حفظ ولتاژ خط انتقال معمولاً بانک‌های خازنی و راکتوری در پست‌ها نصب می‌گردند.

۱-۳-۳ توزیع

سیستم توزیع[2] بخشی از سیستم قدرت است که پست‌های توزیع را به تجهیزات برق در محل مصرف‌کننده متصل می‌کند. معمولاً خطوط توزیع اولیه در محدوده ۴kV تا ۳۴/۵kV بوده و بار را در مناطق جغرافیایی کاملاً تعریف شده تامین می‌کنند. برخی از مصرف‌کنندگان صنعتی مستقیماً از طریق تغذیه کننده‌های[3] (فیدرهای) اولیه تأمین می‌شوند.

شبکه توزیع ثانویه ولتاژ را برای مصرف‌کنندگان تجاری و خانگی کاهش می‌دهد. خطوط و کابل‌هایی که کمتر از چند صد فوت طول دارند قدرت را به هر یک از مصرف‌کنندگان تحویل می‌دهند. ولتاژهای سیستم توزیع ثانویه که اکثر مصرف‌کنندگان را تغذیه می‌کنند عبارتند از: ۲۴۰/۱۲۰V یکفاز با سه سیم؛ ۲۰۸/۱۲۰V سه فاز ستاره با چهار سیم؛ ۴۸۰/۲۷۷ V سه فاز ستاره با چهار سیم. قدرت مورد نیاز مصارف مسکونی بوسیله ترانسفورماتور کاهنده ۲۰۸/۱۲۰V با استفاده از خط سه فاز از طریق تغذیه کننده اولیه تأمین می‌گردد.

سیستم‌های توزیع به صورت *هوایی* و *زمینی* هستند. رشد سیستم توزیع زیرزمینی بسیار سریع بوده است و حدود ۷۰٪ ساخت و سازهای جدید خانگی از طریق شبکه زیرزمینی تأمین می‌شوند.

---

1 - Subtransmission
2 - Distribution
3 - Feeders

۱-۳-۴ بار

بارهای سیستم‌های قدرت به صنعتی، تجاری و خانگی تقسیم بندی می‌شوند. بارهای صنعتی بسیار بزرگ از طریق سیستم انتقال و بارهای صنعتی بزرگ مستقیماً از طریق شبکه فوق توزیع تامین می‌گردند. بارهای صنعتی کوچک به شبکه توزیع اولیه وصل می‌شوند. بارهای صنعتی بارهایی مرکب هستند و موتورهای القائی قسمت اعظم این بارها را تشکیل می‌دهند. این بارهای مرکب تابع ولتاژ و فرکانس بوده و بخش اصلی بار سیستم را تشکیل می‌دهند. بخش بزرگی از بارهای تجاری و خانگی شامل روشنائی، گرمایش و سرمایش است. این بارها مستقل از فرکانس بوده و توان راکتیو ناچیزی مصرف می‌کنند.

توان حقیقی بارها برحسب کیلووات یا مگاوات بیان می‌گردد. اندازه بار در طی روز متغیر بوده و قدرت باید مطابق تقاضای مصرف کننده تامین شود.

منحنی بار روزانه یک شرکت برق ترکیب تقاضاهایی است که گروه‌های مختلف مصرف‌کنندگان نیاز دارند. بیشترین مقدار بار در طی یک دوره ۲۴ ساعته را *اوج*[1] یا *حداکثر تقاضا*[2] می‌نامند. برای تامین اوج بار که فقط در طی چند ساعت رخ می‌دهد ژنراتورهای کوچکتری راه‌اندازی می‌شوند. برای ارزیابی سودمندی نیروگاه، ضریب *بار*[3] تعریف می‌گردد. نسبت بار متوسط در طی یک دوره زمانی مشخص به اوج بار را که در همان دوره زمانی رخ می‌دهد ضریب بار می‌گویند. ضرایب بار را می‌توان برای یک روز، یک ماه یا یک سال تعیین نمود. از آنجائی که یک سال نشان دهنده یک چرخه زمانی کامل است ضریب بار سالانه مفیدترین شکل ضریب بار است. ضریب بار روزانه عبارتست از:

$$\text{ضریب بار روزانه} = \frac{\text{متوسط بار}}{\text{اوج بار}} \qquad (۱-۱)$$

اگر صورت و مخرج رابطه (۱-۱) را در یک دوره ۲۴ ساعته ضرب کنیم، خواهیم داشت:

$$\text{ضریب بار روزانه} = \frac{\text{۲۴ ساعت} \times \text{متوسط بار}}{\text{۲۴ ساعت} \times \text{اوج بار}} = \frac{\text{انرژی مصرفی در طی ۲۴ ساعت}}{\text{۲۴ ساعت} \times \text{اوج بار}} \qquad (۱-۲)$$

ضریب بار سالانه برابر است با:

$$\text{ضریب بار سالانه} = \frac{\text{کل انرژی سالانه}}{\text{۸۷۶۰ ساعت} \times \text{اوج بار}} \qquad (۱-۳)$$

1 - Peak
2 - Maximum demand
3 - Load factor

معمولاً تنوعی در اوج بار مربوط به دسته‌های مختلف بارها وجود دارد که ضریب بار کل سیستم را بهبود می‌بخشند. برای اینکه نیروگاهی به طور اقتصادی کار کند باید دارای ضریب بار سیستم زیادی باشد. در حال حاضر ضرایب بار سیستم در محدوده ۵۵ تا ۷۰ درصد قرار دارند.

شرکت‌های برق از چند ضریب دیگر نیز استفاده می‌کنند. ضریب استفاده[1] نسبت حداکثر تقاضا به ظرفیت نصب شده است و *ضریب نیروگاه*[2] نسبت تولید سالانه انرژی به ظرفیت نیروگاه ×۸۷۶۰ ساعت است. این ضرایب نشان دهنده چگونگی بهره‌برداری و بکارگیری ظرفیت سیستم هستند.

یک تابع MATLAB به نام **barcycle(data)** نوشته شده است که منحنی بار را برای یک دوره زمانی معلوم رسم می‌کند. دوره تقاضا و بار باید توسط متغیر **data** در یک ماتریس سه ستونی تعریف شود. دو ستون اول دوره بار و ستون سوم مقدار بار را نشان می‌دهند. دوره تقاضا می‌تواند با ترتیب نزولی و برحسب دقیقه، ساعت یا ماه باشد. فواصل زمانی باید به صورت صبح و عصر نمایش داده شوند.

مثال ۱-۱ (chplex1)

بار روزانه یک سیستم قدرت متغیر بوده و در جدول ۱-۲ نمایش داده شده است. با استفاده از تابع **barcycle** منحنی بار روزانه را رسم کنید. با استفاده از داده‌های مسأله، متوسط بار و ضریب بار روزانه را حساب کنید (شکل ۱-۲).

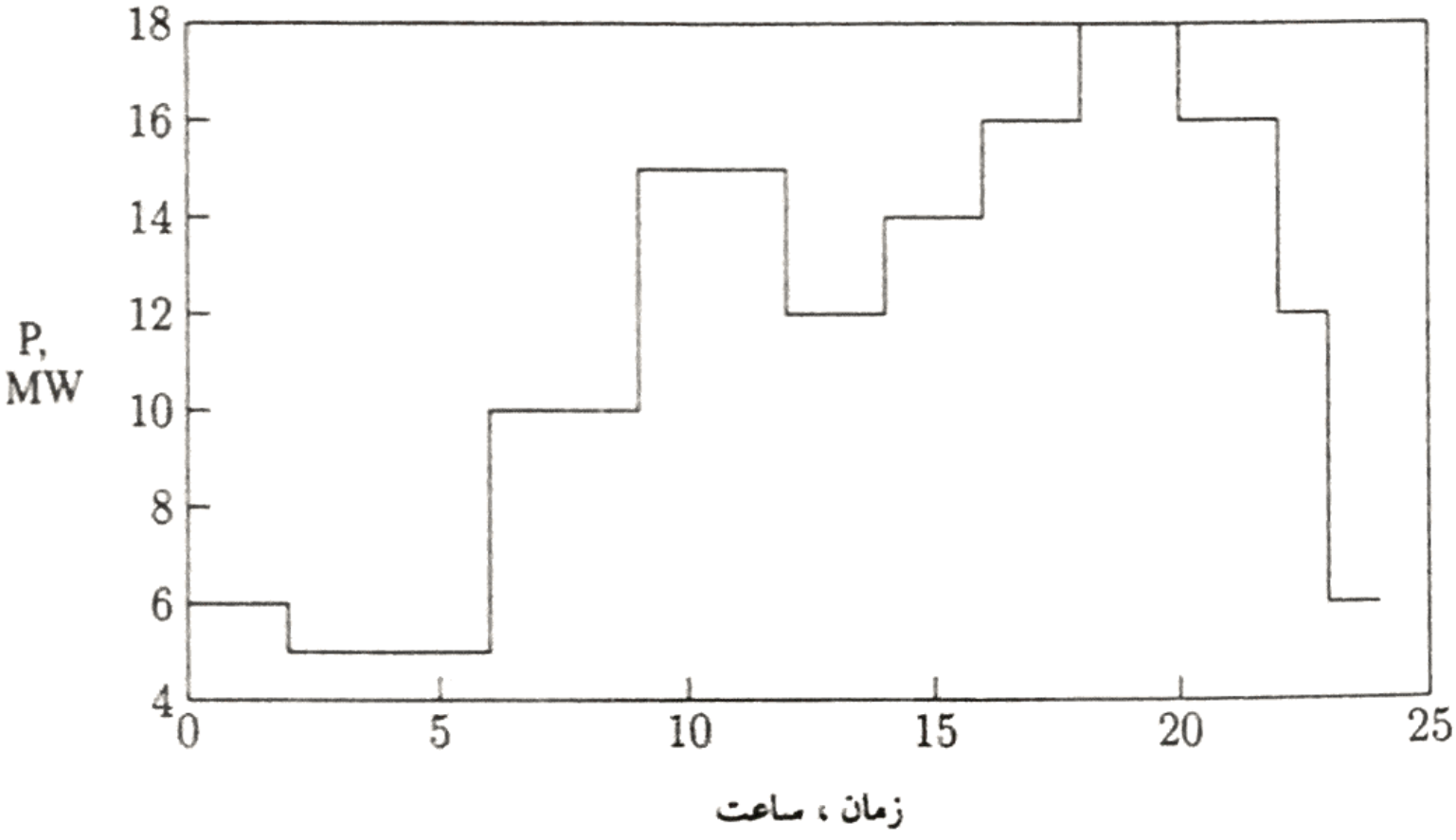
فرامین زیر منجر به رسم منحنی بار روزانه شکل ۱-۲ می‌گردد.

```
data = [ 0   2    6
         2   6    5
         6   9   10
         9  12   15
        12  14   12
        14  16   14
        16  18   16
        18  20   18
        20  22   16
        22  23   12
        23  24    6];
P = data(:,3);                          % Column array of load
Dt = data(:, 2) - data(:,1); % Column array of demand interval
```

1 - Utilization factor

2 - Plant factor

```
W = P'*Dt;                          % Total energy, area under the curve
Pavg = W/sum(Dt)                                  % Average load
Peak = max(P)                                        % Peak load
LF = Pavg/Peak*100                              % Percent load factor
barcycle(data)                                % Plots the load cycle
xlabel('Time, hr'), ylabel('P,  MW')
```



شکل ۱-۲ منحنی روزانه بار برای مثال ۱-۱

```
Pavg = 11.5417
Peak = 18
LF   = 64.12
```

۱-۴ حفاظت سیستم

علاوه بر ژنراتورها، ترانسفورماتورها و خطوط انتقال، وسایل دیگری نیز برای حفاظت و بهره‌برداری مناسب سیستم قدرت مورد نیاز هستند. برخی از وسایل حفاظتی که مستقیماً به مدارها متصل هستند *کلیدافزار*[1] نامیده می‌شوند. اینها شامل ترانسفورماتورهای اندازه‌گیری، مدار شکن‌ها (کلیدهای فشار

1 - Switchgear

قوی[1] یا دژنکتورها)، کلیدهای قطع (سکسیونرها)، فیوزها و برقگیرها[2] هستند. این وسایل برای بدون برق کردن یا قطع مدارها تحت شرایط بهره‌برداری عادی یا در زمان وقوع خطا بکار می‌روند. تجهیزات کنترل مربوط و رله‌های حفاظتی[3] روی *تابلو کلیدها*[4] یا *اتاق کنترل* نصب می‌شوند.

جدول ۱-۲ بار روزانه سیستم

دوره زمانی (ساعت)	بار (MW)
۱۲ AM تا ۲ AM	۶
۲ AM تا ۶ AM	۵
۶ AM تا ۹ AM	۱۰
۹ AM تا ۱۲ AM	۱۵
۱۲ PM تا ۲ PM	۱۲
۲ PM تا ۴ PM	۱۴
۴ PM تا ۶ PM	۱۶
۶ PM تا ۸ PM	۱۸
۸ PM تا ۱۰ PM	۱۶
۱۰ PM تا ۱۱ PM	۱۲
۱۱ PM تا ۱۲ AM	۶

۱-۵ مرکز کنترل انرژی

به منظور بهره‌برداری اقتصادی و قابل اعتماد از سیستم قدرت، نظارت بر کل سیستم در یک اتاق کنترل ضروری است. اتاق کنترل پیشرفته امروزی، *مرکز کنترل انرژی*[5] (ECC) نامیده می‌شود. مراکز کنترل انرژی با رایانه‌های در حین کار[6] تجهیز شده‌اند و کلیه علائمی را که از طریق سیستم کسب اطلاعات از راه دور دریافت شده‌اند پردازش می‌کنند. رایانه‌ها برای هماهنگی مناسب میان

1 - Circuit breaker
2 - Lightning arrester
3 - Protective relays
4 - Switchboard
5 - Energy Control Center (ECC)
6 - On-line

عملکردهای گوناگون تحت شرایط عادی و اضطراری سیستم با یک ساختار سلسله مراتبی کار می‌کنند. هر مرکز کنترل انرژی یک میز کنترل دارد که دربردارنده یک نمایشگر تصویری (VDU[1])، صفحه کلید و قلم نوری است. موقعی که در سیستم قدرت انحرافی از حالت عادی رخ دهد، رایانه‌ها آلارم‌هائی را به عنوان هشدار قبل از وقوع حادثه به بهره‌بردارها (توزیع‌کنندگان) ارائه می‌دهند. بهره‌بردار با دریافت آلارم، وضعیت موجود را تشخیص داده و تصمیم‌های خود را به کمک رایانه اجرا می‌نماید. برای بهره‌برداری کارآ و کنترل قابل اعتماد سیستم، ابزارهای شبیه سازی و بسته‌های نرم‌افزاری به زبان‌های سطح بالا نوشته و پیاده سازی شده‌اند، که SCADA[2] یا سیستم "کسب اطلاعات و کنترل نظارتی" نامیده می‌شود.

۱-۶ تجزیه و تحلیل رایانه‌ای

یک سیستم قدرت قابل استفاده باید ایمن، مطمئن و اقتصادی باشد. بنابراین، برای طراحی و عملکرد یک سیستم الکتریکی، تجزیه و تحلیل‌های زیادی انجام می‌شود. هرچند، قبل از اینکه تجزیه و تحلیل سیستم بحث شود، باید کلیه عناصر سیستم قدرت را مدل‌سازی کرد. بنابراین، در این کتاب، پس از مروری بر مفاهیم توان و مدارهای سه فاز، پارامترهای خطوط انتقال چند مداره محاسبه خواهد شد. سپس، خط انتقال را مدل‌سازی نموده و عملکرد آن مرور خواهد شد. از آنجا که ترانسفورماتورها و ژنراتورها بخشی از سیستم هستند این عناصر نیز مدل‌سازی خواهند شد. طراحی، بهره‌برداری و توسعه سیستم قدرت به تجزیه و تحلیل زیادی نیاز دارد. این کتاب روش‌های تجزیه و تحلیل سیستم قدرت را به کمک رایانه‌های شخصی و استفاده از نرم‌افزار MATLAB ارائه می‌کند. محیط MATLAB برای یک تبدیل تقریباً مستقیم از روابط ریاضی به شبیه‌سازی رایانه‌ای بسیار مفید است. برخی از تجزیه و تحلیل‌های مقدماتی که در این کتاب ارائه می‌شوند عبارتند از:

- ارزیابی پارامترهای خط انتقال
- عملکرد و جبران سازی خط انتقال
- تجزیه و تحلیل پخش بار
- زمان بندی و برنامه‌ریزی اقتصادی تولید
- تجزیه و تحلیل گذرای ماشین سنکرون

---

1 - Visual Display Unit
2 - Supervisory Control And Data Aquisition (SCADA)

- خطای متقارن
- مولفه‌های متقارن و خطای نامتقارن
- مطالعات پایداری
- کنترل سیستم قدرت

برای مطالعات بالا تعداد زیادی توابع MATLAB نوشته شده که اجازه می‌دهند دانشجویان بیشتر به طراحی و تجزیه و تحلیل سیستم‌های کلی بپردازند و زمان کمتری برای برنامه‌نویسی صرف کنند.

مسایل

۱-۱) نقطه شروع برای برنامه‌ریزی برق رسانی آینده تخمین تقاضا است. سازگاری رشد تقاضا در طی سال‌ها منجر به روش‌های بسیار زیادی برای برازش منحنی‌های ریاضی به این روند گردیده است. یکی از ساده‌ترین منحنی‌ها به صورت زیر است:

$$P = P_{\circ} e^{a(t-t_{\circ})}$$

که درآن a متوسط نرخ رشد در مبنای واحد، P تقاضا در سال t و $P_{\circ}$ تقاضای معلوم در سال $t_{\circ}$ است.

فرض کنید اوج تقاضای قدرت در سال ۱۹۸۴ در ایالات متحده ۴۸۰GW با متوسط نرخ رشد ۳/۴ درصد باشد. با استفاده از MATLAB، اوج تقاضا را بر حسب GW از سال ۱۹۸۴ تا ۱۹۹۹ رسم کنید. اوج تقاضای قدرت را برای سال ۱۹۹۹ تخمین بزنید.

۱-۲) در کشوری انتظار می‌رود که مصرف انرژی در طی ۱۰ سال دو برابر شود. با فرض رشد نمایی ساده زیر، نرخ رشد a را محاسبه کنید.

$$P = P_{\circ} e^{at}$$

۱-۳) بار سالانه یک پست در جدول ۱-۳ نشان داده شده است. فرض کنید که در طی هر ماه قدرت ثابت و مقدار متوسطی داشته باشد. با استفاده از MATLAB و تابع **barcycle** ، منحنی بار سالانه را بدست آورده و آنرا رسم کنید. روابط لازم را برای محاسبه بار متوسط و ضریب بار سالانه نوشته و مقادیر آنها را بدست آورید.

جدول ۱-۳ بارسالانه سیستم

دوره، ماه	بار، MW
ژانویه	۸
فوریه	۶
مارس	۴
آوریل	۲
می	۶
ژوئن	۱۲
ژوئیه	۱۶
اوت	۱۴
سپتامبر	۱۰
اکتبر	۴
نوامبر	۶
دسامبر	۸

فصل دوم

اصول مقدماتی

۲-۱ مقدمه

مفهوم توان در سیستم‌های قدرت دارای اهمیت ویـژه‌ای اسـت و موضـوع اصلـی ایـن فصـل می‌باشـد. دانشجویان قبلاً بیشتر این مطالب را مطالعه نموده و مرور انجام شده در این فصل تـأکیدی بـر تقویـت مفاهیم توان مطرح شده در نظریه مدارهای الکتریکی خواهد بود.

در این فصل جریان انرژی در یک مدار ac بررسی شده است. با استفاده از روابط مثلثـاتی مختلـف توان لحظه‌ای[1] $p(t)$ به دو مؤلفه تجزیه شده است. نمـودار تغییـرات ایـن مؤلفـه‌ها بـا کمـک نرم‌افـزار MATLAB بدست آمـده تـا مشـاهـده شـود که شبکه‌های ac نـه تنهـا انـرژی را بـا نـرخ متوسـطی مصرف می‌کنند، بلکه انرژی را دریافت کرده و به منابع آن نیز برمی‌گردانند. ایـن موضـوع بـه تعـاریف اساسی توان متوسط P و توان راکتیو Q منجر می‌شود. ولت آمپر S، کـه یـک فرمـول ریـاضی بـر پایـه شکل‌های فازوری ولتاژ و جریان می‌باشد، معرفی شده است. سپس توان مختلط متعادل ارائه شده، عدم کارائی انتقال ناشی از بارهای با ضرائب قدرت پائین بحث شده و به کمک چندین مثال نشان داده شـده است.

سپس، انتقال توان مختلط بین دو منبع ولتاژ در نظر گرفته شده و وابستگی توان حقیقی به زاویـه فاز ولتاژ و وابستگی توان راکتیو به اندازه ولتاژ به اثبات رسیده است. نرم‌افزار MATLAB برای نمایش ترسیمی این نظریات به نحو مطلوبی بکار گرفته شده است.

در نهایت، مدارهای سه فاز متقارن آزمایش می‌شوند. یک خاصیت مهم سیستم‌های سه فاز متقارن آنست که توان ثابت تحویل می‌دهند. یعنی، تـوان تحویل شده توسط آن برخـلاف سیسـتم‌های یکفـاز

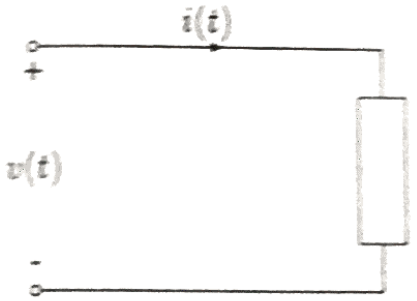
---

1 - Instantaneous power

نسبت به زمان نوسان ندارد. برای اهداف تجزیه و تحلیل و مدل‌سازی، مدار معادل هر فاز برای سیستم‌های سه فاز در شرایط متقارن توصیه شده است.

۲-۲ توان در مدارهای AC یکفاز

شکل ۲-۱ یک مدار یکفاز با ولتاژ سینوسی را که در حال تغذیه بار است نشان می‌دهد.



شکل ۲-۱ منبع سینوسی تغذیه کننده یک بار

فرض کنید ولتاژ لحظه‌ای به صورت زیر باشد:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \qquad (۱-۲)$$

و جریان لحظه‌ای به صورت زیر داده شده باشد:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i) \qquad (۲-۲)$$

توان لحظه‌ای تحویل شده به بار $p(t)$ که از حاصلضرب ولتاژ $v(t)$ و جریان $i(t)$ بدست می‌آید برابر است با:

$$p(t) = v(t)\, i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i) \qquad (۳-۲)$$

در مثال ۲-۱ MATLAB برای رسم توان لحظه‌ای $p(t)$ بکار گرفته شده و نتیجه در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. در مطالعه شکل ۲-۲، ملاحظه می‌شود که فرکانس توان لحظه‌ای دوبرابر فرکانس منبع می‌باشد. همچنین، توجه کنید که ممکن است توان لحظه‌ای برای قسمتی از یک سیکل منفی گردد. در یک شبکه غیر فعال، توان منفی به منزله جذب انرژی‌های ذخیره شده در سلف‌ها یا خازن‌ها می‌باشد.

بهتر است رابطه (۲-۳) را با توجه به تساوی مثلثاتی زیر به صورت دیگری نوشت:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}\cos(A-B) + \frac{1}{2}\cos(A+B) \qquad (۴-۲)$$

که منجر به روابط زیر می‌گردد:

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m \{\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos[2(\omega t + \theta_v) - (\theta_v - \theta_i)]\}$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos 2(\omega t + \theta_v)\cos(\theta_v - \theta_i) + \sin 2(\omega t + \theta_v)\sin(\theta_v - \theta_i)]$$

مقدار *جذر میانگین مربعات* (rms) یا مقدار مؤثر $v(t)$ برابر $|V| = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ و مقدار مؤثر جریان $i(t)$ برابر $|I| = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ می‌باشد. فرض کنید $\theta = \theta_v - \theta_i$ باشد. معادله بالا برحسب مقادیر مؤثر به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$p(t) = |V||I|\cos\theta\,[1 + \cos 2(\omega t + \theta_v)] + |V||I|\sin\theta\sin 2(\omega t + \theta_v) \qquad (۵-۲)$$

$$p(t) = p_R(t) + p_X(t)$$

که درآن $p_R(t)$ توان داده شده به مدار و $p_X(t)$ توان گرفته‌شده و برگشت داده شده توسط مدار است و θ زاویه بین ولتاژ و جریان یا زاویه امپدانس[1] می‌باشد. اگر بار القائی باشد θ مثبت (یعنی جریان عقب‌تر از ولتاژ است)، و چنانچه بار خازنی باشد θ منفی است (یعنی جریان از ولتاژ جلوتر است).
توان لحظه‌ای به دو مؤلفه تجزیه شده است . عبارت اول رابطه (۲-۵) برابر است با:

$$p_R(t) = |V||I|\cos\theta + |V||I|\cos\theta\cos 2(\omega t + \theta_v) \qquad (۶-۲)$$

عبارت دوم رابطه (۲-۶)، که دارای فرکانسی معادل دو برابر منبع می‌باشد، تغییرات سینوسی در توان جذب شده توسط قسمت مقاومت اهمی بار را به حساب می‌آورد. از آنجائی که مقدار متوسط این تابع سینوسی صفر است، متوسط توان داده شده به بار عبارتست از:

$$P = |V||I|\cos\theta \qquad (۷-۲)$$

---

1 - Impedance angle

این توان توسط مؤلفه اهمی بار جذب می‌شود و *توان اکتیو*[1] یا *توان حقیقی*[2] نیز نامیده می‌شود. حاصلضرب مقدار مؤثر ولتاژ و مقدار مؤثر جریان $|V||I|$ *توان ظاهری*[3] نامیده شده و برحسب واحد ولت آمپر اندازه‌گیری می‌شود. حاصلضرب توان ظاهری در کسینوس زاویه بین ولتاژ و جریان توان حقیقی را می‌دهد . به علت اینکه $\cos\theta$ نقش کلیدی در تعیین توان متوسط[4] بازی می‌کند، *ضریب قدرت*[5] نامیده می‌شود. وقتی جریان عقب‌تر از ولتاژ باشد، ضریب قدرت پس فاز نامیده می‌شود. وقتی جریان جلوتر از ولتاژ باشد، ضریب قدرت پیش فاز نامیده می‌شود.

عبارت دوم رابطه (۲-۵) عبارتست از:

$$p_x(t) = |V||I| \sin\theta \sin 2(\omega t + \theta_v) \qquad (۲-۸)$$

که با فرکانس دو برابر نوسان نموده و دارای مقدار متوسط صفر است. این مؤلفه توان نوسانی را، به عنصر راکتیو (القائی یا خازنی) بار و از آن منظور می‌نماید. دامنه این توان نوسانی *توان راکتیو*[6] نامیده شده و با Q نمایش داده می‌شود:

$$Q = |V||I| \sin\theta \qquad (۲-۹)$$

هر دو مقدار P و Q دارای واحد یکسانی هستند. با این وجود، برای تشخیص بین توان اکتیو و راکتیو، کلمه " وار "[7] برای توان راکتیو بکار برده می‌شود (وار مخفف ولت - آمپر- راکتیو است). برای بار القائی، جریان عقب‌تر از ولتاژ بوده، $\theta = (\theta_v - \theta_i) > 0$ و Q نیز مثبت است؛ در حالی که، برای بار خازنی، جریان از ولتاژ جلوتر بوده $\theta = (\theta_v - \theta_i) < 0$ و Q منفی است.

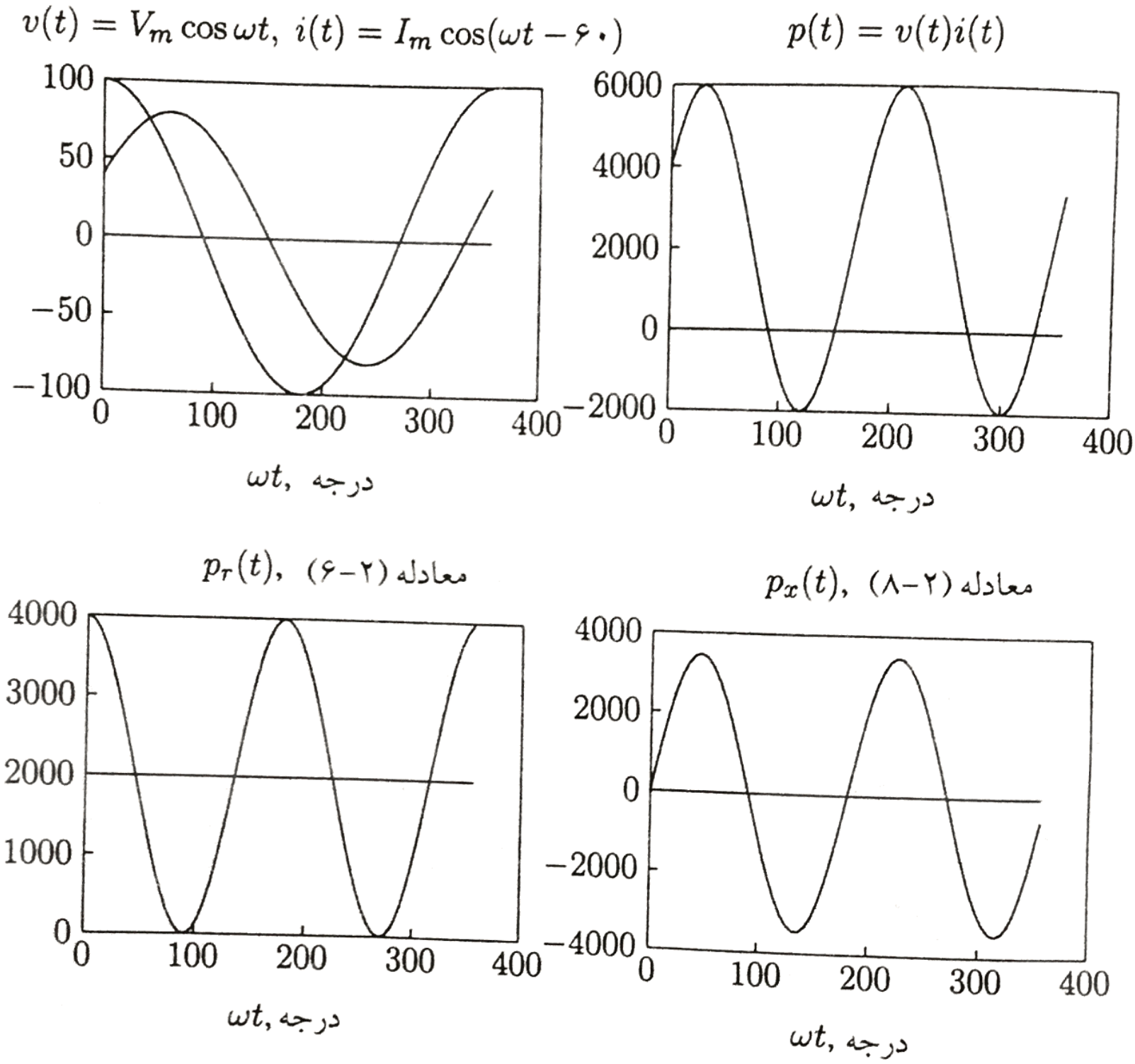
مطالعه دقیق معادلات (۲-۶) و (۲-۸) بیانگر مشخصات زیر برای توان لحظه‌ای می‌باشد:

- برای مقاومت خالص، زاویه امپدانس صفر و ضریب قدرت واحد[8] (UPF) است، یعنی توان ظاهری و حقیقی برابرند. انرژی الکتریکی به انرژی حرارتی تبدیل شده است.
- اگر مدار القائی خالص باشد، جریان از ولتاژ باندازه ۹۰° عقب‌تر بوده و توان متوسط صفر است. بنابراین، در مدار القائی خالص، تبدیل انرژی از الکتریکی به شکل غیر الکتریکی صورت نمی‌گیرد. توان لحظه‌ای در پایانه‌های مدار القائی خالص بین مدار و منبع نوسان می‌نماید. وقتی $p(t)$ مثبت

1 - Active power
2 - Real power
3 - Apparent power
4 - Average power
5 - Power factor
6 - Reactive power
7 - VAr
8 - Unit Power Factor

باشد، انرژی در میدان مغناطیسی عناصر القائی ذخیره شده و وقتی $p(t)$ منفی باشد، انرژی از میدان‌های مغناطیسی عناصر القائی جذب می‌شود.

- اگر بار خازنی خالص باشد، جریان ۹۰° از ولتاژ جلوتر بوده و توان متوسط صفر است، یعنی انرژی از شکل الکتریکی به غیر الکتریکی تبدیل نمی‌شود. در مدار خازنی خالص، توان بین منبع و میدان الکتریکی عنصر خازنی نوسان می‌نماید.



شکل ۲-۲ جریان، ولتاژ، توان لحظه‌ای، معادلات (۲-۶) و (۲-۸)

مثال ۲-۱ (chp2ex1, chp2ex1gui)

ولتاژ تعدیه در شکل ۲-۱ به $v(t) = 100\cos\omega t$ داده شده و بار القائی دارای امپدانس $Z = 1/25 \angle 60^\circ\ \Omega$ می‌باشد. رابطه جریان لحظه‌ای $i(t)$ و توان لحظه‌ای $p(t)$ را تعیین کنید. با استفاده از MATLAB تغییرات $i(t)$ ، $v(t)$ ، $p(t)$ ، $p_R(t)$ و $p_X(t)$ را در فاصله ۰ تا 2π رسم نمائید.

$$I_{max} = \frac{100\angle 0^\circ}{1/25\angle 60^\circ} = 80\angle -60^\circ \quad A$$

بنابراین:

$$i(t) = 80\cos(\omega t - 60^\circ) \quad A$$

$$p(t) = v(t)\, i(t) = 8000\cos(\omega t)\cos(\omega t - 60^\circ) \quad W$$

برنامه زیر برای رسم کمیت‌های لحظه‌ای بالا و عبارات لحظه‌ای داده شده توسط (۲-۶) و (۲-۸) نگارش گردیده است.

```
Vm = 100; thetav = 0;       % Voltage amplitude and phase angle
Z = 1.25;  gama = 60;     % Impedance magnitude and phase angle
thetai = thetav - gama;          % Current phase angle in degree
theta = (thetav - thetai)*pi/180;             % Degree to radian
Im = Vm/Z;                                    % Current amplitude
wt = 0:.05:2*pi;                              % wt from 0 to 2*pi
v = Vm*cos(wt);                            % Instantaneous voltage
i = Im*cos(wt + thetai*pi/180);           % Instantaneous current
p = v.*i;                                   % Instantaneous power
V = Vm/sqrt(2); I=Im/sqrt(2);           % rms voltage and current
P = V*I*cos(theta);                                % Average power
Q = V*I*sin(theta);                               % Reactive power
S = P + j*Q                                        % Complex power
pr = P*(1 + cos(2*(wt + thetav)));                      % Eq. (2.6)
px = Q*sin(2*(wt + thetav));                            % Eq. (2.8)
PP = P*ones(1, length(wt));%Average power of length w for plot
xline = zeros(1, length(wt));           %generates a zero vector
wt=180/pi*wt;                         % converting radian to degree
subplot(2,2,1), plot(wt, v, wt,i,wt, xline), grid
title(['v(t)=Vm coswt, i(t)=Im cos(wt+',num2str(thetai), ')'])
```

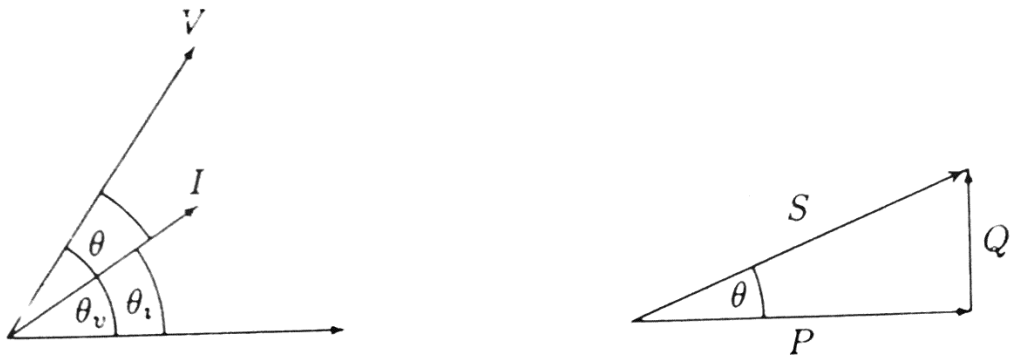
```
xlabel('wt, degree')
subplot(2,2,2), plot(wt, p, wt, xline), grid
title('p(t)=v(t) i(t)'),xlabel('wt, degree')
subplot(2,2,3), plot(wt, pr, wt, PP,wt,xline), grid
title('pr(t)   Eq. 2.6'), xlabel('wt, degree')
subplot(2,2,4), plot(wt, px, wt, xline), grid
title('px(t)  Eq. 2.8'), xlabel('wt, degree'), subplot(111)
```

برنامه جدید GUI را اجرا کنید (**chp2ex1gui**). با این کار می‌توان اثر تغییر بار از سلفی به مقاومتی و خازنی را بر توان‌های لحظه‌ای $p(t)$ ، $p_R(t)$ و $p_X(t)$ مشاهده نمود.

۲-۳ توان مختلط

مقادیر مؤثر فازور ولتاژ (۲-۱) و فازور جریان (۲-۲)، نشان داده شده در شکل ۲-۳، عبارتند از:

$$V = |V|\angle\theta_v \quad \text{و} \quad I = |I|\angle\theta_i$$



شکل ۲-۳ نمایش برداری و مثلث توان برای بار القائی (PF پس فاز)

جمله VI^* عبارتست از:

$$VI^* = |V||I|\angle(\theta_v - \theta_i) = |V||I|\angle\theta = |V||I|\cos\theta + j|V||I|\sin\theta$$

رابطه فوق کمیت مختلطی را تعریف می‌کند که قسمت حقیقی آن توان متوسط (حقیقی) P و قسمت موهومی آن توان راکتیو Q است. در نتیجه، توان مختلط ، نشان داده شده با S ، برابر است با:

$$S = VI^* = P + jQ \qquad (۲\cdot۱)$$

اندازه S ، $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ ، توان ظاهری است. واحد آن ولت آمپر و واحدهای بزرگتر آن kVA و

MVA می‌باشند. توان ظاهری نشان دهنده مستقیم گرمایش بوده و به عنوان مقدار نامی وسائل برقی بکار می‌رود. توان ظاهری برای شرکت‌های برق اهمیت کاربردی دارد، زیرا شرکت‌های برق باید هر دو توان متوسط و ظاهری را به مصرف کننده‌ها تحویل دهند.

توان راکتیو Q وقتی مثبت است که زاویه فاز θ بین ولتاژ و جریان (زاویه امپدانس) مثبت باشد (یعنی وقتی که امپدانس بار القائی بوده و I عقب‌تر از V باشد). Q وقتی منفی است که θ منفی باشد (یعنی وقتی که امپدانس بار خازنی بوده و I جلوتر از V باشد)، همان طوری که در شکل ۲-۴ نشان داده شده است.

هنگام استفاده از معادله (۲-۱۰) مناسب‌تر است که P ، Q و S را به عنوان اضلاع تشکیل دهنده مثلث قائم الزاویه نشان داده شده در شکل‌های ۲-۳ و ۲-۴ در نظر بگیریم.



شکل ۲-۴ نمایش فازوری مثلث توان برای بار خازنی (PF پیش‌فاز)

اگر امپدانس بار Z باشد، داریم:

$$V = ZI \qquad (۲-۱۱)$$

با جایگزین نمودن V در رابطه (۲-۱۰) خواهیم داشت:

$$S = VI^* = ZI\,I^* = R|I|^2 + jX|I|^2 \qquad (۲-۱۲)$$

از معادله (۲-۱۲) واضح است که توان مختلط S و امپدانس Z دارای زاویه یکسان می‌باشند. به علت اینکه مثلث توان[1] و مثلث امپدانس[2] دو مثلث متشابه هستند، زاویه امپدانس گاهی *زاویه توان*[3] نامیده می‌شود.

1 - Power triangle
2 - Impedance triangle
3 - Power angle

به همین ترتیب، با جایگزینی I از (۲-۱۱) در معادله (۲-۱۰) خواهیم داشت:

$$S = VI^* = \frac{V V^*}{Z^*} = \frac{|V|^2}{Z^*} \qquad (۱۳-۲)$$

با استفاده از رابطه (۲-۱۳)، امپدانس توان مختلط S برابر است با:

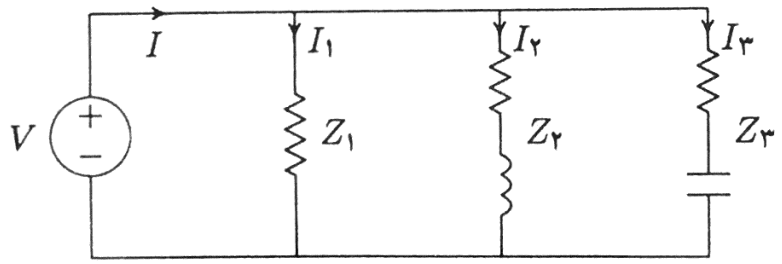
$$Z = \frac{|V|^2}{S^*} \qquad (۱۴-۲)$$

۲-۴ توازن توان مختلط[1]

اصل بقای انرژی بیان می‌دارد که توان حقیقی عرضه شده توسط منبع برابر حاصل جمع توان‌های حقیقی جذب شده توسط بار است. همزمان، توازن توان راکتیو نیز باید حفظ گردد. در نتیجه کل توان مختلط داده شده به بارهای موازی برابر مجموع توان‌های مختلط داده شده به هر یک از آنها می‌باشد. اثبات این موضوع به قرار زیر است:

برای سه بار نشان داده شده در شکل ۲-۵، توان مختلط کل برابر است با:

$$S = VI^* = V(I_1 + I_2 + I_3)^* = VI_1^* + VI_2^* + VI_3^* \qquad (۱۵-۲)$$



شکل ۲-۵ سه بار موازی

مثال ۲-۲

در مدار بالا $V=۱۲۰۰\angle ۰^\circ$ V ، $Z_1=۶۰+j۰\Omega$ ، $Z_2=۶+j۱۲\Omega$ و $Z_3=۳۰-j۳۰\Omega$ مفروض است.

1 - Complex power balance

توان جذب شده توسط هر بار و توان مختلط کل را تعیین کنید.

$$I_۱ = \frac{۱۲۰۰\angle ۰^\circ}{۶۰\angle ۰} = ۲۰ + j۰ \quad \text{A}$$

$$I_۲ = \frac{۱۲۰۰\angle ۰^\circ}{۶ + j۱۲} = ۴۰ - j۸۰ \quad \text{A}$$

$$I_۳ = \frac{۱۲۰۰\angle ۰^\circ}{۳۰ - j۳۰} = ۲۰ + j۲۰ \quad \text{A}$$

$$S_۱ = VI_۱^* = ۱۲۰۰\angle ۰^\circ (۲۰ - j۰) = ۲۴۰۰۰ \text{ W} + j۰ \text{ VAr}$$

$$S_۲ = VI_۲^* = ۱۲۰۰\angle ۰^\circ (۴۰ + j۸۰) = ۴۸۰۰۰ \text{ W} + j\ ۹۶۰۰۰ \text{ VAr}$$

$$S_۳ = VI_۳^* = ۱۲۰۰\angle ۰^\circ (۲۰ - j۲۰) = ۲۴۰۰۰ \text{ W} - j۲۴۰۰۰ \text{ VAr}$$

توان مختلط کل بار حاصل جمع توان‌های بالا است:

$$S = S_۱ + S_۲ + S_۳ = ۹۶۰۰۰ \text{ W} + j۷۲۰۰۰ \text{ VAr}$$

به عبارت دیگر، مجموع توان مختلط تحویلی به بار را می‌توان با تعیین جریان کل بدست آورد.

$$I = I_۱ + I_۲ + I_۳ = (۲۰ + j۰) + (۴۰ - j۸۰) + (۲۰ + j۲۰) = ۸۰ - j۶۰$$

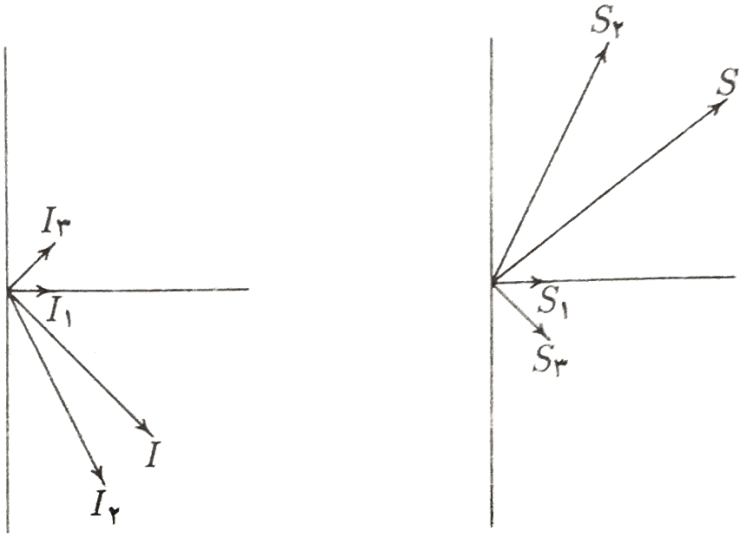
$$= ۱۰۰\angle -۳۶/۸۷^\circ \quad \text{A}$$

و

$$S = VI^* = (۱۲۰۰\angle ۰^\circ)(۱۰۰\angle ۳۶/۸۷^\circ) = ۱۲۰۰۰۰\angle ۳۶/۸۷^\circ \quad \text{VA}$$

$$= ۹۶۰۰۰ \text{ W} + j۷۲۰۰۰ \text{ VAr}$$

در شکل ۲-۶ ، که نمایش فازوری جریان و بردار توان مختلط را نشان می‌دهد، ملاحظات نهائی منظور شده است.



شکل ۲-۶ نمایش برداری جریان و صفحه توان

همچنین ممکن است توان‌های مختلط مستقیماً از (۲-۱۴) بدست آیند:

$$S_1 = \frac{|V|^2}{Z_1^*} = \frac{(1200)^2}{60} = 24000\,\text{W} + j0\,\text{VAr}$$

$$S_2 = \frac{|V|^2}{Z_2^*} = \frac{(1200)^2}{6 - j12} = 48000\,\text{W} + j96000\,\text{VAr}$$

$$S_3 = \frac{|V|^2}{Z_3^*} = \frac{(1200)^2}{30 + j30} = 24000\,\text{W} - j24000\,\text{VAr}$$

۲-۵ اصلاح ضریب قدرت[1]

از معادله (۲-۷) می‌توان دید که اگر ضریب قدرت کمتر از ۱ باشد توان ظاهری بزرگتر از P خواهد بود. در نتیجه جریان I که باید تحویل شود برای $PF<1$ بزرگتر از حالتی است که $PF = 1$ باشد، حتی اگر توان متوسط P در هر دو حالت یکسان تحویل گردد. شرکت برق نمی‌تواند بدون هزینه اضافی جریان

1 - Power factor correction

بیشتری تحویل دهد. در نتیجه به نفع شرکت برق (ومشتریان آن) است که بارهای اصلی سیستم تا حد امکان دارای ضرایب قدرت نزدیک به ۱ باشند. برای حفظ ضریب قدرت در نزدیکی واحد، شرکت‌های برق متناسب با نیاز خود در سرتاسر شبکه بانک‌های خازنی نصب می‌کنند. آنها همچنین مصرف کننده‌های صنعتی با ضرائب قدرت پائین را وادار به پرداخت هزینه‌های اضافی می‌نمایند. از آنجائی که بارهای صنعتی القائی بوده و دارای ضرائب قدرت پائین پس‌فاز می‌باشند، مفید است که با نصب خازن‌ها ضریب قدرت بهبود یابد. این ملاحظات برای مشتری‌های خانگی و تجاری کوچک به علت نزدیکی ضرائب قدرت آنها به واحد اهمیت ندارند.

مثال ۲-۳ (chp2ex3)

دوبار $Z_1=۱۰۰+j۰\,\Omega$ و $Z_2=۱۰+j۲۰\,\Omega$ به منبعی با ولتاژ مؤثر ۲۰۰ V و فرکانس ۶۰ Hz مطابق شکل ۲-۷ وصل شده‌اند.

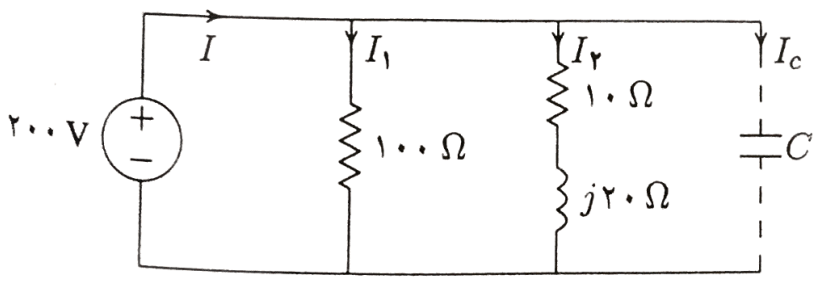
(الف) توان‌های اکتیو و راکتیو کل، ضریب قدرت منبع و جریان کل را تعیین کنید.

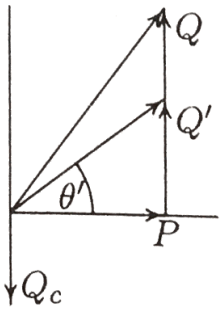
$$I_1=\frac{۲۰۰\angle ۰^\circ}{۱۰۰}=۲\angle ۰^\circ \quad \text{A}$$

$$I_2=\frac{۲۰۰\angle ۰^\circ}{۱۰+j۲۰}=۴-j۸ \quad \text{A}$$

$$S_1=VI_1^*=۲۰۰\angle ۰^\circ(۲-j۰)=۴۰۰\ \text{W}+j۰\ \text{VAr}$$

$$S_2=VI_2^*=۲۰۰\angle ۰^\circ(۴+j۸)=۸۰۰\ \text{W}+j۱۶۰۰\ \text{VAr}$$





شکل ۲-۷ مدار مثال ۳-۲ و مثلث توان

توان ظاهری کل و جریان کل عبارتند از:

$$S = P + jQ = ۱۲۰۰ + j۱۶۰۰ = ۲۰۰۰\angle ۵۳/۱۳^\circ \quad \text{VA}$$

$$I = \frac{S^*}{V^*} = \frac{۲۰۰۰\angle -۵۳/۱۳^\circ}{۲۰۰\angle ۰^\circ} = ۱۰\angle -۵۳/۱۳^\circ \quad \text{A}$$

ضریب قدرت در منبع برابر است با:

$$PF = \cos(۵۳/۱۳^\circ) = ۰/۶ \quad \text{پس‌فاز}$$

(ب) ظرفیت خازن وصل شده به دو سر بارها را طوری تعیین کنید که ضریب قدرت کل به ۰/۸ پس فاز بهبود یابد.

توان اکتیو کل در ضریب قدرت جدید ۰/۸ پس فاز $P = ۱۲۰۰$ MW است. بنابراین:

$$\theta' = \cos^{-۱}(۰/۸) = ۳۶/۸۷^\circ$$

$$Q' = P\tan\theta' = ۱۲۰۰\tan(۳۶/۸۷^\circ) = ۹۰۰ \quad \text{VAr}$$

$$Q_c = ۱۶۰۰ - ۹۰۰ = ۷۰۰ \quad \text{VAr}$$

$$Z_c = \frac{|V|^۲}{S_c^*} = \frac{(۲۰۰)^۲}{j۷۰۰} = -j۵۷/۱۴ \ \Omega \quad \text{و} \quad X_c = ۵۷/۱۴ \ \Omega$$

$$C = \frac{۱۰^۶}{۲\pi(۶۰)(۵۷/۱۴)} = ۴۶/۴۲ \quad \mu\text{F}$$

توان کل و جریان جدید این چنین محاسبه می‌شوند:

$$S' = ۱۲۰۰ + j۹۰۰ = ۱۵۰۰\angle ۳۶/۸۷^\circ \quad \text{VA}$$

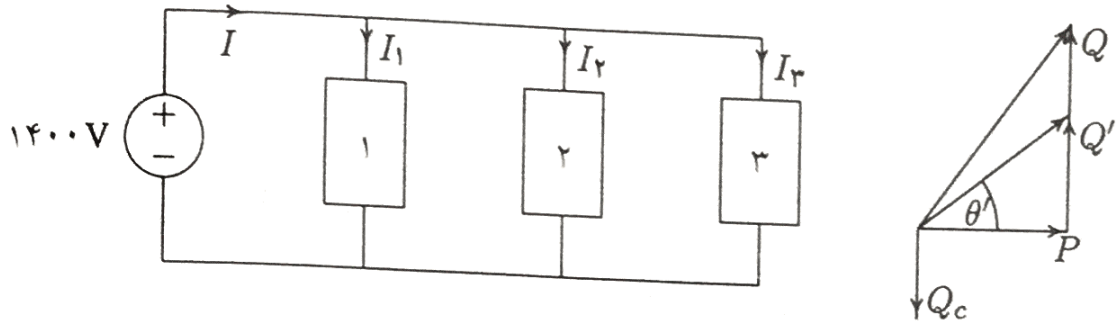
$$I' = \frac{S'^*}{V^*} = \frac{۱۵۰۰\angle -۳۶/۸۷^\circ}{۲۰۰\angle ۰^\circ} = ۷/۵\angle -۳۶/۸۷^\circ \quad \text{A}$$

کاهش جریان تغذیه از ۱۰ A به ۷/۵ A قابل توجه است.

مثال ۲-۴ (chp2ex4)

سه بار به صورت موازی به یک منبع یکفاز با ولتاژ مؤثر ۱۴۰۰ V و فرکانس ۶۰ Hz مطابق شکل ۲-۸

وصل شده‌اند.



شکل ۲-۸ مدار مثال ۲-۴

بار ۱: بار القائی ۱۲۵ kVA با ضریب قدرت ۰/۲۸.

بار ۲: بار خازنی ۱۰ kW و ۴۰ kVAr.

بار ۳: بار اهمی ۱۵ kW.

(الف) kW ، kVAr ، kVA و ضریب قدرت منبع تغذیه را بدست آورید.

بار القائی دارای ضریب قدرت پس‌فاز، بار خازنی دارای ضریب قدرت پیش‌فاز و باراهمی دارای ضریب قدرت واحد است.

برای بار ۱:

$$\theta_1 = \cos^{-1}(0/28) = 73/74^\circ \quad \text{پس فاز}$$

توان مختلط هر یک از بارها برابر است با:

$$S_1 = 125\angle 73/74^\circ \text{ kVA} = 35\text{kW} + j120 \text{ kVAr}$$

$$S_2 = 10\text{kW} - j40 \text{ kVAr}$$

$$S_3 = 15\text{kW} + j0 \text{ kVAr}$$

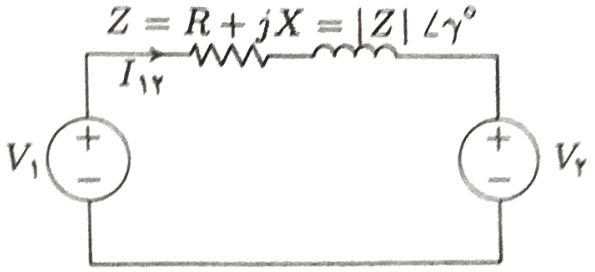
توان مختلط کل به صورت زیر بدست می‌آید:

$$S = P + jQ = S_1 + S_2 + S_3$$

کاهش جریان تغذیه از ۷۱/۴۳ A به ۵۳/۵۷ A قابل ملاحظه است.

۲-۶ پخش توان مختلط[1]

دو منبع ولتاژ ایده‌ال که توسط خطی با امپدانس $Z = R + jX\ \Omega$ به یکدیگر وصل شده‌اند را مطابق شکل ۲-۹ در نظر بگیرید.



شکل ۲-۹ اتصال دو منبع ولتاژ

فرض کنید فازورهای ولتاژ $V_1 = |V_1| \angle \delta_1$ و $V_2 = |V_2| \angle \delta_2$ باشند. برای جهت جریان فرض شده داریم:

$$I_{12} = \frac{|V_1| \angle \delta_1 - |V_2| \angle \delta_2}{|Z| \angle \gamma} = \frac{|V_1|}{|Z|} \angle (\delta_1 - \gamma) - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle (\delta_2 - \gamma)$$

توان مختلط S_{12} عبارتست از:

$$S_{12} = V_1 I_{12}^* = |V_1| \angle \delta_1 \left[\frac{|V_1|}{|Z|} \angle (\gamma - \delta_1) - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle (\gamma - \delta_2) \right]$$

$$= \frac{|V_1|^2}{|Z|} \angle \gamma - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \angle (\gamma + \delta_1 - \delta_2)$$

بنابراین، توان‌های اکتیو و راکتیو در سمت ارسال (مبدأ) عبارتند از:

1 - Complex power flow

$$P_{12}=\frac{|V_1|^2}{|Z|}\cos\gamma-\frac{|V_1||V_2|}{|Z|}\cos(\gamma+\delta_1-\delta_2) \qquad (۱۶-۲)$$

$$Q_{12}=\frac{|V_1|^2}{|Z|}\sin\gamma-\frac{|V_1||V_2|}{|Z|}\sin(\gamma+\delta_1-\delta_2) \qquad (۱۷-۲)$$

مقاومت خطوط انتقال سیستم‌های قدرت در مقایسه با راکتانس آنها کوچک است. با فرض $R = 0$ (یعنی $Z = X\angle 90^\circ$)، معادلات بالا به صورت زیر در می‌آیند:

$$P_{12}=\frac{|V_1||V_2|}{X}\sin(\delta_1-\delta_2) \qquad (۱۸-۲)$$

$$Q_{12}=\frac{|V_1|}{X}[|V_1|-|V_2|\cos(\delta_1-\delta_2)] \qquad (۱۹-۲)$$

از آنجائی که $R = 0$ است خط انتقال تلفات نداشته و توان حقیقی ارسال شده برابر توان حقیقی دریافت شده است.

از نتایج بالا، برای یک سیستم قدرت نوعی با نسبت کوچک $\frac{R}{X}$ نکات مهم زیر مشاهده می‌گردند:

۱ - معادله (۲-۱۸) نشان می‌دهد که تغییرات کوچک در δ_1 یا δ_2 اثر قابل توجهی در پخش توان حقیقی دارد، در حالی که تغییرات کوچک در دامنه ولتاژها اثر محسوسی در پخش توان حقیقی نخواهد داشت. بنابراین، پخش توان حقیقی در یک خط انتقال بوسیله اختلاف زاویه ولتاژ پایانه‌ها (یعنی $P_{12}\propto\sin\delta$ که در آن $\delta=\delta_1-\delta_2$ است) کنترل می‌شود. اگر V_1 جلوتر از V_2 باشد δ مثبت بوده و پخش توان حقیقی از گره ۱ به طرف گره ۲ می‌باشد . اگر V_1 عقب‌تر از V_2 باشد، δ منفی شده و توان حقیقی از گره ۲ به طرف گره ۱ جریان می‌یابد.

۲ - با فرض $R = 0$ ، حداکثر توان تئوری (ظرفیت انتقال استاتیک) وقتی رخ می‌دهد که δ=۹۰° باشد و حداکثر توان انتقالی برابر است با:

$$P_{max}=\frac{|V_1||V_2|}{X} \qquad (۲۰-۲)$$

در فصل ۳ نشان داده خواهد شد که افزایش δ بیش از ظرفیت انتقال استاتیک به از دست دادن

همگامی (سنکرونیزم)[1] بین دو ماشین منجر خواهد شد.

۳ - برای حفظ پایداری گذرا، سیستم قدرت معمولاً در زاویه بار کوچک δ عمل می‌نماید. همچنین از معادله (۱۹-۲) مشخص است که پخش توان راکتیو بوسیله اختلاف اندازه ولتاژها تعیین می‌گردد (یعنی $Q \propto |V_1| - |V_2|$).

مثال ۲-۵ (chp2ex5)

دو منبع ولتاژ $V_1 = ۱۲۰\angle -۵^\circ$ V و $V_2 = ۱۰۰\angle ۰^\circ$ V توسط یک خط کوتاه با امپدانس $Z = ۱ + j۷\,\Omega$ مطابق شکل ۲-۹ به یکدیگر وصل شده‌اند. توان‌های اکتیو و راکتیو تحویلی یا دریافتی هر یک از منابع و تلفات توان در خط را تعیین کنید.

$$I_{۱۲} = \frac{۱۲۰\angle -۵^\circ - ۱۰۰\angle ۰^\circ}{۱ + j۷} = ۳/۱۳۵\angle -۱۱۰/۰۲^\circ \quad \text{A}$$

$$I_{۲۱} = \frac{۱۰۰\angle ۰^\circ - ۱۲۰\angle -۵^\circ}{۱ + j۷} = ۳/۱۳۵\angle ۶۹/۹۸^\circ \quad \text{A}$$

$$S_{۱۲} = V_1 I_{۱۲}^* = ۳۷۶/۲\angle ۱۰۵/۰۲^\circ = -۹۷/۵\ \text{W} + j۳۶۳/۳\ \text{VAr}$$

$$S_{۲۱} = V_2 I_{۲۱}^* = ۳۱۳/۵\angle -۶۹/۹۸^\circ = ۱۰۷/۳\ \text{W} - j۲۹۴/۵\ \text{VAr}$$

تلفات خط برابر است با:

$$S_L = S_1 + S_2 = ۹/۸\,\text{W} + j۶۸/۸\ \text{VAr}$$

با توجه به نتایج بالا، از آنجائی که P_1 منفی و P_2 مثبت است، منبع ۱ توان ۹۷/۵ W دریافت و منبع ۲ توان ۱۰۷/۳ W تولید می‌نماید و تلفات توان حقیقی در خط ۹/۸ W می‌باشد. تلفات توان حقیقی در خط با رابطه زیر آزمایش می‌گردد:

$$P_L = R|I_{۱۲}|^۲ = ۱(۳/۱۳۵)^۲ = ۹/۸ \quad \text{W}$$

همچنین، چون Q_1 مثبت و Q_2 منفی است، منبع ۱ توان ۳۶۳/۳ VAr تحویل و منبع ۲ توان ۲۹۴/۵ VAr دریافت می‌نماید و تلفات توان راکتیو خط ۶۸/۶VAr می‌باشد. تلفات توان راکتیو در خط

---

1 - Synchronism

را می‌توان با رابطه زیر آزمایش نمود:

$$Q_L = X|I_{۱۲}|^۲ = ۷(۳/۱۳۵)^۲ = ۶۸/۸ \quad \text{VAr}$$

مثال ۲-۶ (chp2ex6), (chp2ex6gui)

این مثال به جهت پخش توان بین دو منبع ولتاژ مربوط است . یک برنامه MATLAB برای سیستم مثال ۲-۵ طوری بنویسید که زاویه فاز منبع ۱ از مقدار اولیه آن تا ۳۰° ± در گام‌های ۵° تغییر یابد. اندازه ولتاژ این دو منبع و زاویه فاز ولتاژ منبع ۲ ثابت نگهداشته شده‌اند. توان مختلط هر منبع و تلفات خط را محاسبه نمائید. تغییرات $P_۱$، $P_۲$ و P_L را برحسب زاویه فاز ولتاژ (δ) به صورت جدول ومنحنی نشان دهید.

با اجرای فرامین زیر:

```
E1 = input('Source # 1 Voltage Mag. = ');
a1 = input('Source# 1 Phase Angle  = ');
E2 = input('Source # 2 Voltage Mag. = ');
a2 = input('Source # 2 Phase Angle  = ');
R  = input('Line Resistance = ');
X  = input('Line Reactance = ');
Z  =  R + j*X;                                  % Line impedance
a1 = (-30+a1:5:30+a1)';       % Change a1 by +/- 30, col. array
a1r = a1*pi/180;                        % Convert degree to radian
k = length(a1);
a2 = ones(k,1)*a2;   % Create col. array of same length for a2
a2r = a2*pi/180;                        % Convert degree to radian
V1 = E1.*cos(a1r) + j*E1.*sin(a1r);
V2 = E2.*cos(a2r) + j*E2.*sin(a2r);
I12 = (V1 - V2)./Z;  I21=-I12;
S1 = V1.*conj(I12);  P1 = real(S1);  Q1 = imag(S1);
S2 = V2.*conj(I21);  P2 = real(S2);  Q2 = imag(S2);
SL = S1+S2;          PL = real(SL);  QL = imag(SL);
Result1 = [a1, P1,  P2, PL];
disp('   Delta 1    P-1       P-2       P-L ')
disp(Result1)
plot(a1, P1,  a1, P2,  a1,PL)
xlabel('Source #1 Voltage Phase Angle')
ylabel(' P, Watts'),
text(-26, -550, 'P1'), text(-26, 600,'P2'),
text(-26, 100, 'PL')
```

نتایج زیر و منحنی شکل ۲-۱۰ بدست می‌آید:

```
Source # 1 Voltage Mag.  = 120
Source # 1 Phase Angle   = -5
Source # 2 Voltage Mag.  = 100
Source # 2 Phase Angle   = 0
Line Resistance = 1
Line Reactance =  7
```

Delta 1	P-1	P-2	P-L
-35.0000	-872.2049	967.0119	94.8070
-30.0000	-759.8461	832.1539	72.3078
-25.0000	-639.5125	692.4848	52.9723
-20.0000	-512.1201	549.0676	36.9475
-15.0000	-378.6382	402.9938	24.3556
-10.0000	-240.0828	255.3751	15.2923
-5.0000	-97.5084	107.3349	9.8265
0	48.0000	-40.0000	8.0000
5.0000	195.3349	-185.5084	9.8265
10.0000	343.3751	-328.0828	15.2923
15.0000	490.9938	-466.6382	24.3556
20.0000	637.0676	-600.1201	36.9475
25.0000	780.4848	-727.5125	52.9723

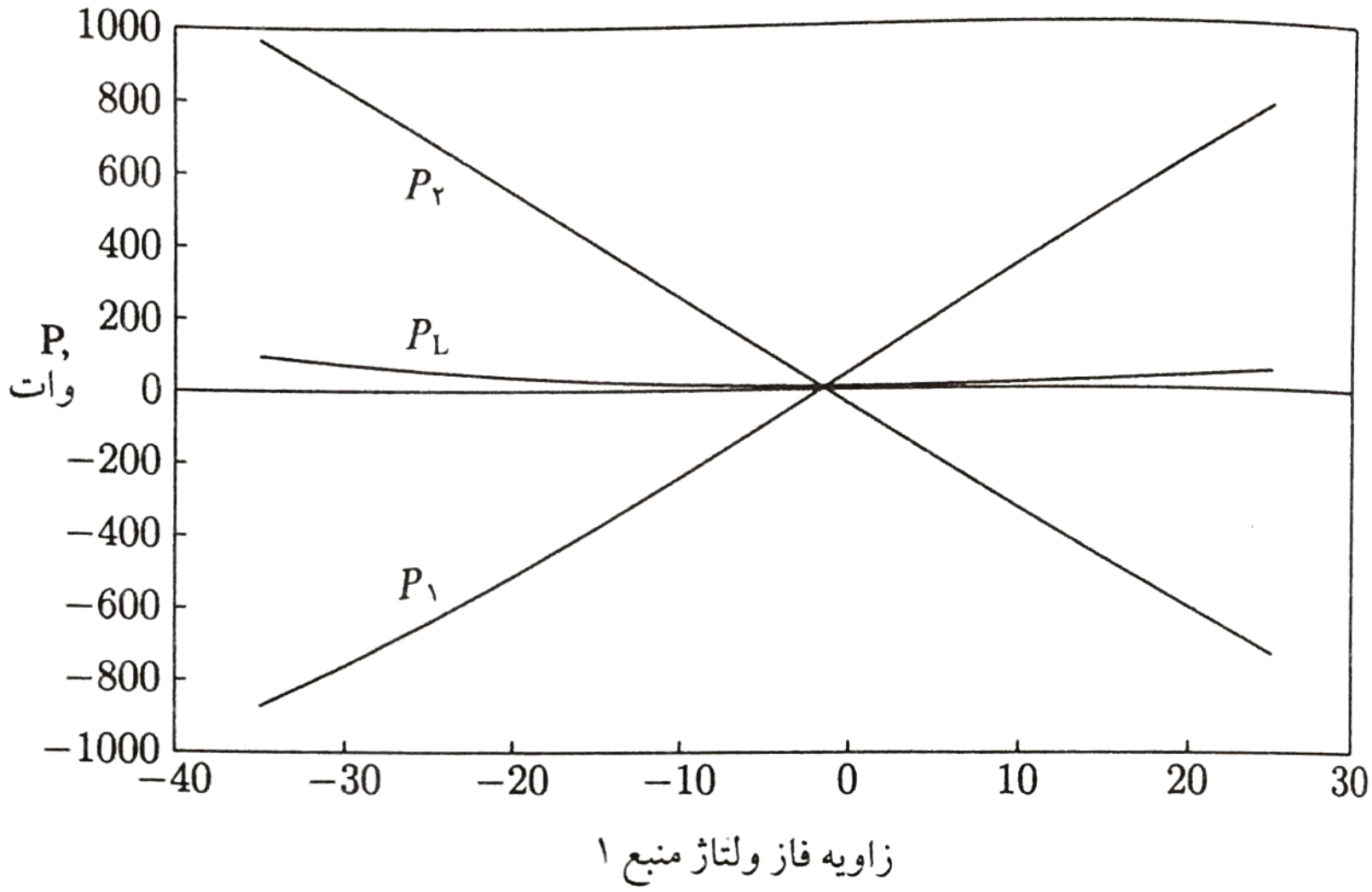
بررسی شکل ۲-۱۰ نشان می‌دهد که پخش توان حقیقی در طول خط بوسیله اختلاف زاویه ولتاژ پایانه‌ها تعیین شده است. مسأله ۲-۹ نیاز به برنامه‌نویسی مشابهی برای نشان دادن وابستگی توان راکتیو به اختلاف دامنه ولتاژ پایانه‌ها دارد.

برنامه جدید GUI را اجرا کنید (**chp2ex6gui**). با این کار می‌توان اثر تغییرات زاویه فاز ولتاژ δ، را بر جهت عبور توان اکتیو و اثر تغییرات اندازه ولتاژ V، بر جهت عبور توان راکتیو مشاهده نمود.

۲-۷ مدارهای سه فاز متعادل

تولید، انتقال و توزیع توان الکتریکی بوسیله مدارهای سه فاز انجام می‌شود. در نیروگاه، سه ولتاژ سینوسی با دامنه یکسان اما با اختلاف زوایای ۱۲۰° تولید می‌گردند که *منابع متعادل* نامیده می‌شوند. اگر ترتیب توالی ABC ولتاژهای تولید شده به مقادیر اوج خود برسند، گفته می‌شود که ژنراتور دارای *توالی فاز مثبت* می‌باشد که در شکل ۲-۱۱ (الف) نشان داده شده است. اگر ترتیب فاز ACB باشد،

گفته می‌شود که ژنراتور دارای *توالی فاز منفی*[1]، مطابق شکل ۲-۱۱ (ب)، می‌باشد.



شکل ۲-۱۰ توان حقیقی برحسب زاویه فاز ولتاژ (δ)

در یک سیستم سه فاز، توان لحظه‌ای تحویل شده به بارهای خارجی برخلاف مدار یکفاز که ضربانی است ثابت می‌باشد. همچنین، موتورهای سه فاز دارای گشتاور ثابت بوده و راه‌اندازی و کارکرد آنها بسیار بهتر از موتورهای یکفاز است. این ویژگی توان سه فاز، همراه با بازده ذاتی بهتر انتقال آنها، درمقایسه با مدارهای یکفاز (سیم کمتر در توان تحویلی یکسان) دلیل عمده کاربرد عمومی آن است.

یک سیستم قدرت دارای ژنراتورهای با اتصال ستاره Y و معمولاً شامل بارهایی با هر دو اتصال ستاره Y یا مثلث Δ می‌باشد. ژنراتورها بندرت دارای اتصال Δ هستند، زیرا اگر ولتاژها کاملاً متعادل نباشند، جمع‌برداری ولتاژها صفر نبوده و در نتیجه جریان چرخشی در داخل مثلث بوجود خواهد آمد. همچنین، ولتاژ فازها در اتصال ستاره ژنراتور پائین‌تر بوده و در نتیجه عایق‌بندی کمتری مورد نیاز

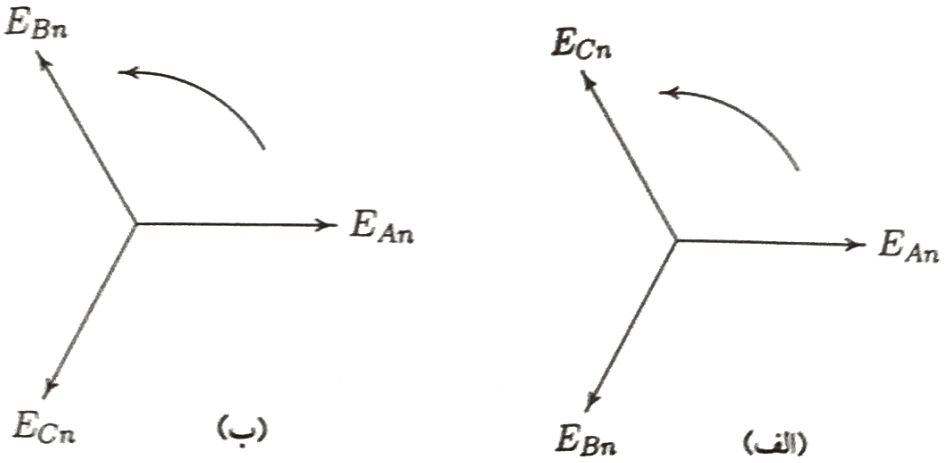
1 - Negative phase sequence

خواهد بود. شکل ۲-۱۲ یک ژنراتور با اتصال ستاره را که بارهای متعادل با اتصال ستاره را از طریق یک خط سه فاز تغذیه می‌نماید نشان می‌دهد. با فرض توالی فاز مثبت (ترتیب فاز ABC) ولتاژهـای تولیـد شده عبارتند از:

$$E_{An} = |E_p| \angle ۰^\circ$$

$$E_{Bn} = |E_p| \angle -۱۲۰^\circ \qquad (۲۱-۲)$$

$$E_{Cn} = |E_p| \angle -۲۴۰^\circ$$

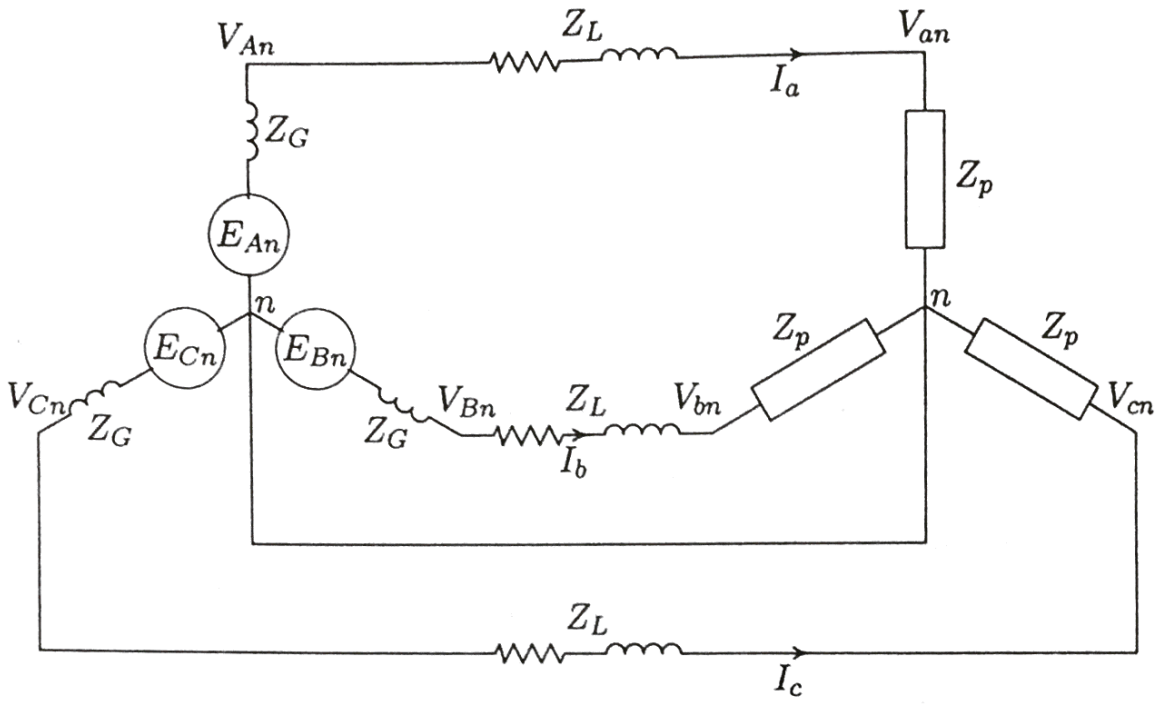


شکل ۲-۱۱ (الف) توالی فاز مثبت یا ABC (ب) توالی فاز منفی یا ACB

در ولتاژ سیستم‌های قدرت، توجه زیادی به تضمین تعادل بارهای خطوط انتقال می‌شود. بـرای بارهـای متعادل، ولتاژ پایانه‌های ژنراتور V_{An}، V_{Bn} ، V_{Cn} و ولتاژ فازها V_{an}، V_{bn} و V_{cn} درپایانه‌های بـار، متعـادل می‌باشند. برای فاز A این ولتاژها به صورت زیر می‌باشند:

$$V_{An} = E_{An} - Z_G I_a \qquad (۲۲-۲)$$

$$V_{an} = V_{An} - Z_L I_a \qquad (۲۳-۲)$$



شکل ۲-۱۲ ژنراتور با اتصال ستاره که بار ستاره را تغذیه می‌نماید.

۲-۸ بارهای با اتصال ستاره Y

برای تعیین ارتباط بین ولتاژهای خط[1] (ولتاژهای خط به خط) و ولتاژهای فاز[2] (ولتاژهای خط به خنثی)، توالی فازها را مثبت یا ABC فرض می‌کنیم. به طور دلخواه ولتاژ خط به خنثی در فاز a به عنوان مرجع انتخاب می‌شود. در نتیجه:

$$V_{an} = |V_p| \angle ۰^\circ$$
$$V_{bn} = |V_p| \angle -۱۲۰^\circ \qquad (۲۴-۲)$$
$$V_{cn} = |V_p| \angle -۲۴۰^\circ$$

که در آن $|V_p|$ اندازه ولتاژ (ولتاژ خط به خنثی) را نمایش می‌دهد.

1 - Line voltage
2 - Phase voltage

ولتاژهای خط در پایانه‌های بار برحسب ولتاژهای فاز با کاربرد قانون ولتاژ کرشف (KVL) تعیین شده‌اند:

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = |V_p|(۱\angle ۰^\circ - ۱\angle -۱۲۰^\circ) = \sqrt{۳}|V_p|\angle ۳۰^\circ$$

$$V_{bc} = V_{bn} - V_{cn} = |V_p|(۱\angle -۱۲۰^\circ - ۱\angle -۲۴۰^\circ) = \sqrt{۳}|V_p|\angle -۹۰^\circ \quad (۲-۲۵)$$

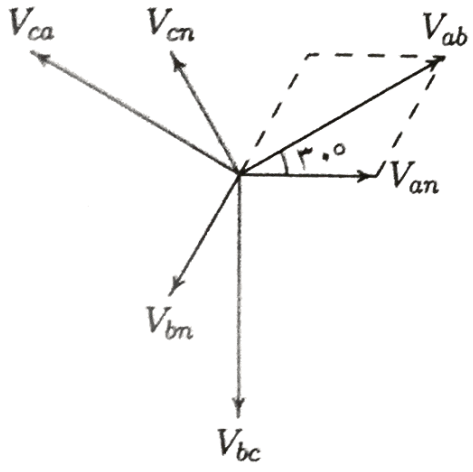
$$V_{ca} = V_{cn} - V_{an} = |V_p|(۱\angle -۲۴۰^\circ - ۱\angle ۰^\circ) = \sqrt{۳}|V_p|\angle ۱۵۰^\circ$$

نمایش فازوری ولتاژ بارهای با اتصال Y مربوط به شکل ۲-۱۲ در شکل ۲-۱۳ ارائه و رابطه بین ولتاژهای خط و فاز به صورت ترسیمی نشان داده شده است.

اگر مقدار مؤثر هر یک از ولتاژهای خط با V_L نشان داده شود، آنگاه یکی از مشخصه‌های مهم بارسه فاز با اتصال ستاره را می‌توان با رابطه زیر نشان داد:

$$V_L = \sqrt{۳}|V_p|\angle ۳۰^\circ \quad (۲-۲۶)$$

در نتیجه، در بارهای با اتصال ستاره اندازه ولتاژ خط $\sqrt{۳}$ برابر اندازه ولتاژ فاز بوده و برای توالی فاز مثبت، مجموعه ولتاژهای خط به اندازه ۳۰° جلوتر از مجموعه ولتاژهای فاز می‌باشد.



شکل ۲-۱۳ نمایش فازوری ولتاژهای خط و فاز

همچنین جریان‌های سه فاز در شکل ۲-۱۲ دارای تقارن سه فاز بوده و با روابط زیر ارائه می‌شوند:

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_p} = |I_p| \angle -\theta$$

$$I_b = \frac{V_{bn}}{Z_p} = |I_p| \angle (-۱۲۰^\circ - \theta) \qquad (۲۷-۲)$$

$$I_c = \frac{V_{cn}}{Z_p} = |I_p| \angle (-۲۴۰^\circ - \theta)$$

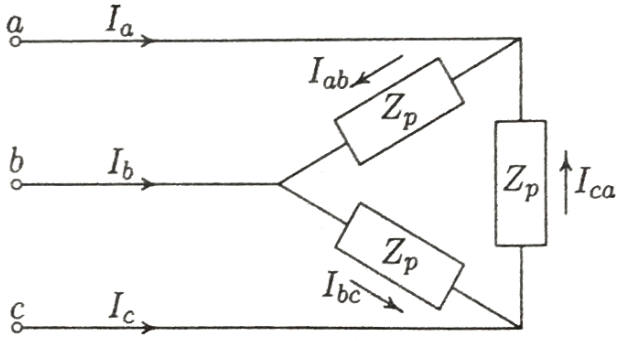
که در آن θ زاویه فاز امپدانس می‌باشد.

جریان‌های خطوط همان جریان‌های فاز (جریان‌های عبوری از امپدانس فازها) هستند. در نتیجه:

$$I_L = I_p \qquad (۲۸-۲)$$

۲-۹ بارهای با اتصال مثلث Δ

یک بار متعادل با اتصال مثلثΔ (با امپدانس‌های برابر در هر فاز) در شکل ۲-۱۴ نشان داده شده است.



شکل ۲-۱۴ یک بار با اتصال مثلث

بررسی این مدار نشان می‌دهد که ولتاژهای خط و فاز برابر هستند.

$$V_L = V_p \qquad (۲۹-۲)$$

با توجه به نمایش فازوری شکل ۲-۱۵ که جریان فاز I_{ab} به صورت دلخواه به عنوان مرجع انتخاب شده

است، خواهیم داشت:

$$I_{ab} = |I_p| \angle ۰^\circ$$

$$I_{bc} = |I_p| \angle -۱۲۰^\circ \qquad (۳۰-۲)$$

$$I_{ca} = |I_p| \angle -۲۴۰^\circ$$

که در آن $|I_P|$ نشان دهنده اندازه جریان فاز است.

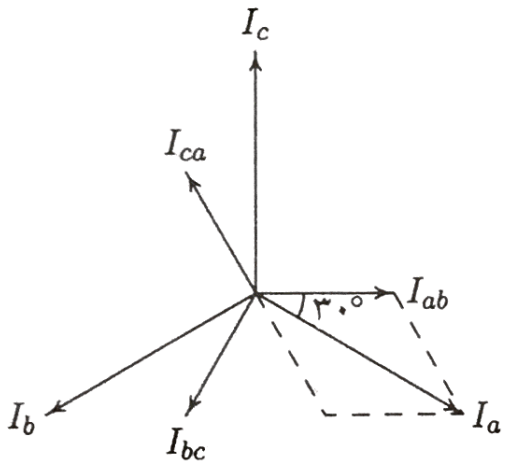
رابطه میان جریان‌های خط و فاز را می‌توان با بکارگیری قانون جریان کرشف (KCL) در گره‌های مثلث بدست آورد:

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} = |I_p|(۱\angle ۰^\circ - ۱\angle -۲۴۰^\circ) = \sqrt{۳}|I_p| \angle ۳۰^\circ$$

$$I_b = I_{bc} - I_{ab} = |I_p|(۱\angle -۱۲۰^\circ - ۱\angle ۰^\circ) = \sqrt{۳}|I_p| \angle -۱۵۰^\circ \qquad (۳۱-۲)$$

$$I_c = I_{ca} - I_{bc} = |I_p|(۱\angle -۲۴۰^\circ - ۱\angle -۱۲۰^\circ) = \sqrt{۳}|I_p| \angle ۹۰^\circ$$

رابطه میان جریان‌های خط و فاز به صورت ترسیمی در شکل ۲-۱۵ نشان داده شده است.



شکل ۲-۱۵ نمایش فازوری جریان‌های خط و فاز

اگر مقدار مؤثر هر یک از جریان‌های خط با I_L نشان داده شود، آنگاه یکی از مشخصه‌های مهم

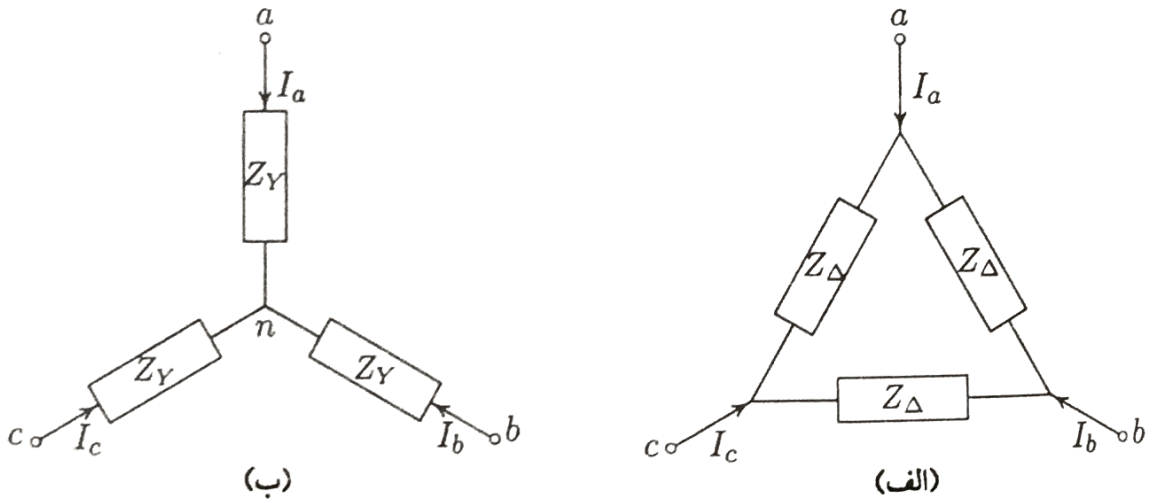
بارهای سه فاز با اتصال مثلث را می‌توان با رابطه زیر ارائه نمود:

$$I_L = \sqrt{۳}|I_p|\angle -۳۰^\circ \qquad (۳۲-۲)$$

در نتیجه، در بارهای با اتصال مثلث، اندازه جریان خط $\sqrt{۳}$ برابر اندازه جریان فاز بوده و برای توالی فاز مثبت، مجموعه جریان‌های خط به اندازه ۳۰° عقب‌تر از مجموعه جریان‌های فاز می‌باشد.

۲-۱۰ تبدیل اتصال مثلث به ستاره

برای تحلیل مسایل شبکه، آسانتر است که مدار با اتصال مثلث با مدار معادل اتصال ستاره جایگزین شود. مدار با اتصال ستاره فرضی با امپدانس Z_Y اهم در هر فاز را که معادل مدار اتصال مثلث متعادل با امپدانس Z_Δ اهم در هر فاز مطابق شکل ۲-۱۶ است، در نظر بگیرید.



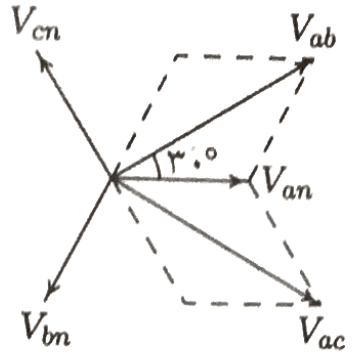
شکل ۲-۱۶ (الف) اتصال مثلث (Δ) (ب) اتصال معادل ستاره (Y)

برای مدار با اتصال Δ ، جریان فاز I_a برابر است با:

$$I_a = \frac{V_{ab}}{Z_\Delta} + \frac{V_{ac}}{Z_\Delta} = \frac{V_{ab} + V_{ac}}{Z_\Delta} \qquad (۳۳-۲)$$

نمایش فازوری شکل ۲-۱۷ رابطه بین ولتاژهای متعادل فاز و خط را نشان می‌دهد. با توجه به این

شکل ملاحظه می‌شود که:



شکل ۲-۱۷ نمایش فازوری ولتاژهای فاز و خط

$$V_{ab} + V_{ac} = \sqrt{۳}|V_{an}|\angle ۳۰^\circ + \sqrt{۳}|V_{an}|\angle -۳۰^\circ \qquad (۳۴-۲)$$

$$= ۳V_{an} \qquad (۳۵-۲)$$

با جایگزینی در رابطه (۲-۳۳)، داریم:

$$I_a = \frac{۳V_{an}}{Z_\Delta}$$

یا

$$V_{an} = \frac{Z_\Delta}{۳} I_a \qquad (۳۶-۲)$$

برای مدار با اتصال ستاره می‌توان نوشت:

$$V_{an} = Z_Y I_a \qquad (۳۷-۲)$$

در نتیجه، از (۲-۳۶) و (۲-۳۷)، مشاهده می‌شود که:

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{۳} \qquad (۳۸-۲)$$

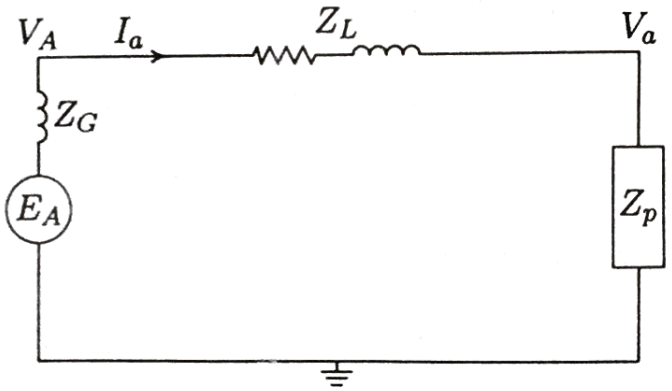
۲-۱۱ تجزیه و تحلیل بر اساس هر فاز

جریان سیم‌خنثی دربارهای با اتصال متعادل Y در شکل ۲-۱۲ برابر است با:

$$I_n = I_a + I_b + I_c = ۰ \qquad (۲-۳۹)$$

از آنجائی که سیم خنثی بدون جریان است، هر امپدانسی که داشته باشد قابل جایگزین با هر امپدانس دیگری، از جمله اتصال کوتاه و مدار باز، می‌باشد. با وجود اینکه ممکن است خط برگشت واقعی وجود نداشته باشد، اما خطی با امپدانس صفر بین دو نقطهٔ خنثی در نظر گرفته می‌شود. در این صورت مسایل مربوط به سیستم‌های قدرت متقارن بر اساس هر فاز قابل حل است. مشخص است که دو فاز دیگر دارای جریان‌های یکسان بوده لیکن زوایای فاز آنها متفاوت است.

در نتیجه می‌توان تنها به یک فاز، برای مثال فاز A، شامل منبع V_{An} به صورت سری با Z_L و Z_P ، مطابق شکل ۲-۱۸ پرداخت. خط خنثی به عنوان مبنا بوده و معمولاً برای ولتاژهای فاز از نماد با یک زیرنویس استفاده می‌شود.



شکل ۲-۱۸ مدار یکفاز برای تجزیه و تحلیل بر اساس هر فاز

اگر بار در مدار سه فاز به صورت مثلث وصل شده باشد، آنرا می‌توان با استفاده از تبدیل Y - Δ به مدار Y معادل تبدیل نموده و دربار متعادل، امپدانس هر فاز ستاره یک سوم امپدانس هر فاز مثلث، مطابق معادله (۲-۳۸)، است و به صورت مدار معادل یک فاز مدل‌سازی می‌شود.

۲-۱۲ توان در مدارهای سه فاز متعادل

یک منبع سه فاز متعادل که بـار تعادلی با اتصال Y یا Δ را بـا ولتاژهای لحظه‌ای زیر تغذیه می‌نماید را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} v_{an} &= \sqrt{۲}|V_p|\cos(\omega t+\theta_v) \\ v_{bn} &= \sqrt{۲}|V_p|\cos(\omega t+\theta_v-۱۲۰^\circ) \\ v_{cn} &= \sqrt{۲}|V_p|\cos(\omega t+\theta_v-۲۴۰^\circ) \end{aligned} \qquad (۴۰-۲)$$

برای بار متعادل جریان‌های فاز عبارتند از:

$$\begin{aligned} i_a &= \sqrt{۲}|I_p|\cos(\omega t+\theta_i) \\ i_b &= \sqrt{۲}|I_p|\cos(\omega t+\theta_i-۱۲۰^\circ) \\ i_c &= \sqrt{۲}|I_p|\cos(\omega t+\theta_i-۲۴۰^\circ) \end{aligned} \qquad (۴۱-۲)$$

که در آن $|V_p|$ و $|I_p|$ به ترتیب اندازه‌های مؤثر ولتاژ و جریان فاز هستند. توان لحظه‌ای کل، حـاصل جمع توان‌های لحظه‌ای هر فاز بود و برابر است با:

$$p_{۳\phi} = v_{an}\, i_a + v_{bn}\, i_b + v_{cn}\, i_c \qquad (۴۲-۲)$$

با جایگزین نمودن ولتاژها و جریان‌های فاز از روابط (۲-۴۰) و (۲-۴۱) در (۲-۴۲) داریم:

$$\begin{aligned} p_{۳\phi} &= ۲|V_p||I_p|\cos(\omega t+\theta_v)\cos(\omega t+\theta_i) \\ &\quad +۲|V_p||I_p|\cos(\omega t+\theta_v-۱۲۰^\circ)\cos(\omega t+\theta_i-۱۲۰^\circ) \\ &\quad +۲|V_p||I_p|\cos(\omega t+\theta_v-۲۴۰^\circ)\cos(\omega t+\theta_i-۲۴۰^\circ) \end{aligned}$$

با استفاده از رابطه مثلثاتی (۲-۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} p_{۳\phi} &= |V_p||I_p|[\cos(\theta_v-\theta_i)+\cos(۲\omega t+\theta_v+\theta_i)] \\ &\quad +|V_p||I_p|[\cos(\theta_v-\theta_i)+\cos(۲\omega t+\theta_v+\theta_i-۲۴۰^\circ)] \end{aligned} \qquad (۴۳-۲)$$

$$+|V_p||I_p|\left[\cos(\theta_v-\theta_i)+\cos(۲\omega t+\theta_v+\theta_i-۴۸۰^\circ)\right]$$

سه عبارت کسینوسی با فرکانس دو برابر در معادله (۴۳-۲) نسبت به یکدیگر ۱۲۰° اختلاف فاز داشته و حاصل جمع آنها صفر بوده و توان لحظه‌ای سه فاز برابر است با:

$$P_{۳\phi}=۳|V_p||I_p|\cos\theta \qquad (۴۴-۲)$$

که در آن $\theta=\theta_v-\theta_i$ اختلاف بین زاویه ولتاژ فاز و زاویه جریان فاز است که به زاویه امپدانس نیز موسوم است.

توجه کنید که با وجود ضربانی بودن توان هر فاز، توان لحظه‌ای سه فاز ثابت بوده و با سه برابر توان حقیقی هر فاز برابر است. در حقیقت این توان ثابت مزیت اصلی سیستم سه فاز بر سیستم یکفاز می‌باشد. از آنجائی که توان درهر فاز ضربانی است، درنتیجه توان ترکیبی از توان‌های اکتیو و راکتیو است. برای بدست آوردن فرمول مشابه برای توان‌های اکتیو و راکتیو، مفهوم توان مختلط (S) به سیستم‌های سه فاز تعمیم یافته است. این عمل با تعریف توان راکتیو سه فاز به صورت زیر انجام شده است:

$$Q_{۳\phi}=۳|V_p||I_p|\sin\theta \qquad (۴۵-۲)$$

در نتیجه، توان مختلط سه فاز برابر است با:

$$S_{۳\phi}=P_{۳\phi}+jQ_{۳\phi} \qquad (۴۶-۲)$$

یا

$$S_{۳\phi}=۳V_pI_p^* \qquad (۴۷-۲)$$

معادلات (۴۴-۲) و (۴۵-۲) گاهی بر حسب اندازه‌های مؤثر ولتاژ خط و جریان خط بیان می‌شوند. در بار با اتصال Y ولتاژ فاز $|V_p|=\frac{|V_L|}{\sqrt{۳}}$ و جریان فاز $I_P=I_L$ است. در اتصال Δ، $V_p=V_L$ و $|I_p|=\frac{|I_L|}{\sqrt{۳}}$ است. با جایگزین نمودن ولتاژ فاز و جریان‌های خط در روابط (۴۴-۲) و (۴۵-۲)، توان‌های اکتیو و راکتیو برای هر اتصال عبارتند از:

$$P_{۳\phi}=\sqrt{۳}|V_L||I_L|\cos\theta \qquad (۴۸-۲)$$

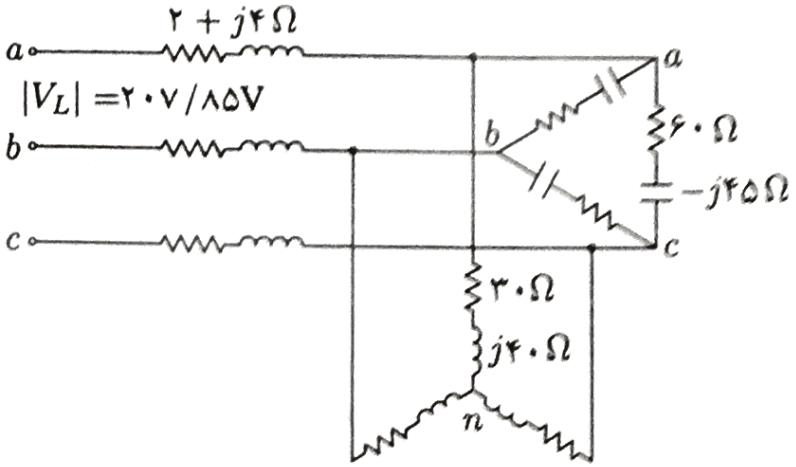
$$Q_{3\phi} = \sqrt{3}|V_L||I_L|\sin\theta \qquad (۴۹-۲)$$

مقایسه دو رابطه اخیر با روابط (۲-۴۴) و (۲-۴۵) نشان می‌دهد که معادلات توان در سیستم‌های سه فاز برای هر اتصال Y یا Δ وقتی که توان بر حسب کمیت‌های خط بیان شود مشابهند.

در استفاده از معادلات (۲-۴۸) و (۲-۴۹) برای محاسبه توان اکتیو و راکتیو کل باید به خاطر داشت که θ زاویه بین ولتاژ فاز و جریان فاز است. در سیستم‌های یکفاز برای محاسبه توان، بهتر است معادله توان مختلط برحسب کمیت‌های فاز، ارائه شده در رابطه (۲-۴۷)، بکار گرفته شود. معمولاً توان نامی داده شده توان سه فاز بوده و ولتاژ نامی نیز بر حسب ولتاژ خط است. در نتیجه در استفاده از مدارهای معادل در هر فاز، باید دقت نمود که ولتاژ در هر فاز با تقسیم ولتاژ نامی بر $\sqrt{3}$ بدست می‌آید.

مثال ۲-۷ (chp2ex7)

یک خط سه فاز دارای امپدانس $2 + j4\Omega$ مطابق شکل ۲-۱۹ می‌باشد.



شکل ۲-۱۹ نمایش سیستم سه فاز برای مثال ۲-۷

این خط دو بار سه فاز متعادل موازی را تغذیه می‌نماید. بار با اتصال Y دارای امپدانس $30 + j40$ اهم در هر فاز (Ω/ϕ) می‌باشد. بار با اتصال Δ دارای امپدانس $60 - j45\ \Omega$ در هر فاز است. این خط از سمت ارسال توسط یک منبع سه فاز متعادل با ولتاژ خط ۲۰۷/۸۵ V تغذیه می‌گردد. با انتخاب ولتاژ فاز V_a به عنوان مرجع تعیین کنید:

(الف) جریان، توان‌های اکتیو و راکتیو جذب شده از منبع تغذیه.

(ب) ولتاژ خط در بارهای ترکیب شده.

(پ) جریان فاز در هر یک از بارها.

(ت) توان‌های اکتیو و راکتیو کل هر یک از بارها و توان‌های عبوری از خط.

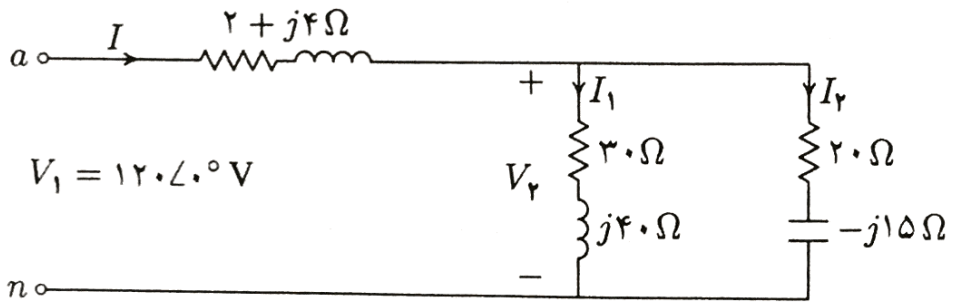
(الف) بار با اتصال Δ به معادل Y تبدیل شده است. امپدانس هر فاز مدار معادل Y برابر است با:

$$Z_Y = \frac{۶۰ - j۴۵}{۳} = ۲۰ - j۱۵ \quad \Omega$$

ولتاژ فاز نیز این چنین است:

$$V = \frac{۲۰۷/۸۵}{\sqrt{۳}} = ۱۲۰ \quad \text{V}$$

مدار معادل یکفاز در شکل ۲-۲۰ نشان داده شده است.



شکل ۲-۲۰ مدار معادل یکفاز برای مثال ۲-۷

امپدانس کل برابر است با:

$$Z = ۲ + j۴ + \frac{(۳۰ + j۴۰)(۲۰ - j۱۵)}{(۳۰ + j۴۰)(۲۰ - j۱۵)} = ۲ + j۴ + ۲۲ - j۴ = ۲۴ \quad \Omega$$

جریان در فاز a با فرض ولتاژ فاز V_{an} به عنوان مرجع عبارتست از:

$$I = \frac{V_۱}{Z} = \frac{۱۲۰\angle ۰^\circ}{۲۴} = ۵ \quad \text{A}$$

توان سه فاز تحویل شده به صورت زیر بدست می‌آید:

$$S = ۳V_۱ I^* = ۳(۱۲۰\angle ۰^\circ)(۵\angle ۰^\circ) = ۱۸۰۰ \quad \text{W}$$

(ب) ولتاژ فاز در پایانه بار را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$V_۲ = ۱۲۰\angle ۰^\circ - (۲+j۴)(۵\angle ۰^\circ) = ۱۱۰ - j۲۰ = ۱۱۱/۸\angle -۱۰/۳^\circ \quad \text{V}$$

ولتاژ خط در پایانه بار برابر است با:

$$V_{۲ab} = \sqrt{۳}\angle ۳۰^\circ V_۲ = \sqrt{۳}(۱۱۱/۸)\angle ۱۹/۷^\circ = ۱۹۳/۶۴\angle ۱۹/۷^\circ \quad \text{V}$$

(پ) جریان فاز در بار Y و درمدار معادل ستاره بار Δ عبارتست از:

$$I_۱ = \frac{V_۲}{Z_۱} = \frac{۱۱۰ - j۲۰}{۳۰ + j۴۰} = ۱ - j۲ = ۲/۲۳۶\angle -۶۳/۴^\circ \quad \text{A}$$

$$I_۲ = \frac{V_۲}{Z_۲} = \frac{۱۱۰ - j۲۰}{۲۰ - j۱۵} = ۴ + j۲ = ۴/۴۷۲\angle ۲۶/۵۶^\circ \quad \text{A}$$

جریان فاز در بار Δ اصلی، یعنی I_{ab} برابر است با:

$$I_{ab} = \frac{I_۲}{\sqrt{۳}\angle -۳۰^\circ} = \frac{۴/۴۷۲\angle ۲۶/۵۶^\circ}{\sqrt{۳}\angle -۳۰^\circ} = ۲/۵۸۲\angle ۵۶/۵۶^\circ \quad \text{A}$$

(ت) توان سه فاز جذب شده توسط هر یک از بارها عبارتست از:

$$S_۱ = ۳V_۲ I_۱^* = ۳(۱۱۱/۸\angle -۱۰/۳^\circ)(۲/۲۳۶\angle ۶۳/۴^\circ) = ۴۵۰ \text{ W} + j۶۰۰ \text{ VAr}$$

$$S_۲ = ۳V_۲ I_۲^* = ۳(۱۱۱/۸\angle -۱۰/۳^\circ)(۴/۴۷۲\angle -۲۶/۵۶^\circ) = ۱۲۰۰ \text{ W} - j۹۰۰ \text{ VAr}$$

توان سه فاز جذب شده توسط خط این چنین است:

$$S_L = ۳(R_L + jX_L)|I|^۲ = ۳(۲+j۴)(۵)^۲ = ۱۵۰ \text{ W} + j۳۰۰ \text{VAr}$$

واضح است که مجموع توان‌های بار و تلفات خط باتوان تحویل شده از منبع تغذیه برابر است، یعنی:

$$S_۱ + S_۲ + S_L = (۴۵۰ + j۶۰۰) + (۱۲۰۰ - j۹۰۰) + (۱۵۰ + j۳۰۰)$$

$$=۱۸۰۰\text{W}+j۰\ \text{VAr}$$

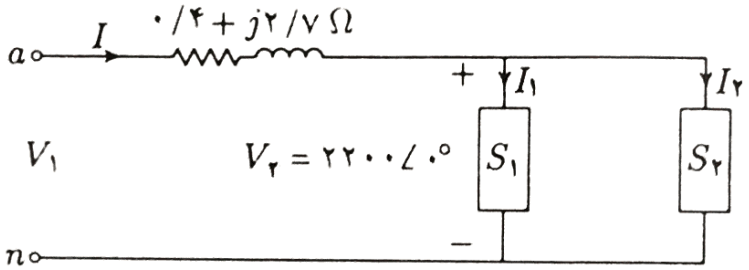
مثال ۲-۸ (chp2ex8)

یک خط سه فاز دارای امپدانس $۰/۴+j۲/۷\ \Omega$ در هر فاز می‌باشد. این خط دو بار سه فاز متعادل موازی را تغذیه می‌نماید. بار $S_۱$، توان ۵۶۰/۱ kVA را در ضریب قدرت ۰/۷۰۷ پس فاز و بار $S_۲$، توان ۱۳۲kW را در ضریب قدرت واحد جذب می‌کند. ولتاژ خط در انتهای بار ۳۸۱۰/۵ V است.

(الف) اندازه ولتاژ خط در سمت منبع را بدست آورید.

(ب) تلفات اکتیو و راکتیو کل خط را محاسبه نمائید.

(پ) توان‌های اکتیو و راکتیو تحویل شده در ابتدای خط را تعیین کنید.



شکل ۲-۲۱ نمایش معادل یکفاز برای مثال ۲-۸

(الف) ولتاژ فاز در پایانه‌های بار برابر است با:

$$V_۲=\frac{۳۸۱۰/۵}{\sqrt{۳}}=۲۲۰۰ \quad \text{V}$$

مدار معادل یکفاز در شکل ۲-۲۱ نشان داده شده است. توان مختلط کل عبارتست از:

$$S_{R(۳\phi)}=۵۶۰/۱(۰/۷۰۷+j۰/۷۰۷)+۱۳۲=۵۲۸+j۳۹۶=۶۶۰\angle ۳۶/۸۷^\circ\ \text{kVA}$$

با انتخاب ولتاژ فاز $V_۲$ به عنوان مرجع، جریان عبوری از خط به صورت زیر بدست می‌آید:

$$I=\frac{S^*_{R(۳\phi)}}{۳V_۲^*}=\frac{۶۶۰۰۰۰\angle -۳۶/۸۷^\circ}{۳(۲۲۰۰\angle ۰^\circ)}=۱۰۰\angle -۳۶/۸۷^\circ \quad \text{A}$$

ولتاژ فاز در ابتدای خط این چنین است:

$$V_۱ = ۲۲۰۰\angle ۰^\circ + (۰/۴ + j۲/۷)۱۰۰\angle -۳۶/۸۷^\circ = ۲۴۰۱/۷\angle ۴/۵۸^\circ \quad \text{V}$$

اندازه ولتاژ خط در ابتدای خط انتقال برابر است با:

$$|V_{۱L}| = \sqrt{۳}|V_۱| = \sqrt{۳}(۲۴۰۱/۷) = ۴۱۶۰ \text{ V}$$

(ب) تلفات سه فاز در خط انتقال به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{L(۳\phi)} = ۳R|I|^۲ + j۳X|I|^۲ = ۳(۰/۴)(۱۰۰)^۲ + j۳(۲/۷)(۱۰۰)^۲$$

$$= ۱۲ \text{ kW} + j۸۱ \text{ kVAr}$$

(پ) توان سه فاز تحویلی عبارتست از:

$$S_{S(۳\phi)} = ۳V_۱ I^* = ۳(۲۴۰۱/۷\angle ۴/۵۸^\circ)(۱۰۰\angle ۳۶/۸۷^\circ)$$

$$= ۵۴۰ \text{ kW} + j۴۷۷ \text{ kVAr}$$

واضح است که مجموع توان‌های بار و تلفات خط با توان تحویلی منبع تغذیه برابر است، یعنی:

$$S_{S(۳\phi)} = S_{R(۳\phi)} + S_{L(۳\phi)} = (۵۲۸ + j۳۹۶) + (۱۲ + j۸۱)$$

$$= ۵۴۰ \text{ kW} + j۴۷۷ \text{ kVAr}$$

مسایل

۲-۱) برنامه مثال ۲-۱ را طوری تغییر دهید که کمیت‌های زیر بتوانند توسط کاربر وارد شوند: حداکثر دامنه V_m و زاویه فاز θ_v منبع تغذیه سینوسی $v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$، اندازه امپدانس Z و زاویه فاز بار γ.

این برنامه باید مشابه مثال ۲-۱ منحنی‌های تغییرات $i(t)$, $v(t)$, $p(t)$, $p_R(t)$ و $p_X(t)$ را تولید نماید. برنامه را برای $V_m = ۱۰۰\,\text{V}$ ، $\theta_v = ۰$ و بارهای زیر اجرا کنید:

بار القائی با امپدانس $Z = ۱/۲۵\angle ۶۰^\circ\ \Omega$

بار خازنی با امپدانس $Z = ۲\angle -۳۰^\circ\ \Omega$

بار اهمی با امپدانس $Z = ۲/۵\angle ۰^\circ \Omega$

(الف) از منحنی‌های $p_R(t)$ و $p_X(t)$، توان‌های اکتیو و راکتیو هر یک از بارها را تخمین بزنید. با توجه به علامت توان راکتیو در بارهای القائی و خازنی نتیجه‌گیری لازم را ارائه نمائید.

(ب) با استفاده از مقادیر فازوری جریان و ولتاژ، توان‌های اکتیو و راکتیو هر یک از بارها را محاسبه نموده و با نتایج بدست آمده از منحنی‌ها مقایسه کنید.

(پ) اگر بارهای بالا به همان منبع تغذیه وصل شوند، توان اکتیو و راکتیو دریافتی از منبع را بدست آورید.

۲-۲) بار یکفازی با منبع ولتاژ سینوسی زیر تغذیه شده است:

$$v(t) = ۲۰۰\cos(۳۷۷t)$$

توان لحظه‌ای برابر است با:

$$p(t) = ۸۰۰ + ۱۰۰۰\cos(۷۵۴t - ۳۶/۸۷^\circ)$$

(الف) توان مختلط تحویلی به بار را تعیین کنید.

(ب) جریان لحظه‌ای $i(t)$ و مقدار مؤثر جریان داده شده به بار را بدست آورید.

(پ) امپدانس بار را محاسبه کنید.

POWEREN.IR

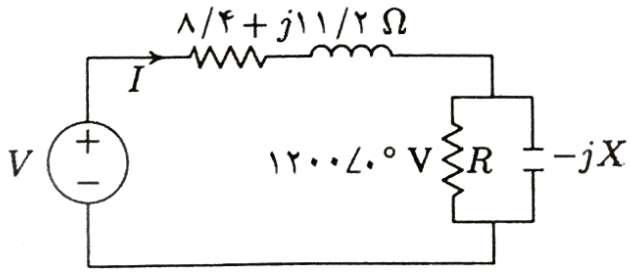
(ت) با استفاده از MATLAB منحنی تغییرات $v(t)$ ، $p(t)$ و $i(t)=\dfrac{p(t)}{v(t)}$ را در محدوده ۰ تا ۱۶/۶۷ میلی ثانیه در گام‌های ۰/۱ میلی ثانیه رسم کنید. از منحنی جریان، حداکثر دامنه، زاویه فاز و فرکانس زاویه‌ای جریان را تخمین زده و نتایج بدست آمده در سمت (ب) را ارزیابی نمائید. شایان ذکر است که در MATLAB برای تقسیم آرایه عنصر به عنصر فرمان /. وجود دارد.

۲-۳) یک بار القائی شامل R و X سری که توسط منبعی با ولتاژ مؤثر ۲۴۰۰ V تغذیه می‌شود، توان ۲۸۸ kW را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز جذب می‌نماید. R و X را تعیین کنید.

۲-۴) یک بار القائی شامل R و X موازی که توسط منبعی با ولتاژ مؤثر ۲۴۰۰ V تغذیه می‌شود. توان ۲۸۸ kW را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز جذب می‌نماید. R و X را محاسبه کنید.

۲-۵) دوبار موازی توسط منبع یکفازی باولتاژ مؤثر ۲۴۰ V تغذیه می‌شوند. این دو بار توان حقیقی کل ۴۰۰ kW را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز مصرف می‌کنند. یکی از بارها ۱۲۰ kW را در ضریب قدرت ۰/۹۶ پیش فاز مصرف می‌کند. توان مختلط بار دیگر را پیدا کنید.

۲-۶) بار نشان داده شده در شکل ۲-۲۲ شامل مقاومت R است که با خازنی با راکتانس X موازی است. این بار توسط یک منبع یکفاز از طریق خطی با امپدانس $8/4 + j11/2\ \Omega$ تغذیه می‌شود. ولتاژ مؤثر در پایانه بار $1200\angle 0^\circ$ V است . توان بار ۳۰ kVA درضریب قدرت ۰/۸ پیش فاز می‌باشد.



شکل ۲-۲۲ مدار مسأله ۲-۶

(الف) مقادیر R و X را محاسبه نمائید.

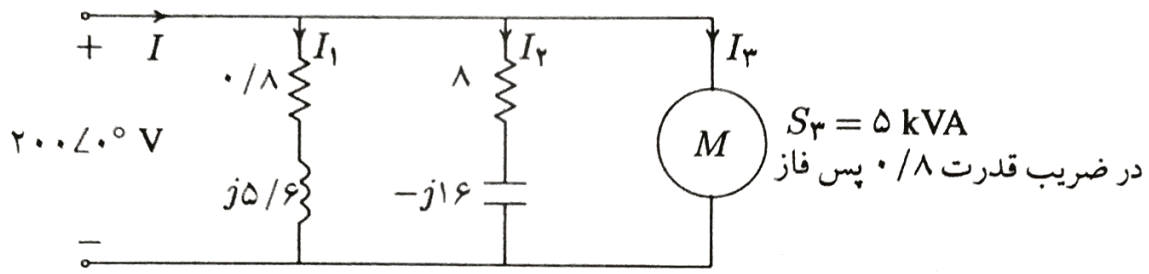
(ب) ولتاژ تغذیه V را تعیین کنید.

۲-۷) دو امپدانس $Z_1 = ۰/۸ + j۵/۶\ \Omega$ و $Z_2 = ۸ - j۱۶\ \Omega$ و موتور یکفازی مطابق شکل۲-۲۳ به‌صورت موازی به دو سر یک منبع با ولتاژ مؤثر ۲۰۰ V و فرکانس ۶۰ Hz وصل شده‌اند. موتور توان ۵kVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز مصرف می‌کند.

(الف) توان‌های مختلط S_1 و S_2 را برای دو امپدانس و S_3 را برای موتور بدست آورید.

(ب) توان کل دریافتی از منبع، جریان منبع و ضریب قدرت کل را تعیین کنید.

(پ) برای بهبود ضریب قدرت به واحد، خازنی با این بارها، موازی شده است. توان خازن را بر حسب kVAr و ظرفیت آنرا بر حسب μF بدست آورید. جریان خط پس از نصب خازن چقدر است؟



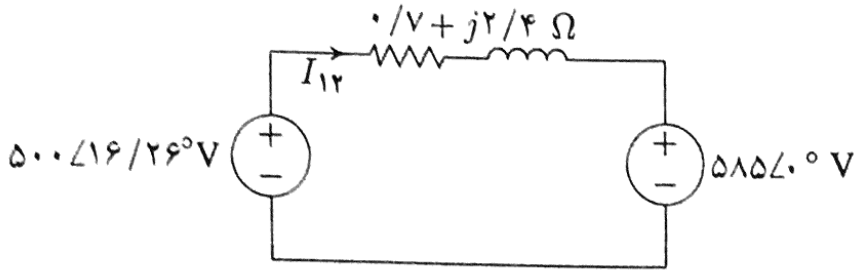
شکل ۲-۲۳ مدار مسأله ۲-۷

۲-۸) دو منبع ولتاژ ایده‌آل یکفاز توسط خطی با امپدانس $۰/۷ + j۲/۴\ \Omega$ مطابق شکل۲-۲۴ وصل شده‌اند. $V_1 = ۵۰۰\angle ۱۶/۲۶°$ V و $V_2 = ۵۸۵\angle ۰°$ V است.

توان مختلط و توان‌های اکتیو و راکتیو دریافتی یا تحویلی هر ماشین را بدست آورید. همچنین تلفات اکتیو و راکتیو خط را محاسبه کنید.

۲-۹) یک برنامه MATLAB برای سیستم مثال۲-۶ طوری بنویسید که اندازه ولتاژ منبع۱ در گام‌های یک ولتی از ۷۵ درصد تا ۱۰۰ درصد مقدار داده شده تغییر یابد. اندازه ولتاژ منبع۲ و زوایای فاز دو منبع ثابت فرض شده‌اند. توان مختلط هر منبع و تلفات خط را محاسبه نمائید.

توان‌های راکتیو را جدول‌بندی نموده و منحنی تغییرات Q_1، Q_2 و Q_L را بر حسب اندازه ولتاژ $|V_1|$ رسم کنید. از نتایج بدست آمده نشان دهید که عبور توان راکتیو در طول خط بوسیله اختلاف اندازه ولتاژ پایانه‌ها تعیین می‌شود.



شکل ۲-۲۴ مدار مسأله ۲-۸

۲-۱۰) یک منبع سه فاز متعادل با ولتاژهای لحظه‌ای فازها به صورت زیر داده شده است:

$$v_{an} = ۲۵۰۰\cos(\omega t)$$

$$v_{bn} = ۲۵۰۰\cos(\omega t - ۱۲۰°)$$

$$v_{cn} = ۲۵۰۰\cos(\omega t - ۲۴۰)$$

این منبع بار متعادلی Y با امپدانس $Z = ۲۵۰\angle ۳۶/۸۷° \ \Omega$ در هر فاز را تغذیه می‌نماید.

(الف) با استفاده از MATLAB، منحنی تغییرات توان‌های لحظه‌ای p_a ، p_b ، p_c و حاصل جمع آنها را برحسب ωt در محدوده تغییرات $۰:۰/۰۵:۲\pi$ روی یک نمودار رسم کنید. طبیعت توان لحظه‌ای در هر فاز و توان حقیقی کل سه فاز را توضیح دهید.

(ب) با استفاده از رابطه (۲-۴۴) توان کل بدست آمده در بند (الف) را ارزیابی کنید.

۲-۱۱) یک منبع سه فاز با ولتاژ مؤثر ۴۱۵۷ V بار متعادلی با اتصال Y شامل سه امپدانس یکسان $۴۸\angle ۳۶/۸۷° \ \Omega$ را تغذیه می‌نماید. با انتخاب ولتاژ فاز به خنثی V_{an} به عنوان مرجع:

(الف) جریان‌های فازوری هر خط را محاسبه کنید.

(ب) توان‌های اکتیو و راکتیو کل تحویلی به بار را بدست آورید.

۲-۱۲) مسأله ۲-۱۱ را با همان امپدانس‌های سه‌فاز با اتصال Δ تکرار کنید. V_{ab} را به عنوان مرجع

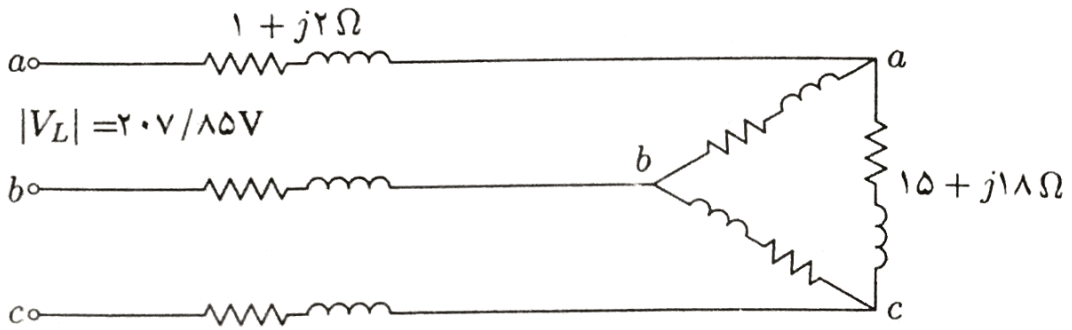
انتخاب نمائید.

۲-۱۳) یکبار متعادل مرجع مثلث با امپدانس $(۱۵ + j۱۸)\,\Omega/\phi$ به انتهای یک خط سه فاز مطابق شکل ۲-۲۵ وصل شده است . امپدانس هر فاز خط $\Omega\ (۲j+ ۱)$ می‌باشد. این خط از یک منبع سه فاز با ولتاژ مؤثر خط به خط ۲۰۷/۸۵ V تغذیه می‌شود. با انتخاب V_{an} به عنوان مرجع، کمیت‌های زیر را بدست آورید:

(الف) جریان فاز a .

(ب) توان مختلط کل تحویلی توسط منبع .

(پ) اندازه ولتاژ خط به خط در پایانه بار.



شکل ۲-۲۵ مدار مسأله ۲-۱۳

۲-۱۴) سه بار سه فاز موازی توسط منبع سه فازی با ولتاژ مؤثر ۲۰۷/۸۵ V و فرکانس ۶۰ Hz تغذیه شده‌اند . مشخصات بارها به صورت زیر است:

بار ۱: یک موتور ۱۵ hp که در بار کامل با بازده ۹۳/۲۵ درصد و ضریب قدرت ۰/۶ پس فاز کار می‌کند.

بار ۲: یک بار اهمی سه فاز متعادل که ۶ kW مصرف می‌نماید.

بار ۳: یک بانک خازنی ستاره با توان راکتیو کل ۱۶ kVAr .

(الف) kW ، kVAr ، ضریب قدرت و جریان را در هر فاز مجموعه بارها بدست آورید.

(ب) چنانچه بانک خازنی قطع شود ولی بار اهمی و موتور القائی در مدار بمانند، ضریب قدرت و جریان هر فاز سیستم چقدر است ؟

۲-۱۵) سه بار موازی با مشخصات زیر به منبع سه فازی با ولتاژ ۱۲/۴۷ kV وصل شده‌اند:

بار ۱: بار القائی، ۶۰ kW و ۶۶۰ kVAr .

بار ۲: بار خازنی، ۲۴۰ kW در ضریب قدرت ۰/۸ .

بار ۳: بار اهمی، ۶۰ kW .

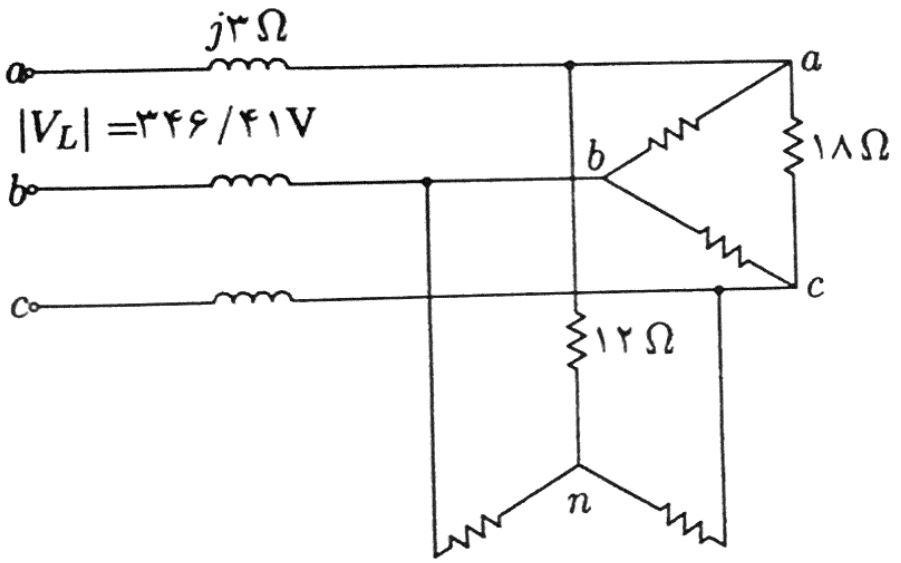
(الف) توان مختلط، ضریب قدرت و جریان منبع را بدست آورید.

(ب) یک بانک خازنی با اتصال Y با این بارها موازی شده است. ظرفیت خازنی هر فاز برحسب μF و kVAr کل را چنان محاسبه کنید که ضریب قدرت کل به ۰/۸ پس‌فاز بهبود یابد. جریان جدید خط چقدر است؟

۲-۱۶) یک بار متعادل با اتصال Δ شامل مقاومت خالص ۱۸ Ω/ϕ است که با بار متعادل ستاره اهمی خالص با امپدانس ۱۲ Ω/ϕ، مطابق شکل ۲۶-۲ موازی می‌باشد. این مجموعه به یک منبع سه فاز متعادل با ولتاژ مؤثر ۳۴۶/۴۱ V (خط به خط) از طریق یک خط سه فاز با راکتانس القائی ۳ Ω/ϕ وصل شده است . با انتخاب ولتاژ فاز V_{an} به عنوان مرجع:

(الف) جریان، توان‌های اکتیو و راکتیو دریافتی از منبع را بدست آورید.

(ب) ولتاژ خط به خنثی فاز a و ولتاژ خط به خط V_{ab} را در پایانه‌های بار را محاسبه نمائید.



شکل ۲-۲۶ مدار مسأله ۲-۱۶

فصل سوم

مدل‌های ژنراتور وترانسفورماتور؛ سیستم نسبت به واحد

۳-۱ مقدمه

قبل از اینکه بتوان شبکه سیستم‌های قدرت را حل کرد باید آن را مدل‌سازی نمود. سیستم سه فاز متقارن بر اساس یک فاز نمایش داده می‌شود، مطابق آنچه در بخش ۲-۱۰ تشریح گردید . نمایش یکفاز برای سیستم‌های نامتقارن بوسیله مؤلفه‌های متقارن که بعداً مطرح می‌گردد، نیز بکار گرفته شده است. در این فصل، سیستم متقارن بررسی می‌شود که در آن خطوط انتقال با مدل π ، همانطور که در فصل ۴ توضیح داده خواهد شد، نمایش داده می‌شوند. عناصر ضروری دیگر سیستم قدرت ژنراتورها و ترانسفورماتورها هستند؛ تئوری و ساختمان آنها در کتاب‌های استاندارد ماشین‌های الکتریکی بحث شده است. این فصل، مدل‌های ساده ژنراتورها و ترانسفورماتورها را برای عملکرد حالت ماندگار متقارن ارائه می‌نماید.

سپس نمایش تک خطی سیستم قدرت که در آن ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال، خازن‌ها، راکتورها و بارها نشان داده شده‌اند مرور خواهد شد. این نمایش معمولاً به سیستم‌های انتقال اصلی محدود می‌گردد. به عنوان یک قاعده، مدارهای توزیع و بارهای کوچک با جزئیات کامل نشان داده نشده‌اند ولی صرفاً به عنوان بارهای متمرکز در شین‌های پست‌ها منظور گردیده‌اند.

در تجزیه و تحلیل سیستم‌های قدرت، معمولاً آسان‌تر است که از سیستم نسبت به واحد استفاده نمود. مزیت این روش حذف ترانسفورماتورها و جایگزینی آنها با امپدانس‌های ساده است. سیستم نسبت به واحد و به دنبال آن نمایش امپدانس شبکه، بیان شده در یک مبنای MVA معرفی شده است.

۳-۲ ژنراتورهای سنکرون

قدرت در مقیاس‌های بالا توسط ژنراتورهای سه فاز سنکرون، که *مولد جریان متناوب*[1] نامیده می‌شوند و با توربین‌های بخاری، آبی یا گازی بحرکت در می‌آیند، تولید می‌گردد. سیم‌پیچ‌های آرمیچر روی قسمت ساکن که *استاتور*[2] نامیده می‌شود نصب شده‌اند. سیم‌پیچ‌های آرمیچر برای تولید ولتاژهای متعادل سه فاز طراحی شده‌اند و طوری قرار گرفته‌اند که تعداد قطب‌های مغناطیسی ایجاد شده توسط آنها برابر قطب‌های سیم‌پیچ تحریک روی رتور باشد. میدانی که نیاز به قدرت نسبتاً کمی (۰/۲ تا ۳ درصد قدرت نامی ماشین) برای تحریک دارد روی رتور قرار داده شده است. همچنین رتور با یک یا چند سیم‌پیچ اتصال کوتاه شده بنام *سیم‌پیچ‌های میراکننده*[3] تجهیز گردیده است. رتور توسط محرک اولیه[4] در سرعت ثابت به گردش درآمده و مدار میدان آن با جریان مستقیم تحریک می‌گردد. تحریک ممکن است از طریق حلقه‌های لغزشی[5] و جاروبک‌ها توسط ژنراتور dc (که *تحریک کننده*[6] نامیده می‌شود) و روی همان محور رتور نصب شده است فراهم گردد. با این وجود، سیستم‌های پیشرفته تحریک، معمولاً از ژنراتورهای ac با یکسو کننده‌های گردان که سیستم‌های *تحریک بدون جاروبک*[7] نامیده می‌شوند، استفاده می‌کنند. سیستم تحریک ژنراتور، ولتاژ ژنراتور را در حد معینی نگهداشته و توان راکتیو آنرا کنترل می‌نماید.

رتور ماشین‌های سنکرون ممکن است دارای ساختمان استوانه‌ای یا برجسته باشد. رتور نوع استوانه‌ای یا رتورگرد[8] ، دارای یک سیم‌پیچ توزیع شده با فاصله هوائی یکنواخت می‌باشد. این ژنراتورها توسط توربین‌های بخاری به حرکت درآمده و برای کار در سرعت زیاد[9] ۳۶۰۰ rpm یا ۱۸۰۰ rpm (به ترتیب ماشین‌های دو یا چهار قطبی) طراحی شده‌اند. رتور این ژنراتورها دارای محور طولی نسبتاً بلند و قطر کم می‌باشد تا نیروهای گریز از مرکز را محدود نماید. حدود ۷۰ درصد ژنراتورهای سنکرون بزرگ از نوع رتور استوانه‌ای[10] بوده و در محدوده ۱۵۰ MVA تا ۱۵۰۰ MVA متغیر می‌باشند. رتور نوع برجسته دارای سیم‌پیچ‌های متمرکز شده روی قطب‌ها بوده و دارای فواصل هوائی غیر یکنواخت هستند. این رتور دارای تعداد قطب‌های نسبتاً زیاد، طول محوری کوتاه و قطر زیاد است. ژنراتورها در

---

1 - Alternator
2 - Stator
3 - Damper windings
4 - Prime mover
5 - Slip rings
6 - Exciter
7 - Brushless excitation
8 - Round rotor
9 - Round per minute
10 - Cylindrical rotor

نیروگاه‌های آبی توسط توربین‌های آبی به حرکت درآمده و ساختمان رتور آنها قطب برجسته[1] است.

۳-۲-۱ مدل ژنراتور

در شکل ۳-۱ یک ژنراتور ساده سه فاز با دو قطب نشان داده شده است. استاتور شامل سه پیچ aa' ، bb' و cc' است که با زاویه الکتریکی 120° نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند. سیم‌پیچ‌های متمرکز شده با گام کامل[2] (شکل ۳-۱) را می‌توان به عنوان سیم‌پیچ‌های توزیع شده در نظر گرفت. این سیم‌پیچ‌ها شکل موج‌های سینوسی نیروی محرکه مغناطیسی[3] (mmf) را در امتداد محورهای مغناطیسی فازهای مربوط تولید می‌نمایند. وقتی که رتور برای تولید شار فاصله هوائی ϕ در هر قطب تحریک می‌شود و با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخد، شار پیوندی[4] سیم‌پیچ‌ها با تغییر وضعیت محور mmf رتور (ωt) تغییر می‌نماید که در آن ωt برحسب رادیان الکتریکی نسبت به محور مغناطیسی سیم‌پیچ aa' اندازه‌گیری می‌شود. شار پیوندی برای سیم‌پیچ متمرکز شده aa' با N دور، در $\omega t = 0$ دارای مقدار حداکثر $N\phi$ بوده و در $\omega t = \frac{\pi}{2}$ صفر خواهد بود. با در نظر گرفتن سیم‌پیچ به صورت توزیع شده، شار پیوندی λ_a برحسب کسینوس زاویه ωt تغییر خواهد نمود. در نتیجه، شار پیوندی سیم‌پیچ a برابر است با:

$$\lambda_a = N\phi\cos\omega t \qquad (۱-۳)$$

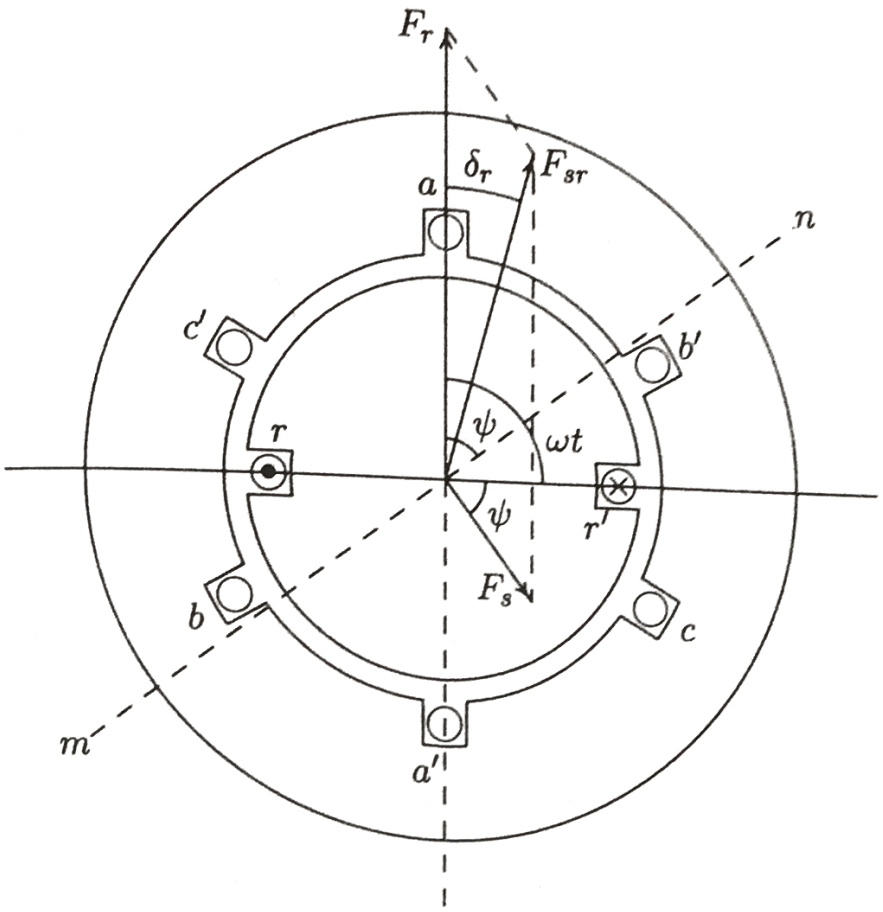
ولتاژ القا شده در سیم‌پیچ aa' ، از قانون فاراده بدست آمده عبارتست از:

$$\begin{aligned} e_a &= -\frac{d\lambda}{dt} = \omega N\phi\sin\omega t \\ &= E_{max}\sin\omega t \\ &= E_{max}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \qquad (۲-۳)$$

که در آن:

$$E_{max} = \omega N\phi = 2\pi f N\phi$$

1 - Salient pole
2 - Full pitch
3 - Magneto-motive force
4 - Flux linkage



شکل ۳-۱ ژنراتور سنکرون ساده سه فاز با دو قطب

بنابراین، مقدار مؤثر ولتاژ تولید شده این چنین است:

$$E = ۴/۴۴ f N \phi \qquad (۳-۳)$$

که در آن f فرکانس بر حسب هرتز می‌باشد. در سیم‌پیچ ماشین‌های ac واقعی، سیم‌پیچ آرمیچر هر فاز در تعدادی از شیارها توزیع شده است. از آنجائی که نیروهای محرکه الکتریکی[1] (emf) القا شده در شیارهای مختلف هم‌فاز نمی‌باشند، جمع‌برداری آنها کمتر از جمع عددی آنهاست. در نتیجه باید ضریب کاهش[2] K_w ، که ضریب سیم‌پیچ[3] نیز نامیده می‌شود، را بکار برد. برای اغلب سیم‌پیچ‌های سه فاز، K_w در حدود ۰/۸۵ تا ۰/۹۵ می‌باشد. بنابراین، برای سیم‌پیچ توزیع شده در هر فاز، مقدار مؤثر ولتاژ تولید

1 - Electro-motive forces
2 - Reduction factor
3 - Winding factor

شده برابر است با :

$$E = ۴/۴۴ K_w f N \phi \qquad (۴-۳)$$

میدان مغناطیسی رتور که با سرعت یکنواخت می‌چرخد ولتاژهای سه فاز سینوسی را در آرمیچر تولید می‌نماید که به اندازه $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان نسبت به یکدیگر اختلاف فاز دارند. فرکانس ولتاژهای القا شده در آرمیچر به سرعت چرخش رتور و تعداد قطب‌هائی بستگی دارد که از سیم‌پیچی ماشین حاصل شده است. فرکانس ولتاژ آرمیچر از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$f = \frac{p}{۲} \cdot \frac{n}{۶۰} \qquad (۵-۳)$$

که در آن n سرعت رتور بر حسب rpm بوده و *سرعت سنکرون*[1] نامیده می‌شود. در شرایط عادی ژنراتور سنکرون با شبکه قدرت به صورت همگام[2] (سنکرون) کار می‌کند و در نتیجه جریان‌های سه فاز متعادل در آرمیچر ایجاد می‌گردد. با فرض اینکه جریان فاز a از emf تولید شده e_a به اندازه زاویه ψ (که با خط mn در شکل۳-۱ نشان داده شده است) عقب‌تر باشد، جریان‌های لحظه‌ای آرمیچر عبارتند از:

$$i_a = I_{max} \sin(\omega t - \psi)$$

$$i_b = I_{max} \sin(\omega t - \psi - \frac{۲\pi}{۳}) \qquad (۶-۳)$$

$$i_c = I_{max} \sin(\omega t - \psi - \frac{۴\pi}{۳})$$

مطابق رابطه (۳-۲)، emf تولید شده e_a وقتی حداکثر می‌شود که محور مغناطیسی رتور در زیر فاز a قرار گیرد. چون i_a به اندازه زاویه ψ عقب‌تر از e_a است، وقتی که mn به محور سیم‌پیچ aa' برسد، جریان فاز a به حداکثر مقدار خود خواهد رسید. در هر لحظه از زمان، سیم‌پیچ هر فاز، شکل موج mmf توزیع شده سینوسی را تولید می‌نماید که حداکثر دامنه آن در امتداد محور سیم‌پیچ فاز است. این میدان‌های توزیع شده سینوسی را می‌توان توسط بردارهائی که *فازورهای فضائی*[3] نامیده می‌شوند، نمایش داد. دامنه موج سینوسی mmf توزیع شده $f_a(\theta)$ با بردار F_a در امتداد محور فاز a نشان داده

1 - Synchronous speed
2 - Synchronous
3 - Space phasors

می‌شود. به همین ترتیب ، دامنه mmf مربوط به $f_b(\theta)$ و $f_c(\theta)$ به ترتیب با بردارهای F_b و F_c در امتداد محورهای مربوط نشان داده می‌شوند. دامنه‌های mmf متناسب با مقادیر لحظه‌ای جریان فازها می‌باشند، یعنی:

$$F_a = Ki_a = KI_{max}\ \sin(\omega t - \psi) = F_m \sin(\omega t - \psi)$$

$$F_b = Ki_b = KI_{max}\ \sin(\omega t - \psi - \frac{۲\pi}{۳}) = F_m \sin(\omega t - \psi - \frac{۲\pi}{۳}) \qquad (۷\text{-}۳)$$

$$F_c = Ki_c = KI_{max}\ \sin(\omega t - \psi - \frac{۴\pi}{۳}) = F_m \sin(\omega t - \psi - \frac{۴\pi}{۳})$$

که در آن K با تعداد دورسیم‌پیچ آرمیچر در هر فاز متناسب بوده و تابعی از نوع سیم‌پیچ است. در آرمیچر mmf منتجه حاصل جمع‌برداری نیروهای محرکه مغناطیسی بالا است. یک روش مناسب برای پیدا کردن mmf منتجه، تصویر کردن آنها بر روی خط mn و بدست آوردن مؤلفه‌های هم فاز و عمود بر آن می‌باشد. مجموع مؤلفه‌های هم فاز mn برابراست با:

$$F_۱ = F_m \sin(\omega t - \psi)\cos(\omega t - \psi) + F_m \sin(\omega t - \psi - \frac{۲\pi}{۳})\cos(\omega t - \psi - \frac{۲\pi}{۳})$$

$$+F_m \sin(\omega t - \psi - \frac{۴\pi}{۳})\cos(\omega t - \psi - \frac{۴\pi}{۳})$$

با استفاده از اتحاد مثلثاتی $\sin\alpha\cos\alpha = \frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha$ ، عبارت بالا به صورت زیر در می‌آید:

$$F_۱ = \frac{F_m}{۲}\left[\sin ۲(\omega t - \psi) + \sin ۲(\omega t - \psi - \frac{۲\pi}{۳}) + \sin ۲(\omega t - \psi - \frac{۴\pi}{۳})\right]$$

این عبارت حاصل جمع سه تابع سینوسی است که نسبت به یکدیگر به اندازه $\frac{۲\pi}{۳}$ رادیان اختلاف فاز دارند و مجموع آنها صفر است ، یعنی $F_۱ = ۰$.

حاصل جمع مؤلفه‌های عمودی منجر به رابطه زیر می‌گردد:

$$F_۲ = F_m \sin(\omega t - \psi)\sin(\omega t - \psi) + F_m \sin(\omega t - \psi - \frac{۲\pi}{۳})\sin(\omega t - \psi - \frac{۲\pi}{۳})$$

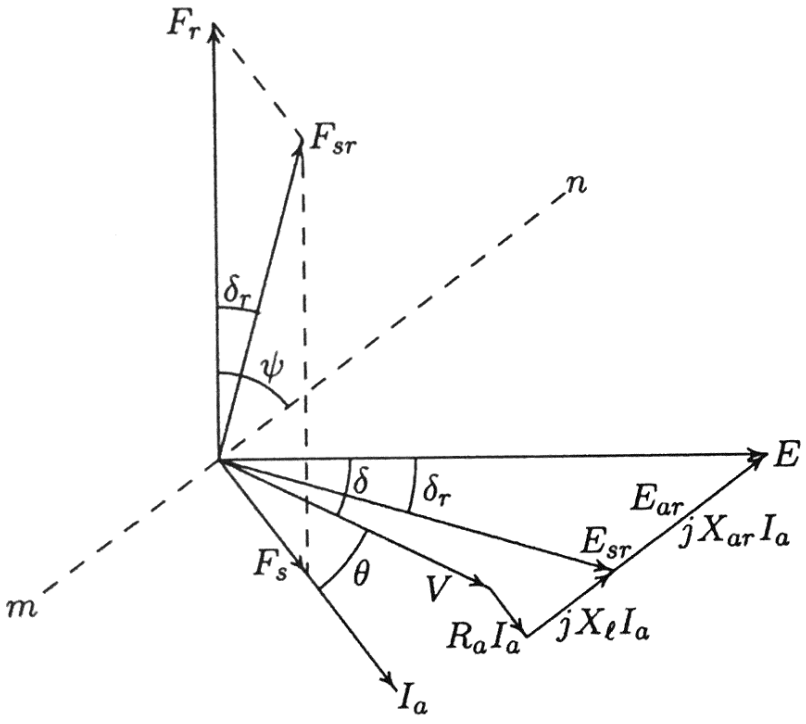
$$+F_m \sin(\omega t - \psi - \frac{۴\pi}{۳})\sin(\omega t - \psi - \frac{۴\pi}{۳})$$

با استفاده از اتحاد مثلثاتی $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$ ، این رابطه را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$F_2 = \frac{F_m}{2}\left[3 - \cos 2(\omega t - \psi) + \cos 2(\omega t - \psi - \frac{2\pi}{3}) + \cos 2(\omega t - \psi - \frac{4\pi}{3})\right]$$

جملات سینوسی رابطه بالا باندازه $\frac{2\pi}{3}$ رادیان نسبت بیکدیگر اختلاف فاز داشته و حاصل جمع آنها صفر است، یعنی $F_2 = \frac{3}{2}F_m$. بنابراین، دامنه mmf منتجه آرمیچر یا mmf استاتور برابر است با:

$$F_S = \frac{3}{2}F_m \qquad (۸-۳)$$



شکل ۳-۲ نمایش فازوری برداری ترکیب شده برای یکفاز ژنراتور روتور استوانه‌ای

پس mmf منتجه آرمیچر دارای دامنه ثابت بوده و عمود بر امتداد خط mn است و با سرعت ثابت و همگام با mmf میدان (F_r) می‌چرخد. برای مشاهده میدان مغناطیسی در MATLAB فرمان **rotfield** را تایپ کنید.

نحوه قرار گرفتن میدان ماشین سنکرون در حالت ژنراتوری برای نمایش میدان‌های مختلف با

استفاده از بردارهای فضائی در شکل ۳-۲ نشان داده شده است. هنگامی که رتـور در سـرعت سـنکرون دوران نموده و جریان آرمیچر صفر باشد، میدان mmf (F_r) نیروی محرکه الکتریکی بی‌بـاری (E) را در هر فاز تولید می‌کند. این ولتاژ تولید شده بی‌باری که متناسب با جریان تحریک می‌باشد، *ولتاژ تحریک*[1] نامیده می‌شود. ولتاژ فازوری برای فاز a ، که ۹۰° از F_r عقب‌تر اسـت بـا نمـایش بـرداری mmf مطـابق شکل ۳-۲ ترکیب شده است. این نمایش فازوری/ برداری ترکیب شـده منجـر بـه مـدار معـادلی بـرای ماشین سنکرون می‌گردد. باید تأکید نمود که در شکل ۳-۲ هر mmf بردار فضائی است در حالی‌که هر emf فازور زمانی می‌باشد. هنگامی‌که آرمیچر دارای جریان‌های سه فاز متعادل است، F_s تولید شده عمود بر خط mn می‌باشد. تأثیر متقابل mmf آرمیچر و mmf میدان که *عکس‌العمل آرمیچر*[2] نـامیده می‌شـود، منجر به mmf فاصله هوائی نهائی (F_{sr}) می‌گردد. این مقدار mmf نهـائی (F_{sr}) ، حـاصل جمع‌بـرداری mmf میدان (F_r) و mmf آرمیچر (F_s) است. ایـن mmf مـوجب ایجـاد شـار فـاصله هوائی نهـائی (ϕ_{sr}) می‌گردد که emf حالت بارداری را القا می‌نماید و با E_{sr} نشان داده می‌شود. مقـدار mmf آرمیچـر (F_s) نیروی محرکه الکتریکی E_{ar} را که *ولتاژ عکس‌العمل آرمیچر* نامیده می‌شود، القا می‌نمایدکه بر F_s عمود است. ولتاژ E_{ar} به انـدازه ۹۰° جلوتر از I_a است، در نتیجه می‌توان آن را با افت ولتاژی ناشی از I_a در دو سر راکتانس X_{ar} نشان داد که درآن X_{ar} *راکتانس عکس‌العمل آرمیچر* نامیده می‌شود. جمع فازوری E و E_{ar} که با E_{sr} نشان داده شده است بر F_{sr} عمود بوده و نشان‌دهنده emf تولید شده حالت بارداری است.

$$E = E_{sr} + j\, X_{ar} I_a \qquad (۹-۳)$$

اختلاف E_{sr} و ولتاژ پایانه (V) با مجموع افـت ولتـاژ اهمـی ($R_a\ I_a$) و افـت ولتـاژ راکتـانس پراکندگـی ($X_\ell I_a$) برابر است.

$$E = V + [R_a + j\,(X_\ell + X_{ar})]\, I_a \qquad (۱۰-۳)$$

یا:

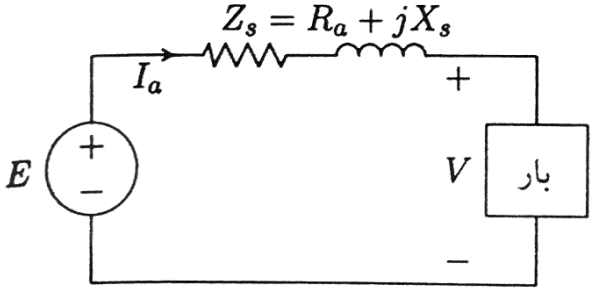
$$E = V + [R_a + jX_s]\, I_a \qquad (۱۱-۳)$$

که در آن $X_s = (X_\ell + X_{ar})$ ، *راکتانس سنکرون*[3] نامیده می‌شود. کسینوس زاویه بین I و V ، یعنـی $\cos\theta$ ، نمایانگر ضریب قدرت در پایانه‌های ژنراتور است. زاویه بیـن E و E_{sr} بـا زاویـه بین mmf روتور (F_r) و mmf فاصله هوائی (F_{sr}) برابر است که با δ_r نمـایش داده می‌شـود. قدرت تـولیـدی ماشیـن بـا

1 - Excitation voltage
2 - Armature reaction
3 - Synchronous reactance

حاصل ضرب F_r ، F_{sr} و $\sin\delta_r$ متناسب است. موقعیت نسبی mmf رتور و mmf فاصله هوائی عملکرد ماشین سنکرون را دیکته می‌نماید. وقتی که F_r به اندازه زاویه δ_r از F_{sr} جلوتر باشد، ماشین به عنوان ژنراتور، و هنگامی که F_r عقب‌تر از F_{sr} باشد، ماشین به عنوان موتور کار می‌کند. از آنجائی که E و E_{sr} بترتیب متناسب با F_r و F_{sr} می‌باشند، قدرت تولیدی ماشین متناسب با حاصل ضرب E ، E_{sr} و $\sin\delta_r$ است. در نتیجه زاویه δ_r ، *زاویه توان*[1] نامیده می‌شود. این نتیجه بسیار مهم است، زیرا این زاویه، زاویه زمانی بین مقادیر emf فازوری را با زاویه فضائی بین میدان‌های مغناطیسی در ماشین به یکدیگر مربوط می‌سازد. معمولاً قدرت تولیدی برحسب ولتاژ تحریک (E)، ولتاژ پایانه (V) و $\sin\delta$ بیان می‌شود. زاویه δ تقریباً با زاویه δ_r برابر است، زیرا امپدانس پراکندگی در مقایسه با راکتانس مغناطیس‌کنندگی[2] خیلی کوچکتر است.

به علت غیر خطی بودن منحنی مغناطیس کنندگی ماشین، راکتانس سنکرون ثابت نمی‌باشد. راکتانس سنکرون اشباع نشده را می‌توان از اطلاعات مدار باز و اتصال کوتاه بدست آورد. برای عملکرد در ولتاژ نامی پایانه یا نزدیک به آن، معمولاً ماشین با راکتانس سنکرون اشباع نشده‌ای معادل سازی می‌شود که منحنی مغناطیس کنندگی آن خط مستقیمی است که از مبدأ و از نقطهٔ ولتاژ نامی روی مشخصه مدار باز می‌گذرد. برای تجزیه و تحلیل حالت ماندگار، مقدار ثابتی که *مقدار اشباع شده راکتانس سنکرون* نامیده می‌شود و مربوط به ولتاژ نامی است بکار می‌رود. مدل ساده یک فاز ژنراتور رتور استوانه‌ای بر اساس رابطه (۳-۱۱) بدست آمده و در شکل ۳-۳ نشان داده شده است. معمولاً مقاومت اهمی آرمیچر خیلی کمتر از راکتانس سنکرون می‌باشد و اغلب از آن چشم‌پوشی می‌گردد.

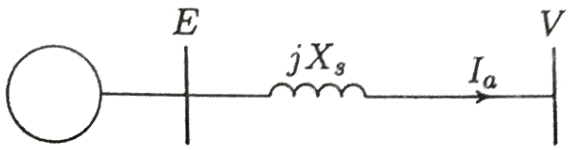


شکل ۳-۳ مدار معادل ماشین سنکرون

1 - Power angle
2 - Magnetization reactance

مدار معادل وصل شده به شین بی‌نهایت مطابق شکل ۳-۴ بوده و رابطه (۳-۱۱) به صورت زیر خلاصه می‌شود:

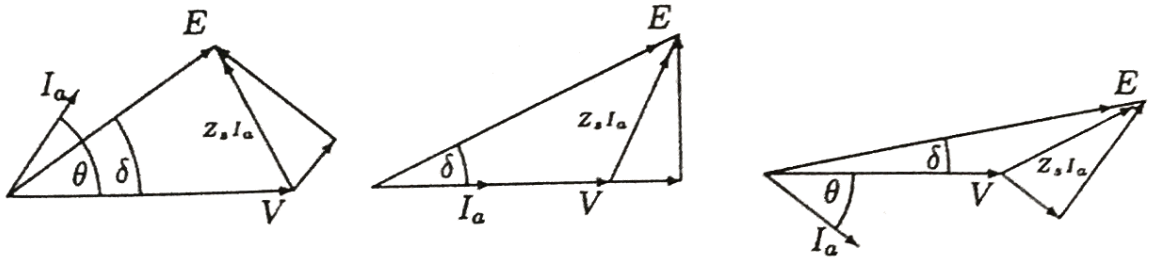
$$E = V + j X_s I_a \qquad (۱۲-۳)$$



شکل ۳-۴ ماشین سنکرون وصل شده به شین بی‌نهایت

نمایش فازوری ژنراتور با در نظر گرفتن ولتاژ پایانه آن به عنوان مرجع برای تحریک‌های مربوط به ضریب قدرت‌های پس‌فاز، واحد و پیش‌فاز در شکل ۳-۵ نشان داده شده است. تنظیم ولتاژ ژنراتور معیار مناسبی برای مقایسه ماشین‌ها است و برحسب درصد تغییر ولتاژ پایانه از حالت بی باری تا بار نامی تعریف می‌شود. این عدد نشان دهنده تغییر جریان تحریک مورد نیاز برای حفظ ولتاژ سیستم از حالت بی‌باری تا بار نامی در یک ضریب قدرت مشخص می‌باشد.

$$VR = \frac{|V_{n\ell}| - |V_{rated}|}{|V_{rated}|} \times ۱۰۰ = \frac{|E| - |V_{rated}|}{|V_{rated}|} \times ۱۰۰ \qquad (۱۳-۳)$$



(الف) بار با ضریب قدرت پس فاز (ب) بار با ضریب قدرت واحد (پ) بار با ضریب قدرت پیش فاز

شکل ۳-۵ نمایش فازوری ژنراتور سنکرون

در یک ضریب قدرت مشخص، ولتاژ بی‌باری را می‌توان با بکار اندختن ماشین در شرایط بار نامی و سپس برداشتن بار و مشاهده ولتاژ بی‌باری آن تعیین نمود. ازآنجائی که این روش برای ماشین‌های خیلی بزرگ عملی نیست، روش تحلیلی دقیق و قابل استفاده‌ای توسط IEEE پیشنهاد شده و در مرجع [۴۳] آورده شده است. یک روش تقریبی که نتایج قابل قبولی را می‌دهد این است که یک منحنی مغناطیس‌کنندگی خطی شده فرضی طوری درنظر گرفته شود که منحنی مغناطیس کنندگی واقعی را در ولتاژ نامی قطع نماید. سپس مقدار E محاسبه شده از رابطه (۳-۱۲) برای پیدا کردن جریان میدان از منحنی خطی شده بکارگرفته می‌شود. در نهایت ولتاژ بی‌باری مربوط به این جریان میدان از منحنی مغناطیس کنندگی واقعی محاسبه می‌گردد.

۳-۳ مشخصه‌های حالت ماندگار - رتور استوانه‌ای

۳-۳-۱ کنترل ضریب قدرت

بیشتر ماشین‌های سنکرون به شبکه‌های بزرگ بهم پیوسته الکتریکی وصل شده‌اند. این شبکه‌ها دارای این مشخصه مهم هستند که ولتاژ سیستم در نقطه اتصال از نظر اندازه، زاویه فاز و فرکانس ثابت می‌باشد. چنین نقطه‌ای در سیستم قدرت *شین بی‌نهایت*[1] نامیده می‌شود. یعنی ولتاژ در شین ژنراتور با تغییرات شرایط کار ژنراتور تغییر نخواهد کرد.

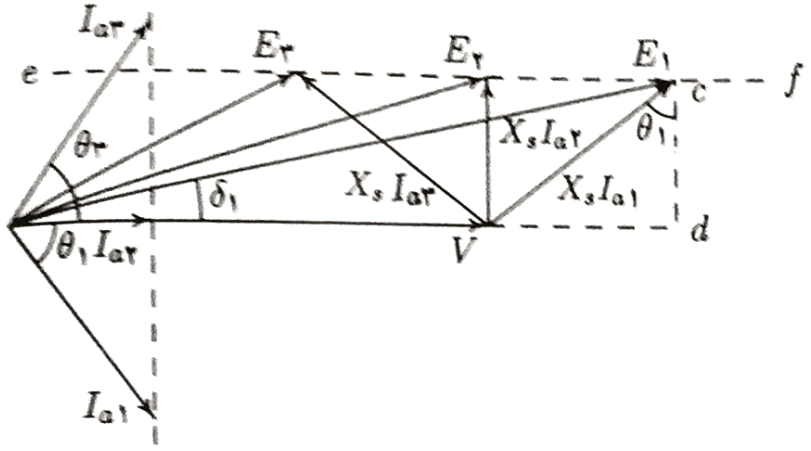
توانائی تغییر تحریک رتور یک ویژگی مهم ماشین سنکرون بوده و در ادامه اثر اینگونه تغییرات، وقتی که ماشین به عنوان ژنراتور با توان مکانیکی ثابت ورودی کار می‌کند، بررسی می‌شود. مدار معادل در هر فاز ژنراتور سنکرون وصل شده به شین بی‌نهایت در شکل ۳-۴ نشان داده شده است. توان خروجی با چشم‌پوشی از مقاومت آرمیچر که با توان تولیدی برابر بوده و ثابت فرض می‌شود به صورت زیر است:

$$P_{3\phi} = \Re\left[3VI_a^*\right] = 3|V||I_a|\cos\theta \qquad (۳-۱۴)$$

که در آن V ولتاژ فاز به خنثی در پایانه ژنراتور بوده و ثابت فرض شده است. از رابطه (۳-۱۴) مشاهده می‌شود که برای تولید توان ثابت در ولتاژ ثابت پایانه (V) ، مقدار $I_a\cos\theta$ باید ثابت باشد. در نتیجه، با تغییر ضریب قدرت که توسط تغییر جریان میدان ایجاد می‌شود، انتهای فازور جریان آرمیچر مطابق شکل ۳-۶ باید روی خط عمودی قرار گیرد. از این شکل داریم:

---

1 - Infinite bus



شکل ۳-۶ تغییر جریان میدان در توان ثابت

$$cd = E_1 \sin\delta_1 = X_s I_{a1} \cos\theta_1 \qquad (۱۵-۳)$$

بنابراین $E_1 \sin\delta_1$ ثابت بوده و مکان هندسی E_1 روی خط ef می‌باشد. در شکل ۳-۶ نمایش‌های فازوری برای سه جریان آرمیچر رسم شده است. با استفاده از رابطه (۳-۱۲) جریان آرمیچر (I_a) با ضریب قدرت پس فاز منجر به ولتاژ E_1 می‌گردد. اگر θ صفر باشد، ژنراتور در ضریب قدرت واحد کار کرده و جریان آرمیچر حداقل مقدار خود را دارد که با I_{a2} نشان داده شده و منجر به E_2 می‌شود. به همین ترتیب E_3 مربوط به I_{a3} بوده و در ضریب قدرت پیش فاز بدست آمده است. شکل ۳-۶ نشان می‌دهد که تولید توان راکتیو را نیز می‌توان با تحریک رتور، در حالی که توان حقیقی خروجی ثابت نگهداشته می‌شود، کنترل نمود. بهتر است تغییرات اندازه جریان آرمیچر برحسب تغییرات ولتاژ تحریک را با یک منحنی نشان داد. معمولاً به علت سهولت اندازه‌گیری جریان میدان، آنرا به جای ولتاژ تحریک روی محور افقی انتخاب می‌نمایند. منحنی جریان آرمیچر به عنوان تابعی از جریان میدان شبیه حرف V بوده و اغلب منحنی V ماشین‌های سنکرون نامیده می‌شود. این منحنی‌ها یکی از مهمترین مشخصه‌های ژنراتورها هستند. البته حدی وجود دارد که تحریک را نمی‌توان بیش از آن کاهش داد. این حد در $\delta = ۹۰°$ رخ می‌دهد. هرگونه کاهش در تحریک که کمتر از حد پایداری برای یک بار مشخص باشد، سبب خروج رتور از حالت همگامی[1] خواهد شد. منحنی V در شکل ۳-۷ برای ماشین مثال ۳-۳ نشان داده شده است.

1 - Synchronism

۳-۳-۲ مشخصه‌های زاویه توان

مدار معادل هر فاز نشان داده شده در شکل ۳-۴ را در نظر بگیرید. توان مختلط سه فاز در پایانه ژنراتور برابر است با:

$$S_{3\phi} = 3VI_a^* \qquad (۳-۱۶)$$

با ارائه ولتاژهای فازوری به صورت قطبی، جریان آرمیچر عبارتست از:

$$I_a = \frac{|E|\angle\delta - |V|\angle 0}{|Z_s|\angle\gamma} \qquad (۳-۱۷)$$

با جایگزینی I_a^* در رابطه (۳-۱۶) داریم:

$$S_{3\phi} = 3\frac{|E||V|}{|Z_s|}\angle(\gamma-\delta) - 3\frac{|V|^2}{|Z_s|}\angle\gamma \qquad (۳-۱۸)$$

بنابراین، توان اکتیو $P_{3\phi}$ و توان راکتیو $Q_{3\phi}$ عبارتند از:

$$P_{3\phi} = 3\frac{|E||V|}{|Z_s|}\cos(\gamma-\delta) - 3\frac{|V|^2}{|Z_s|}\cos\gamma \qquad (۳-۱۹)$$

$$Q_{3\phi} = 3\frac{|E||V|}{|Z_s|}\sin(\gamma-\delta) - 3\frac{|V|^2}{|Z_s|}\sin\gamma \qquad (۳-۲۰)$$

اگر از R_a چشم‌پوشی شود آنگاه $Z_s = jX_s$ و $\gamma = 90^\circ$ بوده و روابط (۳-۱۹) و (۳-۲۰) به صورت زیر در می‌آیند:

$$P_{3\phi} = 3\frac{|E||V|}{|X_s|}\sin\delta \qquad (۳-۲۱)$$

$$Q_{3\phi} = 3\frac{|V|}{|X_s|}(|E|\cos\delta - |V|) \qquad (۳-۲۲)$$

رابطه (۳-۲۱) نشان می‌دهد که اگر $|E|$ و $|V|$ ثابت نگهداشته شوند و زاویه توان δ با تغییر گشتاور مکانیکی ورودی تغییر یابد انتقال توان با تغییر زاویه δ به صورت سینوسی تغییر می‌نماید. از رابطه

(۳-۲۱) حداکثر توان تئوری وقتی اتفاق می‌افتد که $\delta = ۹۰^\circ$ باشد.

$$P_{max(۳\phi)} = ۳\frac{|E||V|}{X_s} \qquad (۳-۲۳)$$

رفتار ماشین سنکرون را می‌توان به صورت زیر شرح داد. با شروع از $\delta = ۰^\circ$ و افزایش گشتاور ورودی، ماشین شتاب گرفته و mmf رتور (F_r) نسبت به mmf منتجه (F_{sr}) جلو می‌افتد. این موضوع باعث افزایش δ گردیده که خود موجب تحویل قدرت الکتریکی توسط ماشین می‌شود. در مقداری از δ که توان الکتریکی خروجی با افزایش توان مکانیکی ناشی از افزایش گشتاور ورودی متوازن می‌گردد، ماشین به حالت تعادل می‌رسد. واضح است که هر گونه تلاشی جهت افزایش گشتاور ورودی برای افزایش δ بیش از ۹۰°، توان الکتریکی خروجی را از مقدار P_{max} کاهش خواهد داد. بنابراین، افزایش گشتاور ورودی سبب ادامه شتاب‌گیری ماشین گردیده و نیروهای محرکه مغناطیسی از لحاظ مغناطیسی از یکدیگر جدا شده، ماشین همگامی خود را از دست داده و تجهیزات خودکار موجود آنرا از سیستم جدا می‌سازند. مقدار P_{max}، *حدپایداری ماندگار*[1] یا *حد پایداری استاتیک*[2] (ایستا) نامیده می‌شود. معمولاً با توجه به ملاحظات پایداری، ماشین‌های سنکرون عملکرد حالت ماندگار خود را در زاویه توان خیلی کمتر از ۹۰° بدست می‌آورند. کنترل عبور توان حقیقی توسط گاورنر[3] ژنراتور از طریق کانال کنترل توان - فرکانس انجام می‌گردد.

معادله (۳-۲۲) نشان می‌دهد که برای δ کوچک، $\cos\delta$ تقریباً واحد بوده و توان راکتیو را می‌توان به صورت تقریبی زیر نوشت:

$$Q_{۳\phi} \simeq ۳\frac{|V|}{X_s}(|E|-|V|) \qquad (۳-۲۴)$$

از رابطه (۳-۲۴) ملاحظه می‌شود که وقتی $|E| > |V|$ باشد، ژنراتور توان راکتیو به شین تحویل می‌دهد وگفته می‌شود که ژنراتور در حالت فوق تحریک[4] قرار دارد. اگر $|E| < |V|$ باشد، توان راکتیو داده شده به شین منفی است؛ یعنی شین توان راکتیو مثبت به ژنراتور تحویل می‌دهد. معمولاً ژنراتورها در حالت فوق تحریک کار می‌کنند، زیرا ژنراتورها منبع اصلی تأمین توان راکتیو برای بارهای القائی سراسر سیستم می‌باشند. بنابراین، توان راکتیو بر اساس اختلاف میان ولتاژ تحریک $|E|$ و ولتاژ شین

1 - Steady - state stability limit
2 - Static stability limit
3 - Governor
4 - Overexcited

$|V|$ جاری می‌شود. تنظیم ولتاژ تحریک برای کنترل توان راکتیو با سیستم تحریک ژنراتور محقق می‌گردد.

مثال ۳-۱ (chp3ex1)

ژنراتور سنکرون سه فاز، ۵۰ MVA، ۳۰ kV و ۶۰ Hz دارای راکتانس سنکرون ۹Ω در هر فاز می‌باشد. مقاومت اهمی قابل چشم‌پوشی است. این ژنراتور قدرت نامی را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز در ولتاژ نامی پایانه خود به شبکه بی‌نهایت تحویل می‌دهد.

(الف) ولتاژ تحریک در هر فاز (E) و زاویه توان (δ) را تعیین کنید.

(ب) با ثابت نگهداشتن تحریک در مقدار تعیین شده در قسمت (الف)، گشتاور ورودی آن قدر کاهش یافته است که ژنراتور توان ۲۵ MW را تحویل دهد. جریان آرمیچر و ضریب قدرت را محاسبه نمائید.

(پ) اگر ژنراتور در ولتاژ تحریک قسمت (الف) کار کند، حداکثر توان حالت ماندگار که ماشین می‌تواند قبل از خروج از همگامی تحویل دهد، چقدر است؟ همچنین، جریان آرمیچر این توان حداکثر را پیدا کنید.

(الف) توان مختلط سه فاز برابر است با:

$$S_{3\phi} = ۵۰\angle(\cos^{-1}۰/۸) = ۵۰\angle ۳۶/۸۷^\circ \text{ MVA} = ۴۰\text{MW} + j۳۰\text{MVAr}$$

ولتاژ نامی در هر فاز عبارتست از:

$$V = \frac{۳۰}{\sqrt{۳}} = ۱۷/۳۲\angle ۰^\circ \quad \text{kV}$$

جریان نامی این چنین بدست می‌آید:

$$I_a = \frac{S_{3\phi}^*}{۳V^*} = \frac{(۵۰\angle -۳۶/۸۷^\circ)۱۰^۳}{۳(۱۷/۳۲\angle ۰^\circ)} = ۹۶۲/۲۵\angle -۳۶/۸۷^\circ \quad \text{A}$$

ولتاژ تحریک در هر فاز از رابطه (۳-۱۲) محاسبه می‌شود:

$$E = ۱۷۳۲۰/۵ + (j\,۹)\,(۹۶۲/۲۵\angle -۳۶/۸۷^\circ) = ۲۳۵۵۸\angle +۱۷/۱^\circ \quad \text{V}$$

ولتاژ تحریک در هر فاز (خط به خنثی) ۲۳/۵۶ kV و زاویه توان ۱۷/۱° است.

(ب) وقتی ژنراتور ۲۵ MW تحویل می‌دهد، با استفاده از رابطه (۳-۲۱) زاویه توان برابر است با:

$$\delta = \sin^{-1}\left[\frac{۲۵\times ۹}{(۳)(۲۳/۵۶)(۱۷/۳۲)}\right] = ۱۰/۵۹۱^\circ$$

جریان آرمیچر به صورت زیر بدست می‌آید:

$$I_a = \frac{(۲۳/۵۵۸\angle ۱۰/۵۹۱^\circ - ۱۷۳۲۰\angle ۰^\circ)}{j۹} = ۸۰۷/۴۸۵\angle -۵۳/۴۳^\circ \quad A$$

ضریب قدرت عبارتست از:

پس‌فاز $\cos(۵۳/۴۳^\circ) = ۰/۵۹۶$

(پ) حداکثر توان در $\delta = ۹۰^\circ$ رخ می‌دهد. یعنی:

$$P_{max(۳\phi)} = ۳\frac{|E||V|}{X_s} = ۳\frac{(۲۳/۵۶)(۱۷/۳۲)}{۹} = ۱۳۶ \quad MW$$

جریان آرمیچر به صورت زیر است:

$$I_a = \frac{(۲۳۵۵۸\angle ۹۰^\circ - ۱۷۳۲۰\angle ۰^\circ)}{j۹} = ۳۲۴۸/۸۵\angle ۳۶/۳۲^\circ \quad A$$

ضریب قدرت عبارتست از:

پیش‌فاز $\cos(۳۶/۳۲^\circ) = ۰/۸۰۵۷$

مثال ۳-۲ (chp3ex2)

ژنراتور مثال ۳-۱ قدرت ۴۰ MW را در ولتاژ پایانه ۳۰ kV تحویل می‌دهد. زاویه توان، جریان آرمیچر و ضریب قدرت را وقتی که جریان میدان برای تحریک‌های زیر تنظیم شود محاسبه نمائید:

(الف) ولتاژ تحریک به ۷۹/۲ درصد مقدار تعیین شده در مثال ۳-۱ کاهش یابد.

(ب) ولتاژ تحریک به ۵۹/۲۷ درصد مقدار محاسبه شده در مثال ۳-۱ کاهش یابد.

(پ) حداقل تحریکی را که درکمتر از آن ژنراتور همگامی‌خود را از دست می‌دهد، بدست آورید.

(الف) ولتاژ تحریک جدید برابر است با:

$$E = ۰/۷۹۲ \times ۲۳۵۵۸ = ۱۸۶۵۷ \quad V$$

از رابطه (۳-۲۱) زاویه توان به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\delta = \sin^{-1}\left[\frac{(۴۰)(۹)}{(۳)(۱۸/۶۵۷)(۱۷/۳۲)}\right] = ۲۱/۸^\circ$$

جریان آرمیچر به ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$I_a = \frac{\left(۱۸۶۵۷\angle ۲۱/۸^\circ - ۱۷۳۲۰\angle ۰^\circ\right)}{j۹} = ۷۶۹/۸\angle ۰^\circ \quad \text{A}$$

ضریب قدرت ۱= (۰)cos می‌باشد.

(ب) ولتاژ تحریک جدید برابر است با:

$$E = ۰/۵۹۲۷ \times ۲۳۵۵۸ = ۱۳۹۶۳ \quad \text{V}$$

از رابطه (۳-۲۱) زاویه توان این چنین بدست می‌آید:

$$\delta = \sin^{-1}\left[\frac{(۴۰)(۹)}{(۳)(۱۳/۹۶۳)(۱۷/۳۲)}\right] = ۲۹/۷۴۸^\circ$$

جریان آرمیچر به ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$I_a = \frac{\left(۱۳۹۶۳\angle ۲۹/۷۴۸^\circ - ۱۷۳۲۰\angle ۰^\circ\right)}{j۹} = ۹۶۲/۳\angle ۳۶/۸۷^\circ \quad \text{A}$$

با توجه به زاویه فاز جریان، ضریب قدرت پیش‌فاز بوده و مقدار آن ۰/۸ = ۳۶/۸۷ cos می‌باشد. ژنراتور در حالت زیر تحریک[1] قرار داشته و در واقع توان راکتیو دریافت می‌نماید.

(پ) از رابطه (۳-۲۳) حداقل تحریک مربوط به $\delta = ۹۰^\circ$ بوده و داریم:

$$E = \frac{(۴۰)(۹)}{(۳)(۱۷/۳۲)(۱)} = ۶/۹۲۸ \quad \text{kV}$$

جریان آرمیچر برابر است با:

$$I_a = \frac{\left(۶۹۲۸\angle ۹۰^\circ - ۱۷۳۲۰\angle ۰^\circ\right)}{j۹} = ۲۰۷۳\angle ۶۸/۲^\circ \quad \text{A}$$

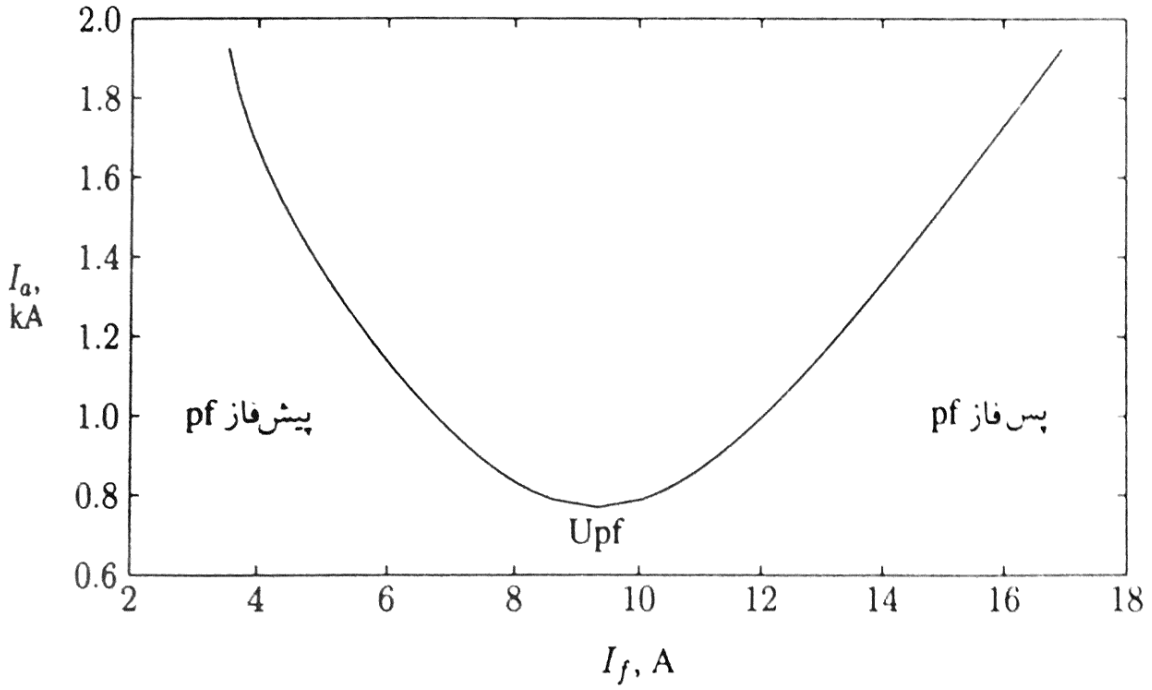
زاویه فاز جریان نشان می‌دهد که ضریب قدرت پیش فاز بوده و مقدار آن ۰/۳۷ = ۶۸/۲° cos است. ژنراتور در حالت زیر تحریک بوده و توان راکتیو دریافت می‌نماید.

1 - Underexcited

مثال ۳-۳ (chp3ex3)

در زیرابور مثال ۳-۱، منحنی V را برای توان ثابتی ۴۰ MW با تغییر تحریک میدان از ضریب قدرت ۰/۴ پیش فاز تا ۰/۴ پس‌فاز رسم کنید. فرض کنید که مشخصه مدار باز در ناحیه عملکرد با $E_f = 2000\ I_f$ ولت نمایش داده شود. فرامین MATLAB که در زیر آمده است، منحنی V را مطابق شکل ۳-۷ رسم می‌نماید.

```
P = 40;                                        % real power, MW
V = 30/sqrt(3)+ j*0;                         % phase voltage, kV
Zs = j*9;                                  % synchronous impedance
ang = acos(0.4);
theta=ang:-0.01:-ang;%Angle 0.4 leading to 0.4 lagging pf
P = P*ones(1,length(theta));%generates array of same size
Iam = P./(3*abs(V)*cos(theta));     % current magnitude kA
Ia = Iam.*(cos(theta) + j*sin(theta));   % current phasor
E = V + Zs.*Ia;                          % excitation voltage phasor
Em = abs(E);                  % excitation voltage magnitude, kV
If = Em*1000/2000;                                % field current, A
plot(If, Iam), grid, xlabel('If - A')
ylabel('Ia - kA'), text(3.4, 1, 'Leading pf')
text(13, 1, 'Lagging pf'), text(9, .71, 'Upf')
```

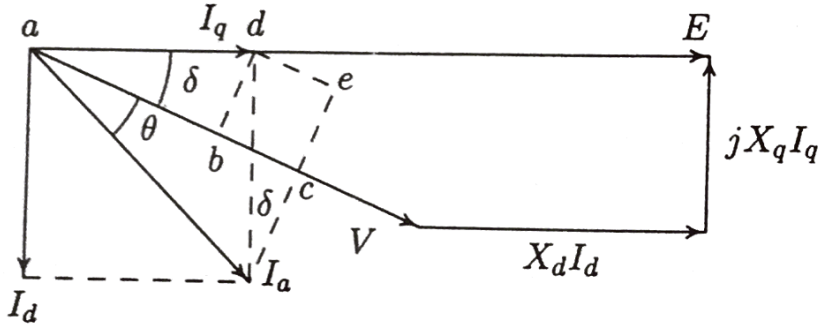


شکل ۳-۷ منحنی V برای ژنراتور مثال ۳-۳

۳-۴ ژنراتور سنکرون قطب برجسته

مدل ارائه شده در بخش ۳-۲ فقط برای ژنراتورهای رتور استوانه‌ای با فواصل هوائی یکنواخت معتبر است. رتور قطب برجسته موجب عدم یکنواختی رلوکتانس مغناطیسی فاصله هوائی می‌گردد. رلوکتانس در امتداد محور قطبی که معمولاً محور مستقیم[1] رتور نامیده می‌شود، به میزان محسوسی کمتر از مقدار آن در امتداد میان دو قطب که معمولاً محور عمودی[2] نامیده می‌شود است. بنابراین، راکتانس دارای مقدار زیاد X_d در امتداد محور مستقیم و مقدار کم X_q در امتداد محور عمودی است. این راکتانس‌ها افت ولتاژی در آرمیچر تولید می‌نمایند که می‌توان آنها را از تجزیه جریان آرمیچر (I_a) به دو مؤلفه هم‌فاز با ولتاژ تحریک (I_q) و عمود بر ولتاژ تحریک (I_d) بدست آورد. نمایش فازوری با صرفنظر از مقاومت آرمیچر در شکل ۳-۸ نشان داده شده است. دیگر نمی‌توان ماشین را با مدار معادل ساده نشان داد. اندازه ولتاژ تحریک برابر است با:

$$|E| = |V| \cos\delta + X_d I_d \qquad (۲۵-۳)$$



شکل ۳-۸ نمایش فازوری ژنراتور قطب برجسته

توان حقیقی سه فاز در پایانه ژنراتور به صورت زیر است:

$$P = ۳\,|V|\,|I_a| \cos\theta \qquad (۲۶-۳)$$

مؤلفه توان مربوط به جریان آرمیچر را می‌توان برحسب I_d و I_q به صورت زیر ارائه نمود:

$$|I_a| \cos\theta = ab + de = I_q \cos\delta + I_d \sin\delta \qquad (۲۷-۳)$$

1 - Direct axis
2 - Quadrature axis

با جایگزینی رابطه (۳-۲۷) در (۳-۲۶)، داریم:

$$P = ۳\,|V|\,(I_q \cos\delta + I_d \sin\delta)$$

(۳-۲۸)

حال از نمایش فازوری شکل ۳-۸ خواهیم داشت:

$$|V| \sin\delta = X_q\, I_q$$

(۳-۲۹)

یا :

$$I_q = \frac{|V|\sin\delta}{X_q}$$

(۳-۳۰)

همچنین، با استفاده از رابطه (۳-۲۵) ، I_d برابر است با :

$$I_d = \frac{|E| - |V|\cos\delta}{X_d}$$

(۳-۳۱)

با جایگزینی I_d و I_q از معادلات (۳-۳۱) و (۳-۳۰) در رابطه (۳-۲۸)، توان حقیقی با صرفنظر از جریان آرمیچر به صورت زیر بدست می‌آید:

$$P_{۳\phi} = ۳\frac{|E||V|}{X_d}\sin\delta + ۳|V|^۲\,\frac{X_d - X_q}{۲X_d X_q}\sin۲\delta$$

(۳-۳۲)

رابطه توان شامل یک جمله اضافی به نام *توان رلوکتانسی*[1] است. معادلات، (۳-۲۵) و (۳-۳۲) را می‌توان برای تجزیه و تحلیل حالت ماندگار مورد استفاده قرار داد. برای تجزیه و تحلیل اتصال کوتاه، با فرض نسبت $\frac{X}{R}$ زیاد، ضریب قدرت به سمت صفر میل نموده و اغلب می‌توان از مؤلفه عمودی جریان چشم‌پوشی کرد. در چنین حالتی، X_d کاملاً جایگزین X_s استفاده شده در ماشین رتور استوانه‌ای می‌گردد. بنابراین ژنراتورها با راکتانس محور مستقیم خود و یک منبع توان با ولتاژ ثابت به صورت سری مدل‌سازی می‌شوند. بعداً نشان داده خواهد شد که X_d بسته به زمان گذرای پس از وقوع اتصال کوتاه دارای مقادیر مختلفی است. این راکتانس‌ها معمولاً بر حسب مقادیر نسبت به واحد بیان شده و از داده‌های سازندگان بدست می‌آیند.

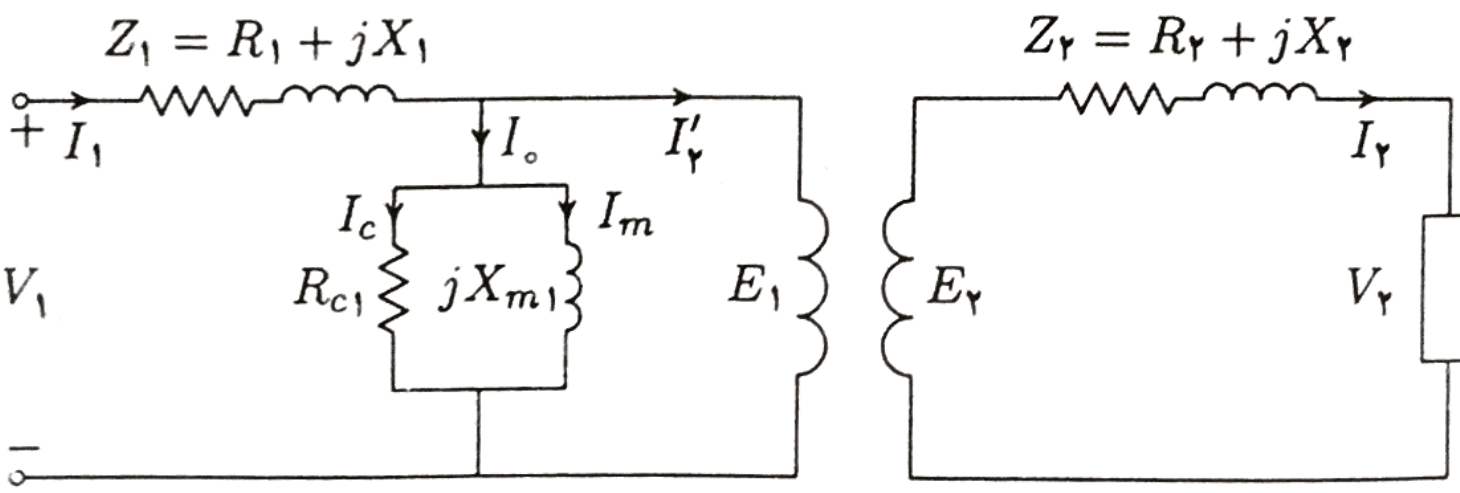
1 - Reluctance power

۳-۵ ترانسفورماتور قدرت

ترانسفورماتورها از عناصر ضروری درهر سیستم قدرت می‌باشند که ولتاژهای نسبتاً پائین ژنراتورها را به سطح ولتاژ بسیار بالا برای انتقال کارآمد توان میسر می‌سازند. در سمت مصرف کننده سیستم، ترانسفورماتورها ولتاژ را به مقادیر مناسب برای مصرف کاهش می‌دهند. در سیستم‌های پیشرفته برق، ممکن است انرژی الکتریکی چهار یا پنج تبدیل ولتاژ را بین ژنراتور و مصرف کننده نهائی پشت سر گذارد. در نتیجه ، ظرفیت نصب شده ترانسفورماتورها حدود پنج برابر kVA ژنراتورها است.

۳-۶ مدار معادل ترانسفورماتور

مدار معادل ترانسفورماتور یک‌فاز در شکل ۳-۹ نشان داده شده است.این مدار معادل شامل یک ترانسفورماتور ایده‌آل با نسبت $N_1 : N_2$ همراه با عناصری است که نواقص ترانسفورماتور واقعی را نمایش می‌دهد. ترانسفورماتور ایده‌آل دارای سیم‌پیچ‌هایی با مقاومت صفر است، بدون تلفات بوده و دارای نفوذپذیری مغناطیسی[1] بی‌نهایت هسته است. ولتاژ E_1 در دو سر اولیه ترانسفورماتور ایده‌آل نمایش دهنده ولتاژ rms القا شده در سیم‌پیچ اولیه توسط شار متقابل[2] ϕ می‌باشد که بخشی از شار



شکل ۳-۹ مدار معادل یک ترانسفورماتور

هسته بوده و هر دو سیم‌پیچ اولیه و ثانویه را به یکدیگر مرتبط می‌سازد. با فرض شار سینوسی $\phi = \Phi_{max} \cos\omega t$ ولتاژ لحظه‌ای e_1 برابر است با:

1 - Permeability
2 - Mutual flux

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} = -\omega N_1 \Phi_{max} \sin\omega t = E_{1max} \cos(\omega t + 90^\circ) \qquad (۳۳-۳)$$

که در آن:

$$E_{1max} = 2\pi f N_1 \Phi_{max} \qquad (۳۴-۳)$$

یا اندازه rms ولتاژ E_1 عبارتست از:

$$E_{1max} = 4/44 f N_1 \Phi_{max} \qquad (۳۵-۳)$$

شایان ذکر است که فازور شار به اندازه ۹۰° از ولتاژ القا شده E_1 عقب‌تر است. به همین ترتیب، ولتاژ مؤثر E_2 در دو سر ثانویه ترانسفورماتور ایده‌آل نمایش دهنده ولتاژ القا شده در سیم‌پیچ ثانویه توسط شار متقابل ϕ بوده و برابر است با:

$$E_{2max} = 4/44 f N_2 \Phi_{max} \qquad (۳۶-۳)$$

در ترانسفورماتور ایده‌آل، فرض می‌شود که هسته دارای رلوکتانس صفر بوده و تعادل mmf دقیقاً بین اولیه و ثانویه برقرار است. اگر I_2' نمایش دهنده مؤلفه‌ای از جریان باشد که mmf ثانویه را خنثی نماید، داریم:

$$I_2' N_1 = I_2 N_2 \qquad (۳۷-۳)$$

بنابراین، برای ترانسفورماتور ایده‌آل ، از روابط (۳-۳۵) تا (۳-۳۷) خواهیم داشت:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{I_2}{I_2'} = \frac{N_1}{N_2} \qquad (۳۸-۳)$$

رلوکتانس هسته در ترانسفورماتور واقعی محدود بوده و وقتی که جریان I_2 صفر باشد ، جریان اولیه مقدار محدودی خواهد داشت. از آنجائی که در حالت بی‌باری ولتاژ القا شده E_1 تقریباً برابر ولتاژ تغذیه V_1 می‌باشد، ولتاژ القا شده و شار هر دو سینوسی هستند. با این وجود، به علت مشخصه‌های غیر خطی هسته فرومغناطیسی، جریان بی‌باری سینوسی نبوده و دارای هارمونیک‌های فرد می‌باشد. هارمونیک سوم به طور خاص مشکلاتی را در بعضی اتصالات سه‌فاز ترانسفورماتورها بوجود می‌آورد. به منظور مدل‌سازی، فرض می‌شود که جریان بدون بار ترانسفورماتور سینوسی بوده و مقدار مؤثر آن I_0 جریان

بی‌باری[1] نامیده می‌شود. این جریان دارای مؤلفه I_m هم‌فاز با شار می‌باشد که *جریان مغناطیس‌کنندگی*[2] نامیده می‌شود و شار هسته را ایجاد می‌کند. از آنجائی که شار به اندازهٔ ۹۰° ، از ولتاژ E_1 عقب‌تر است، I_m نیز به اندازه ۹۰° از ولتاژ E_1 عقب‌تر می‌باشد. در نتیجه این مؤلفه می‌تواند توسط راکتانس مغناطیس‌کنندگی jX_{m1} نمایش داده شود. مؤلفه دیگر I_c که I_0 می‌باشد، جریان گردابی[3] و تلفات هیسترزیس[4] هسته را بوجود می‌آورد. نظر به اینکه این تلفات یک توان حقیقی است، بنابراین I_c با E_1 هم‌فاز بوده و تلفات مذکور با مقاومت R_{c1} ، مطابق شکل ۳-۹، نمایش داده می‌شود.

در ترانسفورماتور واقعی با رلوکتانس محدود ، تمامی شار بین هر دو سیم‌پیچ اولیه و ثانویه مشترک نمی‌باشد. این شار دارای سه مؤلفه است : شار متقابل ، شار نشتی اولیه و شار نشتی ثانویه. شار نشتی یک سیم‌پیچ با سیم‌پیچ دیگر ارتباط نداشته و افت ولتاژهای ایجاد شده توسط شار نشتی برحسب راکتانس‌های پراکندگی X_1 و X_2 بیان می‌شوند. در نهایت ، R_1 و R_2 برای نمایش مقاومت سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه معرفی شده‌اند.

برای بدست آوردن مشخصه‌های عملکرد یک ترانسفورماتور بهتر است مدار معادل تبدیل شده به یک سمت ترانسفورماتور بکار گرفته شود. با استفاده از قانون ولتاژ کرشف (KVL) ، معادله ولتاژ سمت ثانویه عبارتست از:

$$E_2 = V_2 + Z_2 I_2 \qquad (۳۹-۳)$$

از رابطه (۳-۳۸) که برای ترانسفورماتور ایده‌آل بدست آمده ، ولتاژ القا شده و جریان ثانویه به ترتیب $E_2 = (\frac{N_2}{N_1})E_1$ و $I_2 = (\frac{N_1}{N_2})I_2'$ هستند. پس از جایگزینی این مقادیر در رابطه (۳-۳۹) خواهیم داشت:

$$E_1 = \frac{N_1}{N_2}V_2 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 I_2' = V_2' + Z_2' I_2' \qquad (۴۰-۳)$$

که در آن:

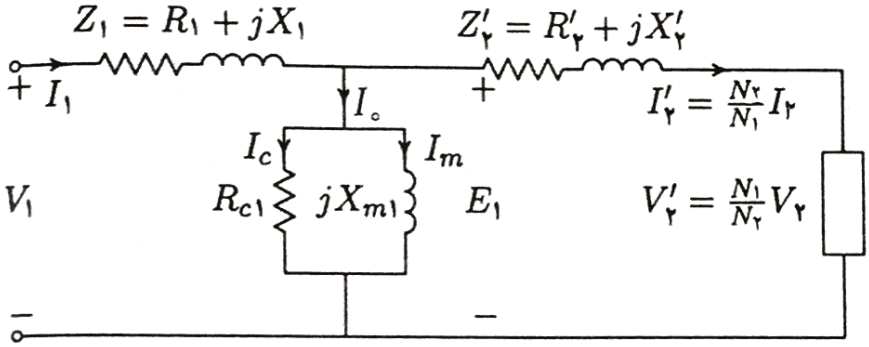
$$Z_2' = R_2' + jX_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 + j\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_2$$

---

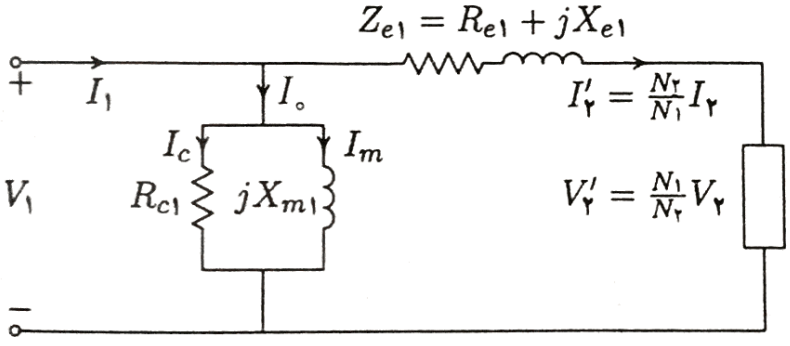
1 - No - load current
2 - Magnetizing current
3 - Eddy current
4 - Hysteresis losses

رابطه (۳-۴۰) معادله KVL ثانویه تبدیل شده به اولیه می‌باشد و مدار معادل شکل ۳-۹ مطابق شکل ۳-۱۰ دوباره رسم شده است، بنابراین همان آثاری در اولیه بوجود آمده است که می‌توانست در ثانویه پدید آید.

در حالت بی‌باری، افت ولتاژ اولیه خیلی کوچک بوده و می‌توان برای محاسبه جریان بی‌باری $I_\circ$، از V_1 به جای E_1 استفاده نمود. در نتیجه، شاخه موازی را می‌توان به سمت چپ امپدانس سری اولیه با از دست دادن دقت به میزان خیلی کم انتقال داد. در این روش، کمیت‌های اولیه R_1 و X_1 را می‌توان با کمیت‌های تبدیل شده ثانویه R'_2 و X'_2 ترکیب کرد تا کمیت‌های اولیه معادل R_{e1} و X_{e1} بدست آیند. مدار معادل در شکل ۳-۱۱ نشان داده شده است که در آن دیگر اثری از سیم‌پیچ‌های ترانسفورماتور ایده‌آل وجود ندارد.



شکل ۳-۱۰ مدار معادل دقیق تبدیل شده به اولیه



شکل ۳-۱۱ مدار معادل تقریبی تبدیل شده به اولیه

با استفاده از شکل ۳-۱۱ داریم:

$$V_1 = V_2' + (R_{e1} + jX_{e1}) I_2' \qquad (۴۱-۳)$$

که در آن:

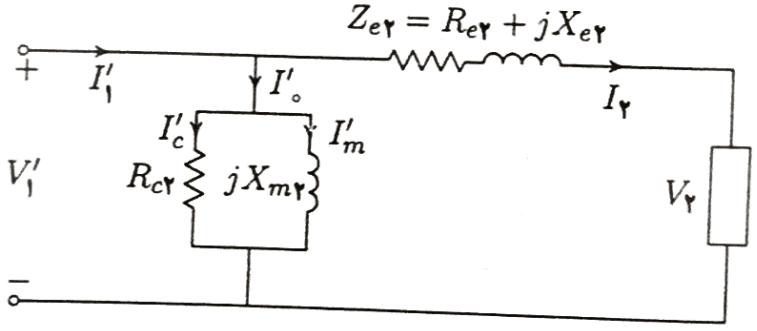
$$R_{e1} = R_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2$$

$$X_{e1} = X_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_2$$

$$I_2' = \frac{S_L^*}{3V_2'^*}$$

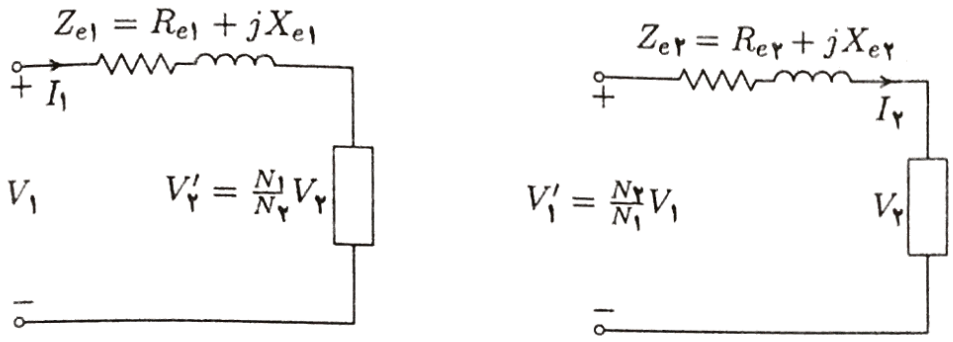
مدار معادل تبدیل شده به ثانویه نیز در شکل ۳-۱۲ نشان داده شده است . با توجه به شکل ۳-۱۲ ولتاژ تبدیل شده اولیه V_1' برابر است با :

$$V_1' = V_2 + (R_{e2} + jX_{e2}) I_2 \qquad (۴۲-۳)$$



شکل ۳-۱۲ مدار معادل تقریبی تبدیل شده به ثانویه

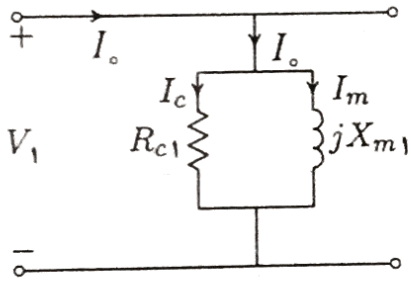
معمولاً ترانسفورماتورهای قدرت با نفوذپذیری مغناطیسی خیلی زیاد و تلفات خیلی کم هسته طراحی می‌شوند. از اینرو تقریب بیشتر مدار معادل با حذف شاخه موازی مطابق شکل ۳-۱۳ امکان‌پذیر است. مدار معادل تبدیل شده به ثانویه نیز در شکل ۳-۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۳ مدارهای ساده شده تبدیل شده به یک سمت

۳-۷ تعیین پارامترهای مدار معادل

پارامترهای مدارمعادل تقریبی به آسانی با آزمایش‌های مدار باز و اتصال کوتاه بدست می‌آیند. در آزمایش مدار باز، در حالی که پایانه‌های یک سیم‌پیچ باز می‌باشند، ولتاژ نامی به پایانه‌های سیم‌پیچ دیگر اعمال می‌شود. وسائل اندازه‌گیری برای سنجش ولتاژ ورودی V_1 ، جریان بی‌باری I_0 و توان ورودی P_0 ، به مدار وصل می‌شوند. اگر ثانویه مدار باز باشد، جریان تبدیل شده به ثانویه I_2' صفر بوده و فقط جریان بی‌باری کمی از منبع کشیده خواهد شد. همچنین، می‌توان از افت ولتاژ اولیه $(R_1 + jX_1)I_0$ چشم‌پوشی نموده و مدار معادل به صورت نشان داده شده در شکل ۳-۱۴ ساده می‌شود.



شکل ۳-۱۴ مدار معادل برای آزمایش بی‌باری

از آنجائی که تلفات مسی سیم‌پیچ ثانویه (تلفات توان اهمی) صفر بوده و تلفات مسی اولیه $R_1 I_0^2$ قابل چشم پوشی است، توان ورودی بی‌باری P_0 نشان دهنده تلفات هسته ترانسفورماتور است که معمولاً

تلفات آهنی[1] نامیده می‌شود. عناصر موازی R_{c1} و X_{m1} را می‌توان از روابط زیر محاسبه نمود:

$$R_{c1}=\frac{V_1^2}{P_0} \qquad (۴۳-۳)$$

دو مؤلفه جریان بی‌باری عبارتند از:

$$I_c=\frac{V_1}{R_{c1}} \qquad (۴۴-۳)$$

و

$$I_m=\sqrt{I_0^2-I_c^2} \qquad (۴۵-۳)$$

بنابراین، راکتانس مغناطیس کنندگی برابر است با:

$$X_{m1}=\frac{V_1}{I_m} \qquad (۴۶-۳)$$

در آزمایش اتصال کوتاه، ولتاژ کاهش یافته V_{sc} به پایانه‌های یک سیم‌پیچ درحالی که پایانه‌های سیم‌پیچ دیگر اتصال کوتاه شده‌اند، اعمال می‌گردد. وسائل اندازه‌گیری برای سنجش ولتاژ ورودی V_{sc} ، جریان ورودی I_{sc} و توان ورودی P_{sc} وصل می‌شوند. ولتاژ اعمال شده طوری تنظیم می‌شود که جریان‌های نامی از سیم‌پیچ‌ها عبور نمایند. ولتاژ اولیه مورد نیاز برای تولید جریان نامی فقط چند درصد ولتاژ نامی می‌باشد. از آنجائی که دراین حالت مقدار شار هسته کم می‌باشد، جریان تحریک و تلفات هسته کاملاً قابل چشم‌پوشی بوده و شاخه موازی را می‌توان حذف نمود. در نتیجه، توان ورودی را می‌توان برای نمایش تلفات مسی سیم‌پیچ در نظر گرفت. ترانسفورماتور از دید اولیه به صورت اتصال کوتاه بوده و با امپدانس پراکندگی Z_{e1} شامل امپدانس پراکندگی اولیه و امپدانس پراکندگی تبدیل شده ثانویه مطابق شکل ۳-۱۵، نشان داده می‌شود. عناصر سری R_{e1} و X_{e1} از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$Z_{e1}=\frac{V_{sc}}{I_{sc}}$$

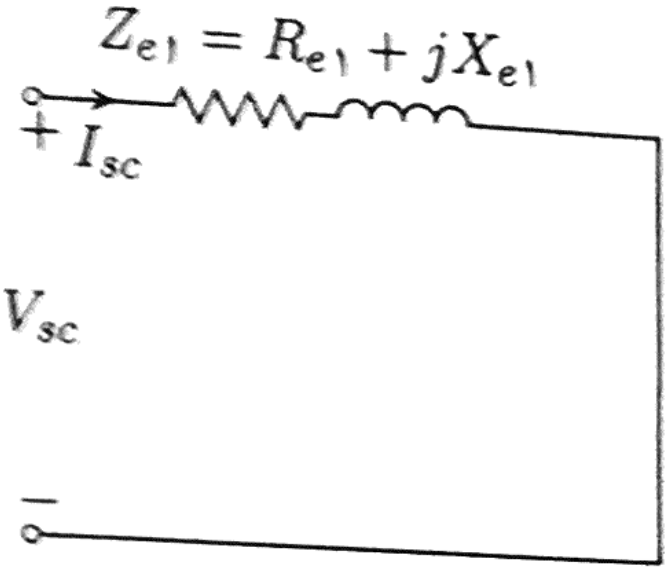
و

$$R_{e1}=\frac{P_{sc}}{(I_{sc})^2} \qquad (۴۷-۳)$$

بنابراین، راکتانس پراکندگی معادل برابر است با:

1 - Iron loss

$$X_{e1} = \sqrt{Z_{e1}^2 - R_{e1}^2} \qquad (۴۸-۳)$$



شکل ۳-۱۵ مدار معادل برای آزمایش اتصال کوتاه

۳-۸ کارائی ترانسفورماتور

مدار معادل را می‌توان برای پیش‌بینی مشخصه‌های کارائی ترانسفورماتور بکار برد. یکی از جنبه‌های مهم، بازده ترانسفورماتور است. بازده ترانسفورماتورهای قدرت از ۹۵ تا ۹۹ درصد متغیراست و ترانسفورماتورهای بزرگتر بازده بیشتری دارند. بازده واقعی ترانسفورماتور برحسب درصد از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\eta = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \qquad (۴۹-۳)$$

بازده متداول ترانسفورماتور در کسر n از توان بار کامل به صورت زیر است:

$$\eta = \frac{n \times S \times PF}{(n \times S \times PF) + n^2 \times P_{cu} + P_c} \qquad (۵۰-۳)$$

که در آن S ولت آمپر نامی در بار کامل و P_{cu} تلفات مسی دربار کامل می‌باشند که برای ترانسفورماتور سه‌فاز عبارتند از:

$$S = 3\,|V_2|\,|I_2|$$

$$P_{cu} = 3R_{e2}\,|I_2|^2$$

و P_c تلفات آهنی در ولتاژ نامی است. برای جریان‌های I_2 متغیر در ضریب قدرت ثابت، حداکثر بازده

هنگامی رخ می‌دهد که:

$$\frac{d\eta}{d|I_2|}=0$$

به سادگی می‌توان نشان داد که برای شرایط بالا حداکثر بازده وقتی بدست می‌آید که در بارگذاری معادل n pu تلفات مسی با تلفات هسته برابر باشد که n از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$n=\sqrt{\frac{P_c}{P_{cu}}} \qquad (۵۱-۳)$$

مشخصه مهم دیگر در عملکرد ترانسفورماتور مقدار تغییر ولتاژ ثانویه از حالت بی‌باری تابار کامل است. معیاری که برای مقایسه عملکرد نسبی ترانسفورماتورهای مختلف بکار می‌رود تنظیم ولتاژ[1] است. تنظیم ولتاژ عبارتست از تغییر اندازه ولتاژ پایانه ثانویه از بی‌باری تا بار کامل، که برحسب درصد مقدار بار کامل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_{2nl}|-|V_2|}{|V_2|}\times 100 \qquad (۵۲-۳)$$

که در آن V_2 ولتاژ نامی در بار کامل است. مقدار V_{2nl} در رابطه (۵۲-۳) را می‌توان با استفاده از مدارهای معادل تبدیل شده به اولیه یا ثانویه محاسبه نمود. وقتی مدار معادل به اولیه تبدیل شود، ولتاژ بی‌باری اولیه از رابطه (۴۱-۳) محاسبه شده و رابطه تنظیم ولتاژ عبارتست از:

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_1|-|V_2'|}{|V_2'|}\times 100 \qquad (۵۳-۳)$$

هنگامی که مدار معادل به ثانویه تبدیل شود، ولتاژ بی‌باری ثانویه از رابطه (۴۲-۳) محاسبه شده و تنظیم ولتاژ به صورت زیر است:

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_1'|-|V_2|}{|V_2|}\times 100 \qquad (۵۴-۳)$$

بار خازنی ویژگی جالبی دارد، زیرا تشدید جزئی بین ظرفیت خازنی و راکتانس ترانسفورماتور بوجود آمده و ممکن است ولتاژ ثانویه در اثر افزایش مقدار بار خازنی افزایش یابد.

برنامه **trans** برای بدست آوردن مشخصه‌های کارائی ترانسفورماتور نوشته شده است. فرمان **trans** فهرستی با سه گزینه را نشان می‌دهد:

گزینه ۱، تابع **[Rc , Xm] = troct (V , I , P)** را فرا می‌خواند که کاربر را قادر می‌سازد تا

اطلاعات آزمایش بی‌باری را وارد نماید. سپس این تابع پارامترهای شاخه مـوازی را برمی‌گردانـد. آنگـاه تابع $\mathbf{Z_e = trsct\ (V_{oc}, I_{oc}, P_{oc})}$ اجرا شده و از کاربر درخواست می‌کند که اطلاعات آزمایش اتصـال کوتاه را وارد کند. سپس این تابع امپدانس پراکندگی مدار معادل را بر می‌گرداند.

گزینه ۲. تابع **[Zelv, Zehv] = wz2eqz (Elv, Ehv, Zlv, Zhv)** را فرا می‌خواند و بـه کـاربر اجازه می‌دهد تا امپدانس‌های هر سیم پیچ و شاخه موازی را وارد کند. این تابع مدار معادل تبدیل شده به هر دو سمت را بر می‌گرداند.

گزینه ۳ از کاربر درخواست می‌کند تا پارامترهای مدار معادل را وارد نماید.

هنگامی که متغیرهای توابع در محیط MATLAB تعریف شده باشند، می‌تـوان توابـع بـالا را بـه صورت مستقل بکار گرفت. اگر این توابع بدون پرانتز و متغیرهای داخل آن تایپ شوند، از کاربر خواسـته می‌شود که اطلاعات مورد نیاز را وارد کند.

پس از انتخاب هر یک از گزینه‌های بالا، برنامه از کاربر می‌خواهد کـه مشـخصات بـار را وارد کنـد. سپس این برنامه مشخصه‌های کارائی ترانسفورماتور شامل منحنی بازده از ۲۵ تا ۱۲۵ درصد بار کامل را بدست می‌آورد.

یک برنامه جـدیـد GUI به نام **transformer** برای ازمـایش و تجـزیه و تحلیـل ترانـسفورماتور تهیه شده است. این برنامه مدار معـادل ترانسفورماتور را از ازمایش‌هـای مـدار بـاز و اتـصـال کوتـاه تعیین می‌کند. همچنین مشخصه‌های عملکرد ترانسفورماتور را با استفاده از پارامترهـای ترانـسفورماتور بدست می‌آورد.

مثال ۳-۴ (chp3ex4)

اطلاعات بدست آمده از ازمـایش‌هـای اتصـال کوتـاه و بـی‌باری یـک ترانسفـورماتـور ۲۴۰ kVA ۲۴۰۰ / ۲۴۰ V و ۶۰ Hz به صورت زیر ارائه شده است. پارامترهای مدار معادل را تعیین کنید.

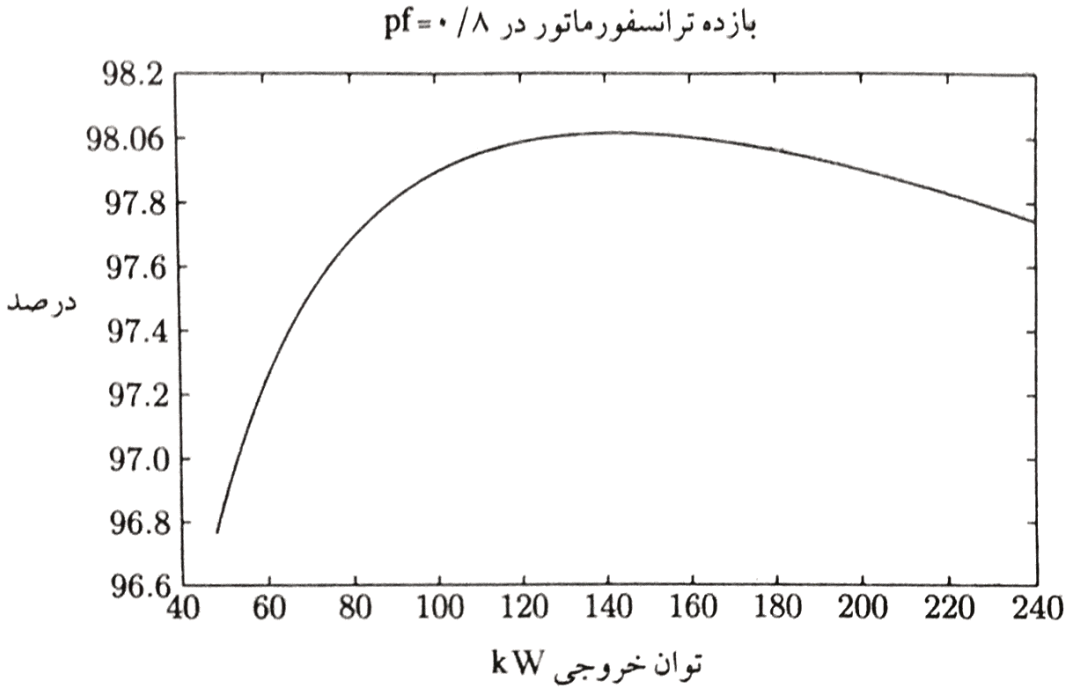
آزمایش اتصال کوتاه، اطلاعات سمت فشارقوی	آزمایش مدار باز، اطلاعات سمت فشار ضعیف
V_{sc} = ۱۸۷/۵ V	V_1 = ۲۴۰ V
I_{sc} = ۵۰ A	I_o = ۱۰ A
P_{sc} = ۲۶۲۵ W	P_o = ۱۴۴۰ W

فرمان **trans** فهرست گزینه‌های زیر را نمایش می‌دهد:

```
Type of parameters for input                    Select
To obtain equivalent circuit from tests           1
To input individual winding impedances            2
To input transformer equivalent impedance         3
To quit                                           0

Select number of menu → 1
Enter Transformer rated power in kVA, S = 240
Enter rated low voltage in volts = 240
Enter rated high voltage in volts = 4800

Open circuit test data
Enter 'lv' within quotes for data ref. to low side or
enter 'hv' within quotes for data ref. to high side → 'lv'
Enter input voltage, in volts, Vo = 240
Enter no-load current in Amp, Io = 10
Enter no-load input power in Watt, Po = 1440

Short circuit test data
Enter 'lv' within quotes for data ref. to low side or
enter 'hv' within quotes for data ref. to high side → 'hv'
Enter reduced input voltage in volts, Vsc = 187.5
Enter input current in Amp, Isc = 50
Enter input power in Watt, Psc = 2625

Shunt branch ref. to LV side    Shunt branch ref. to HV side
Rc = 40.000 ohm                 Rc = 16000.000 ohm
Xm = 30.000 ohm                 Xm = 12000.000 ohm

Series branch ref. to LV side   Series branch ref. to HV side
Ze = 0.002625 + j 0.0090 ohm    Ze = 1.0500 + j 3.6000 ohm

Hit return to continue
```

حال از کاربر درخواست می‌شود که توان ظاهری، ضریب قدرت و ولتاژ بار را وارد کند. سپس برنامه مشخصه‌های کارآئی ترانسفورماتور، شامل منحنی بازده ۲۵ تا ۱۲۵ درصد بار کامل، را مطابق شکل ۳-۱۶ بدست می‌آورد.

```
Enter load kVA, S2 = 240
Enter load power factor, pf = 0.8
Enter 'lg' within quotes for lagging pf
or 'ld' within quotes for leading pf -> 'lg'
Enter load terminal voltage in volt, V2 = 240
```



شکل ۳-۱۶ منحنی بازده برای مثال ۳-۴

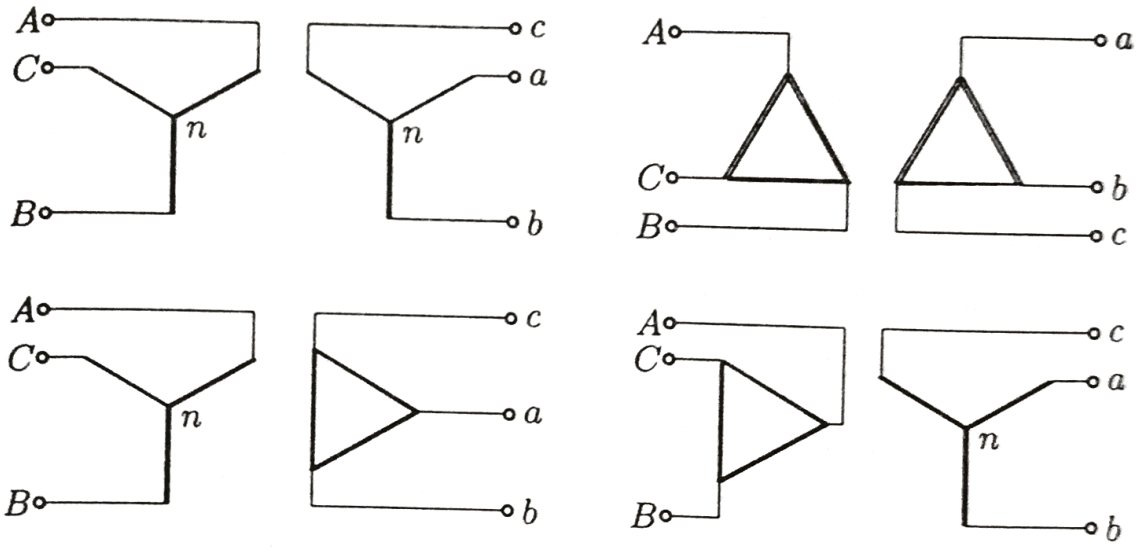
```
Secondary load voltage   =   240.000 V
Secondary load current   =  1000.000 A  at  -36.87 degrees
Current ref. to primary  =    50.000 A  at  -36.87 degrees
Primary no-load current  =     0.516 A  at  -53.13 degrees
Primary input current    =    50.495 A  at  -37.03 degrees
Primary input voltage    =  4951.278 V  at    1.30 degrees
Voltage regulation       =     3.152 %
Transformer efficiency   =    97.927 %

Maximum efficiency is 98.015 percent, occurs at 177.757 kVA
with 0.80 pf.
```

در پایان این تحلیل، فهرست برنامه نشان داده می‌شود.

۳-۹ اتصال‌های ترانسفورماتور سه‌فاز

قدرت سه‌فاز از طریق ترانسفورماتورهای سه‌فاز انتقال می‌یابد. با این وجود، در واحدهای بزرگ فوق فشار قوی برای رفع موانع عایق‌بندی و محدودیت‌های حمل و نقل ممکن است به مجموعه‌ای از سه ترانسفورماتور یکفاز که با آزمایش سه فاز وصل شده‌اند نیاز باشد.

سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه را می‌توان به شکل ستاره (Y) یا مثلث (Δ) متصل نمود که منجر به چهار اتصال Y-Y و Δ-Δ و Y-Δ و Δ-Y می‌گردد و در شکل ۳-۱۷ به صورت ساده نمایش داده شده‌اند. در این شکل، سیم‌پیچ‌های ترانسفورماتور با خطوط سیاه توپر نشان داده شده‌اند. سیم‌پیچ‌هائی که به صورت موازی نمایش داده شده‌اند روی یک هسته قرار داشته و ولتاژهای آنها هم‌فاز هستند. اتصال Y-Y دارای مزایای کاهش هزینه‌های عایق‌بندی و دسترس‌پذیری به نقطه خنثی برای زمین کردن می‌باشد. با این وجود، به علت مسایل مربوط به هارمونیک‌های سوم و عملکرد نامتعادل، این اتصال به ندرت بکار می‌رود.



شکل ۳-۱۷ اتصال‌های ترانسفورماتور سه فاز

برای حذف هارمونیک‌ها، سومین مجموعه سیم‌پیچ‌ها به نام *ثالثیه*[1] معمولاً بصورت Δ روی هسته نصب می‌شود که مسیری برای عبور جریان‌های هارمونیک سوم فراهم می‌نماید. این ترانسفورماتور به *ترانسفورماتور با سه سیم‌پیچ* موسوم است. به سیم‌پیچ ثالثیه می‌توان راکتورها یا خازن‌های قابل قطع و

1 - Tertiary

وصل برای جبران توان راکتیو متصل نمود. اتصال Δ - Δ بدون نقطه خنثی بوده و هر ترانسفورماتور باید تحمل ولتاژ خط به خط نامی را داشته باشد. با این وجود، اتصال Δ مسیری را برای عبور هارمونیک سوم فراهم می‌سازد. مزیت این اتصال آنست که می‌توان یکی از ترانسفورماتورها را برای تعمیر خارج نمود، در حالی که دو ترانسفورماتور دیگر ۵۸ درصد توان نامی ترانسفورماتور سه‌فاز اصلی را تحویل می‌دهند. این اتصال V نامیده می‌شود. متداول‌ترین اتصال Δ - Y یا Y - Δ می‌باشد. این اتصال در رابطه با بارهای نامتقارن پایدارتر بوده و اگر اتصال Y در سمت ولتاژ فشارقوی استفاده شود، هزینه عایق‌بندی کاهش می‌یابد. اتصال Δ - Y معمولاً برای کاهش ولتاژ از فشار قوی به فشار ضعیف بکار می‌رود. نقطه خنثی در سمت فشار قوی را می‌توان زمین نمود که در اغلب موارد مطلوب است. اتصال Y - Δ معمولاً برای افزایش ولتاژ بکار می‌رود.

۳-۹-۱ مدل هر فاز در ترانسفورماتور سه فاز

در اتصال‌های Y - Y و Δ - Δ ، نسبت ولتاژهای خط در سمت HV و LV با نسبت ولتاژهای فاز در سمت HV و LV برابر است. افزون بر آن، هیچگونه اختلاف فازی بین ولتاژهای خط متناظر سمت HV و LV وجود ندارد. با وجود این، اتصال‌های Δ - Y و Y - Δ موجب اختلاف فاز ۳۰° بین ولتاژهای خط به خط اولیه و ثانویه می‌شوند. سیم‌پیچ‌ها، مطابق استاندارد ASA (انجمن استانداردهای آمریکا[1])، طوری تنظیم می‌شوند که ولتاژ خط سمت HV به اندازه ۳۰° جلوتر از ولتاژ متناظر سمت LV ، بدون توجه به این که کدام سمت Y یا Δ است، باشد. اتصال Δ - Y را که در شکل ۳-۱۷ نشان داده شده است در نظر بگیرید. نمایش فازوری ولتاژ در توالی فاز مثبت این اتصال در شکل ۳-۱۸ نشان داده شده که در آن V_{An} به عنوان مرجع انتخاب شده است. فرض کنید که اتصال Y در سمت فشار قوی با H و اتصال Δ در سمت فشار ضعیف با X نمایش داده شوند. فقط فاز a در نظر گرفته می‌شود و اندیس‌های L برای خط و P برای کمیت‌های فاز بکار می‌روند. اگر N_H تعداد دور در یک فاز سیم‌پیچ فشار قوی و N_X تعداد دور در یک فاز سیم‌پیچ فشار ضعیف باشند، نسبت دور ترانسفورماتور عبارتست از:

$$a=\frac{N_H}{N_X}=\frac{V_{HP}}{V_{XP}}$$

1 - American Standards Association

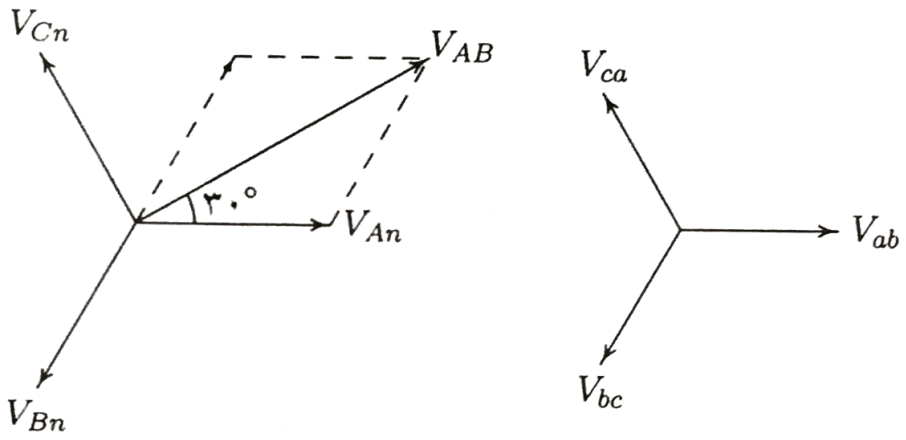
ارتباط بین اندازه‌های ولتاژ خط و فاز به صورت زیر است:

$$V_{HL} = \sqrt{۳} V_{HP}$$

$$V_{XL} = V_{XP}$$

بنابراین، نسبت اندازه‌های ولتاژ خط در ترانسفورماتور Y - Δ برابر است با:

$$\frac{V_{HL}}{V_{XL}} = \sqrt{۳} a \qquad (۵۵-۳)$$

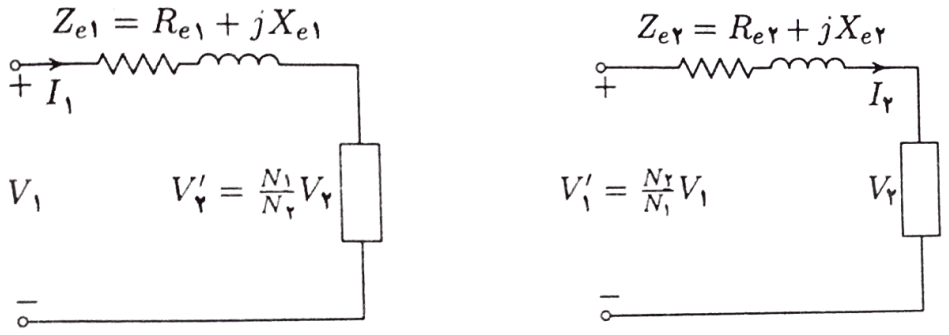


شکل ۳-۱۸ اختلاف فاز ۳۰° در ولتاژهای خط به خط اتصال Y - Δ

به علت اینکه تلفات هسته و جریان مغناطیس کنندگی حدود یک درصد حداکثر مقدار نامی در ترانسفورماتورهای قدرت می‌باشد، از امپدانس موازی چشم‌پوشی می‌شود و فقط مقاومت اهمی و راکتانس پراکندگی سیم‌پیچ‌ها برای مدل‌سازی ترانسفورماتور بکار می‌روند. در رابطه با اتصال‌های Y - Δ یا Δ - Y ، بهتر است اتصال Δ با معادل Y آن جایگزین گردیده و سپس تنها یک فاز بررسی شود. از آنجائی که برای عملکرد متعادل، نقطه خنثی اتصال ستاره و نقطه خنثی معادل Y اتصال مثلث هم پتانسیل می‌باشند، می‌توان آنها را به یکدیگر متصل فرض نمود و آنرا با یک هادی خنثی نشان داد. هنگامی که امپدانس معادل سری یک ترانسفورماتور به سمت مثلث تبدیل می‌شود، امپدانس‌های با اتصال Δ در ترانسفورماتور با امپدانس‌های با اتصال Y معادل جایگزین می‌شوند، به طوری که:

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{۳}$$

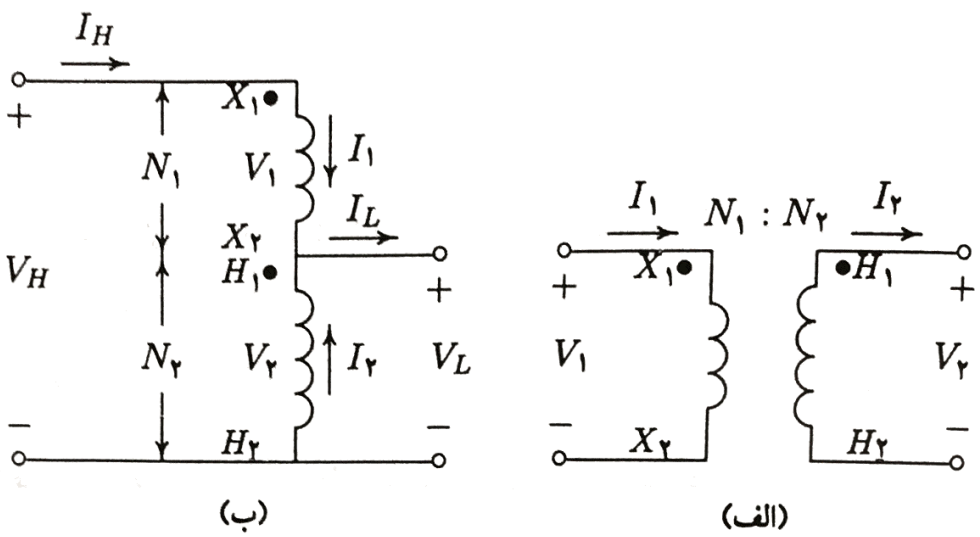
مدار معادل هر فاز با چشم‌پوشی از شاخه موازی در شکل ۳-۱۹ نشان داده شده است. کمیت‌های $Z_{e۱}$ و $Z_{e۲}$ امپدانس‌های معادل بر اساس اتصال‌های خط بـه خنثـی بـوده و ولتاژهـا مقـادیر خـط بـه خنثـی می‌باشند.



شکل ۳-۱۹ مدار معادل هر فاز

۳-۱۰ اتو ترانسفورماتورها

ترانسفورماتورها را می‌توان طوری ساخت که سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه آنها از نظر الکتریکی بهم متصل باشند که آن را اتو ترانسفورماتور می‌نامند. یک ترانسفورماتور متداول با دو سیم‌پیچ را می‌توان با اتصـال سری سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه به اتو ترانسفورماتور تبدیل کرد. ترانسـفورماتور بـا دو سـیم‌پیچ، نشـان داده شده در شکل ۳-۲۰ (الف)، را در نظر بگیرید. این ترانسفورماتور مطابق شکل ۳-۲۰ (ب) با اتصـال الکتریکی سری دو سیم‌پیچ به نحوی که ولتاژها با هم جمع شوند به یک اتو ترانسفورماتور تبدیل شـده است. سیـم‌پیچ از $X_۱$ تا $X_۲$ سیـم‌پیچ سـری و سیم‌پیچ از $H_۱$ تا $H_۲$ سیم‌پیچ مشتـرک نامیده می‌شود. بررسی این شکل نشان می‌دهد که یک اتو ترانسفورماتور می‌تواند به عنـوان ترانسـفورماتور افزاینـده یـا کاهنده عمل نماید. در هر دو حالت، سیم‌پیچ $H_۱ H_۲$ بین سمت اولیه و ثانویـه ترانسـفورماتور مشـترک است. کارائی اتو ترانسفورماتور مطابق همان ملاحظات اصولی است کـه بـرای ترانسـفورماتورهای بـا دو سیم‌پیچ جداگانه قبلاً بحـث گردیـد. بـرای تعییـن قـدرت نـامی اتـو ترانسـفورماتور، معمـولاً از روابـط ترانسفورماتور ایده‌ال استفاده می‌شود که نسبت به مقادیر واقعی ترانسفورماتور تقریب کمی دارد.



شکل ۳-۲۰ (الف) ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ (ب) اتصال سیم‌پیچ‌ها به صورت اتوترانسفورماتور

با استفاده از شکل ۳-۲۰ (الف) ولتاژها و جریان‌های دو سیم‌پیچ به صورت زیر مرتبط می‌باشند:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{N_1}{N_2}=a \qquad (۵۶-۳)$$

و

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{N_1}{N_2}=a \qquad (۵۷-۳)$$

که در آن a نسبت تعداد دورهای ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ است. با توجه به شکل ۳-۲۰ (ب)، داریم:

$$V_H=V_2+V_1 \qquad (۵۸-۳)$$

با جایگزینی V_1 از رابطه (۳-۵۶) در (۳-۵۸) خواهیم داشت:

$$V_H=V_2+\frac{N_1}{N_2}V_2 \qquad (۵۹-۳)$$

از آنجائی که $V_2 = V_L$ است، رابطه ولتاژ بین دو سمت اتو ترانسفورماتور به صورت زیر بدست می‌آید:

$$V_H=V_2+\frac{N_1}{N_2}V_2=(1+a)V_2 \qquad (۶۰-۳)$$

یا:

$$\frac{V_H}{V_L}=۱+a \qquad (۶۱-۳)$$

نظر به اینکه ترانسفورماتور ایده‌آل است، mmf ناشی از $I_۱$ باید برابـر و در جهـت مخـالف mmf تولیـد شده توسط $I_۲$ باشد. در نتیجه، داریم:

$$N_۲I_۲ = N_۱I_۱ \qquad (۶۲-۳)$$

از قانون کرشف، $I_۲ = I_L - I_۱$ بوده و رابطه بالا به صورت زیر خواهد بود:

$$N_۲ (I_L - I_۱) = N_۱ I_۱ \qquad (۶۳-۳)$$

یا:

$$I_L=\frac{N_۱+N_۲}{N_۲}I_۱ \qquad (۶۴-۳)$$

با توجه به اینکه $I_۱ = I_H$ است، رابطه بین جریان‌های دو سمت اتو ترانسفورماتور برابر است با :

$$\frac{I_L}{I_H}=۱+a \qquad (۶۵-۳)$$

نسبت توان ظاهری نامی اتو ترانسفورماتور به ترانسفورماتور با دو سـیم‌پیچ کـه *مزیـت افزایـش تـوان*[۱] نامیده می‌شود از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{S_{auto}}{S_{۲-w}}=\frac{(V_۱+V_۲)I_۱}{V_۱I_۱}=۱+\frac{N_۲}{N_۱}=۱+\frac{۱}{a} \qquad (۶۶-۳)$$

از رابطه (۳-۶۶) مشاهده می‌شود که با انتخاب تعداد دور بیشـتر در سـیم‌پیچ مشـترک ($N_۲$)، ظرفیـت توان افزایش می‌یابد. ظرفیت توان بیشتر در حالت اتو ترانسفورماتوری نتیجه این واقعیت است که فقـط $S_{۲-w}$ بوسیله القاء الکترومغناطیسی انتقال یافته است. باقیمانده توان بدون تزویج از طریق سـیم‌پیچ‌های ترانسفورماتور از اولیه به ثانویه عبور می‌کند. این *مقدار توان هدایت شده*[۲] نامیده می‌شود. در مقایسه بـا ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ در قدرت نامی یکسان، اتو ترانسفورماتور کوچکتر، کـارآتر و دارای امپدانـس داخلی کمتری است. اتو ترانسفورماتورهای سه فاز به صـورت گسـترده، در سیسـتم‌های قدرتـی کـه از

۱ - Power rating advantage
۲ - Conducted power

طریق ترانسفورماتورها بهم وصل شده‌اند، بکار گرفته می‌شوند. نسبت ولتاژ این سیستم‌ها از حدود سه بیشتر نمی‌باشد.

مثال ۳-۵ (chp3ex5)

یک ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ دارای مقادیر نامی ۶۰ kVA، ۲۴۰/۱۲۰۰ V و ۶۰ Hz می‌باشد. هنگامی که به عنوان ترانسفورماتور متداول با دو سیم‌پیچ دربار نامی و ضریب قدرت ۰/۸ کار می‌کند، بازده آن ۰/۹۶ است. این ترانسفورماتور به عنوان یک اتو ترانسفورماتور کاهنده ۱۴۴۰/۱۲۰۰ V در سیستم توزیع قدرت بکار برده شده است.

(الف) با فرض ایده‌آل بودن ترانسفورماتور، وقتی که به عنوان اتو ترانسفورماتور بکار می‌رود، قدرت نامی آنرا برحسب kVA محاسبه نمائید.

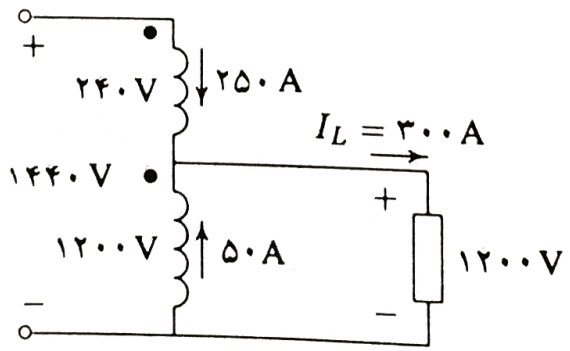
(ب) بازده آن را در بارگذاری kVA بند (الف) در ضریب قدرت ۰/۸ بدست آورید.

جریان‌های نامی ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ عبارتند از:

$$I_1 = \frac{۶۰۰۰۰}{۲۴۰} = ۲۵۰ \quad A$$

$$I_2 = \frac{۶۰۰۰۰}{۱۲۰۰} = ۵۰ \quad A$$

اتصال اتو ترانسفورماتور در شکل ۳-۲۱ نشان داده شده است.



شکل ۳-۲۱ اتصال اتو ترانسفورماتور برای مثال ۳-۵

(الف) جریان ثانویه اتو ترانسفورماتور برابر است با:

$$I_L = ۲۵۰ + ۵۰ = ۳۰۰ \quad A$$

با عبور جریان‌های نامی از سیم‌پیچ‌ها، قدرت نامی اتو ترانسفورماتور به صورت زیر است:

$$S = (۱۲۰۰)(۳۰۰)(۱۰^{-۳}) = ۳۶۰ \quad kVA$$

بنابراین، مزیت توان اتو ترانسفورماتور عبارتست از:

$$\frac{S_{auto}}{S_{۲-۱۲۰}} = \frac{۳۶۰}{۶۰} = ۶$$

(ب) وقتی ترانسفورماتور به عنوان ترانسفورماتور متداول با دو سیم‌پیچ در بار نامی و ضریب قدرت ۰/۸ کار می‌کند، تلفات از رابطه بازده به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\frac{(۶۰)(۰/۸)}{(۶۰)(۰/۸) + P_{loss}} = ۰/۹۶$$

از حل معادله بالا، تلفات کل ترانسفورماتور برابر است با:

$$P_{loss} = \frac{۴۸(۱-۰/۹۶)}{۰/۹۶} = ۲ \quad kW$$

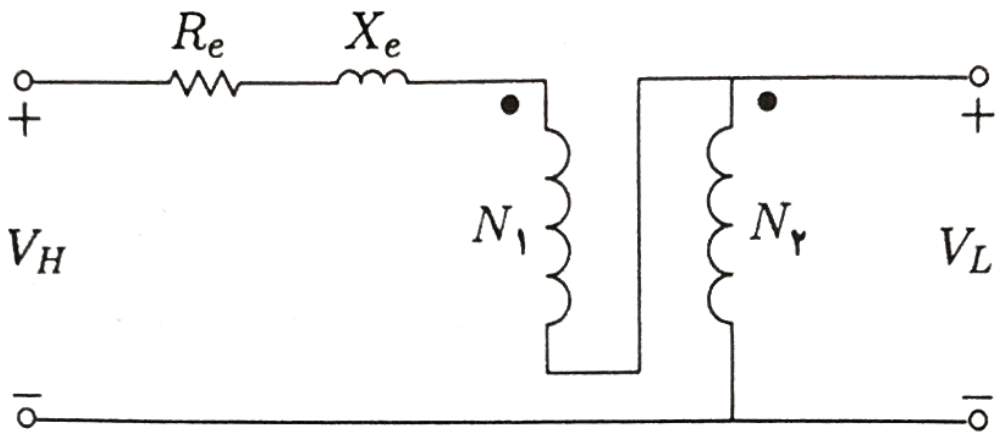
از آنجائی که جریان‌ها و ولتاژهای نامی سیم‌پیچ‌های اتو ترانسفورماتور با مقادیر متناظر ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ برابر می‌باشند، در مقادیر نامی تلفات مسی و تلفات هسته این ترانسفورماتورها با هم برابر است. بنابراین بازده اتو ترانسفورماتور در بار نامی وضریب قدرت ۰/۸ به صورت زیر است:

$$\eta = \frac{(۳۶۰)(۰/۸)}{(۳۶۰)(۰/۸) + ۲} \times ۱۰۰ = ۹۹/۳۱ \quad \text{درصد}$$

۳-۱۰-۱ مدل اتو ترانسفورماتور

هنگامی که ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ به صورت اتو ترانسفورماتور متصل می‌گردد، امپدانس معادل آن برحسب نسبت به واحد در مقایسه با مقدار معادل امپدانس اتصال با دو سیم‌پیچ خیلی کوچکتر است. می‌توان نشان داد که امپدانس مؤثر نسبت به واحد اتو ترانسفورماتور به اندازه ضریبی، که با عکس مزیت توان اتصال اتوترانسفورماتور برابر است، کوچکتر می‌باشد. در عمل اتو ترانسفورماتور به

شکل ۳-۲۲ متصل شده‌اند که در آن امپدانس معادل به سمت سیم‌پیچ با N_1 دور تبدیل شده است.



شکل ۳-۲۲ مدار معادل اتو ترانسفورماتور

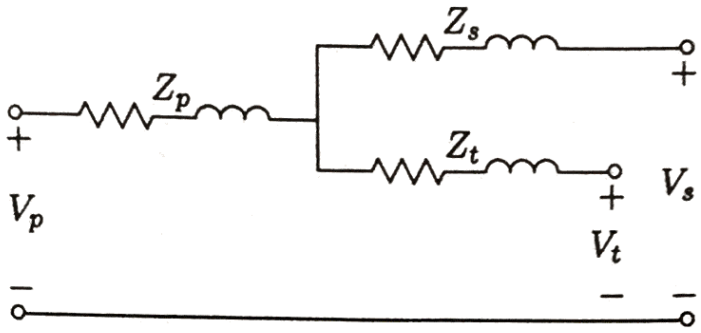
۳-۱۱ ترانسفورماتورهای با سه سیم‌پیچ

ترانسفورماتورهای با سه سیم‌پیچ اغلب برای اتصال سه مدار که ممکن است دارای ولتاژهای مختلفی باشند بکار می‌روند. این سیم‌پیچ‌ها اولیه، ثانویه و ثالثیه نامیده می‌شوند. کاربرد نوعی ترانسفورماتور با سه سیم‌پیچ در سیستم‌های قدرت، تغذیه دو بار مستقل در ولتاژهای متفاوت از یک منبع و اتصال دو سیستم انتقال با ولتاژهای مختلف می‌باشد. معمولاً سیم‌پیچ‌های ثالثیه به منظور ایجاد ولتاژ برای تأمین قدرت کمکی در پست‌ها یا تغذیه سیستم‌های توزیع محلی بکار می‌روند. افزون بر آن، راکتورها یا خازن‌های قابل قطع و وصل به منظور جبران توان راکتیو به شین ثالثیه متصل می‌شوند. گاهی اوقات ترانسفورماتورهای سه فاز Y-Y و اتو ترانسفورماتورهای با اتصال Y برای حذف هارمونیک‌ها دارای سیم‌پیچ ثالثیه با اتصال Δ می‌باشند.

۳-۱۱-۱ مدل ترانسفورماتور با سه سیم‌پیچ

اگر از جریان تحریک ترانسفورماتور با سه سیم‌پیچ چشم‌پوشی شود، می‌توان آنرا به صورت ساده با مدار معادل T برای یک فاز، مطابق شکل ۳-۲۳ نمایش داد.

سه آزمایش اتصال کوتاه روی ترانسفورماتور با سه سیم‌پیچ با دورهای N_p و N_s و N_t در هر فاز به ترتیب روی سه سیم‌پیچ انجام می‌شود. این سه آزمایش از این نظر که درهر حالت یکی از سیم‌پیچ‌ها باز، دیگری اتصال کوتاه و سیم‌پیچ دیگر بوسیله ولتاژ کاهش یافته‌ای تغذیه می‌شود، مشابهند.



شکل ۳-۲۳ مدار معادل ترانسفورماتور با سه سیم‌پیچ

امپدانس‌های زیر در سمتی که ولتاژ اعمال می‌گردد اندازه‌گیری می‌شوند:

Z_{ps} = امپدانس اندازه‌گیری شده در مدار اولیه با اتصال کوتاه ثانویه و مدار باز ثالثیه

Z_{pt} = امپدانس اندازه‌گیری شده در مدار اولیه با اتصال کوتاه ثالثیه و مدار باز ثانویه

Z'_{st} = امپدانس اندازه‌گیری شده در مدار ثانویه با اتصال کوتاه ثالثیه و مدار باز اولیه

$$Z_{st} = \left(\frac{N_P}{N_S}\right)^2 Z'_{st} \qquad (۶۷-۳)$$

اگر Z_p، Z_s و Z_t امپدانس‌های سه سیم‌پیچ مجزا تبدیل شده به سمت اولیه باشند، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} Z_{ps} &= Z_p + Z_s \\ Z_{pt} &= Z_p + Z_t \\ Z_{st} &= Z_s + Z_t \end{aligned} \qquad (۶۸-۳)$$

از حل معادلات بالا داریم:

$$\begin{aligned} Z_p &= \frac{1}{2}(Z_{ps} + Z_{pt} - Z_{st}) \\ Z_s &= \frac{1}{2}(Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt}) \\ Z_t &= \frac{1}{2}(Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps}) \end{aligned} \qquad (۶۹-۳)$$

۳-۱۲ کنترل ولتاژ در ترانسفورماتورها

کنترل ولتاژ در ترانسفورماتورها برای جبران افت ولتاژهای متغیردر سیستم و کنترل عبور توان راکتیو درخطوط انتقال ضروری می‌باشد. ترانسفورماتورها را می‌توان برای کنترل زاویه فاز و بنابراین عبور توان اکتیو نیز بکار برد. دو روش مرسوم عبارتند از: ترانسفورماتورهای با تغییر دهنده تپ[1] و ترانسفورماتورهای تنظیم کننده[2]

۳-۱۲-۱ ترانسفورماتورهای با تغییر دهنده تپ

در عمل تمامی ترانسفورماتورهای قدرت و بیشتر ترانسفورماتورهای توزیع دارای تپ در یک یا چند سیم‌پیچ برای تغییر نسبت دورها هستند. از آنجائی که این روش را می‌توان برای کنترل ولتاژ در تمام سطوح بکار برد، یکی از متداول‌ترین روش‌ها است. تغییر تپ با تغییر اندازه ولتاژ در توزیع وار اثر گذاشته و بنابراین می‌تواند برای کنترل عبور توان راکتیو بکار رود. دو نوع ترانسفورماتور با تغییر دهنده تپ وجود دارند:

(الف) ترانسفورماتورهای با تغییردهنده تپ بدون بار[3]

(ب) ترانسفورماتورهای با تغییردهنده تپ زیر بار[4] (TCUL)

در مواقعی که لازم است تنظیم تپ تغییر یابد، ترانسفورماتور با تغییردهنده تپ بدون بار باید از مدار خارج گردد. هنگامی که به علت رشد یا تغییرات فصلی بار لازم است گاه‌گاهی نسبت دور تغییر یابد، تغییردهنده‌های تپ بدون بار مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک ترانسفورماتور نوعی ممکن است دارای چهار تپ، علاوه بر تنظیم اسمی[5]، با فواصل ۲/۵ درصد ولتاژ در بار کامل باشد. چنین آرایشی امکان تنظیم‌هائی تا ۵ درصد بالاتر یا پائین‌تر از ولتاژ نامی ترانسفورماتور را فراهم می‌نماید.

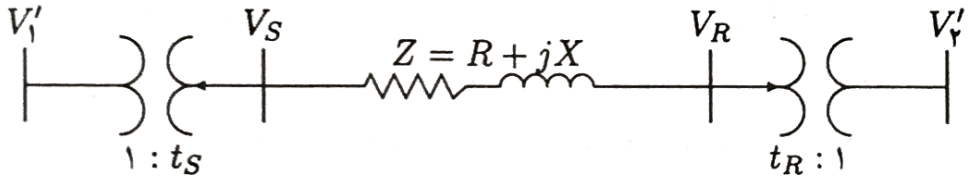
تغییردهنده تپ زیر بار (TCUL) وقتی بکار می‌رود که تغییر نسبت دور به صورت مکرر لازم باشد یا بدون برق نمودن ترانسفورماتور برای تغییر تپ نامطلوب باشد. در حال حاضر تعداد زیادی از این ترانسفورماتورها با تجهیزات تغییردهنده تپ زیر بار ساخته می‌شوند. این تجهیزات روی ترانسفورماتورها و اتوترانسفورماتورها برای خطوط ارتباطی، واحدهای توزیع عمده[6] و نقاط دیگر بار بکار می‌روند. اساساً،

---

1 - Tap changing transformers
2 - Regulating transformers
3 - Off - load tap changing transformers
4 - Tap Changing Under Load (TCUL) transformers
5 - Nominal setting
6 -Bulk

ترانسفورماتور TCUL ترانسفورماتوری با توانائی تغییر تـپ زیـر بـار می‌باشـد. ترانسـفورماتور TCUL ممکن است دارای مدار داخلی حس‌گر ولتاژ باشد که به طور خودکار تپ را برای ثابت نگهداشتن ولتـاژ تغییر می‌دهد. اینگونه ترانسفورماتورهای ویژه در سیستم‌های قدرت پیشـرفته بسـیار متـداول هسـتند. برای ترانسفورماتورهای TCUL ابزار ویژه تغییردهنده تپ ضروری اسـت و موقعیـت تپ‌هـا بـه عوامـل متعددی بستگی دارد. ملاحظات خاصی را باید برای رسیدن به محل بهینه تجهیزات TCUL مـد نظـر قرار داد. معمولاً در واحدهای کاهنده، TCUL را در سیم‌پیچ فشار ضعیف، و تپ‌هـای بـدون بـرق را در سیم‌پیچ فشار قوی قرار می‌دهند. برای مثال سیم‌پیچ فشار قوی ممکن است بـا نسـبت دورهـای ولتـاژ نامی و همچنیـن چهار تپ ثـابت با تنظیم ۲/۵ درصد تجهیز شده باشد که بتواند ولتاژ را به میزان ۵± درصد تضعیف[1] یا تقویت[2] نماید. افزون بر آن، ممکن است در سیم‌پیچ‌های فشـار ضعیـف نـیز محـدوده خودکار ۱۰± درصد با ۳۲ گام افزایشی، $\frac{5}{8}$ برای هر گام، پیش‌بینی شده باشد.

تپ در دوطرف خط انتقال شعاعی طوری تنظیم می‌شود که افت ولتاژ خط را جبران نماید. یک فاز خط انتقال سه فاز را با ترانسفورماتور افزاینده در سمت ارسال و ترانسفورماتور کاهنده در سمت دریافت در نظر بگیرید. نمایش تک خطی آن در شکل ۳-۲۴ نشان داده شده است که در آن t_S و t_R تنظیم تپ برحسب نسبت به واحد می‌باشند. در این نمایش، V_1' ولتاژ تغذیه فاز و V_2' ولتاژ فاز بار، تبدیل شـده به سمت فشار قوی می‌باشند. امپدانس نشان داده شده شامل امپدانـس خـط بـه اضافـه امپدانس‌هـای تبدیل شده به سمت فشار قوی ترانسفورماتورهای سمت ارسال و دریافت می‌باشد.



شکل ۳-۲۴ خط شعاعی دارای ترانسفورماتورهای با تغییردهنده تپ در دو انتها

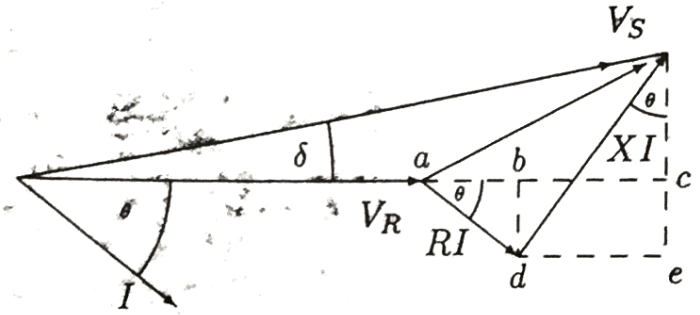
اگر V_S و V_R ولتاژهای فاز در دو انتهای خط باشند، داریم:

$$V_R = V_S + (R + jX)I \qquad (۳-۷۰)$$

1 - Buck
2 -Boost

نمایش فازوری معادله بالا در شکل ۳-۲۵ نشان داده شده است.

تغییر فاز δ بین ولتاژهای دو سمت خط معمولاً کوچک بوده و می‌توان از مؤلفه عمودی V_S چشم‌پوشی نمود. ولتاژ V_S که بوسیله مؤلفه افقی آن تقریب زده می‌شود به صورت زیر است:



شکل ۳-۲۵ نمایش فازوری ولتاژ

$$|V_S| = |V_R| + ab + de = |V_R| + |I|R\cos\theta + |I|X\sin\theta \qquad (۷۱\text{-}۳)$$

با جایگزینی $|I|$ از روابط زیر :

$$P_\phi = |V_R||I|\cos\theta$$

$$Q_\phi = |V_R||I|\sin\theta$$

خواهیم داشت :

$$|V_S| = |V_R| + \frac{RP_\phi + XQ_\phi}{|V_R|} \qquad (۷۲\text{-}۳)$$

از آنجائی که $V_S = t_S V_1'$ و $V_R = t_R V_2'$ ، رابطه بالا برحسب V_1' و V_2' عبارتست از :

$$t_S|V_1'| = t_R|V_2'| + \frac{RP_\phi + XQ_\phi}{t_R|V_2'|} \qquad (۷۳\text{-}۳)$$

یا:

$$t_S = \frac{1}{|V_1'|}\left(t_R|V_2'| + \frac{RP_\phi + XQ_\phi}{t_R|V_2'|}\right) \qquad (۷۴\text{-}۳)$$

با فرض اینکه حاصلضرب t_S و t_R واحد باشد، یعنی $t_S t_R = ۱$ ، و جایگزینی t_R در معادله (۳-۷۴) رابطه زیر برای t_S بدست می‌آید:

$$t_S = \sqrt{\frac{\frac{|V_{۲}|}{|V_{۱}|}}{۱ - \frac{RP_{\phi} + XQ_{\phi}}{|V_{۱}||V_{۲}|}}} \qquad (۳-۷۵)$$

مثال ۳-۶ (chp3ex6)

یک خط انتقال سه فاز از طریق یک ترانسفورماتور ۲۳/۲۳۰ kV در سمت ارسال تغذیه شده است. این خط بار ۱۵۰MVA را با ضریب قدرت ۰/۸ از طریق یک ترانسفورماتور کاهنده ۲۳۰/۲۳ kV تغذیه می‌کند. در ولتاژ ۲۳۰kV امپدانس خط انتقال و ترانسفورماتورها $۱۸ + j۶۰\ \Omega$ می‌باشند. ترانسفورماتور سمت ارسال از منبعی با ولتاژ ۲۳ kV تغذیه می‌شود. تنظیم تپ برای هر دو ترانسفورماتور را طوری تعیین کنید که ولتاژ بار در ۲۳ kV ثابت بماند.

توان اکتیو و راکتیو در هر فاز عبارتند از:

$$P_{\phi} = \frac{۱}{۳}(۱۵۰)(۰/۸) = ۴۰ \quad \text{MW}$$

$$Q_{\phi} = \frac{۱}{۳}(۱۵۰)(۰/۶) = ۳۰ \quad \text{MVAr}$$

ولتاژهای فاز منبع و بار تبدیل شده به سمت فشار قوی به صورت زیر می‌باشند:

$$|V_{۱}| = |V_{۲}'| = \left(\frac{۲۳۰}{۲۳}\right)\left(\frac{۲۳}{\sqrt{۳}}\right) = \frac{۲۳۰}{\sqrt{۳}}$$

با استفاده از رابطه (۳-۷۵) داریم:

$$t_S = \sqrt{\frac{۱}{۱ - \frac{(۱۸)(۴۰) + (۶۰)(۳۰)}{\left(\frac{۲۳۰}{\sqrt{۳}}\right)}}} = ۱/۰۸ \text{ pu}$$

و

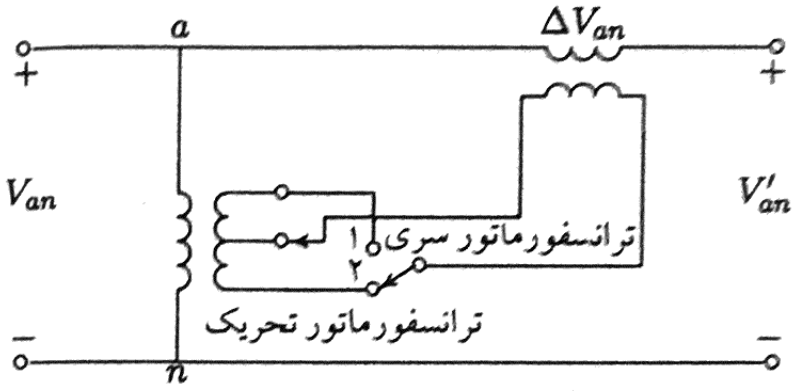
$$t_R = \frac{۱}{۱/۰۸} = ۰/۹۲۶ \quad \text{pu}$$

۳-۱۲-۲ تقویت کننده‌ها[1] یا ترانسفورماتورهای تنظیم کننده[2]

ترانسفورماتورهای تنظیم کننده که تقویت کننده نیز نامیده می‌شوند برای تغییر کوچک در اندازه زاویه فاز ولتاژ در نقاط معینی از سیستم بکار می‌روند. یک تقویت کننده شامل یک ترانسفورماتور تحریک[3] و یک ترانسفورماتور سری[4] است.

کنترل اندازه ولتاژ

شکل ۳-۲۶، اتصال یک ترانسفورماتور تنظیم کننده را برای فاز a از یک سیستم سه فاز و برای کنترل اندازه ولتاژ نشان می‌دهد. فازهای دیگر هم آرایش مشابهی دارند.



شکل ۳-۲۶ ترانسفورماتور تنظیم کننده برای کنترل اندازه ولتاژ

تپ ثانویه ترانسفورماتور تحریک قابل تغییر بوده و ولتاژ بدست آمده از آن به اولیه ترانسفورماتور سری اعمال می‌گردد. ولتاژ بدست آمده در ثانویه ترانسفورماتور سری به ولتاژ ورودی اضافه می‌شود. در نتیجه ولتاژ خروجی برابر است با:

---

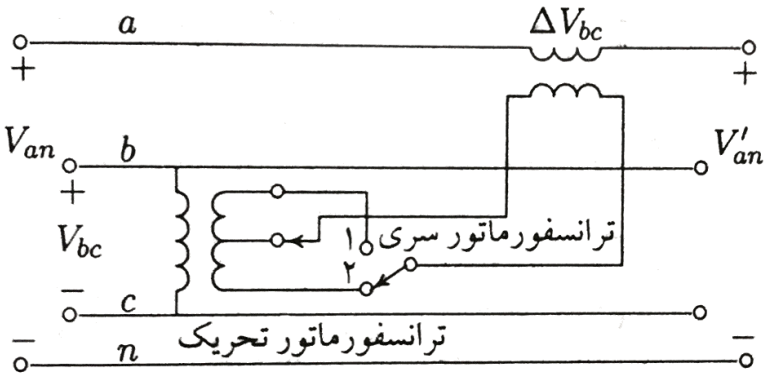
1 - Booster
2 - Regulating transformers
3 - Exciting transformer
4 - Series transformer

$$V'_{an} = V_{an} + \Delta V_{an} \qquad (۷۶-۳)$$

از آنجائی‌که ولتاژها هم‌فاز هستند، این نوع تقویت‌کننده، *تقویت‌کننده همفاز*[1] نامیده می‌شود. ولتاژ خروجی با تغییر تپ ترانسفورماتور تحریک تنظیم می‌شود. با تغییر کلید از وضعیت ۱ به ۲، جهت ولتاژ دو سر ترانسفورماتور سری معکوس می‌گردد و بنابراین ولتاژ خروجی کمتر از ولتاژ ورودی می‌شود.

کنترل زاویه فاز

ترانسفورماتورهای تنظیم‌کننده برای کنترل زاویه فاز ولتاژ نیز بکار می‌روند. اگر ولتاژ تزریق شده یا ولتاژ ورودی هم‌فاز نباشد، ولتاژ حاصل نسبت به ولتاژ ورودی دارای اختلاف فاز خواهد بود. تغییر دادن فاز[2] برای کنترل توان اکتیو عبوری در شین‌های ارتباطی اصلی بکار می‌رود. یک آرایش نوعی برای فاز a از یک سیستم سه فاز در شکل ۳-۲۷ نشان داده شده است.



شکل ۳-۲۷ ترانسفورماتور تنظیم‌کننده برای کنترل زاویه فاز ولتاژ

ترانسفورماتور سری فاز a از طریق ثانویه ترانسفورماتور تحریک bc تغذیه می‌شود. ولتاژ تزریق شده ΔV_{bc} عمود بر ولتاژ V_{an} بوده و در نتیجه زاویه فاز منتجه V'_{an} به اندازه α مطابق شکل (۳-۲۸)، تغییر می‌نماید. ولتاژ خروجی برابر است با:

$$V'_{an} = V_{an} + \Delta V_{bc} \qquad (۷۷-۳)$$

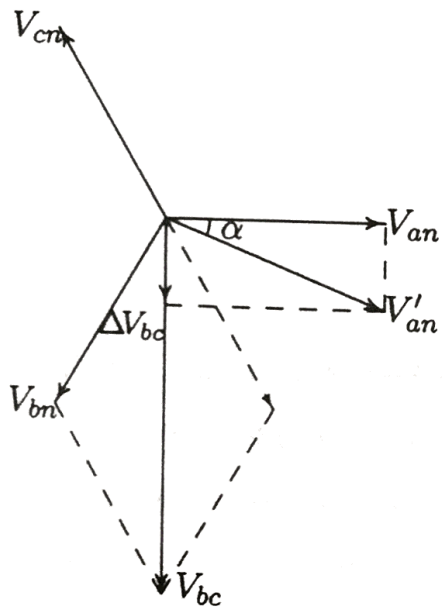
اتصال‌های مشابهی برای سایر فازها وجود دارد که در نتیجه ولتاژ خروجی سه فاز، متعادل می‌باشد.

1 - In - Phase booster

2 - Phase shifting

مقدار تغییر زاویه فاز را می‌توان با تغییر تپ ترانسفورماتور تحریک تنظیم نمود. با تغییر کلید از وضعیت ۱ به ۲، ولتاژ خروجی را می‌توان طوری تنظیم نمود که عقب‌تر یا جلوتر از ولتاژ ورودی باشد. مزایای ترانسفورماتورهای تنظیم کننده عبارتند از:

۱ - ترانسفورماتورهای اصلی نیازی به تغییر تپ نخواهند داشت.
۲ - ترانسفورماتورهای تنظیم کننده را می‌توان در هر نقطه میانی[1] سیستم بکار گرفت.
۳ - ترانسفورماتورهای تنظیم کننده و تجهیزات تغییر دهنده تپ را می‌توان، بدون اینکه اثری در سیستم داشته باشند، برای تعمیر از مدار خارج نمود.



شکل ۳-۲۸ نمایش فازوری ولتاژ که اثر تغییر زاویه فاز را برای فاز a نشان می‌دهد

۳-۱۳ سیستم نسبت به واحد

حل سیستم قدرت بهم پیوسته با چندین سطوح ولتاژ مختلف به تبدیلات پر زحمتی، شامل تغییر تمامی امپدانس‌ها به یک سطح ولتاژ خاص، نیاز دارد. با وجود این، مهندسان سیستم‌های قدرت، *سیستم نسبت به واحد*[2] را ابداع کرده‌اند به طوری که کمیت‌های فیزیکی مختلف مانند توان، ولتاژ،

جریان و امپدانس به صورت اعداد اعشاری یا ضریبی از کمیت‌های مبنا بیان می‌شوند. در این سیستم، سطوح ولتاژ مختلف از بین رفته و شبکه‌های قدرت شامل ژنراتورها، ترانسفورماتورها و خطوط (با سطوح ولتاژ مختلف) به سیستمی از امپدانس‌های ساده تبدیل می‌شوند. مقدار نسبت به واحد (pu) هر کمیت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{کمیت برحسب نسبت به واحد} = \frac{\text{مقدار واقعی کمیت}}{\text{مقدار مبنای کمیت}} \qquad (۳-۷۸)$$

به عنوان مثال، داریم:

$$S_{pu} = \frac{S}{S_B}$$

$$V_{pu} = \frac{V}{V_B}$$

$$I_{pu} = \frac{I}{I_B}$$

$$Z_{pu} = \frac{Z}{Z_B}$$

که در آنها صورت کسرها (مقادیر واقعی) کمیت‌های فازوری یا مقادیر مختلط هستند و مخرج آنها (مقادیر مبنا) همواره اعداد حقیقی می‌باشند. حداقل چهار کمیت مبنا برای تعریف کامل یک سیستم نسبت به واحد لازم است: ولت - آمپر، ولتاژ، جریان و امپدانس . معمولاً ولت آمپر سه فاز مبنا S_B یا MVA_B و ولتاژ مبنای خط به خط V_B یا kV_B ، انتخاب می‌شوند. جریان مبنا و امپدانس مبنا به S_B و V_B بستگی داشته و باید از قوانین مدار پیروی کنند. این مقادیر عبارتند از:

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{۳} V_B} \qquad (۳-۷۹)$$

و

$$Z_B = \frac{\frac{V_B}{\sqrt{۳}}}{I_B} \qquad (۳-۸۰)$$

با جایگزینی I_B از رابطه (۳-۷۹)، امپدانس مبنا برابر است با:

$$Z_B = \frac{(V_B)^2}{S_B}$$

$$Z_B = \frac{(kV_B)^2}{MVA_B} \qquad (۸۱-۳)$$

کمیت‌های فاز و خط بیان شده برحسب نسبت به واحد یکسان بوده و قوانین مدار نیز معتبر هستند، یعنی:

$$S_{pu} = V_{pu}\, I_{pu}^* \qquad (۸۲-۳)$$

و

$$V_{pu} = Z_{pu}\, I_{pu} \qquad (۸۳-۳)$$

توان بار در ولتاژ نامی آن را می‌توان بوسیله امپدانس نسبت به واحد بیان نمود . اگر $S_{L(3\phi)}$ توان مختلط بار باشد، جریان بار هر فاز در ولتاژ فاز (V_P) مطابق زیر است:

$$S_{L\,(3\,\phi)} = 3V_P\, I_P^* \qquad (۸۴-۳)$$

جریان فاز برحسب امپدانس اهمی بار برابر است با:

$$I_P = \frac{V_P}{Z_P} \qquad (۸۵-۳)$$

با جایگزینی I_P از رابطه (۳-۸۵) در (۳-۸۴) مقدار اهمی امپدانس بار به صورت زیر بدست می‌آید:

$$Z_P = \frac{3|V_P|^2}{S_{L(3\phi)}^*} = \frac{|V_{L-L}|^2}{S_{L(3\phi)}^*} \qquad (۸۶-۳)$$

با استفاده از رابطه (۳-۸۱)، امپدانس بار برحسب نسبت به واحد عبارتست از:

$$Z_{Pu} = \frac{Z_P}{Z_B} = \left|\frac{V_{L-L}}{V_B}\right|^2 \frac{S_B}{S_{L(3\phi)}^*} \qquad (۸۷-۳)$$

یا:

$$Z_{pu} = \frac{|V_{pu}|^2}{S_{L(pu)}^*} \qquad (۸۸-۳)$$

۳-۱۴ تغییر مبنا

امپدانس هر یک از ژنراتورها و ترانسفورماتورها معمولاً توسط سازندگان برحسب درصد یا pu بر مبنای مقادیر نامی آنها ارائه می‌شود. امپدانس خطوط انتقال معمولاً برحسب مقادیر اهمی آنها بیان می‌گردد. تمام امپدانس‌ها باید برحسب نسبت به واحد در مبنای مشترک سیستم بیان شوند. برای انجام این‌کار، یک مبنای دلخواه برای توان ظاهری انتخاب می‌گردد؛ به عنوان مثال ۱۰۰ MVA . سپس باید ولتاژهای مبنا را انتخاب نمود. پس از انتخاب ولتاژ مبنا برای نقطه‌ای از سیستم، سایر ولتاژهای مبنا دیگر مستقل نبوده و با نسبت تبدیل‌های مختلف ترانسفورماتورها تعیین می‌شوند. به عنوان مثال، اگر در سمت فشار ضعیف یک ترانسفورماتور ۳۴/۵/۱۱۵ kV ولتاژ مبنا ۳۶ kV انتخاب شود، ولتاژ مبنای سمت فشار قوی باید $\left(\frac{۱۱۵}{۳۴/۵}\right)$ ۳۶ = ۱۲۰ kV باشد. در شرایط عادی، سعی می‌شود که ولتاژهای مبنای انتخاب شده با مقادیر نامی آنها برابر باشد.

فرض کنید Z_{pu}^{old} امپدانس نسبت به واحد در توان مبنای S_B^{old} و ولتاژ مبنای V_B^{old} باشد که با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$Z_{pu}^{old}=\frac{Z_\Omega}{Z_B^{old}}=Z_\Omega\frac{S_B^{old}}{\left(V_B^{old}\right)^۲} \qquad (۸۹-۳)$$

با بیان Z_Ω در مبناهای جدید توان و ولتاژ، امپدانس نسبت به واحد جدید به صورت زیر بدست می‌آید:

$$Z_{pu}^{new}=\frac{Z_\Omega}{Z_B^{new}}=Z_\Omega\frac{S_B^{new}}{\left(V_B^{new}\right)^۲} \qquad (۹۰-۳)$$

با استفاده از روابط (۳-۸۹) و (۳-۹۰)، بین مقادیر نسبت به واحد قدیم و جدید رابطه زیر برقرار می‌باشد:

$$Z_{pu}^{new}=Z_{pu}^{old}\frac{S_B^{new}}{S_B^{old}}\left(\frac{V_B^{old}}{V_B^{new}}\right)^۲ \qquad (۹۱-۳)$$

اگر ولتاژهای مبنا یکسان باشند، رابطه (۳-۹۱) به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$Z_{pu}^{new}=Z_{pu}^{old}\frac{S_B^{new}}{S_B^{old}} \qquad (۹۲-۳)$$

مزایای سیستم نسبت به واحد برای تجزیه و تحلیل عبارتند از:

- سیستم نسبت به واحد ایده روشنی از مقادیر نسبی کمیت‌های گوناگون، از قبیل ولتاژ، جریان، توان و امپدانس ارائه می‌دهد.
- امپدانس نسبت به واحد تجهیزات از نوع مشابه برحسب مقادیر نامی آنها، بدون توجه به مقادیر نامی آنها، در محدودهٔ باریکی قرار می‌گیرد. در حالی که امپدانس آنها برحسب اهم با تغییر مقادیر نامی آنها تغییرات زیادی می‌نماید.
- مقادیر نسبت به واحد امپدانس، ولتاژ و جریان ترانسفورماتور بدون رعایت تبدیل به اولیه یا ثانویه، مساوی هستند. این یک مزیت عمده است، زیرا سطوح ولتاژ مختلف حذف و تمامی سیستم به یک سیستم با امپدانس ساده کاهش می‌یابد.
- سیستم نسبت به واحد برای تجزیه و تحلیل کامپیوتری و شبیه‌سازی مسائل پیچیده سیستم قدرت ایده‌آل است.
- قوانین مدار در سیستم‌های نسبت به واحد صادق بوده و معادلات توان و ولتاژ ارائه شده در (۳-۸۲) و (۳-۸۳) ساده می‌شوند، زیرا ضرائب $\sqrt{3}$ و ۳ در سیستم نسبت به واحد حذف می‌شوند.

مثال ۳-۷ نشان می‌دهد که چگونه نمایش امپدانس[1] نسبت به واحد برای یک سیستم قدرت ساده بدست می‌آید.

مثال ۳-۷ (chp3ex7)

نمایش تک خطی[2] یک سیستم سه فاز در شکل ۳-۲۹ ارائه شده است. قدرت مبنای مشترک را ۱۰۰ MVA و ولتاژ مبنا در سمت ژنراتور ۲۲ kV انتخاب کنید. نمایش امپدانس را با تمامی امپدانس‌ها شامل امپدانس بار برحسب نسبت به واحد رسم نمائید. اطلاعات سازندگان برای هر وسیله به صورت زیر داده شده است:

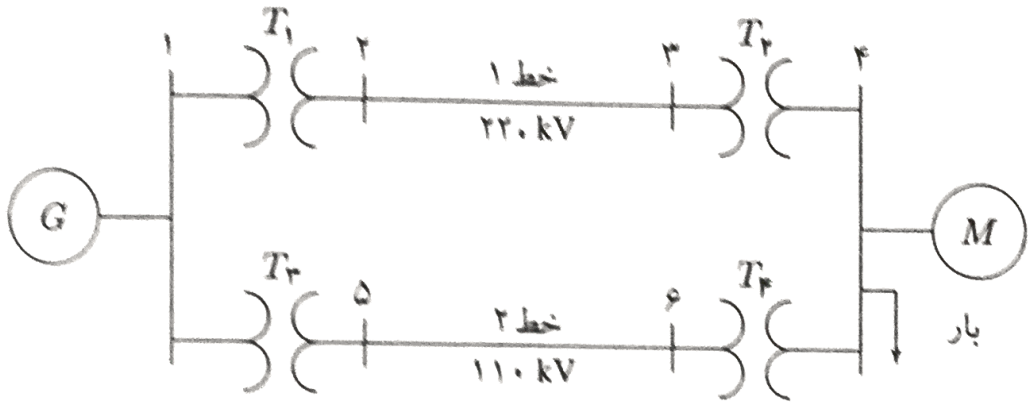
G :	۹۰ MVA	۲۲ kV	$X = ٪۱۸$
$T_۱$:	۵۰ MVA	۲۲/۲۲۰ kV	$X = ٪۱۰$

1 - Impenance diagram

2 - One line diagram

T_1 :	۴۰ MVA	۲۲۰/۱۱ kV	X = ٪۶
T_2 :	۴۰ MVA	۲۲/۱۱۰ kV	X = ٪۶/۴
T_3 :	۴۰ MVA	۱۱۰/۱۱ kV	X = ٪۸
M :	۶۶/۵ MVA	۱۰/۴۵ kV	X = ٪۱۸/۵

بار سه فاز در شین ۴ قدرت ۵۷ MVA را در ضریب قدرت ۰/۶ پس فاز و با ولتاژ ۱۰/۴۵ kV دریافت می‌کند. خطوط ۱ و ۲ به ترتیب دارای راکتانس‌های ۴۸/۴ Ω و ۶۵/۴۳ Ω می‌باشند.



شکل ۳-۲۹ نمایش تک خطی برای مثال ۳-۷

ابتدا باید ولتاژهای مبنا برای تمام قسمت‌های شبکه تعیین شوند. ولتاژ نامی ژنراتور در شین ۱ به عنوان ولتاژ مبنا داده شده است. این عمل ولتاژهای مبنا را برای شین‌های دیگر، مطابق نسبت دور ترانسفورماتورها، تثبیت می‌کند. ولتاژ مبنای V_{B1} در سمت LV ترانسفورماتور T_1 ، دارای مقدار ۲۲ kV است. بنابراین، ولتاژ مبنا در سمت HV برابر است با:

$$V_{B2}=۲۲\left(\frac{۲۲۰}{۲۲}\right)=۲۲۰ \quad \text{kV}$$

با توجه به این ولتاژ مبنا، ولتاژ ترانسفورماتور T_2 در سمت HV منجر به ولتاژ مبنای V_{B2}=۲۲۰ kV می‌شود. از این رو در سمت LV آن داریم:

$$V_{B2}=۲۲۰\left(\frac{۱۱}{۲۲۰}\right)=۱۱ \quad \text{kV}$$

به همین ترتیب برای ولتاژ مبنا در شین ۵ و ۶ خواهیم داشت:

$$V_{B5} = V_{B6} = ۲۲\left(\frac{۱۱۰}{۲۲}\right) = ۱۱۰ \quad \text{kV}$$

از آنجائی که ولتاژهای مبنای ژنراتور و ترانسفورماتور برابر مقادیر نامی آنها هستند، راکتانس‌های آنها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA و با توجه به رابطه (۳-۹۲) عبارتند از:

$$G: \quad X = ۰/۱۸\left(\frac{۱۰۰}{۹۰}\right) = ۰/۲ \quad \text{pu}$$

$$T_۱: \quad X = ۰/۱\left(\frac{۱۰۰}{۵۰}\right) = ۰/۲ \quad \text{pu}$$

$$T_۲: \quad X = ۰/۰۶\left(\frac{۱۰۰}{۴۰}\right) = ۰/۱۵ \quad \text{pu}$$

$$T_۳: \quad X = ۰/۰۶۴\left(\frac{۱۰۰}{۴۰}\right) = ۰/۱۶ \quad \text{pu}$$

$$T_۴: \quad X = ۰/۰۸\left(\frac{۱۰۰}{۴۰}\right) = ۰/۲ \quad \text{pu}$$

راکتانس موتور برحسب مقادیر نامی ثبت شده در پلاک آن، ۶۶/۵ MVA و ۱۰/۴۵ kV می‌باشد. با وجود این، ولتاژ مبنا در شین ۴ برای موتور ۱۱ kV خواهد . استفاده از رابطه (۳-۹۱)، راکتانس موتور در مبنای ۱۰۰ MVA و ۱۱ kV برابر است با:

$$M: \quad X = ۰/۱۸۵\left(\frac{۱۰۰}{۶۶/۵}\right)\left(\frac{۱۰/۴۵}{۱۱}\right)^۲ = ۰/۲۵ \quad \text{pu}$$

امپدانس‌های مبنا برای خطوط ۱و ۲ با استفاده از رابطه (۳-۸۱) عبارتند از:

$$Z_{B2} = \frac{(۲۲۰)^۲}{۱۰۰} = ۴۸۴ \quad \Omega$$

$$Z_{B5} = \frac{(۱۱۰)^۲}{۱۰۰} = ۱۲۱ \quad \Omega$$

راکتانس‌های نسبت به واحد برای خط ۱ و ۲ به صورت زیر هستند:

$$\text{خط ۱}: \quad X = \left(\frac{۴۸/۴}{۴۸۴}\right) = ۰/۱۰ \text{ pu}$$

$$\text{خط ۲}: \quad X=\left(\frac{۶۵/۴۳}{۱۲۱}\right)=۰/۵۴ \quad \text{pu}$$

توان ظاهری بار در ضریب قدرت ۰/۶ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S_{L(۳\phi)}=۵۷\angle ۵۳/۱۳^\circ \quad \text{MVA}$$

در نتیجه، امپدانس بار بر حسب Ω برابر است با:

$$Z_L=\frac{(V_{L-L})^۲}{S^*_{L(۳\phi)}}=\frac{(۱۰/۴۵)^۲}{۵۷\angle -۵۳/۱۳^\circ}=۱/۱۴۹۵+j\,۱/۵۳۲۶۷ \quad \Omega$$

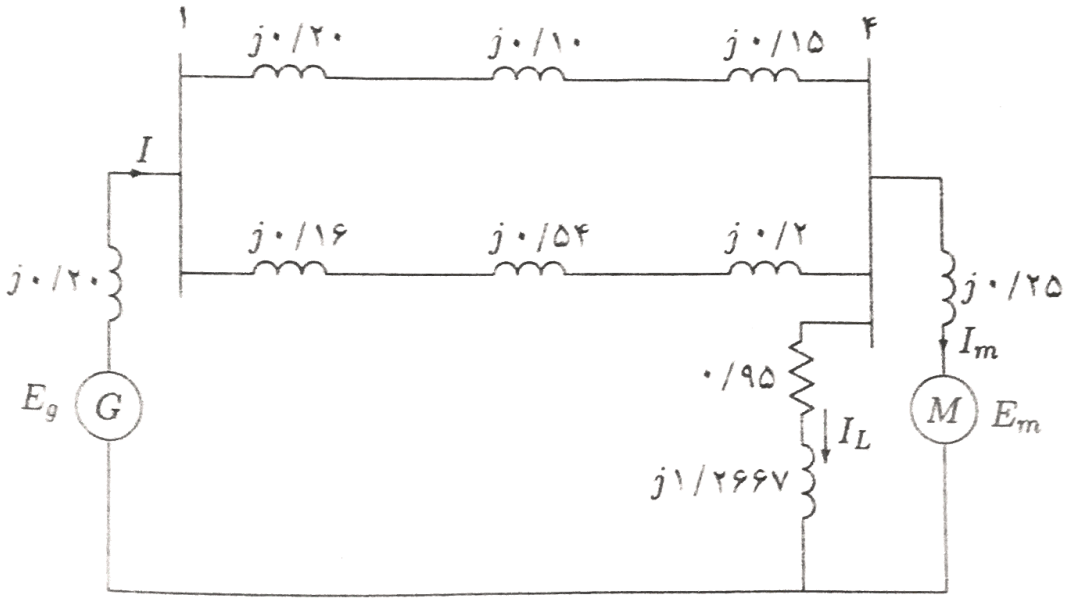
امپدانس مبنا برای بار عبارتست از:

$$Z_{B۴}=\frac{(۱۱)^۲}{۱۰۰}=۱/۲۱ \quad \Omega$$

بنابراین، امپدانس بار برحسب pu به صورت زیر است:

$$Z_{L(pu)}=\frac{۱/۱۴۹۵+j۱/۵۳۲۶۲}{۱/۲۱}=۰/۹۵+j۱/۲۶۶۷ \quad \text{pu}$$

در شکل ۳-۳۰ مدار معادل بر حسب امپدانس‌های pu نشان داده شده است.



شکل ۳-۳۰ نمایش امپدانس برحسب pu برای مثال ۳-۷

مثال ۳-۸ (chp3ex8)

موتور مثال ۳-۷ در بار کامل با ضریب قدرت ۰/۸ پیش‌فاز و ولتاژ پایانه ۱۰/۴۵ kV کار می‌کند.

(الف) ولتاژ شین ژنراتور (شین ۱) را تعیین نمائید.

(ب) مقادیر emf داخلی ژنراتور و موتور را بدست آورید.

(الف) ولتاژ pu در شین ۴ که به عنوان مبنا انتخاب شده، برابر است با:

$$V_۴ = \frac{۱۰/۴۵}{۱۱} = ۰/۹۵\angle ۰^\circ \quad \text{pu}$$

برای توان ظاهری موتور در ضریب قدرت ۰/۸ پیش‌فاز داریم:

$$S_m = \frac{۶۶/۵}{۱۰۰}\angle -۳۶/۸۷^\circ \quad \text{pu}$$

بنابراین، جریان دریافتی توسط موتور به صورت زیر است:

$$I_m = \frac{S_m^*}{V_۴^*} = \frac{۰/۶۶۵\angle ۳۶/۸۷^\circ}{۰/۹۵\angle ۰^\circ} = ۰/۵۶ + j۰/۴۲ \quad \text{pu}$$

جریان دریافتی توسط بار برابر است با:

$$I_L = \frac{V_۴}{V_L} = \frac{۰/۹۵\angle ۰^\circ}{۰/۹۵ + j۱/۲۶۷} = ۰/۳۶ - j۰/۴۸ \quad \text{pu}$$

جریان دریافتی کل از شین ۴ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$I = I_m + I_L = (۰/۵۶ + j\,۰/۴۲) + (۰/۳۶ - j\,۰/۴۸) = ۰/۹۲ - j\,۰/۰۶ \quad \text{pu}$$

راکتانس معادل شاخه‌های موازی برابر است با:

$$X_{II} = \frac{۰/۴۵ \times ۰/۹}{۰/۴۵ + ۰/۹} = ۰/۳ \quad \text{pu}$$

ولتاژ پایانه ژنراتور عبارتست از:

$$V_۱ = V_۴ + Z_{II} I = ۰/۹۵\angle ۰^\circ + j۰/۳(۰/۹۲ - j۰/۰۶) = ۰/۹۶۸ + j۰/۲۷۶$$

$$= ۱\angle ۱۵/۹۱^\circ \text{ pu} = ۲۲\angle ۱۵/۹۱^\circ \quad \text{kV}$$

(ب) مقدار emf داخلی ژنراتور به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E_g = V_1 + Z_g I = ۰/۹۶۸ + j۰/۲۷۶ + j۰/۲(۰/۹۲ - j۰/۰۶) = ۱/۰۸۲۶\angle ۲۵/۱۴^\circ \quad \text{pu}$$

$$= ۲۳/۸۲\angle ۲۵/۱۴^\circ \quad \text{kV}$$

و emf داخلی موتور برابر است با:

$$E_m = V_2 - Z_m I_m = ۰/۹۵ + j۰ - j۰/۲۵(۰/۵۶ + j۰/۴۲) = ۱/۰۶۴\angle -۷/۵۶^\circ \quad \text{pu}$$

$$= ۱۱/۷۱\angle -۷/۵۶^\circ \quad \text{kV}$$

مسایل

۳-۱) مولد جریان متناوب سه فاز ۳۱۸/۷۵ kVA و ۲۳۰۰ V، دارای مقاومت آرمیچر ۰/۳۵ Ω/ϕ و راکتانس سنکرون ۱/۲ Ω/ϕ می‌باشد. ولتاژ بی‌باری خط به خط و درصد تنظیم ولتاژ آنرا در موارد زیر تعیین نمائید.

(الف) kVA بار کامل، ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ نامی.

(ب) kVA بار کامل، ضریب قدرت ۰/۶ پیش فاز و ولتاژ نامی

۳-۲) یک ژنراتور سنکرون سه فاز ۶۰MVA و ۶۹/۳ kV دارای راکتانس سنکرون ۱۵ Ω/ϕ است که مقاومت آرمیچر آن قابل چشم‌پوشی است.

(الف) این ژنراتور قدرت نامی را با ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز در ولتاژ نامی پایانه به شین بی‌نهایت تحویل می‌دهد. اندازه emf تولید شده در هر فاز و زاویه توان δ را تعیین نمائید.

(ب) اگر emf تولید شده در هر فاز ۳۶ kV باشد، حداکثر قدرت سه فازی که ژنراتور می‌تواند قبل از خروج از همگامی تحویل دهد چقدر است؟

(پ) این ژنراتور قدرت ۴۸ MW را در ولتاژ نامی با جریان میدان تنظیم شده برای تولید emf معادل ۴۶ kV در هر فاز به شینی تحویل می‌دهد. جریان آرمیچر و ضریب قدرت را تعیین کنید. توضیح دهید که آیا ضریب قدرت پس فاز است یا پیش‌فاز ؟

۳-۳) یک ژنراتور سه فاز سنکرون ۲۴۰۰۰ kVA ، ۱۷/۳۲ kV و فرکانس ۶۰ Hz دارای راکتانس سنکرون ۵ Ω/ϕ بوده و مقاومت آرمیچر آن قابل چشم‌پوشی است.

(الف) در یک تحریک معین، ژنراتور بار نامی را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ خط به خط ۱۷/۳۲ kV به شین بی‌نهایت تحویل می‌دهد. ولتاژ تحریک هر فاز را تعیین نمائید.

(ب) ولتاژ تحریک در ۱۳/۴ kV/ϕ و ولتاژ پایانه در ۱۰ kV/ϕ نگهداشته شده است. حداکثر قدرت حقیقی سه فاز که ژنراتور می‌تواند قبل از خروج از همگامی تحویل دهد چقدر است؟

(پ) جریان آرمیچر را برای شرایط بند (ب) محاسبه کنید.

۳-۴) یک ژنراتور سنکرون سه فاز قطب برجسته ۳۴/۶۴ kV و ۶۰ MVA دارای راکتانس محور

مستقیم ۱۳/۵Ω و راکتانس محور عمودی ۹/۳۳۳Ω می‌باشد. مقاومت آرمیچر قابل صرفنظر است.

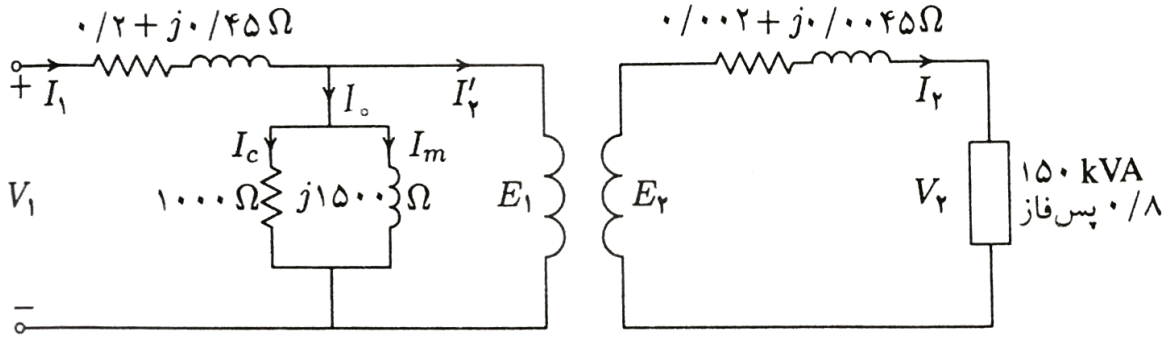
(الف) با توجه به نمایش فازوری ژنراتور قطب برجسته، نشان داده شده در شکل ۳-۸ نشان دهید که زاویه δ برابر است با:

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{X_q|I_a|\cos\theta}{V + X_q|I_a|\sin\theta}\right)$$

(ب) زاویه بار δ و ولتاژ تحریک در هر فاز E را وقتی که ژنراتور قدرت نامی MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز به شین بی‌نهایت در ولتاژ خط به خط ۳۴/۶۴ kV تحویل می‌دهد، محاسبه نمائید.

(پ) ولتاژ تحریک ژنراتور در مقدار محاسبه شده بند (ب) ثابت است. با استفاده از MATLAB منحنی زاویه توان را با توجه به معادله (۳-۳۲) برای محدوده $\delta = 0 : 0/05 : 180^\circ$ رسم نمائید. با بکارگیری فرمان **Pmax,k = max (P); dmax = d(k)** حداکثر توان ماندگار **Pmax** و زاویه توان **dmax** مربوط را بدست آورید.

۳-۵) یک ترانسفورماتور یک‌فاز ۱۵۰ kVA و ۲۴۰۰/۲۴۰ V دارای پارامترهای نشان داده شده در شکل ۳-۳۱ می‌باشد.



شکل ۳-۳۱ مدار ترانسفورماتور برای مسأله ۳-۵

(الف) مدار معادل تبدیل شده به سمت فشار قوی را تعیین کنید.

(ب) ولتاژ اولیه و تنظیم ولتاژ را، وقتی که ترانسفورماتور در بارکامل و ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز با ولتاژ ۲۴۰ V کار می‌کند، محاسبه نمائید.

(پ) ولتاژ اولیه و تنظیم ولتاژ را، وقتی که ترانسفورماتور در بارکامل و ضریب قدرت ۰/۸ پیش فاز کار می‌کند، محاسبه کنید.

(ت) جواب‌های خود را با اجرای برنامه **trans** در MATLAB ارزیابی کرده و منحنی بازده ترانسفورماتور را بدست آورید.

۳-۶) در یک ترانسفورماتور یک‌فاز ۶۰ kVA و ۴۸۰۰/۲۴۰۰ V نتایج آزمایش‌ها به صورت زیر است:

۱ - ولتاژ نامی به سیم‌پیچ فشار ضعیف اعمال شده و سیم‌پیچ فشار قوی مدار باز است. در این شرایط، جریان داده شده به سیم‌پیچ فشار ضعیف ۲/۴ A و توان دریافتی از منبع ۲۴۰۰ ولتی، ۳۴۵۶ W می‌باشد.

۲ - ولتاژ کاهش یافته ۱۲۵۰ V به سیم‌پیچ فشار قوی اعمال گردیده و سیم‌پیچ فشار ضعیف اتصال کوتاه شده است. در این شرایط، جریان ورودی به سیم‌پیچ فشار قوی ۱۲/۵ A و توان دریافتی از منبع ۱۲۵۰ ولتی، ۴۳۷۵ W است.

(الف) پارامترهای مدار معادل تبدیل شده به سمت فشار قوی را تعیین کنید.

(ب) تنظیم ولتاژ و بازده ترانسفورماتور را در بارکامل و ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز با ولتاژ پایانه ۲۴۰۰ V بدست آورید.

(پ) در حداکثر بازده ، kVA بار را محاسبه کنید. حداکثر بازده در ضریب قدرت ۰/۸ چقدر است؟

(ت) در ۰/۷۵ بار کامل و ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز با ولتاژ پایانه ۲۴۰۰ V ، بازده ترانسفورماتور را تعیین کنید.

(ث) پاسخ‌های خود را با اجرای برنامه **trans** در MATLAB ارزیابی نموده و منحنی بازده ترانسفورماتور را بدست آورید.

۳-۷) در یک ترانسفورماتور با دو سیم‌پیچ دارای مقادیر نامی ۹ kVA ، ۱۲۰/۹۰ V ، ۶۰ Hz ، در بار کامل تلفات هسته ۲۰۰ W و تلفات مسی ۵۰۰ W است.

(الف) این ترانسفورماتور به عنوان یک اتو ترانسفورماتور برای تغذیه بار ۱۲۰ ولتی استفاده شده

است. ولتاژ منبع V ۲۱۰ است. بار با چه مقدار kVA می‌تواند بدون تجاوز از جریان نامی سیم‌پیچ‌ها تغذیه شود (در این حالت ترانسفورماتور را ایده‌آل فرض کنید)
(ب) بازده اتو ترانسفورماتور را دربار kVA بند (الف) و ضریب قدرت ۰/۸ محاسبه کنید.

۳-۸) سه ترانسفورماتور یک‌فاز مشابه با مشخصات ۹ MVA، ۴/۱۶ kV / ۷/۲ kV به صورت اتصال ستاره در سمت فشار قوی و مثلث در سمت فشار ضعیف به هم متصل شده‌اند. امپدانس سری معادل هر ترانسفورماتور تبدیل شده به سمت فشار قوی $0.12 + j\,0.82\ \Omega$ در هر فاز است. این ترانسفورماتور بار سه‌فاز متقارنی را با قدرت ۱۸ MVA در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ ۴/۱۶ kV تغذیه می‌نماید. ولتاژ خط به خط را در پایانه‌های سمت فشار قوی ترانسفورماتور تعیین کنید.

۳-۹) ترانسفورماتور سه‌فاز Δ - Y با مشخصات ۴۰۰ MVA، ۲۴۰ kV/۲۴ kV دارای امپدانس سری معادل $1.2 + j\,6\ \Omega/\phi$ تبدیل شده به سمت فشار قوی است. این ترانسفورماتور بار سه فاز ۴۰۰ MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ پایانه ۲۴ kV (خط به خط) در سمت فشار ضعیف خود تغذیه می‌نماید. اولیه آن از طریق خطی با امپدانس $0.6 + j\,1.2\ \Omega/\phi$ تغذیه شده است. ولتاژ خط به خط در پایانه‌های سمت فشار قوی ترانسفورماتور و ولتاژ سمت ارسال این خط را تعیین کنید.

۳-۱۰) در مسأله ۳-۹ با فرض اینکه مقادیر نامی به عنوان کمیت‌های مبنا در نظر گرفته شوند، تمامی امپدانس‌ها را برحسب pu بیان کنید. با استفاده از مقادیر pu ، ولتاژ خط به خط در پایانه‌های فشار قوی ترانسفورماتور و سمت ارسال خط را محاسبه کنید.

۳-۱۱) یک ژنراتور سنکرون سه‌فاز با اتصال Y و مشخصات ۷۵ MVA، ۲۷ kV دارای راکتانس سنکرون $9\Omega/\phi$ است. با استفاده از مقادیر نامی MVA و ولتاژ به عنوان مبنا، راکتانس pu آن را محاسبه کنید. سپس این مقدار pu را در مبنای جدید ۱۰۰ MVA و ۳۰ kV بدست آورید.

۳-۱۲) یک ترانسفورماتور یک‌فاز ۴۰ MVA، ۴۰۰ kV /۲۰ kV دارای امپدانس‌های سری زیر است.

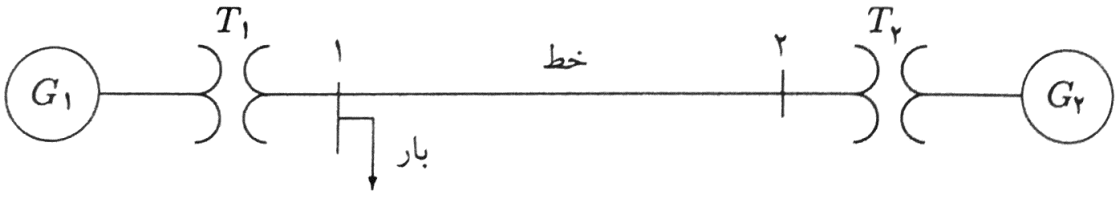
$$Z_۱ = ۰/۹ + j\ ۱/۸\ \Omega$$

$$Z_۲ = ۱۲۸ + j\ ۲۸۸\ \Omega$$

با استفاده از مقادیر نامی ترانسفورماتور به عنوان مبنا، امپدانس pu ترانسفورماتور را از مقادیر اهمی تبدیل شده به سمت فشار ضعیف بدست آورید. امپدانس pu را با استفاده از مقدار اهمی تبدیل شده به سمت فشار قوی نیز تعیین کنید.

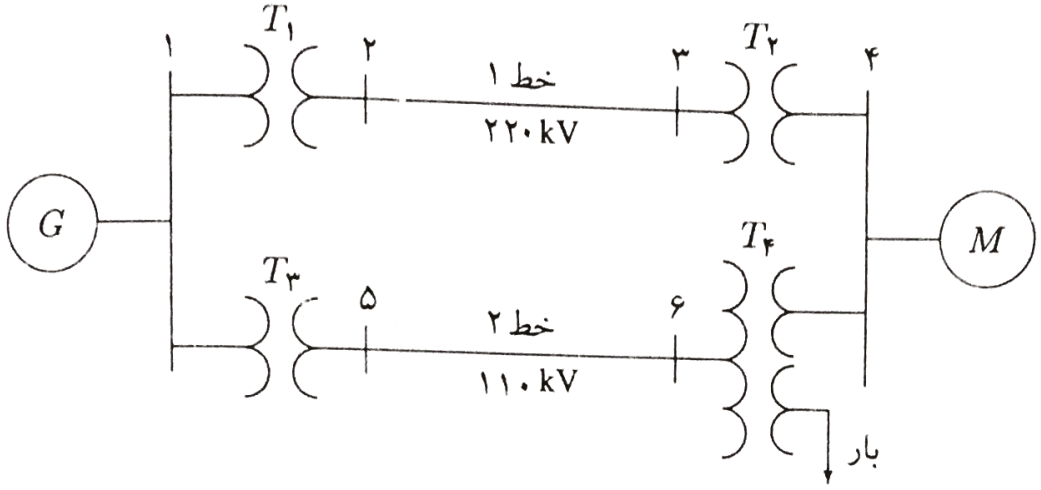
۳-۱۳) نمایش امپدانس سیستم قدرت نشان داده شده در شکل ۳-۳۲ را، که در آن تمامی امپدانس‌ها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA است، رسم کنید. ولتاژ ۲۰kV را به عنوان ولتاژ مبنای ژنراتور انتخاب نمائید. توان سه‌فاز و مقادیر نامی ولتاژ خط به خط در زیر داده شده‌اند.

$G_۱$:	۹۰ MVA	۲۰ kV	X = ٪۹
$T_۱$:	۸۰ MVA	۲۰/۲۰۰ kV	X = ٪۱۶
$T_۲$:	۸۰ MVA	۲۰۰/۲۰ kV	X = ٪۲۰
$G_۲$:	۹۰ MVA	۱۸ kV	X = ٪۹
خط :		۲۰۰ kV	X = ۱۲۰ Ω
بار :	S =۴۸MW+j ۶۴MVAr	۲۰۰ kV	



شکل ۳-۳۲ نمایش تک خطی برای مسأله ۳-۱۳

۳-۱۴) نمایش تک خطی یک سیستم قدرت در شکل ۳-۳۳ ارائه شده است.



شکل ۳-۳۳ نمایش تک خطی برای مسأله ۳-۱۴

توان سه فاز و مقادیر نامی عناصر به صورت زیر داده شده‌اند:

G	:	۸۰	MVA	۲۲ kV	$X = ٪۲۴$
T_1	:	۵۰	MVA	۲۲/۲۲۰ kV	$X = ٪۱۰$
T_2	:	۴۰	MVA	۲۲۰/۲۲ kV	$X = ٪۶$
T_3	:	۴۰	MVA	۲۲/۱۱۰ kV	$X = ٪۶/۴$
خط ۱	:			۲۲۰ kV	$X = ۱۲۱\ \Omega$
خط ۲	:			۱۱۰ kV	$X = ۴۲/۳۵\ \Omega$
M	:	۶۸/۸۵	MVA	۲۰ kV	$X = ٪۲۲/۵$
بار	:	۱۰	MVAr	۴ kV	خازن‌های با اتصال Δ

مقادیر نامی سه فاز ترانسفورماتور با سه سیم‌پیچ عبارتند از:

اولیه : اتصال Y ۴۰ MVA و ۱۱۰ kV

ثانویه : اتصال Y ۴۰ MVA و ۲۲ kV

ثالثیه : اتصال Δ ۱۵ MVA و ۴ kV

راکتانس‌های اندازه‌گیری شده در هر فاز در پایانه یک سیم‌پیچ با اتصال کوتاه سیم‌پیچ دوم و

مدار باز سیم‌پیچ سوم به صورت زیر هستند:

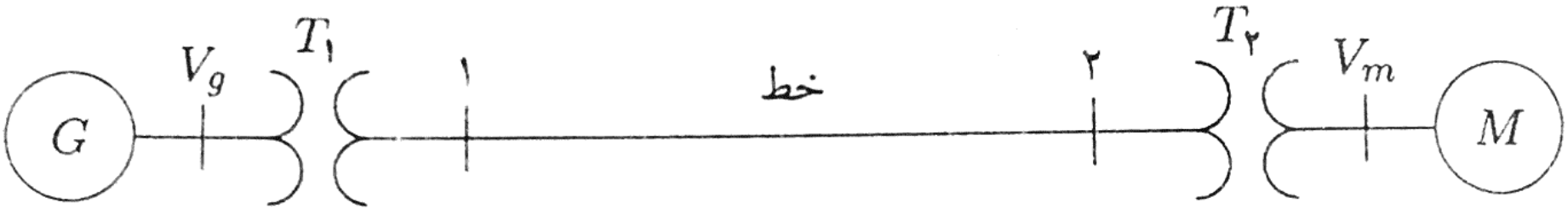
$$Z_{ps} = ٪۹/۶ \quad ۴۰\ \text{MVA} \quad \text{و} \quad ۱۱۰\ \text{kV} / ۲۲\ \text{kV}$$

$$Z_{pt} = ٪۷/۲ \quad ۴۰\ \text{MVA} \quad \text{و} \quad ۱۱۰\ \text{kV} / ۴\ \text{kV}$$

$$Z_{st} = ٪۱۲ \quad ۴۰\ \text{MVA} \quad \text{و} \quad ۲۲\ \text{kV} / ۴\ \text{kV}$$

امپدانس‌های مدار معادل T سه سیم‌پیچ ترانسفورماتور را در مبنای ۱۰۰ MVA بدست آورید. نمایش امپدانس را، که در آن تمامی امپدانس‌ها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA می‌باشند، رسم نمائید. ولتاژ ۲۲kV را به عنوان ولتاژ مبنای ژنراتور انتخاب کنید.

۳-۱۵) توان سه فاز و مقادیر نامی عناصر یک سیستم قدرت که در شکل ۳-۳۴ نشان داده شده، به صورت زیر است:



شکل ۳-۳۴ نمایش تک خطی برای مسأله ۳-۱۵

$G_۱$:	۶۰ MVA	۲۰ kV	$X = ٪۹$
$T_۱$:	۵۰ MVA	۲۰/۲۰۰ kV	$X = ٪۱۰$
$T_۲$:	۵۰ MVA	۲۰۰/۲۰ kV	$X = ٪۱۰$
M :	۴۳/۲ MVA	۱۸ kV	$X = ٪۸$
خط :		۲۰۰ kV	$Z = ۱۲۰ + j\ ۲۰۰\ \Omega$

(الف) نمایش امپدانس را، که در آن تمامی امپدانس‌ها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA هستند، رسم نمائید. ولتاژ مبنای ژنراتور را ۲۰ kV فرض کنید.

(ب) توان دریافتی در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ خط به خط پایانه ۱۸ kV، برابر

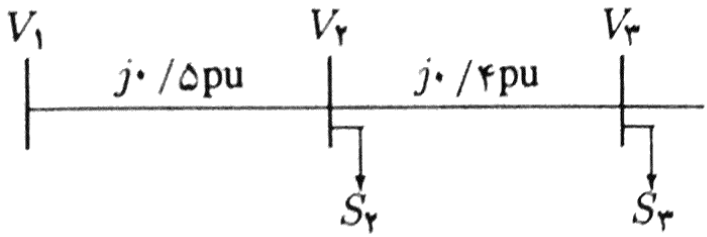
۴۵MVA می‌باشد ولتاژ پایانه و emf داخلی ژنراتور را برحسب pu و kV تعیین کنید.

۳-۱۶) نمایش تک خطی یک سیستم قدرت سه فاز در شکل ۳-۳۵ ارائه داده شده است. امپدانس‌ها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA و ۴۰۰ kV می‌باشند. بار شین‌های ۲ و ۳ به ترتیب عبارتند از:

$$S_۲ = ۱۵/۹۳ \text{ MW} - j\ ۳۳/۴ \text{ MVAr}$$

$$S_۳ = ۷۷ \text{ MW} + j۱۴ \text{ MVAr}$$

با استفاده از سیستم pu ولتاژ شین‌های ۱ و ۲ را طوری تعیین کنید که ولتاژ شین ۳ در $۴۰۰\angle ۰^\circ$ kV ثابت بماند.



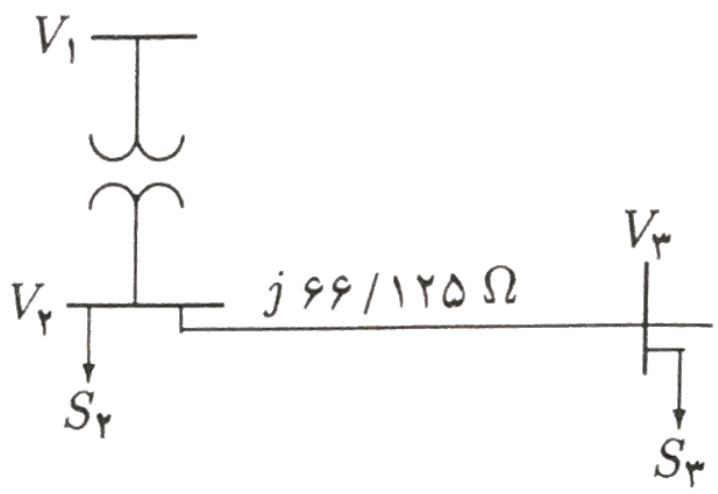
شکل ۳-۳۵ نمایش تک خطی برای مسأله ۳-۱۶

۳-۱۷) نمایش تک خطی یک سیستم سه‌فاز در شکل ۳-۳۶ ارائه داده شده است. راکتانس ترانسفورماتور ۲۰ درصد در مبنای ۲۳/۱۱۵ kV،۱۰۰MVA و امپدانس خط $Z = j\ ۶۶/۱۲۵\ \Omega$ است. بار در شین ۲ و ۳ به ترتیب عبارتند از:

$$S_۲ = ۱۸۴/۸ \text{ MW} + j\ ۶/۶ \text{ MVAr}$$

$$S_۳ = ۰ \text{ MW} + j\ ۲۰ \text{ MVAr}$$

با استفاده از سیستم pu ، ولتاژ شین‌های ۱ و ۲ را طوری محاسبه کنید که ولتاژ شین ۳ در $۱۱۵\angle ۰^\circ$ kV ثابت بماند.



شکل ۳-۳۶ نمایش تک خطی برای مسأله ۳-۱۷

فصل چهارم

پارامترهای خط انتقال

۴-۱ مقدمه

هدف اصلی از یک شبکه انتقال، آنست که انرژی الکتریکی از واحدهای تولید در محل‌های مختلف به سیستم توزیع، که نهایتاً بار را تغذیه می‌نماید، انتقال یابد. خطوط انتقال، شرکت‌های برق مجاور را نیز به یکدیگر وصل می‌کنند که نه تنها امکان توزیع اقتصادی توان در داخل نواحی را در طی شرایط عادی فراهم می‌آورند بلکه در شرایط اضطراری نیز انتقال توان بین نواحی را امکان‌پذیر می‌سازند.

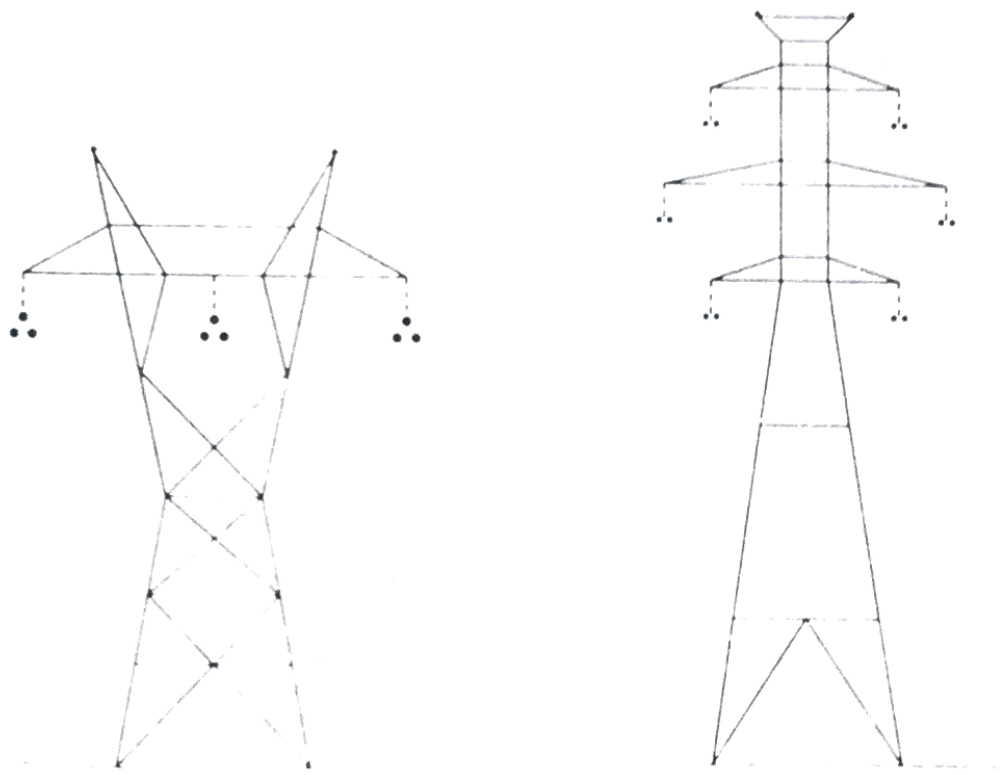
کلیه خطوط انتقال در سیستم قدرت دارای خواص الکتریکی مقاومت، اندوکتانس، ظرفیت خازنی و رسانائی می‌باشند. اندوکتانس و ظرفیت خازنی بواسطه اثر میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی در اطراف هادی بوجود می‌آیند. این پارامترها برای توسعه مدل‌های خط انتقال که در تجزیه و تحلیل سیستم قدرت بکار می‌روند ضروری هستند. رسانائی موازی، جریان‌های نشتی را که از روی عایق‌ها و مسیرهای یونیزه شده در هوا جاری می‌شوند نشان می‌دهد. جریان‌های نشتی در مقایسه با جریان‌هایی که در خطوط انتقال جاری می‌شوند ناچیز بوده و قابل صرف‌نظر می‌باشند.

بخش اول این فصل به محاسبه اندوکتانس و ظرفیت خازنی خطوط هوائی می‌پردازد. مفهوم *شعاع متوسط هندسی* (*GMR*) و *فاصله متوسط هندسی* (*GMD*) مطرح شده و برای محاسبه *GMR* و *GMD* تابع **[GMD, GMRL, GMRC] = gmd** ارائه می‌گردد. این تابع برای محاسبه اندوکتانس و ظرفیت خازنی خطوط انتقال یک مداره یا دو مداره با هادی‌های گروهی بسیار سودمند است. به عبارت دیگر، تابع **[L,C] = gmd2LC** اندوکتانس خط بر حسب mH در هرکیلومتر و ظرفیت خازنی موازی را برحسب μF در هر کیلومتر می‌دهد. در نهایت اثرات اندوکتانس الکترومغناطیسی و الکترواستاتیکی ارائه می‌شوند.

یک برنامه جدید GUI به نام **legui** برای محاسبه پارامترهای خط انتقال تهیه شده است. این برنامه، یک برنامه با کاربری آسان بوده و وارد کردن داده‌ها را برای آرایش‌های مختلف بسیار ساده می‌نماید.

۴-۲ خطوط انتقال هوائی

مدار انتقال، مطابق شکل ۴ ۱ شامل هادی‌ها، عایق‌ها و معمولا سیم‌های محافظ هستند. هادی‌های خطوط انتقال در هوا و از برج‌های ساخته شده از فولاد، چوب یا بتون مسلح در مسیرهای مخصوص به خود اویزان شده‌اند. برج‌های فولادی را می‌توان به صورت یک مداره یا دو مداره طراحی نمود. برج‌های فولادی چند مداره طوری ساخته شده‌اند که سه یا ده خط ۶۹ kV را در یک عرض عبوری تعیین شده نگه می‌دارند. کمتر از یک درصد از کل خطوط انتقال اتلاف منجمده در زیرزمین قرار دارند. هرچند انتقال زیرزمینی ac می‌تواند بعضی از مشکلات زیست محیطی و زیبایی مربوط به خطوط انتقال هوائی را مرتفع کند اما دلایل فنی و اقتصادی بسیاری وجود دارند که از بکارگیری انتقال زیرزمینی ac جلوگیری می‌نمایند.



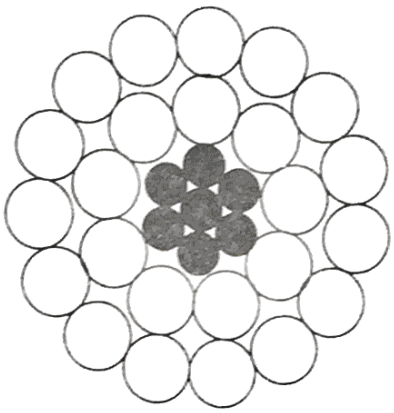
شکل ۴ ۱ ساختار نوعی برج‌های خط انتقال ۳۴۵ kV

انتخاب سطح ولتاژ اقتصادی برای خط انتقال به میزان توان انتقالی و فاصله‌ای که این توان باید انتقال یابد بستگی دارد. اصولاً، ولتاژ مناسب و انتخاب اندازه هادی به مقایسه عواملی نظیر تلفات RI^2، اغتشاشات صوتی، سطح تداخل رادیوئی با هزینه‌های ثابت سرمایه‌گذاری بستگی دارد. در ایالات متحده، ولتاژهای استاندارد انتقال توسط انستیتو استانداردهای ملی امریکا[1] (ANSI) تعیین می‌شود. ولتاژ (خط به خط) خطوط انتقالی که با ولتاژهای بیش از ۶۰ kV کار می‌کنند به صورت زیر استاندارد شده‌اند. ۶۹ kV، ۱۱۵ kV، ۱۳۸ kV، ۱۶۱ kV، ۲۳۰ kV، ۳۴۵ kV، ۵۰۰ kV و ۷۶۵ kV. معمولاً ولتاژهای انتقال بیش از ۲۳۰ kV به عنوان *فوق فشار قوی*[2] (EHV) و بالاتر از ۷۶۵ kV به عنوان *مافوق فشار قوی*[3] (UHV) شناخته می‌شوند. متداول‌ترین هادی‌های خطوط انتقال ولتاژ بالا عبارتند از هادی الومینیومی تقویت شده با فولاد[4] (ACSR)، هادی تمام الومینیومی[5] (AAC)، هادی با آلیاژ تمام الومینیومی[6] (AAAC) و هادی الومینیومی تقویت شده با آلیاژ[7] (ACAR). دلیل محبوبیت این هادی‌ها هزینه نسبتاً کم و بالا بودن نسبت استحکام به وزن آنها در مقایسه با هادی‌های مسی است. دلیل دیگر، فراوانی الومینیوم در مقایسه با مس می‌باشد. جدولی از هادی‌های ACSR که بیشترین کاربرد را دارند در برونده **acsr.m** ذخیره شده است. مشخصات هادی‌های دیگر در کتابچه‌های راهنمای هادی‌ها یا اسناد و مدارک سازندگان ارائه شده است. برای انعطاف‌پذیری، هادی‌ها به صورت رشته‌ای[8] ساخته می‌شوند. هادی ACSR شامل هسته مرکزی از رشته‌های فولادی است که لایه‌هایی از رشته‌های الومینیومی در اطراف آن قرار گرفته است. این هادی در شکل ۲.۴ نشان داده شده است. رشته‌های هر لایه به دور هم تابانده می‌شوند و تاب هر لایه در جهت مخالف لایه مجاور خود است. این تاباندن موجب می‌گردد تا رشته‌ها در محل خود باقی بمانند. برونده مسی **acsr.m** برای برنامه GUI به هنگام شده و به **acsrgui** تغییر نام یافته است.

سازندگان هادی‌ها، مشخصات هادی‌های رشته‌ای را همراه با اندازه‌های هادی بر حسب *میل‌های دایره‌ای*[9] (cmil) ارائه می‌دهند. یک میل برابر است با ۰.۰۰۱ اینچ و برای یک هادی گرد و توپر، مساحت برحسب میل‌های دایره‌ای به صورت توان دوم قطر برحسب میل تعریف می‌گردد. به عنوان مثال، ۱۰۰۰۰۰۰ cmil نشان دهنده سطح یک هادی گرد و توپر با قطر یک اینچ است. بعلاوه، برای

1 - American National Standards Institute
2 - Extra High Voltage
3 - Ultra High Voltage
4 - Aluminum Conductor Steel Reinforced
5 - All Aluminum Conductor
6 - All Aluminum Alloy Conductor
7 - Aluminum Conductor - Alloy Reinforced
8 - Strand
9 - Circular mils

مراجعه آسان، کلمات رمز (اسامی پرندگان) به هر یک از هادی‌ها اختصاص یافته است.



شکل ۴-۲ نمای سطح مقطع یک هادی ACSR - ۲۴/۷

در ولتاژهای بیش از ۲۳۰ kV، بکارگیری بیش از یک هادی در هر فاز ترجیح داده می‌شود و این عمل دسته‌بندی یا گروه‌بندی[1] هادی‌ها نامیده می‌شود. یک دسته یا گروه[2] شامل دو، سه یا چهار هادی است. دسته‌بندی، شعاع موثر هادی خط را افزایش و نیروی میدان الکتریکی در نزدیکی هادی‌ها را کاهش می‌دهد که این امر موجب کاهش تلفات کرونا، اغتشاشات صوتی و تداخل رادیویی می‌گردد. مزیت مهم دیگر دسته‌بندی هادی‌ها، کاهش راکتانس خط است.

۴-۳ مقاومت خط

مقاومت هادی در ارزیابی بازده انتقال و مطالعات اقتصادی بسیار مهم است. مقاومت dc یک هادی گرد و توپر در دمای مشخص برابر است با:

$$R_{dc} = \frac{\rho \ell}{A} \qquad (۱-۴)$$

که در آن:

ρ = مقاومت ویژه هادی

1 - Bundling
2 - Bundle

ℓ = طول هادی

A = سطح مقطع هادی

مقاومت هادی با سه عامل تغییر می‌کند: فرکانس، تاباندن و دما.

هنگامی که جریان ac از یک هادی عبور می‌کند، توزیع جریان در سطح مقطع هادی یکسان نبوده و چگالی جریان در سطح هادی بیشترین مقدار را دارد. این اثر موجب می‌شود تا مقاومت ac کمی بیشتر از مقاومت dc گردد. این رفتار به *اثر پوستی*[1] موسوم است. در فرکانس ۶۰ Hz، مقاومت ac تقریباً ۲ درصد بیشتر از مقاومت dc است.

از آنجا که هادی رشته‌ای تابانده شده است، بنابراین طول واقعی هر رشته بیشتر از طول هادی است. از اینرو، مقاومت هادی کمی بیشتر از مقاومتی است که از رابطه (۴-۱) بدست می‌آید.

مقاومت هادی با زیاد شدن دما افزایش می‌یابد. برای محدوده‌ای از دماهای موجود این تغییر خطی در نظر گرفته می‌شود و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$R_2 = R_1 \frac{T + t_2}{T + t_1} \qquad (۴-۲)$$

که در آن R_1 و R_2 به ترتیب مقاومت‌های هادی در دمای t_1 و t_2 (°C) می‌باشند. در این رابطه T ثابت دما بوده و به جنس هادی بستگی دارد. برای آلومینیوم $T \cong ۲۲۸$ است.

به دلیل اثرات بالا، اطلاعات داده شده توسط سازندگان بهترین راه برای محاسبه مقاومت هادی است.

۴-۴ اندوکتانس هادی تکی

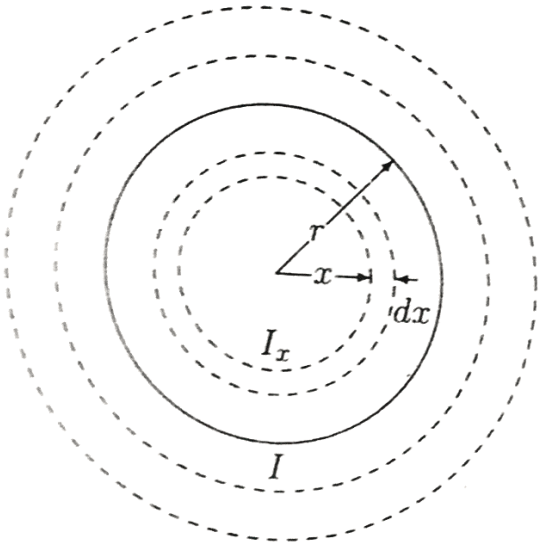
عبور جریان از هادی موجب تولید میدان مغناطیسی در اطراف آن می‌گردد. خطوط شار مغناطیسی به صورت دایره‌های بسته و هم مرکزی هستند که جهت آنها بوسیله قانون دست راست[2] تعیین می‌شود. چنانچه انگشت شست دست راست در جهت جریان باشد، انگشتان دست راست که سیم را احاطه می‌کنند جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهند. هنگامی که جریان تغییر می‌کند، شار تغییر نموده و ولتاژی در مدار القا می‌شود. طبق تعریف، اندوکتانس (L) مواد غیر مغناطیسی نسبت کل شار

1 - Skin effect
2 - Right hand rule

پیوندی مغناطیسی به جریان (I) بوده و برابر است با:

$$L = \frac{\lambda}{I} \qquad (۳-۴)$$

که در آن λ شار پیوندی برحسب وبر - دور می‌باشد.
یک هادی بلند با شعاع r و جریان I را مطابق شکل ۴-۳ در نظر بگیرید.



شکل ۴-۳ شار پیوندی یک هادی بلند

شدت میدان مغناطیسی (H_x)، در اطراف دایره‌ای به شعاع x ثابت بوده و مماس بر آن دایره است.
قانون آمپر، H_x را به جریان I_x ارتباط داده و عبارتست از:

$$\int_{0}^{2\pi x} H_x . d\ell = I_x \qquad (۴-۴)$$

یا

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi x} \qquad (۵-۴)$$

که در آن I_x جریان احاطه شده با دایره‌ای به شعاع x می‌باشد. چنانچه در شکل ۴-۳ نشان داده شده

است، معادله (۴-۵) تنها رابطه‌ای است که برای محاسبه شار پیوندی هادی (λ) مورد نیاز است. اندوکتانس هادی را می‌توان به صورت مجموع شار پیوندی داخلی و خارجی هادی تعریف نمود.

۴-۴-۱ اندوکتانس داخلی[1]

با صرف‌نظر از اثر پوستی و فرض چگالی جریان یکسان در سرتاسر سطح مقطع هادی می‌توان رابطه ساده‌ای برای شار پیوندی داخلی[2] به صورت زیر بدست آورد:

$$\frac{I}{\pi r^2} = \frac{I_x}{\pi x^2} \qquad (۴-۶)$$

با جایگزینی I_x از رابطه اخیر در معادله (۴-۵) داریم:

$$H_x = \frac{I}{2\pi r^2} x \qquad (۴-۷)$$

برای هادی غیر مغناطیسی با ضریب نفوذپذیری مغناطیسی ثابت μ_0، چگالی شار مغناطیسی[3] از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$B_x = \mu_0 H_x$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} x \qquad (۴-۸)$$

که در آن μ_0 نفوذپذیری مغناطیسی هوای آزاد بوده و مقدار آن $4\pi \times 10^{-7}$ H/m می‌باشد. شار جزئی $d\phi$ برای ناحیه‌ای کوچک با ضخامت dx در طول یک متر هادی برابر است با:

$$d\phi_x = B_x dx \times 1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} x dx \qquad (۴-۹)$$

شار $d\phi_x$ تنها با جزئی از هادی یعنی از مرکز هادی تا شعاع x پیوند دارد. بنابراین، با فرض چگالی جریان یکنواخت، تنها جزء $\frac{\pi x^2}{\pi r^2}$ از کل جریان بوسیله شار پیوند دارد، یعنی:

---

1 - Internal inductance
2 - Internal flux linkage
3 - Magnetic flux density

$$d\lambda_x = \left(\frac{x^2}{r^2}\right) d\phi_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} x^2 dx \qquad (۱۰-۴)$$

شار پیوندی کل با انتگرال‌گیری $d\lambda_x$ از صفر تا r بدست می‌آید:

$$\lambda_{int} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} \int_0^r x^2 dx$$

$$= \frac{\mu_0 I}{8\pi} \quad \text{Wb/m} \qquad (۱۱-۴)$$

با استفاده از رابطه (۴-۳)، اندوکتانس ناشی از شار پیوندی داخلی برابر است با:

$$L_{int} = \frac{\mu_0}{8\pi} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \quad \text{H/m} \qquad (۱۲-۴)$$

شایان ذکر است که L_{int} مستقل از شعاع هادی (r) است.

۴-۴-۲ اندوکتانس ناشی از شار پیوندی خارجی

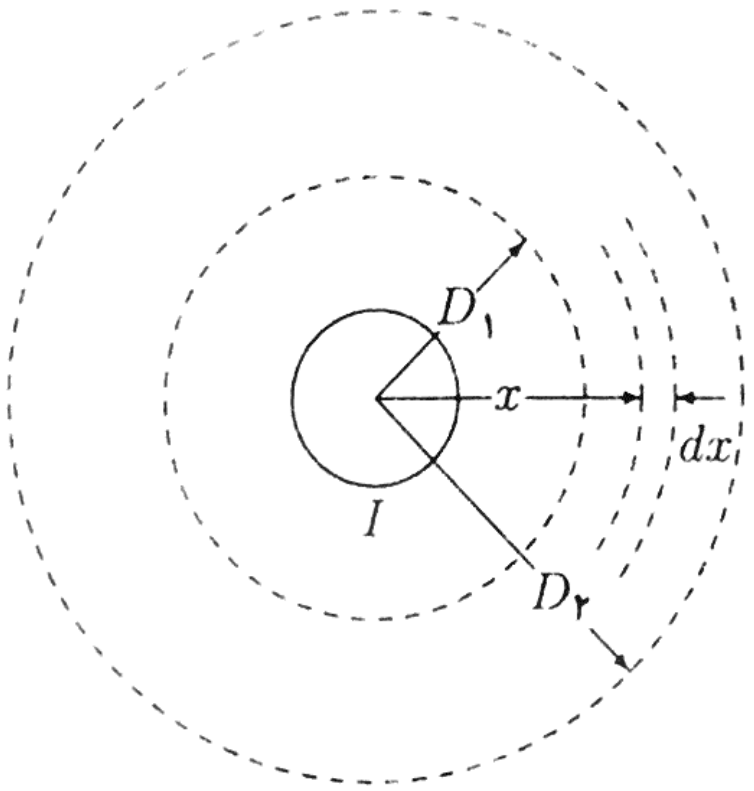
شدت میدان مغناطیسی (H_x) خارج از هادی و در شعاع $r < x$ را مطابق شکل ۴-۴ در نظر بگیرید. چون دایره به شعاع x کل جریان را احاطه می‌کند $I_x = I$ بوده و I_x در رابطه (۴-۵) با I جایگزین می‌گردد. چگالی شار در شعاع x عبارتست از:

$$B_x = \mu_0 H_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \qquad (۱۳-۴)$$

از آنجائی‌که کل جریان I با شار خارج از هادی پیوند دارد، شار پیوندی $d\lambda_x$ از لحاظ عددی با شار $d\phi_x$ برابر است، شار جزئی $d\phi_x$ برای یک ناحیه کوچک با ضخامت dx و با طول یک متر به صورت زیر است:

$$d\lambda_x = d\phi_x = B_x dx \times 1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \qquad (۱۴-۴)$$

شار پیوند خارجی بین دو نقطه D_1 و D_2 با انتگرال‌گیری $d\lambda_x$ از D_1 تا D_2 بدست می‌آید:



شکل ۴-۴ شار پیوندی بین D_1 و D_2

$$\lambda_{ext} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi}\int_{D_1}^{D_2}\frac{1}{x}dx$$

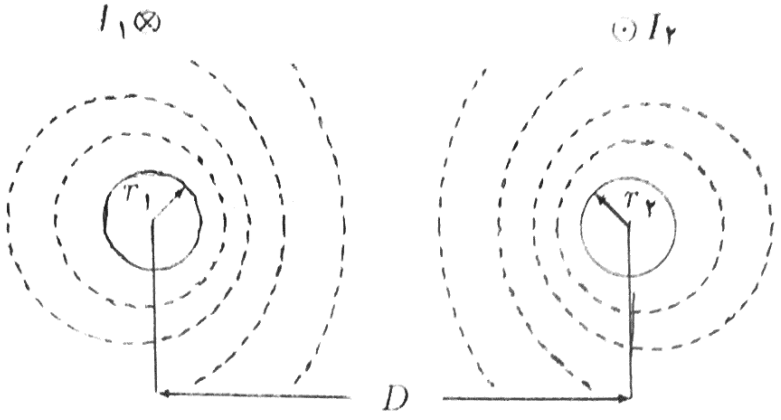
$$= 2\times10^{-7} I \ln\frac{D_2}{D_1} \quad \text{Wb/m} \qquad (۱۵-۴)$$

اندوکتانس بین دو نقطه خارج از هادی برابر است با:

$$L_{ext} = 2\times10^{-7}\ln\frac{D_2}{D_1} \quad \text{H/m} \qquad (۱۶-۴)$$

۴-۵ اندوکتانس خطوط یکفاز

یک متر از خط یک فاز شامل دو هادی گرد توپُر با شعاع‌های r_1 و r_2 را مطابق شکل ۴-۵ در نظر بگیرید. فاصله این دو هادی از یکدیگر D است. هادی ۱ حامل جریان فازوری I_1 مرجع بوده که عمود بر صفحه است و هادی ۲ حامل جریان برگشت $I_2 = -I_1$ می‌باشد. این جریان‌ها خطوط میدان مغناطیسی را تشکیل می‌دهند و این خطوط در میان هادی‌ها به یکدیگر پیوند دارند.



شکل ۴-۵ خط یک فاز با دو سیم

اندوکتانس هادی ۱ ناشی از شار داخلی از رابطه (۴-۱۲) بدست می‌آید. جریان خالصی که با شار بیرون D پیوند دارد صفر است و سهمی در کل شار پیوندی مغناطیسی مدار ندارد. بنابراین، برای بدست آوردن اندوکتانس هادی ۱ ناشی از کل شار پیوندی خارجی، لازم است که در رابطه (۴-۱۶) $D_1 = r_1$ و $D_2 = D$ را جایگزین نمائیم:

$$L_{1(ext)} = 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{r_1} \quad \text{H/m} \qquad (۴-۱۷)$$

بنابراین، اندوکتانس کل هادی ۱ برابر است با:

$$L_1 = \frac{1}{2}\times10^{-7} + 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{r_1} \quad \text{H/m} \qquad (۴-۱۸)$$

معادله (۴-۱۸) معمولاً به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$L_1 = 2\times10^{-7}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{D}{r_1}\right)$$

$$= 2\times10^{-7}\left(\ln e^{\frac{1}{4}}+\ln\frac{1}{r_1}+\ln\frac{D}{1}\right)$$

$$= ۲\times ۱۰^{-۷}\left(\ln\frac{۱}{r_۱ e^{-\frac{۱}{۴}}}+\ln\frac{D}{۱}\right) \qquad (۱۹-۴)$$

اگر $r_۱'=r_۱e^{-\frac{۱}{۴}}$ باشد، اندوکتانس هادی ۱ به صورت زیر در می‌آید:

$$L_۱ = ۲\times ۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{r_۱'}+۲\times ۱۰^{-۷}\ln\frac{D}{۱} \quad \text{H/m} \qquad (۲۰-۴)$$

به همین ترتیب، اندوکتانس هادی ۲ عبارتست از:

$$L_۲ = ۲\times ۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{r_۲'}+۲\times ۱۰^{-۷}\ln\frac{D}{۱} \quad \text{H/m} \qquad (۲۱-۴)$$

اگر این دو هادی یکسان باشند، $r_۱=r_۲=r$ و $L_۱=L_۲=L$ و اندوکتانس هر فاز، در هر متر طول هادی برابر است با:

$$L = ۲\times ۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{r'}+۲\times ۱۰^{-۷}\ln\frac{D}{۱} \quad \text{H/m} \qquad (۲۲-۴)$$

بررسی دقیق رابطه (۴-۲۲) نشان می‌دهد که جمله اول فقط تابعی از شعاع هادی است. این جمله اندوکتانس شار داخلی و خارجی هادی ۱ تا شعاع یک متری را نشان می‌دهد. جمله دوم رابطه (۴-۲۲) تنها به فاصله میان هادی‌ها بستگی دارد. این جمله به عنوان *ضریب فاصله‌گذاری اندوکتانس*[1] شناخته می‌شود. جملات فوق، معمولاً در فرکانس ۶۰ Hz ، به صورت راکتانس‌های القائی بیان شده و در جداول سازندگان برحسب واحدهای انگلیسی[2] موجود می‌باشند.

کمیت $r'=re^{-\frac{۱}{۴}}=۰/۷۷۸۸\,r$ به عنوان *فاصله متوسط هندسی* خودی دایره‌ای با شعاع r شناخته شده و به صورت مخفف GMR نوشته می‌شود. کمیت r را می‌توان به عنوان شعاع یک هادی ساختگی فرض نمود که هیچگونه شار داخلی نداشته اما همان اندوکتانس هادی واقعی با شعاع r را دارا می‌باشد. معمولاً GMR ، *شعاع متوسط هندسی*[3] نامیده می‌شود و با علامت D_s نمایش داده خواهد شد.

---

1 - Inductance spacing factor
2 - English Units
3 - Geometric Mean Radius

بنابراین، اندوکتانس هر فاز برحسب میلی‌هانری در هر کیلومتر برابر است با:

$$L = ۰/۲ \ln \frac{D}{D_s} \quad \text{mH/km} \qquad (۲۳-۴)$$

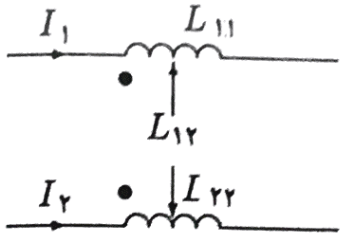
۴-۶ شار پیوندی برحسب اندوکتانس‌های خودی و متقابل

اندوکتانس سری هر فاز برای خط یک فاز با دو سیم فوق را می‌توان برحسب اندوکتانس خودی[1] هر هادی و اندوکتانس متقابل[2] آنها بیان نمود. این مدار یک فاز با طول یک متر را که مشخصه آن بوسیله دو سیم‌پیچ با اندوکتانس‌های خودی $L_{۱۱}$ و $L_{۲۲}$ و اندوکتانس متقابل $L_{۱۲}$ نمایش داده شده است در نظر بگیرید. جهت مغناطیس کنندگی با نمادهای نقطه‌ای در شکل ۴-۶ نشان داده شده است.

شارهای پیوندی $\lambda_۱$ و $\lambda_۲$ عبارتند از:

$$\lambda_۱ = L_{۱۱} I_۱ + L_{۱۲} I_۲$$

$$\lambda_۲ = L_{۲۱} I_۱ + L_{۲۲} I_۲ \qquad (۲۴-۴)$$



شکل ۴-۶ خط یک فاز که بصورت دو سیم‌پیچ با تزویج مغناطیسی نشان داده شده است

از آنجائی‌که $I_۲ = -I_۱$ است، بنابراین:

$$\lambda_۱ = (L_{۱۱} - L_{۱۲})\, I_۱$$

$$\lambda_۲ = (-L_{۲۱} + L_{۲۲})\, I_۲ \qquad (۲۵-۴)$$

1 - Self inductance
2 - Mutual inductance

از مقایسه رابطه (۴-۲۵) با (۴-۲۰) و (۴-۲۱) روابط معادلی برای اندوکتانس‌های خودی و متقابل بدست می‌آید:

$$L_{11} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r_1'}$$

$$L_{22} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r_2'}$$

$$L_{12} = L_{21} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{D} \qquad (۴-۲۶)$$

مفهوم اندوکتانس خودی و متقابل را می‌توان به گروهی از n هادی تعمیم داد. مجموعه‌ای از n هادی حامل جریان‌های فازوری I_1 ، I_2 ، .... ، I_n را در نظر بگیرید به طوری که:

$$I_1 + I_2 + \cdots + I_i + \cdots + I_n = 0 \qquad (۴-۲۷)$$

رابطه (۴-۲۴) در حالت کلی برای n هادی شار پیوندی هادی i را به صورت زیر می‌دهد:

$$\lambda_i = L_{ii} I_i + \sum_{j=1}^{n} L_{ij} I_j \qquad j \neq i \qquad (۴-۲۸)$$

یا:

$$\lambda_i = 2\times10^{-7}\left(I_i \ln\frac{1}{r_i'} + \sum_{j=1}^{n} I_j \ln\frac{1}{D_{ij}} \right) \qquad j \neq i \qquad (۴-۲۹)$$

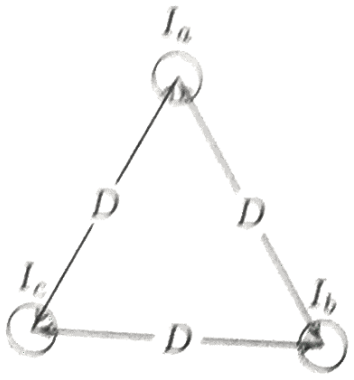
۴-۷ اندوکتانس خطوط انتقال سه فاز

۴-۷-۱ فاصله‌گذاری متقارن[1]

یک خط سه فاز دارای سه هادی با شعاع r و طول یک متر را در نظر بگیرید. هادی‌ها آرایش مثلثی (مطابق شکل ۴-۷) داشته و فاصله‌گذاری آنها متقارن است.

---

1 - Symmetrical spacing



شکل ۴-۷ خط سه فاز با فاصله‌گذاری متقارن

فرض کنید که جریان‌های سه فاز متعادل باشند، یعنی:

$$I_a + I_b + I_c = 0 \qquad (۴-۳۰)$$

با استفاده از رابطه (۴-۲۹)، شار پیوندی[1] کل هادی فاز a برابر است با:

$$\lambda_a = 2\times10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{r'} + I_b \ln\frac{1}{D} + I_c \ln\frac{1}{D}\right) \qquad (۴-۳۱)$$

با جایگزینی $I_b + I_c = -I_a$ داریم:

$$\lambda_a = 2\times10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{r'} - I_a \ln\frac{1}{D}\right)$$

$$= 2\times10^{-7} I_a \ln\frac{D}{r'} \qquad (۴-۳۲)$$

به دلیل تقارن، $\lambda_a = \lambda_b = \lambda_c$ بوده و اندوکتانس‌های فازها نیز یکسان هستند. بنابراین، اندوکتانس هر فاز در هر کیلومتر طول برابر است با:

$$L = 0/2 \ln\frac{D}{D_s} \quad \text{mH/km} \qquad (۴-۳۳)$$

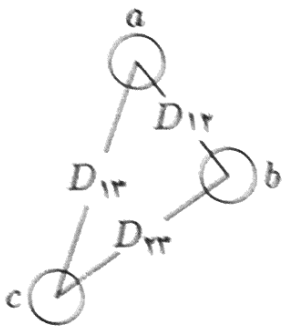
که در آن r' شعاع متوسط هندسی (GMR) بوده و با D_s نشان داده شده است. برای یک هادی گرد

1 - Linkage flux

و توپر $D_s = re^{-\frac{1}{4}}$ بوده و برای هادی رشته‌ای می‌توان D_s را با استفاده از رابطه (۴-۵۰) محاسبه نمود. مقایسه رابطه (۴-۳۳) با (۴-۲۳) نشان می‌دهد که اندوکتانس هر فاز برای مدار سه فاز با فواصل مساوی از یکدیگر و اندوکتانس هادی مدار یک فاز با هم برابر هستند.

۴-۷-۲ فاصله‌گذاری نامتقارن

در عمل به دلیل ملاحظات نصب نمی‌توان میان هادی‌های سه فاز خطوط انتقال فاصله‌گذاری متقارن را حفظ نمود. با فاصله‌گذاری نامتقارن[1]، حتی با جریان‌های متعادل، افت ولتاژ ناشی از اندوکتانس خط نامتعادل خواهد بود. یک خط سه فاز دارای سه هادی با شعاع r و به طول یک متر را در نظر بگیرید. هادی‌ها به طور نامتقارن با فواصل نشان داده شده در شکل ۴-۸ قرار گرفته‌اند.



شکل ۴-۸ خط سه فاز با فاصله‌گذاری نامتقارن

با استفاده از رابطه (۴-۳۹) شارهای پیوندی زیر بدست می‌آیند:

$$\lambda_a = 2\times10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{r'} + I_b \ln\frac{1}{D_{12}} + I_c \ln\frac{1}{D_{13}}\right)$$

$$\lambda_b = 2\times10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{D_{12}} + I_b \ln\frac{1}{r'} + I_c \ln\frac{1}{D_{23}}\right)$$

1 - Asymmetrical spacing

$$\lambda_c = ۲\times۱۰^{-۷}\left(I_a \ln\frac{۱}{D_{۱۳}} + I_b \ln\frac{۱}{D_{۲۳}} + I_c \ln\frac{۱}{r'}\right) \qquad (۳۴-۴)$$

یا به صورت ماتریسی داریم:

$$\lambda = LI \qquad (۳۵-۴)$$

که در آن ماتریس اندوکتانس متقارن L به صورت زیر است:

$$L = ۲\times۱۰^{-۷}\begin{bmatrix} \ln\frac{۱}{r'} & \ln\frac{۱}{D_{۱۲}} & \ln\frac{۱}{D_{۱۳}} \\ \ln\frac{۱}{D_{۱۲}} & \ln\frac{۱}{r'} & \ln\frac{۱}{D_{۲۳}} \\ \ln\frac{۱}{D_{۱۳}} & \ln\frac{۱}{D_{۲۳}} & \ln\frac{۱}{r'} \end{bmatrix} \qquad (۳۶-۴)$$

برای جریان‌های سه فاز متعادل، با جریان I_a به عنوان مرجع، داریم:

$$I_b = I_a\angle ۲۴۰^\circ = a^۲ I_a$$

$$I_c = I_a\angle ۱۲۰^\circ = aI_a \qquad (۳۷-۴)$$

که در آن $a = ۱\angle ۱۲۰^\circ$ و $a^۲ = ۱\angle ۲۴۰^\circ$ می‌باشند. با جایگزینی مقادیر فوق در روابط (۴-۳۴) خواهیم داشت:

$$L_a = \frac{\lambda_a}{I_a} = ۲\times۱۰^{-۷}\left(\ln\frac{۱}{r'} + a^۲\ln\frac{۱}{D_{۱۲}} + a\ln\frac{۱}{D_{۱۳}}\right)$$

$$L_b = \frac{\lambda_b}{I_b} = ۲\times۱۰^{-۷}\left(a\ln\frac{۱}{D_{۱۲}} + \ln\frac{۱}{r'} + a^۲\ln\frac{۱}{D_{۲۳}}\right) \qquad (۳۸-۴)$$

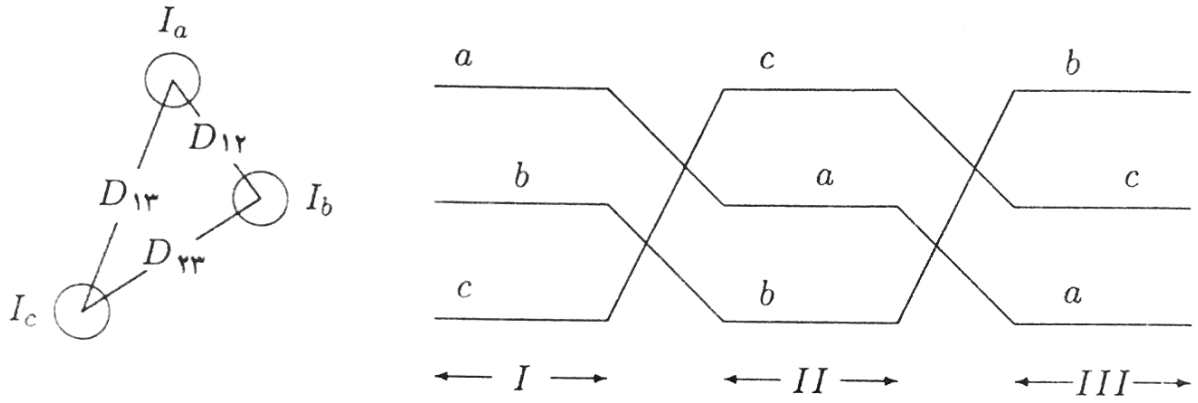
$$L_c = \frac{\lambda_c}{I_c} = ۲\times۱۰^{-۷}\left(a^۲\ln\frac{۱}{D_{۱۳}} + a\ln\frac{۱}{D_{۲۳}} + \ln\frac{۱}{r'}\right)$$

بررسی معادلات (۴-۳۸) نشان می‌دهد که اندوکتانس‌های فازها با هم برابر نیستند و بواسطه اندوکتانس

متقابل دارای مؤلفه موهومی هستند.

۴-۷-۳ جابجایی هادی‌ها در خط انتقال

در اکثر تجزیه و تحلیل‌های سیستم قدرت به مدل هر فاز خط انتقال نیاز است. یک روش مناسب برای ایجاد تقارن و مدل‌سازی هر فاز، جابجائی هادی‌های خط است. این روش شامل جابجائی آرایش فازها برای یک سوم طول خط بوده و هر هادی با یک ترتیب منظم چنان جابجا می‌شود که موقعیت فیزیکی بعدی را اشغال نماید. این ترتیب جابجائی در شکل ۴-۹ نشان داده شده است.



شکل ۴-۹ خط سه فاز جابجا شده

از آنجائی که در یک خط جابجا شده[1]، هر فاز هر سه موقعیت را اشغال می‌کند، اندوکتانس هر فاز را می‌توان با محاسبه مقدار متوسط روابط (۴-۳۸) بدست آورد:

$$L=\frac{L_a+L_b+L_c}{3} \qquad (۳۹-۴)$$

توجه کنید که $a+a^2=1\angle 120^\circ+1\angle 240^\circ=-1$ بوده و متوسط روابط (۴-۳۸) برابر است با:

$$L=\frac{2\times 10^{-7}}{3}\left(3\ln\frac{1}{r'}-\ln\frac{1}{D_{12}}-\ln\frac{1}{D_{23}}-\ln\frac{1}{D_{13}}\right)$$

1 - Transposed line

یا

$$L = ۲\times۱۰^{-۷}\left(\ln\frac{۱}{r'} - \ln\frac{۱}{(D_{۱۲}D_{۲۳}D_{۱۳})^{\frac{۱}{۳}}}\right)$$

$$= ۲\times۱۰^{-۷}\times \ln\frac{(D_{۱۲}D_{۲۳}D_{۱۳})^{\frac{۱}{۳}}}{r'} \qquad (۴۰\text{-}۴)$$

یا اندوکتانس هر فاز در هر کیلومتر طول خط عبارتست از:

$$L = ۰/۲\ln\frac{GMD}{D_s} \quad \text{mH/km} \qquad (۴۱\text{-}۴)$$

که در آن:

$$GMD = \sqrt[۳]{D_{۱۲}D_{۲۳}D_{۱۳}} \qquad (۴۲\text{-}۴)$$

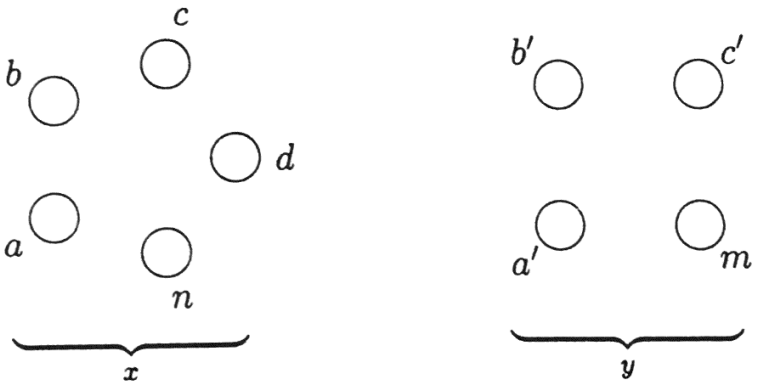
دوباره، این رابطه مشابه همان رابطه‌ای است که برای اندوکتانس هر فاز خط یکفاز بدست آمده بود. فاصله متوسط هندسی (GMD) در واقع همان فاصله‌گذاری معادل هادی می‌باشد. برای خط سه فاز فوق این فاصله با ریشه سوم حاصلضرب فواصل سه فاز برابر است. در اینجا D_s شعاع متوسط هندسی (GMR) می‌باشد. برای هادی رشته‌ای، D_s را می‌توان از اطلاعات داده شده توسط سازندگان بدست آورد. برای هادی توپُر داریم:

$$D_s = r' = re^{-\frac{۱}{۴}} = ۰/۷۷۸۸\, r$$

در خطوط انتقال پیشرفته، معمولاً از جابجائی استفاده نمی‌شود. هر چند برای مدل‌سازی، بهترین راه عملی اینست که مدار را به صورت جابجا شده در نظر بگیریم. خطایی که در اثر این فرض بوجود می‌آید بسیار ناچیز است.

۴-۸ اندوکتانس هادی‌های مرکب[1]

در محاسبه اندوکتانس، هادی‌ها به صورت گرد و توپُر در نظر گرفته شدند. هرچند، عملاً در خطوط انتقال هادی‌ها به صورت رشته‌ای بکار می‌روند. همچنین، به دلایل اقتصادی، اکثر خطوط EHV با هادی‌های گروهی ساخته می‌شوند. در این بخش رابطه‌ای برای اندوکتانس هادی‌های مرکب بدست می‌آید. نتیجه آن را می‌توان برای محاسبه GMR هادی‌های رشته‌ای یا گروهی نیز بکار گرفت. این رابطه برای محاسبه GMR و GMD معادل مدارهای موازی هم مناسب است. خط یکفاز نشان داده شده در شکل ۴-۱۰ شامل دو هادی مرکب x و y را در نظر بگیرید. جریان هادی x به عنوان مرجع و عمود بر صفحه را I و جریان برگشت در هادی y را I- در نظر بگیرید. هادی x شامل n رشته یکسان یا هادی‌های فرعی است که شعاع هر یک از آنها r_x بوده و هادی y شامل m رشته یکسان یا هادی‌های فرعی است که شعاع هر یک از آنها r_y می‌باشد. فرض می‌شود که جریان به طور مساوی بین کلیه هادی‌های فرعی تقسیم شده باشد. جریان در هر رشته از هادی x، دارای مقدار $\frac{I}{n}$ بوده و در هر رشته از هادی y دارای مقدار $\frac{I}{m}$ می‌باشد. بکارگیری معادله (۴-۲۹) منجر به رابطه زیر برای شار پیوندی کل هادی a می‌شود:



شکل ۴-۱۰ خط یکفاز با دو هادی مرکب

1 - Composite conductors

$$\lambda_a = ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{n}\left(\ln\frac{۱}{r'_x}+\ln\frac{۱}{D_{ab}}+\ln\frac{۱}{D_{ac}}+\cdots+\ln\frac{۱}{D_{an}}\right)$$

$$-۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{m}\left(\ln\frac{۱}{D_{aa'}}+\ln\frac{۱}{D_{ab'}}+\ln\frac{۱}{D_{ac'}}+\cdots+\ln\frac{۱}{D_{am}}\right)$$

یا

$$\lambda_a = ۲\times۱۰^{-۷} I\ln\frac{\sqrt[m]{D_{aa'}D_{ab'}D_{ac'}\cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_x D_{ab}D_{ac}\cdots D_{an}}} \qquad (۴۳-۴)$$

اندوکتانس هادی فرعی (رشته هادی) a برابر است با:

$$L_a = \frac{\lambda_a}{(\frac{I}{n})} = ۲n\times۱۰^{-۷}\ln\frac{\sqrt[m]{D_{aa'}D_{ab'}D_{ac'}\cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_x D_{ab}D_{ac}\cdots D_{an}}} \qquad (۴۴-۴)$$

به همین ترتیب، با استفاده از معادله (۴-۲۹)، اندوکتانس رشته‌های دیگر در هادی x بدست می‌آید. به عنوان مثال، اندوکتانس هادی فرعی n عبارتست از:

$$L_n = \frac{\lambda_a}{(\frac{I}{n})} = ۲n\times۱۰^{-۷}\ln\frac{\sqrt[m]{D_{na'}D_{nb'}D_{nc'}\cdots D_{nm}}}{\sqrt[n]{r'_x D_{na}D_{nb}\cdots D_{nc}}} \qquad (۴۵-۴)$$

اندوکتانس متوسط هر یک از هادی‌های فرعی در هادی مرکب L_x برابر است با:

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c + \cdots + L_n}{n} \qquad (۴۶-۴)$$

از آنجائی‌که کلیه رشته‌های هادی x از لحاظ الکتریکی موازی هستند، اندوکتانس L_x به صورت زیر است:

$$L_x = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c + \cdots + L_n}{n^۲} \qquad (۴۷-۴)$$

با جایگزینی مقادیر L_a ، L_b ، L_c ، ..... ، L_n در رابطه (۴-۴۷) داریم:

$$L_x = ۲\times۱۰^{-۷}\ln\frac{GMD}{GMR_x} \qquad \text{H/m} \qquad (۴۸-۴)$$

که در آن:

$$GMD = \sqrt[mn]{(D_{aa'} D_{ab'} \cdots D_{am}) \cdots (D_{na'} D_{nb'} \cdots D_{nm})} \qquad (۴۹-۴)$$

و

$$GMR_x = \sqrt[n^2]{(D_{aa} D_{ab} \cdots D_{an}) \cdots (D_{na} D_{nb} \cdots D_{nn})} \qquad (۵۰-۴)$$

در روابط فوق داریم:

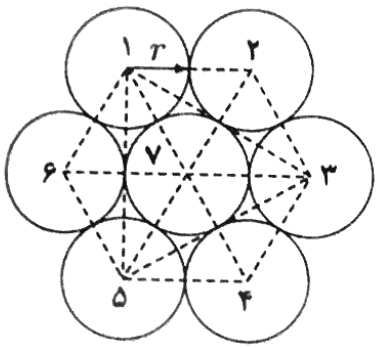
$$D_{aa} = D_{bb} = \cdots D_{nn} = r'_x$$

در اینجا GMD ریشه mn ام حاصلضرب mn فاصله میان n رشته از هادی x و m رشته از هادی y است. همچنین GMR_x ریشه n^2 ام حاصلضرب n^2 جمله شامل r' مربوط به هر رشته ضربدر فاصله آن رشته از تمامی رشته‌های هادی مرکب x است.

به همین ترتیب می‌توان اندوکتانس هادی y را بدست آورد. شعاع متوسط هندسی GMR_y متفاوت خواهد بود. هرچند، فاصله متوسط هندسی (GMD) یکسان است.

مثال ۴-۱ (chp4ex1)

یک هادی رشته‌ای شامل ۷ رشته یکسان که شعاع هر یک از آنها r می‌باشد مطابق شکل ۴-۱۱ مفروض است. مقدار GMR هادی را برحسب r بدست آورید.



شکل ۴-۱۱ سطح مقطع یک هادی رشته‌ای

با استفاده از شکل ۴-۱۱، فاصله رشته ۱ از بقیه رشته‌های دیگر برابر است با:

$$D_{۱۲} = D_{۱۶} = D_{۱۷} = ۲r$$

$$D_{۱۴} = ۴r$$

$$D_{۱۳} = D_{۱۵} = \sqrt{D_{۱۴}^{۲} - D_{۴۵}^{۲}} = ۲\sqrt{۳}\, r$$

با استفاده از رابطه (۴-۵۰)، GMR هادی فوق عبارتست از:

$$GMR = \sqrt[۴۹]{(r' \cdot ۲r \cdot ۲\sqrt{۳}r \cdot ۴r \cdot ۲\sqrt{۳}r \cdot ۲r \cdot ۲r)^{۶} \cdot r'(۲r)^{۶}}$$

$$= r\sqrt[۷]{(e)^{-\frac{۱}{۴}}(۲)^{۶}(۳)^{\frac{۶}{۷}}(۲)^{\frac{۶}{۷}}}$$

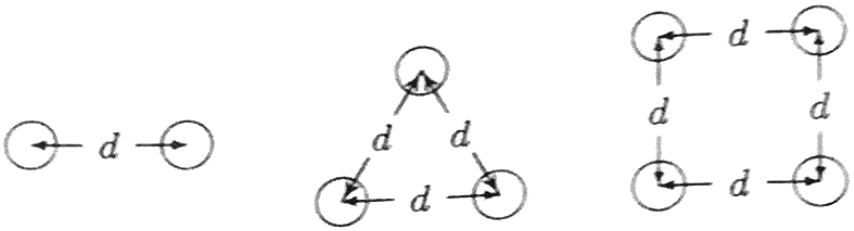
$$= ۲/۱۷۶۷\, r$$

اگر تعداد رشته‌ها زیاد باشند محاسبه GMR بسیار خسته کننده خواهد بود. معمولاً این مقادیر با استفاد از داده‌های سازندگان بدست می‌آیند.

۴-۸-۱ محاسبه GMR هادی‌های گروهی[1]

در اغلب خطوط انتقال فوق فشار قوی از هادی‌های گروهی استفاده می‌شود. این گروه‌بندی راکتانس خط را کاهش داده و موجب بهبود عملکرد خط و افزایش توانائی انتقال قدرت خط می‌گردد. همچنین، گروه‌بندی هادی‌ها موجب کاهش گرادیان ولتاژ در سطح هادی گردیده و تلفات کرونای خط، تداخل رادیوئی و امپدانس موجی را کاهش می‌دهد. عموماً، هادی‌های گروه‌بندی شده شامل دو، سه یا چهار هادی فرعی با آرایش متقارن، نظیر شکل ۴-۱۲، می‌باشند. هادی‌های فرعی در یک گروه در فواصل مساوی بوسیله جداسازهای میراکننده در محل‌های خود باقی می‌مانند. این جداسازهای میراکننده از برخورد هادی‌های فرعی با یکدیگر جلوگیری و نوسانات هادی را میرا نموده و هادی‌های فرعی را به‌طور موازی به یکدیگر متصل می‌کنند.

1 - Bundled conductors



شکل ۴-۱۲ مثال‌هایی از آرایش هادی‌های گروهی

مقدار GMR معادل یک هادی تکی با استفاده از رابطه (۴-۵۰) بدست می‌آید. اگر GMR هر هادی فرعی را با D_s و فاصله‌گذاری بین هادی‌های یک گروه را با d نشان دهیم، خواهیم داشت:

برای گروه با دو هادی فرعی:

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s \times d)^2} = \sqrt{D_s \times d} \qquad (۵۱-۴)$$

برای گروه با سه هادی فرعی:

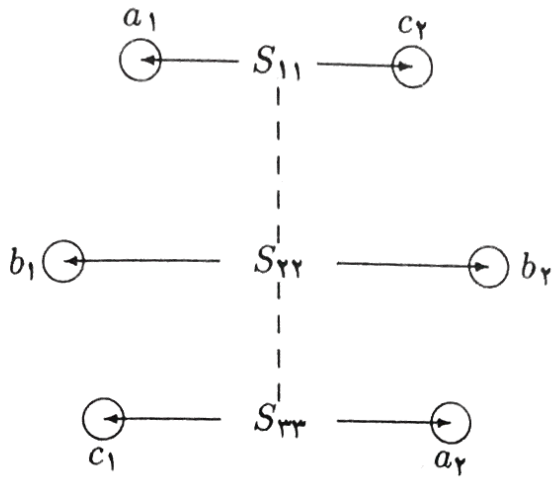
$$D_s^b = \sqrt[9]{(D_s \times d \times d)^3} = \sqrt[3]{D_s \times d^2} \qquad (۵۲-۴)$$

و برای گروه با چهار هادی فرعی داریم:

$$D_s^b = \sqrt[16]{(D_s \times d \times d \times d \times 2^{\frac{1}{2}})^4} = 1/09\sqrt[4]{D_s \times d^3} \qquad (۵۳-۴)$$

۴-۹ اندوکتانس خطوط دو مداره سه فاز

یک خط دو مداره سه فاز شامل دو مدار سه فاز یکسان است. این مدارها با آرایش $a_1 - a_2$، $b_1 - b_2$ و $c_1 - c_2$ به طور موازی عمل می‌کنند. به دلیل اختلاف فواصل میان هادی‌ها، افت ولتاژ ناشی از اندوکتانس خط نامتعادل خواهد بود. برای متعادل‌سازی خط، باید هر هادی فاز در داخل گروه خود و نسبت به خط سه فاز موازی جابجا گردد. یک خط دو مداره سه فاز با موقعیت‌های نسبی فاز $a_1\, b_1\, c_1 - c_2\, b_2\, a_2$ مطابق شکل ۴-۱۳ را در نظر بگیرید.



شکل ۴-۱۳ خط دو مداره جابجا شده

برای تعیین اندوکتانس هر فاز می‌توان از روش محاسبه GMR استفاده نمود. برای این کار، فازهای یکسان با هم در یک دسته قرار می‌گیرند و با استفاده از رابطه (۴-۴۹) می‌توان GMD میان هر دسته از فازها را بدست آورد:

$$D_{AB} = \sqrt[4]{D_{a_1b_1} D_{a_1b_2} D_{a_2b_1} D_{a_2b_2}}$$

$$D_{BC} = \sqrt[4]{D_{b_1c_1} D_{b_1c_2} D_{b_2c_1} D_{b_2c_2}} \qquad (۵۴-۴)$$

$$D_{AC} = \sqrt[4]{D_{a_1c_1} D_{a_1c_2} D_{a_2c_1} D_{a_2c_2}}$$

مقدار GMD معادل در هر فاز برابر است با:

$$GMD = \sqrt[3]{D_{AB} D_{BC} D_{AC}} \qquad (۵۵-۴)$$

به همین ترتیب، با استفاده از رابطه (۴-۵۰)، GMR هر دسته از فازها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$D_{SA} = \sqrt[4]{(D_s^b D_{a_1a_2})^2} = \sqrt{D_s^b D_{a_1a_2}}$$

$$D_{SB} = \sqrt[4]{(D_s^b D_{b_1b_2})^2} = \sqrt{D_s^b D_{b_1b_2}} \qquad (۵۶-۴)$$

POWEREN.IR

$$D_{SC} = \sqrt[۴]{(D_s^b D_{c.c.})^۲} = \sqrt{D_s^b D_{c.c.}}$$

که در آن D_s^b شعاع متوسط هندسی هادی‌های گروهی است و با استفاده از روابـط(۴-۵۱) تـا (۴-۵۳) بدست می‌آید. شعاع متوسط هندسی معادل برای محاسبه اندوکتانس هر فاز به خنثی برابر است با:

$$GMR_L = \sqrt[۳]{D_{SA} D_{SB} D_{SC}} \qquad (۴-۵۷)$$

اندوکتانس هر فاز برحسب میلی هانری در هر کیلومتر خط عبارتست از:

$$L = ۰/۲ \ln \frac{GMD}{GMR_L} \quad \text{mH/km} \qquad (۴-۵۸)$$

۴-۱۰ ظرفیت خازنی خط[1]

هادی‌های خط انتقال، به دلیل وجود اختلاف پتانسیل بین آنها، نسبت به یکدیگر ظرفیت خازنی دارنـد. مقدار ظرفیت خازنی میان هادی‌ها تابعی از اندازه هادی، فاصله میان آنها و ارتفاع آنهـا از زمیـن اسـت. طبق تعریف، ظرفیت خازنی C عبارتست از نسبت بار q به ولتاژ V و به صورت زیر می‌باشد:

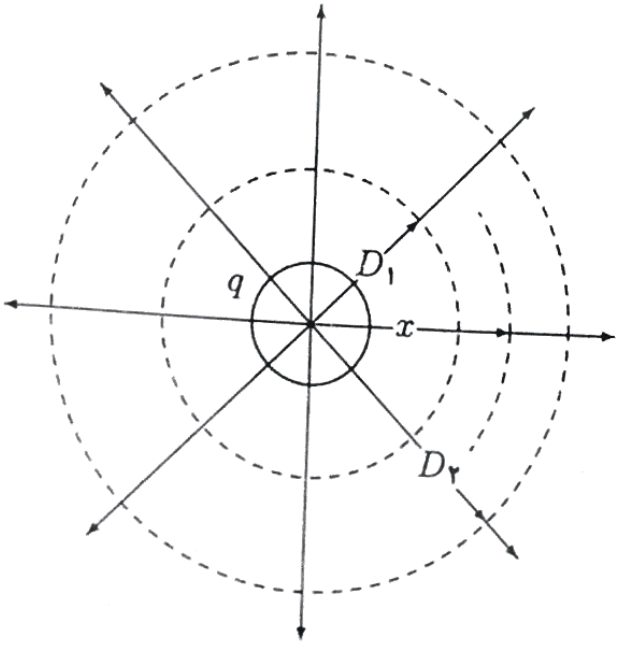
$$C = \frac{q}{V} \qquad (۴-۵۹)$$

یک هادی بلند با شعاع r را که در هر متر طول دارای بار q کولن است در نظر بگیرید (شکل ۴-۱۴).

بار روی هادی موجب تولید یک میدان الکتریکی با خطوط شار شعاعی در اطراف آن می‌گردد. شار الکتریکی کل از لحاظ عددی با مقدار بار روی هادی برابر است. شدت میدان در هر نقطه به عنوان نیرو بر واحد بار تعریف شده کـه بـه شـدت *میـدان الکـتریکی*[2] موسـوم اسـت و بـا E نشـان داده می‌شـود. استوانه‌های هم مرکز که هادی را احاطه می‌کننـد سـطوح هـم پتانسـیل بـوده و دارای چگـالی و شـار الکتریکی یکسان هستند. با استفاده از قانون گوس چگالی شار الکتریکی در یک استوانه به شعاع x برای یک متر طول از هادی برابر است با:

$$D = \frac{q}{A} = \frac{q}{۲\pi x(۱)} \qquad (۴-۶۰)$$

1 - Line capacitance
2 - Electric field intensity



شکل ۴-۱۴ میدان الکتریکی در اطراف یک هادی بلند

شدت میدان الکتریکی E را می‌توان با استفاده از رابطه زیر بدست آورد:

$$E=\frac{D}{\varepsilon_0} \qquad (۶۱-۴)$$

که در آن ε_0 ضریب نفوذپذیری الکتریکی هوای آزاد[1] بوده و مقدار آن $۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}$ F/m می‌باشد.
با جایگزینی رابطه (۴-۶۰) در (۴-۶۱) داریم:

$$E=\frac{q}{۲\pi\varepsilon_0 x} \qquad (۶۲-۴)$$

اختلاف پتانسیل بین استوانه‌ها از نقطه D_1 تا D_2 به صورت کار انجام شده براثر حرکت دادن یک بار واحد یک کولنی از نقطه D_2 به D_1 و از میان میدان الکتریکی تولید شده توسط بار روی هادی تعریف می‌شود. با توجه به این تعریف داریم:

1 - Permittivity of free space

$$V_{۱۲} = \int_{D_۱}^{D_۲} E dx = \int_{D_۱}^{D_۲} \frac{q}{۲\pi\varepsilon_۰ x} dx = \frac{q}{۲\pi\varepsilon_۰} \ln \frac{D_۲}{D_۱} \qquad (۶۳-۴)$$

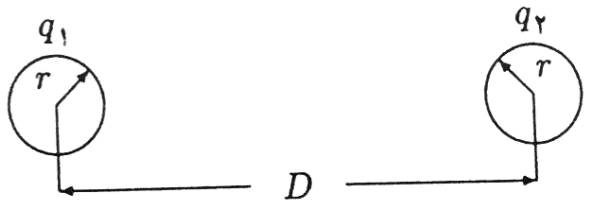
نماد $V_{۱۲}$ نشان می‌دهد که افت ولتاژ از نقطه ۱ به ۲ است، یعنی نقطه ۱ نسبت به نقطه ۲ مثبت می‌باشد. بار q علامت خود را خواهد داشت.

۴-۱۱ ظرفیت خازنی خطوط یکفاز

یک متر از خط یکفاز بلند شامل دو هادی گرد و توپُر را، که شعاع هر یک از آنها r می‌باشد، مطابق شکل ۴-۱۵ در نظر بگیرید. فاصله میان دو هادی D است. هادی ۱ دارای بار $q_۱$ کولن بر متر و هادی ۲ دارای بار $q_۲$ کولن بر متر است. حضور هادی دوم و زمین موجب اختلال در میدان الکتریکی هادی اول می‌گردد. فاصله میان هادی‌ها (D) بزرگتر از شعاع آنها (r) بوده و ارتفاع هادی‌ها نیز در مقایسه با D بسیار بزرگتر می‌باشد. بنابراین، اثر غیریکنواختی بر میدان کم بوده و توزیع بار روی سطح هادی‌ها یکنواخت در نظر گرفته می‌شود.

با فرض اینکه هادی ۱ به تنهایی دارای بار $q_۱$ باشد، ولتاژ هادی ۱ نسبت به هادی ۲ برابر است با:

$$V_{۱۲(q_۱)} = \frac{q_۱}{۲\pi\varepsilon_۰} \ln \frac{D}{r} \qquad (۶۴-۴)$$



شکل ۴-۱۵ خط یکفاز با دو سیم

حال، فرض کنیم که هادی ۲ به تنهایی دارای بار $q_۲$ باشد، بنابراین ولتاژ هادی ۲ نسبت به هادی ۱ عبارتست از:

$$V_{۲۱(q_۲)} = \frac{q_۲}{۲\pi\varepsilon_۰} \ln \frac{D}{r}$$

چون $V_{۱۲(q_۰)} = -V_{۲۱(q_۰)}$ است، پس داریم:

$$V_{۱۲(q_۰)} = \frac{q_۲}{۲\pi\varepsilon_۰} \ln\frac{r}{D} \qquad (۶۵\text{-}۴)$$

با استفاده از اصل جمع آثار، اختلاف پتانسیل ناشی از حضور هر دو بار برابر است با:

$$V_{۱۲} = V_{۱۲(q_۱)} + V_{۱۲(q_۰)} = \frac{q_۱}{۲\pi\varepsilon_۰} \ln\frac{D}{r} + \frac{q_۲}{۲\pi\varepsilon_۰} \ln\frac{r}{D} \qquad (۶۶\text{-}۴)$$

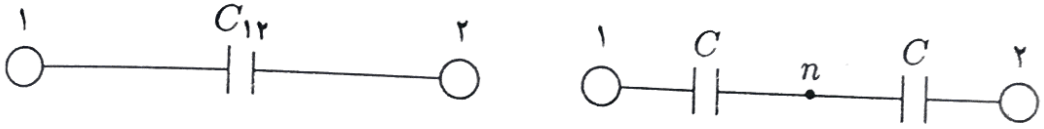
برای خط یک فاز $q_۲ = -q_۱ = -q$ و رابطه (۴-۶۶) به صورت زیر درمی‌آید:

$$V_{۱۲} = \frac{q}{\pi\varepsilon_۰} \ln\frac{D}{r} \qquad (۶۷\text{-}۴)$$

با استفاده از رابطه (۴-۵۹)، ظرفیت خازنی بین هادی‌ها برابر است با:

$$C_{۱۲} = \frac{\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{D}{r}} \quad \text{F/m} \qquad (۶۸\text{-}۴)$$

معادله (۴-۶۸) ظرفیت خازنی خط به خط هادی‌ها را می‌دهد. برای مدل‌سازی خط انتقال، بهتر است که ظرفیت خازنی (C) را میان یک هادی و نقطه خنثی (مانند شکل ۴-۱۶) تعریف کنیم.



شکل ۴-۱۶ ظرفیت خازنی نسبت به نقطه خنثی

از آنجا که ولتاژ نسبت به نقطه خنثی نصف $V_{۱۲}$ است، ظرفیت خازنی نسبت به نقطه خنثی به صورت زیر است:

$$C = ۲C_{۱۲}$$

یا

$$C=\frac{۲\pi\varepsilon_{۰}}{\ln\frac{D}{r}} \quad \text{F/m} \tag{۶۹-۴}$$

با جایگزینی $\varepsilon_{۰}=۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}$ F/m و تبدیل واحد ظرفیت خازنی به μF در هر کیلومتر، داریم:

$$C=\frac{۰/۰۵۵۶}{\ln\frac{D}{r}} \quad \mu\text{F/km} \tag{۷۰-۴}$$

ظرفیت خازنی هر فاز شامل جملاتی مشابه آنچه برای اندوکتانس هر فاز بدست آمده بود، می‌باشد. هر چند، برای اندوکتانس از شعاع متوسط هندسی (GMR) هادی استفاده گردید در حالی که در معادله تعیین ظرفیت خازنی از شعاع واقعی هادی (r) استفاده می‌شود.

۴-۱۲ اختلاف پتانسیل در آرایش هادی‌های متعدد

تعداد n هادی بلند و موازی را که دارای بارهای $q_{n},\ldots,q_{۲},q_{۱}$ کولن بر متر هستند، مطابق شکل ۴-۱۷ در نظر بگیرید.



شکل ۴-۱۷ آرایش هادی‌های متعدد

فرض کنید که اثر غیریکنواختی ناچیز و قابل صرف‌نظر بوده و بار به طور یکنواخت در اطراف هادی با قید زیر توزیع شده باشد:

$$q_1 + q_2 + \cdots + q_n = 0 \qquad (۷۱-۴)$$

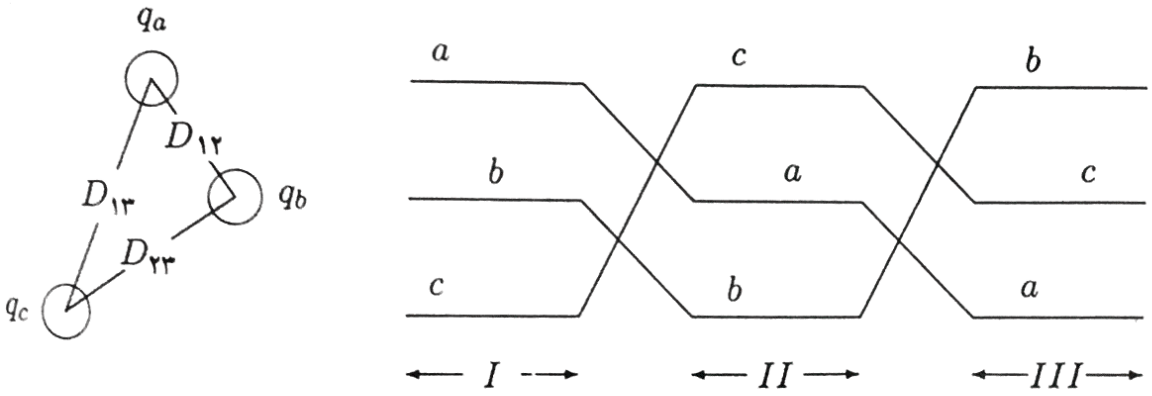
با استفاده از اصل جمع آثار و رابطه (۴-۶۳)، اختلاف پتانسیل بین هادی‌های i و j بواسطه حضور تمامی بارها برابر است با:

$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^{n} q_k \ln \frac{D_{kj}}{D_{ki}} \qquad (۷۲-۴)$$

هنگامی که $k = i$ باشد، D_{ii} فاصله بین مرکز و سطح هادی بوده و در واقع همان شعاع هادی (r) است.

۴-۱۳ ظرفیت خازنی خطوط سه فاز

یک متر از خط سه فاز بلند را که دارای سه هادی است، در نظر بگیرید. شعاع هر یک از هادی‌ها r بوده و فاصله بین آنها مطابق شکل ۴-۱۸ می‌باشد.



شکل ۴-۱۸ خط انتقال سه فاز

چون سیستم سه فاز متقارن است خواهیم داشت:

$$q_a + q_b + q_c = 0 \qquad (۷۳-۴)$$

از اثر زمین و سیم هادی محافظ صرف نظر شده و فرض می‌شود که خط جابجا شده باشد. حال

می‌توان اختلاف پتانسیل بین فاز a و b را برای هر قسمت از خط جابجا شده محاسبه نمود. با استفاده از رابطه (۴-۷۲) برای اولین قسمت از این هادی جابجا شده، اختلاف پتانسیل V_{ab} برابر است با:

$$V_{ab(I)} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{D_{12}}{r} + q_b \ln\frac{r}{D_{12}} + q_c \ln\frac{D_{23}}{D_{13}}\right) \qquad (۷۴-۴)$$

به همین ترتیب، برای دومین قسمت از هادی جابجا شده داریم:

$$V_{ab(II)} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{D_{23}}{r} + q_b \ln\frac{r}{D_{23}} + q_c \ln\frac{D_{13}}{D_{12}}\right) \qquad (۷۵-۴)$$

و برای آخرین قسمت خواهیم داشت:

$$V_{ab(III)} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{D_{13}}{r} + q_b \ln\frac{r}{D_{13}} + q_c \ln\frac{D_{12}}{D_{23}}\right) \qquad (۷۶-۴)$$

بنابراین مقدار متوسط V_{ab} به صورت زیر است:

$$V_{ab} = \frac{1}{(3)2\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{D_{12}D_{23}D_{13}}{r^3} + q_b \ln\frac{r^3}{D_{12}D_{23}D_{13}} + q_c \ln\frac{D_{12}D_{23}D_{13}}{D_{12}D_{23}D_{13}}\right)$$

$$(۷۷-۴)$$

یا

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{(D_{12}D_{23}D_{13})^{\frac{1}{3}}}{r} + q_b \ln\frac{r}{(D_{12}D_{23}D_{13})^{\frac{1}{3}}}\right) \qquad (۷۸-۴)$$

توجه کنید که GMD هادی در آرگومان لگاریتم ظاهر شده و برابر است با:

$$GMD = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{13}} \qquad (۷۹-۴)$$

بنابراین، V_{ab} عبارتست از:

$$V_{ab}=\frac{۱}{۲\pi\varepsilon_{\circ}}\left(q_a \ln\frac{GMD}{r}+q_b \ln\frac{r}{GMD}\right) \qquad (۸۰-۴)$$

به همین ترتیب، متوسط ولتاژ V_{ac} محاسبه می‌گردد:

$$V_{ac}=\frac{۱}{۲\pi\varepsilon_{\circ}}\left(q_a \ln\frac{GMD}{r}+q_c \ln\frac{r}{GMD}\right) \qquad (۸۱-۴)$$

با جمع روابط (۴-۸۰) و (۴-۸۱) و جایگزینی $q_b+q_c=-q_a$ ، خواهیم داشت:

$$V_{ab}+V_{ac}=\frac{۱}{۲\pi\varepsilon_{\circ}}\left(۲q_a \ln\frac{GMD}{r}+q_a \ln\frac{r}{GMD}\right)$$

$$=\frac{۳q_a}{۲\pi\varepsilon_{\circ}}\ln\frac{GMD}{r} \qquad (۸۲-۴)$$

برای ولتاژهای سه فاز متعادل داریم:

$$V_{ab}=V_{an}\angle ۰^{\circ}-V_{an}\angle -۱۲۰^{\circ}$$

$$V_{ac}=V_{an}\angle ۰^{\circ}-V_{an}\angle -۲۴۰^{\circ} \qquad (۸۳-۴)$$

بنابراین:

$$V_{ab}+V_{ac}=۳V_{an} \qquad (۸۴-۴)$$

با جایگزینی در رابطه (۴-۸۲)، ظرفیت خازنی هر فاز به نقطه خنثی به صورت زیر است:

$$C=\frac{q_a}{V_{an}}=\frac{۲\pi\varepsilon_{\circ}}{\ln\frac{GMD}{r}} \qquad \text{F/m} \qquad (۸۵-۴)$$

یا ظرفیت خازنی هر فاز به نقطه خنثی برحسب μF در هر کیلومتر برابر است با:

$$C=\frac{۰/۰۵۵۶}{\ln\frac{GMD}{r}} \qquad \mu\text{F/km} \qquad (۸۶-۴)$$

رابطه اخیر مشابه رابطه تعیین ظرفیت خازنی هریک از فازهای خط یکفاز می‌باشد. فاصله متوسط

هندسی (GMD) همان فاصله‌گذاری معادل هادی‌ها بوده و برای خط سه فاز فوق برابر ریشه سوم حاصلضرب فاصله‌های سه فاز است.

۴-۱۴ اثر گروه‌بندی

روش محاسبه ظرفیت خازنی هر فاز از خط سه فاز جابجا شده با هادی‌های گروهی شامل همان مراحل بخش (۴-۱۳) است. ظرفیت خازنی هر فاز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$C=\frac{۲\pi\varepsilon_{۰}}{\ln\frac{GMD}{r^{b}}}\qquad \text{F/m} \tag{۸۷-۴}$$

گروه‌بندی موجب تبدیل شعاع r به شعاع معادل r^{b} است. شعاع معادل r^{b} مشابه GMR (شعاع متوسط هندسی) است که قبلاً برای اندوکتانس محاسبه گردید، با این تفاوت که به جای D_{s} از شعاع هر یک از هادی‌های فرعی (r) استفاده می‌شود. اگر d فاصله‌گذاری میان هادی‌های فرعی یک گروه باشد، شعاع معادل برای یک هادی گروهی با دو هادی فرعی برابر است با:

$$r^{b}=\sqrt{r\times d} \tag{۸۸-۴}$$

برای هادی‌های گروهی با سه هادی فرعی داریم:

$$r^{b}=\sqrt[۳]{r\times d^{۲}} \tag{۸۹-۴}$$

و برای هادی‌های گروهی با چهار هادی فرعی نیز خواهیم داشت:

$$r^{b}=۱/۰۹\sqrt[۴]{r\times d^{۳}} \tag{۹۰-۴}$$

۴-۱۵ ظرفیت خازنی خطوط سه فاز دو مداره

یک خط سه فاز دو مداره با آرایش فاز $a_{۱}\, b_{۱}\, c_{۱}\, -c_{۲}\, b_{۲}\, a_{۲}$ را مطابق شکل ۴-۱۳ در نظر بگیرید. هر هادی فاز در داخل گروه خود و نسبت به خط سه فاز موازی جابجا شده است. برای این وضعیت متعادل، اثر زمین و سیم‌های محافظ ناچیز بوده و قابل چشم‌پوشی است. با استفاده از روش ذکر شده

در بخش ۴-۱۳ می‌توان ولتاژهای متوسط V_{ab} ، V_{ac} و V_{an} را محاسبه نمود. ظرفیت خازنی معادل هر فاز به نقطه خنثی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$C = \frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln \frac{GMD}{GMR_C}} \quad \text{F/m} \qquad (۹۱\text{-}۴)$$

یا ظرفیت خازنی خط به نقطه خنثی بر حسب μF در هر کیلومتر برابر است با:

$$C = \frac{۰/۰۵۵۶}{\ln \frac{GMD}{GMR_C}} \quad \mu\text{F/km} \qquad (۹۲\text{-}۴)$$

رابطه GMD همان رابطه‌ای است که برای محاسبه اندوکتانس بدست آمد و در معادله (۴-۵۵) ارائه گردید. مقدار GMR_C برای هر دسته از هادی‌های فاز، مشابه GMR_L است، با این تفاوت که در رابطه (۴-۵۶) به جای D_s^b از r^b استفاده می‌شود. این امر منجر به معادلات زیر می‌گردد:

$$r_A = \sqrt{r^b D_{a_۱a_۲}}$$

$$r_B = \sqrt{r^b D_{b_۱b_۲}} \qquad (۹۳\text{-}۴)$$

$$r_C = \sqrt{r^b D_{c_۱c_۲}}$$

که در آن r^b شعاع متوسط هندسی هادی‌های گروهی است و با استفاده از روابط (۴-۸۸) الی (۴-۹۰) محاسبه می‌شوند. شعاع متوسط هندسی معادل برای محاسبه ظرفیت خازنی هر فاز به نقطه خنثی عبارتست از:

$$GMR_C = \sqrt[۹]{r_A\, r_B\, r_C} \qquad (۹۴\text{-}۴)$$

۴-۱۶ ظرفیت خازنی با در نظر گرفتن اثر زمین

در یک هادی باردار مجزا[1] خطوط شار الکتریکی شعاعی بوده و بر سطوح استوانه‌ای هم پتانسیل عمود

1 - Isolated

هستند. حضور زمین موجب دگرگونی توزیع خطوط شار الکتریکی و سطوح هم پتانسیل گردیده و ظرفیت خازنی مؤثر خط را تغییر می‌دهد.

سطح زمین مانند یک سطح هم پتانسیل بوده و بنابراین خطوط شار، سطح زمین را به صورت عمودی قطع می‌کنند. اثر حضور زمین را می‌توان با استفاده از روش *بارهای فرضی*[1]، که توسط کلوین معرفی شده است، بدست آورد. برای روشن شدن این روش، یک هادی دارای بار q کولن بر متر را در نظر بگیرید که در ارتفاع H بالای سطح زمین قرار گرفته است. همچنین، تصور کنید که یک بار q - در عمق H زیر سطح زمین قرار گرفته باشد. این آرایش بدون حضور زمین همان توزیع میدان الکتریکی را خواهد داشت که بار به تنهایی با حضور زمین دارد. بنابراین، برای محاسبه پتانسیل میدان الکتریکی می‌توان زمین را با یک هادی فرضی باردار با باری مساوی و خلاف بار روی هادی اصلی جایگزین نمود. عمق هادی فرضی در زیر سطح زمین با ارتفاع هادی اصلی بالای زمین برابر است. این هادی فرضی، تصویر هادی اصلی نامیده می‌شود. حال می‌توان از روش ذکر شده در بخش ۴-۱۳ برای محاسبه ظرفیت خازنی استفاده نمود.

حضور زمین موجب افزایش ظرفیت خازنی می‌گردد. اما معمولاً ارتفاع هادی در مقایسه با فاصله میان هادی‌ها زیاد بوده و اثر زمین قابل صرف‌نظر می‌باشد. بنابراین، برای کلیه مدل‌های خط که در تجزیه و تحلیل حالت ماندگار استفاده می‌شوند از اثر زمین روی ظرفیت خازنی صرف‌نظر می‌شود. هر چند، در بررسی‌هائی مانند خطاهای نامتقارن، باید اثر زمین و سیم‌های محافظ را در نظر گرفت.

مثال ۴-۲ (chp4ex2)

یک خط سه فاز جابجا شده با ولتاژ ۵۰۰ kV از یک هادی ACSR از نوع Bittern ۴۵/۷ با اندازه ۱۲۷۲۰۰۰ cmil در هر فاز تشکیل شده است. آرایش هادی به صورت افقی و مطابق شکل ۴-۱۹ است. قطر هر یک از هادی‌ها ۱/۳۴۵ اینچ و GMR آنها ۰/۵۳۲۸ اینچ می‌باشد. اندوکتانس و ظرفیت خازنی هر فاز را در هر کیلومتر خط بدست آورید.

شعاع هادی برابر است با:

$$r = \frac{۱/۳۴۵}{۲\times۱۲} = ۰/۰۵۶ \qquad \text{ft}$$

و

$$GMR_L = \frac{۰/۵۳۲۸}{۱۲} = ۰/۰۴۴۴ \qquad \text{ft}$$

1 - Image charges

مقدار GMD هادی با استفاده از رابطه (۴-۴۲) بدست می‌آید:

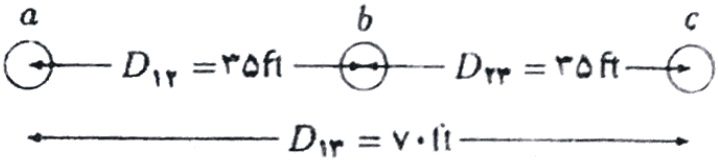
$$GMD=\sqrt[3]{۳۵\times ۳۵\times ۷۰}=۴۴/۰۹۷ \qquad \text{ft}$$

رابطه (۴-۵۸) اندوکتانس هر فاز را به صورت زیر می‌دهد:

$$L=۰/۲\ln\frac{۴۴/۰۹۷}{۰/۰۴۴۴}=۱/۳۸ \qquad \text{mH/km}$$

و با استفاده از معادله (۴-۹۲) ظرفیت خازنی هر فاز عبارتست از:

$$C=\frac{۰/۰۵۵۶}{\ln\frac{۴۴/۰۹۷}{۰/۰۵۶}}=۰/۰۰۸۳ \qquad \mu\text{F/km}$$



شکل ۴-۱۹ آرایش هادی‌ها برای مثال ۴-۲

مثال ۴-۳ (chp4ex3)

خط انتقال مثال ۴-۲ با دو هادی ACSR از نوع Rook ۲۴/۷ با اندازه cmil ۶۳۶۰۰۰ جایگزین گردیده است به طوری که کل سطح مقطع آلومینیوم آن با سطح مقطع آلومینیوم یک هادی Bittern برابر است. فاصله بین خطوط از مرکز هادی‌های گروهی اندازه‌گیری شده و دارای همان مقدار قبلی، مطابق شکل ۴-۲۰، می‌باشد.

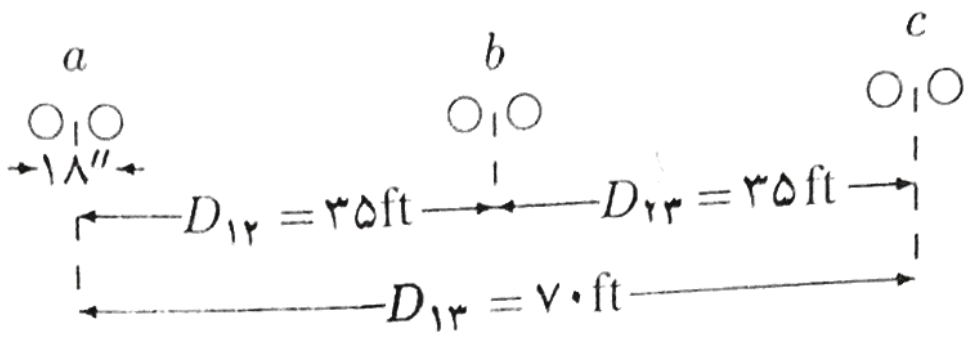
هادی‌ها دارای قطر ۰/۹۷۷ اینچ بوده و GMR آنها ۰ ۳۹۲۴ اینچ است. فاصله بین هادی‌های فرعی یک گروه ۱۸ اینچ می‌باشد. اندوکتانس و ظرفیت خازنی هر فاز را در هر کیلومتر خط بدست آورده و با مقادیر بدست آمده در مثال ۴-۲ مقایسه کنید.

شعاع هادی برابر است با:

$$r=\frac{۰/۹۷۷}{۲}=۰/۴۸۸۵ \qquad \text{in}$$

از مثال ۴-۲ داریم:

$$GMD=۴۴/۰۹۷ \qquad \text{ft}$$



شکل ۴-۲۰ آرایش هادی‌ها برای مثال ۴-۳

برای محاسبه اندوکتانس و ظرفیت خازنی، شعاع متوسط هندسی معادل، با دو هادی در هر گروه بوسیله روابط (۴-۵۱) و (۴-۸۸) بدست می‌آید:

$$GMR_L = \frac{\sqrt{d \times D_s}}{۱۲} = \frac{\sqrt{۱۸ \times ۰/۳۹۲۴}}{۱۲} = ۰/۲۲۱۴۷ \qquad \text{ft}$$

و

$$GMR_C = \frac{\sqrt{d \times r}}{۱۲} = \frac{\sqrt{۱۸ \times ۰/۴۸۸۵}}{۱۲} = ۰/۲۴۷۱ \qquad \text{ft}$$

رابطه (۴-۵۸) اندوکتانس هر فاز را به صورت زیر می‌دهد:

$$L = ۰/۲ \ln \frac{۴۴/۰۹۷}{۰/۲۲۱۴۷} = ۱/۰۵۸۸ \qquad \text{mH/km}$$

و با استفاده از رابطه (۴-۹۲) ظرفیت خازنی هر فاز محاسبه می‌شود:

$$C = \frac{۰/۰۵۵۶}{\ln \frac{۴۴/۰۹۷}{۰/۲۴۷۱}} = ۰/۰۱۰۷ \qquad \mu\text{F/km}$$

مقایسه با نتایج بدست آمده در مثال ۴-۲ نشان می‌دهد که اندوکتانس ۲۳/۳ درصد کاهش و ظرفیت خازنی خط ۲۸/۹ درصد افزایش یافته است.

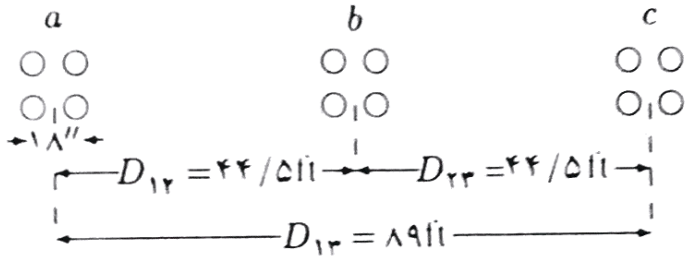
تابع **[GMD, GMRL, GMRC] = gmd** برای محاسبه GMD، GMR_L و GMR_C خط یک مداره، دو مداره عمودی و خطوط جابجا شده افقی تا چهار هادی گروهی تهیه شده است. برای انتخاب هر یک از سه مدار بالا یک فهرست انتخاب نمایش داده می‌شود. از کاربر درخواست می‌شود که فاصله

بین فازها، تعداد هادی‌های هر گروه و فاصله میان آنها، قطر هادی‌ها و GMR هر یک از هادی‌ها را وارد کند. مشخصات بعضی از هادی‌های ACSR متداول در پرونده‌ای به نام **acsr.m** ذخیره شده است. فرمان **acsr** مشخصه‌های هادی‌های ACSR را نمایش می‌دهد. همچنین، تابع **[L,C] = gmd2lc** علاوه بر مقادیر متوسط هندسی، اندوکتانس برحسب mH/km و ظرفیت خازنی را بر حسب μF/km برمی‌گرداند.

یک برنامه جدید GUI به نام **lcgui** برای محاسبه پارامترهای خط انتقال تهیه شده است. این برنامه، یک برنامه با کاربری آسان بوده و وارد کردن داده‌ها را برای آرایش‌های مختلف بسیار ساده می‌نماید.

مثال ۴-۴ (اجرای lcgui)

یک خط سه فاز جابجا شده با ولتاژ ۷۳۵ kV از چهار هادی ACSR از نوع Rail ۴۵/۷ با اندازه ۹۵۴۰۰۰cmil در هر فاز تشکیل شده است. آرایش هادی‌ها به صورت افقی و مطابق شکل ۴-۲۱ می‌باشد. فاصله‌گذاری در هر گروه ۴۶ cm است. با استفاده از **acsrgui** در MATLAB، اندازه و مشخصه‌های الکتریکی هادی Rail را بدست آورید. اندوکتانس و ظرفیت خازنی هر فاز را نیز در هر کیلومتر خط محاسبه کنید.



شکل ۴-۲۱ آرایش هادی‌ها برای مثال ۴-۴

فرمان **acsr** نام هادی‌های ACSR و سطح مقطع آنها را بر حسب cmil نمایش می‌دهد. سپس از کاربر درخواست می‌شود که نام هادی را در داخل علامت ' ' وارد کند.

```
Enter ACSR code name within single quotes -> 'rail'
Al Area Strand  Diameter GMR  Resistance Ohm/km  Ampacity
 cmil   Al/St     cm       cm   60Hz 25C  60Hz 50C  Ampere
954000   45/7    2.959    1.173  0.0624    0.0683     1000
```

فرامین زیر را وارد کنید:

```
[GMD, GMRL, GMRC] = gmd;
L=0.2*log(GMD/GMRL)          % mH/km        Eq. (4.58)
C = 0.0556/log(GMD/GMRC)     % micro F/km   Eq. (4.92)
```

اطلاعات نمایش داده شده به صورت زیر است:

```
Number of three-phase circuits                    Enter
Single-circuit                                      1
Double-circuit vertical configuration               2
Double-circuit horizontal configuration             3
To quit                                             0

Select number of menu → 1
Enter spacing unit within quotes 'm' or 'ft' → 'ft'
Enter row vector [D12, D23, D13] = [44.5  44.5  89]
Cond. size, bundle spacing unit: 'cm' or 'in' → 'cm'
Conductor diameter in cm = 2.959
Geometric Mean Radius in cm = 1.173
No. of bundled cond. (enter 1 for single cond.) = 4
Bundle spacing in cm = 46
GMD = 56.06649 ft
GMRL = 0.65767 ft     GMRC = 0.69696 ft
L = 0.8891
C = 0.0127
```

مثال ۴-۵ (اجرای lcgui)

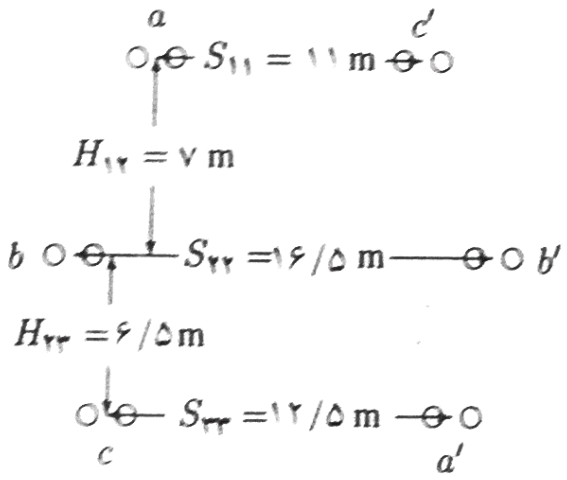
یک خط سه‌فاز جابجا شده دو مداره با ولتاژ ۳۴۵ kV شامل دو هادی ACSR از نوع Bobolink ۴۵/۷ با اندازه ۱۴۳۱۰۰۰ cmil در هر فاز است. آرایش هادی‌ها عمودی بوده و در شکل ۴-۲۲ نشان داده شده است. هادی‌ها دارای قطر ۱/۴۲۷ اینچ بوده و GMR آنها ۵۶۴ ۰ اینچ می‌باشد. فاصله هادی‌ها در هر گروه ۱۸ اینچ است. اندوکتانس و ظرفیت خازنی هر فاز را در هر کیلومتر خط بدست آورید.

فرامین زیر را وارد کنید:

```
[GMD, GMRL, GMRC] = gmd;
L=0.2*log(GMD/GMRL)          % mH/km        Eq. (4.58)
C = 0.0556/log(GMD/GMRC)     % micro F/km   Eq. (4.92)
```

اطلاعات نمایش داده شده به صورت زیر است:

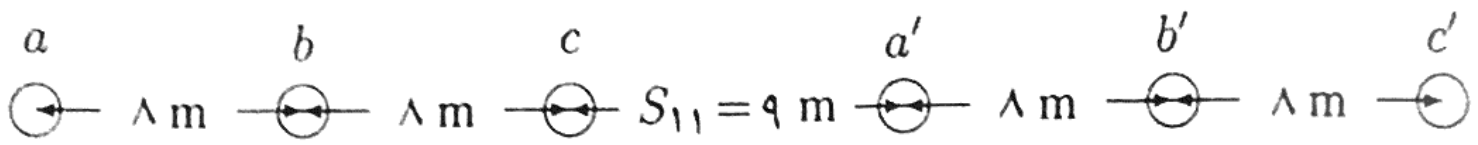
```
Number of three-phase circuits                    Enter
Single-circuit                                      1
Double-circuit vertical configuration               2
Double-circuit horizontal configuration             3
To quit                                             0

Select number of menu → 2

Circuit Arrangements
(1) abc-c'b'a'
(2) abc-a'b'c'

Enter (1 or 2) → 1
Enter spacing unit within quotes 'm' or 'ft' → 'm'
Enter row vector [S11, S22, S33] = [11  16.5  12.5]
Enter row vector [H12, H23] = [7  6.5]
Cond. size, bundle spacing unit: 'cm' or 'in' → 'in'
Conductor diameter in inch = 1.427
Geometric Mean Radius in inch = 0.564
No. of bundled cond. (enter 1 for single cond.) = 2
Bundle spacing in inch = 18
GMD = 11.21352 m
GMRL = 1.18731 m      GMRC = 1.25920 m
L = 0.4491
C = 0.0254
```



شکل ۴-۲۲ آرایش هادی‌ها برای مثال ۴-۵

مثال ۴-۶ (اجرای legui)

یک خط سه فاز جابجا شده دو مداره با ولتاژ ۳۴۵ kV شامل یک هادی ACSR از نوع ۲۶/۷ Dove با اندازه ۵۵۶۵۰۰ cmil در هر فاز است. آرایش هادی‌ها افقی بوده و در شکل ۴-۲۳ نشان داده شده است. هادی‌ها دارای قطر ۰/۹۲۷ اینچ بوده و GMR آنها ۰/۳۷۶۸ اینچ می‌باشد. فاصله هادی‌ها در هر گروه ۱۸ اینچ است. اندوکتانس و ظرفیت خازنی هر فاز را در هر کیلومتر خط محاسبه کنید.



شکل ۴-۲۳ آرایش هادی‌ها برای مثال ۴-۶

فرامین زیر را وارد کنید.

```
[GMD, GMRL, GMRC] = gmd;
L=0.2*log(GMD/GMRL)          % mH/km        Eq. (4.58)
C = 0.0556/log(GMD/GMRC)     % micro F/km   Eq. (4.92)
```

اطلاعات نمایش داده شده به صورت زیر است:

```
    Number of three-phase circuits                    Enter
    Single-circuit                                      1
    Double-circuit vertical configuration               2
    Double-circuit horizontal configuration             3
    To quit                                             0

Select number of menu → 3

Circuit Arrangements
(1) abc-a'b'c'
(2) abc-c'b'a'
```

```
Enter (1 or 2) → 1
Enter spacing unit within quotes 'm' or 'ft' → 'm'
Enter row vector [D12, D23, S13] = [8  8  16]
Enter distance between two circuits, S11 = 9
Cond. size, bundle spacing unit: 'cm' or 'in' → 'in'
Conductor diameter in inch = 0.927
Geometric Mean Radius in inch = 0.3768
No. of bundled cond. (enter 1 for single cond.) = 1
GMD = 14.92093 m
GMRL = 0.48915 m      GMRC = 0.54251 m
L = 0.6836
C = 0.0168
```

۴-۱۷ القای میدان مغناطیسی

میدان‌های مغناطیسی خط انتقال بر روی اشیای نزدیک خط اثر می‌گذارند. میدان‌های مغناطیسی به جریان‌های خط مربوط می‌شوند و در اشیائی که طول قابل ملاحظه‌ای داشته و موازی با خط هستند، مانند حصارهای فلزی، لوله‌ها و سیم‌های تلفن، ولتاژ القا می‌کنند.

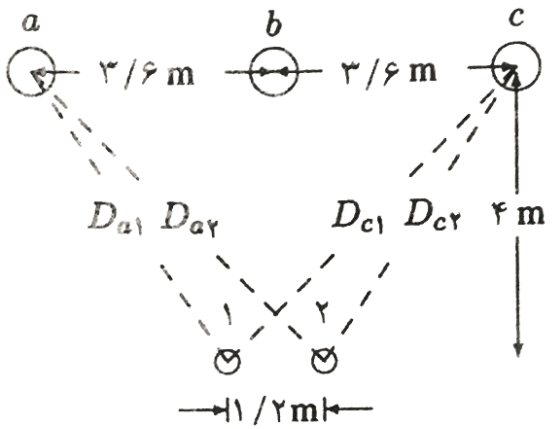
میدان مغناطیسی توسط جریان‌های برگشتی زمین تحت تأثیر قرار می‌گیرد. کارسن [۱۴] معادله‌ای برای محاسبه اندوکتانس و مقاومت متقابل که تابعی از مقاومت ویژه زمین می‌باشند ارائه نموده است. در سیستم‌های سه فاز متقارن، کل جریان برگشتی زمین صفر است. در شرایط عملکرد عادی، میدان مغناطیسی در مجاورت خطوط سه فاز متعادل را می‌توان با در نظر گرفتن جریان‌های هادی و صرف‌نظر از جریان‌های زمین محاسبه نمود.

گزارش‌ها نشان می‌دهند که میدان‌های مغناطیسی به روی ترکیب خون، رشد، رفتار، سیستم‌های دفاعی و عملکرد نرون‌های عصبی بدن تأثیر می‌گذارند. آثار بیولوژیکی میدان‌های الکترومغناطیسی و الکترواستاتیکی بر روی انسان مورد توجه عموم بوده است. آثار بلند مدت به تحقیقات وسیع و گوناگون نیازمند است.

مثال ۴-۷ (chp4ex7)

یک خط انتقال سه فاز جابجا نشده و یک خط تلفن بر روی یک برج قرار دارند (مانند شکل ۴-۲۴).

خط قدرت دارای جریان متعادل ۶۰ Hz و ۲۰۰ A در هر فاز بوده و خط تلفن مستقیماً در زیر فاز b قرار دارد. با فرض متعادل بودن جریان‌های سه فاز در خط قدرت، ولتاژ القا شده در هر کیلومتر خط تلفن را محاسبه کنید.



شکل۴-۲۴ آرایش هادی‌ها برای مثال ۴-۶

با استفاده از رابطه (۴-۱۵)، شار پیوندی بین هادی‌های ۱ و ۲ ناشی از جریان I_a برابر است با:

$$\lambda_{12(I_a)} = 0/2 I_a \ln \frac{D_{a2}}{D_{a1}} \qquad \text{mWb/km}$$

چون $D_{b1} = D_{b2}$ است، از این‌رو λ_{12} ناشی از جریان I_b صفر است. شار پیوندی بین هادی ۱ و ۲ ناشی از جریان I_c عبارتست از:

$$\lambda_{12(I_c)} = 0/2 I_c \ln \frac{D_{c2}}{D_{c1}} \qquad \text{mWb/km}$$

شار پیوست کل بین هادی‌های ۱ و ۲ ناشی از تمامی جریان‌ها به صورت زیر است:

$$\lambda_{12} = 0/2 I_a \ln \frac{D_{a2}}{D_{a1}} + 0/2 I_c \ln \frac{D_{c2}}{D_{c1}} \qquad \text{mWb/km}$$

برای توالی فاز مثبت و جریان I_a به عنوان مرجع، داریم:

$$I_c = I_a \angle -۲۴۰^\circ$$

$$\lambda_{۱۲} = ۰/۲ I_a \left(\ln \frac{D_{a_۲}}{D_{a_۱}} + ۱\angle -۲۴۰^\circ \ln \frac{D_{c_۲}}{D_{c_۱}} \right) \quad \text{mH/km}$$

و

چنانچه I_a به عنوان جریان مرجع انتخاب شده باشد، شار پیوندی لحظه‌ای برابر است با:

$$\lambda_{۱۲}(t) = \sqrt{۲}|\lambda_{۱۲}|\cos(\omega t + \alpha)$$

بنابراین، ولتاژ القا شده در هر کیلومتر خط تلفن عبارتست از:

$$v = \frac{d\lambda_{۱۲}(t)}{dt} = \sqrt{۲}\,\omega|\lambda_{۱۲}|\cos(\omega t + \alpha + ۹۰^\circ)$$

ولتاژ rms القا شده در هر کیلومتر خط تلفن مطابق زیر بدست می‌آید:

$$V = \omega|\lambda_{۱۲}|\angle(\alpha + ۹۰^\circ) = j\omega\lambda_{۱۲}$$

با توجه به شکل هندسی مدار داریم:

$$D_{a_۱} = D_{c_۲} = \left(۳^۲ + ۴^۲\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۵ \quad \text{m}$$

$$D_{a_۲} = D_{c_۱} = \left((۴/۲)^۲ + ۴^۲\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۵/۸ \quad \text{m}$$

شار پیوندی کل برابر است با:

$$\lambda_{۱۲} = ۰/۲ \times ۲۰۰\angle ۰^\circ \ln \frac{۵/۸}{۵} + ۰/۲ \times ۲۰۰\angle -۲۴۰^\circ \ln \frac{۵}{۵/۸}$$

$$= ۱۰/۲۸۳\angle -۳۰^\circ \quad \text{mWb/km}$$

ولتاژ القا شده در هر کیلومتر خط تلفن به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$V = j\omega\lambda_{۱۲} = j۲\pi \times ۶۰(۱۰/۲۸۳\angle -۳۰^\circ)(۱۰^{-۳}) = ۳/۸۸\angle ۶۰^\circ \quad \text{V/km}$$

۴-۱۸ القای الکترواستاتیکی[1]

میدان‌های الکتریکی خط انتقال روی اشیای مجاور خط تأثیر می‌گذارند. میدان الکتریکی خطوط فشار قوی جریانی را در اشیایی که در منطقه میدان‌های الکتریکی قرار گرفته‌اند القا می‌کند. اثرات میدان‌های الکتریکی در ولتاژهای بالاتر افزایش می‌یابد. میدان‌های الکتریکی که به ولتاژ خط مربوط می‌شوند علت اصلی القا در وسایل نقلیه، ساختمان‌ها و اجسام هم اندازه آنها می‌باشد. بدن انسان در مقابل تخلیه بارهای الکتریکی از اجسام باردار در میدان خط، تحت تأثیر قرار می‌گیرد. این تأثیر می‌تواند به صورت جریان دائمی یا جرقه‌های ناشی از تخلیه بارها باشد. چگالی جریان القا شده در بدن انسان توسط میدان‌های الکتریکی خطوط انتقال خیلی بیشتر از جریان القا شده بوسیله میدان‌های مغناطیسی است.

میدان الکتریکی منتجه در مجاورت خط انتقال را می‌توان با در نظر گرفتن اثر زمین بوسیله بارهای فرضی که در عمقی برابر با ارتفاع هادی‌ها و درست زیر آنها قرار گرفته‌اند بدست آورد.

۴-۱۹ کرونا

چنانچه گرادیان ولتاژ در سطح یک هادی بیش از شدت دی‌الکتریک هوای اطراف هادی گردد، در نواحی نزدیک به سطح هادی یون زائی[2] رخ می‌دهد. این یون‌زائی جزئی را کرونا[3] می‌نامند. شدت دی‌الکتریک هوا در شرایط هوای صاف و در دما و فشار طبیعی[4] (NTP)، یعنی دمای ۲۵ °C و فشار ۷۶ cm جیوه، تقریباً ۳۰ kV/cm است.

کرونا موجب تلفات توان، صدای وزوز قابل شنیدن در نزدیکی خط، تولید اُزون[5] و اختلال در امواج رادیو و تلویزیون می‌گردد. اغتشاش صوتی در شرایط بد آب و هوائی رخ داده و یک مشکل زیست محیطی محسوب می‌شود. تداخل رادیویی در باند AM رخ می‌دهد. در مناطق با علائم ضعیف[6]، باران و برف می‌توانند موجب تداخل در امواج تلویزیونی (TVI) گردند. کرونا تابعی از قطر هادی، آرایش خط، نوع هادی و شرایط سطح هادی می‌باشد. شرایط محیطی، نظیر چگالی هوا، رطوبت و باد، پدید آمدن کرونا را تحت تأثیر قرار می‌دهند. تلفات کرونا در باران یا برف چندین برابر تلفات در هوای صاف است.

---

1 - Electrostatic induction
2 - Ionization
3 - Corona
4 - Natural Temperature and Pressure
5 - Ozone
6 - Low signals

ناهمواری روی سطح هادی مانند ذرات آلودگی می‌تواند موجب چنان گرادیانی در ولتاژ سطح هادی شود که آن نقطه منبع تخلیه بار الکتریکی گردد. همچنین، عایق‌ها بوسیله گرد و خاک یا تجمع مواد شیمیایی آلوده شده، ولتاژ شکست کاهش یافته و در نتیجه تلفات کرونا افزایش می‌یابد. برای کاهش ابعاد این مسئله، عایق‌ها به صورت دوره‌ای تمیز می‌شوند. کرونا را می‌توان با افزایش اندازه هادی و استفاده از گروه‌بندی هادی‌ها کاهش داد.

تلفات توان مربوط به کرونا را می‌توان با رسانائی موازی[1] نمایش داد. هرچند، در شرایط عملکرد عادی، g که نشان دهنده نشت مقاومتی[2] بین یک فاز و زمین است اثر ناچیزی بر عملکرد خط داشته و معمولاً صرف‌نظر می‌شود (یعنی $g = 0$).

1 - Shunt conductance
2 - Resistive leakage

مسایل

۴-۱) طول یک هادی آلومینیومی استوانه‌ای توپُر۲۵ کیلومتر و سطح مقطع آن ۳۳۶۴۰۰ cmil است. مقاومت هادی را در (الف) ۲۰°C و (ب) ۵۰°C بدست آورید. مقاومت ویژه آلومینیوم در ۲۰°C برابر 2.8×10^{-8} Ω-m می‌باشد.

۴-۲) یک خط انتقال کابلی شامل۱۲ رشته آلومینیوم یکسان می‌باشد. قطر هررشته ۳ mm و مقاومت ویژه رشته آلومینیومی در ۲۰°C، برابر 2.8×10^{-8} Ω-m می‌باشد. مقاومت ac را در هر کیلومتر کابل در ۵۰°C بدست آورید. ضریب تصحیح اثر پوستی در ۶۰ Hz را ۱/۰۲ فرض کنید.

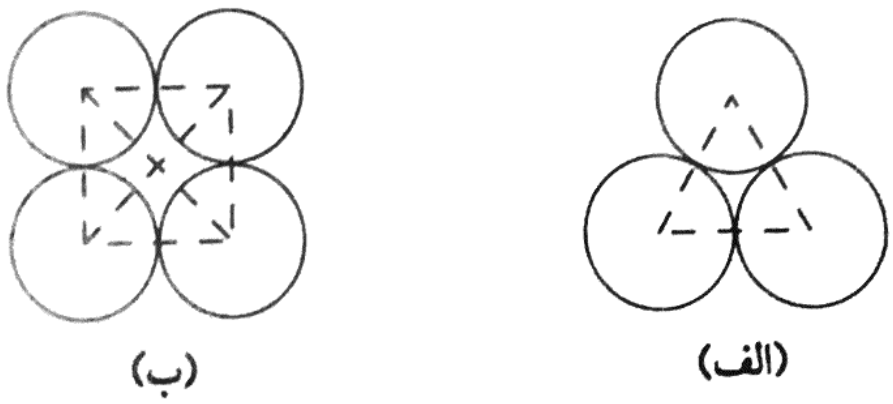
۴-۳) یک خط انتقال سه فاز برای تحویل ۱۹۰/۵ MVA در ولتاژ ۲۲۰ kV و برای فاصله ۶۳ km طراحی شده است. تلفات کل خط انتقال نباید بیش از ۲/۵ درصد MVA نامی خط باشد. اگر مقاومت ویژه هادی 2.84×10^{-8} Ω-m باشد، قطر هادی و اندازه آن را برحسب cmil تعیین کنید.

۴-۴) یک خط انتقال یک فاز با طول ۳۵ km شامل دو هادی گرد و توپُر است. قطر هر یک از هادی‌ها ۰/۹ cm و فاصله بین آنها ۲/۵ m می‌باشد. قطر معادل یک هادی فرضی توخالی با دیواره‌های نازک را چنان بدست آورید که اندوکتانس معادل آن همان اندوکتانس خط اصلی باشد. اندوکتانس هر هادی چقدر است؟

۴-۵) شعاع متوسط هندسی هادی‌های زیر را برحسب شعاع هریک از رشته‌های آنها(r) بدست آورید.

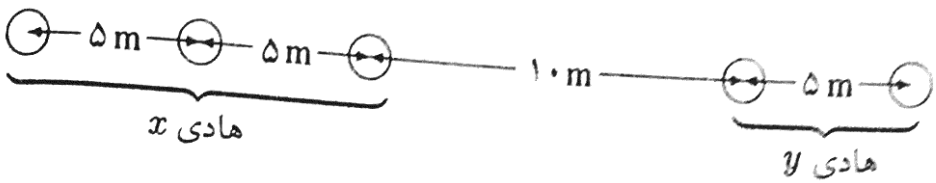
(الف) سه رشته مساوی مانند شکل ۴-۲۵ (الف).

(ب) چهار رشته مساوی مانند شکل ۴-۲۵ (ب).



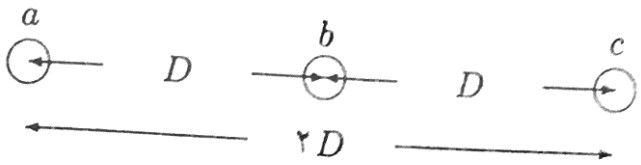
شکل ۴-۲۵ سطح مقطع هادی رشته‌ای برای مسأله ۴-۵

۴-۶) مدار رفت یک خط انتقال یک فاز دارای سه سیم توپر است. شعاع هر یک از سیم‌ها ۰/۵ cm می‌باشد. مدار برگشت دارای دو سیم توپُر است که شعاع هر یک از آنها ۲/۵ cm می‌باشد. آرایش هادی‌ها در شکل ۴-۲۶ نشان داده شده است. با استفاده از مفاهیم *GMD* و *GMR*، اندوکتانس خط کامل را برحسب mH/km تعیین کنید.



شکل ۴-۲۶ آرایش هادی برای مسأله ۴-۶

۴-۷) یک خط انتقال سه فاز جابجا شده ۶۰ Hz ، دارای آرایش افقی می‌باشد(شکل ۴-۲۷). راکتانس خط ۰/۴۸۶ Ω در هرکیلومتر بوده و شعاع متوسط هندسی هادی ۲/۰ cm است. فاصله بین هادی‌ها (D) را برحسب متر بدست آورید.



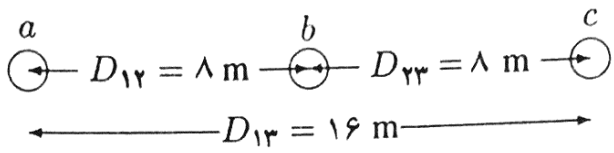
شکل ۴-۲۷ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۷

۴-۸) یک خط سه فاز جابجا شده دارای یک هادی ACSR از نوع Lapwing ۵۴/۱۹ با اندازه ۱۵۹۰۰۰ cmil در هر فاز است. آرایش هادی‌ها به صورت افقی با فاصله ۸ m مطابق شکل ۴-۲۸ می‌باشد. *GMR* هر هادی ۱/۵۱۵ cm است.

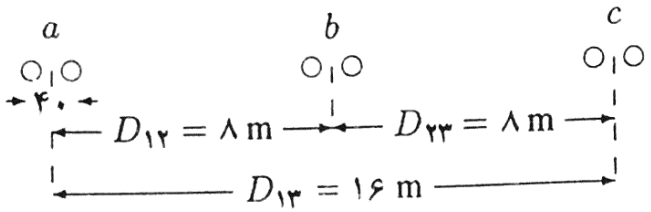
(الف) اندوکتانس هر فاز را در هر کیلومتر خط بدست آورید.

(ب) این خط باید با یک هادی گروهی که دارای دو هادی در هر گروه است جایگزین گردد. فاصله بین هادی‌ها که از مرکز گروه‌ها اندازه‌گیری می‌شود ۸ m می‌باشد. آرایش هادی‌ها در شکل ۴-۲۹ نشان داده شده است. فاصله بین هادی‌ها در هر گروه ۴۰ cm است. اگر

اندوکتانس هر فاز خط ۷۷ درصد اندوکتانس قسمت (الف) باشد، GMR هـر یـک از هادی‌هـای جدید در هر گروه چقدر است؟



شکل ۴-۲۸ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۸ (الف)



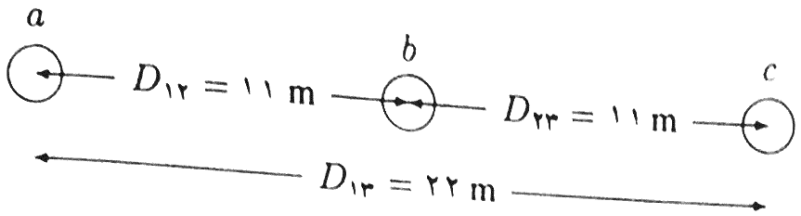
شکل ۴-۲۹ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۸ (ب)

۴-۹) یک خط سه فاز جابجا شده شامل یک هادی ACSR از نوع Bobolink ۴۷/۷ با اندازه ۱۴۳۱۰۰۰ cmil در هر فاز است. آرایش هادی‌ها به صورت افقی با فاصله ۱۱ m (شکل ۴-۳۰) می‌باشد. هادی‌ها دارای قطر ۳/۶۲۵ cm بوده و GMR آنها ۱/۴۳۹ cm است. این خط باید با یک هادی گروهی که دارای سه هادی در هر گروه است جایگزین گردد. هادی‌ها ACSR و از نوع Hawk ۲۶/۷ بوده و اندازه هر یک از آنها ۴۷۷۰۰۰ cmil می‌باشد. سطح مقطع آلومینیوم این هادی‌ها با سطح مقطع خط دارای هادی‌های تکی برابر است. قطر هادی‌ها ۲/۱۷۹۳ cm بوده و GMR آنها ۰/۸۸۳۹ cm می‌باشد. خط جدید نیز دارای آرایش افقی است، اما باید در ولتاژ بالاتری کار کند. به همین دلیل فاصله بین هادی‌های گروهی که از مرکز گروه‌ها اندازه‌گیری می‌شود به ۱۴ m افزایش یافته است. آرایش خط جدید در شکل ۴-۳۱ نشان داده شده است.

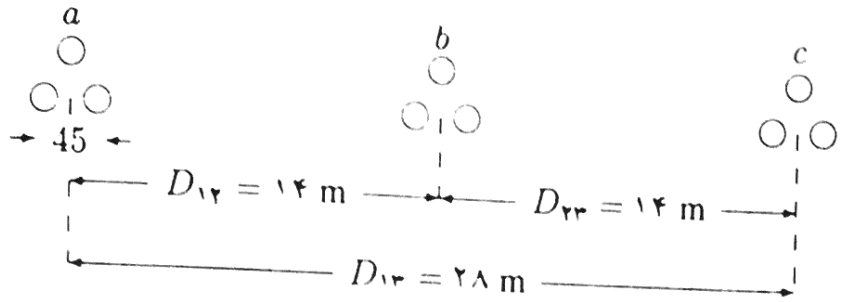
فاصله بین هادی‌ها در هرگروه ۴۵ cm می‌باشد.

(الف) درصد تغییر در اندوکتانس را بدست آورید.

(ب) درصد تغییر در ظرفیت خازنی را محاسبه کنید.



شکل ۴-۳۰ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۹ (الف)

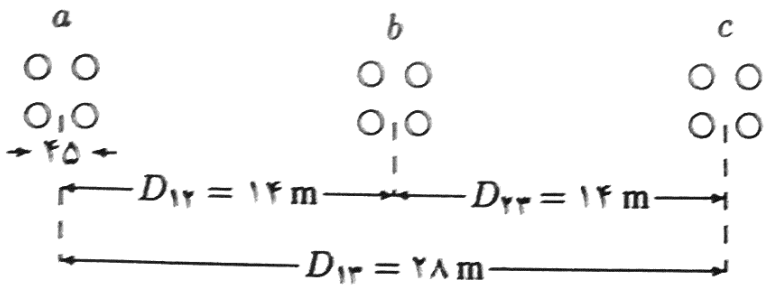


شکل ۴-۳۱ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۹ (ب)

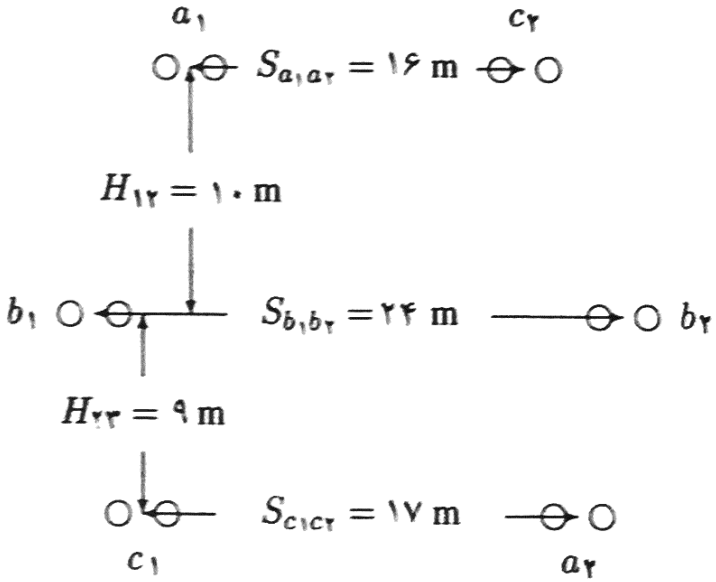
۴-۱۰) یک خط انتقال سه فاز یک مداره جابجا شده دارای چهار هادی ACSR با اندازه ۱۲۷۲۰۰۰ cmil در هر فاز با آرایش افقی است (شکل ۴ ۳۲ را ملاحظه کنید). فاصله‌گذاری گروه‌ها ۴۵ cm می‌باشد. هادی از نوع Pheasant است. در MATLAB، با استفاده از فرمان **acsrgui** قطر هادی و *GMR* آن را تعیین کنید. اندوکتانس و ظرفیت خازنی هر فاز در هر کیلومتر خط را بدست آورید. برای ارزیابی پاسخ‌های خود از روابط (۴-۵۸) و (۴ ۹۲) و تابع **[GMD, GMRL, GMRC] =gmd** در MATLAB استفاده نمائید.

۴-۱۱) یک خط سه فاز دو مداره جابجا شده شامل دو هادی ACSR از نوع Kiwi ۷۲ ۷ با اندازه ۲۱۶۷۰۰۰cmil در هر فاز است. آرایش هادی‌ها عمودی بوده و در شکل ۴ ۳۳ نشان داده شده

است. قطر هادی‌ها ۴/۴۰۶۹ cm و GMR آنها ۱/۷۳۷۴ cm می‌باشد. فاصله گذاری هادی‌ها در یک گروه ۴۵ cm است. نحوه قرار گرفتن فازهای مدار به صورت $a_1b_1c_1 - c_2b_2a_2$ است. اندوکتانس و ظرفیت خازنی هر فاز در هر کیلومتر خط را محاسبه کنید. این مقادیر را وقتی نحوه قرار گرفتن فازهای مدار به صورت $a_1b_1c_1 - a_2b_2c_2$ باشد بدست آورید. جواب‌های خود را با استفاده از تابع **[GMD,GMRL,GMRC]=gmd** و روابط (۴-۵۸) و (۴-۹۲) در MATLAB ارزیابی نمائید.

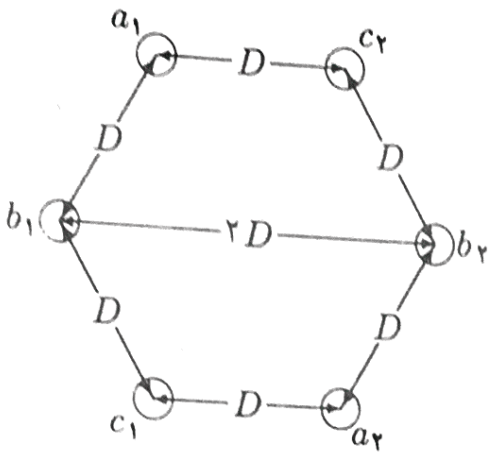


شکل ۴-۳۲ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۱۰



شکل ۴-۳۳ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۱۱

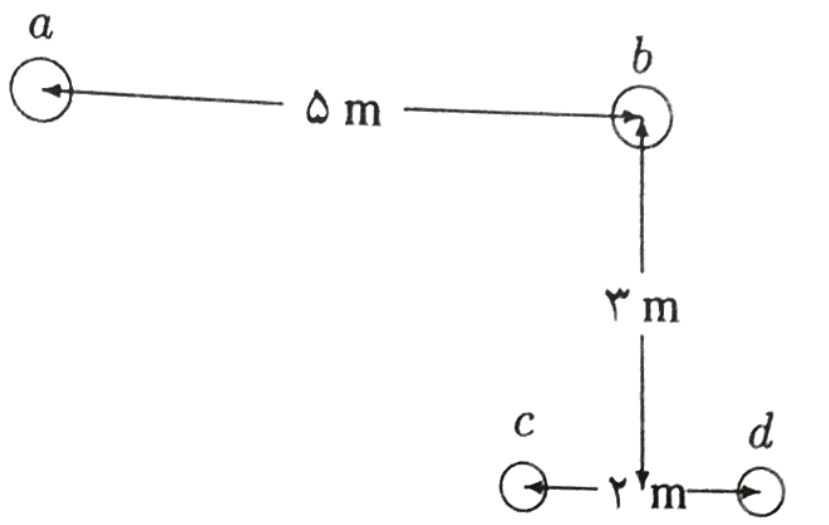
۴-۱۲) هادی‌های یک خط انتقال سه فاز دومداره در گوشه‌های یک شش ضلعی قرار دارند. آرایش این هادی‌ها در شکل ۴-۳۴ نشان داده شده است. این دو مدار با هم موازی بوده و بار متعادلی را به‌صورت مساوی تغذیه می‌نمایند. هادی‌های هر دو مدار یکسان بوده و شعاع هر یک از آنها r است. فرض کنید که خط به طور متقارن جابجا شده باشد. با استفاده از روش GMD، رابطه ظرفیت خازنی هر فاز را در هر متر خط بدست آورید.



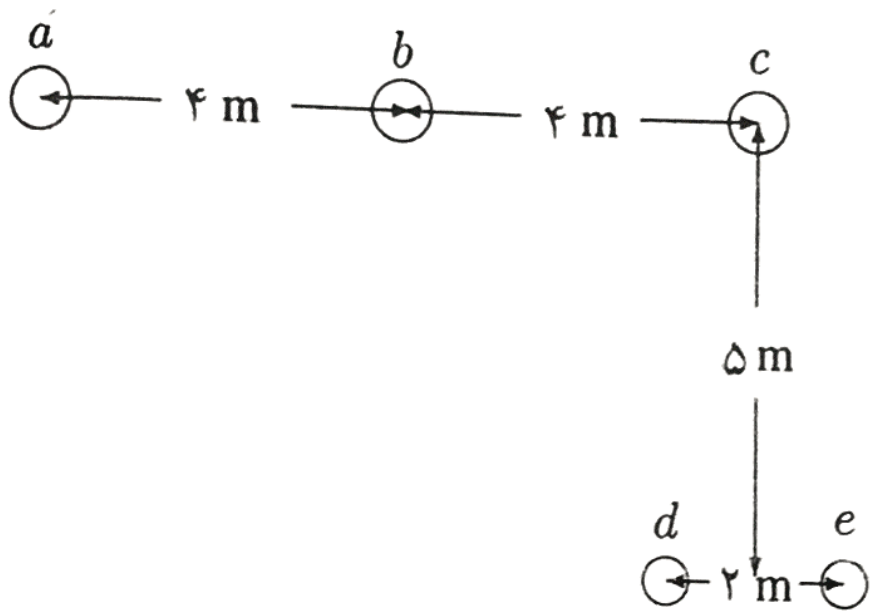
شکل ۴-۳۴ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۱۲

۴-۱۳) یک خط قدرت یک فاز ۶۰ Hz و یک خط تلفن با یکدیگر موازی هستند (شکل ۴-۳۵). خط تلفن به طور متقارن و مستقیماً زیر فاز b قرار دارد. جریان rms خط قدرت ۲۲۶ A می‌باشد. فرض کنید که جریان عبوری از سیم‌های زمین نشده تلفن صفر باشد. اندازه ولتاژ القا شده را در هر کیلومتر خط تلفن محاسبه نمائید.

۴-۱۴) یک خط انتقال سه فاز جابجا نشده ۶۰ Hz در مسافت ۲۰ km با یک خط تلفن موازی شده است. جریان rms سه فاز متعادل عبوری از خط قدرت $I_a = ۳۲۰\angle ۰^\circ A$، $I_b = ۳۲۰\angle -۱۲۰^\circ A$ و $I_c = ۳۲۰\angle -۲۴۰^\circ A$ می‌باشد. آرایش خط در شکل ۴-۳۶ نشان داده شده است. فرض کنید که جریان عبوری از سیم‌های زمین نشده تلفن صفر باشد. اندازه ولتاژ القا شده در خط تلفن را بدست آورید.



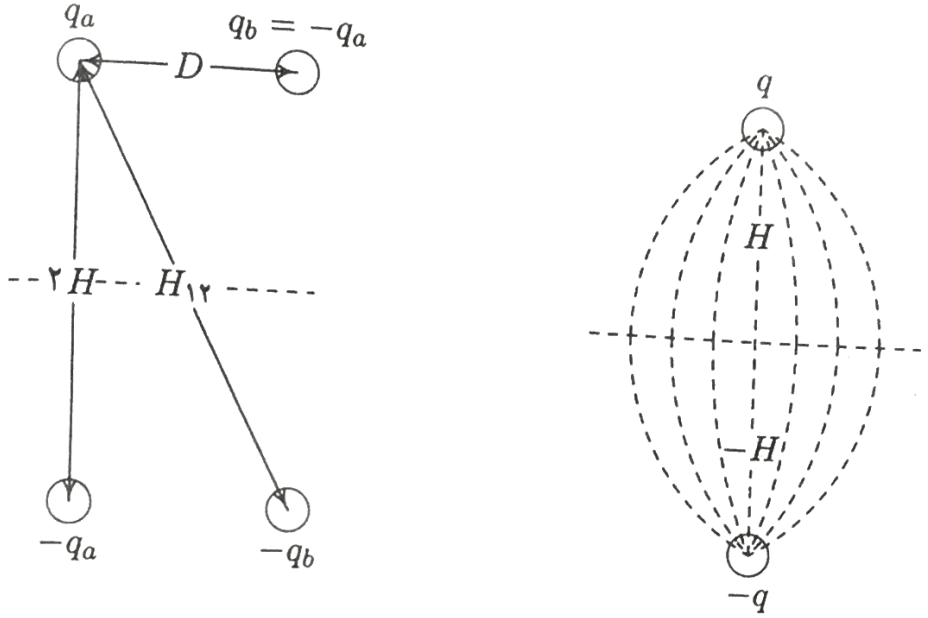
شکل ۴-۳۵ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۱۳



شکل ۴-۳۶ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۱۴

۴-۱۵) از آنجائی که زمین یک صفحه هم پتانسیل است، خطوط شار الکتریکی، سطح زمین را به طور عمودی قطع می‌کنند. اثر زمین را می‌توان بوسیله قرار دادن یک هادی با بار مخالف در عمق H از سطح زمین نمایش داد. شکل ۴-۳۷ (الف) را ملاحظه کنید. این آرایش بدون حضور زمین همان میدان را بوجود می‌آورد که توسط بار تکی وسطح زمین تولید می‌شود. این هادی تخیلی را هادی فرضی می‌نامند. شکل ۴-۳۷ (ب) یک خط یک فاز را با هادی‌های فرضی آن نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل V_{ab} را بدست آورید و نشان دهید که ظرفیت خازنی معادل نسبت به نقطه خنثی برابر است با:

$$C_{an} = C_{bn} = \frac{۲\pi\varepsilon_{۰}}{\ln\left(\frac{D}{r} \cdot \frac{۲H}{H_{۱۲}}\right)}$$



الف) صفحه زمین که با هادی فرضی جایگزین شده است ب) خط یکفاز و تصویر آن

شکل ۴-۳۷ آرایش هادی‌ها برای مسأله ۴-۱۵

فصل پنجم

مدل و عملکرد خط انتقال

۵-۱ مقدمه

در فصل چهارم پارامترهای هر فاز خطوط انتقال بدست آمد. این فصل نمایش و عملکرد[1] خطوط انتقال را در شرایط بهره‌برداری عادی مطرح می‌سازد. خطوط انتقال توسط مدار معادل و با پارامترهای مناسب بر اساس هر فاز نمایش داده می‌شود. ولتاژ پایانه‌ها به صورت خط به خنثی و جریان برای یک فاز در نظر گرفته شده و در نتیجه سیستم سه فاز به سیستم معادل یک فاز کاهش می‌یابد.

مدل بکار گرفته شده برای محاسبه ولتاژها، جریان‌ها و پخش توان‌ها به طول خط بستگی دارد. در این فصل ابتدا پارامترهای مدار و روابط ولتاژ و جریان برای خطوط کوتاه[2] و متوسط[3] نشان داده می‌شوند. سپس مسائل مربوط به تنظیم و تلفات خطوط و بهره‌برداری از آنها در شرایط ولتاژهای ثابت پایانه ارائه می‌گردند.

در مرحله بعد، نظریه خط بلند[4] ارائه شده و روابطی برای ولتاژ و جریان در طول مدل گسترده خط بدست می‌آیند. ثابت انتشار[5] و امپدانس مشخصه[6] تعریف شده و نشان داده می‌شود که توان الکتریکی در طول خطوط تقریباً با سرعت نور انتقال می‌یابد. از آنجائی‌که شرایط پایانه‌ها در دو سمت خط دارای اهمیت زیادی است، مدار معادل π برای خطوط طولانی ارائه شده است. چندین تابع MATLAB برای محاسبه پارامترها و عملکرد خط نوشته شده‌اند. در نهایت، جبران‌سازی خط برای بهبود رفتار آن در حالت بی‌باری و بارداری بحث می‌شود.

---

1 - Performance
2 - Short lines
3 - Medium lines
4 - Long line
5 - Propagation constant
6 - Characteristic impedance

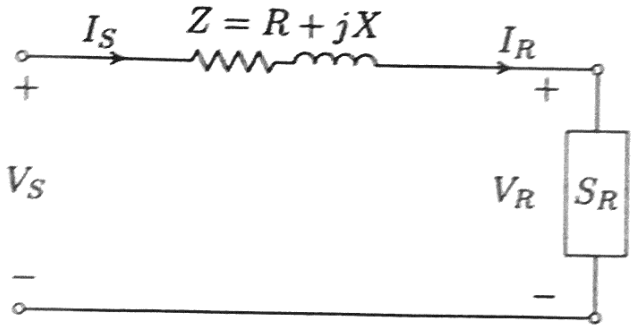
۵-۲ مدل خط کوتاه

اگر طول خطوط کمتر از حدود ۸۰ km (۵۰ مایل) باشد یا ولتاژ بیشتر از ۶۹ kV نباشد، اغلب می‌توان از ظرفیت خازنی خط، بدون ایجاد خطای زیاد، چشم‌پوشی نمود. امپدانس سری در مدل خط کوتاه از حاصل‌ضرب طول خط و امپدانس سری در واحد طول بدست می‌آید.

$$Z=(r+j\omega L)\ell$$

$$=R+jX \qquad (۵-۱)$$

که در آن r و L به ترتیب مقاومت و اندوکتانس در واحد طول هر فاز و ℓ طول خط می‌باشد. مدل خط کوتاه بر اساس هر فاز در شکل ۵-۱ نشان داده شده است. در این شکل V_S و I_S ولتاژ و جریان فاز در سمت ابتدای (ارسال)[1] خط و V_R و I_R ولتاژ و جریان در سمت انتهای (دریافت)[2] خط می‌باشند.



شکل ۵-۱ مدل خط کوتاه

اگر یک بار سه فاز با توان ظاهری $S_{R(3\phi)}$ به انتهای خط انتقال وصل شود، جریان در انتهای خط از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$I_R=\frac{S^*_{R(3\phi)}}{3V^*_R} \qquad (۵-۲)$$

ولتاژ فاز در ابتدای خط برابر است با:

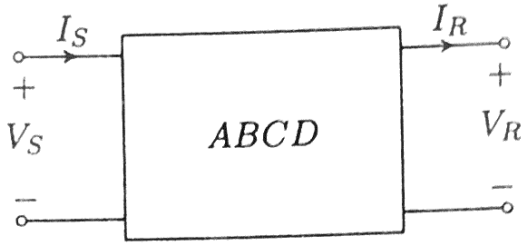
$$V_S=V_R+ZI_R \qquad (۵-۳)$$

1 - Sending end
2 - Receiving end

و از آنجائی که از ظرفیت خازنی خط چشم‌پوشی شده است، جریان‌های ابتدا و انتهای خط با هم برابر هستند، یعنی:

$$I_S = I_R \qquad (۴-۵)$$

خط انتقال ممکن است با یک شبکه دو قطبی مطابق شکل ۵-۲ نشان داده شده و روابط بالا را می‌توان برحسب ثابت‌های عمومی[1] مدار، که معمولاً ثابت‌های $ABCD$ نامیده می‌شوند، به صورت زیر نوشت:



شکل ۵-۲ نمایش دو قطبی یک خط انتقال

$$V_S = AV_R + BI_R \qquad (۵-۵)$$

$$I_S = CV_R + DI_R \qquad (۶-۵)$$

یا به صورت ماتریسی خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \qquad (۷-۵)$$

طبق روابط (۵-۳) و (۵-۴) برای مدل خط کوتاه داریم:

$$A = ۱ \qquad B = Z \qquad C = ۰ \qquad D = ۱ \qquad (۸-۵)$$

تنظیم ولتاژ خط را می‌توان برحسب درصد تغییر ولتاژ در انتهای خط (بیان شده برحسب درصد ولتاژ در بار کامل) از حالت بی‌باری تا بار کامل تعریف نمود:

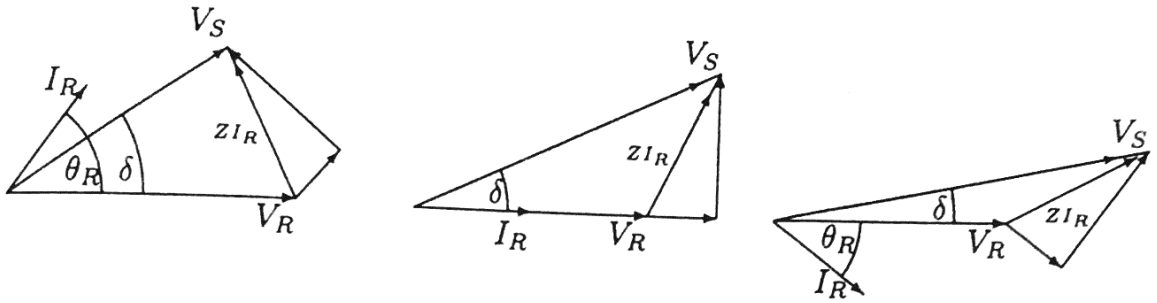
$$\%VR = \frac{|V_{R(NL)}| - |V_{R(FL)}|}{|V_{R(FL)}|} \times ۱۰۰ \qquad (۹-۵)$$

1 - Generalized constants

در بی‌باری $I_R = ۰$ بوده و با استفاده از رابطه (۵-۵) می‌توان نوشت:

$$V_{R(NL)} = \frac{V_S}{A} \qquad (۱۰-۵)$$

در خط کوتاه، $A = ۱$ و $V_{R(NL)} = V_S$ است. تنظیم ولتاژ معیاری از افت ولتاژ بوده و به ضریب قدرت بار بستگی دارد. تنظیم ولتاژ در بارهای با مقادیر کوچک ضریب قدرت پس‌فاز کمتر خواهد بود. با بارهای خازنی، یعنی بارهای با ضریب قدرت پیش فاز، تنظیم ولتاژ ممکن است منفی شود. این موضوع با نمایش فازوری شکل (۵-۳) نشان داده شده است.



(الف) بار با ضریب قدرت پس‌فاز (ب) بار با ضریب قدرت واحد (پ) بار با ضریب قدرت پیش‌فاز

شکل ۵-۳ نمایش فازوری برای خط کوتاه

پس از محاسبه ولتاژ ابتدای خط، توان ابتدای خط از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S_{S(۳\phi)} = ۳V_S I_S^* \qquad (۱۱-۵)$$

تلفات کل خط برابر است با:

$$S_{L(۳\phi)} = S_{S(۳\phi)} - S_{R(۳\phi)} \qquad (۱۲-۵)$$

و بازده خط انتقال به صورت زیر است:

$$\eta = \frac{P_{R(۳\phi)}}{P_{S(۳\phi)}} \qquad (۱۳-۵)$$

که در آن $P_{R(۳\phi)}$ و $P_{S(۳\phi)}$ به ترتیب توان حقیقی کل در انتها و ابتدای خط می‌باشند.

مثال ۵-۱ (chp5ex1)

یک خط انتقال سه فاز ۲۲۰ kV دارای طول ۴۰ km می‌باشد. مقاومت اهمی هر فاز ۰/۱۵ Ω در هر کیلومتر و اندوکتانس هر فاز ۱/۳۲۶۳ mH در هر کیلومتر است. از ظرفیت خازنی موازی صرف‌نظر شده است. با استفاده از مدل خط کوتاه، ولتاژ و توان در ابتدای خط و تنظیم ولتاژ و بازده آن را وقتی بارهای زیر را تغذیه می‌نماید محاسبه کنید:

(الف) ۳۸۱ MVA در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ ۲۲۰ kV.

(ب) ۳۸۱ MVA در ضریب قدرت ۰/۸ پیش‌فاز و ولتاژ ۲۲۰ kV.

(الف) امپدانس سری هر فاز برابر است با:

$$Z = (r + j\omega L)\,\ell = (۰/۱۵ + j۲\pi \times ۶۰ \times ۱/۳۲۶۳ \times ۱۰^{-۳})\,۴۰ = ۶ + j\,۲۰ \quad \Omega$$

ولتاژ در سمت دریافت در هر فاز عبارتست از:

$$V_R = \frac{۲۲۰\angle ۰^\circ}{\sqrt{۳}} = ۱۲۷\angle ۰^\circ \quad \text{kV}$$

توان ظاهری به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{R(۳\phi)} = ۳۸۱\angle \cos^{-۱} ۰/۸ = ۳۸۱\angle ۳۶/۸۷^\circ = ۳۰۴/۸ + j\,۲۲۸/۶ \quad \text{MVA}$$

جریان هر فاز مطابق زیر بدست می‌آید:

$$I_R = \frac{S^*_{R(۳\phi)}}{۳V^*_R} = \frac{۳۸۱\angle -۳۶/۸۷^\circ \times ۱۰^{-۳}}{۳ \times ۱۲۷\angle ۰^\circ} = ۱۰۰۰\angle -۳۶/۸۷^\circ \quad \text{A}$$

با استفاده از رابطه (۵-۳) ولتاژ ابتدای خط برابر است با:

$$V_S = V_R + ZI_R = ۱۲۷\ \angle ۰^\circ + (۶ + j۲۰)\,(۱۰۰۰\ \angle -۳۶/۸۷^\circ)\,(\ ۱۰^{-۳}\ )$$

$$= ۱۴۴/۳۳\ \angle ۴/۹۳^\circ \quad \text{kV}$$

اندازه ولتاژ خط به خط در ابتدای خط عبارتست از:

$$|V_{S(L-L)}| = \sqrt{۳}|V_S| = ۲۵۰ \quad \text{kV}$$

توان ابتدای خط به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$S_{S(3\phi)} = 3V_S I_S^* = 3\times 144/33\angle 4/93^\circ \times 1000\angle 36/87^\circ \times 10^{-3}$$

$$= 322/8\ \text{MW} + j\ 288/6\ \text{MVAr}$$

$$= 433\angle 41/8^\circ \quad \text{MVA}$$

تنظیم ولتاژ برابر است با:

$$\%VR = \frac{250-220}{220}\times 100 = \%13/6$$

بازده خط انتقال مطابق زیر محاسبه می‌شود:

$$\eta = \frac{P_{R(3\phi)}}{P_{S(3\phi)}} = \frac{304/8}{322/8}\times 100 = \%94/4$$

(ب) جریان برای ۳۸۱ MVA با ضریب قدرت ۰/۸ پیش‌فاز برابر است با:

$$I_R = \frac{S_{R(3\phi)}^*}{3V_R^*} = \frac{381\angle 36/87^\circ \times 10^3}{3\times 127\angle 0^\circ} = 1000\angle 36/87^\circ \quad \text{A}$$

ولتاژ ابتدای خط عبارتست از:

$$V_S = V_R + ZI_R = 127\angle 0^\circ + (6+j20)(1000\angle 36/87^\circ)(10^{-3})$$

$$= 121/39\angle 9/29^\circ \quad \text{kV}$$

اندازه ولتاژ خط به خط در ابتدای خط به صورت زیر بدست می‌آید:

$$|V_{S(L-L)}| = \sqrt{3}V_S = 210/26 \quad \text{kV}$$

توان ابتدای خط برابر است با:

$$S_{S(3\phi)} = 3V_S I_S^* = 3\times 121/39\angle 9/29^\circ \times 1000\angle -36/87^\circ \times 10^{-3}$$

$$= ۳۲۲/۸\ \text{MW} - j\ ۱۶۸/۶\ \text{MVAr}$$

$$= ۳۶۴/۱۸\angle -۲۷/۵۸^{\circ}\quad \text{MVA}$$

تنظیم ولتاژ مطابق زیر محاسبه می‌شود:

$$\%VR = \frac{۲۱۰/۲۶ - ۲۲۰}{۲۲۰} \times ۱۰۰ = \%-۴/۴۳$$

بازده خط انتقال عبارتست از:

$$\eta = \frac{P_{R(۳\phi)}}{P_{S(۳\phi)}} = \frac{۳۰۴/۸}{۳۲۲/۸} \times ۱۰۰ = \%۹۴/۴$$

۵-۳ مدل خط متوسط

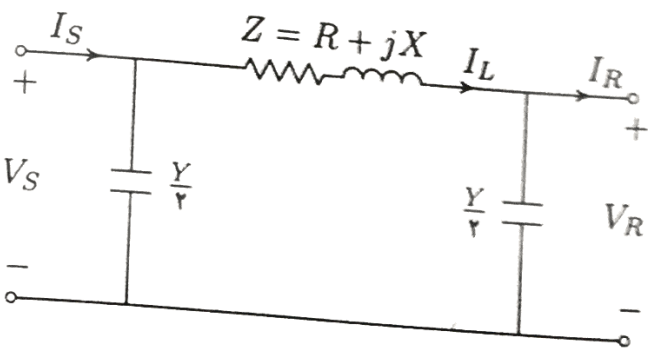
با افزایش طول خط، جریان باردهی خط[1] بیشتر شده و باید ظرفیت خازنی موازی را در نظر گرفت. خطوط با طول بیشتر از ۸۰ km (۵۰ مایل) و کمتر از ۲۵۰ km (۱۵۰ مایل)، *خطوط با طول متوسط*[2] نامیده می‌شوند. برای خطوط با طول متوسط، نصف ظرفیت خازنی موازی به صورت متمرکز (فشرده)[3] در دو طرف خط در نظر گرفته می‌شود. این مدل به عنوان مدل اسمی[4] π نامیده شده و در شکل ۵-۴ نشان داده شده است. در این مدل Z امپدانس سری کل خط است و از رابطه (۵-۱) بدست می‌آید و Y ادمیتانس[5] موازی کل خط است و از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$Y = (g + j\omega C)\ell \qquad (۱۴-۵)$$

در شرایط عادی، رسانائی[6] موازی در واحد طول که جریان نشتی مقره‌ها و ناشی از پدیده کرونا را نشان می‌دهد، قابل چشم‌پوشی بوده و g برابر صفر فرض می‌شود. در اینجا C ظرفیت خازنی نسبت به خنثی در هر کیلومتر و ℓ طول خط انتقال می‌باشد. ولتاژ و جریان ابتدای خط در مدل اسمی π به صورت زیر بدست می‌آیند:

---

1 - Line charging current
2 - Medium length lines
3 - Lumped
4 - Nominal
5 - Admittance
6 - Conductance



شکل ۵-۴ مدل اسمی π برای خط متوسط

با استفاده از KCL ، جریان در امپدانس سری که با I_L نشان داده می‌شود برابر است با:

$$I_L = I_R + \frac{Y}{۲}V_R \qquad (۱۵\text{-}۵)$$

با بکارگیری KVL ، ولتاژ ابتدای خط عبارتست از:

$$V_S = V_R + ZI_L \qquad (۱۶\text{-}۵)$$

با جایگزینی I_L از رابطه (۵-۱۵)، داریم:

$$V_S = \left(۱ + \frac{ZY}{۲}\right)V_R + ZI_R \qquad (۱۷\text{-}۵)$$

جریان ابتدای خط برابر است با:

$$I_S = I_L + \frac{Y}{۲}V_S \qquad (۱۸\text{-}۵)$$

با جایگزینی I_L و V_S خواهیم داشت:

$$I_S = Y\left(۱ + \frac{ZY}{۴}\right)V_R + \left(۱ + \frac{ZY}{۲}\right)I_R \qquad (۱۹\text{-}۵)$$

از مقایسه روابط (۵-۱۷) و (۵-۱۹) با روابط (۵-۵) و (۵-۶)، ثابت‌های $ABCD$ برای مدل اسمی π عبارتند از:

$$A = \left(۱ + \frac{ZY}{۲}\right) \qquad B = Z \qquad (۲۰\text{-}۵)$$

$$C = Y\left(۱ + \frac{ZY}{۴}\right) \qquad D = \left(۱ + \frac{ZY}{۲}\right) \tag{۵-۲۱}$$

معمولاً، ثابت‌های $ABCD$ اعداد مختلط بوده و از آنجائی که مدل π یک شبکه دو قطبی متقارن می‌باشد، $A = D$ است. علاوه بر این، چون این مدار یک مدار خطی غیر فعال[1] و یک شبکه دو قطبی دوطرفه[2] است، دترمینان ماتریس انتقال[3] در رابطه (۵-۷) برابر واحد می‌باشد، یعنی:

$$AD - BC = ۱ \tag{۵-۲۲}$$

از حل معادله (۵-۷) کمیت‌های انتهائی برحسب کمیت‌های ابتدائی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} \tag{۵-۲۳}$$

دو تابع MATLAB برای محاسبه ماتریس انتقال نوشته شده است. تابع زیر وقتی بکار می‌رود که مقاومت بر حسب اهم، اندوکتانس برحسب mH و ظرفیت خازنی برحسب μF در واحد طول مشخص شده باشند.

[Z, Y, ABCD] = rlc2abcd(r, L, C, g, f, Length)

و تابع زیر نیز وقتی بکار می‌رود که امپدانس سری بر حسب اهم و ادمیتانس موازی بر حسب زیمنس (℧) در واحد طول مشخص گردند.

[Z, Y, ABCD] = zy2abcd(z,y,Length)

این توابع گزینه‌هائی را برای مدل اسمی π و مدل معادل π[4] (ارائه شده در بخش ۵-۴) فراهم می‌نمایند.

مثال ۵-۲ (chp5ex2)

یک خط انتقال سه فاز ۳۴۵ kV به طول ۱۳۰ km مفروض است. مقاومت هر فاز ۰/۰۳۶ Ω در هر کیلومتر و اندوکتانس هر فاز آن ۰/۸ mH درهر کیلومتر است. ظرفیت خازنی موازی ۰/۰۱۱۲ μF در هر کیلومتر و بار انتهای خط ۲۷۰ MVA با ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز در ولتاژ ۳۲۵ kV می‌باشد. با

1 - Passive
2 - Bilateral
3 - Transmission matrix
4 - Equivalent π model

استفاده از مدل خطوط متوسط، ولتاژ و توان در ابتدای خط و تنظیم ولتاژ را محاسبه نمائید.

تابع **[Z, Y, ABCD] = rlc2abcd(r, L, C, g, f, Length)** برای بدست آوردن ماتریس انتقال خط استفاده می‌شود. فرامین زیر:

```
r = .036; g = 0; f = 60;
L = 0.8;          % milli-Henry
C = 0.0112;       % micro-Farad
Length = 130;  VR3ph = 325;
VR = VR3ph/sqrt(3) + j*0;    % kV (receiving end phase voltage)
[Z, Y, ABCD] = rlc2abcd(r, L, C, g, f, Length);
AR = acos(0.8);
SR = 270*(cos(AR) + j*sin(AR));  %   MVA (receiving end power)
IR = conj(SR)/(3*conj(VR));      %  kA (receiving end current)
VsIs = ABCD* [VR; IR];           %      column vector [Vs; Is]
Vs = VsIs(1);
Vs3ph = sqrt(3)*abs(Vs);         % kV(sending end L-L voltage)
Is = VsIs(2); Ism = 1000*abs(Is);%     A (sending end current)
pfs= cos(angle(Vs)- angle(Is));  %  (sending end power factor)
Ss = 3*Vs*conj(Is);              %     MVA (sending end power)
REG = (Vs3ph/abs(ABCD(1,1)) - VR3ph)/VR3ph *100;
fprintf(' Is = %g A', Ism), fprintf('  pf = %g', pfs)
fprintf(' Vs = %g L-L kV', Vs3ph)
fprintf(' Ps = %g MW', real(Ss)),
fprintf('  Qs = %g Mvar', imag(Ss))
fprintf(' Percent voltage Reg. = %g', REG)
```

منجر به پاسخ‌های زیر می‌گردد:

```
Enter 1 for Medium line or 2 for long line → 1
Nominal π model
Z = 4.68 + j 39.2071 ohms
Y = 0 + j 0.000548899 siemens
```

$$ABCD = \begin{bmatrix} 0.98924 + j\ 0.0012844 & 4.68 + j\ 39.207 \\ -3.5251e\text{-}07 + j\ 0.00054595 & 0.98924 + j\ 0.0012844 \end{bmatrix}$$

```
Is = 421.132 A        pf = 0.869657
Vs = 345.002 L-L kV
Ps = 218.851 MW     Qs = 124.23 Mvar
Percent voltage Reg. = 7.30913
```

مثال ۵-۳ (chp5ex3)

یک خط انتقال سه فاز ۳۴۵kV به طول ۱۳۰km مفروض است. امپدانس سری آن $z = ۰/۰۳۶ + j۰/۳\ \Omega/\phi$ درکیلومتر و ادمیتانس موازی آن برابر $j\ ۴/۲۲ \times ۱۰^{-۶}$ زیمنس در هر فاز در هرکیلومتر است. ولتاژ ابتدای خط ۳۴۵kV بوده و جریان ابتدای آن ۴۰۰ A در ضریب قدرت ۰/۹۵ پس فاز می‌باشد. با استفاده از مدل خط متوسط، ولتاژ، جریان و توان را در انتهای خط و تنظیم ولتاژ را نیز محاسبه نمائید.

تابع **[Z, Y, ABCD] = zy2abcd(z,y,Length)** برای بدست آوردن ماتریس انتقال خط استفاده می‌شود. فرامین زیر:

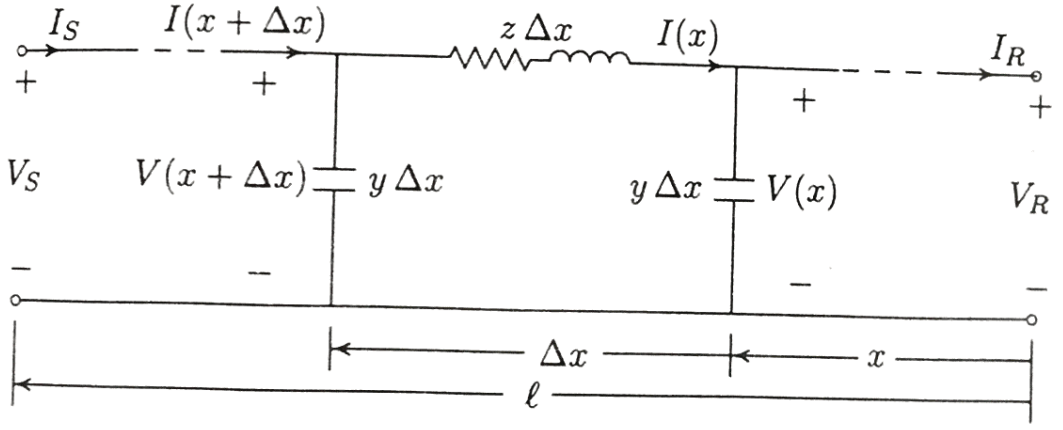
```
z = .036 + j* 0.3;  y = j*4.22/1000000;  Length = 130;
Vs3ph = 345;  Ism = 0.4;  %kA;
As = -acos(0.95);
Vs = Vs3ph/sqrt(3) + j*0;      % kV (sending end phase voltage)
Is = Ism*(cos(As) + j*sin(As));
[Z,Y, ABCD] = zy2abcd(z, y, Length);
VrIr = inv(ABCD)* [Vs; Is];     %        column vector [Vr; Ir]
Vr = VrIr(1);
Vr3ph = sqrt(3)*abs(Vr);        % kV(receiving end L-L voltage)
Ir = VrIr(2); Irm = 1000*abs(Ir);  % A (receiving end current)
pfr= cos(angle(Vr)- angle(Ir));  %(receiving end power factor)
Sr = 3*Vr*conj(Ir);                % MVA (receiving end power)

REG = (Vs3ph/abs(ABCD(1,1)) - Vr3ph)/Vr3ph *100;
fprintf(' Ir = %g A', Irm), fprintf('  pf = %g', pfr)
fprintf(' Vr = %g L-L kV', Vr3ph)
fprintf(' Pr = %g MW', real(Sr))
fprintf('  Qr = %g Mvar', imag(Sr))
fprintf(' Percent voltage Reg. = %g', REG)
```

منجر به نتایج زیر می‌گردد

```
Enter 1 for Medium line or 2 for long line → 1
Nominal π model
Z = 4.68 + j 39 ohms
Y = 0 + j 0.0005486 siemens

ABCD = [ 0.9893          + j 0.0012837   4.68     + j 39
         -3.5213e-07     + j 0.00054565  0.9893   + j 0.0012837 ]

Ir = 441.832 A          pf = 0.88750
Vr = 330.68 L-L kV
Pr = 224.592 MW      Qr = 116.612 Mvar
Percent voltage Reg. = 5.45863
```

۵-۴ مدل خط بلند

برای خطوط کوتاه و متوسط مدل‌هائی با دقت قابل قبول و با فرض متمرکز بودن پارامترهای خط بدست آمد. در خطوط ۲۵۰ km (۱۵۰ مایل) و طولانی‌تر و برای جواب‌های دقیق‌تر، باید اثر کامل پارامترهای گسترده[1] خطوط را در نظر گرفت. در این بخش روابطی برای ولتاژ و جریان در هر نقطه از خط بدست می‌آید. سپس، بر اساس این معادلات مدل معادل π برای خطوط بلند تعیین می‌گردد. شکل ۵-۵ یک فاز از خط گسترده‌ای به طول ℓ کیلومتر را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۵ خط بلند با پارامترهای گسترده

امپدانس سری در واحد طول با حرف کوچک z و ادمیتانس موازی هر فاز در واحد طول با حرف کوچک

1 - Distributed

y نشان داده می‌شوند که $z = r + j\omega L$ و $y = g + j\omega C$ می‌باشند. قسمت خیلی کوچکی از این خط به طول Δx را در فاصله x از انتهای خط در نظر بگیرید. ولتاژها و جریان‌های فازوری در هر دو سمت این قسمت برحسب تابعی از فاصله نشان داده شده‌اند. از قانون ولتاژ کرشف داریم:

$$V(x+\Delta x)=V(x)+z\Delta x I(x) \qquad (۲۴-۵)$$

یا :

$$\frac{V(x+\Delta x)-V(x)}{\Delta x}=zI(x) \qquad (۲۵-۵)$$

با گرفتن حد وقتی که $\Delta x \to ۰$ ، خواهیم داشت:

$$\frac{dV(x)}{dx}=zI(x) \qquad (۲۶-۵)$$

همچنین با استفاده از قانون جریان کرشف، می‌توان نوشت:

$$I(x+\Delta x)=I(x)+y\Delta x V(x+\Delta x) \qquad (۲۷-۵)$$

یا:

$$\frac{I(x+\Delta x)-I(x)}{\Delta x}=yV(x+\Delta x) \qquad (۲۸-۵)$$

با گرفتن حد در صورتی که $\Delta x \to ۰$ ، داریم:

$$\frac{dI(x)}{dx}=yV(x) \qquad (۲۹-۵)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۵-۲۶) و جایگزینی از (۵-۲۹)، معادله زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d^۲V(x)}{dx^۲}=z\frac{dI(x)}{dx}$$

$$=zyV(x) \qquad (۳۰-۵)$$

با فرض تساوی زیر:

$$\gamma^۲ = zy \qquad (۳۱-۵)$$

معادله دیفرانسیل مرتبه دوم زیر حاصل خواهد شد:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2}-\gamma^2V(x)=0 \qquad (۳۲-۵)$$

از حل معادله بالا داریم:

$$V(x)=A_1e^{\gamma x}+A_2e^{-\gamma x} \qquad (۳۳-۵)$$

که در آن γ *ثابت انتشار* نامیده شده و با عبارت مختلط (۵-۳۱) بیان می‌گردد، یا:

$$\gamma=\alpha+j\beta=\sqrt{zy}=\sqrt{(r+j\omega L)(g+j\omega C)} \qquad (۳۴-۵)$$

قسمت حقیقی α *ثابت تضعیف*[1] و مؤلفه موهومی β *ثابت فاز*[2] نامیده می‌شوند. مؤلفه β برحسب رادیان در واحد طول سنجیده می‌شود.

با استفاده از رابطه (۵-۲۶)، جریان برابر است با:

$$I(x)=\frac{1}{z}\frac{dV(x)}{dx}=\frac{\gamma}{z}(A_1e^{\gamma x}-A_2e^{-\gamma x})$$

$$=\sqrt{\frac{y}{z}}(A_1e^{\gamma x}-A_2e^{-\gamma x}) \qquad (۳۵-۵)$$

یا:

$$I(x)=\frac{1}{Z_C}\left(A_1e^{\gamma x}-A_2e^{-\gamma x}\right) \qquad (۳۶-۵)$$

که در آن Z_C *امپدانس مشخصه* نامیده شده و عبارتست از:

$$Z_C=\sqrt{\frac{z}{y}} \qquad (۳۷-۵)$$

برای محاسبه ثابت‌های A_1 و A_2، وقتی که $x = 0$ باشد، $V(x) = V_R$ و $I(x)= I_R$ هستند. از روابط (۵-۳۳) و (۵-۳۶) این ثابت‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

1 - Attenuation constant

2 - Phase constant

$$A_1 = \frac{V_R + Z_C I_R}{۲} \quad و \quad A_۲ = \frac{V_R - Z_C I_R}{۲} \tag{۳۸-۵}$$

پس از جایگزینی درروابط (۵-۳۳) و (۵-۳۶)، معادلات عمومی ولتاژ و جریان در طول خط بلند عبارتند از:

$$V(x) = \frac{V_R + Z_C I_R}{۲} e^{\gamma x} + \frac{V_R - Z_C I_R}{۲} e^{-\gamma x} \tag{۳۹-۵}$$

$$I(x) = \frac{\frac{V_R}{Z_C} + I_R}{۲} e^{\gamma x} - \frac{\frac{V_R}{Z_C} - I_R}{۲} e^{-\gamma x} \tag{۴۰-۵}$$

معادلات ولتاژ و جریان را می‌توان به صورت زیر مرتب نمود:

$$V(x) = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{۲} V_R + Z_C \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{۲} I_R \tag{۴۱-۵}$$

$$I(x) = \frac{۱}{Z_C} \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{۲} V_R + \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{۲} I_R \tag{۴۲-۵}$$

با در نظر گرفتن توابع هیپربولیکی (هذلولی)[1] sinh و cosh ، معادلات بالا به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$V(x) = \cosh\gamma\, x V_R + Z_C \sinh\gamma\, x I_R \tag{۴۳-۵}$$

$$I(x) = \frac{۱}{Z_C} \sinh\gamma\, x V_R + \cosh\gamma\, x I_R \tag{۴۴-۵}$$

از آنجائی‌که رابطه بین اطلاعات ابتدا و انتهای خط دارای اهمیت است، در نتیجه به ازای $x = \ell$ خواهیم داشت:

$$I(\ell) = I_S \quad و \quad V(\ell) = V_S$$

بنابراین:

1 - Hyperbolic

$$V_S = \cosh\gamma\ \ell V_R + Z_C \sinh\gamma\ \ell I_R \qquad (۴۵-۵)$$

$$I(x) = \frac{۱}{Z_C}\sinh\gamma\ \ell V_R + \cosh\gamma\ \ell I_R \qquad (۴۶-۵)$$

از باز نویسی معادلات بالا برحسب ثابت‌های $ABCD$ مانند گذشته، داریم:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \qquad (۴۷-۵)$$

که در آن:

$$A = \cosh\gamma\ \ell \qquad B = Z_C \sinh\gamma\ \ell \qquad (۴۸-۵)$$

$$C = \frac{۱}{Z_C}\sinh\gamma\ \ell \qquad D = \cosh\gamma\ell \qquad (۴۹-۵)$$

شایان ذکر است که $A = D$ و $AD - BC = ۱$ می‌باشد.

حال این امکان وجود دارد که مدل معادل دقیق π را مطابق شکل ۵-۶ با ثابت‌های $ABCD$ شبکه دو قطبی جایگزین کرد. مشابه روابط (۵-۱۷) و (۵-۱۹) که برای مدل اسمی π بدست آمد، برای مدل معادل π ، خواهیم داشت:

$$V_{(S)} = \left(۱ + \frac{Z'Y'}{۲}\right)V_R + Z'I_R \qquad (۵۰-۵)$$

$$I_{(S)} = Y'\left(۱ + \frac{Z'Y'}{۲}\right)V_R + \left(۱ + \frac{Z'Y'}{۲}\right)I_R \qquad (۵۱-۵)$$

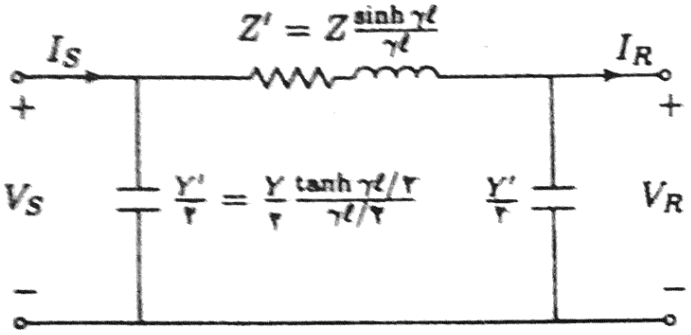
از مقایسه روابط (۵-۵۰) و (۵-۵۱) به ترتیب با (۵-۴۵) و (۵-۴۶) و با استفاده از اتحاد مثلثاتی زیر:

$$\tanh\frac{\gamma\ \ell}{۲} = \frac{\cosh\gamma\ \ell - ۱}{\sinh\gamma\ \ell} \qquad (۵۲-۵)$$

پارامترهای مدل معادل π به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$Z' = Z_C \sinh\gamma\ \ell = Z\frac{\sinh\gamma\ \ell}{\gamma\ \ell} \qquad (۵۳-۵)$$

$$\frac{Y'}{۲} = \frac{۱}{Z_C}\tanh\frac{\gamma\ell}{۲} = \frac{Y}{۲}\frac{\tanh\frac{\gamma\ell}{۲}}{\frac{\gamma\ell}{۲}} \qquad (۵۴-۵)$$



شکل ۵-۶ مدل معادل π برای خط بلند

توابع زیر را با گزینه ۲ می‌توان برای تعیین ماتریس انتقال و پارامترهای معادل π بکار گرفت.

[Z, Y, ABCD] = rlc2abcd (r, L, C, g, f, Length)

[Z, Y, ABCD] = zy2abcd (z, y, Length)

بهرحال، مثال ۵-۴ نشان می‌دهد که چگونه این توابع هذلولی با فرامین ساده MATLAB به آسانی محاسبه می‌شوند.

مثال ۵-۴ (chp5ex4)

یک خط انتقال سه فاز ۵۰۰ kV به طول ۲۵۰ کیلومتر مفروض است. امپدانس سری آن $z = ۰/۰۴۵ + j\ ۰/۴\ \Omega/\phi$ در هر کیلومتر و امپدانس موازی آن $y = j\ ۴ \times ۱۰^{-۶}$ زیمنس در هر فاز در هرکیلومتر می‌باشند. مدل معادل π و ماتریس انتقال را بدست آورید.

فرامین زیر :

```
z = 0.045 + j*.4;     y = j*4.0/1000000; Length = 250;
gamma = sqrt(z*y);  Zc = sqrt(z/y);
A = cosh(gamma*Length);  B = Zc*sinh(gamma*Length);
```

```
C = 1/Zc * sinh(gamma*Length);  D = A;
ABCD = [A  B; C  D]
Z = B; Y = 2/Zc * tanh(gamma*Length/2)
```

منجر به نتایج زیر می‌گردد:

```
ABCD =
      0.9504 + 0.0055i  10.8778 +98.3624i
     -0.0000 + 0.0010i   0.9504 + 0.0055i
Z =
     10.8778 +98.3624i
Y =
      0.0000 + 0.0010i
```

۵-۵ شکل موج‌های ولتاژ و جریان

رابطه (۵-۳۳) مقدار مؤثر فازور ولتاژ در هر نقطه از طول خط را نشان می‌دهد. با قرار دادن $\alpha + j\beta$ بجای γ ، فازور ولتاژ برابر است با:

$$V(x) = A_1 e^{\alpha x} e^{j\beta x} + A_2 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

با تبدیل از حوزه[1] فازور به حوزه زمان، ولتاژ لحظه‌ای برحسب تابعی از t و x مطابق زیر است:

$$\upsilon(t,x) = \sqrt{2}\Re A_1 e^{\alpha x} e^{j(\omega t+\beta x)} + \sqrt{2}\Re A_2 e^{-\alpha x} e^{j(\omega t-\beta x)} \qquad (۵۵-۵)$$

با افزایش x (دور شدن از انتهای خط) ، جمله اول که موج رفت[2] نامیده می‌شود، به علت وجود $e^{\alpha x}$ افزایش می‌یابد. جمله دوم که موج برگشت[3] نامیده می‌شود، به علت وجود $e^{-\alpha x}$ کاهش می‌یابد. در هر نقطه از طول خط، ولتاژ از مجموع این دو مؤلفه بدست می‌آید:

$$\upsilon(t,x) = \upsilon_1(t,x) + \upsilon_2(t,x) \qquad (۵۶-۵)$$

که در آن:

1 - Domain
2 - Incident wave
3 - Reflected wave

$$\upsilon_1(t,x)=\sqrt{2}A_1e^{\alpha x}\cos(\omega t+\beta x) \qquad (۵-۵۷)$$

$$\upsilon_2(t,x)=\sqrt{2}A_2e^{-\alpha x}\cos(\omega t-\beta x) \qquad (۵-۵۸)$$

چون رابطه جریان نیز مشابه ولتاژ است، جریان را نیز می‌توان به عنوان دو موج رفت و برگشت در نظر گرفت.

با حرکت در طول خط، معادلات (۵-۵۷) و (۵-۵۸) بیان کننده رفتاری مشابه رفتار امواج سیار[1] می‌باشند. این رفتار مشابه ایجاد اختلال[2] در آب در نقطه شروع است. برای درک این پدیده، موج برگشت $\upsilon_2(t,x)$ را هنگامی که همراه موج حرکت می‌شود، در نظر بگیرید. برای مشاهده مقدار لحظه‌ای این موج، به عنوان مثال دامنه اوج آن، ضروری است که:

$$\omega t-\beta x=2K\pi$$

$$x=\frac{\omega}{\beta}t-\frac{2K\pi}{\beta}$$

بنابراین، برای همگامی با موج و مشاهده دامنه اوج آن سرعت حرکت باید مطابق زیر باشد:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\omega}{\beta} \qquad (۵-۵۹)$$

بنابراین، سرعت انتشار برابر است با:

$$v=\frac{\omega}{\beta}=\frac{2\pi f}{\beta} \qquad (۵-۶۰)$$

طول موج[3] (λ) یا فاصله x روی شکل موج که دارای اختلاف فاز 2π رادیان می‌باشد عبارتست از:

$$\beta\lambda=2\pi$$

یا:

1 - Travelling waves
2 - Disturbance
3 - Wavelength

$$\lambda = \frac{۲\pi}{\beta} \qquad (۶۱-۵)$$

با چشم‌پوشی از تلفات خط، یعنی $g = ۰$ و $r = ۰$، قسمت حقیقی ثابت انتشار $\alpha = ۰$ بوده و با استفاده از رابطه (۵-۳۴) ثابت فاز از معادله زیر بدست می‌آید:

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \qquad (۶۲-۵)$$

همچنین امپدانس مشخصه اهمی خالص بوده و رابطه (۵-۳۷) به صورت زیر در می‌آید:

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (۶۳-۵)$$

این امپدانس معمولاً *امپدانس موجی*[1] نامیده می‌شود. با جایگزینی β در روابط (۵-۶۰) و (۵-۶۱) در خط بدون تلفات، سرعت انتشار و طول موج عبارتند از:

$$v = \frac{۱}{\sqrt{LC}} \qquad (۶۴-۵)$$

$$\lambda = \frac{۱}{f\sqrt{LC}} \qquad (۶۵-۵)$$

روابط (۴-۵۸) و (۴-۶۵) در فصل چهارم برای محاسبه اندوکتانس (L) و ظرفیت خازنی (C) در واحد طول خطوط انتقال بدست آمد. هنگامی که از شار پیوندی داخلی یک هادی چشم‌پوشی شود $GMR_L = GMR_C$ بوده و پس از جایگزینی، روابط (۵-۶۴) و (۵-۶۵) به صورت زیر در می‌آیند:

$$v \simeq \frac{۱}{\sqrt{\mu_۰ \varepsilon_۰}} \qquad (۶۶-۵)$$

$$\lambda \simeq \frac{۱}{f\sqrt{\mu_۰ \varepsilon_۰}} \qquad (۶۷-۵)$$

با جایگزینی $\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷}$ و $\varepsilon_۰ = ۸/۸۵ \times ۱۰^{-۱۲}$، سرعت موج تقریباً ۳×۱۰^{۸} m/sec می‌گردد که همان سرعت نور است. در فرکانس ۶۰ Hz طول موج ۵۰۰۰ km می‌باشد. به همین ترتیب با جایگزینی L و C در رابطه (۵-۶۳)، داریم:

1 - Surge impedance

$$Z_C \approx \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{\mu_۰}{\varepsilon_۰}}\ln\frac{GMD}{GMR_C}$$

$$\approx ۶۰\ln\frac{GMD}{GMR_C} \qquad (۶۸\text{-}۵)$$

در خطوط انتقال، امپدانس موجی از ۴۰۰Ω برای خطوط ۶۹ kV تا حدود ۲۵۰ Ω برای خطوط انتقال دو مداره ۷۶۵ kV تغییر می‌کند.

در خط بدون تلفات $\gamma = j\beta$ و توابع هذلولی $\cosh\gamma x = \cosh j\beta x = \cos\beta x$ و $\sinh\gamma x = \sinh j\beta x = j\sin\beta x$ بوده، معادلات ولتاژ و جریان مؤثر در طول خط که با روابط (۵-۴۳) و (۵-۴۴) مشخص شده‌اند، به صورت زیر در می‌آیند:

$$V(x) = \cos\beta x\, V_R + jZ_C \sin\beta x\, I_R \qquad (۶۹\text{-}۵)$$

$$I(x) = j\frac{۱}{Z_C}\sin\beta x V_R + \cos\beta x\, I_R \qquad (۷۰\text{-}۵)$$

در سمت ارسال $x = \ell$ بوده و داریم:

$$V_S = \cos\beta\ell\, V_R + jZ_C \sin\beta\ell\, I_R \qquad (۷۱\text{-}۵)$$

$$I_S = j\frac{۱}{Z_C}\sin\beta\ell\, V_R + \cos\beta\ell\, I_R \qquad (۷۲\text{-}۵)$$

برای محاسبات دستی، استفاده از روابط (۵-۷۱) و (۵-۷۲) آسان است. در محاسبات دقیق‌تر می‌توان معادلات (۵-۴۷) تا (۵-۴۹) را در MATLAB بکار گرفت. ولتاژ و جریان پایانه به سادگی از معادلات بالا بدست می‌آیند. به عنوان مثال، در خط مدار باز $I_R = ۰$ بوده و با استفاده از رابطه (۵-۷۱) ولتاژ بی‌باری سمت دریافت برابر است با:

$$V_{R(NL)} = \frac{V_S}{\cos\beta\ell} \qquad (۷۳\text{-}۵)$$

در حالت بی‌باری، جریان خط به طور کامل ناشی از جریان باردهی خازنی آن بوده و ولتاژ سمت دریافت بیشتر از ولتاژ سمت ارسال آن است. رابطه (۵-۷۳) این مطلب را به وضوح نشان می‌دهد، زیرا هرچه طول خط افزایش یابد $\beta\ell$ افزایش و $\cos\beta\ell$ کاهش می‌یابد و در نتیجه ولتاژ بی‌باری سمت

دریافت افزایش خواهد یافت.

در مدار اتصال کوتاه مستقیم[1] در سمت دریافت، $V_R = 0$ بوده و روابط (۵-۷۱) و (۵-۷۲) به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

$$V_S = jZ_C \sin\beta\ell\, I_R \qquad (۵-۷۴)$$

$$I_S = \cos\beta\ell\, I_R \qquad (۵-۷۵)$$

معادلات بالا را می‌توان برای محاسبه جریان‌های اتصال کوتاه در دو سمت خط بکار برد.

۵-۶ بارگذاری امپدانس موجی

چنانچه امپدانس بار در سمت دریافت برابر امپدانس مشخصه آن خط باشد، جریان سمت دریافت برابر است با:

$$I_R = \frac{V_R}{Z_C} \qquad (۵-۷۶)$$

در خط بدون تلفات Z_C کاملاً اهمی است. بار مربوط به امپدانس موجی در ولتاژ نامی که *بارگذاری امپدانس موجی*[2] (SIL) نامیده می‌شود عبارتست از:

$$SIL = ۳V_R I_R^* = \frac{۳|V_R|^۲}{Z_C} \qquad (۵-۷۷)$$

از آنجائی که $V_R = \frac{V_{Lrated}}{\sqrt{۳}}$ می‌باشد، SIL برحسب MW از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$SIL = \frac{(kV_{Lrated})^۲}{Z_C} \quad \text{MW} \qquad (۵-۷۸)$$

با جایگزینی I_R در رابطه (۵-۶۹) و V_R در (۵-۷۰)، خواهیم داشت:

$$V(x) = (\cos\beta x + j\sin\beta x)V_R$$

$$V(x) = V_R \angle \beta x \qquad (۵-۷۹)$$

1 - Solid short circuit

2 - Surge Impedance Loading

$$I(x)=(\cos\beta x+j\sin\beta x)I_R$$

$$I(x)=I_R\angle\beta x \qquad (۵-۸۰)$$

معادلات (۵-۷۹) و (۵-۸۰) نشان می‌دهند که در خط بدون تلفات در بارگذاری امپدانس موجی اندازه ولتاژ و جریان در هر نقطه از خط ثابت بوده و با مقادیر متناظر آنها در سمت ارسال خط برابر می‌باشند. از آنجائی که Z_C مؤلفه راکتیو ندارد، توان راکتیوی در خط وجود نداشته و $Q_S = Q_R = ۰$ است. این موضوع نشان می‌دهد که در باری معادل SIL، تلفات راکتیو در اندوکتانس خط دقیقاً با توان راکتیو تحویل شده توسط ظرفیت خازنی موازی خنثی می‌گردد، یا:

$$\omega L|I_R|^۲=\omega C|V_R|^۲$$

از این رابطه مشاهده می‌شود که:

$$Z_C=\frac{V_R}{I_R}=\sqrt{\frac{L}{C}}$$

و در نتیجه رابطه (۵-۶۳) تأیید می‌گردد. در خطوط انتقال، SIL تقریباً از ۱۵۰ MW برای خطوط ۲۳۰kV تا حدود ۲۰۰۰ MW برای خطوط ۷۶۵ kV تغییر می‌نماید. بارگذاری امپدانس موجی (SIL) معیار مناسبی از ظرفیت خط انتقال می‌باشد، زیرا نشان دهنده بارگذاری است که نیاز توان راکتیو آن کم می‌باشد. در بارهائی که به نحو قابل توجهی بیشتر از SIL می‌باشند، برای حداقل کردن افت ولتاژ در خط باید از خازن‌های موازی استفاده نمود. برای بارهائی که به نحو قابل توجهی کمتر از SIL می‌باشند، باید از راکتورهای[1] موازی استفاده نمود. عموماً، بار کامل خط انتقال با SIL آن متفاوت است. منحنی ولتاژ برای شرایط مختلف بارگذاری در شکل ۵-۱۱ نشان داده شده است.

مثال ۵-۵ (chp5ex5)

یک خط انتقال سه فاز به طول ۳۰۰ km و ولتاژ ۵۰۰ kV و فرکانس ۶۰ Hz مفروض است. اندوکتانس خط ۰/۹۷ mH/km در هر فاز و ظرفیت خازنی هر فاز آن ۰/۰۱۱۵ μF/km می‌باشد. با فرض اینکه خط بدون تلفات باشد:

(الف) ثابت فاز (β)، امپدانس مشخصه (Z_C)، سرعت انتشار (v) و طول موج (λ) خط را تعیین

1 - Reactors

نمائید.

(ب) بار نامی در سمت دریافت خط MW ۸۰۰ با ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ kV ۵۰۰ می‌باشد. کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ خط را بدست آورید.

(الف) برای خط بدون تلفات، با استفاده از رابطه (۵-۶۲) داریم:

$$\beta=\omega\sqrt{LC}=۲\pi\times۶۰\sqrt{۰/۹۷\times۰/۰۱۱۵\times۱۰^{-۹}}=۰/۰۰۱۲۵۹ \quad \text{rad/km}$$

و از رابطه (۵-۶۳) نیز خواهیم داشت:

$$Z_C=\sqrt{\frac{L}{C}}=\sqrt{\frac{۰/۹۷\times۱۰^{-۳}}{۰/۰۱۱۵\times۱۰^{-۶}}}=۲۹۰/۴۳ \quad \Omega$$

سرعت انتشار برابر است با:

$$v=\frac{۱}{\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۰/۹۷\times۰/۰۱۱۵\times۱۰^{-۹}}=۲/۹۹۴\times۱۰^{۵} \quad \text{km/s}$$

و طول موج خط به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۱}{۶۰}\left(۲/۹۹۴\times۱۰^{۵}\right)=۴۹۹۰ \quad \text{km}$$

(ب)

$$\beta\ell=۰/۰۰۱۲۵۹\times۳۰۰=۰/۳۷۷۷ \ \text{rad}=۲۱/۶۴۱^\circ$$

ولتاژ سمت دریافت خط در هر فاز عبارتست از:

$$V_R=\frac{۵۰۰\angle۰^\circ}{\sqrt{۳}}=۲۸۸/۶۷۵\angle۰^\circ \quad \text{kV}$$

توان ظاهری سمت دریافت خط برابر است با:

$$S_{R(۳\phi)}=\frac{۸۰۰}{۰/۸}\angle\cos^{-۱}۰/۸=۱۰۰۰\angle۳۶/۸۷^\circ=۸۰۰+j۶۰۰ \quad \text{MVA}$$

جریان هر فاز در سمت دریافت خط از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$I_R = \frac{S^*_{R(3\phi)}}{3V^*_R} = \frac{1000\angle -36/87^\circ \times 10^3}{3 \times 288/675\angle 0^\circ} = 1154/7\angle -36/87^\circ \quad A$$

با استفاده از رابطه (۵-۷۱) ولتاژ ابتدای خط برابر است با:

$$V_S = \cos\beta\ell V_R + jZ_C \sin\beta\ell I_R$$

$$= (0/9295)288/675\angle 0^\circ + j(290/43)(0/3688)(1154/7\angle -36/87^\circ)(10^{-3})$$

$$= 356/53\angle 16/1^\circ \quad kV$$

اندازه ولتاژ خط به خط در سمت ارسال آن مطابق زیر بدست می‌آید:

$$|V_{S(L-L)}| = \sqrt{3}|V_S| = 617/53 \quad kV$$

با استفاده از رابطه (۵-۷۲) جریان سمت ارسال خط عبارتست از:

$$I_S = j\frac{1}{Z_C}\sin\beta\ell V_R + \cos\beta\ell I_R$$

$$= j\frac{1}{290/43}(0/3688)(288/675\angle 0^\circ)(10^3) + (0/9295)(1154/7\angle -36/87^\circ)$$

$$= 902/3\angle -17/9^\circ \quad A$$

توان سمت ارسال خط برابر است با:

$$S_{S(3\phi)} = 3V_S I^*_S = 3 \times 356/53\angle 16/1^\circ \times 902/3\angle -17/9^\circ \times 10^{-3}$$

$$= 800\,MW + j539/672\,MVAr$$

$$= 965/1\angle 34^\circ \quad MVA$$

تنظیم ولتاژ به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\%VR = \frac{\frac{356/53}{0/9295} - 288/675}{288/675} \times 100 = \%\,32/87$$

عملکرد این خط انتقال شامل مقاومت آن در مثال ۵-۹ با استفاده از برنامه **Lineperf** بدست

آمده است. چنانچه خط در بار نامی بهره‌برداری شود، نتایج دقیق $V_{S(L-L)} = ۶۲۳/۵\angle ۱۵/۵۷^\circ$ kV و $I_S = ۹۰۳/۱\angle -۱۷/۷^\circ$ A بدست می‌آیند. این نتایج نشان می‌دهد که چشم‌پوشی از تلفات نتایج قابل قبولی را ارائه داده و برای محاسبه دستی مناسب است.

۵-۷ پخش توان مختلط در خطوط انتقال

روابط مشخصی را می‌توان برای پخش توان مختلط بر حسب اندازه و زاویه فاز ولتاژهای سمت ارسال و دریافت خط و ثابت‌های $ABCD$ بدست آورد. شکل ۵-۲ را که در آن روابط پایانه‌های خط با معادلات (۵-۵) و (۵-۶) ارائه شده‌اند در نظر بگیرید. با نمایش ثابت‌های $ABCD$ به صورت قطبی مانند $A = |A|\angle\theta_A$ ، $B = |B|\angle\theta_B$ ، ولتاژ سمت ارسال خط به صورت $V = |V_S|\angle\delta$ و ولتاژ سمت دریافت خط به عنوان مرجع[1] $V_R = |V_R|\angle ۰^\circ$ و با استفاده از رابطه (۵-۵) ، I_R رامی‌توان به صورت زیر نوشت:

$$I_R = \frac{|V_S|\angle\delta - |A|\angle\theta_A |V_R|\angle ۰}{|B|\angle\theta_B}$$

$$= \frac{|V_S|}{B}\angle(\delta - \theta_B) - \frac{|A||V_R|}{|B|}\angle(\theta_A - \theta_B) \qquad (۸۱\text{-}۵)$$

توان مختلط در سمت دریافت خط برابر است با:

$$S_{R(۳\phi)} = P_{R(۳\phi)} + jQ_{R(۳\phi)} = ۳V_R I_R^* \qquad (۸۲\text{-}۵)$$

با جایگزینی I_R، از رابطه (۵-۸۱) داریم:

$$S_{R(۳\phi)} = ۳\frac{|V_S||V_R|}{|B|}\angle(\theta_B - \delta) - ۳\frac{|A||V_R|^۲}{|B|}\angle(\theta_B - \theta_A) \qquad (۸۳\text{-}۵)$$

یا برحسب ولتاژهای خط به خط، خواهیم داشت:

$$S_{R(۳\phi)} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\angle(\theta_B - \delta) - \frac{|A||V_{R(L-L)}|^۲}{|B|}\angle(\theta_B - \theta_A) \qquad (۸۴\text{-}۵)$$

1 - Reference

توان اکتیو و راکتیو در سمت دریافت خط عبارتند از:

$$P_{R(3\phi)}=\frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\cos(\theta_B-\delta)-\frac{|A||V_{R(L-L)}|^2}{|B|}\cos(\theta_B-\theta_A) \quad (۸۵-۵)$$

$$Q_{R(3\phi)}=\frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\sin(\theta_B-\delta)-\frac{|A||V_{R(L-L)}|^2}{|B|}\sin(\theta_B-\theta_A) \quad (۸۶-۵)$$

توان سمت ارسال خط با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$S_{S(3\phi)}=P_{S(3\phi)}+jQ_{S(3\phi)}=3V_S I_S^* \quad (۸۷-۵)$$

با استفاده از رابطه (۵-۲۳)، I_S را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$I_S=\frac{|A|\angle\theta_A|V_S|\angle\delta-|V_R|\angle 0}{|B|\angle\theta_B} \quad (۸۸-۵)$$

با جایگزینی I_S در رابطه (۵-۸۷) خواهیم داشت:

$$P_{S(3\phi)}=\frac{|A||V_{S(L-L)}|^2}{|B|}\cos(\theta_B-\theta_A)-\frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\cos(\theta_B+\delta) \quad (۸۹-۵)$$

$$Q_{S(3\phi)}=\frac{|A||V_{S(L-L)}|^2}{|B|}\sin(\theta_B-\theta_A)-\frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\sin(\theta_B+\delta) \quad (۹۰-۵)$$

تلفات اکتیو و راکتیو خط انتقال عبارتند از:

$$P_{L(3\phi)}=P_{S(3\phi)}-P_{R(3\phi)} \quad (۹۱-۵)$$

$$Q_{L(3\phi)}=Q_{S(3\phi)}-Q_{R(3\phi)} \quad (۹۲-۵)$$

مکان هندسی تمامی نقاطی که از رسم $Q_{R(3\phi)}$ بر حسب $P_{R(3\phi)}$ در ولتاژهای ثابت خط و تغییر زاویه بار δ بدست می‌آیند دایره‌ای است که *نمایش*[1] *دایره‌ای توان سمت دریافت خط*[2] نامیده می‌شود. مجموعه‌ای از این گونه دایره‌ها با ثابت نگهداشتن ولتاژ سمت دریافت خط و تغییر ولتاژ سمت ارسال آن در ارزیابی مشخصه‌های عملکرد خط انتقال نیرو بی‌نهایت مفید است. تابع **pwrcirc(ABCD)**

1 - Diagram

2 - Receiving end power circle diagram

برای رسم نمایش دایره‌ای توان سمت دریافت خط تهیه شده و کاربرد آن در مثال ۵-۹ (ج) نشان داده شده است.

در خط بدون تلفات $B = jX'$ ، $\theta_A = ۰$ ، $\theta_B = ۹۰^\circ$ ، $A = \cos\beta\ell$ بوده و توان حقیقی انتقال یافته برابر است با:

$$P_{۳\phi} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{X'} \sin\delta \qquad (۹۳-۵)$$

و توان راکتیو سمت دریافت خط عبارتست از:

$$Q_{R۳\phi} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{X'} \cos\delta - \frac{|V_{R(L-L)}|^۲}{X'} \cos\beta\ell \qquad (۹۴-۵)$$

در سیستمی که با ولتاژ ثابت بهره‌برداری می‌شود، توان انتقال یافته با سینوس زاویه توان (δ) متناسب است. با افزایش بار، δ افزایش می‌یابد. در خط بدون تلفات، حداکثر توانی که می‌توان در شرایط پایداری ماندگار انتقال داد، در زاویه توان ۹۰° حاصل می‌گردد. با این وجود، سیستم انتقال با ماشین‌های سنکرون آن باید قادر باشد بدون از دست دادن پایداری، تغییرات ناگهانی در تولید و بار و وقوع خطا را تحمل نماید. برای اطمینان از کافی بودن حاشیه پایداری[1]، در عمل زاویه بار در حال کار معمولاً بین ۳۵° تا ۴۵° تغییر می‌نماید.

۵-۸ قابلیت انتقال توان[2]

قابلیت انتقال توان یک خط به حد بارگذاری حرارتی[3] و حد پایداری[4] آن محدود می‌گردد. افزایش درجه حرارت هادی ناشی از تلفات توان حقیقی موجب افزایش طول هادی‌ها می‌شود. این موضوع افزایش شکم خطوط انتقال در بین دکل‌ها را به دنبال خواهد داشت. در دماهای بالاتر، این مسأله ممکن است موجب افزایش طول غیر قابل برگشت گردد. حد حرارتی با ظرفیت حمل جریان هادی که از اطلاعات سازندگان در دسترس می‌باشد، مشخص می‌شود. اگر ظرفیت حمل جریان با جریان حرارتی ($I_{thermal}$) نشان داده شود، حد بارگذاری حرارتی خط برابر است با:

1 - Margin of stability
2 - Power transmission capability
3 - Thermal loading limit
4 - Stability limit

معادله (۵-۹۳) توان حقیقی در خط بدون تلفات را نشان می‌دهد. حداکثر توان انتقالی تئوری در $\delta = ۹۰^\circ$ بدست می‌آید. در عمل زاویه بار در حال کار، برای خط به تنهائی، محدود به ۳۰° تا ۴۵° می‌باشد. این موضوع به علت وجود راکتانس‌های ترانسفورماتور و ژنراتور است که با اضافه شدن به خط باعث افزایش δ برای یک بار مشخص خواهد شد. در برنامه‌ریزی[1] و منظورهای دیگر، بیان فرمول انتقال توان برحسب SIL و رسم منحنی بارپذیری[2] خط مفیدتر است. در خط بدون تلفات $X' = Z_c \sin\beta\ell$ بوده و رابطه (۵-۹۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P_{۳\phi} = \left(\frac{|V_{S(L-L)}|}{V_{rated}}\right)\left(\frac{|V_{R(L-L)}|}{V_{rated}}\right)\left(\frac{V_{rated}^{۲}}{Z_C}\right)\frac{\sin\delta}{\sin\beta\ell} \qquad (۹۶-۵)$$

دو جمله اول داخل پرانتزها، ولتاژهای pu هستند که با V_{Spu} و V_{Rpu} نشان داده شده‌اند و جمله سوم همان SIL است. معادله (۵-۹۶) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P_{۳\phi} = \frac{|V_{Spu}||V_{Rpu}|SIL}{\sin\beta\ell}\sin\delta$$

$$= \frac{|V_{Spu}||V_{Rpu}|SIL}{\sin\left(\frac{۲\pi\ell}{\lambda}\right)}\sin\delta \qquad (۹۷-۵)$$

تابع **loadabil (L, C, f)** منحنی بارپذیری و منحنی حد حرارتی خط را بدست می‌آورد. منحنی بارپذیری همان طوری که در شکل ۵-۱۲ برای مثال ۵-۹ (ح) رسم شده است نشان می‌دهد که برای خطوط کوتاه و متوسط، حد حرارتی تعیین کننده حداکثر توان انتقالی است. در حالی که، برای خطوط بلندتر این حد با منحنی بارپذیری عملی خط تعیین می‌شود. همان طوری که در بخش بعدی مشخص خواهد شد در خطوط بلندتر ممکن است نیاز به استفاده از خازن‌های سری برای افزایش توان انتقالی باشد.

مثال ۵-۶ (chp5ex6)

انتقال توان سه فاز ۷۰۰ MW به یک پست واقع در فاصله ۳۱۵ کیلومتری منبع قدرت مدنظر است.

---

1 - Planning

2 - Loadability

برای طراحی اولیه خط پارامترهای زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$V_S = ۱\text{pu}\ ,\ V_R = ۰/۹\text{pu}\ ,\ \lambda = ۵۰۰۰\text{km}\ ,\ Z_C = ۳۲۰\ \Omega\ ,\ \delta = ۳۶/۸۷^\circ$$

(الف) بر اساس معادله پذیری عملی خط، سطح ولتاژ نامی این خط انتقال را تعیین نمائید.

(ب) برای سطح ولتاژ انتقال بدست آمده در فرض (الف)، حداکثر توان تئوری را که می‌توان توسط خط منتقل نمود محاسبه کنید.

(الف) با استفاده از رابطه (۵-۶۱)، ثابت فاز خط برابر است با:

$$\beta\ell = \frac{۲\pi}{\lambda}\ell\ \text{rad} = \frac{۳۶۰}{\lambda}\ell = \frac{۳۶۰}{۵۰۰۰}(۳۱۵) = ۲۲/۶۸^\circ$$

از معادله پذیری عملی خط که در رابطه (۵-۹۷) مشخص شده است، داریم:

$$۷۰۰ = \frac{(۱)(۰/۹)(SIL)}{\sin(۲۲/۶۸^\circ)}\sin(۳۶/۸۷^\circ)$$

بنابراین:

$$SIL = ۴۹۹/۸۳ \qquad \text{MW}$$

با استفاده از رابطهٔ (۵-۸۷) خواهیم داشت:

$$kV_L = \sqrt{(Z_C)(SIL)} = \sqrt{(۳۲۰)(۴۹۹/۸۳)} = ۴۰۰ \qquad \text{kV}$$

(ب) راکتانس معادل در خط بدون تلفات به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$X' = Z_C \sin\beta\ell = ۳۲۰\sin(۲۲/۶۸) = ۱۲۳/۳۹ \qquad \Omega$$

در خط بدون تلفات، حداکثر توان قابل انتقال توسط خط در شرایط حالت ماندگار در زاویه ۹۰° بدست می‌آید. بنابراین، با استفاده از معادله (۵-۹۳) با فرض $|V_S| = ۱\ \text{pu}$ و $|V_R| = ۰/۹\ \text{pu}$، حداکثر توان تئوری برابر است با:

$$P_{۳\phi(max)} = \frac{(۴۰۰)(۰/۹)(۴۰۰)}{۱۲۳/۳۹}(۱) = ۱۱۶۷ \qquad \text{MW}$$

۵-۹ جبران‌سازی خط

همان طوری که دیده شد در یک خط انتقال، که با امپدانس موجی بارگذاری شده است، توان راکتیو ورودی یا خروجی صفر بوده و منحنی ولتاژ آن در طول خط تقریباً مسطح می‌باشد. در خطوط انتقال بلند، بارهای خیلی کمتر از SIL باعث افزایش ولتاژ در سمت دریافت خط شده و بارهای خیلی بیشتر از SIL موجب کاهش ولتاژ می‌گردد. منحنی ولتاژ یک خط بلند برای شرایط مختلف بارگذاری در شکل ۵-۱۱ نشان داده شده است. راکتورهای موازی به طور وسیعی برای کاهش اضافه ولتاژ در بارهای کم یا شرایط مدار باز بکار گرفته می‌شوند. در شرایط بارگذاری زیاد در سیستم انتقال، خازن‌های موازی، کنترل کننده‌های استاتیک وار و کندانسورهای سنکرون برای بهبود ولتاژ، افزایش توان انتقالی و بهبود پایداری سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۵-۹-۱ راکتورهای موازی

راکتورهای موازی برای جبران اثرات نامطلوب ناشی از ظرفیت خازنی خط بکار می‌روند. توان راکتور برای جبران سازی در یک خط انتقال به طوری که ولتاژ سمت دریافت آن را در مقدار مشخصی نگهدارد، از روش زیر بدست می‌آید.

راکتوری با راکتانس X_{Lsh} را که در سمت دریافت یک خط انتقال بلند مطابق شکل ۵-۷ وصل شده است در نظر بگیرید. جریان سمت دریافت خط برابر است با:

$$I_R = \frac{V_R}{jX_{Lsh}} \qquad (۹۸-۵)$$

با جایگزینی I_R در رابطه (۵-۷۱) داریم:

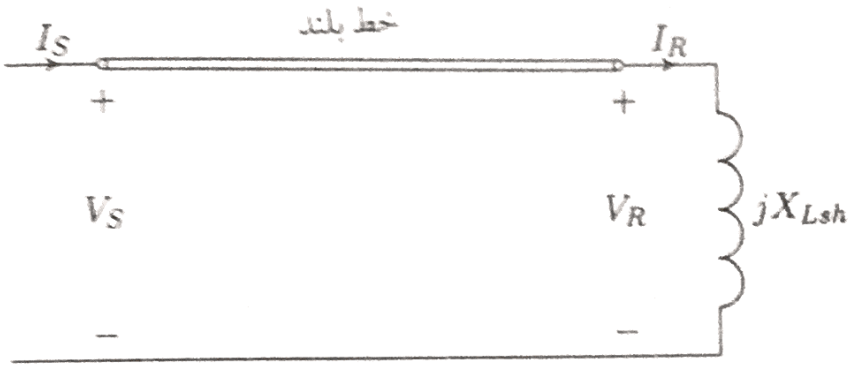
$$V_S = V_R(\cos\beta\ell + \frac{Z_C}{X_{Lsh}}\sin\beta\ell)$$

توجه کنید که V_S و V_R همفاز هستند که تأییدی بر این حقیقت است که توان حقیقی از خط انتقال نمی‌یابد. از حل رابطه بالا بر حسب X_{Lsh} خواهیم داشت:

$$X_{Lsh} = \frac{\sin\beta\ell}{\frac{V_S}{V_R} - \cos\beta\ell} Z_C \qquad (۹۹-۵)$$

با فرض $V_S = V_R$ ، راکتانس سلف مورد نیاز برابر است با:

$$X_{Lsh} = \frac{\sin\beta\ell}{1-\cos\beta\ell} Z_C \qquad (۱۰۰-۵)$$



شکل ۵-۷ جبران‌سازی با راکتور موازی

برای تعیین رابطه بین I_S و V_R ، I_R را از رابطه (۵-۹۸) در (۵-۷۲) جایگزین نموده و داریم:

$$I_S = \left(-\frac{1}{Z_C}\sin\beta\ell\, X_{Lsh} + \cos\beta\ell\right) I_R$$

با جایگزینی X_{Lsh} از رابطه (۵-۱۰۰) در حالتی که $V_S = V_R$ باشد خواهیم داشت:

$$I_S = -I_R \qquad (۱۰۱-۵)$$

با تنها یک راکتور در سمت دریافت خط، منحنی ولتاژ یکنواخت نبوده و حداکثر افزایش در وسط خط رخ می‌دهد. به عنوان تمرین، نشان دهید که برای $V_S = V_R$ ، ولتاژ در وسط خط از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$V_m = \frac{V_R}{\cos\frac{\beta\ell}{2}} \qquad (۱۰۲-۵)$$

هم‌چنین، جریان در وسط خط صفر است. تابع **openline (ABCD)** برای تعیین ولتاژ سمت دریافت یک خط باز و MVAr راکتور مورد نیاز جهت حفظ ولتاژ بی‌باری سمت دریافت خط در مقدار تعیین

شده بکار برده می‌شود. مثال ۵-۹(ت) جبران‌سازی با راکتور را نشان می‌دهد. نصب راکتورها در دو طرف خط منحنی ولتاژ را بهبود بخشیده و مشکل ولتاژ را در وسط خط کاهش می‌دهد.

مثال ۵-۷ (chpSex7)

برای خط انتقال مثال ۵-۵:

(الف) ولتاژ سمت دریافت را در حالتی که آن سمت مدار باز بوده و سمت ارسال با ولتاژ kV ۵۰۰ برق‌دار شده باشد، محاسبه کنید.

(ب) راکتانس و MVAr راکتور سه فاز موازی را که باید در سمت دریافت خط نصب شود تا ولتاژ بی‌باری آن سمت را در مقدار نامی نگهدارد، محاسبه نمائید.

(الف) خط در سمت ارسال با ولتاژ kV ۵۰۰ برق‌دار شده است. در نتیجه ولتاژ هر فاز در این سمت برابر است با:

$$V_S = \frac{۵۰۰\angle ۰^\circ}{\sqrt{۳}} = ۲۸۸/۶۷۵ \qquad \text{kV}$$

از مثال ۵-۵، $Z_C = ۲۹۰/۴۳$ و $\beta\ell = ۲۱/۶۴۱^\circ$ می‌باشند.

وقتی انتهای خط باز است، $I_R = ۰$ بوده و با استفاده از رابطه (۵-۷۱) ولتاژ بی‌باری در سمت دریافت عبارتست از:

$$V_{R(n\ell)} = \frac{V_S}{\cos\beta\ell} = \frac{۲۸۸/۶۷۵}{۰/۹۲۹۵} = ۳۱۰/۵۷ \qquad \text{kV}$$

ولتاژ خط به خط سمت دریافت در حالت بی‌باری به صورت زیر است:

$$V_{R(L-L)(NL)} = \sqrt{۳}V_{R(NL)} = ۵۳۷/۹ \qquad \text{kV}$$

(ب) با فرض $V_S = V_R$ ، راکتانس سلف مورد نیاز با استفاده از رابطه (۵-۱۰۰) برابر است با:

$$X_{Lsh} = \frac{\sin(۲۱/۶۴۱^\circ)}{۱-\cos(۲۱/۶۴۱^\circ)}(۲۹۰/۴۳) = ۱۵۱۹/۵ \qquad \Omega$$

توان نامی راکتور موازی سه فاز به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Q_{۳\phi} = \frac{(kV_{Lrated})^۲}{X_{Lsh}} = \frac{(۵۰۰)^۲}{۱۵۱۹/۵} = ۱۶۴/۵۳ \quad \text{MVAr}$$

۵-۹-۲ جبران‌سازی با خازن موازی

در مدارهای با ضریب قدرت پس‌فاز ناشی از بارهای سنگین از خازن‌های موازی استفاده می‌شود. اثر خازن‌ها تأمین توان راکتیو لازم برای حفظ ولتاژ سمت دریافت خط در یک سطح رضایت‌بخش است. خازن‌ها یا مستقیماً به شین وصل می‌شوند یا در سیم‌پیچ ثالثیه ترانسفورماتور اصلی نصب می‌شوند و طوری در مسیر قرار داده می‌شوند که تلفات و افت ولتاژها حداقل گردند. با داشتن V_S و V_R ، روابط (۵-۸۵) و (۵-۸۶) را می‌توان به آسانی برای محاسبه MVAr خازن مورد نیاز در سمت دریافت برای یک بار مشخص بکار گرفت. تابع **shntcomp (ABCD)** برای این هدف تهیه شده و کاربرد آن در مثال ۵-۹(ج) نشان داده شده است.

۵-۹-۳ جبران‌سازی با خازن سری

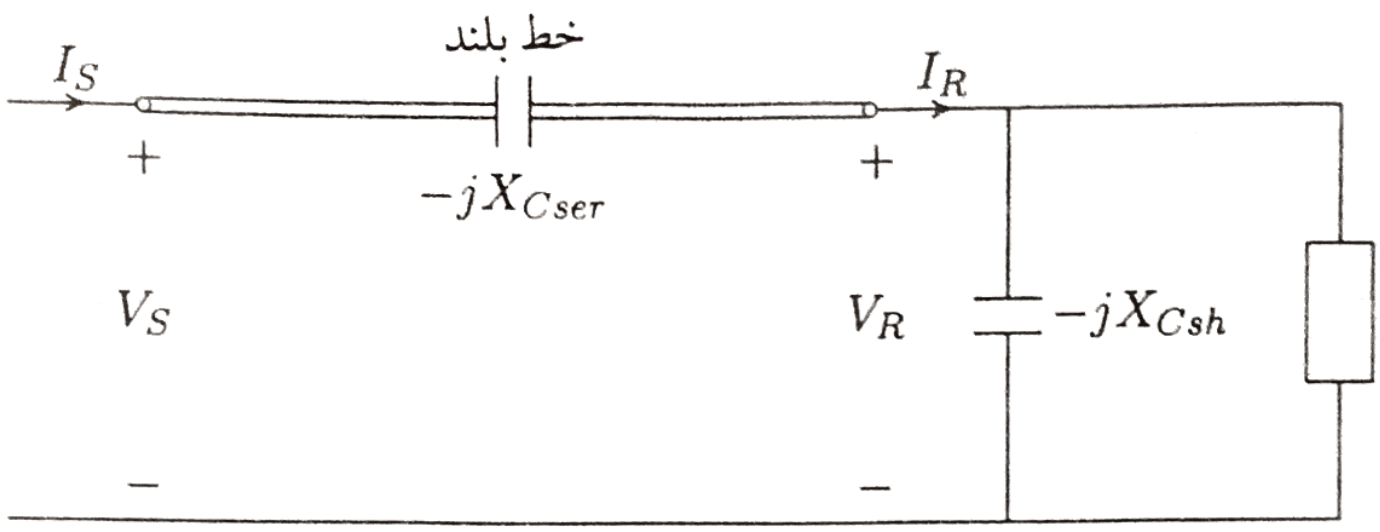
این خازن‌ها به صورت سری و معمولاً در وسط خط قرار گرفته و برای کاهش راکتانس سری بین بار و نقطه تغذیه بکار می‌روند. این موضوع باعث می‌شود که پایداری گذرا و حالت ماندگار بهبود یافته، بارگذاری اقتصادی‌تر شده و افت ولتاژ شین‌های بار حداقل گردد. خازن‌های سری دارای این مشخصه مطلوب هستند که تولید توان راکتیو آنها همزمان با بارگذاری خط تغییر می‌نماید. مطالعات نشان داده است که اضافه نمودن خازن‌های سری در خطوط انتقال EHV می‌تواند حد بار پایداری گذرای خط انتقال بلند را با هزینه‌ای جزئی نسبت به هزینه احداث یک خط انتقال جدید، تا بیش از دو برابر افزایش دهد.

با در مدار قرار گرفتن خازن سری، مطابق شکل ۵-۸، با استفاده از رابطه (۵-۹۳) توان انتقالی در یک خط بدون تلفات برابر است با:

$$P_{۳\phi} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{X' - X_{Cser}} \sin\delta \qquad (۱۰۳-۵)$$

که در آن X_{Cser} راکتانس خازن سری می‌باشد. نسبت $\frac{X_{Cser}}{X'}$ که برحسب درصد بیان می‌شود معمولاً

به درصد *جبران‌سازی*[1] موسوم است. محدوده درصد جبران سازی بین ۲۵ تا ۷۰ درصد می‌باشد.



شکل ۵-۸ جبران‌سازی با خازن موازی و سری

یکی از معایب عمده جبران‌سازی با خازن سری این است کـه تجهـیزات حفـاظتی خـاصی جهـت حفاظت خازن‌ها و ایجاد کنارگذر برای عبور جریان‌های زیـاد ناشـی از اتصـال کوتـاه مـورد نیـاز اسـت. همچنین وجود خازن سری، یک مدار رزنانسی ایجاد می‌نماید که براثر بوجـود آمـدن اختـلال، ممکـن است در فرکانسی کمتر از فرکانس سنکرون نوسان نماید. این پدیـده *رزونـانس زیـر سـنکرون*[2] (SSR) نامیده می‌شود. اگر اختلاف فرکانس سنکرون و فرکانس رزونانس الکتریکی به سـمت فرکـانس یکـی از حالت‌های پیچشی[3] طبیعی توربین - ژنراتور میل نماید، خسارت قابل ملاحظه‌ای به سیسـتم توربیـن - ژنراتور وارد می‌شـود. اگر L' اندوکتـانس فشـرده خط برای جبران اثر گسـتـردگی باشـد و C_{ser} ظرفیت خازن سری در نظر گرفتـه شود، فرکانس نوسانات زیر سنکرون برابر است با:

$$f_r = f_s \sqrt{\frac{۱}{L'C_{ser}}} \qquad (۱۰۴-۵)$$

که در آن f_s فـرکانس سنکـرون می‌باشـد. تابـع **sercomp (ABCD)** را می‌تـوان بـرای بدست آوردن عملکـرد خط بـرای درصد مشخصی از جبران‌سازی بکار برد. در نهایت، هنگامی که خط برای ولتاژهای مشخص پایانه با خازن‌های سری و موازی جبران‌سازی شده باشـد، تـابع **srshcomp(ABCD)** بـرای تعیین عملکرد خط و خازن موازی مورد نیاز بکار می‌رود. این جبران‌سازی‌ها در مثال ۵-۹(ج) نیز نشان

---

1 - Percentage compensation
2 - Sub -Synchronous Resonance
3 - Natural tortional modes

داده شده‌اند.

مثال ۵-۸ (chp5ex8)

خط انتقال مثال ۵-۵ بـار ۱۰۰۰ MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ ۵۰۰ kV تغذیه می‌نماید:

(الف) ظرفیت خازنی و MVAr خازن موازی را که باید در سمت دریافت خط نصب گردد تا ولتاژ آن سمت را در ۵۰۰ kV ثابت نگهدارد بدست آورید. ولتاژ سمت ارسال ۵۰۰ kV می‌باشد.

(ب) چنانچه تنها خازن‌های سری در وسط خط قرار گرفته باشند به نحوی که درصد جبران‌سازی ۴۰٪ باشد، ولتاژ سمت ارسال و تنظیم ولتاژ را بدست آورید.

(الف) از مثال ۵-۵، $Z_C = ۲۹۰/۴۳$ و $\beta\ell = ۲۱/۶۴۱°$ می‌باشند. در نتیجه راکتانس معادل برای خط بدون تلفات برابر است با:

$$X' = Z_C \sin\beta\ell = ۲۹۰/۴۳ \sin(۲۱/۶۴۱°) = ۱۰۷/۱۱ \quad \Omega$$

توان سمت دریافت عبارتست از:

$$S_{R(۳\phi)} = ۱۰۰۰\angle\cos^{-1}(۰/۸) = ۸۰۰ + j۶۰۰ \quad \text{MVA}$$

برای شرایط عملکرد بالا، زاویه توان δ از رابطه (۵-۹۳) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$۸۰۰ = \frac{(۵۰۰)(۵۰۰)}{۱۰۷/۱۱}\sin\delta$$

که در نتیجه $\delta = ۲۰/۰۴۴°$ می‌گردد. با استفاده از رابطه تقریبی داده شده (۵-۹۴)، توان راکتیو خالص در سمت دریافت برابر است با:

$$Q_{R(۳\phi)} = \frac{(۵۰۰)(۵۰۰)}{۱۰۷/۱۱}\cos(۲۰/۰۴۴°) - \frac{(۵۰۰)^۲}{۱۰۷/۱۱}\cos(۲۱/۶۴۱°)$$

$$= ۲۳/۱۵ \quad \text{MVAr}$$

بنابراین MVAr خازن مورد نیاز $S_C = j\,۲۳/۱۵ - j\,۶۰۰ = -j\,۵۷۶/۸۵$ است.

راکتانس خازنی مطابق زیر بدست می‌آید:

$$Z_C = \frac{|V_L|^2}{S_C^*} = \frac{(۵۰۰)^2}{j۵۷۶/۸۵} = -j۴۳۳/۳۸ \quad \Omega$$

$$X_C = ۴۳۳/۳۸ \quad \Omega$$

یا:

$$C = \frac{۱۰^۶}{۲\pi(۶۰)(۴۳۳/۳۸)} = ۶/۱ \quad \mu F$$

جبران‌سازی موازی برای خط انتقال بالا با در نظر گرفتن مقاومت اهمی خط در مثال ۵-۹ (ج) با استفاده از برنامه **lineperf** انجام شده است. راه‌حل دقیق منجر به تعیین توان راکتیو خازن به مقدار ۶۱۳/۸ MVAr در مقایسه با ۵۷۶/۸۵ MVAr که از روش تقریبی برای خط بدون تلفات بدست آمده بود می‌گردد. این اختلاف تقریباً خطای ۶ درصد را نشان می‌دهد.

(ب) برای جبران‌سازی ۴۰ درصد، راکتانس خازن سری در هر فاز برابر است با:

$$X_{ser} = ۰/۴X' = ۰/۴(۱۰۷/۱) = ۴۲/۸۴ \quad \Omega$$

پارامترهای جدید مدار معادل π عبارتند از:

$$Z' = j(X' - X_{ser}) = j(۱۰۷/۱ - ۴۲/۸۴) = j۶۴/۲۶ \quad \Omega$$

$$Y' = j\frac{۲}{Z_C}\tan(\frac{\beta\ell}{۲}) = j\frac{۲}{۲۹۰/۴۳}\tan(\frac{۲۱/۶۴۱^\circ}{۲})$$

$$= j۰/۰۰۱۳۱۶ \quad \mho$$

ثابت B جدید $B = j$ ۶۴/۲۶ بوده و ثابت A جدید به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A = ۱ + \frac{Z'Y'}{۲} = ۱ + \frac{(j۶۴/۲۶)(j۰/۰۰۱۳۱۶)}{۲} = ۰/۹۵۷۷$$

ولتاژ سمت دریافت در هر فاز عبارتست از:

$$V_R = \frac{۵۰۰}{\sqrt{۳}} = ۲۸۸/۶۷۵ \quad kV$$

و جریان سمت دریافت برابر است با:

$$I_R = \frac{S^*_{R(۳\phi)}}{۳V^*_R} = \frac{۱۰۰۰\angle -۳۶/۸۷^\circ}{۳\times ۲۸۸/۶۷۵\angle ۰^\circ} = ۱/۱۵۴۷\angle -۳۶/۸۷^\circ \quad kA$$

در نتیجه ولتاژ سمت ارسال به صورت زیر بدست می‌آید:

$$V_S = AV_R + BI_R = ۰/۹۵۷۷\times ۲۸۸/۶۷۵ + j۶۴/۲۶\times ۱/۱۵۴۷\angle -۳۶/۸۷^\circ$$

$$= ۳۲۶/۴\angle ۱۰/۴۷^\circ \quad kV$$

و اندازه ولتاژ خط به خط با $|V_{S(L-L)}| = \sqrt{۳}V_S = ۵۶۵/۴$ kV است. تنظیم ولتاژ مطابق زیر محاسبه می‌شود:

$$\%VR = \frac{\frac{۵۶۵/۴}{۰/۹۵۸} - ۵۰۰}{۵۰۰}\times ۱۰۰ = \%۱۸$$

حل دقیق در مثال ۵-۹ (ج) منجر به مقدار $V_{S(L-L)} = ۵۷۱/۹$ kV می‌گردد که نشان دهنده خطای یک درصد است.

۵-۱۰ برنامه عملکرد خط

برنامه‌ای بنام **lineperf** برای تجزیه و تحلیل کامل جبران‌سازی خط انتقال نوشته شده است. فرمان **lineperf** فهرستی با پنج گزینه را برای محاسبه پارامترهای مدل‌های π و ثابت‌های انتقال نمایش می‌دهد. انتخاب این گزینه‌ها یکی از توابع زیر را اجرا خواهد نمود:

[Z , Y , ABCD] = rlc2abcd (r , L ,C , g , f , Length)

این تابع پارامترهای مدل π و ثابت‌های انتقال را محاسبه و برمی‌گرداند. در اینجا r، L و C به ترتیب برحسب اهم، mH ، μF در واحد طول بوده و f و Length به ترتیب، فرکانس و طول خط به عنوان ورودی تابع معلوم می‌باشند.

[Z , Y , ABCD] = zy2abcd (z , y , Length)

این تابع پارامترهای مدل π و ثابت‌های انتقال را وقتی امپدانس و آدمیتانس در واحد طول مشخص شده باشند محاسبه نموده و برمی‌گرداند.

[Z , Y , ABCD] = pi2abcd (Z , Y)

این تابع ثابت‌های ABCD را وقتی که پارامترهای مدل π مشخص شده باشند، برمی‌گرداند.

[Z , Y , ABCD] = abcd2pi (A , B , C)

این تابع ثابت‌های مدل π را وقتی که ثابت‌های انتقال مشخص شده باشند برمی‌گرداند.

[L , C] = gmd2lc

این تابع اندوکتانس و ظرفیت خازنی هر فاز را وقتی که آرایش خط و ابعاد هادی مشخص شده باشند محاسبه نموده و برمی‌گرداند.

[r ,L ,C , f] = abcd2rlc (ABCD)

این تابع پارامترهای خط در واحد طول و فرکانس را وقتی ثابت‌های خط انتقال مشخص شده باشند برمی‌گرداند.

هر یک از توابع بالا را می‌توان وقتی که آرگومان‌های آنها در محیط MATLAB تعریف شده باشند به طور مستقل بکار برد. اگر توابع بالا بدون پرانتز و آرگومان تایپ شوند، از کاربر خواسته می‌شود که داده‌های مورد نیاز را وارد نماید. سپس **lineperf** برنامه **listmenu** را اجرا می‌کند که هشت گزینه را برای تجزیه و تحلیل خط انتقال و جبران‌سازی ارائه می‌دهد. انتخاب هر یک از این گزینه‌ها توابع زیر را فرا می‌خواند.

givensr (ABCD)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_R ، P_R و Q_R را وارد نماید. این تابع V_S ، P_S و Q_S ، تلفات خط، تنظیم ولتاژ و بازده انتقال را محاسبه می‌کند.

givenss (ABCD)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_S ، P_S و Q_S را وارد نماید. این تابع V_R ، P_R و Q_R ، تلفات خط، تنظیم ولتاژ و بازده انتقال را محاسبه می‌کند.

givenzl (ABCD)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_R و امپدانس بار را وارد نماید. این تابع V_S ، P_S و Q_S ، تلفات خط، تنظیم ولتاژ و بازده انتقال را محاسبه می‌کند.

openline (ABCD)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_S را وارد نماید. این تابع V_R را برای خط مدار باز محاسبه می‌کند. همچنین این تابع راکتانس و MVAr راکتور لازم برای حفظ ولتاژ سمت دریافت خط را در یک مقدار مشخص بدست می‌آورد. بعلاوه این تابع منحنی ولتاژ خط را رسم می‌نماید.

shcktlin (ABCD)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_S را وارد نماید. این تابع جریان‌های هر دو سمت خط را برای اتصال کوتاه مستقیم سمت دریافت محاسبه می‌کند. گزینه ۶ برای جبران‌سازی خازنی است و **compmenu** را فرا می‌خواند که سه گزینه را نمایش می‌دهد. انتخاب هر یک از این گزینه‌ها توابع زیر را فرا می‌خواند.

shntcomp (ABCD)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_S ، P_R ، Q_R و مقدار مطلوب V_R را وارد نماید. این تابع ظرفیت خازنی و MVAr بانک خازنی موازی را که باید در سمت دریافت نصب شود تا ولتاژ V_R را در یک مقدار مشخص حفظ کند، محاسبه می‌نماید. سپس V_S ، P_S ، Q_S ، تلفات خط، تنظیم ولتاژ و بازده انتقال را بدست می‌آورد.

sercomp (ABCD)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_R ، P_R و Q_R ، توان و درصد جبران‌سازی (یعنی $(\frac{X_{Cser}}{X_{line}}\times ۱۰۰$ را وارد نماید. این تابع MVAr خازن سری مشخص شده و V_S، P_S ، Q_S ، تلفات خط، تنظیم ولتاژ و بازده انتقال را برای خط جبران‌سازی شده بدست می‌آورد.

srshcomp (ABCD)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_S ، P_R و Q_R ، مقدار مطلوب V_R و درصد جبران‌سازی خازن سری را وارد نماید. این تابع ظرفیت خازنی و MVAr خازن موازی را که باید در سمت دریافت وصل شود تا

ولتاژ V_R را در مقدار مشخصی حفظ کند محاسبه می‌نماید. هم‌چنین V_S ، P_S و Q_S ، تلفات خط، تنظیم ولتاژ و بازده انتقال برای خط جبران‌سازی شده را بدست می‌آورد.

گزینه ۷ تابع **pwrcirc(ABCD)** را اجرا می‌کند و از کاربر ولتاژ سمت دریافت را درخواست می‌نماید. این تابع نمایش دایره‌ای توان را در سمت دریافت خط برای مقادیر مختلف V_S از V_R تا $1/3V_R$ رسم می‌کند.

گزینهٔ ۸ تابع **profmenu** را فرا می‌خواند که دو گزینه را نمایش می‌دهد. انتخاب این گزینه‌ها توابع زیر را فرا می‌خواند.

vprofile (r, L, C, f)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_S ، MVA نامی، ضریب قدرت، V_R ، P_R و Q_R را وارد نماید. این تابع یک منحنی را نشان می‌دهد که شامل منحنی‌های ولتاژ برای خط تا طول $\frac{1}{8}$ طول موج آن در حالت‌های زیر می‌باشد: خط مدار باز، خط با بار SIL ، خط اتصال کوتاه شده و خط با بار کامل.

loadabil (L, C, f)

این تابع از کاربر می‌خواهد که V_S ، V_R ، ولتاژ نامی خط و ظرفیت عبور جریان خط را وارد نماید. این تابع یک منحنی را نمایش می‌دهد که شامل منحنی بارپذیری عملی خط در $\delta = 30^\circ$ ، منحنی حد پایداری تئوری و حد حرارتی می‌باشد. این تابع خط را بدون تلفات فرض می‌نماید و منحنی‌ها برای $\frac{1}{4}$ طول موج آن بدست می‌آیند.

هر یک از توابع بالا را می‌توان، هنگامی که آرگومان‌های آن‌ها در محیط MATLAB تعریف شده باشند، به طور مستقل بکار برد. ثابت‌های $ABCD$ به عنوان ماتریس وارد می‌شوند. اگر توابع بالا بدون پرانتز و آرگومان تایپ شوند، از کاربر خواسته می‌شود که داده‌های مورد نیاز را وارد نماید.

یک برنامه جدید GUI به نام **lineperfgui** برای تجزیه و تحلیل و جبران‌سازی خط انتقال تهیه شده است. این برنامه محاوره‌ای با کاربری آسان حداکثر انعطاف پذیری را برای وارد کردن داده‌های مختلف فراهم می‌نماید. این برنامه شامل هشت گزینه برای عملکرد و جبران‌سازی خط انتقال می‌باشد.

مثال ۵-۹ (اجرای lineperfgui)

یک خط انتقال سه فاز ۶۰ Hz، ۵۵۰ kV به طول ۳۰۰ km مفروض است. پارامترهای هر فاز خط در واحد طول عبارتند از:

$r = ۰/۰۱۶ \quad \Omega / km$

$L = ۰/۹۷ \quad mH / km$

$C = ۰/۰۱۱۵ \quad \mu F / km$

(الف) عملکرد خط را هنگامی که بار ۸۰۰ MW در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ ۵۰۰ kV در سمت دریافت وصل شده باشد، تعیین کنید.

فرمان lineperf فهرست زیر را نمایش می‌دهد:

```
Type of parameters for input                    Select
Parameters per unit length
r (Ω), g (siemens), L (mH), C (μF)                 1

Complex z and y per unit length
r + j*x (Ω), g + j*ɔ (siemens)                     2

Nominal π or Eq. π model                           3

A, B, C, D constants                               4

Conductor configuration and dimension              5

To quit                                            0
Select number of menu → 1
Enter line length = 300
Enter frequency in Hz = 60
Enter line resistance/phase in Ω/unit length, r = 0.016
Enter line inductance in mH per unit length, L = 0.97
Enter line capacitance in μF per unit length, C = .0115
Enter line conductance in siemens per unit length, g = 0
Enter 1 for medium line or 2 for long line → 2
```

```
Equivalent π model
Z' = 4.57414 + j 107.119 ohms
Y' = 6.9638e-07 + j 0.00131631 siemens
Zc = 290.496 + j -6.35214 ohms
αℓ = 0.00826172 neper βℓ = 0.377825 radian = 21.6478°
```

$$ABCD = \begin{bmatrix} 0.9295 + j0.0030478 & 4.5741 + j107.12 \\ -1.3341e-06 + j0.0012699 & 0.9295 + j0.0030478 \end{bmatrix}$$

دراین نقطه برنامه **listmenu** بطور خودکار اجرا شده و فهرست زیر را نمایش می‌دهد:

```
        Transmission line performance
              Analysis                                    Select

To calculate sending end quantities
for specified receiving end MW, Mvar                        1

To calculate receiving end quantities
for specified sending end MW, Mvar                          2

To calculate sending end quantities
when load impedance is specified                            3

Open-end line and reactive compensation                     4

Short-circuited line                                        5

Capacitive compensation                                     6

Receiving end circle diagram                                7

Loadability curve and voltage profile                       8


To quit                                                     0

Select number of menu → 1

Enter receiving end line-line voltage kV = 500
Enter receiving end voltage phase angle° = 0
Enter receiving end 3-phase power MW = 800
Enter receiving end 3-phase reactive power
(+ for lagging and - for leading power factor) Mvar = 600
```

```
Line performance for specified receiving end quantities

Vr = 500 kV (L-L) at 0°
Pr = 800 MW Qr = 600 Mvar
Ir = 1154.7 A at -36.8699° PFr = 0.8 lagging
Vs = 623.511 kV (L-L) at 15.5762°
Is = 903.113 A at -17.6996°, PFs = 0.836039 lagging
Ps = 815.404 MW,     Qs = 535.129 Mvar
PL = 15.4040 MW,     QL = -64.871 Mvar
Percent Voltage Regulation = 34.1597
Transmission line efficiency = 98.1108
```

در انتهای این تجزیه و تحلیل **listmenu** (فهرست تجزیه و تحلیل) نمایش داده می‌شود.

(ب) کمیت‌های سمت دریافت و عملکرد خط را هنگامی که توان ۶۰۰ MW و ۴۰۰ MVAr در ولتاژ ۵۲۵ kV، از سمت ارسال انتقال یابد.

در صورت انتخاب گزینه ۲ از **listmenu** نتایج زیر بدست می‌آید:

```
Enter sending end line-line voltage kV = 525
Enter sending end voltage phase angle° = 0
Enter sending end 3-phase power MW = 600
Enter sending end 3-phase reactive power
(+ for lagging and - for leading power factor) Mvar = 400

Line performance for specified sending end quantities

Vs = 525 kV (L-L) at 0°
Ps = 600 MW,     Qs = 400 Mvar
Is = 793.016 A at -33.6901°, PFs = 0.83205 lagging
Vr = 417.954 kV (L-L) at -16.3044°
Ir = 1002.6 A at -52.16° PFr = 0.810496 lagging
Pr = 588.261 MW,     Qr = 425.136 Mvar
PL = 11.7390 MW,     QL = -25.136 Mvar
Percent Voltage Regulation = 35.1383
Transmission line efficiency = 98.0435
```

(پ) کمیت‌های سمت ارسال و عملکرد خط را هنگامی که امپدانس بار در سمت دریافت ۲۹۰ Ω در ولتاژ ۵۰۰ kV می‌باشد تعیین نمائید.

در صورت انتخاب گزینه ۳ از **listmenu** نتایج زیر بدست می‌آید:

```
Enter receiving end line-line voltage kV = 500
Enter receiving end voltage phase angle° = 0
Enter sending end complex load impedance 290 + j * 0

Line performance for specified load impedance

Vr = 500 kV (L-L) at 0°
Ir = 995.431 A at 0° PFr = 1
Pr = 862.069 MW,     Qr = 0 Mvar
Vs = 507.996 kV (L-L) at 21.5037°
Is = 995.995 A at 21.7842°, PFs = 0.999988 leading
Ps = 876.341 MW Qs = -4.290 Mvar
PL = 14.272 MW QL = -4.290 Mvar
Percent Voltage Regulation = 9.30464
Transmission line efficiency = 98.3714
```

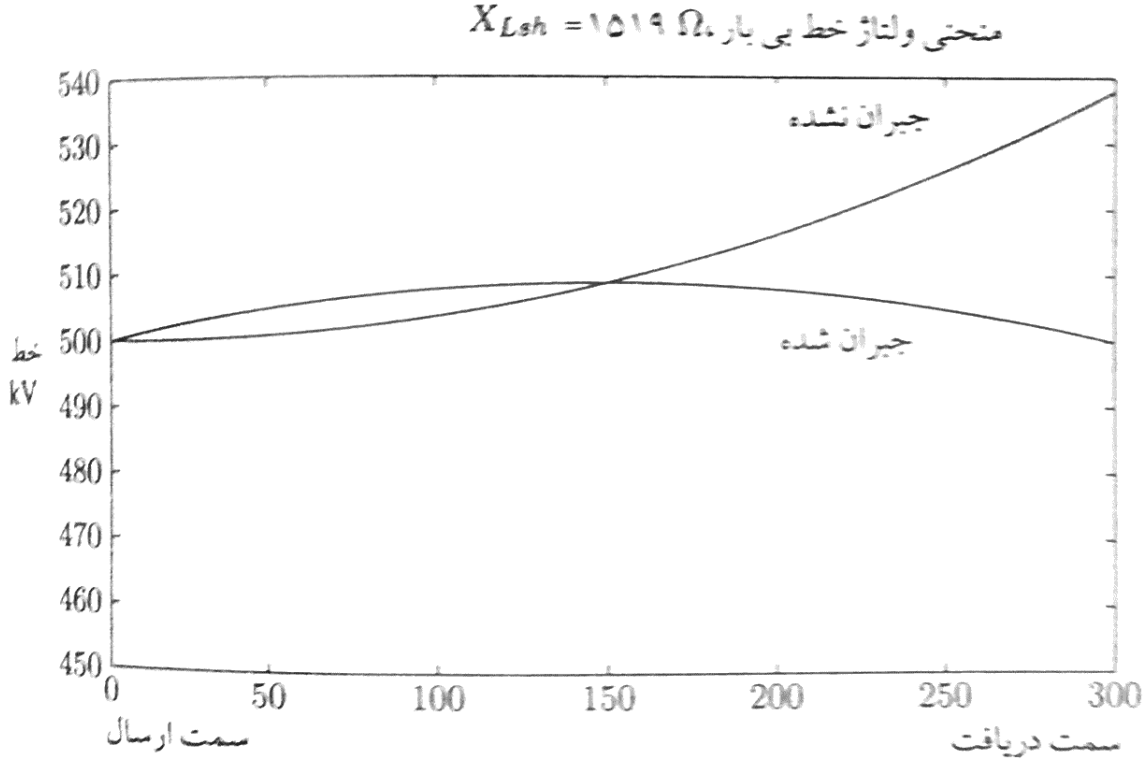
(ت) ولتاژ سمت دریافت را در حالت مدار باز، هنگامی که سمت ارسال با ولتاژ ۵۰۰ kV برق‌دار شده است بدست آورید. همچنین، راکتانس و MVAr راکتور سه فاز موازی را که باید در سمت دریافت متصل شود تا ولتاژ بی‌باری در سمت دریافت را در مقدار ۵۰۰ kV محدود نماید بدست آورید.

در صورت انتخاب گزینه ۴ از **listmenu** نتایج زیر بدست می‌آید:

```
Enter sending end line-line voltage kV = 500
Enter sending end voltage phase angle° = 0

Open line and shunt reactor compensation

Vs = 500 kV (L-L) at 0°
Vr = 537.92 kV (L-L) at -0.00327893°
Is = 394.394 A at 89.8723°, PFs = 0.0022284 leading
Desired no load receiving end voltage = 500 kV
Shunt reactor reactance = 1519.4 Ω
Shunt reactor rating = 164.538 Mvar
```

منحنی ولتاژ در خط جبران‌سازی نشده و خط جبران‌سازی شده نیز در شکل ۵-۹ نشان داده شده است.

(ث) جریان‌های سمت ارسال و دریافت خط را هنگامی که سمت دریافت اتصال کوتاه شده است بدست آورید.



شکل ۵-۹ منحنی ولتاژ خط مدار باز جبران‌سازی شده و جبران‌سازی نشده

در صورت انتخاب گزینه ۵ از **listmenu** نتایج زیر حاصل می‌شود:

```
Enter sending end line-line voltage kV = 500
Enter sending end voltage phase angle° = 0

Line short-circuited at the receiving end

Vs = 500 kV (L-L) at 0°
Ir = 2692.45 A at -87.5549°
Is = 2502.65 A at -87.367°
```

(ج) خط بارگذاری شده دربند (الف) دارای تنظیم ولتاژ ۳۴/۱۶ درصد می‌باشد که زیاد و غیر قابل قبول است. برای بهبود عملکرد، این خط توسط خازن‌های سری و موازی جبران‌سازی شده است. برای شرایط بارگذاری در بند (الف):

(۱) ظرفیت خازنی و MVAr خازن موازی را که باید در سمت دریافت نصب شود طوری تعیین کنید تا چنانچه سمت ارسال با ولتاژ ۵۰۰ kV برق‌دار شود ولتاژ سمت دریافت در ۵۰۰ kV باقی بماند.

انتخاب گزینه ۶ گزینه‌های **compmenu** را به صورت زیر نمایش می‌دهد:

Capacitive compensation Analysis	Select
Shunt capacitive compensation	1
Series capacitive compensation	2
Series and shunt capacitive compensation	3
To quit	0

با انتخاب گزینه ۱ از **compmenu** نتایج زیر بدست می‌آید:

```
Enter sending end line-line voltage kV = 500
Enter desired receiving end line-line voltage kV = 500
Enter receiving end voltage phase angle° = 0
Enter receiving end 3-phase power MW = 800
Enter receiving end 3-phase reactive power
(+ for lagging and - for leading power factor) Mvar = 600

Shunt capacitive compensation

Vs = 500 kV (L-L) at 20.2479°
Vr = 500 kV (L-L) at 0°
Pload = 800 MW,     Qload = 600 Mvar
Load current = 1154.7 A at -36.8699°, PF1 = 0.8 lagging
Required shunt capacitor: 407.267 Ω, 6.51314 μF, 613.849 Mvar
Shunt capacitor current = 708.811 A at 90°
```

```
Pr = 800.000 MW,     Qr = -13.849 Mvar
Ir = 923.899 A at 0.991732°, PFr = 0.99985 leading
Is = 940.306 A at 24.121° PFs = 0.997716 leading
Ps = 812.469 MW,     Qs = -55.006 Mvar
PL = 12.469 MW,     QL = -41.158 Mvar
Percent Voltage Regulation = 7.58405
Transmission line efficiency = 98.4653
```

(۲) عملکرد خط را، هنگامی کـه بـا خازن‌هـای سـری جبران‌سـازی شـده باشـد بـرای ۴۰ درصـد جبران‌سازی با شرایط بار قسمت (الف) در ۵۰۰ kV تعیین کنید.

با انتخاب گزینه ۲ از **compmenu** نتایج زیر بدست می‌آید:

```
Enter receiving end line-line voltage kV = 500
Enter receiving end voltage phase angle° = 0
Enter receiving end 3-phase power MW = 800
Enter receiving end 3-phase reactive power
(+ for lagging and - for leading power factor) Mvar = 600
Enter percent compensation for series capacitor
(Recommended range 25 to 75% of the line reactance) = 40

Series capacitor compensation

Vr = 500 kV (L-L) at 0°
Pr = 800 MW,     Qr = 600 Mvar
Required series capacitor: 42.8476 Ω, 61.9074 μF, 47.4047 Mvar
Subsynchronous resonant frequency = 37.9473 Hz
Ir = 1154.7 A at -36.8699°, PFr = 0.8 lagging
Vs = 571.904 kV (L-L) at 9.95438°
Is = 932.258 A at -18.044°, PFs = 0.882961 lagging
Ps = 815.383 MW,     Qs = 433.517 Mvar
PL = 15.383 MW,     QL = -166.483 Mvar
Percent Voltage Regulation = 19.4322
Transmission line efficiency = 98.1134
```

(۳) این خط با خازن سری به میزان ۴۰ درصد جبران‌سازی شده است و بار قسمت (الف) را تغذیـه می‌نماید. ظرفیت خازنی MVAr خازن‌های موازی را که بـاید در سـمت دریـافت نصـب شـوند طوری تعییـن کنید تا چنانچه سمت ارسال با ولتاژ ۵۰۰ kV برق‌دار شود ولتاژ سـمت دریـافت

در kV ۵۰۰ باقی بماند.

با انتخاب گزینه ۳ از **compmenu** نتایج زیر بدست می‌آید:

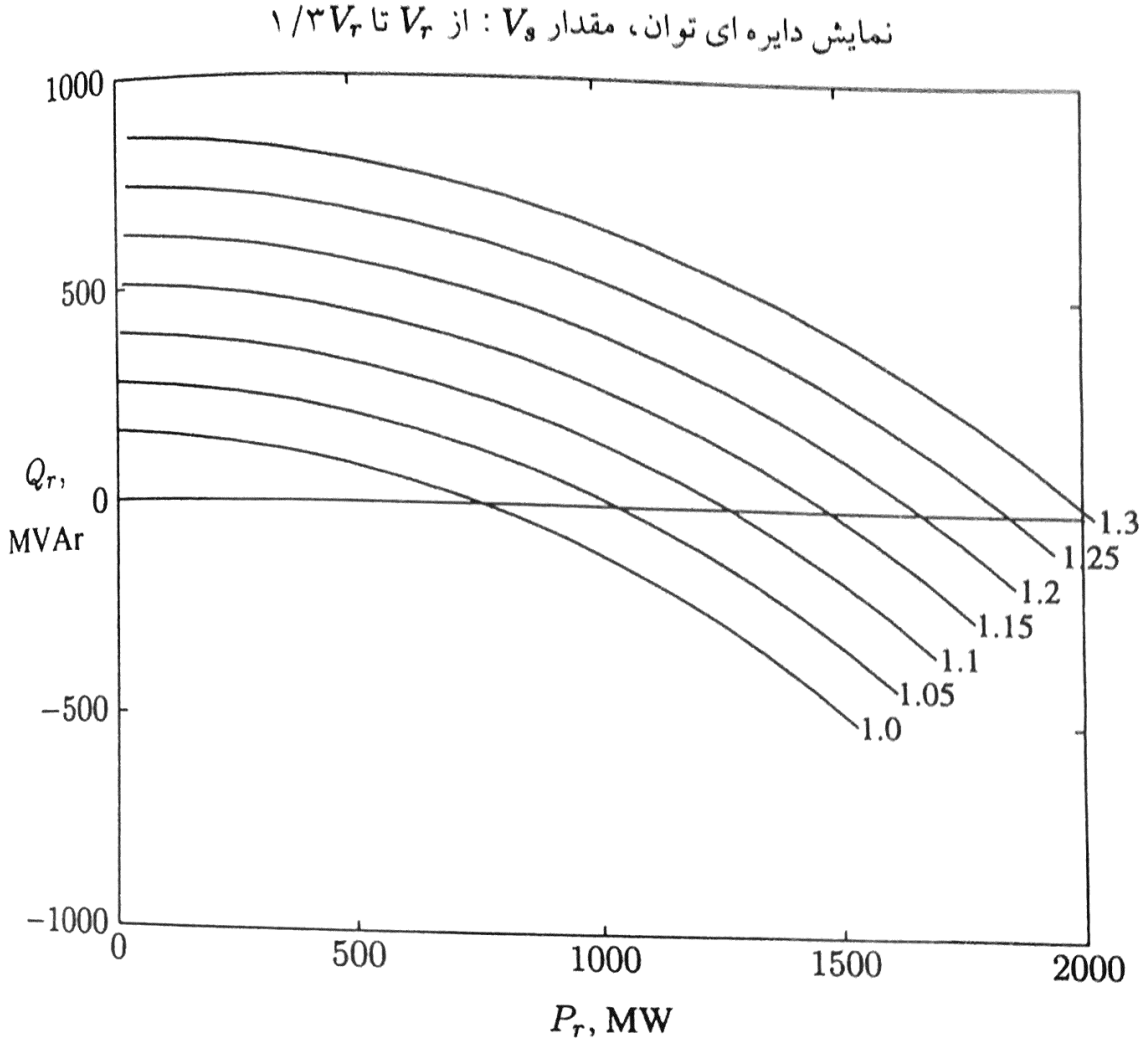
```
Enter sending end line-line voltage kV = 500
Enter desired receiving end line-line voltage kV = 500
Enter receiving end voltage phase angle° = 0
Enter receiving end 3-phase power MW = 800
Enter receiving end 3-phase reactive power
(+ for lagging and - for leading power factor) Mvar = 600
Enter percent compensation for series capacitor
(Recommended range 25 to 75% of the line reactance) = 40

Series and shunt capacitor compensation

Vs = 500 kV (L-L) at 12.0224°
Vr = 500 kV (L-L) at 0°
Pload = 800 MW,     Qload = 600 Mvar
Load current = 1154.7 A at -36.8699°, PFl = 0.8 lagging
Required shunt capacitor: 432.736 Ω, 6.1298 μF, 577.72 Mvar
Shunt capacitor current = 667.093 A at 90°
Required series capacitor: 42.8476 Ω, 61.9074 μF, 37.7274 Mvar
Subsynchronous resonant frequency = 37.9473 Hz
Pr = 800 MW,     Qr = 22.2804 Mvar
Ir = 924.119 A at -1.5953°, PFr = 0.999612 lagging
Is = 951.165 A at 21.5977°, PFs = 0.986068 leading
Ps = 812.257 MW,     Qs = -137.023 Mvar
PL = 12.257 MW,     QL = -159.304 Mvar
Percent Voltage Regulation = 4.41619
Transmission line efficiency = 98.491
```

(چ) نمایش دایره‌ای را در سمت دریافت رسم نمائید.

با انتخاب گزینه ۷ از **listmenu** داریم:

```
Enter receiving end line-line voltage kV = 500
```

نمایش دایره‌ای سمت دریافت خط در شکل ۵-۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۵-۱۰ نمایش دایره‌ای در سمت دریافت

(ح) منحنی ولتاژ خط را برای حالت‌های زیر بدست آورید: بی‌باری، بار نامی، خط با بار SIL و خط اتصال کوتاه شده در سمت دریافت.

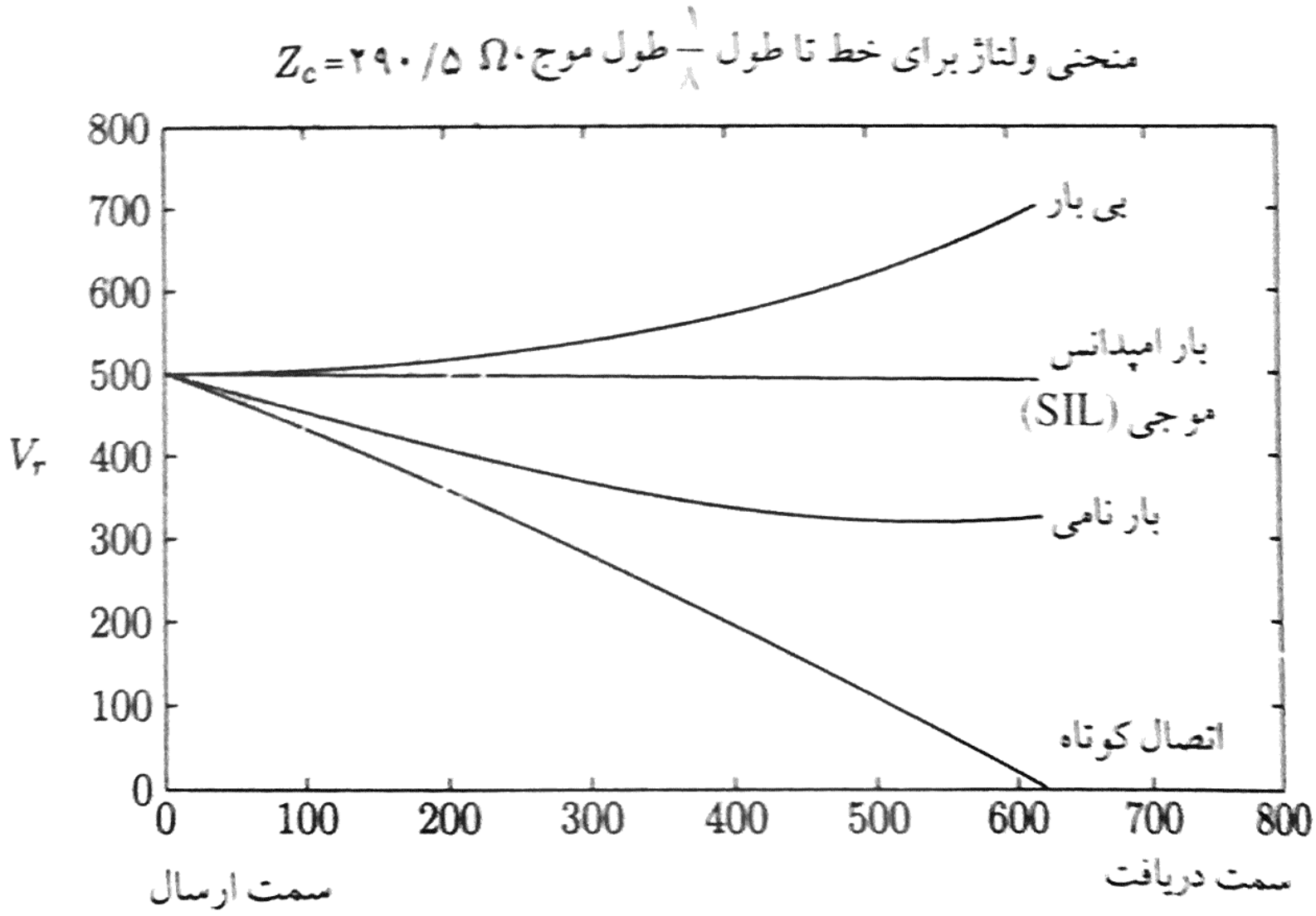
با انتخاب گزینه ۸ از **listmenu** خواهیم داشت:

```
        Voltage profile and line loadability
            Analysis                          Select

Voltage profile curves                          1
Line loadability curve                          2
To quit                                         0
```

با انتخاب گزینه ۱ از **profmenu** داریم:

```
Enter sending end line-line voltage kV = 500
Enter rated sending end power, MVA = 1000
Enter power factor = 0.8
```

منحنی ولتاژ بدست آمده در شکل ۵-۱۱ نشان داده است.



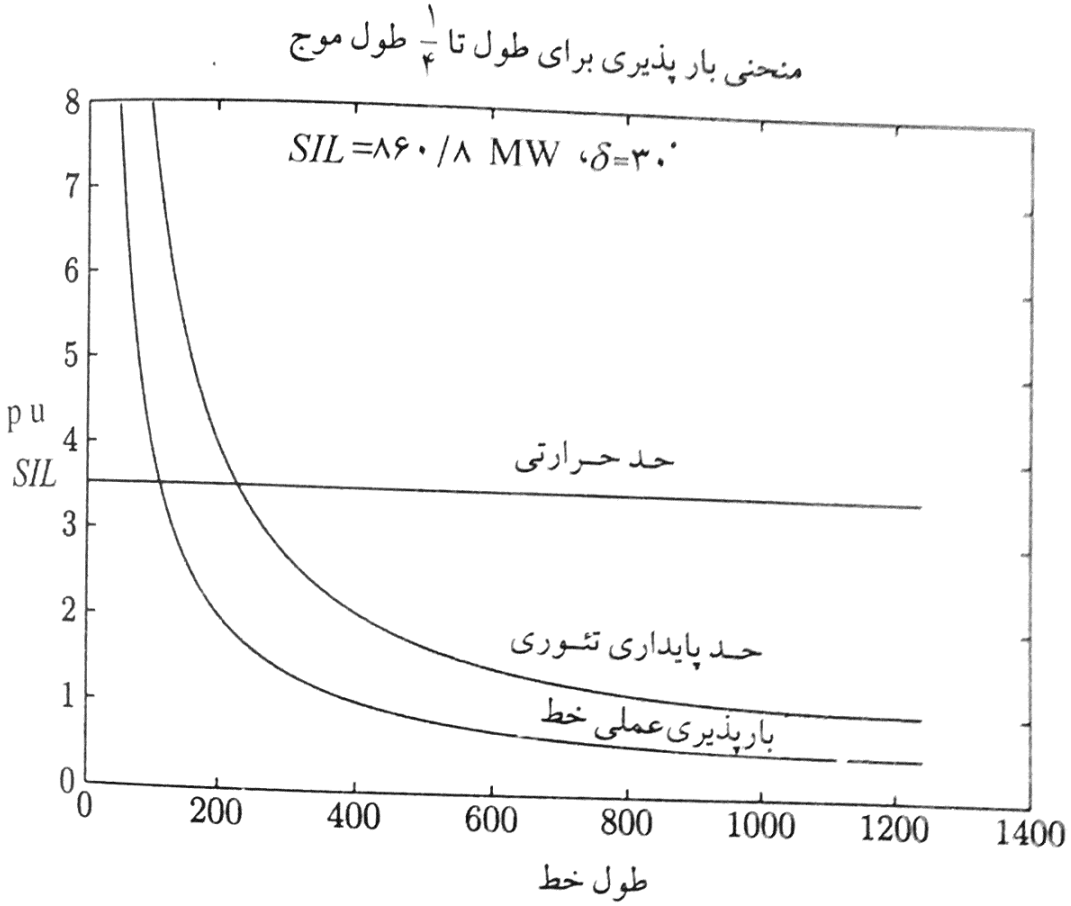
شکل ۵-۱۱ منحنی ولتاژ برای طول تا $\frac{۱}{۸}$ طول موج

(خ) منحنی‌های بارپذیری خط را بدست آورید.

با انتخاب گزینه ۲ از **profmenu** خواهیم داشت:

```
Enter sending end line-line voltage kV = 500
Enter receiving end line-line voltage kV = 500
Enter rated line-line voltage kV = 500
Enter line current-carrying capacity, Amp/phase = 3500
```

منحنی بارپذیری که برای خط بدست آمده، در شکل ۵-۱۲ نشان داده شده است.



شکل ۵-۱۲ منحنی بارپذیری خط تا طول $\frac{۱}{۴}$ طول موج

مسایل

۵-۱) یک خط انتقال سه فاز کوتاه با ولتاژ ۶۹ kV، دارای طول ۱۶ km است. امپدانس سری هر فاز این خط ۰/۴۳۷۵ j + ۰/۱۲۵ اهم بر کیلومتر می‌باشد. ولتاژ سمت ارسال، تنظیم ولتاژ، توان سمت ارسال و بازده خط را هنگامی که این خط توان‌های زیر را تحویل می‌دهد، تعیین نمائید.

(الف) ۷۰ MVA، در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ ۶۴ kV.

(ب) ۱۲۰ MW، در ضریب قدرت واحد و ولتاژ ۶۴ kV.

(پ) با استفاده از برنامه **lineperf** از نتایج خود اطمینان حاصل نمائید.

۵-۲) برای بهبود عملکرد خط مسأله ۵-۱ خازن‌های موازی در سمت دریافت آن نصب شده‌اند. این خط ۷۰ MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ ۶۴ kV تحویل می‌دهد. توان راکتیو کل (MVAr) و ظرفیت خازنی هر فاز خازن‌های با اتصال Y را هنگامی که ولتاژ سمت ارسال یکی از دو مقدار زیر باشد، تعیین نمائید.

(الف) ۶۹ kV

(ب) ۶۴ kV

(راهنمائی: از روابط (۵-۸۵) و (۵-۸۶) برای محاسبه زاویه توان δ و توان راکتیو سمت دریافت خط استفاده نمائید).

(پ) با استفاده از **lineperf** عملکرد خط جبران شده را بدست آورید.

۵-۳) یک خط انتقال سه فاز ۲۳۰ kV دارای امپدانس سری ۰/۴۵ j + ۰/۰۵ = z اهم بر کیلومتر در هر فاز و ادمیتانس موازی $y = j\ 3/4 \times 10^{-6}$ زیمنس در هر کیلومتر در هر فاز می‌باشد. طول خط ۸۰km است. با استفاده از مدل اسمی π :

(الف) ثابت‌های ABCD خط انتقال را تعیین کنید.

ولتاژ و جریان سمت دریافت، تنظیم ولتاژ، توان سمت ارسال و بازده انتقال را هنگامی که خط توان‌های زیر را تحویل می‌دهد بدست آورید:

(ب) ۲۰۰ MVA در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ۲۲۰ kV.

(پ) ۳۰۶ MW در ضریب قدرت واحد و ۲۲۰ kV.

با استفاده از برنامه **lineperf** از نتایج خود اطمینان حاصل نمائید.

۵-۴) برای بهبود عملکرد مسأله ۵-۳ خازن‌های موازی در انتهای خط نصب شده‌اند. این خط قدرت ۲۰۰ MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ ۲۲۰ kV تحویل می‌دهد.
(الف) توان راکتیو کل (MVAr) و ظرفیت خازنی هر فاز خازن‌های با اتصال Y را هنگامی که ولتاژ سمت ارسال ۲۲۰ kV باشد تعیین کنید.
(راهنمائی: از روابط (۵-۸۵) و (۵-۸۶) برای محاسبه زاویه توان δ و توان راکتیو سمت دریافت استفاده کنید).
(ب) با استفاده از برنامه **lineperf** از نتایج خود اطمینان حاصل کنید.

۵-۵) یک خط سه فاز جابجا شده ۳۴۵ kV، ۶۰ Hz دارای دو هادی ACSR ، ۱۱۱۳۰۰۰ cmil، از نوع Bluejay ۴۵/۷ در هر فاز به صورت افقی و با فاصله ۱۱ m از یکدیگر می‌باشد. هادی‌ها دارای قطر ۳/۱۹۵ cm بوده و GMR آنها ۱/۲۶۸ cm است. فاصله میان هادی‌ها در هر گروه ۴۵ cm می‌باشد. مقاومت اهمی هرهادی درگروه ۰/۰۵۳۸ اهم برکیلومتر بوده و رسانائی خط قابل چشم‌پوشی است. خط دارای طول ۱۵۰ km می‌باشد. با استفاده ازمدل اسمی π، پارامترهای $ABCD$ خط را تعیین کنید. با کمک **lineperf** و گزینه ۵ از نتایج خود اطمینان حاصل نمائید.

۵-۶) ثابت‌های $ABCD$ یک خط انتقال سه فاز ۳۴۵ kV عبارتند از:

$$A = D = ۰/۹۸۱۸۲ + j\ ۰/۰۰۱۲۴۴۷$$

$$B = ۴/۰۳۵ + j\ ۵۸/۹۴۷$$

$$C = j\ ۰/۰۰۰۶۱۱۳۷$$

این خط قدرت ۴۰۰ MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ ۳۴۵ kV تحویل می‌دهد. کمیت‌های سمت ارسال خط، تنظیم ولتاژ و بازده انتقال را بدست آورید.

۵-۷) در محیط MATLAB تابعی تحت عنوان **[ABCD] = abcdm(z, y, Lngt)** را طوری بنویسید که ماتریس انتقال $ABCD$ را برای خط انتقال با طول متوسط محاسبه نموده و برگرداند. در این تابع **z** امپدانس سری هر فاز در واحد طول،**y** آدمیتانس موازی در واحد طول

بوده و **Lngt** طول خط است. سپس برنامه‌ای بنویسید که با استفاده از تابع بالا کمیت‌های سمت دریافت، تنظیم ولتاژ و بازده خط را هنگامی که کمیت‌های سمت ارسال مشخص شده باشند محاسبه کنید. این برنامه باید کمیت‌های زیر را نشان دهد:

اندازه ولتاژ خط به خط سمت ارسال برحسب kV.

زاویه فاز ولتاژ سمت ارسال برحسب درجه.

توان حقیقی سه فاز سمت ارسال برحسب MW.

توان راکتیو سه فاز سمت ارسال برحسب MVAr.

برنامه خود را برای حل مسأله زیر بکار برید:

یک خط انتقال سه فاز که دارای امپدانس سری و $z = ۰/۰۳ + j\ ۰/۴$ اهم بر کیلومتر در هر فاز و ادمیتانس موازی $y = j\ ۴ \times ۱۰^{-۶}$ زیمنس در هر کیلومتر در هر فاز است. طول خط ۱۲۵ km می‌باشد. ماتریس خط انتقال $ABCD$ را بدست آورید. کمیت‌های سمت دریافت، تنظیم ولتاژ و بازده را هنگامی که این خط ۴۰۷ MW و ۷/۸۳۳ MVAr را در ولتاژ ۳۵۰ kV ارسال می‌نماید محاسبه کنید.

۵-۸) جواب مسائل ۵-۸ تا ۵-۱۳ را با استفاده از برنامه **lineperf** بدست آورید. سپس هر مسأله را با محاسبات دستی حل نمائید.

یک خط سه فاز جابجا شده ۷۶۵ kV، ۶۰ Hz از چهار هادی ACSR، ۱۴۳۱۰۰۰ cmil، از نوع Bobolink - ۴۵/۷ در هر فاز به صورت افقی با فواصل ۱۴ m از یکدیگر تشکیل شده است. هادی‌ها دارای قطر ۳/۶۲۵ cm بوده و GMR آنها ۱/۴۳۹ می‌باشد. فاصله میان هادی‌ها در هرگروه ۴۵ cm است. طول خط ۴۰۰ km بوده و در این مسأله خط بدون تلفات در نظر گرفته شده است.

(الف) امپدانس موجی (Z_C) خط انتقال، ثابت فاز (β)، طول موج (λ)، بارگذرای امپدانس موجی (SIL) و ثابت‌های $ABCD$ را تعیین نمائید.

(ب) این خط قدرت ۲۰۰۰ MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ ۷۳۵ kV تحویل می‌دهد. کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ خط را بدست آورید.

(پ) هنگامی که توان ۱۹۲۰ MW و ۶۰۰ MVAr در ولتاژ ۷۶۵ kV، از سمت ارسال انتقال یابد، کمیت‌های سمت دریافت را محاسبه کنید.

(ت) در سمت دریافت این خط، یک بار اهمی خالص وصل شده است. کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ خط را هنگامی که مقاومت بار در سمت دریافت ۲۶۴/۵ Ω در ولتاژ ۷۳۵ kV باشد، بدست آورید.

۵-۹) خط انتقال مسأله ۵-۸ با ولتاژ ۷۶۵ kV در سمت ارسال برق‌دار شده و بار سمت دریافت از مدار خارج شده است.
(الف) ولتاژ سمت دریافت را تعیین کنید.
(ب) راکتانس و MVAr راکتور موازی سه فاز را که باید در سمت دریافت به منظور محدود کردن ولتاژ بی‌باری سمت دریافت در ۷۳۵ kV نصب گردد تعیین نمائید.

۵-۱۰) خط انتقال مسأله ۵-۸، در سمت ارسال با ولتاژ ۷۶۵ kV برق‌دار شده و در سمت دریافت اتصال کوتاه سه فاز رخ داده است. جریان‌های سمت ارسال و دریافت را بدست آورید.

۵-۱۱) برای بهبود عملکرد خط انتقال مسأله ۵-۸ در سمت دریافت خازن‌های موازی نصب گردیده‌اند. این خط قدرت ۲۰۰۰ MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز تحویل می‌دهد. توان راکتیو کل (MVAr) و ظرفیت خازنی هر فاز خازن‌های با اتصال Y برای حفظ ولتاژ سمت دریافت در ۷۳۵kV هنگامی که ولتاژ سمت ارسال ۷۶۵ kV باشد را تعیین کنید (راهنمائی: از روابط (۵-۹۳) و (۵-۹۴) برای محاسبه زاویه توان δ و توان راکتیو سمت دریافت استفاده نمائید). کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ را برای خط جبران‌سازی شده بدست آورید.

۵-۱۲) در وسط خط مسأله ۵-۸ خازن‌های سری طوری نصب شده‌اند که به میزان ۴۰ درصد جبران‌سازی نمایند. کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ خط را هنگامی که این خط قدرت ۲۰۰۰ MVA در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ ۷۳۵ kV تحویل می‌دهد محاسبه کنید.

۵-۱۳) در وسط خط مسأله ۵-۸ خازن‌های سری طوری نصب شده‌اند که به میزان ۴۰ درصد جبران‌سازی نمایند. افزون بر آن، در سمت دریافت خازن‌های موازی نصب شده‌اند. این خط قدرت ۲۰۰۰ MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز تحویل می‌دهد. توان راکتیو کل (MVAr) و ظرفیت خازنی هر فاز خازن‌های سری و موازی را طوری محاسبه کنید تا چنانچه

ولتاژ سمت ارسال ۷۶۵ kV باشد، ولتاژ سمت دریافت در ۷۳۵ kV ثابت بماند. کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ را برای خط جبران‌سازی شده تعیین نمائید.

۱۴-۵) خط انتقال مسأله ۵-۸ دارای مقاومت ۰/۰۱۱ اهم بر کیلومتر در هر فاز می‌باشد. با استفاده از برنامه **lineperf** یا **lineperfgui** ، تجزیه و تحلیل‌های زیر را انجام داده و خلاصه‌ای از محاسبات و نتایج و توصیه‌های خود را ارائه نمائید.

(الف)کمیت‌های سمت ارسال را به ازای کمیت‌های مشخص شده سمت دریافت $735\angle 0^\circ$ kV، ۱۶۰۰ MW و ۱۲۰۰ MVAr تعیین نمائید.

(ب) کمیت‌های سمت دریافت را به ازای کمیت‌های مشخص شده سمت ارسال $765\angle 0^\circ$ kV ، ۱۹۲۰MW و ۶۰۰ MVAr محاسبه نمائید.

(پ) کمیت‌های سمت ارسال را برای باری با امپدانس $282/380 \angle 0$ Ω در ولتاژ ۷۳۵ kV بدست آورید.

(ت) ولتاژ سمت دریافت را هنگامی که سمت دریافت آن مدار باز بوده و سمت ارسال با ۷۶۵ kV برق‌دار شده باشد محاسبه کنید. همچنین، راکتانس و MVAr راکتور سه فاز موازی را که باید در سمت دریافت نصب شود تا ولتاژ بی‌باری سمت دریافت در ۷۶۵ kV محدود گردد را تعیین نمائید. منحنی ولتاژ را برای خط جبران‌سازی نشده و جبران‌سازی شده بدست آورید.

(ث) جریان‌های سمت ارسال و دریافت را هنگامی که خط در سمت دریافت اتصال کوتاه سه فاز شده باشد محاسبه کنید.

(ج) برای خط بارگذاری شده در بند (الف)، توان راکتیو (MVAr) و ظرفیت خازن‌های موازی را جهت نصب در سمت دریافت طوری بدست آورید تا چنانچه سمت ارسال با ولتاژ ۷۶۵ kV برق‌دار شده باشد ولتاژ سمت دریافت در ۷۳۵ kV ثابت بماند، عملکرد خط جبران‌سازی شده را بررسی نمائید.

(چ) عملکرد خط را هنگامی که با خازن سری به میزان ۴۰ درصد جبران‌سازی شده باشد، با شرایط بار بند (الف) در ولتاژ ۷۳۵ kV تعیین کنید.

(ح) این خط توسط خازن سری به میزان ۴۰ درصد جبران سازی شده و بار بند (الف) را تغذیه می‌نماید. توان راکتیو (MVAr) و ظرفیت خازن‌های موازی جهت نصب در سمت دریافت را

ولتاژ سمت ارسال ۷۶۵ kV باشد، ولتاژ سمت دریافت در ۷۳۵ kV ثابت بماند. کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ را برای خط جبران‌سازی شده تعیین نمائید.

۵-۱۴) خط انتقال مسأله ۵-۸ دارای مقاومت ۰/۰۱۱ اهم بر کیلومتر در هر فاز می‌باشد. با استفاده از برنامه **lineperf** یا **lineperfgui** ، تجزیه و تحلیل‌های زیر را انجام داده و خلاصه‌ای از محاسبات و نتایج و توصیه‌های خود را ارائه نمائید.

(الف)کمیت‌های سمت ارسال را به ازای کمیت‌های مشخص شده سمت دریافت $735\angle 0^\circ$ kV، ۱۶۰۰ MW و ۱۲۰۰ MVAr تعیین نمائید.

(ب) کمیت‌های سمت دریافت را به ازای کمیت‌های مشخص شده سمت ارسال $765\angle 0^\circ$ kV ، ۱۹۲۰MW و ۶۰۰ MVAr محاسبه نمائید.

(پ) کمیت‌های سمت ارسال را برای باری با امپدانس $282/380 + j0\ \Omega$ در ولتاژ ۷۳۵ kV بدست آورید.

(ت) ولتاژ سمت دریافت را هنگامی که سمت دریافت آن مدار باز بوده و سمت ارسال با ۷۶۵ kV برق‌دار شده باشد محاسبه کنید. همچنین، راکتانس و MVAr راکتور سه فاز موازی را که باید در سمت دریافت نصب شود تا ولتاژ بی‌باری سمت دریافت در ۷۶۵ kV محدود گردد را تعیین نمائید. منحنی ولتاژ را برای خط جبران‌سازی نشده و جبران‌سازی شده بدست آورید.

(ث) جریان‌های سمت ارسال و دریافت را هنگامی که خط در سمت دریافت اتصال کوتاه سه فاز شده باشد محاسبه کنید.

(ج) برای خط بارگذاری شده در بند (الف)، توان راکتیو (MVAr) و ظرفیت خازن‌های موازی را جهت نصب در سمت دریافت طوری بدست آورید تا چنانچه سمت ارسال با ولتاژ ۷۶۵ kV برق‌دار شده باشد ولتاژ سمت دریافت در ۷۳۵ kV ثابت بماند، عملکرد خط جبران‌سازی شده را بررسی نمائید.

(چ) عملکرد خط را هنگامی که با خازن سری به میزان ۴۰ درصد جبران‌سازی شده باشد، با شرایط بار بند (الف) در ولتاژ ۷۳۵ kV تعیین کنید.

(ح) این خط توسط خازن سری به میزان ۴۰ درصد جبران سازی شده و بار بند (الف) را تغذیه می‌نماید. توان راکتیو (MVAr) و ظرفیت خازن‌های موازی جهت نصب در سمت دریافت را

طوری محاسبه کنید تا چنانچه سمت ارسال با ولتاژ ۷۶۵ kV برق‌دار شده باشد، ولتاژ سمت دریافت در ۷۳۵ kV ثابت بماند.

(خ) نمایش دایره‌ای سمت دریافت را بدست آورید.

(د) منحنی ولتاژ این خط را به ازای ولتاژ ۷۶۵ kV در سمت ارسال بدست آورید.

(ذ) منحنی باریذیری خط را هنگامی که ولتاژ سمت ارسال ۷۶۵ kV و ولتاژ سمت دریافت آن ۷۳۵kV باشد بدست آورید. ظرفیت عبور جریان این خط ۵۰۰۰ A درهر فاز است.

۵-۱۵) ثابت‌های $ABCD$ یک خط انتقال سه فاز ۵۰۰ kV بدون تلفات عبارتند از:

$$A = D = ۰/۸۶ + j۰$$

$$B = ۰ + j\ ۱۳۰/۲$$

$$C = j\ ۰/۰۰۲$$

(الف) هنگامی که این خط ۱۰۰۰ MVA را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ ۵۰۰ kV تحویل می‌دهد، کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ را محاسبه کنید.

(ب) برای بهبود عملکرد این خط، در هر فاز، در دو سمت آن خازن‌های سری نصب شده‌اند. براثر این جبران‌سازی، ثابت‌های $ABCD$ به صورت زیر در می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & -\frac{۱}{۲}jX_c \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -\frac{۱}{۲}jX_c \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

که در آن X_C مجموع راکتانس خازن‌های سری می‌باشد. اگر $X_C = ۱۰۰\ \Omega$ باشد: ثابت‌های جبران شده $ABCD$ را تعیین نمائید.

(پ) با فرض موارد بند (ب)، هنگامی که این خط قدرت ۱۰۰۰ MVA در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ ۵۰۰ kV تحویل دهد کمیت‌های سمت ارسال و تنظیم ولتاژ را محاسبه نمائید.

۵-۱۶) یک خط انتقال سه فاز ۴۲۰ kV ، ۶۰ Hz به طول ۴۶۳ km، که می‌توان از تلفات آن چشم‌پوشی نمود، مفروض است. این خط در سمت ارسال با ولتاژ ۴۲۰ kV برق‌دار شده است.

هنگامی که بار سمت دریافت قطع شود، ولتاژ سمت دریافت ۷۰۰ kV و جریان هر فاز سمت ارسال $۶۴۶/۶ \angle ۹۰^\circ$ A می‌گردد.

(الف) ثابت فاز (β) بر حسب رادیان بر کیلومتر و امپدانس موجی (Z_C) را برحسب اهم بدست آورید.

(ب) وقتی بار قطع شده باشد برای ثابت ماندن ولتاژ در $|V_S| = |V_R| = ۴۲۰$ kV باید راکتورهای ایده‌آل در سمت دریافت نصب شوند. راکتانس هر فاز و kVAr سه فاز مورد نیاز را تعیین نمائید.

۵-۱۷) توان سه فاز ۳۶۰۰ MW باید از طریق چهار خط انتقال مشابه ۶۰ Hz در فاصله ۳۰۰ km انتقال داده شود. برای طراحی مقدماتی خط، ثابت فاز و امپدانس موجی به ترتیب $\beta = ۹/۴۶ \times ۱۰^{-۴}$ rad/km و $Z_C = ۳۴۳\ \Omega$ می‌باشند.

بر اساس معیار بارپذیری عملی خط، سطح ولتاژ اسمی مناسب را برحسب kV برای هر یک از خطوط انتقال بدست آورید. فرض کنید. $V_S = ۱$ pu ، $V_R = ۰/۹$ pu و زاویه توان $\delta = ۳۶/۸۷^\circ$ باشند.

۵-۱۸) مطالعات سیستم قدرت روی یک سیستم موجود نشان داده است که باید قدرت ۲۴۰۰ MW در فاصله ۴۰۰ km انتقال یابد. سطوح ولتاژ در نظر گرفته شده ۳۴۵ kV، ۵۰۰ kV و ۷۶۵kV می‌باشند. برای طراحی مقدماتی بر اساس بارپذیری عملی خط می‌توانید امپدانس‌های موجی زیر را فرض کنید:

$Z_C = ۳۲۰\ \Omega$	در ولتاژ	۳۴۵ kV
$Z_C = ۲۹۰\ \Omega$	در ولتاژ	۵۰۰ kV
$Z_C = ۲۶۵\ \Omega$	در ولتاژ	۷۶۵ kV

طول موج خط را ۵۰۰۰ km فرض کنید. مقدار بارپذیری عملی خط را می‌توان بر اساس زاویه بار $\delta = ۳۵^\circ$ بنا نمود. فرض کنید $|V_S| = ۱$ pu و $|V_R| = ۰/۹$ pu باشند. تعداد مدارهای انتقال سه فاز برای هر یک از سطوح ولتاژ را تعیین نمائید. هر برج انتقال می‌تواند یک یا دو مدار داشته باشد. برای محدود نمودن تلفات کرونا، تمام خطوط ۵۰۰ kV باید حداقل دارای دو

هادی درهر فاز بوده و همه خطوط ۷۶۵ kV باید حداقل چهار هادی در هر فاز داشته باشند. فاصله‌گذاری میان هادی‌های هر گروه ۴۵ cm می‌باشد. اندازه هادی‌ها چنان انتخاب می‌شود که خط توانائی عبور جریان مربوط به حداقل ۵۰۰۰ MVA را داشته باشد. برای محاسبه اندازه هادی مناسب از **acsrgui** در MATLAB استفاده نمائید. حداقل فاصله‌گذاری توصیه شده بین هادی‌های فازهای مجاور در سطوح ولتاژ مختلف در زیر داده شده است:

فاصله‌گذاری (متر)	سطح ولتاژ (kV)
۷	۳۴۵
۹	۵۰۰
۱۲/۵	۷۶۵

(الف) سطح ولتاژ مناسبی انتخاب نموده و اندازه هادی و ساختار برج را مشخص نمائید. با استفاده از **lineperfgui** و تحلیل اول آن، تنظیم ولتاژ و بازده خط انتقال را بر اساس توان سمت دریافت ۳۰۰۰ MVA در ضریب قدرت ۰/۸ پس‌فاز و ولتاژ نامی انتخاب شده بدست آورید. طراحی خود را تغییر داده و اندازه هادی را برای حداقل بازده خط به میزان ۹۴ درصد برای بارهای مشخص بالا بدست آورید.

(ب) عملکرد خط شامل همه تجزیه و تحلیل‌های برنامه **lineperfgui** را برای انتخاب نهایی بدست آورده و مشخصه‌های خط و جبران‌سازی مورد نیاز آن را به صورت خلاصه ارایه نمایید.

فصل ششم

تجزیه و تحلیل پخش بار

۶-۱ مقدمه

در فصول گذشته، مدل‌سازی مؤلفه‌های اصلی یک سیستم قدرت مورد بحث قرار گرفت. این فصل تجزیه و تحلیل حالت ماندگار یک سیستم قدرت به هم پیوسته را تحت شرایط بهره‌برداری عادی مورد مطالعه قرار می‌دهد. فرض بر آن است که سیستم در شرایط متقارن مورد بهره‌برداری قرار گرفته و با یک شبکه تکفاز نمایش داده می‌شود. شبکه مذکور شامل صدها گره و شاخه می‌باشد که در آن امپدانس شاخه‌ها بر حسب pu در مبنای مشترک MVA نشان داده می‌شود.

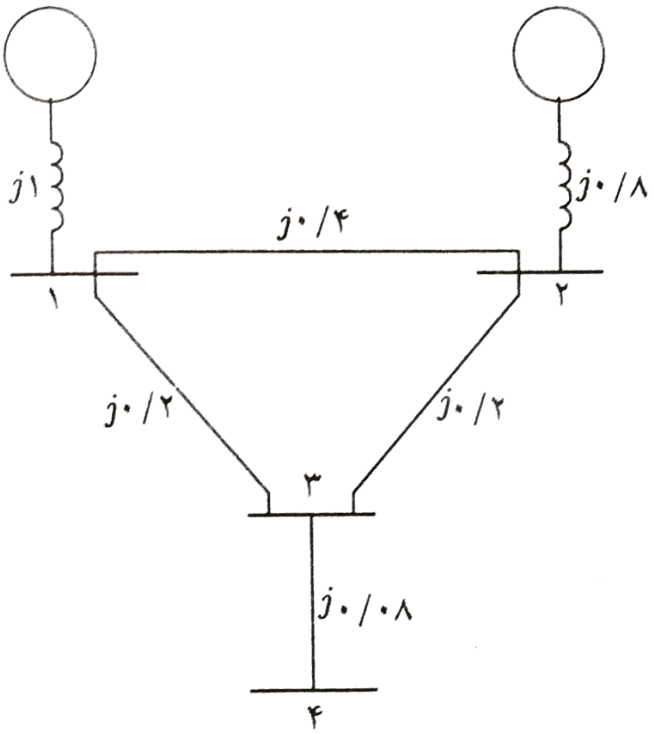
معادلات شبکه به صورت‌های نظام‌مند مختلفی فرمول‌بندی می‌شوند. به هرحال، معمولاً از روش ولتاژ گره[1]، که مناسب‌ترین روش برای بسیاری از تجزیه و تحلیل‌های سیستم قدرت است، استفاده می‌گردد. فرمول‌بندی معادلات شبکه به صورت ادمیتانس گره منجر به تشکیل معادلات جبری مختلط همزمان بر حسب جریان گره‌ها می‌شود. چنانچه جریان گره‌ها معلوم باشند، مجموعه معادلات خطی را می‌توان برای تعیین ولتاژ گره‌ها حل کرد. در هر صورت، در یک سیستم قدرت، ترجیحاً توان‌ها بجای جریان‌ها معلوم فرض می‌شوند. بنابراین، معادلات بدست آمده برحسب توان به *معادلات پخش توان*[2] موسوم‌اند. این معادلات غیرخطی بوده و باید با روش‌های مبتنی بر تکرار[3] حل شوند. مطالعات پخش توان، که معمولاً پخش *بار*[4] نامیده می‌شود، استخوان‌بندی اصلی تجزیه و تحلیل و طراحی سیستم قدرت را تشکیل می‌دهد. این مطالعه برای برنامه‌ریزی، بهره‌برداری، برنامه‌ریزی زمان‌بندی اقتصادی و تبادل توان بین شرکت‌های برق ضروری است. افزون بر آن، تجزیه و تحلیل پخش بار برای تحلیل‌های

---

1 - Node - voltage method
2 - Power flow equations
3 - Iterative techniques
4 - Load flow

دیگر، مانند مطالعات پایداری گذرا و احتمال وقوع حوادث[1] مورد نیاز است.

در این فصل، ماتریس ادمیتانس شین، مورد نیاز در مطالعه ولتاژ گره، فرمول‌بندی شده و **دو** تابع **به نام های ybus1 , lfybus** برای فرمول‌بندی نظام‌مند ماتریس ادمیتانس شین تهیه شده است. سپس دو روش متداول مبتنی بر تکرار، تحت عناوین گوس - سایدل[2] و نیوتون - رافسون[3]، برای حل معادلات جبری غیر خطی مورد بحث قرار گرفته‌اند. این روش‌ها در حل مسأله پخش بار بکار گرفته شده‌اند. سه برنامه **lfgauss** ، **lfnewton** و **decouple** برای حل مسأله پخش بار به ترتیب از روش‌های گوس - سایدل، نیوتون - رافسون و پخش‌بار مجزای سریع[4] تهیه شده‌اند.



شکل ۶-۱ نمایش امپدانس یک سیستم ساده

۶-۲ ماتریس ادمیتانس شین

برای دستیابی به معادلات ولتاژ گره، سیستم قدرت ساده شکل ۶-۱ را در نظر بگیرید که در آن

1 - Contingency studies
2 - Gauss - Seidel
3 - Newton - Raphson
4 - Fast decoupled power flow

امپدانس‌ها بر حسب pu در MVA مبنا مشخص شده و از مقاومت‌های اهمی برای سهولت محاسبات چشم‌پوشی شده است. از آنجائی که تحلیل گره بر اساس قانون جریان کرشف انجام می‌شود، مقادیر امپدانس‌ها با استفاده از رابطه زیر به ادمیتانس‌ها تبدیل می‌شوند:

$$y_{ij} = \frac{۱}{z_{ij}} = \frac{۱}{r_{ij} + jx_{ij}}$$

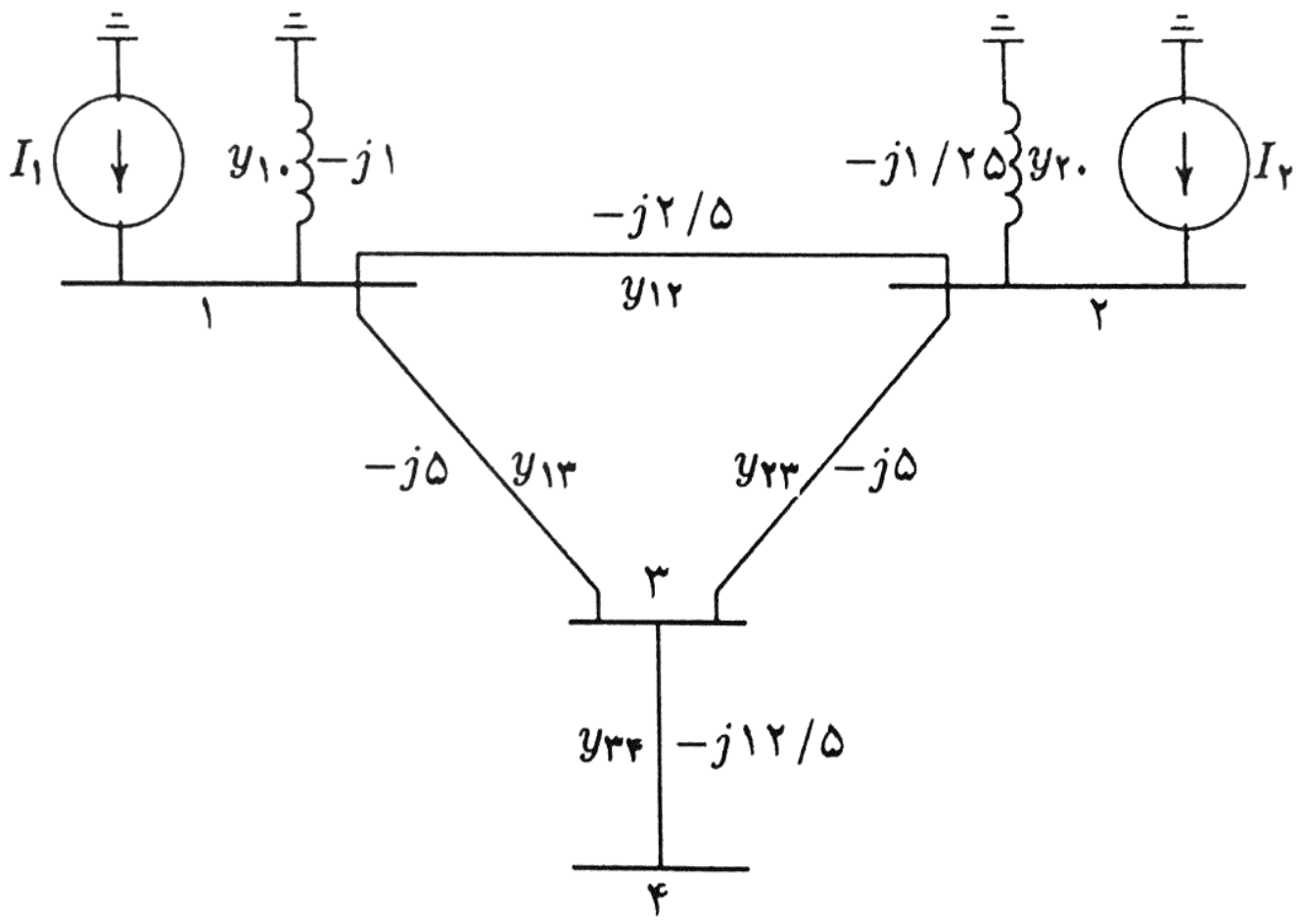
در شکل ۶-۲ مدار ذکر شده در بالا برحسب ادمیتانس‌ها و منابع جریان حاصل از تبدیل منابع ولتاژ نشان داده شده است. گره صفر (که معمولاً زمین است) به عنوان مرجع در نظر گرفته می‌شود. با اعمال KCL به گره‌های مستقل[1] ۱ تا ۴ داریم:

$$I_۱ = y_{۱۰}V_۱ + y_{۱۲}(V_۱ - V_۲) + y_{۱۳}(V_۱ - V_۳)$$

$$I_۲ = y_{۲۰}V_۲ + y_{۱۲}(V_۲ - V_۱) + y_{۲۳}(V_۲ - V_۳)$$

$$۰ = y_{۲۳}(V_۳ - V_۲) + y_{۱۳}(V_۳ - V_۱) + y_{۳۴}(V_۳ - V_۴)$$

$$۰ = y_{۳۴}(V_۴ - V_۳)$$



شکل ۶-۲ نمایش ادمیتانس برای سیستم شکل ۶-۱

1 - Independent nodes

معادلات بالا را می‌توان به صورت زیر مرتب کرد:

$$I_1 = (y_{10} + y_{12} + y_{13})V_1 - y_{12}V_2 - y_{13}V_3$$

$$I_2 = -y_{12}V_1 + (y_{20} + y_{12} + y_{23})V_2 - y_{23}V_3$$

$$0 = -y_{13}V_1 - y_{23}V_2 + (y_{13} + y_{23} + y_{34})V_3 - y_{34}V_4$$

$$0 = -y_{34}V_3 + y_{34}V_4$$

حال ادمیتانس‌های زیر معرفی می‌شوند:

$$Y_{11} = y_{10} + y_{12} + y_{13}$$

$$Y_{22} = y_{20} + y_{12} + y_{23}$$

$$Y_{33} = y_{13} + y_{23} + y_{34}$$

$$Y_{44} = y_{34}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -y_{12}$$

$$Y_{13} = Y_{31} = -y_{13}$$

$$Y_{23} = Y_{32} = -y_{23}$$

$$Y_{34} = Y_{43} = -y_{34}$$

معادلات گره مطابق زیر خلاصه می‌گردند:

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 + Y_{14}V_4$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4$$

$$I_3 = Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3 + Y_{34}V_4$$

$$I_4 = Y_{41}V_1 + Y_{42}V_2 + Y_{43}V_3 + Y_{44}V_4$$

از آنجائی که در این شبکه، اتصالی بین شین‌های ۱ و ۴ وجود ندارد، $Y_{۱۴} = Y_{۴۱} = ۰$ بوده و به همین ترتیب $Y_{۲۴} = Y_{۴۲} = ۰$ است.

با بسط رابطه فوق به یک سیستم با n شین، معادله ولتاژ گره به صورت ماتریسی زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{۱۱} & Y_{۱۲} & \cdots & Y_{۱i} & \cdots & Y_{۱n} \\ Y_{۲۱} & Y_{۲۲} & \cdots & Y_{۲i} & \cdots & Y_{۲n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{i۱} & Y_{i۲} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{n۱} & Y_{n۲} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_۱ \\ V_۲ \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \qquad (۱-۶)$$

یا

$$I_{bus} = Y_{bus} V_{bus} \qquad (۲-۶)$$

که در آن I_{bus} بردار جریان‌های تزریق شده شین (منابع جریان خارجی) است. چنانچه جهت منبع جریان به سمت شین باشد، جریان مثبت و درصورتی که جهت منبع از شین دور شود جریان منفی منظور می‌شود. در اینجا V_{bus} بردار ولتاژ شین است که نسبت به گره مرجع[۱] سنجیده می‌شود (ولتاژ گره‌ها). ماتریس Y_{bus} به *ماتریس ادمیتانس شین* موسوم است. عنصر قطری هر گره، مجموع ادمیتانس‌های متصل به آن است که *ادمیتانس خودی*[۲] یا *ادمیتانس نقطه تحریک*[۳] نامیده می‌شود، بنابراین:

$$Y_{ii} = \sum_{j=۰}^{n} y_{ij} \qquad j \neq i \qquad (۳-۶)$$

هر یک از عناصر غیر قطری برابر است با ادمیتانس بین دو گره در علامت منفی که *ادمیتانس متقابل*[۴] یا *ادمیتانس انتقالی*[۵] نامیده می‌شود، بنابراین:

$$Y_{ij} = Y_{ji} = -y_{ij} \qquad (۴-۶)$$

---

1 - Reference node
2 - Self admittance
3 - Driving point admittance
4 - Mutual admittance
5 - Transfer admittance

چنانچه جریان شین‌ها معلوم باشد، از حل معادله (۶-۲) می‌توان ولتاژها را بدست آورد:

$$V_{bus} = Y_{bus}^{-1} I_{bus} \qquad (۶-۵)$$

معکوس ماتریس ادمیتانس شین به *ماتریس امپدانس شین* (Z_{bus}) موسوم است. ماتریس ادمیتانس، با در نظر گرفتن یکی از شین‌ها به عنوان مرجع، غیر منفرد[1] است. در غیر این‌صورت ماتریس گره منفرد[2] خواهد بود.

بررسی ماتریس ادمیتانس شین نشان می‌دهد که این ماتریس نسبت به قطر اصلی متقارن است و بنابراین کافی است مثلث بالائی ماتریس ادمیتانس گره را ذخیره کرد. در یک سیستم قدرت نوعی، هر شین فقط به چند شین نزدیک به آن متصل است. در نتیجه، بسیاری از عناصر غیر قطری صفر می‌باشند. چنین ماتریسی، *تُنُک (پراکنده)*[3] نامیده می‌شود. روش‌های مؤثر عددی موجود هستند که می‌توان توسط آنها معکوس این گونه ماتریس‌ها را محاسبه کرد. بوسیله تجزیه مثلثی مرتب شده[4]، می‌توان معکوس یک ماتریس تُنُک را به صورت حاصل‌ضرب عوامل ماتریس تنک بیان کرد که برتری آن سرعت محاسبات، ذخیره‌سازی مناسب و کاهش خطاهای گرد کردن[5] می‌باشد. به هرحال Z_{bus} که برای تجزیه و تحلیل اتصال کوتاه مورد نیاز است، بدون نیاز به معکوس ماتریس ادمیتانس شین، مستقیماً از روش *الگوریتم ساخت*[6] بدست می‌آید. این روش در فصل ۹ مورد بحث قرار خواهد گرفت.

بر اساس روابط (۶-۳) و (۶-۴)، ماتریس ادمیتانس شین برای شبکه شکل ۶-۲ تنها با مشاهده شکل عبارتست از:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j۸/۵۰ & j۲/۵۰ & j۵/۰۰ & ۰ \\ j۲/۵۰ & -j۸/۷۵ & j۵/۰۰ & ۰ \\ j۵/۰۰ & j۵/۰۰ & -j۲۲/۵۰ & j۱۲/۵۰ \\ ۰ & ۰ & j۱۲/۵۰ & -j۱۲/۵۰ \end{bmatrix}$$

تابع موسوم به **Y = ybus (zdata)** برای فرمول‌بندی ماتریس ادمیتانس شین نوشته شده است که در آن **zdata** داده‌های ورودی خط بوده و شامل چهار ستون است. دو ستون اول شماره شین‌های دو سمت خط و ستون‌های باقیمانده شامل مقاومت و راکتانس خط بر حسب pu هستند. این تابع

1 - Nonsingular
2 - Singular
3 - Sparse
4 - Ordered triangular decomposition
5 - Round - off errors
6 - Building algorithm

ماتریس ادمیتانس شین را بر می‌گرداند. الگوریتم برنامه ادمیتانس شین در برنامه‌نویسی سیستم قدرت بسیار ساده و مقدماتی است. بنابراین در اینجا برای مطالعه و درک خواننده، این روش حل ارائه می‌شود. در این برنامه ابتدا امپدانس خطوط به مقادیر ادمیتانس تبدیل شده و سپس مقدار اولیه Y صفر در نظر گرفته می‌شود. در حلقه اول، داده‌های خطوط استخراج شده و عناصر غیر قطری محاسبه می‌گردند. در نهایت در حلقه تودرتو[1] داده‌های خطوط برای پیدا کردن عناصر متصل به یک شین استخراج و عناصر قطری تشکیل می‌شوند.

در زیر برنامه‌ای برای تشکیل ماتریس ادمیتانس شین آورده شده است:

```
function[Y] = ybus(zdata)
nl=zdata(:,1); nr=zdata(:,2); R=zdata(:,3); X=zdata(:,4);
nbr=length(zdata(:,1)); nbus = max(max(nl), max(nr));
Z = R + j*X;                                    %branch impedance
y= ones(nbr,1)./Z;                              %branch admittance
Y = zeros(nbus,nbus);                        % initialize Y to zero
for k = 1:nbr;   % formation of the off diagonal elements
    if nl(k) > 0 & nr(k) > 0
    Y(nl(k),nr(k)) = Y(nl(k),nr(k)) - y(k);
    Y(nr(k),nl(k)) = Y(nl(k),nr(k));
    end
end
for n = 1:nbus          % formation of the diagonal elements
    for k = 1:nbr
    if nl(k) == n | nr(k) == n
    Y(n,n) = Y(n,n) + y(k);
    else, end
    end
end
```

مثال ۶-۱ (chp6ex1)

نیروهای محرکه الکتریکی نشان داده شده در شکل ۶-۱ عبارتند از:

$$E_1 = 1/1\angle 0^\circ \quad \text{pu} \qquad E_2 = 1\angle 0^\circ \quad \text{pu}$$

با استفاده از تابع **Y=ybus (zdata)** ماتریس ادمیتانس شین را بدست آورید. سپس با عمل

1 - Nested loop

معکوس‌سازی، ماتریس امپدانس شین را تعیین نموده و ولتاژ شین‌ها را محاسبه کنید.

با استفاده از روش تبدیل منابع، مقادیر منابع جریان معادل عبارتند از:

$$I_1 = \frac{1/1}{j1/0} = -j1/1 \quad \text{pu}$$

$$I_2 = \frac{1/0}{j0/8} = -j1/25 \quad \text{pu}$$

حال با استفاده از فرامین زیر:

```
%    From  To   R     X
z = [ 0     1     0    1.0
      0     2     0    0.8
      1     2     0    0.4
      1     3     0    0.2
      2     3     0    0.2
      3     4     0    0.08];
Y = ybus(z)                                  % bus admittance matrix
Ibus = [-j*1.1; -j*1.25; 0; 0];   % vector of bus currents
Zbus = inv(Y)                                % bus impedance matrix
Vbus = Zbus*Ibus
```

نتیجه می‌شود:

```
  Y  =
      0 - 8.50i     0 + 2.50i     0 +  5.00i     0 +  0.00i
      0 + 2.50i     0 - 8.75i     0 +  5.00i     0 +  0.00i
      0 + 5.00i     0 + 5.00i     0 - 22.50i     0 + 12.50i
      0 + 0.00i     0 + 0.00i     0 + 12.50i     0 - 12.50i
Zbus =
      0 + 0.50i     0 + 0.40i     0 + 0.450i     0 + 0.450i
      0 + 0.40i     0 + 0.48i     0 + 0.440i     0 + 0.440i
      0 + 0.45i     0 + 0.44i     0 + 0.545i     0 + 0.545i
      0 + 0.45i     0 + 0.44i     0 + 0.545i     0 + 0.625i
Vbus =
     1.0500
     1.0400
```

```
1.0450
1.0450
```

حل معادله $\boldsymbol{I}_{bus}=\boldsymbol{Y}_{bus}\boldsymbol{V}_{bus}$ با استفاده از معکوس سازی، روش مؤثری نیست و تعیین معکوس $\boldsymbol{Y}_{bus}$ ضروری نمی‌باشد. به جای آن می‌توان به طور مستقیم از روش فاکتورگیری مثلثی مرتب شده[1] استفاده کرد. در MATLAB معادلات خطی همزمان $AX=B$ با استفاده از عملگر تقسیم ماتریس[2] \ (یعنی $X=A\backslash B$) که بر اساس فاکتورگیری مثلثی و حذف گوسی بنا شده است، حل می‌شوند. این روش به خاطر زمان اجرای کمتر و دقت عددی بیشتر بهتر است به طوری که دو تا سه برابر سریع‌تر بوده و دقت باقیمانده‌های آن در حد دقت رایانه می‌باشد.

در مثال ۶-۱ با جایگزین کردن عبارات[3] Zbus = inv (Y) و Vbus = Zbus* Ibus با عبارت Vbus = Y\Ibus مسأله را از روش مستقیم حل کنید.

۶-۳ حل معادلات جبری غیر خطی

روش‌های تکراری متداول برای حل معادلات جبری غیر خطی، روش‌های گوس - سایدل ، نیوتون - رافسون و شبه نیوتون[4] هستند. روش‌های گوس - سایدل و نیوتون - رافسون برای یک معادله یک بعدی شرح و سپس برای معادلات n بعدی تعمیم داده شده‌اند.

۶-۳-۱ روش گوس - سایدل

روش گوس - سایدل به روش جایگزینی متوالی[5] نیز موسوم است. برای شرح این روش، فرض کنید حل معادله غیر خطی به صورت زیر باشد:

$$f(x)=0 \qquad (۶-۶)$$

معادله فوق را مطابق زیر تغییر می‌دهیم:

$$x=g(x) \qquad (۶-۷)$$

---

1 - Ordered triangular factorization
2 - Matrix division operator
3 - Statements
4 - Quasi - Newton
5 - Succesive displacement

اگر $x^{(0)}$ تخمین اولیه متغیر x باشد، ترتیب تکراری زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$x^{(k+1)} = g(x^{(k)}) \qquad (۶-۸)$$

پاسخ مسأله هنگامی بدست می‌آید که قدر مطلق اختلاف متغیر x در دو تکرار متوالی کمتر از دقت تعیین شده باشد، یعنی:

$$\left|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right| \le \varepsilon \qquad (۶-۹)$$

که در آن ε دقت مورد نظر می‌باشد.

مثال ۶-۲ (chp6ex2)

با استفاده از روش گوس - سایدل، یکی از ریشه‌های معادله زیر را بدست آورید:

$$f(x) = x^۳ - ۶x^۲ + ۹x - ۴ = ۰$$

با حل معادله بالا برای x، داریم:

$$x = -\frac{۱}{۹}x^۳ + \frac{۶}{۹}x^۲ + \frac{۴}{۹}$$

$$= g(x)$$

فرمان **plot** از برنامه MATLAB برای رسم $g(x)$ و x در محدوده صفر تا ۴/۵، مطابق شکل ۶-۳، نیز بکار می‌رود. محل تقاطع $g(x)$ و x ریشه‌های $f(x)$ را می‌دهد. با توجه به شکل ۶-۳ دو ریشه معادله بالا ۱ و ۴ بدست آمده‌اند. در واقع $x = ۱$ ریشه تکراری است. حال الگوریتم گوس - سایدل را بکار می‌بریم. تخمین اولیه عبارتست از:

$$x^{(۰)} = ۲$$

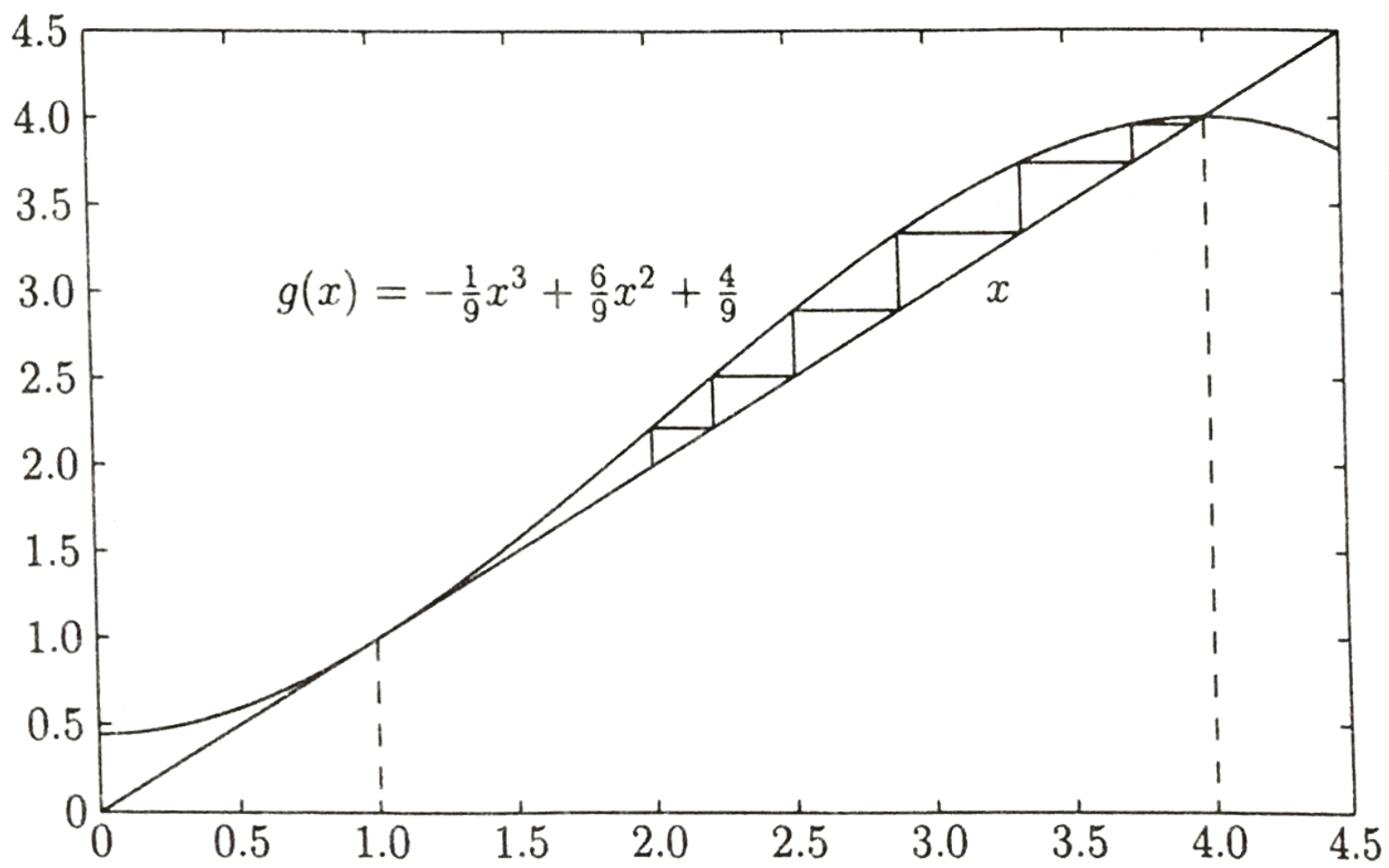
با استفاده از معادله (۶-۸)، تکرار اول به صورت زیر خواهد بود:

$$x^{(۱)} = g(۲) = -\frac{۱}{۹}(۲)^۳ + \frac{۶}{۹}(۲)^۲ + \frac{۴}{۹} = ۲/۲۲۲۲$$

تکرار دوم نیز مطابق زیر است:

$$x^{(۲)} = g(۲/۲۲۲۲) = -\frac{۱}{۹}(۲/۲۲۲۲)^۳ + \frac{۶}{۹}(۲/۲۲۲۲)^۲ + \frac{۴}{۹} = ۲/۵۱۷۳$$

در تکرارهای بعـدی مقـادیر ۲/۸۹۶۶، ۳/۳۳۷۶، ۳/۷۳۹۸، ۳/۹۹۸۸ و ۴ بدسـت می‌آینـد. ایـن فرآینـد آن‌قدر ادامه می‌یابد تا مقدار تغییر x به محدوده دقت مورد نظر برسد. در عمل، روش گـوس - سـایدل برای رسیدن به دقت دلخواه به تکرارهای زیادی نیاز دارد و تضمین برای حصول همگرائی وجود نـدارد. در این مثال، از آنجائی که تخمین اولیه در محدوده ناحیـه مناسـبی بـوده اسـت همگرائـی بـه صـورت زیگزاگ در اطراف یکی از ریشه‌ها حاصل شده است. در واقع، اگر تخمین اولیه خارج از این ناحیه، مثـلاً $x^{(0)} = 6$ بود، فرآیند واگرا می‌شد. آزمایش همگرائی، به ویژه برای حالت n بعدی، مشکل است و روش شناخته شده‌ای در این زمینه وجود ندارد.



شکل ۶-۳ شرح ترسیمی روش گوس - سایدل

فرامین زیر روش حل معادله داده شده را، با شروع تخمین اولیه از $x^{(0)} = 2$ نشان می‌دهد:

```
dx=1;          % Change in variable is set to a high value
x=2;                                        % Initial estimate
iter = 0;                                   % Iteration counter
disp('Iter    g          dx          x')%Heading for results
while abs(dx) >= 0.001 & iter < 100 %Test for convergence
```

```
iter = iter + 1;                                % No. of iterations
g = -1/9*x^3+6/9*x^2+4/9 ;
dx = g-x;                                       % Change in variable
x = x + dx;                                     % Successive approximation
fprintf('%g', iter), disp([g, dx, x])
end
```

نتیجه به صورت زیر خواهد بود:

Iter	g	dx	x
1	2.2222	0.2222	2.2222
2	2.5173	0.2951	2.5173
3	2.8966	0.3793	2.8966
4	3.3376	0.4410	3.3376
5	3.7398	0.4022	3.7398
6	3.9568	0.2170	3.9568
7	3.9988	0.0420	3.9988
8	4.0000	0.0012	4.0000
9	4.0000	0.0000	4.0000

در برخی موارد می‌توان از ضریب تسریع[1] برای بهبود سرعت همگرائی استفاده کرد. اگر $\alpha > 1$ ضریب تسریع باشد، الگوریتم گوس - سایدل به صورت زیر در می‌آید:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha\left[g(x^{(k)}) - x^{(k)}\right] \qquad (۶-۱۰)$$

مثال ۶-۳ (chp6ex3)

یکی از ریشه‌های معادله مثال ۶-۲ را با استفاده از روش گوس - سایدل با ضریب تسریع α= ۱/۲۵ بدست آورید.

محاسبه را با تخمین اولیه $x^{(0)}$ = ۲ شروع کرده و با استفاده از معادله (۶-۱۰) برای تکرار اول خواهیم داشت:

$$g(۲) = -\frac{۱}{۹}(۲)^۳ + \frac{۶}{۹}(۲)^۲ + \frac{۴}{۹} = ۲/۲۲۲۲$$

1 - Acceleration factor

$$x^{(1)} = ۲ + ۱/۲۵\,[۲/۲۲۲۲ - ۲] = ۲/۲۷۷۸$$

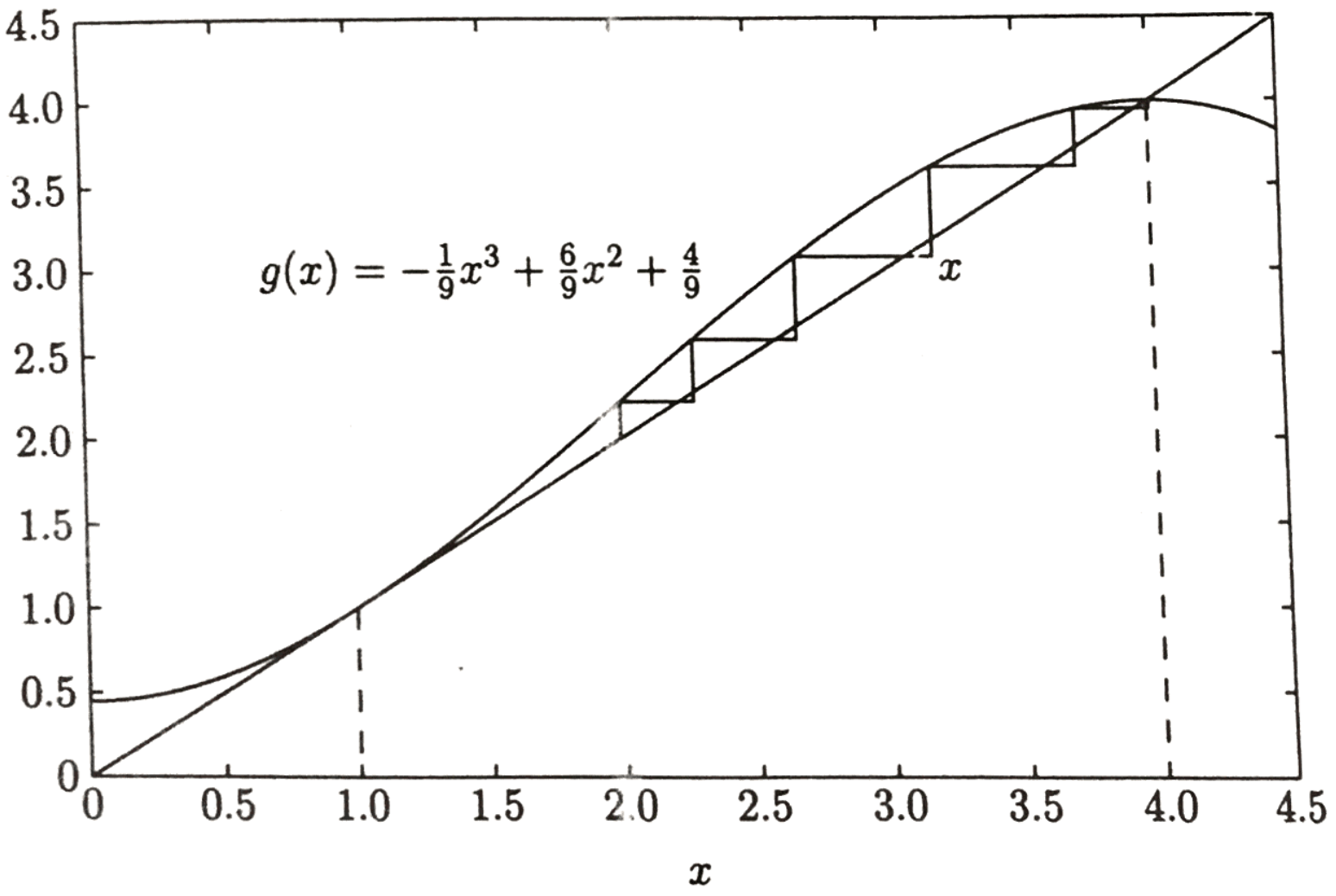
تکرار دوم عبارتست از:

$$g(۲/۲۷۷۸) = -\frac{۱}{۹}(۲/۲۷۷۸)^۳ + \frac{۶}{۹}(۲/۲۷۷۸)^۲ + \frac{۴}{۹} = ۲/۵۹۰۲$$

$$x^{(2)} = ۲/۲۷۷۸ + ۱/۲۵\,[۲/۵۹۰۲ - ۲/۲۷۷۸] = ۲/۶۶۸۳$$

با تکرارهای بعدی مقادیر ۳/۰۸۰۱، ۳/۱۸۳۱، ۳/۷۲۳۸، ۴/۰۰۸۴، ۳/۹۹۷۸ و ۴/۰۰۰۵ بدست می‌آیند.

اثر ضریب تسریع به صورت ترسیمی در شکل (۶-۴) نشان داده شده است. باید دقت کرد تا از ضریب تسریع بسیار بزرگ استفاده نشود زیرا گام‌های بزرگتر ممکن است منجر به جهش شود. این عامل می‌تواند باعث افزایش تعداد تکرارها و حتی واگرائی شود. در فرامین MATLAB که در مثال (۶-۲) بکار رفت، برای انعکاس اثر ضریب تسریع عبارت ماقبل آخر را با $x = x + ۱/۲۵ * dx$ جایگزین کرده و برنامه را اجرا نمائید.



شکل ۶-۴ شرح ترسیمی روش گوس - سایدل با استفاده از ضریب تسریع

حال سیستمی با n معادله شامل n متغیر را در نظر بگیرید:

$$f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) = c_1$$

$$f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) = c_2 \qquad (۶-۱۱)$$

.....

$$f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) = c_n$$

هر یک از معادلات را می‌توان برای یک متغیر حل کرده و توابع بالا را به صورت زیر نوشت:

$$x_1 = c_1 + g_1(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

$$x_2 = c_2 + g_2(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

.....

$$x_n = c_n + g_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) \qquad (۶-۱۲)$$

روش تکرار با تخمین مناسب برای هر یک از متغیرهای مستقل ($x_1^{(0)}$، $x_2^{(0)}$، ... ، $x_n^{(0)}$) آغاز می‌شود. معادله (۶-۱۲) حل تقریبی جدیدی را ارائه می‌کند ($x_1^{(1)}$، $x_2^{(1)}$، ... ، $x_n^{(1)}$). در روش گوس - سایدل ، مقادیر به هنگام شده متغیرها که از معادلات قبلی بدست آمده‌اند، بلافاصله در حل معادلات بعدی بکار می‌روند. در پایان هر تکرار، مقادیر محاسبه شده همه متغیرها با مقادیر تکرار قبلی آنها مقایسه می‌شوند. اگر میزان اختلاف متغیرها همگی در محدوده دقت تعیین شده باشد، مسأله همگرا شده است. در غیر این صورت باید به تکرار بعدی پرداخت. سرعت همگرائی را اغلب می‌توان با استفاده از ضریب تسریع مناسب α افزایش داد. در این صورت ترتیب تکرار بعدی مطابق زیر خواهد بود:

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \alpha(x_{i\,cal}^{(k+1)} - x_i^{(k)}) \qquad (۶-۱۳)$$

۶-۳-۲ روش نیوتون - رافسون

رایج‌ترین روش حل معادلات جبری غیر خطی همزمان، روش نیوتون - رافسون است. روش نیوتون یک

روش تقریب متوالی[1] است که بر اساس تخمین اولیه مقادیر مجهول و استفاده از بسط سری تیلـور بنـا شده است. فرض کنید حل معادله یک بعدی زیر مد نظر باشد:

$$f(x)=c \qquad (۱۴-۶)$$

اگر $x^{(۰)}$ تخمیـن اولیه از حل مسأله بوده و $\Delta x^{(۰)}$ انحراف کوچکی نسبـت بـه پاسـخ صحیـح باشـد، داریم:

$$f(x^{(۰)}+\Delta x^{(۰)})=c$$

با بسط سری تیلور سمت چپ معادله بالا در اطراف $x^{(۰)}$ خواهیم داشت:

$$f(x^{(۰)})+\left(\frac{df}{dx}\right)^{(۰)}\Delta x^{(۰)}+\frac{۱}{۲!}\left(\frac{d^{۲}f}{dx^{۲}}\right)^{(۰)}(\Delta x^{(۰)})^{۲}+\ldots=c$$

با فرض اینکه $\Delta x^{(۰)}$ خیلی کوچک باشد، می‌توان از جملات مرتبه‌های بالاتر چشم‌پوشی کـرد کـه در این صورت می‌توان نوشت:

$$\Delta c^{(۰)}\simeq\left(\frac{df}{dx}\right)^{(۰)}\Delta x^{(۰)}$$

که در آن:

$$\Delta c^{(۰)}=c-f(x^{(۰)})$$

با افزودن $\Delta x^{(۰)}$ به مقدار تخمین اولیه، تقریب دوم بدست می‌آید:

$$x^{(۱)}=x^{(۰)}+\frac{\Delta c^{(۰)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(۰)}}$$

کاربرد متوالی این روش، الگوریتم نیوتون - رافسون را می‌دهد:

$$\Delta c^{(k)}=c-f\left(x^{(k)}\right) \qquad (۱۵-۶)$$

---

1 - Successive approximation

$$\Delta x^{(k)} = \frac{\Delta c^{(k)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}} \qquad (۱۶-۶)$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)} \qquad (۱۷-۶)$$

معادله (۱۶-۶) را می‌توان به صورت زیر مرتب کرد:

$$\Delta c^{(k)} = j^{(k)}\, \Delta x^{(k)} \qquad (۱۸-۶)$$

که در آن:

$$j^{(k)} = \left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}$$

رابطه (۱۸-۶) نشان می‌دهد که معادله غیر خطی $f(x)-c=0$ با خط مماس بر منحنی در نقطه $x^{(k)}$ تقریب زده می‌شود. بنابراین یک معادله خطی بر حسب تغییرات کوچک متغیرها بدست می‌آید. از تلاقی خط مماس با محور x مقدار $x^{(k+1)}$ بدست می‌آید. این نظریه به صورت ترسیمی در مثال ۶-۴ نشان داده شده است.

مثال ۶-۴ (chp6ex4)

با استفاده از روش نیوتون - رافسون، یکی از ریشه‌های معادله داده شده در مثال ۶-۲ را بدست آورید. تخمین اولیه را $x^{(0)} = 6$ در نظر بگیرید.

فرمان **Plot** از برنامه MATLAB برای رسم $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ در محدوده صفر تا ۶ مطابق شکل ۶-۵ مورد استفاده قرار گرفته است. از تلاقی $f(x)$ با محور x ریشه $f(x)$ بدست می‌آید. با توجه به شکل ۶-۵ دو ریشه معادله ۱ و ۴ هستند. در واقع یک ریشه در $x = 1$ تکرار شده است.

همچنین روش نیوتون - رافسون به صورت ترسیمی در شکل ۶-۵ نشان داده شده است. با شروع از تخمین اولیه $x^{(0)} = 6$ محل تلاقی خط مماس بر منحنی با محور x برون‌یابی شده و به عنوان تقریب بعدی در نظر گرفته می‌شود. این عمل آنقدر ادامه می‌یابد تا مقادیر متوالی x به حد کافی

به‌یکدیگر نزدیک شوند.

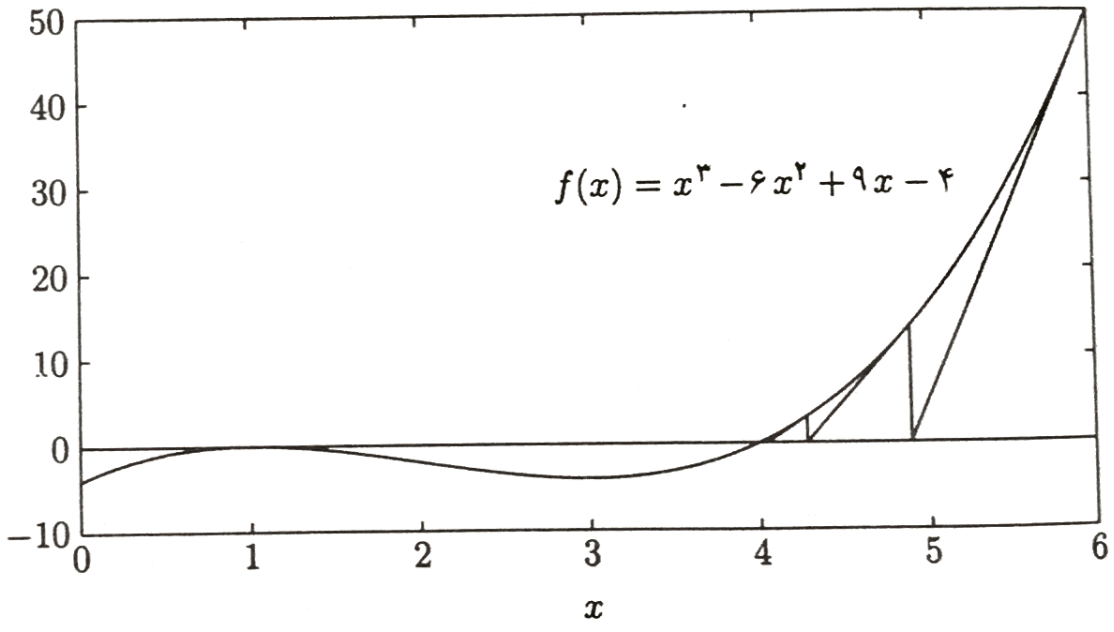
الگوریتم نیوتون - رافسون به صورت تحلیلی در زیر آورده شده است:

$$\frac{df(x)}{dx} = ۳x^{۲} - ۱۲x + ۹$$

$$\Delta c^{(۰)} = c - f(x^{(۰)}) = ۰ - \left[(۶)^{۳} - ۶(۶)^{۲} + ۹(۶) - ۴\right] = -۵۰$$

$$\left(\frac{df}{dx}\right)^{(۰)} = ۳(۶)^{۲} - ۱۲(۶) + ۹ = ۴۵$$

$$\Delta x^{(۰)} = \frac{\Delta c^{(۰)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(۰)}} = \frac{-۵۰}{۴۵} = -۱/۱۱۱۱$$



شکل ۶-۵ شرح ترسیمی الگوریتم نیوتون - رافسون

بنابراین در پایان تکرار اول داریم:

$$x^{(۱)} = x^{(۰)} + \Delta x^{(۰)} = ۶ - ۱/۱۱۱۱ = ۴/۸۸۸۹$$

تکرارهای بعدی منجر به تعیین مقادیر زیر می‌شوند:

$$x^{(۲)} = x^{(۱)} + \Delta x^{(۱)} = ۴/۸۸۸۹ - \frac{۱۳/۴۴۳۱}{۲۲/۰۳۷} = ۴/۲۷۸۹$$

$$x^{(۳)} = x^{(۲)} + \Delta x^{(۲)} = ۴/۲۷۸۹ - \frac{۲/۹۹۸۱}{۱۲/۵۷۹۷} = ۴/۰۴۰۵$$

$$x^{(۴)} = x^{(۳)} + \Delta x^{(۳)} = ۴/۰۴۰۵ - \frac{۰/۳۷۴۸}{۹/۴۹۱۴} = ۴/۰۰۱۱$$

$$x^{(۵)} = x^{(۴)} + \Delta x^{(۴)} = ۴/۰۰۱۱ - \frac{۰/۰۰۹۵}{۹/۰۱۲۶} = ۴/۰۰۰۰$$

ملاحظه می‌شود که همگرائی در روش نیوتون به طور قابل ملاحظه‌ای سریع‌تر از روش گوس - سایدل است. اگر مقدار شروع به اندازه کافی به ریشه معادله نزدیک نباشد، این روش ممکن است در ریشه‌ای غیر از ریشه مورد انتظار همگرا یا حتی واگرا شود.

فرامین زیر شیوه حل معادله داده شده را با روش نیوتون - رافسون نشان می‌دهند:

```
dx=1;          % Change in variable is set to a high value
x=input('Enter initial estimate -> '); % Initial estimate
iter = 0;                              % Iteration counter
disp('iter   Dc         J          dx          x') % Heading
while abs(dx) >= 0.001 & iter < 100  Test for convergence
iter = iter + 1;                       % No. of iterations
Dc = 0 - (x^3 - 6*x^2 + 9*x - 4);              % Residual
J = 3*x^2 - 12*x + 9;                        % Derivative
dx= Dc/J;                              %Change in variable
x=x + dx;                            % Successive solution
fprintf('%g', iter), disp([Dc, J, dx, x])
end
```

نتیجه به صورت زیر خواهد بود:

```
Enter the initial estimate -> 6
iter    Dc          J          dx          x
 1   -50.0000    45.0000    -1.1111     4.8889
```

2	-13.4431	22.0370	-0.6100	4.2789
3	-2.9981	12.5797	-0.2383	4.0405
4	-0.3748	9.4914	-0.0395	4.0011
5	-0.0095	9.0126	-0.0011	4.0000
6	-0.0000	9.0000	-0.0000	4.0000

حال معادلات n بعدی (۶-۱۱) را در نظر بگیرید. بسط سمت چپ این معادله به صورت سری تیلـور در اطراف تخمین‌های اولیه و چشم‌پوشی از جملات مرتبه بالاتر، منجر به روابط زیر می‌شود:

$$(f_1)^{(0)}+\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)}\Delta x_1^{(0)}+\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)}\Delta x_2^{(0)}+\cdots+\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)}\Delta x_n^{(0)}=c_1$$

$$(f_2)^{(0)}+\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)}\Delta x_1^{(0)}+\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)}\Delta x_2^{(0)}+\cdots+\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)}\Delta x_n^{(0)}=c_2$$

$$\vdots$$

$$(f_n)^{(0)}+\left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)}\Delta x_1^{(0)}+\left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)}\Delta x_2^{(0)}+\cdots+\left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)}\Delta x_n^{(0)}=c_n$$

یا به صورت ماتریسی خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} c_1-(f_1)^{(0)} \\ c_2-(f_2)^{(0)} \\ \vdots \\ c_n-(f_n)^{(0)} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

این معادله به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\Delta C^{(k)}=J^{(k)}\Delta X^{(k)}$$

یا

$$\Delta X^{(k)} = \left[J^{(k)}\right]^{-1} \Delta C^{(k)} \qquad (۱۹-۶)$$

و الگوریتم نیوتون - رافسون برای حالت n بُعدی به صورت زیر در می‌آید:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)} \qquad (۲۰-۶)$$

که در آن:

$$\Delta X^{(k)} = \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(k)} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \Delta C^{(k)} = \begin{bmatrix} c_1 - (f_1)^{(k)} \\ c_2 - (f_2)^{(k)} \\ \vdots \\ c_n - (f_n)^{(k)} \end{bmatrix} \qquad (۲۱-۶)$$

$$J^{(k)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(k)} \end{bmatrix} \qquad (۲۲-۶)$$

ماتریس $J^{(k)}$، *ماتریس ژاکوبین*[1] نامیده می‌شود. عناصر این ماتریس مشتقات جزئی هستند که در $x^{(k)}$ ارزیابی می‌گردند. فرض می‌شود که $J^{(k)}$ در هر تکرار دارای معکوس باشد. اعمال روش نیوتون به دستگاه معادلات غیر خطی، مسأله را به حل دستگاه معادلات خطی کاهش می‌دهد تا مقادیری که دقت تخمین‌ها را بهبود می‌دهند تعیین شوند.

حل معادله (۶-۱۹) از طریق معکوس کردن، روش غیر مؤثری است. بدست آوردن معکوس $J^{(k)}$ لزومی ندارد. به جای آن، می‌توان روش مستقیمی را با استفاده از فاکتورگیری مثلثی مرتب شده بهینه بکار گرفت. در MATLAB، حل معادلات خطی همزمان $\Delta C = J\Delta X$ با استفاده از عملگر تقسیم

1 - Jacobian matrix

ماتریسی \ (یعنی $\Delta X = J \backslash \Delta C$)، که مبتنی بر فاکتورگیری مثلثی و حذف گوسی است، انجام می‌شود.

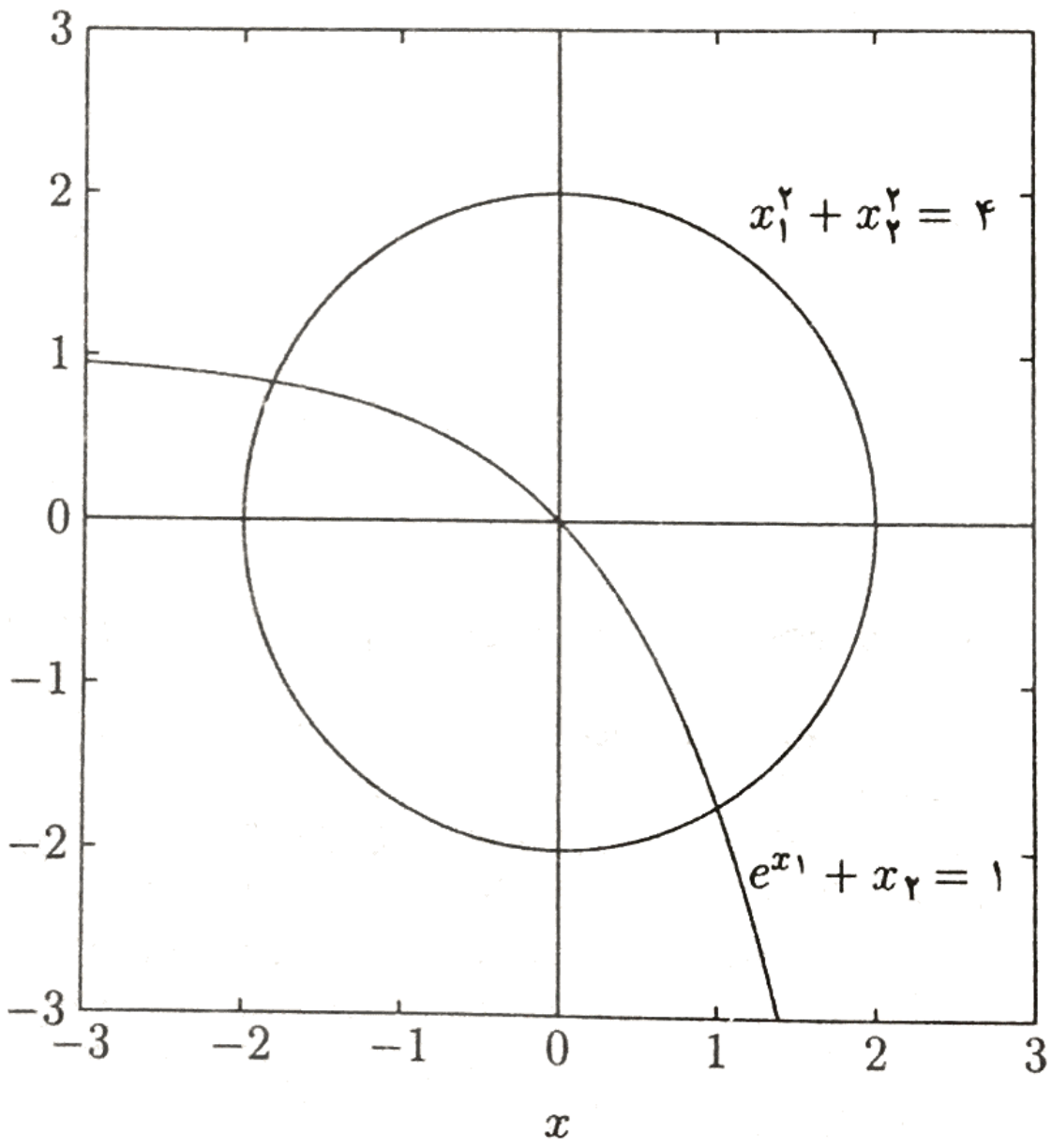
مثال ۶-۵ (chp6ex5)

با استفاده از روش نیوتون - رافسون محل تلاقی منحنی‌های زیر را بدست آورید:

$$x_1^2 + x_2^2 = 4$$

$$e^{x_1} + x_2 = 1$$

پاسخ این سیستم از محل تلاقی دایره $x_1^2 + x_2^2 = 4$ با منحنی $e^{x_1} + x_2 = 1$ به صورت ترسیمی نشان داده شده است. شکل ۶-۶ نشان می‌دهد که این مقادیر در نزدیکی (۱/۷- و ۱) و (۰/۸ و ۱/۸-) می‌باشند.



شکل ۶-۶ ترسیم‌های مثال ۶-۵

با تعیین مشتقات جزئی توابع بالا، ماتریس ژاکوبین به صورت زیر بدست می‌آید:

$$J=\begin{bmatrix} ۲x_۱ & ۲x_۲ \\ e^{x_۱} & ۱ \end{bmatrix}$$

الگوریتم نیوتون - رافسون برای سیستم فوق توسط عبارت‌های زیر ارائه شده است:

```
iter = 0;                                   % Iteration counter
x=input('Enter initial estimates, col. vector[x1;x2]->');
Dx = [1; 1];  % Change in variable is set to a high value
C=[4; 1];
disp('Iter   DC       Jacobian matrix        Dx         x');
                                          % Heading for results
while max(abs(Dx)) >= 0.0001 & iter <10 %Convergence test
iter=iter+1;                                % Iteration counter
f = [x(1)^2+x(2)^2;  exp(x(1))+x(2)];              % Functions
DC = C - f;                                        % Residuals
J = [2*x(1)      2*x(2)                      % Jacobian matrix
    exp(x(1))        1];
Dx=J\DC;                                  % Change in variables
x=x+Dx;                                  % Successive solutions
fprintf('%g', iter), disp([DC, J, Dx, x])          % Results
end
```

هنگام اجرای برنامه، از کاربر درخواست می‌شود تخمین اولیه را وارد کند. چنانچه تخمین اولیه [۱- ؛ ۰/۵] مورد استفاده قرار گیرد، داریم:

Enter Initial estimates, col. vector $[x_1;\ x_2] \rightarrow [0.5;\ -1]$

Iter	ΔC	Jacobian matrix		Δx	x
1	2.7500	1.0000	-2.0000	0.8034	1.3034
	0.3513	1.6487	1.0000	-0.9733	-1.9733
2	-1.5928	2.6068	-3.9466	-0.2561	1.0473
	-0.7085	3.6818	1.0000	0.2344	-1.7389
3	-0.1205	2.0946	-3.4778	-0.0422	1.0051
	-0.1111	2.8499	1.0000	0.0092	-1.7296
4	-0.0019	2.0102	-3.4593	-0.0009	1.0042
	-0.0025	2.7321	1.0000	0.0000	-1.7296
5	-0.0000	2.0083	-3.4593	-0.0000	1.0042
	-0.0000	2.7296	1.0000	-0.0000	-1.7296

پس از ۵ تکرار، مسأله در $x_1 = ۱/۰۰۴۲$ و $x_2 = -۱/۷۲۹۶$ همگرا می‌شود که تا چهار رقم اعشار دقت دارد. با شروع از تخمین اولیه [۱؛ ۰/۵-] ، که به نقطه تلاقی دیگر نزدیک‌تر است، پاسخ‌های $x_1 = -۱/۸۱۶۳$ و $x_2 = ۰/۸۳۷۴$ بدست می‌آیند.

مثال ۶-۶ (chp6ex6)

با شروع از مقادیر $x_1 = ۱$، $x_2 = ۱$ و $x_3 = ۱$ سیستم معادلات زیر را با استفاده از روش نیوتون - رافسون حل کنید:

$$x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = ۱۱$$

$$x_1 x_2 + x_2^2 - ۳x_3 = ۳$$

$$x_1 - x_1 x_3 + x_2 x_3 = ۶$$

با بدست آوردن مشتقات جزئی توابع فوق، ماتریس ژاکوبین عبارتست از:

$$J = \begin{bmatrix} ۲x_1 & -۲x_2 & ۲x_3 \\ x_2 & x_1 + ۲x_2 & -۳ \\ ۱ - x_3 & x_3 & -x_1 + x_2 \end{bmatrix}$$

با استفاده از عبارت‌های زیر، می‌توان سیستم معادلات داده شده را توسط الگوریتم نیوتون - رافسون حل کرد:

```
Dx=[10;10;10]; %Change in variable is set to a high value
x=[1; 1; 1];                                  % Initial estimate
C=[11; 3; 6];
iter = 0;                                     % Iteration counter
while max(abs(Dx))>=.0001 & iter<10;%Test for convergence
iter = iter + 1                               % No. of iterations
F = [x(1)^2-x(2)^2+x(3)^2                             % Functions
     x(1)*x(2)+x(2)^2-3*x(3)
     x(1)-x(1)*x(3)+x(2)*x(3)];
DC =C - F                                             % Residuals
J = [2*x(1)  -2*x(2)      2*x(3)          % Jacobian matrix
     x(2)    x(1)+2*x(2)  -3
     1-x(3)  x(3)         -x(1)+x(2)]
```

```
Dx=J\DC                          %Change in variable
x=x+Dx                         % Successive solution
end
```

نتایج برنامه برای تکرار اول عبارتست از:

```
DC =                J =
    10                  2    -2     2
     4                  1     3    -3
     5                  0     1     0
Dx =                x =
    4.750               5.750
    5.000               6.000
    5.250               6.250
```

پس از ۶ تکرار، مسأله در $x_1 = ۲/۰۰۰۰$ ، $x_2 = ۳/۰۰۰۰$ و $x_3 = ۴/۰۰۰۰$ همگرا می‌شود.

چنانچه تخمین اولیه نزدیک یکی از ریشه‌ها باشد، روش نیوتون دارای مزیت همگرائی مرتبه دوم است. به هرحال، ارزیابی‌های بیشتری از توابع مربوط در حین هر تکرار مورد نیاز است. محدودیت خیلی مهم این روش آنست که معمولاً همگرائی با شروع از نقطه دلخواه حاصل نمی‌شود.

۶-۴ حل پخش بار

مطالعات پخش توان، که معمولاً *پخش‌بار* نامیده می‌شود، بخش مهمی از تجزیه و تحلیل سیستم قدرت را تشکیل می‌دهد. این پخش بارها برای طراحی سیستم، برنامه‌ریزی اقتصادی، کنترل سیستم موجود و همچنین برنامه‌ریزی توسعه آینده سیستم ضروری می‌باشند. مسأله شامل تعیین اندازه و زاویه ولتاژها در هر شین و توان‌های اکتیو و راکتیو عبوری از هر خط است.

در حل مسأله پخش‌بار، فرض می‌شود که سیستم در شرایط متقارن کار می‌کند. بنابراین از مدل یک فاز استفاده می‌شود. در هر شین چهار کمیت با هم ارتباط دارند که عبارتند از: اندازه ولتاژ $|V|$، زاویه فاز δ، توان اکتیو P و توان راکتیو Q. شین‌های سیستم معمولاً به سه نوع دسته‌بندی می‌شوند:

شین مرجع: یکی از شین‌ها که *شین شناور*[1] *یا شین نوسان*[2] نام دارد به عنوان مرجع[3] انتخاب می‌گردد که در آن اندازه و زاویه فاز ولتاژ معلوم است. این شین اختلاف میان بارهای برنامه‌ریزی شده و توان‌های تولید شده را، که به علت تلفات شبکه بوجود می‌آید، جبران می‌کند.

شین‌های بار[4]: در این شین‌ها توان‌های اکتیو و راکتیو معلوم و اندازه و زاویه فاز ولتاژ آنها مجهول می‌باشند. این شین‌ها به شین‌های PQ موسوم هستند.

شین‌های تنظیم شده[5]: این شین‌ها، شین‌های دارای ژنراتور هستند که به *شین‌های با ولتاژ کنترل شده*[6] نیز موسوم‌اند. در این شین‌ها، توان اکتیو و اندازه ولتاژ معلوم هستند. زاویه فاز ولتاژها و توان‌های راکتیو باید محاسبه شوند. حدود بالا و پائین مقادیر توان راکتیو نیز معلوم می‌باشند. این شین‌ها، شین‌های PV نیز نامیده می‌شوند.

۶-۴-۱ معادله پخش‌بار

یک شین نوعی را در شبکه سیستم قدرتی مطابق شکل ۶-۷ درنظر بگیرید. خطوط انتقال با مدل معادل π نشان داده شده است که در آنها امپدانس‌ها به ادمیتانس‌ها برحسب pu در مبنای مشترک MVA تبدیل شده‌اند.

با اعمال KCL به این شین داریم:

$$I_i = y_{i0}V_i + y_{i1}(V_i - V_1) + y_{i2}(V_i - V_2) + \cdots + y_{in}(V_i - V_n)$$

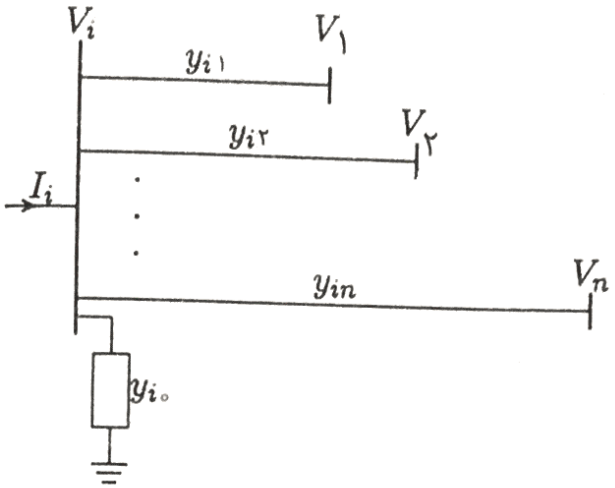
$$= (y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} + \cdots + y_{in})V_i - y_{i1}V_1 - y_{i2}V_2 - \cdots - y_{in}V_n \qquad (۲۳-۶)$$

یا

$$I_i = V_i \sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij}V_j \qquad j \neq i \qquad (۲۴-۶)$$

---

1 - Slack bus
2 - Swing bus
3 -Reference
4 - Load buses
5 - Regulated buses
6 - Voltage - controlled buses



شکل ۶-۷ یک شین نوعی از سیستم قدرت

توان‌های اکتیو و راکتیو در این شین عبارتند از:

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* \qquad (۲۵-۶)$$

یا

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \qquad (۲۶-۶)$$

با جایگزینی I_i از رابطه اخیر در (۶-۲۴) خواهیم داشت:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i \sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j \qquad j \neq i \qquad (۲۷-۶)$$

با توجه به رابطه بالا، فرمول‌بندی ریاضی مسأله پخش‌بار منجر به یک سیستم معادلات جبری غیرخطی می‌گردد که باید با روش‌های تکراری حل شود.

۶-۵ حل پخش‌بار با روش گوس - سایدل

در مطالعه پخش‌بار، لازم است یک سری معادلات غیرخطی را که با رابطه (۶-۲۷) ارائه شده‌اند برای دو

متغیر مجهول در هر گره حل کرد. در روش گوس- سایدل، برای تعیین V_i از معادله (۶-۲۷) استفاده نموده و با در نظر گرفتن ترتیب تکرارها داریم:

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \sum y_{ij} V_j^{(k)}}{\sum y_{ij}} \qquad j \neq i \qquad (۶-۲۸)$$

که در آن y_{ij} (که با حروف کوچک نشان داده شده است) ادمیتانس واقعی و مقادیر P_i^{sch} و Q_i^{sch} توان‌های اکتیو و راکتیو بر حسب pu می‌باشند. هنگام نوشتن KCL، جریان ورودی به شین مثبت فرض می‌شود. بنابراین، در شین‌هائی که توان‌های اکتیو و راکتیو به آنها تزریق می‌شود، مانند شین‌های دارای ژنراتور، P_i^{sch} و Q_i^{sch} دارای مقادیر مثبت هستند. در شین‌های بار که در آنها توان‌های اکتیو و راکتیو از شین دور می‌شوند P_i^{sch} و Q_i^{sch} دارای مقادیر منفی می‌باشند. اگر معادله (۶-۲۷) برای محاسبه P_i و Q_i بکار رود، خواهیم داشت:

$$P_i^{(k+1)} = \Re\left\{V_i^{*(k)}\left[V_i^{(k)}\sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j^{(k)}\right]\right\} \qquad j \neq i \qquad (۶-۲۹)$$

$$Q_i^{(k+1)} = -\Im\left\{V_i^{*(k)}\left[V_i^{(k)}\sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j^{(k)}\right]\right\} \qquad j \neq i \qquad (۶-۳۰)$$

معادله پخش بار معمولاً برحسب عناصر ماتریس ادمیتانس شین[1] بیان می‌شود. از آنجائی که هر یک از عناصر غیر قطری ماتریس ادمیتانس شین Y_{bus} (که با حروف بزرگ نشان داده می‌شود) $Y_{ij} = -y_{ij}$ بوده و هر یک از عناصر قطری $Y_{ii} = \sum y_{ij}$ می‌باشد، معادله (۶-۲۸) به صورت زیر خواهد بود:

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(k)}}{Y_{ii}} \qquad (۶-۳۱)$$

1 - Bus admittance matrix

$$P_i^{(k+1)} = \Re\left\{V_i^{*(k)}\left[V_i^{(k)}Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} Y_{ij}V_j^{(k)}\right]\right\} \qquad j\neq i \qquad (۳۲-۶)$$

$$Q_i^{(k+1)} = -\Im\left\{V_i^{*(k)}\left[V_i^{(k)}Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} Y_{ij}V_j^{(k)}\right]\right\} \qquad j\neq i \qquad (۳۳-۶)$$

عنصر Y_{ii} شامل ادمیتانس موازی مربوط به سوسپتانس[1] باردهی خط[2] و هرادمیتانس ثابت دیگری که به زمین متصل است نیز می‌باشد. در بخش ۶-۷، مدلی برای ترانسفورماتورهای با نسبت تبدیل غیر اسمی[3] ارائه شده که اثر تنظیم تپ ترانسفورماتور را نیز منظور نموده است.

از آنجائی که هر دو مؤلفه ولتاژ در شین مرجع معلوم است، تعداد معادلات $2(n-1)$ می‌باشد که باید با یکی از روش‌های تکراری حل شوند. در شرایط بهره‌برداری عادی، اندازه ولتاژ شین‌ها حدود pu ۱ یا نزدیک اندازه ولتاژ شین مرجع است. اندازه ولتاژ در شین‌های بار کمی کوچکتر از مقدار شین مرجع، بسته به تقاضای توان راکتیو، می‌باشد در حالی که ولتاژ تعیین شده در شین‌های دارای ژنراتور کمی بزرگتر است. همچنین زاویه فاز شین‌های بار، بسته به میزان تقاضای توان اکتیو، کمتر از زاویه مرجع است در صورتی که زاویه فاز شین‌های دارای ژنراتور، بسته به مقدار توان اکتیو عبوری از شین، ممکن است بیشتر از مقدار مرجع باشد. بنابراین در روش گوس- سایدل، تخمین ولتاژ اولیه $1/0+j0/0$ برای ولتاژهای مجهول مناسب است و پاسخ حاصل از همگرائی با حالت واقعی عملکرد مرتبط می‌باشد.

در شین‌های PQ ، توان‌های اکتیو و راکتیو P_i^{sch} و Q_i^{sch} معلوم هستند. با شروع از یک تخمین اولیه، مؤلفه‌های حقیقی و موهومی ولتاژ از معادله (۶-۳۱) بدست می‌آیند. در شین‌های با ولتاژ کنترل شده (شین‌های PV) که در آنها P_i^{sch} و $|V_i|$ معلوم هستند، ابتدا $Q_i^{(k+1)}$ از معادله (۶-۳۳) بدست آمده و سپس در رابطه (۶-۳۱) قرار داده می‌شود تا $V_i^{(k+1)}$ محاسبه شود. در هر صورت، چون $|V_i|$ معلوم است، فقط قسمت موهومی $V_i^{(k+1)}$ نگه داشته می‌شود و قسمت حقیقی آن برای برقراری رابطه زیر انتخاب می‌شود:

1 - Susceptance
2 - Line charging
3 - Off - nominal ratio

$$\left(e_i^{(k+1)}\right)^2 + \left(f_i^{(k+1)}\right)^2 = \left|V_i\right|^2 \qquad (۳۴-۶)$$

یا:

$$e_i^{(k+1)} = \sqrt{\left|V_i\right|^2 - \left(f_i^{(k+1)}\right)^2} \qquad (۳۵-۶)$$

که در آن $e_i^{(k+1)}$ و $f_i^{(k+1)}$ به ترتیب مؤلفه‌های حقیقی و موهومی ولتاژ $V_i^{(k+1)}$ در تکرارهای متوالی می‌باشند.

سرعت همگرائی با اعمال ضریب تسریع به پاسخ تقریبی بدست آمده از هر تکرار به صورت زیر افزایش می‌یابد:

$$V_i^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha\left(V_{i\,cal}^{(k)} - V_i^{(k)}\right) \qquad (۳۶-۶)$$

که در آن α ضریب تسریع بوده و مقدار آن به اندازه سیستم بستگی دارد. تجربه نشان داده است که محدوده ۱/۳ تا ۱/۷ برای سیستم‌های نوعی رضایت‌بخش است.

ولتاژهای به هنگام شده در حل معادلات بعدی بلافاصله جایگزین مقادیر قبلی می‌شوند. این فرآیند آن قدر ادامه می‌یابد تا اختلاف مؤلفه‌های حقیقی و موهومی ولتاژ شین‌ها در دو تکرار متوالی در محدوده دقت تعیین شده قرار گیرد، یعنی:

$$\left|e_i^{(k+1)} - e_i^{(k)}\right| \le \varepsilon \qquad (۳۷-۶)$$

$$\left|f_i^{(k+1)} - f_i^{(k)}\right| \le \varepsilon$$

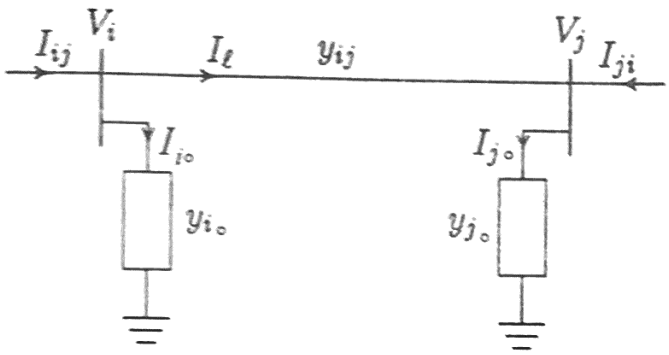
برای آنکه عدم تطابق توان به اندازه کافی کوچک و قابل قبول باشد، باید تلرانس کوچکی را برای هر دو مؤلفه ولتاژ تعیین کرد. دقت ولتاژ در محدوده ۰/۰۰۰۰۱ pu تا ۰/۰۰۰۰۵ pu رضایت بخش است. در عمل روش تشخیص پایان محاسبات به شاخص دقت مورد نظر برای عدم تطابق توان بستگی دارد. این تکرارها آن قدر ادامه می‌یابند تا اندازه بزرگترین عنصر در ستون‌های ΔP و ΔQ کمتر از مقدار تعیین شده شود. مقدار نوعی دقت در عدم تطابق توان ۰/۰۰۱ pu است.

پس از حصول همگرائی، توان‌های خالص اکتیو و راکتیو در شین مرجع از معادلات (۶-۳۲) و (۶-۳۳) محاسبه می‌شود.

۶-۶ پخش توان و تلفات در خط انتقال

پس از حل تکراری ولتاژ شین‌ها، گام بعدی محاسبه پخش توان و تلفات در خطوط انتقال است. خط انتقالی را که به دو شین i و j متصل است مطابق شکل ۶-۸ در نظر بگیرید. جریان خط I_{ij}، که در شین i اندازه‌گیری شده و در جهت $i \rightarrow j$ مثبت تعریف می‌شود، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$I_{ij} = I_\ell + I_{i0} = y_{ij}(V_i - V_j) + y_{i0}V_i \qquad (۳۸-۶)$$



شکل ۶-۸ مدل خط انتقال برای محاسبه پخش توان

به طور مشابه، جریان خط I_{ji} که در شین j اندازه‌گیری شده و در جهت $j \rightarrow i$ مثبت تعریف می‌شود برابر است با:

$$I_{ji} = -I_\ell + I_{j0} = y_{ij}(V_j - V_i) + y_{j0}V_j \qquad (۳۹-۶)$$

توان‌های مختلط S_{ij} از شین i به j، و S_{ji} از شین j به i عبارتند از:

$$S_{ij} = V_i I_{ij}^* \qquad (۴۰-۶)$$

$$S_{ji} = V_j I_{ji}^* \qquad (۴۱-۶)$$

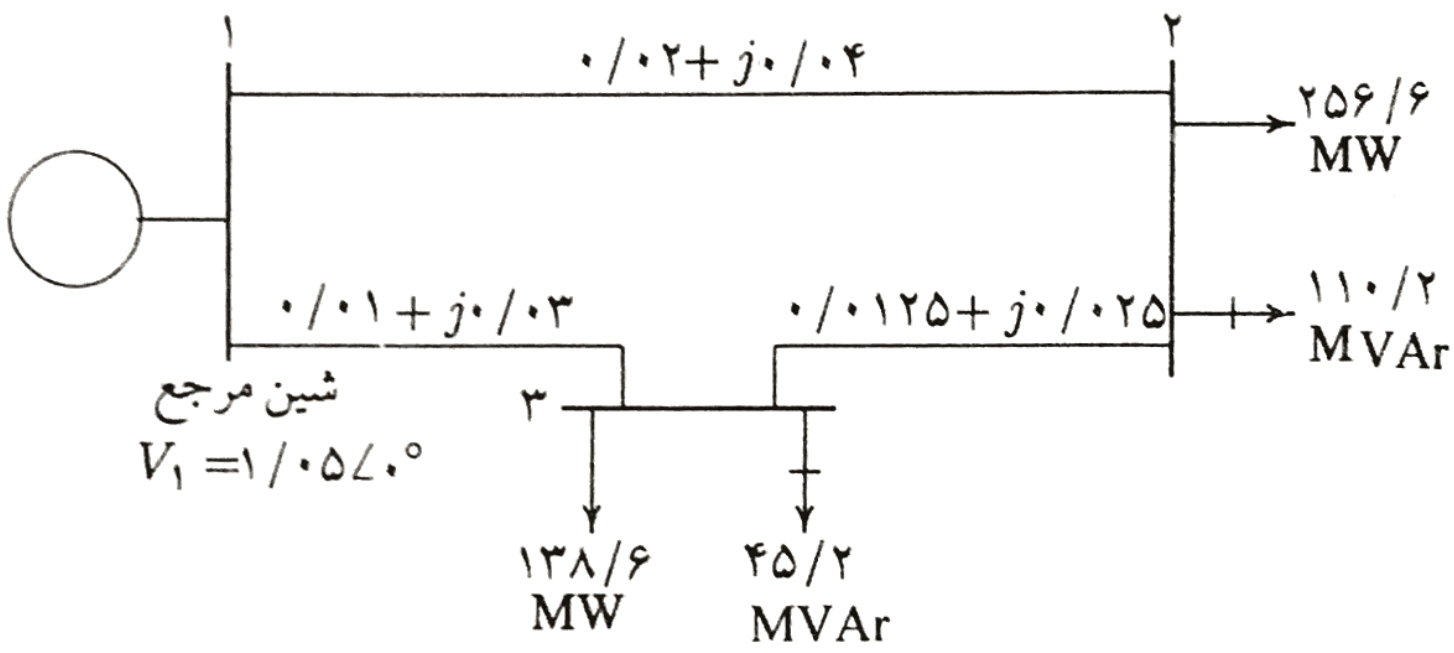
تلفات توان درخط i-j از جمع توان‌های جاری، که از روابط (۶-۴۰) و (۶-۴۱) تعیین می‌شوند، بدست می‌آید. یعنی:

$$S_{Lij} = S_{ij} + S_{ji} \qquad (۴۲-۶)$$

حل پخش بار با استفاده از روش گوس - سایدل در دو مثال بعدی تشریح شده است.

مثال ۶-۷ (chp6ex7)

شکل ۶-۹ نمایش تک خطی یک سیستم قدرت ساده با سه شین را نشان می‌دهد که در آن شین ۱ تولید کننده توان است. اندازه ولتاژ در شین ۱ در ۱/۰۵ pu تنظیم شده است. بارهای برنامه‌ریزی شده برای شین‌های ۲ و ۳ در شکل مشخص شده‌اند. امپدانس خطوط بر حسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA داده شده و از سوسپتانس باردهی خطوط چشم‌پوشی شده است.



شکل ۶-۹ نمایش تک خطی مثال ۶-۷ (امپدانس‌ها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA)

(الف) با استفاده از روش گوس - سایدل، مقادیر فازوری ولتاژ را در شین‌های ۲ و ۳ (شین‌های PQ) با تقریب چهار رقم اعشار بدست آورید.

(ب) توان‌های اکتیو و راکتیو شین مرجع را محاسبه کنید.

(پ) پخش توان و تلفات خطوط را تعیین نمائید. نمایش پخش توان را، که نشان دهنده جهت پخش توان در خطوط است، ارائه نمائید.

(الف) با تبدیل امپداس خطوط به ادمیتانس‌ها، داریم:

$$y_{۱۲}=\frac{۱}{۰/۰۲+j۰/۰۴}=۱۰-j۲۰$$

به همین ترتیب خواهیم داشت:

$$y_{۱۳}=۱۰-j۳۰$$

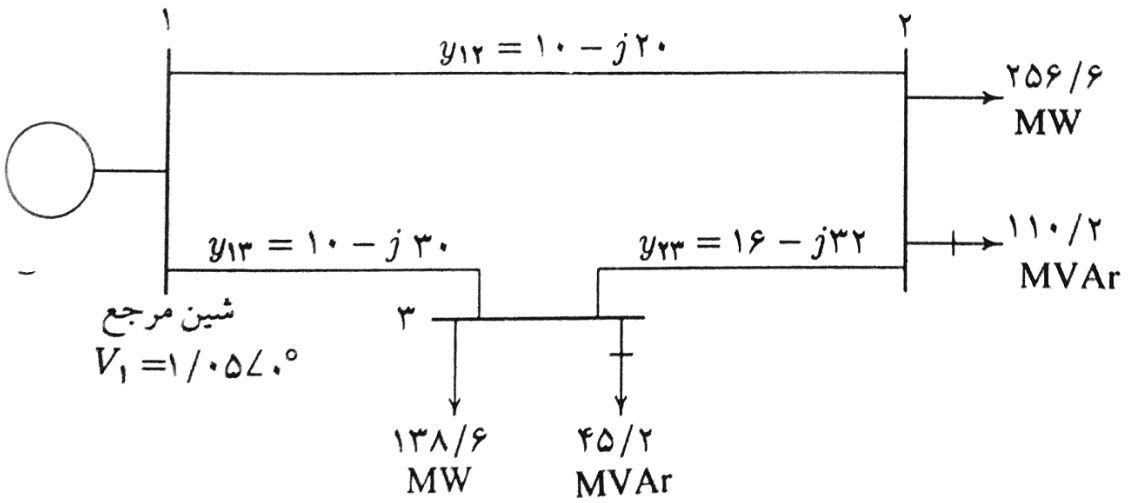
$$y_{۲۳}=۱۶-j۳۲$$

این ادمیتانس‌ها روی شبکه نشان داده شده در شکل ۶-۱۰ نوشته شده‌اند. در شین‌های PQ، بارهای مختلط بر حسب pu بوده و عبارتند از:

$$S_{۲}^{sch}=-\frac{(۲۵۶/۶+j۱۱۰/۲)}{۱۰۰}=-۲/۵۶۶-j۱/۱۰۲ \quad \text{pu}$$

$$S_{۳}^{sch}=-\frac{(۱۳۸/۶+j۴۵/۲)}{۱۰۰}=-۱/۳۸۶-j۰/۴۵۲ \quad \text{pu}$$

از آنجائی که ادمیتانس‌های واقعی در شکل ۶-۱۰ به سادگی در دسترس هستند، برای محاسبات



شکل ۶-۱۰ نمایش تک خطی مثال ۶-۷ (ادمیتانس‌ها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA)

دستی از معادله (۶-۲۸) استفاده می‌شود. شین ۱ به عنوان شین مرجع در نظر گرفته شده است. با

شروع از تخمین اولیه $V_2^{(0)} = 1.0 + j0.0$ و $V_3^{(0)} = 1.0 + j0.0$ با استفاده از معادله (۶-۲۸)، V_2 و V_3 به شرح زیر محاسبه می‌شوند:

$$V_2^{(1)} = \frac{\dfrac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^{*(0)}} + y_{12}V_1 + y_{23}V_3^{(0)}}{y_{12} + y_{23}}$$

$$= \frac{\dfrac{-2.566 + j1.102}{1.0 - j0} + (10 - j20)(1.05 + j0) + (16 - j32)(1.0 + j0)}{(26 - j52)}$$

$$= 0.9825 - j0.0310$$

$$V_3^{(1)} = \frac{\dfrac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^{*(0)}} + y_{13}V_1 + y_{23}V_2^{(1)}}{y_{13} + y_{23}}$$

$$= \frac{\dfrac{-1.386 + j0.452}{1 - j0} + (10 - j30)(1.05 + j0) + (16 - j32)(0.9825 - j0.0310)}{(26 - j62)}$$

$$= 1.0011 - j0.0353$$

برای تکرار دوم، داریم:

$$V_2^{(2)} = \frac{\dfrac{-2.566 + j1.102}{0.9825 + j0.0310} + (10 - j20)(1.05 + j0) + (16 - j32)(1.0011 - j0.0353)}{(26 - j52)}$$

$$= 0.9816 - j0.0520$$

$$V_3^{(2)} = \frac{\dfrac{-1/386 + j0/452}{1/0011 + j0/0353} + (10 - j30)(1/05 + j0) + (16 - j32)(0/9816 - j0/052)}{(26 - j52)}$$

$$= 1/0008 - j0/0459$$

این فرآیند ادامه یافته و پاسخ با در نظر گرفتن دقت 5×10^{-5} pu درتکرار هفتم و با بدست آمدن مقادیر زیر همگرا می‌شود:

$$V_2^{(3)} = 0/9808 - j0/0578 \qquad V_3^{(3)} = 1/0004 - j0/0488$$

$$V_2^{(4)} = 0/9803 - j0/0594 \qquad V_3^{(4)} = 1/0002 - j0/0497$$

$$V_2^{(5)} = 0/9801 - j0/0598 \qquad V_3^{(5)} = 1/0001 - j0/0499$$

$$V_2^{(6)} = 0/9801 - j0/0599 \qquad V_3^{(6)} = 1/0000 - j0/0500$$

$$V_2^{(7)} = 0/9800 - j0/0600 \qquad V_3^{(7)} = 1/0000 - j0/0500$$

پاسخ نهائی به صورت زیر است:

$$V_2 = 0/9800 - j0/0600 = 0/98183 \angle -3/5035^\circ \quad \text{pu}$$

$$V_3 = 1/0000 - j0/0500 = 1/00125 \angle -2/8624^\circ \quad \text{pu}$$

(ب) با بدست آمدن ولتاژ در همه شین‌ها، توان شین مرجع با استفاده از رابطه (۶-۲۷) برابر است با:

$$P_1 - jQ_1 = V_1^* \left[V_1 (y_{12} + y_{13}) - (y_{12} V_2 + y_{13} V_3) \right]$$

$$= 1/05 [1/05(20 - j50) - (10 - j20)(0/98 - j/06)$$

$$- (10 - j30)(1/0 - j0/05)]$$

$$= 4/095 - j1/890$$

به عبارت دیگر، توان‌های اکتیو و راکتیو شین مرجع عبارتند از:

$$P_1 = ۴/۰۹۵ \text{ pu} = ۴۰۹/۵ \quad \text{MW}$$

$$Q_1 = ۱/۸۹۰ \text{ pu} = ۱۸۹ \quad \text{MVAr}$$

(پ) برای تعیین پخش توان در خطوط، ابتدا باید جریان خطوط را محاسبه کرد. با چشم‌پوشی از ظرفیت خازنی باردهی، جریان خطوط مطابق زیر بدست می‌آیند:

$$I_{12} = y_{12}(V_1 - V_2) = (۱۰ - j۲۰)[(۱/۰۵ + j۰) - (۰/۹۸ - j۰/۰۶)] = ۱/۹ - j۰/۸$$

$$I_{21} = -I_{12} = -۱/۹ + j۰/۸$$

$$I_{13} = y_{13}(V_1 - V_3) = (۱۰ - j۳۰)[(۱/۰۵ + j۰) - (۱/۰ - j۰/۰۵)] = ۲/۰ - j۱/۰$$

$$I_{31} = -I_{13} = -۲/۰ + j۱/۰$$

$$I_{23} = y_{23}(V_2 - V_3) = (۱۶ - j۳۲)[(۰/۹۸ + j۰/۰۶) - (۱ - j۰/۰۵)] = -۰/۶۴ + j۰/۴۸$$

$$I_{32} = -I_{23} = ۰/۶۴ - j۰/۴۸$$

پخش توان‌ها در خطوط عبارتند از:

$$S_{12} = V_1 I_{12}^* = (۱/۰۵ + j۰/۰)(۱/۹ + j۰/۸) = ۱/۹۹۵ + j۰/۸۴ \quad \text{pu}$$

$$= ۱۹۹/۵ \text{MW} + j۸۴/۰ \text{MVAr}$$

$$S_{21} = V_2 I_{21}^* = (۰/۹۸ - j۰/۰۶)(-۱/۹ - j۰/۸) = -۱/۹۱ - j۰/۶۷ \quad \text{pu}$$

$$= -۱۹۱/۰ \text{MW} - j۶۷/۰ \text{MVAr}$$

$$S_{13} = V_1 I_{13}^* = (۱/۰۵ + j۰/۰)(۲/۰ + j۱/۰) = ۲/۱ + j۱/۰۵ \quad \text{pu}$$

$$= ۲۱۰/۰ \text{MW} + j۱۰۵/۰ \text{MVAr}$$

$$S_{31} = V_3 I_{31}^* = (۱/۰ - j۰/۰۵)(-۲/۰ - j۱/۰) = -۲/۰۵ - j۰/۹۰ \quad \text{pu}$$

$$= -۲۰۵/۰ \text{MW} \; - j۹۰/۰ \text{ MVAr}$$

$$S_{۲۳} = V_۲ I_{۲۳}^* = (۰/۹۸ - j۰/۰۶)(-۰/۶۵۶ + j۰/۴۸) = -۰/۶۵۶ - j۰/۴۳۲ \quad \text{pu}$$

$$= -۶۵/۶ \text{MW} - \; j۴۳/۲ \text{ MVAr}$$

$$S_{۳۲} = V_۳ I_{۳۲}^* = (۱/۰ - j۰/۰۵)(۰/۶۴ + j۰/۴۸) = ۰/۶۶۴ + j۰/۴۴۸ \quad \text{pu}$$

$$= ۶۶/۴ \text{MW} + \; j۴۴/۸ \text{ MVAr}$$

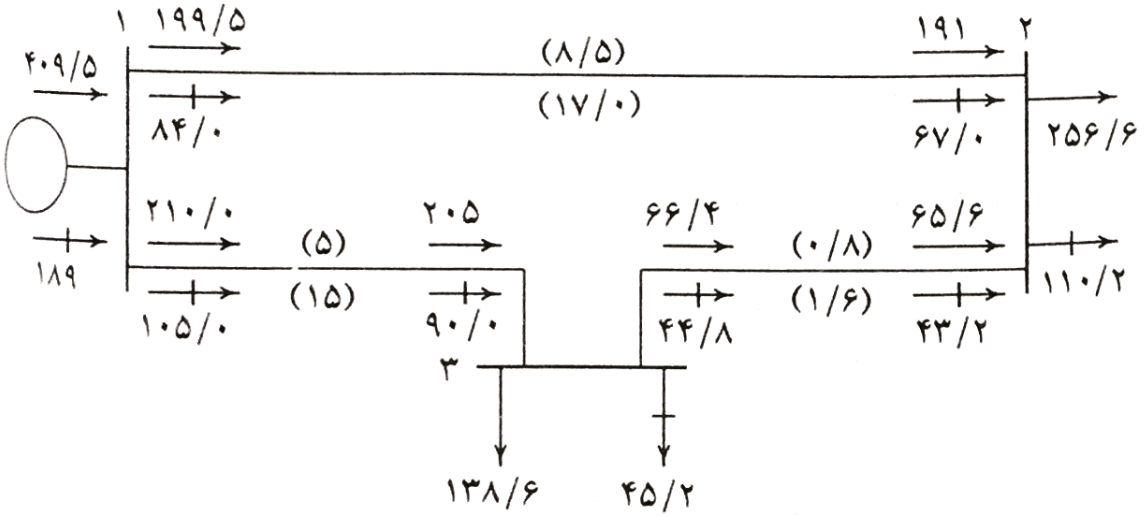
و تلفات خطوط نیز به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$S_{L۱۲} = S_{۱۲} + S_{۲۱} = ۸/۵ \text{ MW} = j۱۷/۰ \text{ MVAr}$$

$$S_{L۱۳} = S_{۱۳} + S_{۳۱} = ۵/۰ \text{ MW} = j۱۵/۰ \text{ MVAr}$$

$$S_{L۲۳} = S_{۲۳} + S_{۳۲} = ۰/۸ \text{MW} = j۱/۶۰ \text{ MVAr}$$

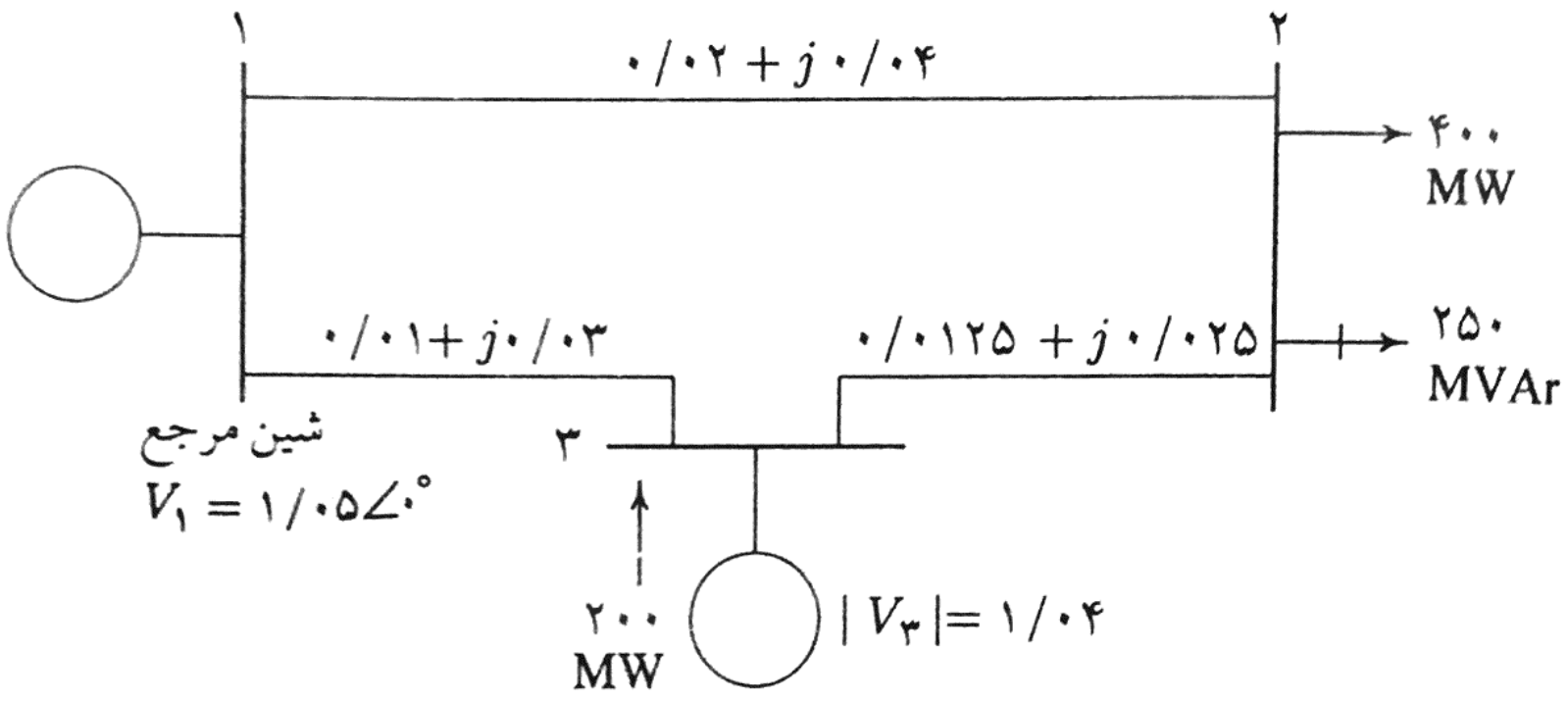
نمایش پخش توان‌ها در شکل ۶-۱۱ ارائه شده است که در آن جهت توان‌های اکتیو با → و جهت توان‌های راکتیو با ↠ نشان داده شده‌اند. مقادیر داخل پرانتزها تلفات حقیقی و موهومی در خط می‌باشند.



شکل ۶-۱۱ نمایش پخش توان برای مثال ۶-۷ (توان‌ها برحسب MW و MVAr)

مثال ۶-۸ (chp6ex8)

در شکل ۶-۱۲ نمایش تک خطی یک سیستم قدرت ساده با سه شین ارائه شده است که در آن شین‌های ۱ و ۳ دارای ژنراتور هستند. اندازه ولتاژ شین ۱ در مقدار ۱/۰۵ pu تنظیم شده است. اندازه ولتاژ شین ۳ نیز در ۱/۰۴ pu تثبیت شده و قدرت تولیدی این شین ۲۰۰ MW است. بار شین ۲ توان ۴۰۰ MW و ۲۵۰ MVAr مصرف می‌کند. امپدانس خطوط بر حسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA مشخص شده و از سوسپتانس باردهی خط چشم‌پوشی شده است. با استفاده از روش گوس - سایدل، مسأله پخش بار را حل کرده و پخش توان و تلفات در خطوط را بدست آورید.



شکل ۶-۱۲ نمایش تک خطی مثال ۶-۸

(امپدانس‌ها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA)

با تبدیل امپدانس خطوط به ادمیتانس‌ها، داریم:

$$y_{12} = 10 - j20$$

$$y_{13} = 10 - j30$$

$$y_{23} = 16 - j32$$

توان‌های بار و تولید برحسب pu عبارتند از:

$$S_{۲}^{sch}=-\frac{(۴۰۰+j۲۵۰)}{۱۰۰}=-۴/۰-j۲/۵ \qquad \text{pu}$$

$$P_{۳}^{sch}=\frac{۲۰۰}{۱۰۰}=۲/۰ \qquad \text{pu}$$

شین ۱ به عنوان شین مرجع در نظر گرفته شده است. با شروع از تخمین اولیه $V_{۲}^{(۰)}=۱/۰+j۰/۰$ و $V_{۳}^{(۰)}=۱/۰۴+j۰/۰$، ولتاژهای $V_{۲}$ و $V_{۳}$ با استفاده از معادله (۶-۲۸) مطابق زیر محاسبه می‌شوند:

$$V_{۲}^{(۱)}=\frac{\dfrac{P_{۲}^{sch}-jQ_{۲}^{sch}}{V_{۲}^{*(۰)}}+y_{۱۲}V_{۱}+y_{۲۳}V_{۳}^{(۰)}}{y_{۱۲}+y_{۲۳}}$$

$$=\frac{\dfrac{-۴/۰+j۲/۵}{۱/۰-j۰}+(۱۰-j۲۰)(۱/۰۵+j۰)+(۱۶-j۳۲)(۱/۰۴+j۰)}{(۲۶-j۵۲)}$$

$$=۰/۹۷۴۶۲-j۰/۰۴۲۳۰۷$$

شین ۳ یک شین تنظیم شده است که در آن اندازه ولتاژ و توان حقیقی معلوم می‌باشند. برای شین با ولتاژ کنترل شده، ابتدا توان راکتیو از رابطه (۶-۳۰) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q_{۳}^{(۱)}=-\Im\left\{V_{۳}^{*(۰)}\left[V_{۳}^{(۰)}(y_{۱۳}+y_{۲۳})-y_{۱۳}V_{۱}-y_{۲۳}V_{۲}^{(۱)}\right]\right\}$$

$$=-\Im\{(۱/۰۴-j۰)[(۱/۰۴+j۰)(۲۶-j۶۲)-(۱۰-j۳۰)(۱/۰۵+j۰)$$

$$-(۱۶-j۳۲)(۰/۹۷۴۶۲-j۰/۰۴۲۳۰۷)]\}$$

$$=۱/۱۶$$

مقدار $Q_{۳}^{(۱)}$ به عنوان $Q_{۳}^{sch}$ برای محاسبه ولتاژ شین ۳ بکار می‌رود. ولتاژ مختلط شین ۳، که با $V_{c۳}^{(۱)}$ نشان داده می‌شود، به شرح زیر محاسبه می‌گردد:

$$V_{c۳}^{(۱)}=\frac{\dfrac{P_۳^{sch}-jQ_۳^{sch}}{V_۳^{*(۰)}}+y_{۱۳}V_۱+y_{۲۳}V_۲^{(۱)}}{y_{۱۳}+y_{۲۳}}$$

$$=\frac{\dfrac{۲/۰-j۱/۱۶}{۱/۰۴-j۰}+(۱۰-j۳۰)(۱/۰۵+j۰)+(۱۶-j۳۲)(۰/۹۷۴۶۲-j۰/۰۴۲۳۰۷)}{(۲۶-j۶۲)}$$

$$=۱/۰۳۷۸۳-j۰/۰۰۵۱۷۰$$

از آنجائی که $|V_۳|$ در مقدار ۱/۰۴ pu ثابت نگه داشته شده است، تنها قسمت موهومی $V_{c۳}^{(۱)}$ مورد استفاده قرار می‌گیرد، یعنی:

$$f_۳^{(۱)}=-۰/۰۰۵۱۷۰$$

و قسمت حقیقی آن برابر است با:

$$e_۳^{(۱)}=\sqrt{(۱/۰۴)^۲-(۰/۰۰۵۱۷۰)^۲}=۱/۰۳۹۹۸۷$$

بنابراین:

$$V_۳^{(۱)}=۱/۰۳۹۹۸۷-j۰/۰۰۵۱۷۰$$

POWEREN.IR

در تکرار دوم، داریم:

$$V_۲^{(۲)}=\frac{\dfrac{P_۲^{sch}-jQ_۲^{sch}}{V_۲^{*(۱)}}+y_{۱۲}V_۱+y_{۲۳}V_۳^{(۱)}}{y_{۱۲}+y_{۲۳}}$$

$$=\frac{\dfrac{-۴/۰+j۲/۵}{۰/۹۷۴۶۲+j۰/۰۴۲۳۰۷}+(۱۰-j۲۰)(۱/۰۵)+(۱۶-j۳۲)(۱/۰۳۹۹۸۷+j۰/۰۰۵۱۷۰)}{(۲۶-j۵۲)}$$

$$=۰/۹۷۱۰۵۷-j۰/۰۴۳۴۳۲$$

$$Q_3^{(2)} = -\Im\left\{V_3^{*(1)}\left[V_3^{(1)}(y_{13}+y_{23}) - y_{13}V_1 - y_{23}V_2^{(2)}\right]\right\}$$

$$= -\Im\{(1/03998\text{۷}+j0/00517\text{۰})[(1/03998\text{۷}-j0/00517\text{۰})(26-j62) - (10-j30)(1/05+j0) - (16-j32)(0/97105\text{۷}-j0/043432)]\}$$

$$= 1/38796$$

$$V_{c3}^{(2)} = \frac{\dfrac{P_3^{sch}-jQ_3^{sch}}{V_3^{*(1)}} + y_{13}V_1 + y_{23}V_2^{(2)}}{y_{13}+y_{23}}$$

$$= \frac{\dfrac{2/0-j1/38796}{1/03998\text{۷}+j0/00517} + (10-j30)(1/05) + (16-j32)(0/97105\text{۷}-j0/043432)}{(26-j62)}$$

$$= 1/03908 - j0/00730$$

از آنجائی که $|V_3|$ در مقدار ۱/۰۴ pu ثابت نگه داشته شده است، تنها قسمت موهومی $V_{c3}^{(2)}$ مورد استفاده قرار می‌گیرد، یعنی:

$$f_3^{(2)} = -0/00730$$

و قسمت حقیقی آن برابر است با:

$$e_3^{(2)} = \sqrt{(1/04)^2 - (0/00730)^2} = 1/03997\text{۴}$$

و در نتیجه:

$$V_3^{(2)} = 1/03997\text{۴} - j0/00730$$

این فرآیند ادامه می‌یابد و پاسخ با در نظر گرفتن دقت 5×10^{-5} pu در هفت تکرار با بدست آمدن مقادیر زیر همگرا می‌شود:

$$V_3^{(3)} = 1/03996 - j0/00833 \qquad Q_3^{(3)} = 1/42904 \qquad V_2^{(3)} = 0/97073 - j0/04479$$

$V_۳^{(۴)} = ۱/۰۳۹۹۶ - j۰/۰۰۸۷۳$ $Q_۳^{(۴)} = ۱/۴۴۸۳۳$ $V_۲^{(۴)} = ۰/۹۷۰۶۵ - j۰/۰۴۵۳۳$

$V_۳^{(۵)} = ۱/۰۳۹۹۶ - j۰/۰۰۸۹۳$ $Q_۳^{(۵)} = ۱/۴۵۶۲۱$ $V_۲^{(۵)} = ۰/۹۷۰۶۲ - j۰/۰۴۵۵۵$

$V_۳^{(۶)} = ۱/۰۳۹۹۶ - j۰/۰۰۹۰۰$ $Q_۳^{(۶)} = ۱/۴۵۹۴۷$ $V_۲^{(۶)} = ۰/۹۷۰۶۱ - j۰/۰۴۵۶۵$

$V_۳^{(۷)} = ۱/۰۳۹۹۶ - j۰/۰۰۹۰۳$ $Q_۳^{(۷)} = ۱/۴۶۰۸۲$ $V_۲^{(۷)} = ۰/۹۷۰۶۱ - j۰/۰۴۵۶۹$

پاسخ نهائی عبارتست از:

$V_۲ = ۰/۹۷۱۶۸ \angle -۲/۶۹۴۸^\circ$ pu

$S_۳ = ۲/۰ + j۱/۴۶۱۷$ pu

$V_۳ = ۱/۰۴ \angle -۰/۴۹۸^\circ$ pu

$S_۱ = ۲/۱۸۴۲ + j۱/۴۰۸۵$ pu

پخش توان‌ها و تلفات در خطوط مشابه مثال ۶-۷ محاسبه می‌شوند. نتایج بدست آمده بر حسب MW و MVAr عبارتند از:

$S_{L۱۲} = ۸/۳۹ + j۱۶/۷۹$ $S_{۲۱} = -۱۷۰/۹۷ - j۱۰۱/۹۴۷$ $S_{۱۲} = ۱۷۹/۳۶ + j۱۱۸/۷۳۴$

$S_{L۱۳} = ۰/۱۸ + j۰/۵۴۸$ $S_{۳۱} = -۳۸/۸۸ - j۲۱/۵۶۹$ $S_{۱۳} = ۳۹/۰۶ + j۲۲/۱۱۸$

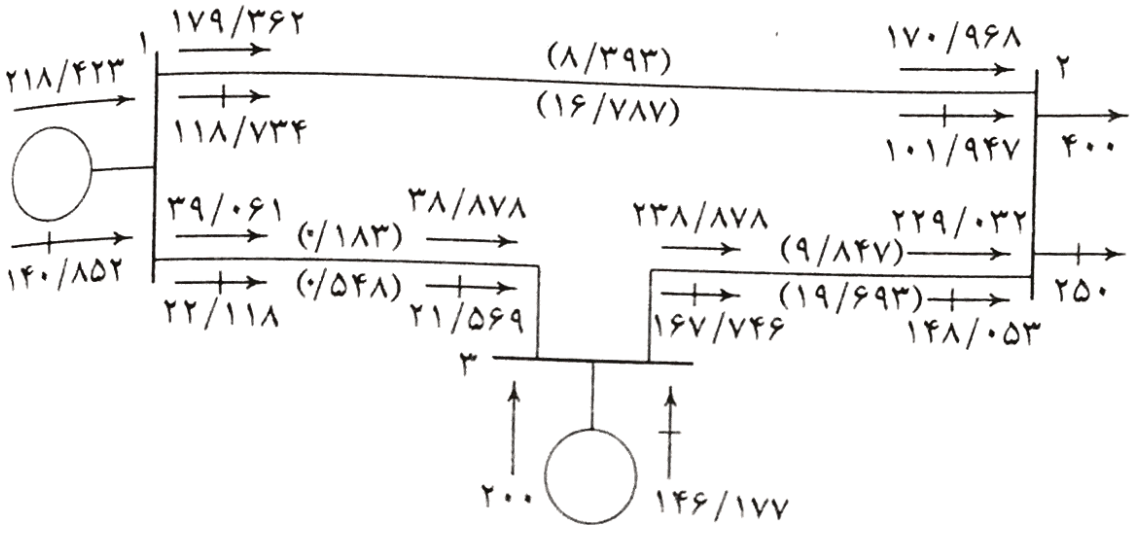
$S_{L۲۳} = ۹/۸۵ + j۱۹/۶۹$ $S_{۲۲} = ۲۳۸/۸۸ + j۱۶۷/۷۴۶$ $S_{۲۳} = -۲۲۹/۰۳ - j۱۴۸/۰۵$

نمایش پخش توان‌ها در شکل ۶-۱۳ ارائه شده است که در آن جهت توان اکتیو با $\rightarrow$ و جهت توان راکتیو با $\leftrightarrow$ نشان داده شده است. مقادیر داخل پرانتزها تلفات اکتیو و راکتیو درخطوط می‌باشند.

۶-۷ ترانسفورماتورهای با تغییر دهنده تپ

در بخش ۶-۲ نشان داده شد که پخش توان اکتیو در یک خط از اختلاف زاویه ولتاژ پایانه‌ها، و پخش توان راکتیو از اختلاف اندازه این ولتاژها بدست می‌آیند. توان‌های اکتیو و راکتیو را می‌توان با استفاده از

ترانسفورماتورهای با تغییر دهنده تپ[1] و ترانسفورماتورهای تنظیم کننده[2] کنترل کرد.



شکل ۶-۱۳ نمایش پخش توان‌ها برای مثال ۶-۸ (توان‌ها برحسب MW و MVAr)

در ترانسفورماتورهای با تغییر دهنده تپ، هنگامی که نسبت تبدیل دارای مقادیر اسمی است، ترانسفورماتور با ادمیتانس سری y_t برحسب pu نمایش داده می‌شود. با نسبت تبدیل غیراسمی[3]، ادمیتانس pu از دید دو سمت ترانسفورماتور متفاوت است، لذا ادمیتانس باید طوری اصلاح شود که اثر نسبت تبدیل عیر اسمی را منظور کند. ترانسفورماتوری را در نظر بگیرید که در آن ادمیتانس y_t با یک ترانسفورماتور ایده‌آل مطابق شکل ۶-۱۴ سری شده است. این آرایش نمایش دهنده نسبت تپ غیر اسمی $a:1$ می‌باشد. ادمیتانس y_t برحسب pu در مبنای نسبت دوراسمی بوده و a موقعیت تپ غیراسمی برحسب pu است که اجازه تنظیم ولتاژ را در محدوده ± 10 درصد می‌دهد. در ترانسفورماتورهای تغییر دهنده فاز[4]، a یک عدد مختلط است. شیب فرضی x را بین نسبت دور و ادمیتانس ترانسفورماتور در نظر بگیرید. با توجه به اینکه توان مختلط در هر دو سمت ترانسفورماتور ایده‌آل یکسان است، بنابراین چنانچه یک تغییر زاویه فاز مثبت در ولتاژ ایجاد شود یک تغییر زاویه فاز منفی در جریان بوجود می‌آید. بنابراین برای جهت‌های منظور شده جریان داریم:

1 - Tap changing transformers
2 - Regulating transformers
3 - Off - nominal ratio
4 - Phase shifting transformers

$$V_x = \frac{1}{a} V_j \qquad (۴۳-۶)$$

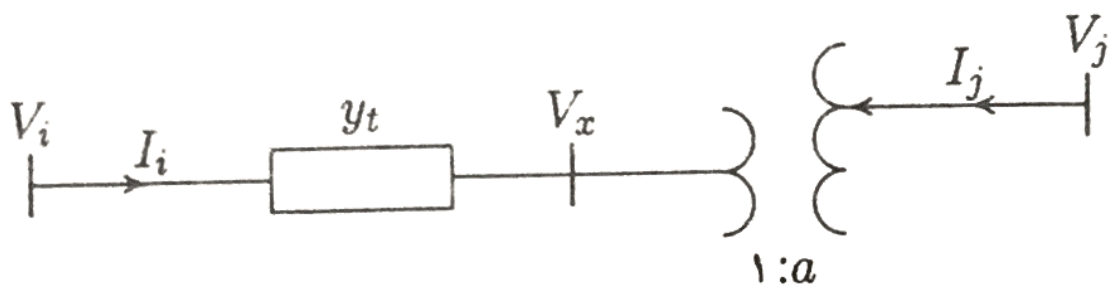
$$I_i = -a^* I_j \qquad (۴۴-۶)$$

جریان I_i از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$I_i = y_t (V_i - V_x)$$

با جایگزینی V_x در رابطه اخیر خواهیم داشت:

$$I_i = y_t V_i - \frac{y_t}{a} V_j \qquad (۴۵-۶)$$



شکل ۶-۱۴ ترانسفورماتور با تنظیم تپ در $a:1$

همچنین با استفاده از رابطه (۶-۴۴) داریم:

$$I_j = -\frac{1}{a^*} I_i$$

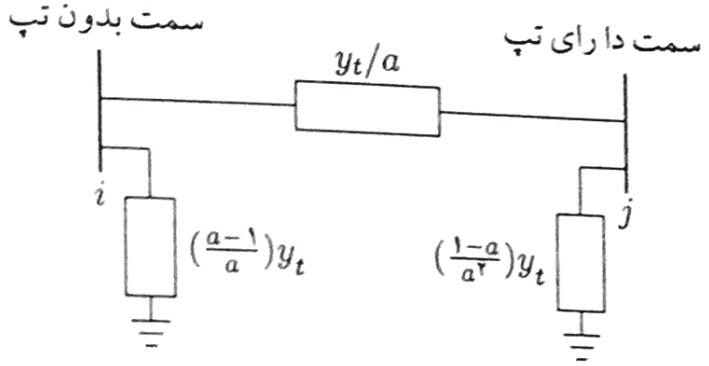
با جایگزینی I_i از رابطه (۶-۴۵) خواهیم داشت:

$$I_j = -\frac{y_t}{a^*} V_i + \frac{y_t}{|a|^2} V_j \qquad (۴۶-۶)$$

روابط (۶-۴۵) و (۶-۴۶) را می‌توان به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_t & -\frac{y_t}{a} \\ -\frac{y_t}{a^*} & \frac{y_t}{|a^2|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} \qquad (۴۷-۶)$$

در حالتی که a یک عدد حقیقی باشد مدل π نشان داده شده در شکل ۶-۱۵ ماتریس ادمیتانس معادله (۶-۴۷) را نمایش می‌دهد. در مدل π ، سمت چپ مربوط به سمت بدون تپ بوده و سمت راست مربوط به سمت دارای تپ ترانسفورماتور می‌باشد.



شکل ۶-۱۵ مدار معادل ترانسفورماتور با تغییر دهنده تپ

۶-۸ برنامه‌های پخش بار

برنامه‌های رایانه‌ای متعددی برای محاسبه پخش بار سیستم‌های عملی تهیه شده‌اند. هر روش حل شامل چهار برنامه است. برنامه مربوط به روش گوس - سایدل **lfgauss** است که قبل از آن برنامه **lfybus** اجرا می‌شود. به دنبال آنها برنامه‌های **busout** و **lineflow** اجرا می‌گردند. برنامه‌های **lfybus**، **busout** و **lineflow** طوری طراحی شده‌اند که با دو برنامه پخش بار دیگر مورد استفاده قرار گیرند. این دو برنامه **lfnewton** مربوط به روش نیوتون - رافسون و **decouple** مربوط به روش مجزای سریع هستند. شرح مختصری از برنامه‌های استفاده شده در روش گوس - سایدل در زیر آمده است:

lfybus این برنامه به پارامترهای خطوط و ترانسفورماتورها و تنظیم تپ ترانسفورماتورها نیازمند است که در پرونده ورودی تحت عنوان **linedata** مشخص می‌شوند. این برنامه امپدانس‌ها را تبدیل به ادمیتانس کرده و ماتریس ادمیتانس شین را تعیین می‌کند. برنامه طوری طراحی

شده است که خطوط موازی را نیز منظور نماید.

lfgauss این برنامه حل پخش بار به روش گوس - سایدل را بدست می‌آورد و برای این کار به پرونده‌هائی بنام **busdata** و **linedata** نیازمند است. برنامه طوری طراحی شده است که بتواند به طور مستقیم از مقادیر بار و تولید برحسب MW و MVAr ، ولتاژ شین‌ها برحسب pu و زاویه فاز آنها برحسب درجه استفاده کند. بارها و مقادیر تولیدی به کمیت‌های pu در مبنای MVA انتخاب شده تبدیل می‌شوند. در برنامه پیش‌بینی لازم بعمل آمده است تا توان راکتیو شین‌های با ولتاژ کنترل شده در حدهای تعیین شده نگه‌داشته شود. اگر ولتاژ تعیین شده خیلی زیاد یا خیلی کم شود ممکن است توان راکتیو از حد تعیین شده تجاوز کند. پس از چند تکرار (دهمین تکرار در روش گوس - سایدل)، توان راکتیو (VAr) محاسبه شده در شین‌های دارای ژنراتور مورد آزمایش قرار می‌گیرد. اگر از حد تعیین شده تجاوز شده باشد، قدر مطلق ولتاژ در پله‌های ۰/۵ درصدی تا مقدار ۵± درصد تنظیم می‌شود تا تقاضای VAr را به محدوده مجاز برگرداند.

busout این برنامه نتیجه خروجی شین را در یک جدول می‌دهد. نتیجه خروجی شین شامل اندازه و زاویه ولتاژ، توان‌های اکتیو و راکتیو ژنراتورها و بارها و مگاوار مربوط به خازن‌ها / راکتورهای موازی است. برنامه شامل تولید کل و بار کل مطابق مثال نمونه (که بعداً ارائه می‌شود) می‌باشد.

lineflow این برنامه داده‌های خروجی خط را مهیا می‌کند. برنامه طوری طراحی شده است که پخش توان‌های اکتیو و راکتیو ورودی به پایانه‌های خط، تلفات خط، توان خالص هر شین و تلفات اکتیو و راکتیو در سیستم را نمایش دهد. خروجی این قسمت نیز در مثال نمونه نشان داده شده است.

۹-۶ آماده‌سازی داده‌ها

برای تجزیه و تحلیل پخش‌بار به روش گوس - سایدل در محیط MATLAB ، پارامترهای زیر تعریف می‌شوند: مبنای سیستم قدرت MVA ، دقت عدم تطابق توان، ضریب تسریع و حداکثر تعداد تکرارها. اسامی ذخیره شده (با حروف کوچک) برای این پارامترها به ترتیب عبارتند از: **basemva** ،

accuracy، accel و **maxiter** . مقادیر نوعی به شرح زیر هستند:

basemva = ۱۰۰; accuracy = ۰/۰۰۱ ;

accel = ۱/۶ ; maxiter = ۸۰;

گام اول در آماده‌سازی پرونده ورودی، شماره‌گذاری شین‌ها است. شین‌ها به‌ترتیب شماره‌گذاری می‌شوند. گرچه شماره‌ها به‌ترتیب تخصیص می‌یابند، ولی لزومی ندارد که شین‌ها به‌ترتیب وارد شوند. افزون بر آن، پرونده‌های داده‌های زیر مورد نیاز هستند:

پرونده داده‌های شین – busdata قالب[1] ورودی شین‌ها طوری انتخاب شده است که امکان قرار گرفتن داده‌های مورد نیاز هر شین را در یک سطر فراهم کند. اطلاعات مورد نیاز باید در ماتریسی تحت عنوان **busdata** قرار گیرد. ستون ۱ شماره شین می‌باشد. ستون ۲ شامل رمز[2] شین است. ستون‌های ۳ و ۴ اندازه ولتاژ برحسب pu و زاویه فاز برحسب درجه هستند. ستون‌های ۵ و ۶ مگاوات و مگاوار بار می‌باشند. ستون‌های ۷ الی ۱۰ به ترتیب شامل مگاوات، مگاوار، حداقل مگاوار و حداکثر مگاوار تولید شده هستند. ستون آخر MVAr تزریق شده توسط خازن‌های موازی است. رمز شین که در ستون ۲ وارد می‌شود مشخص کننده نوع شین (بار، کنترل شده و مرجع) مطابق زیر است:

1 این رمز برای شین مرجع بکار می‌رود. تنها اطلاعات لازم برای این شین، اندازه ولتاژ و زاویه فاز آن است.

0 این رمز برای شین‌های بار بکار می‌رود. بارها برحسب مگاوات و مگاوار به صورت عددی مثبت وارد می‌شوند. تخمین اولیه ولتاژ برای این نوع شین باید معلوم باشد. این مقادیر برای اندازه ولتاژ و زاویه فاز آن معمولاً به‌ترتیب ۱ و صفر هستند. اگر اندازه ولتاژ و زاویه فاز آن در این نوع شین مشخص شده باشند، این مقادیر به عنوان ولتاژ اولیه برای محاسبه ولتاژ آن شین به جای شروع مقادیر از ۱ و صفر در نظر گرفته می‌شوند.

2 این رمز برای شین‌های با ولتاژ کنترل شده بکار می‌رود. در این نوع شین، اندازه ولتاژ، تولید توان حقیقی برحسب مگاوات، و حدهای کمترین و بیشترین تقاضای مگاوار باید معلوم باشند.

پرونده داده‌های خط – linedata خطوط با روش دو گره‌ای شناسائی می‌شوند. اطلاعات مورد نیاز باید در ماتریسی تحت عنوان **linedata** قرار گیرند. ستون‌های ۱ و ۲ شماره شین‌های خط

1 - Format 2 - Code

هستند. ستون ۳ الی ۵ شامل مقاومت، راکتانس و نصف سوستپانس کل خط برحسب pu در مبنای مشخص شده MVA می‌باشند. ستون آخر برای تنظیم تپ ترانسفورماتورها در نظر گرفته شده ؛ برای خطوط در این ستون باید عدد ۱ وارد شود. اطلاعات خطوط را می‌توان با هر ترتیبی وارد کرد و تنها محدودیت این است که اگر مقادیر ورودی برای ترانسفورماتور باشد، سمت دارای تپ ترانسفورماتور به‌عنوان شماره شین سمت چپ در نظر گرفته می‌شود.

سیستم IEEE با ۳۰ شین برای نمایش آماده سازی داده‌ها و استفاده از برنامه‌های پخش بار به روش گوس - سایدل بکار رفته است.

مثال ۶-۹ (chp6ex9)

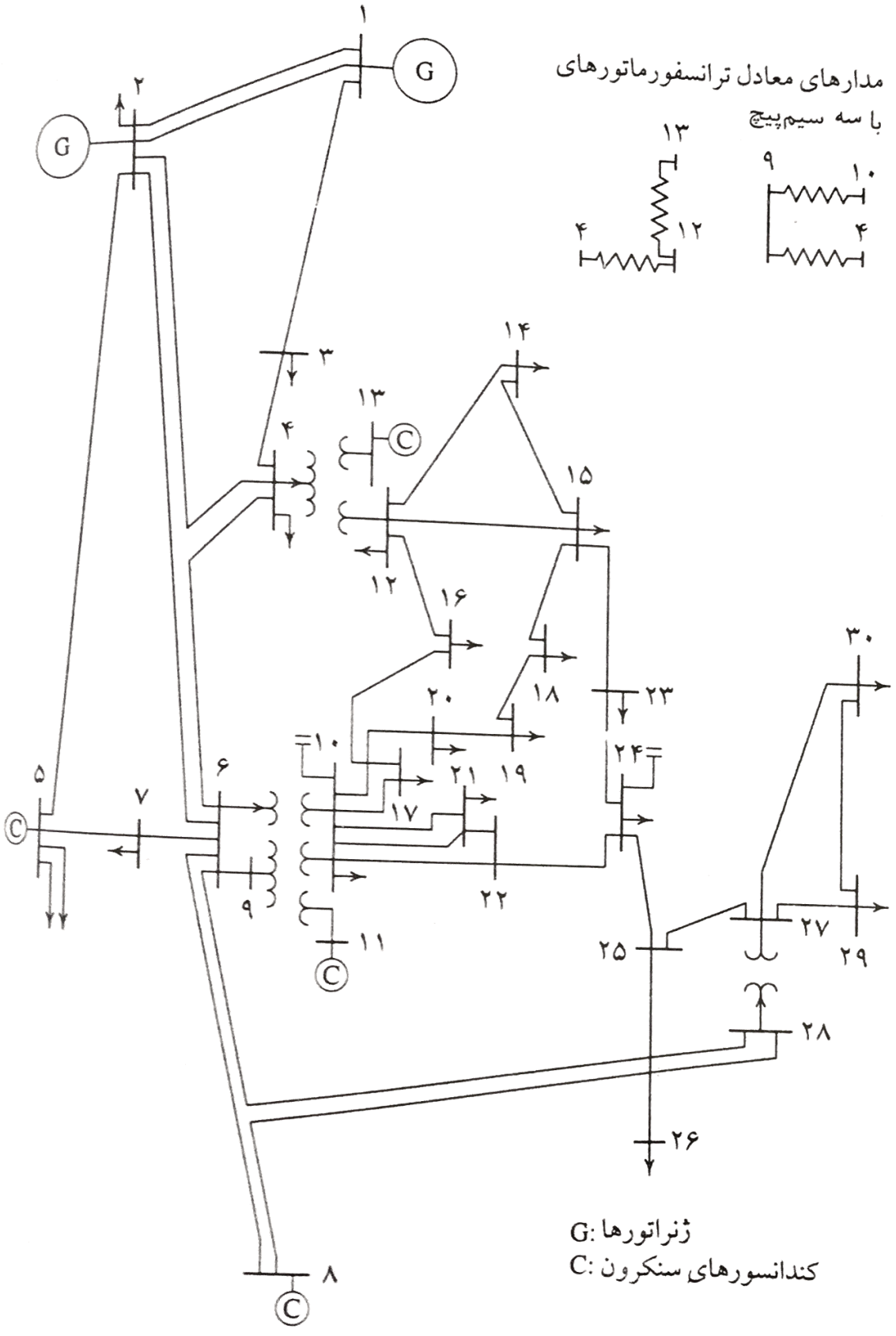
شکل ۶-۱۶ قسمتی از شبکه AEPSC [1] را نشان می‌دهد که برای صنعت برق‌رسانی به‌عنوان یک آزمایش استاندارد به منظور ارزیابی روش‌های تحلیل و برنامه‌های رایانه‌ای مختلف برای حل مسائل سیستم‌های قدرت در دسترس قرار گرفته است. با استفاده از برنامه **lfgauss** مسأله پخش‌بار را به روش گوس - سایدل حل کنید. شین ۱ به‌عنوان شین مرجع با ولتاژ $1/06\angle 0^\circ$ pu در نظر گرفته شود. داده‌های شین با ولتاژ کنترل شده مطابق جدول ۶-۱ می‌باشد.

جدول ۶-۱ داده‌های شین با ولتاژ کنترل شده مثال ۶-۹

شماره شین	اندازه ولتاژ	ظرفیت حداقل MVAr	ظرفیت حداکثر MVAr
۲	۱/۰۴۳	-۴۰	۵۰
۵	۱/۰۱۰	-۴۰	۴۰
۸	۱/۰۱۰	-۱۰	۴۰
۱۱	۱/۰۸۲	-۶	۲۴
۱۳	۱/۰۷۱	-۶	۲۴

تنظیم تپ ترانسفورماتورها در جدول ۶-۲ داده شده است. شماره شین سمت چپ برای سمت دارای تپ ترانسفورماتور منظور شده است.

1 - American Electric Power Service Corporation



شکل ۶-۱۶ سیستم نمونه IEEE با ۳۰ شین

جدول ۶-۲ تنظیم تپ ترانسفورماتورها (مثال ۶-۹)

شماره شین‌های دو طرف ترانسفورماتور	تنظیم تپ pu
۴ - ۱۲	۰/۹۳۲
۶ - ۹	۰/۹۷۸
۶ - ۱۰	۰/۹۶۹
۲۸ - ۲۷	۰/۹۶۸

داده‌های Q تزریق شده توسط خازن‌های موازی عبارتست از:

Q تزریق شده توسط خازن‌ها	
شماره شین	MVAr
۱۰	۱۹
۲۴	۴/۳

مقادیر تولید و بار، در داده‌های آماده شده برای استفاده در محیط MATLAB، در ماتریسی که با **busdata** تعریف شده است داده شده‌اند، رمزهای 0 و 1 و 2 به‌ترتیب برای شین‌های بار، مرجع و با ولتاژ کنترل شده مورد استفاده قرار می‌گیرند. مقادیر لازم برای متغیرهای **basemva** ، **accuracy** ، **accel** و **maxiter** باید مشخص شده باشند. داده‌های خطوط در ماتریسی تحت عنوان **linedata** داده شده‌اند. آخرین ستون این داده‌ها باید شامل عدد ۱ برای خطوط، یا مقادیر تنظیم تپ برای ترانسفورماتورهای با نسبت دور غیر اسمی باشد. فرامین کنترلی مورد نیاز عبارتند از: **lfybus** ، **lfgauss** و **lineflow** . از فرمان **diary** می‌توان برای ذخیره خروجی در پرونده‌ای با نام مشخص استفاده کرد. داده‌های پخش بار و فرامین مورد نیاز به شرح زیر می‌باشند:

```
clear          % clears all variables from workspace.
basemva = 100;  accuracy = 0.001; accel = 1.8; maxiter = 100;
%   IEEE 30-BUS TEST SYSTEM (American Electric Power)
%      Bus Bus Voltage Angle --Load--  ---Generator---Injected
%       No code Mag. Degree MW  Mvar   MW  Mvar Qmin Qmax Mvar
busdata=[1  1  1.06   0     0.0  0.0   0.0  0.0   0    0      0
         2  2  1.043  0    21.70 12.7  40.0  0.0 -40   50     0
         3  0  1.0    0     2.4  1.2   0.0  0.0   0    0      0
         4  0  1.06   0     7.6  1.6   0.0  0.0   0    0      0
         5  2  1.01   0    94.2  19.0  0.0  0.0 -40   40     0
         6  0  1.0    0     0.0  0.0   0.0  0.0   0    0      0
         7  0  1.0    0    22.8  10.9  0.0  0.0   0    0      0
         8  2  1.01   0    30.0  30.0  0.0  0.0 -10   40     0
         9  0  1.0    0     0.0  0.0   0.0  0.0   0    0      0
        10  0  1.0    0     5.8  2.0   0.0  0.0   0    0     19
        11  2  1.082  0     0.0  0.0   0.0  0.0  -6   24      0
        12  0  1.0    0    11.2  7.5   0    0     0    0      0
        13  2  1.071  0     0.0  0.0   0    0    -6   24      0
        14  0  1.0    0     6.2  1.6   0    0     0    0      0
        15  0  1.0    0     8.2  2.5   0    0     0    0      0
        16  0  1.0    0     3.5  1.8   0    0     0    0      0
        17  0  1.0    0     9.0  5.8   0    0     0    0      0
        18  0  1.0    0     3.2  0.9   0    0     0    0      0
        19  0  1.0    0     9.5  3.4   0    0     0    0      0
        20  0  1.0    0     2.2  0.7   0    0     0    0      0
        21  0  1.0    0    17.5  11.2  0    0     0    0      0
        22  0  1.0    0     0.0  0.0   0    0     0    0      0
        23  0  1.0    0     3.2  1.6   0    0     0    0      0
        24  0  1.0    0     8.7  6.7   0    0     0    0    4.3
        25  0  1.0    0     0.0  0.0   0    0     0    0      0
        26  0  1.0    0     3.5  2.3   0    0     0    0      0
        27  0  1.0    0     0.0  0.0   0    0     0    0      0
        28  0  1.0    0     0.0  0.0   0    0     0    0      0
        29  0  1.0    0     2.4  0.9   0    0     0    0      0
        30  0  1.0    0    10.6  1.9   0    0     0    0     0];

% Line Data
%
%          Bus   bus    R         X        1/2 B 1 for Line code or
%          nl    nr     pu        pu        pu    tap setting value
linedata=[1     2     0.0192    0.0575    0.02640     1
          1     3     0.0452    0.1852    0.02040     1
          2     4     0.0570    0.1737    0.01840     1
```

```
  3     4     0.0132    0.0379    0.00420      1
  2     5     0.0472    0.1983    0.02090      1
  2     6     0.0581    0.1763    0.01870      1
  4     6     0.0119    0.0414    0.00450      1
  5     7     0.0460    0.1160    0.01020      1
  6     7     0.0267    0.0820    0.00850      1
  6     8     0.0120    0.0420    0.00450      1
  6     9     0.0       0.2080    0.0        0.978
  6    10     0.0       0.5560    0.0        0.969
  9    11     0.0       0.2080    0.0          1
  9    10     0.0       0.1100    0.0          1
  4    12     0.0       0.2560    0.0        0.932
 12    13     0.0       0.1400    0.0          1
 12    14     0.1231    0.2559    0.0          1
 12    15     0.0662    0.1304    0.0          1
 12    16     0.0945    0.1987    0.0          1
 14    15     0.2210    0.1997    0.0          1
 16    17     0.0824    0.1923    0.0          1
 15    18     0.1073    0.2185    0.0          1
 18    19     0.0639    0.1292    0.0          1
 19    20     0.0340    0.0680    0.0          1
 10    20     0.0936    0.2090    0.0          1
 10    17     0.0324    0.0845    0.0          1
 10    21     0.0348    0.0749    0.0          1
 10    22     0.0727    0.1499    0.0          1
 21    22     0.0116    0.0236    0.0          1
 15    23     0.1000    0.2020    0.0          1
 22    24     0.1150    0.1790    0.0          1
 23    24     0.1320    0.2700    0.0          1
 24    25     0.1885    0.3292    0.0          1
 25    26     0.2544    0.3800    0.0          1
 25    27     0.1093    0.2087    0.0          1
 28    27     0.0000    0.3960    0.0        0.968
 27    29     0.2198    0.4153    0.0          1
 27    30     0.3202    0.6027    0.0          1
 29    30     0.2399    0.4533    0.0          1
  8    28     0.0636    0.2000    0.0214       1
  6    28     0.0169    0.0599    0.065        1];

%
    lfybus                  % Forms the bus admittance matrix
    lfgauss          % Power flow solution by Gauss-Seidel method
    busout         % Prints the power flow solution on the screen
    lineflow  % Computes and displays the line flow and losses
```

برنامه‌های **lfgauss** ، **busout** و **lineflow** نتایج زیر را می‌دهند:

Power Flow Solution by Gauss-Seidel Method
Maximum Power mismatch = 0.000951884
No. of iterations = 34

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	Load MW	Load Mvar	Generation MW	Generation Mvar	Injected Mvar
1	1.060	0.000	0.000	0.000	260.950	-17.010	0.00
2	1.043	-5.496	21.700	12.700	40.000	48.826	0.00
3	1.022	-8.002	2.400	1.200	0.000	0.000	0.00
4	1.013	-9.659	7.600	1.600	0.000	0.000	0.00
5	1.010	-14.380	94.200	19.000	0.000	35.995	0.00
6	1.012	-11.396	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
7	1.003	-13.149	22.800	10.900	0.000	0.000	0.00
8	1.010	-12.114	30.000	30.000	0.000	30.759	0.00
9	1.051	-14.432	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
10	1.044	-16.024	5.800	2.000	0.000	0.000	19.00
11	1.082	-14.432	0.000	0.000	0.000	16.113	0.00
12	1.057	-15.301	11.200	7.500	0.000	0.000	0.00
13	1.071	-15.300	0.000	0.000	0.000	10.406	0.00
14	1.043	-16.190	6.200	1.600	0.000	0.000	0.00
15	1.038	-16.276	8.200	2.500	0.000	0.000	0.00
16	1.045	-15.879	3.500	1.800	0.000	0.000	0.00
17	1.039	-16.187	9.000	5.800	0.000	0.000	0.00
18	1.028	-16.881	3.200	0.900	0.000	0.000	0.00
19	1.025	-17.049	9.500	3.400	0.000	0.000	0.00
20	1.029	-16.851	2.200	0.700	0.000	0.000	0.00
21	1.032	-16.468	17.500	11.200	0.000	0.000	0.00
22	1.033	-16.455	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
23	1.027	-16.660	3.200	1.600	0.000	0.000	0.00
24	1.022	-16.829	8.700	6.700	0.000	0.000	4.30
25	1.019	-16.423	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
26	1.001	-16.835	3.500	2.300	0.000	0.000	0.00
27	1.026	-15.913	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
28	1.011	-12.056	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
29	1.006	-17.133	2.400	0.900	0.000	0.000	0.00
30	0.994	-18.016	10.600	1.900	0.000	0.000	0.00
Total			283.400	126.200	300.950	125.089	23.30

Line Flow and Losses

--Line--	Power at bus & line flow	--Line loss--	Transformer

from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
1		260.950	-17.010	261.504			
	2	177.743	-22.140	179.117	5.461	10.517	
	3	83.197	5.125	83.354	2.807	7.079	
2		18.300	36.126	40.497			
	1	-172.282	32.657	175.350	5.461	10.517	
	4	45.702	2.720	45.783	1.106	-0.519	
	5	82.990	1.704	83.008	2.995	8.178	
	6	61.905	-0.966	61.913	2.047	2.263	
3		-2.400	-1.200	2.683			
	1	-80.390	1.954	80.414	2.807	7.079	
	4	78.034	-3.087	78.095	0.771	1.345	
4		-7.600	-1.600	7.767			
	2	-44.596	-3.239	44.713	1.106	-0.519	
	3	-77.263	4.432	77.390	0.771	1.345	
	6	70.132	-17.624	72.313	0.605	1.181	
	12	44.131	14.627	46.492	0.000	4.686	0.932
5		-94.200	16.995	95.721			
	2	-79.995	6.474	80.256	2.995	8.178	
	7	-14.210	10.467	17.649	0.151	-1.687	
6		0.000	0.000	0.000			
	2	-59.858	3.229	59.945	2.047	2.263	
	4	-69.527	18.805	72.026	0.605	1.181	
	7	37.537	-1.915	37.586	0.368	-0.598	
	8	29.534	-3.712	29.766	0.103	-0.558	
	9	27.687	-7.318	28.638	0.000	1.593	0.978
	10	15.828	0.656	15.842	0.000	1.279	0.969
	28	18.840	-9.575	21.134	0.060	-13.085	
7		-22.800	-10.900	25.272			
	5	14.361	-12.154	18.814	0.151	-1.687	
	6	-37.170	1.317	37.193	0.368	-0.598	
8		-30.000	0.759	30.010			
	6	-29.431	3.154	29.599	0.103	-0.558	
	28	-0.570	-2.366	2.433	0.000	-4.368	
9		0.000	0.000	0.000			
	6	-27.687	8.911	29.086	0.000	1.593	

	11	0.003	-15.653	15.653	-0.000	0.461
	10	27.731	6.747	28.540	0.000	0.811
10		-5.800	17.000	17.962		
	6	-15.828	0.623	15.840	0.000	1.279
	9	-27.731	-5.936	28.359	0.000	0.811
	20	9.018	3.569	9.698	0.081	0.180
	17	5.347	4.393	6.920	0.014	0.037
	21	15.723	9.846	18.551	0.110	0.236
	22	7.582	4.487	8.811	0.052	0.107
11		0.000	16.113	16.113		
	9	-0.003	16.114	16.114	-0.000	0.461
12		-11.200	-7.500	13.479		
	4	-44.131	-9.941	45.237	0.000	4.686
	13	-0.021	-10.274	10.274	0.000	0.132
	14	7.852	2.428	8.219	0.074	0.155
	15	17.852	6.968	19.164	0.217	0.428
	16	7.206	3.370	7.955	0.053	0.112
13		0.000	10.406	10.406		
	12	0.021	10.406	10.406	0.000	0.132
14		-6.200	-1.600	6.403		
	12	-7.778	-2.273	8.103	0.074	0.155
	15	1.592	0.708	1.742	0.006	0.006
15		-8.200	-2.500	8.573		
	12	-17.634	-6.540	18.808	0.217	0.428
	14	-1.586	-0.702	1.734	0.006	0.006
	18	6.009	1.741	6.256	0.039	0.079
	23	5.004	2.963	5.815	0.031	0.063
16		-3.500	-1.800	3.936		
	12	-7.152	-3.257	7.859	0.053	0.112
	17	3.658	1.440	3.931	0.012	0.027
17		-9.000	-5.800	10.707		
	16	-3.646	-1.413	3.910	0.012	0.027
	10	-5.332	-4.355	6.885	0.014	0.037
18		-3.200	-0.900	3.324		
	15	-5.970	-1.661	6.197	0.039	0.079
	19	2.779	0.787	2.888	0.005	0.010

19		-9.500	-3.400	10.090		
	18	-2.774	-0.777	2.881	0.005	0.010
	20	-6.703	-2.675	7.217	0.017	0.034
20		-2.200	-0.700	2.309		
	19	6.720	2.709	7.245	0.017	0.034
	10	-8.937	-3.389	9.558	0.081	0.180
21		-17.500	-11.200	20.777		
	10	-15.613	-9.609	18.333	0.110	0.236
	22	-1.849	-1.627	2.463	0.001	0.001
22		0.000	0.000	0.000		
	10	-7.531	-4.380	8.712	0.052	0.107
	21	1.850	1.628	2.464	0.001	0.001
	24	5.643	2.795	6.297	0.043	0.067
23		-3.200	-1.600	3.578		
	15	-4.972	-2.900	5.756	0.031	0.063
	24	1.771	1.282	2.186	0.006	0.012
24		-8.700	-2.400	9.025		
	22	-5.601	-2.728	6.230	0.043	0.067
	23	-1.765	-1.270	2.174	0.006	0.012
	25	-1.322	1.604	2.079	0.008	0.014
25		0.000	0.000	0.000		
	24	1.330	-1.590	2.073	0.008	0.014
	26	3.520	2.372	4.244	0.044	0.066
	27	-4.866	-0.786	4.929	0.026	0.049
26		-3.500	-2.300	4.188		
	25	-3.476	-2.306	4.171	0.044	0.066
27		0.000	0.000	0.000		
	25	4.892	0.835	4.963	0.026	0.049
	28	-18.192	-4.152	18.660	-0.000	1.310
	29	6.178	1.675	6.401	0.086	0.162
	30	7.093	1.663	7.286	0.162	0.304
28		0.000	0.000	0.000		
	27	18.192	5.463	18.994	-0.000	1.310
	8	0.570	-2.003	2.082	0.000	-4.368
	6	-18.780	-3.510	19.106	0.060	-13.085

0.968

29		-2.400	-0.900	2.563	
	27	-6.093	-1.513	6.278	0.086	0.162
	30	3.716	0.601	3.764	0.034	0.063
30		-10.600	-1.900	10.769	
	27	-6.932	-1.359	7.064	0.162	0.304
	29	-3.683	-0.537	3.722	0.034	0.063
Total loss					17.594	22.233

۶-۱۰ حل پخش‌بار با روش نیوتون - رافسون

روش نیوتون از لحاظ ریاضی، به خاطر همگرائی درجه دوم آن، نسبت به روش گوس - سایدل برتری دارد و احتمال واگرائی آن در مسائل بد ساختار[1] کمتر است. در سیستم‌های قدرت بزرگ، روش نیوتون - رافسون مؤثرتر و عملی‌تر می‌باشد. تعداد تکرارهای لازم برای تعیین پاسخ مستقل از اندازه سیستم بوده لیکن ارزیابی‌های تابعی بیشتری درهر تکرار مورد نیاز است. از آنجائی‌که در مسأله پخش‌بار، توان حقیقی و اندازه ولتاژ در شین‌های با ولتاژ کنترل شده معلوم است، معادله پخش‌بار به صورت قطبی فرمول‌بندی می‌شود. برای یک شین نوعی از سیستم قدرت نشان داده شده در شکل ۶-۷، جریان ورودی به شین i بوسیله رابطه (۶-۲۴) داده شده است. این معادله را می‌توان برحسب جملاتی از ماتریس ادمیتانس شین به صورت زیر نوشت:

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \qquad (۴۸-۶)$$

در معادله بالا، j شامل شین i نیز می‌باشد. با بیان این معادله به صورت قطبی، داریم:

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}||V_j| \angle(\theta_{ij} + \delta_j) \qquad (۴۹-۶)$$

توان مختلط در شین i برابر است با:

$$P_i - jQ_i = V_i^* I_i \qquad (۵۰-۶)$$

با جایگزینی I_i از معادله (۶-۴۹) در (۶-۵۰) خواهیم داشت:

$$P_i - jQ_i = |V_i| \angle -\delta_i \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}||V_j| \angle(\theta_{ij} + \delta_j) \qquad (۵۱-۶)$$

1 - Ill - conditioned

با جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی این معادله می‌توان نوشت:

$$P_i = \sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \qquad (۵۲-۶)$$

$$Q_i = -\sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \qquad (۵۳-۶)$$

معادلات (۶-۵۲) و (۶-۵۳) شامل مجموعه‌ای از معادلات جبری غیرخطی برحسب متغیرهای مستقل هستند (اندازه ولتاژها برحسب pu و زاویه‌های فاز برحسب رادیان). برای هر شین‌بار، دو معادله وجود دارد که با روابط (۶-۵۲) و (۶-۵۳) نشان داده شده‌اند. برای هر شین با ولتاژ کنترل شده نیز یک معادله وجود دارد که با رابطه (۶-۵۲) مشخص شده است. با بسط معادلات (۶-۵۲) و (۶-۵۳) به صورت سری‌های تیلور در نزدیکی تخمین اولیه و با چشم‌پوشی از جملات با درجات بالاتر، مجموعه معادلات خطی زیر بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \hline \Delta Q_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \hline \Delta |V_2^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n^{(k)}| \end{bmatrix}$$

در معادلات بالا، شین ۱ به عنوان شین مرجع در نظر گرفته شده است. ماتریس ژاکوبین، رابطه خطی شده تغییرات کوچک زاویه ولتاژ $\Delta\delta_i^{(k)}$ و اندازه ولتاژ $\Delta|V_i^{(k)}|$ را بر حسب تغییرات کوچک توان‌های اکتیو و راکتیو $\Delta P_i^{(k)}$ و $\Delta Q_i^{(k)}$ می‌دهد. عناصر ماتریس ژاکوبین مشتقات جزئی معادلات (۶-۵۲) و (۶-۵۳) هستند که به ازای $\Delta\delta_i^{(k)}$ و $\Delta|V_i^{(k)}|$ ارزیابی می‌شوند، رابطه اخیر را می‌توان به صورت خلاصه شده زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}J_1 & J_2\\ J_3 & J_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta|V|\end{bmatrix} \qquad (۵۴-۶)$$

در شین‌های با ولتاژ کنترل شده، اندازه ولتاژها معلوم است. بنابراین اگر m شین از سیستم، کنترل شده باشند، m معادله شامل مقادیر ΔQ و ΔV و ستون‌های ماتریس ژاکوبین مربوط به آنها حذف می‌شوند. تعداد قیود توان اکتیو $n-1$ و تعداد قیود توان راکتیو $m-1$ بوده و ابعاد ماتریس ژاکوبین $(2m-2-m)$ $(2n-2-m)$ می‌باشد. ماتریس J_1 دارای ابعاد $(n-1)$ $(n-1)$، J_2 دارای ابعاد $(m-1-m)$ $(n-1)$ ، J_3 دارای ابعاد $(n-1)$ $(n-1-m)$ و ماتریس J_4 دارای ابعاد $(n-1-m)$ $(n-1-m)$ می‌باشند.

عناصر قطری و غیر قطری J_1 عبارتند از:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i}=\sum_{j\neq i}|V_i||V_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j) \qquad (۵۵-۶)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}=-|V_i||V_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j) \qquad j\neq i \qquad (۵۶-۶)$$

عناصر قطری و غیر قطری J_2 عبارتند از:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|}=2|V_i||Y_{ii}|\cos\theta_{ii}+\sum_{j\neq i}|V_j||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j) \qquad (۵۷-۶)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|}=|V_i||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j) \qquad j\neq i \qquad (۵۸-۶)$$

عناصر قطری و غیر قطری J_3 عبارتند از:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i}=\sum_{j\neq i}|V_i||V_j||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j) \qquad (۵۹-۶)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}=-|V_i||V_j||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j) \qquad j\neq i \qquad (۶۰-۶)$$

وعناصر قطری و غیر قطری J_4 نیز عبارتند از:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i||Y_{ii}|\sin\theta_{ii} - \sum_{j\neq i}|V_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \qquad (۶۱\text{-}۶)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \qquad j\neq i \qquad (۶۲\text{-}۶)$$

جملات $\Delta P_i^{(k)}$ و $\Delta Q_i^{(k)}$ اختلاف بین مقادیر برنامه‌ریزی شده و محاسبه شده هستند که به *توان باقی‌مانده*[1] یا *توان پسماند* موسوم بوده و با روابط زیر نشان داده می‌شوند:

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)} \qquad (۶۳\text{-}۶)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)} \qquad (۶۴\text{-}۶)$$

تخمین‌های جدید ولتاژها عبارتند از:

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta\delta_i^{(k)} \qquad (۶۵\text{-}۶)$$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta|V_i^{(k)}| \qquad (۶۶\text{-}۶)$$

POWEREN.IR

روش حل پخش‌بار با استفاده از الگوریتم نیوتون - رافسون مطابق زیر است:

۱- برای شین‌های بار که P_i^{sch} و Q_i^{sch} معلوم هستند، اندازه ولتاژها و زاویه‌های فاز آنها مساوی مقادیر شین مرجع یا ۱/۰ و ۰/۰ در نظر گرفته می‌شوند، یعنی $|V_i^{(0)}|$ = ۱/۰ و $\delta_i^{(0)}$ = ۰/۰. در شین با ولتاژ تنظیم شده که $|V_i|$=۱/۰ و P_i^{sch} معلوم هستند، زاویه‌های فاز آنها مساوی زاویه شین مرجع یا ۰/۰ در نظر گرفته می‌شود، یعنی $\delta_i^{(0)}$ = ۰/۰.

۲- برای شین‌های بار $P_i^{(k)}$ و $Q_i^{(k)}$ به ترتیب از معادلات (۶-۵۲) و (۶-۵۳) محاسبه شده و $\Delta P_i^{(k)}$ و $\Delta Q_i^{(k)}$ به ترتیب از روابط (۶-۶۳) و (۶-۶۴) بدست می‌آیند.

۳ - برای شین‌های با ولتاژ کنترل شده، $P_i^{(k)}$ و $\Delta P_i^{(k)}$ به ترتیب از معادلات (۶-۵۲) و (۶-۶۳) محاسبه می‌شوند.

۴ - عناصر ماتریس ژاکوبین (J_1 ، J_2 ، J_3 ، J_4) از معادلات (۶-۵۵) الی (۶-۶۲) بدست می‌آیند.

---

1 - Power residuals

۵ - دستگاه معادلات خطی همزمان (۶-۵۴) مستقیماً با روش فاکتورگیری مثلثی بهینه مرتب شده و حذف گوسی حل می‌شود.

۶ - اندازه‌ها و زوایای فاز جدید ولتاژ با استفاده از معادلات (۶-۶۵) و (۶-۶۶) محاسبه می‌شوند.

۷ - این فرآیند آن قدر ادامه می‌یابد تا پس‌ماندهای $\Delta P_i^{(k)}$ و $\Delta Q_i^{(k)}$ کوچکتر از دقت تعیین شده گردند، یعنی:

$$|\Delta P_i^{(k)}| \le \varepsilon$$

$$|\Delta Q_i^{(k)}| \le \varepsilon \qquad (۶-۶۷)$$

حل پخش بار به روش نیوتون - رافسون در مثال زیر تشریح شده است.

مثال ۶-۱۰ (chp6ex10)

در سیستم مثال ۶-۸، پاسخ پخش بار سیستم را با روش نیوتون - رافسون بدست آورید.

با تبدیل امپدانس خطوط به ادمیتانس‌ها داریم:

$$y_{۱۲} = ۱۰ - j۲۰$$

$$y_{۱۳} = ۱۰ - j۳۰$$

$$y_{۲۳} = ۱۶ - j۳۲$$

ماتریس ادمیتانس شین مطابق زیر بدست می‌آید:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} ۲۰ - j۵۰ & -۱۰ + j۲۰ & -۱۰ + j۳۰ \\ -۱۰ + j۲۰ & ۲۶ - j۵۲ & -۱۶ + j۳۲ \\ -۱۰ + j۳۰ & -۱۶ + j۳۲ & ۲۶ - j۶۲ \end{bmatrix}$$

با تبدیل ماتریس ادمیتانس شین به صورت قطبی که در آن زاویه‌ها برحسب رادیان هستند، خواهیم داشت:

$$Y_{bus}=\begin{bmatrix} ۵۳/۸۵۱۶۵\angle -۱/۹۰۲۹ & ۲۲/۳۶۰۶۸\angle ۲/۰۳۴۴ & ۳۱/۶۲۲۷۸\angle ۱/۸۹۲۵ \\ ۲۲/۳۶۰۶۸\angle ۲/۰۳۴۴ & ۵۸/۱۳۷۷۷\angle -۱/۱۰۷۱ & ۳۵/۷۷۷۰۹\angle ۲/۰۳۴۴ \\ ۳۱/۶۲۲۷۸\angle ۱/۸۹۲۵ & ۳۵/۷۷۷۰۹\angle ۲/۰۳۴۴ & ۶۷/۲۳۰۹۵\angle -۱/۱۷۳۷ \end{bmatrix}$$

با استفاده از معادلات (۶-۵۲) و (۶-۵۳)، روابط زیر برای توان اکتیو شین‌های ۲ و ۳ و توان راکتیو شین ۲ بدست می‌آیند:

$$P_۲=|V_۲||V_۱||Y_{۲۱}|\cos(\theta_{۲۱}-\delta_۲+\delta_۱)+|V_۲|^۲|Y_{۲۲}|\cos\theta_{۲۲}+$$

$$|V_۲||V_۳||Y_{۲۳}|\cos(\theta_{۲۳}-\delta_۲+\delta_۳)$$

$$P_۳=|V_۳||V_۱||Y_{۳۱}|\cos(\theta_{۳۱}-\delta_۳+\delta_۱)+|V_۳||V_۲||Y_{۳۲}|\cos(\theta_{۳۲}-\delta_۳+\delta_۲)$$

$$+|V_۳|^۲|Y_{۳۳}|\cos\theta_{۳۳}$$

$$Q_۲=-|V_۲||V_۱||Y_{۲۱}|\sin(\theta_{۲۱}-\delta_۲+\delta_۱)-|V_۲|^۲|Y_{۲۲}|\sin\theta_{۲۲}-$$

$$|V_۲||V_۳||Y_{۲۳}|\sin(\theta_{۲۳}-\delta_۲+\delta_۳)$$

عناصر ماتریس ژاکوبین با مشتق‌گیری از معادلات بالا برحسب $\delta_۲$ و $\delta_۳$ و $|V_۲|$ تعیین می‌شوند:

$$\frac{\partial P_۲}{\partial \delta_۲}=|V_۲||V_۱||Y_{۲۱}|\sin(\theta_{۲۱}-\delta_۲+\delta_۱)+|V_۲||V_۳||Y_{۲۳}|\sin(\theta_{۲۳}-\delta_۲+\delta_۳)$$

$$\frac{\partial P_۲}{\partial \delta_۳}=-|V_۲||V_۳||Y_{۲۳}|\sin(\theta_{۲۳}-\delta_۲+\delta_۳)$$

$$\frac{\partial P_۲}{\partial |V_۲|}=|V_۱||Y_{۲۱}|\cos(\theta_{۲۱}-\delta_۲+\delta_۱)+۲|V_۲||Y_{۲۲}|\cos\theta_{۲۲}+$$

$$|V_۳||Y_{۲۳}|\cos(\theta_{۲۳}-\delta_۲+\delta_۳)$$

$$\frac{\partial P_۳}{\partial \delta_۲}=-|V_۳||V_۲||Y_{۳۲}|\sin(\theta_{۳۲}-\delta_۳+\delta_۲)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3}=|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31}-\delta_3+\delta_1)+|V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32}-\delta_3+\delta_2)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial |V_2|}=|V_3||Y_{32}|\cos(\theta_{32}-\delta_3+\delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2}=|V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}-\delta_2+\delta_1)+|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}-\delta_2+\delta_3)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3}=-|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}-\delta_3+\delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|}=-|V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}-\delta_2+\delta_1)-2|V_2||Y_{22}|\sin\theta_{22}-$$

$$|V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}-\delta_2+\delta_3)$$

مقادیر بار و تولید برحسب pu عبارتند از:

$$S_2^{sch}=-\frac{(400+j250)}{100}=-4/0-j2/5 \quad \text{pu}$$

$$P_3^{sch}=\frac{200}{100}=2/0 \quad \text{pu}$$

ولتاژ شین مرجع pu $V_1 = 1/05\angle 0^\circ$ بوده و اندازه ولتاژ شین ۳ عبارت از pu $|V_3| = 1/04$ می‌باشد. با شروع از تخمین اولیه $|V_2^{(0)}| = 1/0$ ، $\delta_2^{(0)} = 0/0$ و $\delta_3^{(0)} = 0/0$، باقیمانده توان‌ها با استفاده از معادلات (۶-۶۳) و (۶-۶۴) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta P_2^{(0)} = P_2^{sch} - P_2^{(0)} = -4/0-(-1/14)=-2/8600$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_3^{sch} - P_3^{(0)} = 2/0-(0/5616)=1/4384$$

$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_2^{sch} - Q_2^{(0)} = -2/5-(-2/28)=-0/2200$$

با محاسبه عناصر ماتریس ژاکوبین به ازای تخمین‌های اولیه، مجموعه معادلات خطی در تکرار اول مطابق زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} -۲/۸۶۰۰ \\ ۱/۴۳۸۴ \\ -۰/۲۲۰۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵۴/۲۸۰۰۰ & -۳۳/۲۸۰۰۰ & ۲۴/۸۶۰۰۰ \\ -۳۳/۲۸۰۰۰ & ۶۶/۰۴۰۰۰ & -۱۶/۶۴۰۰۰ \\ -۲۷/۱۴۰۰۰ & ۱۶/۶۴۰۰۰ & ۴۹/۷۲۰۰۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_۲^{(۰)} \\ \Delta\delta_۳^{(۰)} \\ \Delta\lvert V_۲^{(۰)}\rvert \end{bmatrix}$$

با حل معادله ماتریسی فوق، ولتاژ جدید شین‌ها در تکرار اول به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\Delta\delta_۲^{(۰)} = -۰/۰۴۵۲۶۳ \qquad \delta_۲^{(۱)} = ۰ + (-۰/۰۴۵۲۶۳) = -۰/۰۴۵۲۶۳$$

$$\Delta\delta_۳^{(۰)} = -۰/۰۰۷۷۱۸ \qquad \delta_۳^{(۱)} = ۰ + (-۰/۰۰۷۷۱۸) = -۰/۰۰۷۷۱۸$$

$$\Delta\lvert V_۲^{(۰)}\rvert = -۰/۰۲۶۵۴۸ \qquad \lvert V_۲^{(۱)}\rvert = ۱ + (-۰/۰۲۶۵۴۸) = ۰/۹۷۳۴۵$$

زاویه فاز ولتاژها برحسب رادیان هستند. در تکرار دوم، داریم:

$$\begin{bmatrix} -۰/۰۹۹۲۱۸ \\ ۰/۰۲۱۷۱۵ \\ -۰/۰۵۰۹۱۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵۱/۷۲۴۶۷۵ & -۳۱/۷۶۵۶۱۸ & ۲۱/۳۰۲۵۶۷ \\ -۳۲/۹۸۱۶۴۲ & ۶۵/۶۵۶۳۸۳ & -۱۵/۳۷۹۰۸۶ \\ -۲۸/۵۳۸۵۷۷ & ۱۷/۴۰۲۸۳۸ & ۴۸/۱۰۳۵۸۹ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_۲^{(۱)} \\ \Delta\delta_۳^{(۱)} \\ \Delta\lvert V_۲^{(۱)}\rvert \end{bmatrix}$$

۹

$$\Delta\delta_۲^{(۱)} = -۰/۰۰۱۷۹۵ \qquad \delta_۲^{(۲)} = -۰/۰۴۵۲۶۳ + (-۰/۰۰۱۷۹۵) = -۰/۰۴۷۰۶$$

$$\Delta\delta_۳^{(۱)} = -۰/۰۰۰۹۸۵ \qquad \delta_۳^{(۲)} = -۰/۰۰۷۷۱۸ + (-۰/۰۰۰۹۸۵) = -۰/۰۰۸۷۰$$

$$\Delta\lvert V_۲^{(۱)}\rvert = -۰/۰۰۱۷۶۷ \qquad \lvert V_۲^{(۲)}\rvert = ۰/۹۷۳۴۵۱ + (-۰/۰۰۱۷۶۷) = ۰/۹۷۱۶۸۴$$

در تکرار سوم، داریم:

$$\begin{bmatrix} -۰/۰۰۰۰۲۱۶ \\ ۰/۰۰۰۰۳۸ \\ -۰/۰۰۰۱۴۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵۱/۵۹۶۷۰۱ & -۳۱/۶۹۳۸۶۶ & ۲۱/۱۴۷۴۴۷ \\ -۳۲/۹۳۳۸۶۵ & ۶۵/۵۹۷۵۸۵ & -۱۵/۳۵۱۶۲۸ \\ -۲۸/۵۴۸۲۰۵ & ۱۷/۳۹۶۹۳۲ & ۴۸/۹۵۴۸۷۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_۲^{(۲)} \\ \Delta\delta_۳^{(۲)} \\ \Delta\lvert V_۲^{(۲)}\rvert \end{bmatrix}$$

و

$$\Delta\delta_{۲}^{(۲)} = -۰/۰۰۰۰۳۸ \qquad \delta_{۲}^{(۳)} = -۰/۰۴۷۰۵۸ + (-۰/۰۰۰۰۰۳۸) = -۰/۰۴۷۰۶$$

$$\Delta\delta_{۳}^{(۲)} = -۰/۰۰۰۰۰۲۴ \qquad \delta_{۳}^{(۳)} = -۰/۰۰۸۷۰۳ + (-۰/۰۰۰۰۰۲۴) = ۰/۰۰۸۷۰۵$$

$$\Delta|V_{۲}^{(۲)}| = -۰/۰۰۰۰۰۴۴ \qquad |V_{۲}^{(۳)}| = ۰/۹۷۱۶۸۴ + (-۰/۰۰۰۰۰۴۴) = ۰/۹۷۱۶۸$$

همگرائی در تکرار سوم با حداکثر عدم تطابق توان $۲/۵ \times ۱۰^{-۴}$ حاصل می‌شود که در آن خواهیم داشت:

$$V_{۲} = ۰/۹۷۱۶۸ \angle -۲/۶۹۶^{\circ} \quad \text{pu}$$

$$V_{۳} = ۱/۰۴ \angle -۰/۴۹۸۸^{\circ} \quad \text{pu}$$

با استفاده از معادلات (۶-۵۲) و (۶-۵۳)، رابطه توان راکتیو شین ۳ و توان‌های اکتیو و راکتیو شین مرجع عبارتند از:

$$Q_{۳} = -|V_{۳}||V_{۱}||Y_{۳۱}|\sin(\theta_{۳۱} - \delta_{۳} + \delta_{۱}) - |V_{۳}||V_{۲}||Y_{۳۲}|\ \sin(\theta_{۳۲} - \delta_{۳} + \delta_{۲})$$

$$-|V_{۳}|^{۲}|Y_{۳۳}|\sin\theta_{۳۳}$$

$$P_{۱} = |V_{۱}|^{۲}|Y_{۱۱}|\cos\theta_{۱۱} + |V_{۱}||V_{۲}||Y_{۱۲}|\cos(\theta_{۱۲} - \delta_{۱} + \delta_{۲}) +$$

$$|V_{۱}||V_{۳}|\ |Y_{۱۳}|\cos(\theta_{۱۳} - \delta_{۱} + \delta_{۳})$$

$$Q_{۱} = -|V_{۱}|^{۲}|Y_{۱۱}|\sin\theta_{۱۱} - |V_{۱}||V_{۲}||Y_{۱۲}|\sin(\theta_{۱۲} - \delta_{۱} + \delta_{۲}) -$$

$$|V_{۱}||V_{۳}|\ |Y_{۱۳}|\sin(\theta_{۱۳} - \delta_{۱} + \delta_{۳})$$

با جایگزینی مقادیر متغیرهای بالا، خواهیم داشت:

$$Q_{۳} = ۱/۴۶۱۷ \quad \text{pu}$$

$$P_{۱} = ۲/۱۸۴۲ \quad \text{pu}$$

$$Q_{۱} = ۱/۴۰۸۵ \quad \text{pu}$$

در نهایت، محاسبه پخش توان در خطوط مشابه پخش توان در روش گوس - سایدل مـانند مثـال ۶-۷ بوده و نمایش پخش توان مطابق شکل ۶-۱۳ می‌باشد.

برنامه‌ای تحت عنوان **lfnewton** برای حل پخش بار از روش نیوتـون - رافسـون در سیسـتم‌های عملی تهیه شده است. قبـل از ایـن برنامـه بـاید برنامـه **lfybus** اجـرا شـود. از برنامـه‌های **busout** و **lineflow** می‌توان برای چاپ نتایج پخش‌بار و پخش توان در خطـوط اسـتفاده کـرد. قـالب خروجـی، مشابه گوس - سایدل است. شرح خلاصه‌ای از برنامه **lfnewton** در زیر آورده شده است:

lfnewton این برنامه، مسأله پخش‌بار را به روش نیوتون - رافسون حـل می‌کنـد و بـرای این‌کـار بـه پرونده‌های**busdata**و **linedata** که در بخش ۶-۹ شرح داده شد نیازمند است. برنامـه بـه نحـوی طراحی شده است که می‌توان بطور مستقیم از مقادیر بار و تولید برحسب MW و MVAr ، ولتـاژ شین‌ها برحسب pu و زاویه‌ها بر حسب درجه استفاده کرد. مقادیر بار و تولید به کمیت‌هـای pu در مبنای MVA انتخاب شده تبدیل می‌شوند. امکان لازم در برنامه فراهم شده است تـا تـوان راکتیـو ژنراتور در شین‌های با ولتاژ کنترل شده در محدوده مشخص شده آنها نگه داشته شود. تجاوز از حد توان راکتیو در صورتی رخ می‌دهد که مقدار ولتاژ مشخص شده خیلی بزرگ یا خیلی کوچک شـود. در تکرار دوم، مقادیر VAr محاسبه شده در شین‌های دارای ژنراتور مورد آزمـایش قـرار می‌گـیرند. اگر از حد تعیین شده تجاوز شود، اندازه ولتاژ در گام‌های ۰/۵ درصدی تـا حـد ۵± درصـد تنظیـم می‌شود تا تقاضای وار را به محدوده مشخص شده برگرداند.

مثال ۶-۱۱ (chp6ex11)

پاسخ پخش‌بار سیستم آزمایشی IEEE با ۳۰ شین را به روش نیوتون - رافسون بدست آورید.

داده‌های مورد نیاز مشابه داده‌های مثال ۶-۹ بوده و با فرامین زیر پاسخ مورد نظر حاصل می‌شود:

```
clear       % clears all variables from the workspace.
basemva = 100;  accuracy = 0.001;  maxiter = 12;

busdata =    [ same as in Example 6.9 ];
linedata = [ same as in Example 6.9 ];

     lfybus                        % Forms the bus admittance matrix
     lfnewton    % Power flow solution by Newton-Raphson method
```

```
busout     % Prints the power flow solution on the screen
lineflow % Computes and displays the line flow and losses
```

خروجی برنامه **lfnewton** عبارتست از:

Power Flow Solution by Newton-Raphson Method
Maximum Power mismatch = 7.54898e-07
No. of iterations = 4

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	Load MW	Load Mvar	Generation MW	Generation Mvar	Injected Mvar
1	1.060	0.000	0.000	0.000	260.998	-17.021	0.00
2	1.043	-5.497	21.700	12.700	40.000	48.822	0.00
3	1.022	-8.004	2.400	1.200	0.000	0.000	0.00
4	1.013	-9.661	7.600	1.600	0.000	0.000	0.00
5	1.010	-14.381	94.200	19.000	0.000	35.975	0.00
6	1.012	-11.398	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
7	1.003	-13.150	22.800	10.900	0.000	0.000	0.00
8	1.010	-12.115	30.000	30.000	0.000	30.826	0.00
9	1.051	-14.434	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
10	1.044	-16.024	5.800	2.000	0.000	0.000	19.00
11	1.082	-14.434	0.000	0.000	0.000	16.119	0.00
12	1.057	-15.302	11.200	7.500	0.000	0.000	0.00
13	1.071	-15.302	0.000	0.000	0.000	10.423	0.00
14	1.042	-16.191	6.200	1.600	0.000	0.000	0.00
15	1.038	-16.278	8.200	2.500	0.000	0.000	0.00
16	1.045	-15.880	3.500	1.800	0.000	0.000	0.00
17	1.039	-16.188	9.000	5.800	0.000	0.000	0.00
18	1.028	-16.884	3.200	0.900	0.000	0.000	0.00
19	1.025	-17.052	9.500	3.400	0.000	0.000	0.00
20	1.029	-16.852	2.200	0.700	0.000	0.000	0.00
21	1.032	-16.468	17.500	11.200	0.000	0.000	0.00
22	1.033	-16.455	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
23	1.027	-16.662	3.200	1.600	0.000	0.000	0.00
24	1.022	-16.830	8.700	6.700	0.000	0.000	4.30
25	1.019	-16.424	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
26	1.001	-16.842	3.500	2.300	0.000	0.000	0.00
27	1.026	-15.912	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
28	1.011	-12.057	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
29	1.006	-17.136	2.400	0.900	0.000	0.000	0.00
30	0.995	-18.015	10.600	1.900	0.000	0.000	0.00
Total			283.400	126.200	300.998	125.144	23.30

Total	283.400	126.200	300.998	125.144	23.30

خروجی برنامه **lineflow** همان خروجی پخش توان در خطوط مثال ۶-۹ می‌باشد که از روش نیوتون-رافسون با اعمال عدم تطابق توان تعیین شده حاصل شده است.

۶-۱۱ حل پخش بار با روش مجزای سریع

خطوط انتقال سیستم قدرت دارای نسبت $\frac{X}{R}$ بالائی می‌باشند. در چنین سیستمی، حساسیت تغییرات توان حقیقی ΔP به تغییرات اندازه ولتاژ $\Delta |V|$ کمتر و به تغییرات زاویه فاز $\Delta\delta$ بیشتر خواهد بود. به همین ترتیب، تغییرات توان راکتیو به تغییرات زاویه کمتر حساس بوده و وابستگی زیادی به تغییرات اندازه ولتاژ دارد. بنابراین، قابل توجیه است که عناصر J_2 و J_3 از ماتریس ژاکوبین برابر صفر قرار داده شوند. بنابراین معادله (۶-۵۴) به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}J_1 & 0\\ 0 & J_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta|V|\end{bmatrix} \qquad (۶۸-۶)$$

یا

$$\Delta P = J_1\Delta\delta=\left[\frac{\partial P}{\partial\delta}\right]\Delta\delta \qquad (۶۹-۶)$$

$$\Delta Q = J_4\Delta|V|=\left[\frac{\partial Q}{\partial|V|}\right]\Delta|V| \qquad (۷۰-۶)$$

معادلات (۶-۶۹) و (۶-۷۰) نشان می‌دهند که معادله ماتریسی به دو معادله مجزا تبدیل شده است که در مقایسه با معادله (۶-۵۴) به طور قابل ملاحظه‌ای زمان کمتری برای حل نیاز دارند. افزون بر آن، می‌توان ساده سازی قابل توجهی را بعمل آورد تا به محاسبه مجدد J_1 و J_4 در حین هر تکرار نیازی نباشد. این فرآیند منجر به معادلات پخش‌بار مجزائی شده است که توسط Stott و Alsac [۷۵ و ۷۶] معرفی گردیده‌اند. هر یک از عناصر قطری J_1 که در رابطه (۶-۵۵) ارائه شده است به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i}=\sum_{j=1}^{n}|V_i||V_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j)-|V_i|^2|Y_{ii}|\sin\theta_{ii}$$

با جایگزینی جمله اول معادله بالا با $-Q_i$ بر اساس معادله (۶-۵۳) داریم:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i}=-Q_i-|V_i|^2|Y_{ii}|\sin\theta_{ii}$$

$$=-Q_i-|V_i|^2 B_{ii}$$

که در آن $B_{ii}=|Y_{ii}|\sin\theta_{ii}$ قسمت موهومی عناصر قطری ماتریس ادمیتانس شین است. در اینجا B_{ii} حاصل جمع سوسپتانس‌های همه عناصری است که با شین i تلاقی دارند. در یک سیستم قدرت نوعی، سوسپتانس خودی $B_{ii}>>Q_i$ بوده و می‌توان از Q_i چشم‌پوشی کرد. ساده‌سازی دیگری با فرض $|V_i|^2\approx|V_i|$ انجام می‌شود. در این صورت خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i}=-|V_i|B_{ii} \qquad (۶-۷۱)$$

در شرایط بهره‌برداری عادی $\delta_j-\delta_i$ خیلی کوچک است. لذا در رابطه (۶-۵۶) با فرض $\theta_{ii}-\delta_i+\delta_j\approx\theta_{ii}$، عناصر غیرقطری J_1 به صورت زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}=-|V_i||V_j|B_{ij}$$

ساده سازی بیشتر با فرض $|V_j|\approx 1$ حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}=-|V_i|B_{ij} \qquad (۶-۷۲)$$

به همین ترتیب هر یک از عناصر قطری J_4 که در معادله (۶-۶۱) ارائه شده است به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|}=-|V_i||Y_{ii}|\sin\theta_{ii}-\sum_{j=1}^{n}|V_i||V_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j)$$

باجایگزینی جمله دوم معادله بالا با $-Q_i$، بر اساس معادله (۶-۵۳) داریم:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i||Y_{ii}|\sin\theta_{ii} + Q_i$$

از آنجائی‌که $B_{ii} = Y_{ii}\sin\theta_{ii} >> Q_i$ می‌باشد، Q_i قابل چشم‌پوشی است و رابطه (۶-۶۱) به صورت خلاصه شده زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i| B_{ii} \qquad (۶-۷۳)$$

به طور مشابه در معادله (۶-۶۲) ، با فرض $\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j \approx \theta_{ij}$ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| B_{ij} \qquad (۶-۷۴)$$

با این فرض‌ها، معادلات (۶-۶۹) و (۶-۷۰) به شکل زیر در می‌آیند:

$$\frac{\Delta \boldsymbol{P}}{|\boldsymbol{V_i}|} = -\boldsymbol{B'}\Delta\delta \qquad (۶-۷۵)$$

$$\frac{\Delta \boldsymbol{Q}}{|\boldsymbol{V_i}|} = -\boldsymbol{B''}\Delta|\boldsymbol{V}| \qquad (۶-۷۶)$$

در اینجا ماتریس‌های $\boldsymbol{B'}$ و $\boldsymbol{B''}$ قسمت‌های موهومی ماتریس ادمیتانس شین $\boldsymbol{Y_{bus}}$ می‌باشند. از آنجائی‌که عناصر این ماتریس‌ها ثابت هستند، نیازی به معکوس کردن این ماتریس‌ها در هر تکرار نبوده و فقط یک بار در شروع تکرارها معکوس می‌شوند. ماتریس $\boldsymbol{B'}$ دارای مرتبه $(n - ۱)$ است. در شین‌های با ولتاژ کنترل شده که در آنها $|V_i|$ و P_i معلوم و Q_i مجهول است، سطرها و ستون‌های مربوط در $\boldsymbol{Y_{bus}}$ حذف می‌شوند. ماتریس $\boldsymbol{B''}$ دارای مرتبه $(n - ۱ - m)$ است که در آن m تعداد شین‌های با ولتاژ تنظیم شده می‌باشد. بنابراین در الگوریتم پخش بار مجزای سریع، تغییرات متوالی اندازه ولتاژ و زاویه فاز عبارتند از:

$$\Delta\delta = -[\boldsymbol{B'}]^{-۱}\frac{\Delta \boldsymbol{P}}{|\boldsymbol{V}|} \qquad (۶-۷۷)$$

$$\Delta|\boldsymbol{V}| = -[\boldsymbol{B''}]^{-۱}\frac{\Delta \boldsymbol{Q}}{|\boldsymbol{V}|} \qquad (۶-۷۸)$$

روش حل پخش بار مجزای سریع به تکرارهای بیشتری نسبت بـه روش نیـوتـون - رافسـون نیـاز دارد، اما زمان هر تکرار در آن بسیار کمتر است و پاسخ پخش بار خیلی سریع‌تر بدست می‌آید. این شـیوه در تجزیه و تحلیل پیشامدهای احتمالی، که در آن خروج‌های متعددی باید شبیه‌سازی شوند یا مواردی که در آن‌ها حل پخش‌بار برای کنترل در حین کار ضروری می‌باشد، بسیار مفید است.

مثال ۶-۱۲ (chp6ex12)

در سیستم مثال ۶-۸ ، پخش‌بار سیستم را از روش مجزای سریع حل کنید.

ماتریس ادمیتانس شین این سیستم مطابق آنچه در مثال ۶-۱۰ بدست آمد، به صورت زیر است:

$$Y_{bus}=\begin{bmatrix} ۲۰-j۵۰ & -۱۰+j۲۰ & -۱۰+j۳۰ \\ -۱۰+j۲۰ & ۲۶-j۵۲ & -۱۶+j۳۲ \\ -۱۰+j۳۰ & -۱۶+j۳۲ & ۲۶-j۶۲ \end{bmatrix}$$

در این سیستم، شین ۱ به عنوان شین مرجع انتخاب شده است. ماتریس سوسپتانس شین مربوط برای ارزیابی زاویه‌های فاز $\Delta\delta_۲$ و $\Delta\delta_۳$ عبارتست از:

$$\boldsymbol{B'}=\begin{bmatrix} -۵۲ & ۳۲ \\ ۳۲ & -۶۲ \end{bmatrix}$$

معکوس ماتریس بالا به صورت زیر بدست می‌آید:

$$[\boldsymbol{B'}]^{-۱}=\begin{bmatrix} -۰/۰۲۸۱۸۲ & -۰/۰۱۴۵۴۵ \\ -۰/۰۱۴۵۴۵ & -۰/۰۲۳۶۳۶ \end{bmatrix}$$

با استفاده از معادلات (۶-۵۲) و (۶-۵۳)، روابط بین توان اکتیو در شـین‌های ۲ و ۳ و تـوان راکتیـو در شین ۲ عبارتند از:

$$P_۲=|V_۲||V_۱||Y_{۲۱}|\cos(\theta_{۲۱}-\delta_۲+\delta_۱)+|V_۲|^۲|Y_{۲۲}|\cos\theta_{۲۲}$$

$$+|V_۲||V_۳||Y_{۲۳}|\cos(\theta_{۲۳}-\delta_۲+\delta_۳)$$

$$P_۳=|V_۳||V_۱||Y_{۳۱}|\cos(\theta_{۳۱}-\delta_۳+\delta_۱)+|V_۳||V_۲||Y_{۳۲}|\cos(\theta_{۳۲}-\delta_۳+\delta_۲)$$

$$+|V_3^{۲}||Y_{33}|\cos\theta_{33}$$

$$Q_2=-|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}-\delta_2+\delta_1)-|V_2^{۲}||Y_{22}|\cos\theta_{22}$$

$$-|V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}-\delta_2+\delta_3)$$

مقادیر بار و تولید برحسب pu بیان شده و مطابق زیر بدست می‌آیند:

$$S_2^{sch}=-\frac{(۴۰۰+j۲۵۰)}{۱۰۰}=-۴/۰-j۲/۵ \quad \text{pu}$$

$$P_3^{sch}=\frac{۲۰۰}{۱۰۰}=۲/۰ \quad \text{pu}$$

ولتاژ شین مرجع pu $|V_2|=۱/۰۵\angle ۰^\circ$ بوده و اندازه ولتاژ شین ۳ عبارت از pu $|V_3|=۱/۰۴$ می‌باشد. با شروع از تخمین اولیه $|V_2^{(0)}|=۱/۰$، $\delta_2^{(0)}=۰/۰$ و $\delta_3^{(0)}=۰/۰$، باقیمانده‌های توان از روابط (۶-۶۳) و (۶-۶۴) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta P_2^{(0)}=P_2^{sch}-P_2^{(0)}=-۴/۰-(-۱/۱۴)=-۲/۸۶$$

$$\Delta P_3^{(0)}=P_3^{sch}-P_3^{(0)}=۲/۰-(۰/۵۶۱۶)=۱/۴۳۸۴$$

$$\Delta Q_2^{(0)}=Q_2^{sch}-Q_2^{(0)}=-۲/۵-(-۲/۲۸)=-۰/۲۲$$

الگوریتم پخش بار مجزای سریع با توجه به معادله (۶-۷۷) نتیجه زیر را می‌دهد:

$$\begin{bmatrix}\Delta\delta_2^{(0)}\\ \Delta\delta_3^{(0)}\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}-۰/۰۲۸۱۸۲ & -۰/۰۱۴۵۴۵\\ -۰/۰۱۴۵۴۵ & -۰/۰۲۳۶۳۶\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{-۲/۸۶۰۰}{۱/۰}\\ \frac{۱/۴۳۸۴}{۱/۰۴}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۰/۰۶۰۴۸۳\\ -۰/۰۰۸۹۰۹\end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه شین ۳ یک شین تنظیم شده است، سطر و ستون متناظر آن در $\boldsymbol{B}'$ حذف شده و خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{B}''=[-۵۲]$$

با استفاده از رابطه (۶-۷۸) داریم:

$$\Delta|V_۲| = -\left[\frac{-۱}{۵۲}\right]\left[\frac{-۰/۲۲}{۱/۰}\right] = -۰/۰۰۴۲۳۰۸$$

ولتاژ جدید شین‌ها در تکرار اول عبارتند از:

$$\Delta\delta_۲^{(۰)} = -۰/۰۶۰۴۸۳ \qquad \delta_۲^{(۱)} = ۰+(-۰/۰۶۰۴۸۳) = -۰/۰۶۰۴۸۳$$

$$\Delta\delta_۳^{(۰)} = -۰/۰۰۸۹۸۹ \qquad \delta_۳^{(۱)} = ۰+(-۰/۰۰۸۹۸۹) = -۰/۰۰۸۹۸۹$$

$$\Delta|V_۲^{(۰)}| = -۰/۰۰۴۲۳۰۸ \qquad |V_۲^{(۱)}| = ۱+(-۰/۰۰۴۲۳۰۸) = ۰/۹۹۵۷۶۹$$

زاویه فاز ولتاژها برحسب رادیان است. این فرآیند آن قدر ادامه می‌یابد تا پس ماندها به حد دقت تعیین شده برسند. نتیجه در جدول ۶-۳ نشان داده شده است.

با تبدیل زاویه‌های فاز به درجه، نتیجه نهائی به صورت زیر است:

$$V_۲ = ۰/۹۷۱۶۸\angle -۲/۶۹۶^\circ \quad \text{pu}$$

$$V_۳ = ۱/۰۴\angle ۰/۴۹۸۸^\circ \quad \text{pu}$$

با استفاده از معادلات (۶-۵۲) و (۶-۵۳)، مشابه مثال ۶-۱۰، توان راکتیو شین ۳ و توان‌های اکتیو و راکتیو شین مرجع عبارتند از:

$$Q_۳ = ۱/۴۶۱۷ \quad \text{pu}$$

$$P_۱ = ۲/۱۸۴۲ \quad \text{pu}$$

$$Q_۱ = ۱/۴۰۸۵ \quad \text{pu}$$

در این مثال، پخش بار مجزای سریع پس از ۱۴ تکرار و با در نظر گرفتن حداکثر عدم تطابق $۲/۵ \times ۱۰^{-۴}$ pu همگرا می‌شود، در حالی‌که در روش نیوتون - رافسون این همگرائی فقط با ۳ تکرار بدست می‌آمد. بیشترین مقدار نسبت $\frac{X}{R}$ خطوط انتقال در این مثال ۳ می‌باشد. برای سیستم‌های با

نسبت $\frac{X}{R}$ بیشتر، روش پخش‌بار مجزای سریع در تکرارهای نسبتاً کمتری همگرا می‌شود. به هرحال، تعداد تکرارها تابعی از اندازه سیستم است.

جدول ۶-۳ نتیجه پخش بار مثال ۶-۱۲

تکرار	δ_3	δ_2	$\lvert V_2\rvert$	ΔP_2	ΔP_3	ΔQ_2
۱	-۰/۰۶۰۴۸۲	-۰/۰۰۸۹۰۹	۰/۹۹۵۷۶۹	-۲/۸۶۰۰۰۰	۱/۴۳۸۴۰۰	-۰/۲۲۰۰۰۰
۲	-۰/۰۵۶۴۹۶	-۰/۰۰۷۹۵۲	۰/۹۶۵۲۷۴	۰/۱۷۵۸۹۵	-۰/۰۷۰۹۵۱	-۱/۵۷۹۰۴۲
۳	-۰/۰۴۴۱۹۴	-۰/۰۰۸۶۹۰	۰/۹۶۵۷۱۱	۰/۶۴۰۳۰۹	-۰/۴۵۷۰۳۹	۰/۰۲۱۹۴۸
۴	-۰/۰۴۴۸۰۲	-۰/۰۰۸۹۸۶	۰/۹۷۲۹۸۵	-۰/۰۲۱۳۹۵	۰/۰۰۱۱۹۵	۰/۳۶۵۲۴۹
۵	-۰/۰۴۷۶۶۵	-۰/۰۰۸۷۱۳	۰/۹۷۳۱۱۶	-۰/۱۵۳۳۶۸	۰/۱۱۲۸۹۹	۰/۰۰۶۶۵۷
۶	-۰/۰۴۷۶۱۴	-۰/۰۰۸۶۴۵	۰/۹۷۱۴۱۴	۰/۰۰۰۵۲۰	۰/۰۰۲۶۱۰	-۰/۰۸۶۱۳۶
۷	-۰/۰۴۶۹۳۶	-۰/۰۰۸۷۰۲	۰/۹۷۱۳۳۳	۰/۰۳۵۹۸۰	-۰/۰۲۶۱۹۰	-۰/۰۰۴۰۶۷
۸	-۰/۰۴۶۹۲۸	-۰/۰۰۸۷۲۰	۰/۹۷۱۷۳۲	۰/۰۰۰۹۴۸	-۰/۰۰۱۴۱۱	۰/۰۲۰۱۱۹
۹	-۰/۰۴۷۰۸۷	-۰/۰۰۸۷۰۷	۰/۹۷۱۷۶۲	-۰/۰۰۸۴۴۲	۰/۰۰۶۱۳۳	۰/۰۰۱۵۵۸
۱۰	-۰/۰۴۷۰۹۴	-۰/۰۰۸۷۰۲	۰/۹۷۱۶۶۹	-۰/۰۰۰۴۷۰	۰/۰۰۰۵۱۰	-۰/۰۰۴۶۸۸
۱۱	-۰/۰۴۷۰۵۷	-۰/۰۰۸۷۰۵	۰/۹۷۱۶۶۰	۰/۰۰۱۹۷۱	-۰/۰۰۱۴۲۷	-۰/۰۰۰۵۰۰
۱۲	-۰/۰۴۷۰۵۴	-۰/۰۰۸۷۰۶	۰/۹۷۱۶۸۱	۰/۰۰۰۱۷۰	-۰/۰۰۰۱۶۳	۰/۰۰۱۰۸۷
۱۳	-۰/۰۴۷۰۶۳	-۰/۰۰۸۷۰۶	۰/۹۷۱۶۸۴	-۰/۰۰۰۴۵۸	۰/۰۰۰۳۳۰	۰/۰۰۰۱۵۱
۱۴	-۰/۰۴۷۰۶۴	-۰/۰۰۸۷۰۶	۰/۹۷۱۶۸۰	-۰/۰۰۰۰۵۳	۰/۰۰۰۰۴۸	-۰/۰۰۰۲۵۰

در نهایت، پخش توان در خطوط به طریق مشابهی مانند محاسبه پخش توان در روش گوس - سایدل که در مثال ۶-۷ توضیح داده شد محاسبه می‌شود. نمایش پخش توان در شکل ۶-۱۳ ارائه شده است.

برنامه‌ای تحت عنوان **decouple** برای حل پخش‌بار از روش مجزای سریع در سیستم‌های قدرت

عملی تهیه شده است. قبل از آن باید برنامه **lfybus** اجرا شود. از برنامه‌های **busout** و **lineflow** می‌توان برای چاپ نتیجه پخش‌بار و پخش توان در خطوط استفاده کرد. قالب خروجی مربوط مشابه روش گوس - سایدل است. شرح مختصری از برنامه **decouple** در زیر آمده است:

decouple این برنامه، پاسخ پخش‌بار را از روش مجزای سریع بدست می‌آورد و برای این کار به پرونده‌های **busdata** و **linedata** که در بخش ۶-۹ شرح داده شد نیازمند است. این برنامه برای استفاده مستقیم مقادیر بار و تولید برحسب MW و MVAr ، ولتاژ شین‌ها برحسب pu و زاویه‌ها برحسب درجه طراحی شده است. مقادیر بار و تولید به کمیت‌های pu در مبنای MVA انتخاب شده تبدیل می‌شوند. در برنامه امکانی فراهم شده است تا توان راکتیو ژنراتور شین‌های با ولتاژ کنترل شده را در محدوده تعیین شده نگهدارد. تجاوز از حد توان راکتیو هنگامی رخ می‌دهد که ولتاژ مشخص شده خیلی زیاد یا خیلی کم شود. در تکرار دهم، توان‌های راکتیو محاسبه شده در شین‌های دارای ژنراتور مورد آزمایش قرار می‌گیرند. اگر از حد تعیین شده تجاوز شده باشد، اندازه ولتاژ در پله‌های ۰/۵ درصدی تا حد ۵± درصد تنظیم می‌گردد تا تقاضای VAr را به محدوده مجاز برگرداند.

مثال ۶-۱۳ (chp6ex13)

در سیستم آزمایشی IEEE با ۳۰ شین، پخش‌بار سیستم را از روش مجزای سریع حل کنید.

داده‌های مورد نیاز مشابه مثال ۶-۹ بوده و با فرامین زیر پاسخ مورد نظر حاصل می‌شود:

```
clear      % clears all variables from the workspace.
basemva = 100;  accuracy = 0.001;  maxiter = 20;

busdata =   [ same as in Example 6.9 ];
linedata = [ same as in Example 6.9 ];

    lfybus                  % Forms the bus admittance matrix
    decouple   % Power flow solution by fast decoupled method
    busout     % Prints the power flow solution on the screen
    lineflow % Computes and displays the line flow and losses
```

خروجی برنامه **decouple** عبارتست از:

Power Flow Solution by Fast Decoupled Method
Maximum Power mismatch = 0.000919582
No. of iterations = 15

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	Load MW	Load Mvar	Generation MW	Generation Mvar	Injected Mvar
1	1.060	0.000	0.000	0.000	260.998	-17.021	0.00
2	1.043	-5.497	21.700	12.700	40.000	48.822	0.00
3	1.022	-8.004	2.400	1.200	0.000	0.000	0.00
4	1.013	-9.662	7.600	1.600	0.000	0.000	0.00
5	1.010	-14.381	94.200	19.000	0.000	35.975	0.00
6	1.012	-11.398	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
7	1.003	-13.149	22.800	10.900	0.000	0.000	0.00
8	1.010	-12.115	30.000	30.000	0.000	30.828	0.00
9	1.051	-14.434	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
10	1.044	-16.024	5.800	2.000	0.000	0.000	19.00
11	1.082	-14.434	0.000	0.000	0.000	16.120	0.00
12	1.057	-15.303	11.200	7.500	0.000	0.000	0.00
13	1.071	-15.303	0.000	0.000	0.000	10.421	0.00
14	1.042	-16.198	6.200	1.600	0.000	0.000	0.00
15	1.038	-16.276	8.200	2.500	0.000	0.000	0.00
16	1.045	-15.881	3.500	1.800	0.000	0.000	0.00
17	1.039	-16.188	9.000	5.800	0.000	0.000	0.00
18	1.028	-16.882	3.200	0.900	0.000	0.000	0.00
19	1.025	-17.051	9.500	3.400	0.000	0.000	0.00
20	1.029	-16.852	2.200	0.700	0.000	0.000	0.00
21	1.032	-16.468	17.500	11.200	0.000	0.000	0.00
22	1.033	-16.454	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
23	1.027	-16.661	3.200	1.600	0.000	0.000	0.00
24	1.022	-16.829	8.700	6.700	0.000	0.000	4.30
25	1.019	-16.423	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
26	1.001	-16.840	3.500	2.300	0.000	0.000	0.00
27	1.026	-15.912	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
28	1.011	-12.057	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
29	1.006	-17.136	2.400	0.900	0.000	0.000	0.00
30	0.995	-18.014	10.600	1.900	0.000	0.000	0.00
Total			283.400	126.200	300.998	125.145	23.30

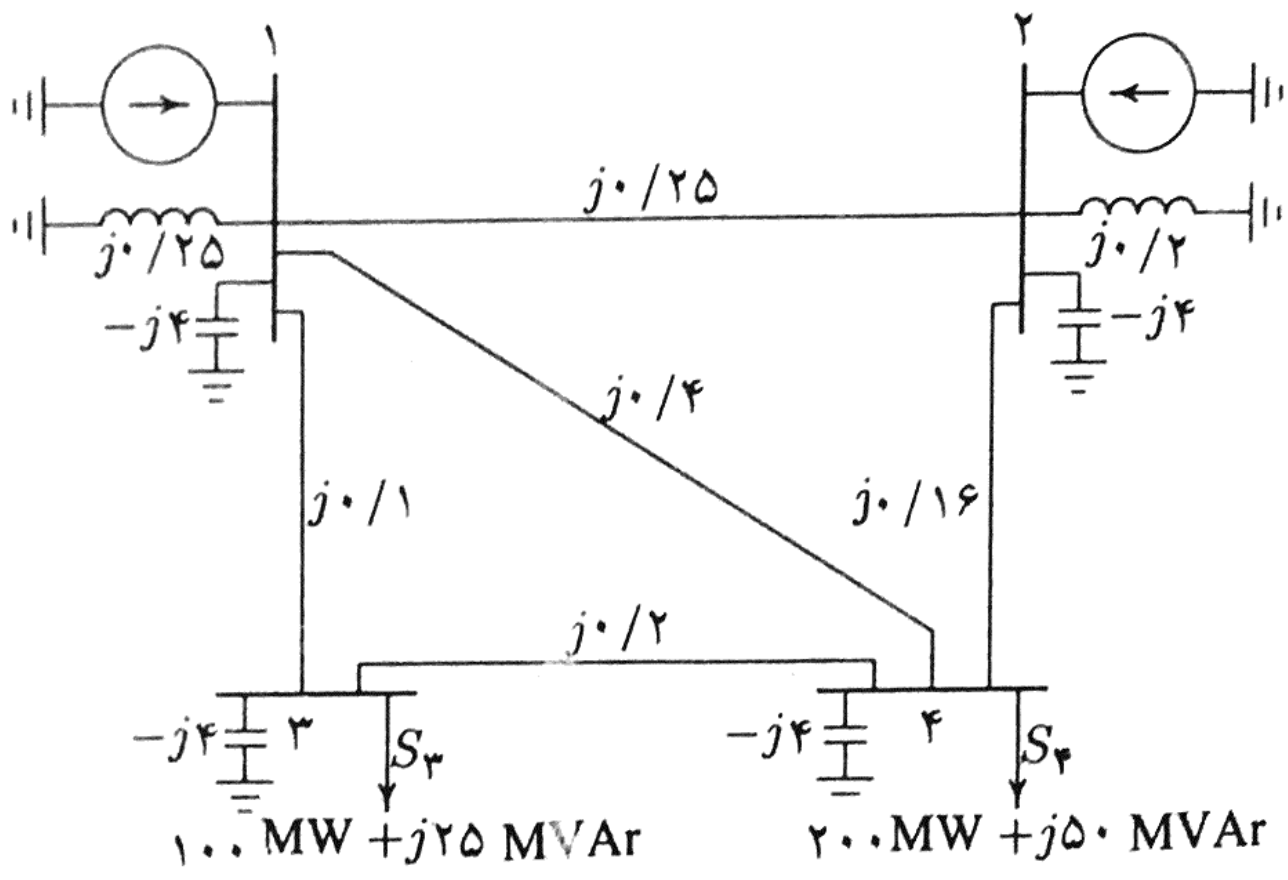
خروجی برنامه **lineflow** همان خروجی پخش توان در خطوط مثال ۶-۹ می‌باشد که از روش مجـزای سریع با اعمال عدم تطابق توان تعیین شده حاصل شده است.

مسایل

۶-۱) شبکه یک سیستم قدرت در شکل ۶-۱۷ نشان داده شده است. ژنراتورهای شین‌های ۱ و ۲ بوسیله منابع جریان معادل و راکتانس آنها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA نمایش داده شده است. خطوط با مدل π نشان داده شده‌اند که در آنها راکتانس‌های سری و موازی برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA مشخص شده‌اند. بار شین‌های ۳ و ۴ برحسب MW و MVAr داده شده است.

(الف) اندازه ولتاژ شین‌های ۳ و ۴ را ۱ pu فرض کرده و بارها را به صورت امپدانس برحسب pu در نظر بگیرید. مقادیر امپدانس‌های شبکه را به ادمیتانس تبدیل نمائید و ماتریس ادمیتانس شین را بصورت نظری بدست آورید.

(ب) با استفاده از تابع **Y = ybus (zdata)** ماتریس ادمیتانس شین را بدست آورید. آرگومان تابع **zdata** ماتریسی است که شامل شماره شین‌ها، مقاومت اهمی و راکتانس خطوط می‌باشد (مثال ۶-۱ را ببینید).



شکل ۶-۱۷ نمایش تک خطی مسأله ۶-۱

۶-۲) شبکه یک سیستم قدرت در شکل ۶-۱۸ نشان داده شده است. مقادیر نشان داده شده امپدانس‌ها برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA می‌باشند. جریان‌های ورودی به شین‌های ۱ و ۲

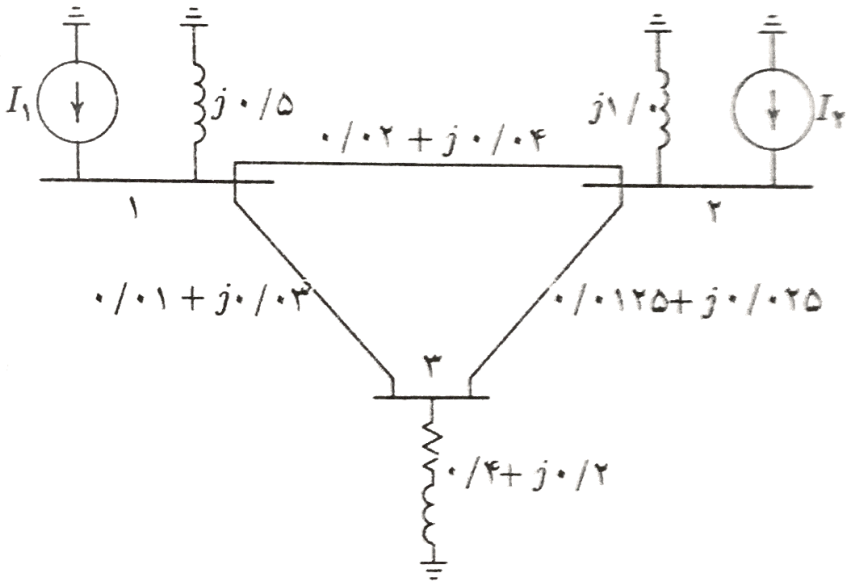
عبارتند از:

$$I_1 = ۱/۳۸ - j۲/۷۲ \quad \text{pu}$$

$$I_2 = ۰/۶۹ - j۱/۳۶ \quad \text{pu}$$

(الف) ماتریس ادمیتانس شین را به صورت نظری بنویسید.

(ب) با استفاده از تابع **Y = ybus (zdata)** ماتریس ادمیتانس شین را بدست آورید. آرگومان تابع **zdata** ماتریسی است که شامل شماره شین‌ها، مقاومت و راکتانس خطوط می‌باشد (مثال ۶-۱ را ببینید). فرامین لازم MATLAB را برای تعیین ولتاژ شین‌ها بنویسید.



شکل ۶-۱۸ نمایش تک خطی مسأله ۶-۲

۶-۳) با استفاده از روش گوس - سایدل معادلات زیر را حل نمائید:

$$x_1 + x_1 x_2 = ۱۰$$

$$x_1 + x_2 = ۶$$

با بکار بردن تخمین‌های اولیه زیر، تکرارها را ادامه دهید تا $|\Delta x_1^{(k)}|$ و $|\Delta x_2^{(k)}|$ کمتر از

۰/۰۰۱ شوند.

(الف) $x_1^{(0)}=1$ و $x_2^{(0)}=1$

(ب) $x_1^{(0)}=1$ و $x_2^{(0)}=2$

۶-۴) معادله چند جمله‌ای درجه چهارم زیر مفروض است:

$$x^4-21x^3+147x^2-379x+252=0$$

(الف) از روش نیوتون - رافسون استفاده کرده و با محاسبات دستی یک ریشه از معادله چند جمله‌ای را بدست آورید. با تخمین اولیه $x^{(0)}=0/0$ شروع کنید و محاسبه را آن قدر ادامه دهید تا $|\Delta x^{(k)}|<0/001$ شود.

(ب) برنامه‌ای در محیط MATLAB بنویسید که ریشه‌های چند جمله‌ای بالا را با روش نیوتون - رافسون بدست‌آورید. برنامه باید از کاربر بخواهد که تخمین اولیه را وارد کند. با استفاده از تخمین‌های اولیه صفر، ۳، ۶ و ۱۰ برنامه را اجرا کنید.

(پ) پاسخ‌های خود را با استفاده از تابع MATLAB با عنوان **r = roots (A)** آزمایش کنید که در آن **A** بردار سطری شامل ضرائب چند جمله‌ای با توان‌های نزولی باشد.

۶-۵) با استفاده از روش نیوتون - رافسون و محاسبات دستی معادلات زیر را حل کنید:

$$x_1^2-2x_1-x_2=3$$

$$x_1^2+x_2^2=41$$

(الف) از تخمین اولیه زیر شروع کرده و مسأله را برای سه تکرار حل کنید.

$$x_1^{(0)}=2$$

$$x_2^{(0)}=3$$

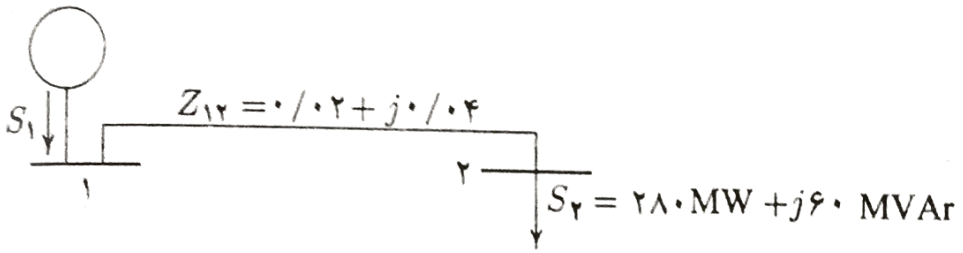
(ب) برنامه‌ای در محیط MATLAB بنویسید که یکی از پاسخ‌های معادله بالا را با روش نیوتون - رافسون بدست‌آورید. این برنامه باید از کاربر بخواهد که تخمین‌های اولیه را وارد کند. برنامه را برای تخمین‌های اولیه بالا اجرا کنید.

۶-۶) در شبکه سیستم قدرت نشان داده شده در شکل ۶-۱۹ شین شماره ۱ شین مرجع بوده و ولتاژ آن $V_1 = 1\angle 0^\circ$ pu و شین شماره ۲ شین بار با $S_2 = 280$ MW $+ j\,60$ MVAr می‌باشد. امپدانس خط بر مبنای ۱۰۰ MVA برابر است با:

$$Z = 0.02 + j0.04 \quad \text{pu}$$

(الف) با استفاده از روش گوس - سایدل V_2 را بدست آورید. از تخمین اولیه $V_2^{(0)} = 1.0 + j0.0$ استفاده کنید و مسأله را برای چهار تکرار حل نمائید.

(ب) اگر پس از چندین تکرار، ولتاژ شین ۲ در مقدار $V_2 = 0.9 - j0.1$ همگرا شود مقدار S_1 و تلفات توان‌های اکتیو و راکتیو را در خط محاسبه کنید.



شکل ۶-۱۹ نمایش تک خطی مسأله ۶-۶

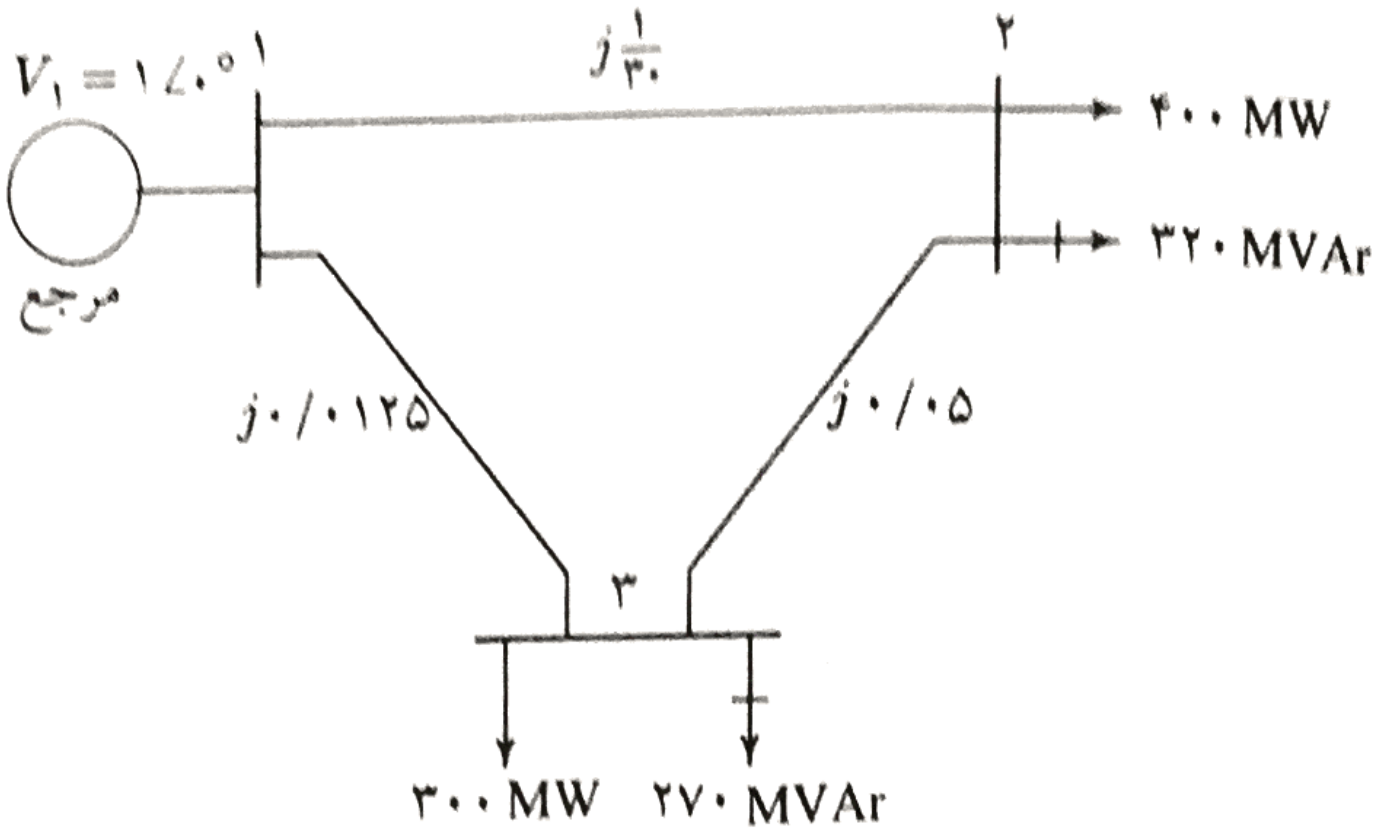
۶-۷) شکل ۶-۲۰ نمایش تک خطی یک سیستم قدرت ساده را نشان می‌دهد که در آن شین ۱ دارای ژنراتور است. ولتاژ شین ۱ برابر $V_1 = 1\angle 0^\circ$ pu است. بارهای برنامه‌ریزی شده در شین‌های ۲ و ۳ در شکل نشان داده شده‌اند. امپدانس خطوط نیز برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA مشخص شده‌اند. به منظور انجام محاسبات دستی، از مقاومت و سوسپتانس خط چشم‌پوشی شده است.

(الف) با استفاده از روش گوس- سایدل و تخمین‌های اولیه $V_2^{(0)} = 1.0 + j0.0$ و $V_3^{(0)} = 1.0 + j0.0$، ولتاژهای V_2 و V_3 را بدست آورید. دو تکرار را انجام دهید.

(ب) اگر پس از چندین تکرار، ولتاژ شین‌ها در مقادیر زیر همگرا شوند:

$$V_2 = 0.9 - j0.1 \quad \text{pu}$$

$$V_3 = 0.95 - j0.05 \quad \text{pu}$$



شکل ۶-۲۰ نمایش تک خطی مسأله ۶-۷

پخش توان، تلفات خطوط و توان‌های اکتیو و راکتیو شین مرجع را تعیین کنید. نمایش پخش توان در خطوط را رسم کرده و جهت این توان‌ها را نشان دهید.

(پ) با استفاده از برنامه **lfgauss** و برنامه‌های لازم دیگر نتیجه پخش بار را آزمایش کنید (به مثال ۶-۹ مراجعه شود). از دقت توان ۰/۰۰۰۰۱ و ضریب تسریع ۱/۰ استفاده نمائید.

۶-۸)شکل ۶-۲۱ نمایش تک خطی یک سیستم قدرت ساده را با سه شین نشان می‌دهد که در آن شین‌های ۱ و ۳ دارای ژنراتور هستند. ولتاژ شین ۱ برابر $V_۱ = ۱/۰۲۵ \angle ۰^\circ$ pu است. اندازه ولتاژ شین ۳ با توان حقیقی تولیدی ۳۰۰ MW در مقدار ۱/۰۳ تثبیت شده است. توان‌های اکتیو و راکتیو بار در شین ۲ به ترتیب ۴۰۰ MW و ۲۰۰ MVAr می‌باشند. امپدانس خطوط بر حسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA در شکل مشخص شده‌اند. به منظور محاسبات دستی، از مقاومت و سوسپتانس خطوط چشم‌پوشی شده است.

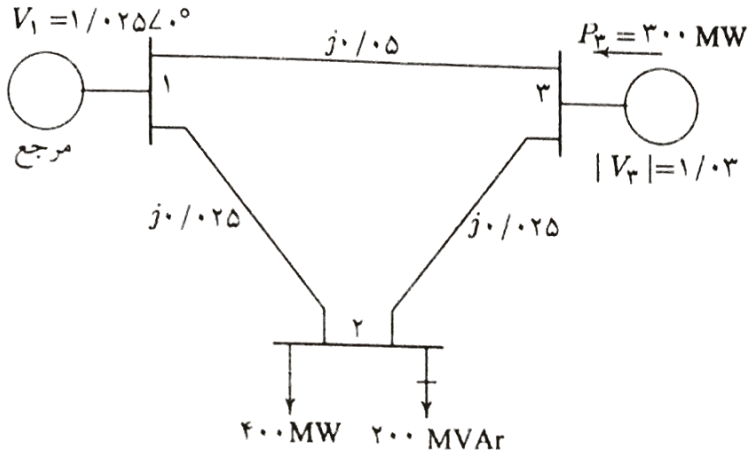
(الف) با استفاده از روش گوس- سایدل و تخمین‌های اولیه $V_۲^{(۰)} = ۱/۰ + j\,۰/۰$ و $V_۳^{(۰)} = ۱/۰۳ + j۰/۰$ و تثبیت $|V_۳| = ۱/۰۳$ pu ، مقادیر فازوری $V_۲$ و $V_۳$ را تعیین کنید. دو تکرار را انجام دهید.

(ب) اگر پس از چندین تکرار ولتاژ شین‌ها در مقادیر زیر همگرا شود:

$$V_۲ = ۱/۰۰۱۲۴۳\angle -۲/۱^\circ = ۱/۰۰۰۵۷۱ - j۰/۰۳۶۶۸۹۸ \quad \text{pu}$$

$$V_۳ = ۱/۰۳\angle ۱/۳۶۸۵۱^\circ = ۱/۰۲۹۷۰۶ + j۰/۰۲۴۶ \quad \text{pu}$$

پخش توان و تلفات خطوط را محاسبه کرده و توان‌های اکتیو و راکتیو شین مرجع را بدست آورید. نمایش پخش توان در خطوط را رسم کرده و جهت آنها را نشان دهید.



شکل ۶-۲۱ نمایش تک خطی مسأله ۶-۸

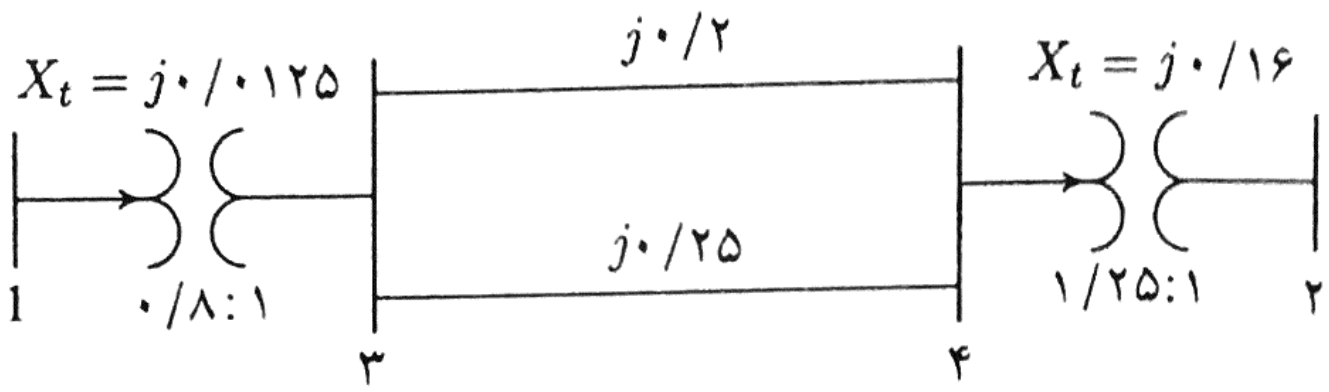
(پ) با استفاده از برنامه **lfgauss** و برنامه‌های لازم دیگر نتیجه پخش‌بار را آزمایش کنید (به شکل ۶-۹ مراجعه شود).

۶-۹) شکل ۶-۲۲ نمایش تک خطی یک سیستم قدرت با چهار شین را نشان می‌دهد. راکتانس‌ها برحسب pu در مبنای MVA یکسان داده شده‌اند. ترانسفورماتورهای $T_۱$ و $T_۲$ به ترتیب دارای تنظیم تپ ۱ : ۰/۸ و ۱ : ۱/۲۵ هستند. ماتریس ادمیتانس شین را بدست آورید.

۶-۱۰) در سیستم با دو شین نشان داده شده در شکل ۶-۲۳، شین شماره ۱ شین مرجع بوده و ولتاژ آن $V_۱ = ۱\angle ۰^\circ$ pu می‌باشد. بار ۱۵۰ MW و ۵۰ MVAr از شین ۲ جذب می‌شود. ادمیتانس خط در مبنای ۱۰۰ MVA برابر $y_{۱۲} = ۱۰\angle -۷۳/۷۴^\circ$ pu است. روابط توان‌های اکتیو و راکتیو در شین ۲ عبارتند از:

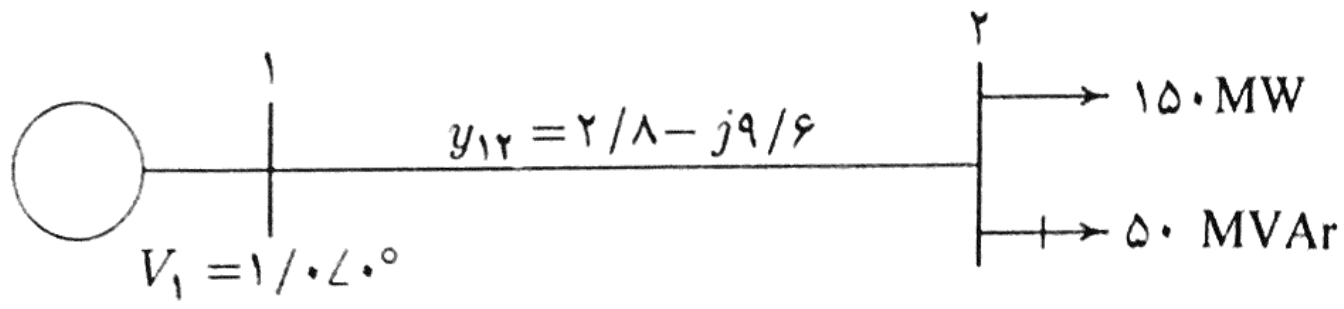
$$P_۲ = ۱۰|V_۲||V_۱|\cos(۱۰۶/۲۶^\circ - \delta_۲ + \delta_۱) + ۱۰|V_۲|^۲ \cos(-۷۳/۷۴^\circ)$$

$$Q_۲ = ۱۰|V_۲||V_۱|\sin(۱۰۶/۲۶^\circ - \delta_۲ + \delta_۱) + ۱۰|V_۲|^۲ \sin(-۷۳/۷۴^\circ)$$



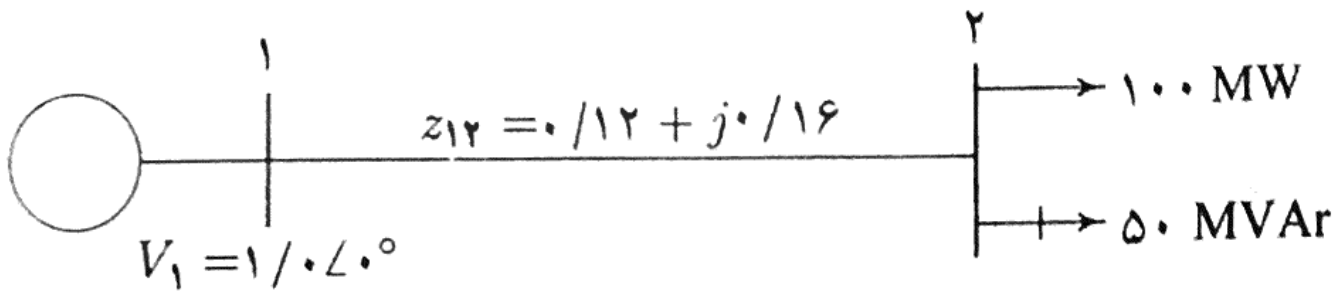
شکل ۶-۲۲ نمایش تک خطی مسأله ۶-۹

با استفاده از روش نیوتون - رافسون، اندازه و زاویه فاز ولتاژ شین ۲ را بدست آورید. از تخمین اولیه $\left|V_۲^{(۰)}\right| = ۱/۰$ pu و $\delta_۲^{(۰)} = ۰/۰$ شروع کنید و دو تکرار را انجام دهید.



شکل ۶-۲۳ نمایش تک خطی مسأله ۶-۱۰

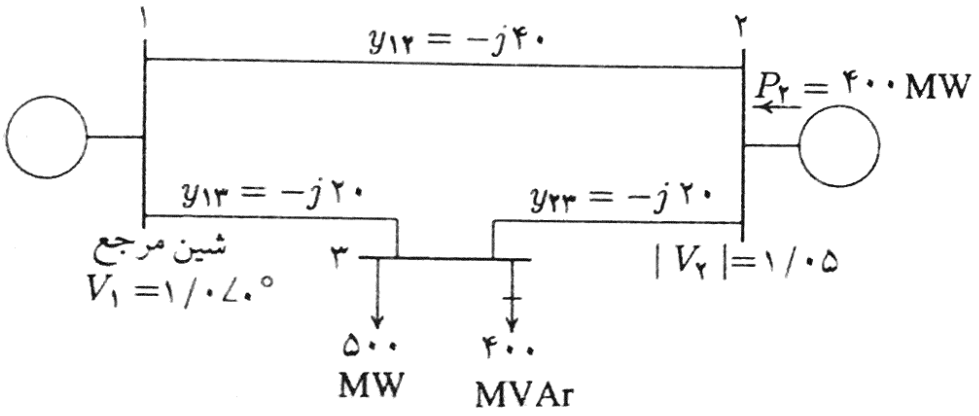
۶-۱۱) در سیستم با دو شین که در شکل ۶-۲۴ نشان داده شده است، شین شماره ۱ شین مرجع بوده و ولتاژ آن $V_۱ = ۱\angle ۰^\circ$ pu می‌باشد. بار ۱۰۰ MW و ۵۰ MVAr از شین ۲ جذب می‌شود.



شکل ۶-۲۴ نمایش تک خطی مسأله ۶-۱۱

امپدانس خط در مبنای ۱۰۰ MVA برابر pu $Z_{۱۲}=۰/۱۲+j۰/۱۶$ است. با استفاده از روش نیوتون - رافسون، اندازه و زاویه فاز ولتاژ شین ۲ را بدست آورید. از تخمین اولیه $\left|V_۲^{(۰)}\right|=۱/۰$ pu و $\delta_۲^{(۰)}=۰/۰$ شروع کرده و دو تکرار را انجام دهید.

۶-۱۲) شکل ۶-۲۵ نمایش تک خطی یک سیستم قدرت ساده با سه شین را نشان می‌دهد که در آن شین‌های ۱ و ۲ دارای ژنراتور می‌باشند. ولتاژ در شین ۱ برابر pu $V_۱=۱\angle ۰^\circ$ است. اندازه ولتاژ شین ۲ در توان حقیقی تولیدی ۴۰۰ MW در مقدار pu ۱/۰۵ تثبیت شده است. توان‌های اکتیو و راکتیو بار در شین ۳ به ترتیب ۵۰۰ MW و ۴۰۰ MVAr می‌باشند. ادمیتانس خطوط در مبنای ۱۰۰ MVA برحسب pu داده شده‌اند. به منظور محاسبات دستی از مقاومت و سوسپتانس خطوط چشم‌پوشی شده است.



شکل ۶-۲۵ نمایش تک خطی مسأله ۶-۱۲

(الف) نشان دهید که روابط توان اکتیو در شین ۲ و توان‌های اکتیو و راکتیو در شین ۳ عبارتند از:

$$P_۲=۴۰|V_۲||V_۱|\cos\left(۹۰^\circ-\delta_۲+\delta_۱\right)+۲۰|V_۲||V_۳|\cos\left(۹۰^\circ-\delta_۲+\delta_۳\right)$$

$$P_۳=۲۰|V_۳||V_۱|\cos\left(۹۰^\circ-\delta_۳+\delta_۱\right)+۲۰|V_۳||V_۲|\cos\left(۹۰^\circ-\delta_۳+\delta_۲\right)$$

$$Q_۳=-۲۰|V_۳||V_۱|\sin\left(۹۰^\circ-\delta_۳+\delta_۱\right)-۲۰|V_۳||V_۲|\sin\left(۹۰^\circ-\delta_۳+\delta_۲\right)+۴۰|V_۳|^۲$$

(ب) با استفاده از روش نیوتون - رافسون و شروع از تخمین‌های اولیه $V_2^{(0)}=1/0+j0/0$ و $V_3^{(0)}=1/0+j0/0$ و ثابت نگهداشتن $|V_2|=1/05$ pu، مقادیر فازوری V_2 و V_3 را بدست آورید. مسأله را برای ۲ تکرار حل کنید.

(پ) با بکارگیری برنامه **lfnewton** و دیگر برنامه‌های مورد نیاز، نتیجه پخش‌بار را آزمایش کنید. حدود توان راکتیو در شین تنظیم شده (شین شماه ۲) را بین صفر تا ۶۰۰ MVAr در نظر بگیرید.

۶-۱۳) در مسأله ۶-۱۲:

(الف) با استفاده از الگوریتم مجزای سریع، مسأله پخش بار را برای دو تکرار حل کنید.

(ب) با بکارگیری برنامه **decouple** و دیگر برنامه‌های مورد نیاز، نتیجه پخش بار مسأله ۶-۱۲ را آزمایش کنید. حدود توان راکتیو در شین تنظیم شده (شین شماره ۲) را بین صفر و ۶۰۰MVAr در نظر بگیرید.

۶-۱۴) شبکه یک سیستم قدرت با ۲۶ شین مربوط به یک شرکت برق در شکل ۶-۲۶ نشان داده شده است. با استفاده از روش‌های زیر پاسخ پخش بار را بدست آورید:

(الف) پخش بار گوس - سایدل (مثال ۶-۹ را ببینید).

(ب) پخش بار نیوتون - رافسون (مثال ۶-۱۱ را ببینید).

(پ) پخش بار مجزای سریع (مثال ۶-۱۳ را ببینید).

داده‌های بار مطابق جدول ۶-۴ می‌باشند:

اندازه ولتاژ، برنامه‌ریزی تولید و حدود توان راکتیو در شین‌های تنظیم شده در جدول ۶-۵ داده شده‌اند. شین ۱ که ولتاژ آن $V_1=1/025\angle 0^\circ$ pu مشخص شده است، به عنوان شین مرجع می‌باشد.

جدول ۶-۴ داده‌های بار برای مسأله ۶-۱۴

بار			بار		
شماره شین	MW	MVAr	شماره شین	MW	MVAr
۱	۵۱/۰	۴۱/۰	۱۴	۲۴/۰	۱۲/۰
۲	۲۲/۰	۱۵/۰	۱۵	۷۰/۰	۳۱/۰
۳	۶۴/۰	۵۰/۰	۱۶	۵۵/۰	۲۷/۰
۴	۲۵/۰	۱۰/۰	۱۷	۷۸/۰	۳۸/۰
۵	۵۰/۰	۳۰/۰	۱۸	۱۵۳/۰	۶۷/۰
۶	۷۶/۰	۲۹/۰	۱۹	۷۵/۰	۱۵/۰
۷	۰/۰	۰/۰	۲۰	۴۸/۰	۲۷/۰
۸	۰/۰	۰/۰	۲۱	۴۶/۰	۲۳/۰
۹	۸۹/۰	۵۰/۰	۲۲	۴۵/۰	۲۲/۰
۱۰	۰/۰	۰/۰	۲۳	۲۵/۰	۱۲/۰
۱۱	۲۵/۰	۱۵/۰	۲۴	۵۴/۰	۲۷/۰
۱۲	۸۹/۰	۴۸/۰	۲۵	۲۸/۰	۱۳/۰
۱۳	۳۱/۰	۱۵/۰	۲۶	۴۰/۰	۲۰/۰

جدول ۶-۵ داده‌های تولید اندازه ولتاژها برای مسأله ۶-۱۴

شماره شین	اندازه ولتاژ	تولید	حدود MVAr	
		MW	Min.	Max.
۱	۱/۰۲۵			
۲	۱/۰۲۰	۷۹/۰	۴۰/۰	۲۵۰/۰
۳	۱/۰۲۵	۲۰/۰	۴۰/۰	۲۵۰/۰
۴	۱/۰۵۰	۱۰۰/۰	۴۰/۰	۸۰/۰
۵	۱/۰۴۵۰	۳۰۰/۰	۴۰/۰	۱۶۰/۰
۲۶	۱/۰۱۵	۶۰/۰	۱۵/۰	۵۰/۰

مگاوار مربوط به خازن‌های موازی نصب شده در پست‌ها و تنظیم تپ ترانسفورماتورها مطابق جداول ۶-۶ و ۶-۷ می‌باشد.

جدول ۶-۶ مگاوار خازن‌ها برای مسأله ۶-۱۴

شماره شین	MVAr
۱	۴۰/۰
۴	۲/۰
۵	۵/۰
۶	۲/۰
۱۱	۱/۵
۱۲	۲/۰
۱۵	۰/۵
۱۹	۵/۰

جدول ۶-۷ تپ ترانسفورماتورها برای مسأله ۶-۱۴

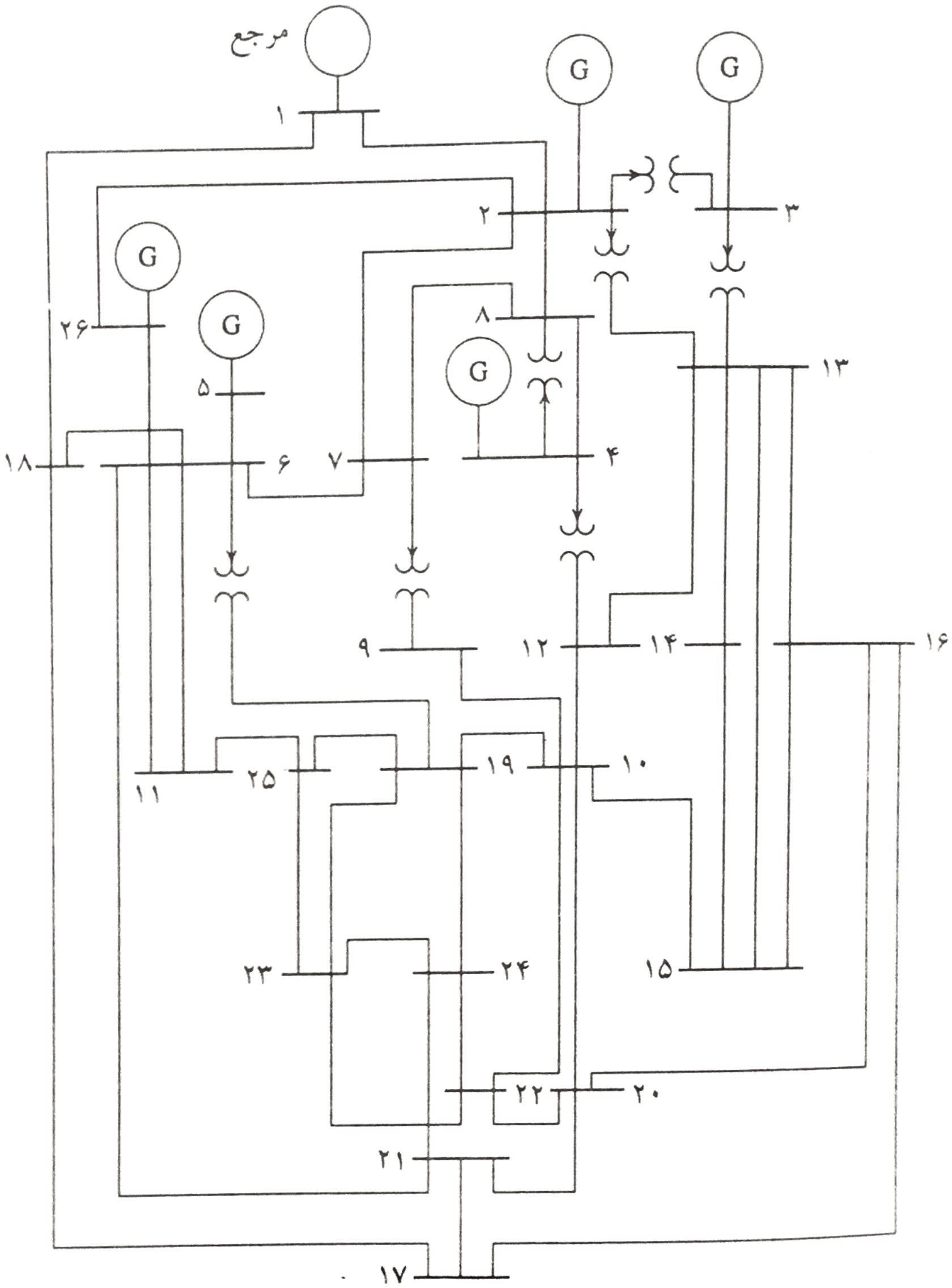
شین‌ها	تنظیم تپ
۲ - ۳	۰ ۹۶۰
۲ - ۱۳	۰ ۹۶۰
۳ - ۱۳	۱ ۰۱۷
۴ - ۸	۱ ۰۵۰
۴ - ۱۲	۱ ۰۵۰
۶ - ۱۹	۰ ۹۵۰
۷ - ۹	۰ ۹۵۰

مقاومت‌ها و راکتانس‌های سری خطوط و ترانسفورماتورها و نصف سوسپتانس خازنی خطوط

برحسب pu در مبنای MVA ۱۰۰ در جدول ۶-۸ آمده است.

جدول ۶-۸ داده‌های خطوط و ترانسفورماتورها برای مسأله ۶-۱۴

شماره شین	شماره شین	R, pu	X, pu	$\frac{1}{2}B$, pu	شماره شین	شماره شین	R, pu	X, pu	$\frac{1}{2}B$, pu
۱	۲	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۴۸	۰/۰۳۰۰	۱۰	۲۲	۰/۰۰۶۹	۰/۰۲۹۸	۰/۰۰۵
۱	۱۸	۰/۰۰۱۳	۰/۰۱۱۰	۰/۰۶۰۰	۱۱	۲۵	۰/۰۹۶۰	۰/۲۷۰۰	۰/۰۱۰
۲	۳	۰/۰۰۱۴	۰/۰۵۱۳	۰/۰۵۰۰	۱۱	۲۶	۰/۰۱۶۵	۰/۰۹۷۰	۰/۰۰۴
۲	۷	۰/۰۱۰۳	۰/۰۵۸۶	۰/۰۱۸۰	۱۲	۱۴	۰/۰۳۲۷	۰/۰۸۰۲	۰/۰۰۰
۲	۸	۰/۰۰۷۴	۰/۰۳۲۱	۰/۰۳۹۰	۱۲	۱۵	۰/۰۱۸۰	۰/۰۵۹۸	۰/۰۰۰
۲	۱۳	۰/۰۰۳۵	۰/۰۹۶۷	۰/۰۲۵۰	۱۳	۱۴	۰/۰۰۴۶	۰/۰۲۷۱	۰/۰۰۱
۲	۲۶	۰/۰۳۲۳	۰/۱۹۶۷	۰/۰۰۰۰	۱۳	۱۵	۰/۰۱۱۶	۰/۰۶۱۰	۰/۰۰۰
۳	۱۳	۰/۰۰۰۷	۰/۰۰۵۴	۰/۰۰۰۵	۱۳	۱۶	۰۱۷۹۰	۰/۰۸۸۸	۰/۰۰۱
۴	۸	۰/۰۰۰۸	۰/۰۲۴۰	۰/۰۰۰۱	۱۴	۱۵	۰/۰۰۶۹	۰/۰۳۸۲	۰/۰۰۰
۴	۱۲	۰/۰۰۱۶	۰/۰۲۰۷	۰/۰۱۵۰	۱۵	۱۶	۰/۰۲۰۹	۰/۰۵۱۲	۰/۰۰۰
۵	۶	۰/۰۰۶۹	۰/۰۳۰۰	۰/۰۹۹۰	۱۶	۱۷	۰/۰۹۹۰	۰/۰۶۰۰	۰/۰۰۰
۶	۷	۰/۰۰۵۳	۰/۰۳۰۶	۰/۰۰۱۰	۱۶	۲۰	۰/۰۲۳۹	۰/۰۵۸۵	۰/۰۰۰
۶	۱۱	۰/۰۰۹۷	۰/۰۵۷۰	۰/۰۰۰۱	۱۷	۱۸	۰/۰۰۳۲	۰/۰۶۰۰	۰/۰۳۸
۶	۱۸	۰/۰۰۳۷	۰/۰۲۲۲	۰/۰۰۱۲	۱۷	۲۱	۰/۲۲۹۰	۰/۴۴۵۰	۰/۰۰۰
۶	۱۹	۰/۰۰۳۵	۰/۰۶۶۰	۰/۰۴۵۰	۱۹	۲۳	۰/۰۳۰۰	۰/۱۳۱۰	۰/۰۰۰
۶	۲۱	۰/۰۰۵۰	۰/۰۹۰۰	۰/۰۲۲۶	۱۹	۲۴	۰/۰۳۰۰	۰/۱۲۵۰	۰/۰۰۲
۷	۸	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۶۹	۰/۰۰۰۱	۱۹	۲۵	۰/۱۱۹۰	۰/۲۲۴۹	۰/۰۰۴
۷	۹	۰/۰۰۰۹	۰/۰۴۲۹	۰/۰۲۵۰	۲۰	۲۱	۰/۰۶۵۷	۰/۱۵۷۰	۰/۰۰۰
۸	۱۲	۰/۰۰۲۰	۰/۰۱۸۰	۰/۰۲۰۰	۲۰	۲۲	۰/۰۱۵۰	۰/۰۳۶۶	۰/۰۰۰
۹	۱۰	۰/۰۰۱۰	۰/۰۴۹۳	۰/۰۰۱۰	۲۱	۲۴	۰/۰۴۷۶	۰/۱۵۱۰	۰/۰۰۰
۱۰	۱۲	۰/۰۰۲۴	۰/۰۱۳۲	۰/۰۱۰۰	۲۲	۲۳	۰/۰۲۹۰	۰/۰۹۹۰	۰/۰۰۰
۱۰	۱۹	۰/۰۵۴۷	۰/۲۳۶۰	۰/۰۰۰۰	۲۲	۲۴	۰/۰۳۱۰	۰/۰۸۸۰	۰/۰۰۰
۱۰	۲۰	۰/۰۰۶۶	۰/۰۱۶۰	۰/۰۰۱۰	۲۳	۲۵	۰/۰۹۸۷	۰/۱۱۶۸	۰/۰۰۰



شکل ۶-۲۶ نمایش تک خطی مسأله ۶-۱۴

فصل هفتم

توزیع بهینه تولید

۷-۱ مقدمه

فرمول‌بندی مسأله پخش‌بار و راه‌حل‌های آن در فصل ۶ مطرح گردید. در پخش‌بار، شین با ولتاژ کنترل شده یکی از انواع شین‌ها است که تولید توان حقیقی و اندازه ولتاژ آن معلوم می‌باشد. در حل پخش‌بار زاویه فاز ولتاژ و تولید توان راکتیو این شین بدست می‌آید. در سیستم‌های قدرت واقعی، نیروگاه‌ها در فواصل یکسان از مراکز بار واقع نشده‌اند و هزینه سوخت آنها نیز متفاوت است. همچنین، تحت شرایط بهره‌برداری عادی، ظرفیت تولید بیش از مجموع تقاضای بار و تلفات است. بنابراین، گزینه‌های مختلفی برای برنامه‌ریزی تولید وجود دارد. در یک سیستم قدرت بهم پیوسته هدف اینست که برنامه‌ریزی توان‌های اکتیو و راکتیو در هر یک از نیروگاه‌ها چنان باشد که هزینه بهره‌برداری حداقل گردد. این بدان معنی است که ژنراتورها مجازند در محدوده معینی توان‌های اکتیو و راکتیو خود را چنان تغییر دهند که تقاضای بار مشخص با حداقل هزینه سوخت تأمین شود. این مسأله را پخش *بار بهینه*[1] (OPF) می‌نامند. برای بهینه‌سازی پاسخ پخش‌بار سیستم‌های قدرت بزرگ از OPF استفاده می‌گردد. این عمل با حداقل نمودن (کمینه سازی) توابع هدف منتخب انجام می‌شود، در حالی‌که عملکرد سیستم برحسب محدودیت‌های توانایی ژنراتور و خروجی تجهیزات جبران‌ساز در حد قابل قبولی حفظ می‌گردد. توابع هدف که *توابع هزینه*[2] نیز نامیده می‌شوند، ممکن است نمایش دهنده هزینه‌های اقتصادی، امنیت سیستم یا اهداف دیگری نیز باشند. برنامه‌ریزی مؤثر توان راکتیو موجب بهبود بهره‌برداری اقتصادی و امنیت سیستم می‌گردد. محققین بسیاری OPF را مورد مطالعه قرار داده و الگوریتم‌های زیادی را با استفاده از شیوه‌ها و توابع هدف گوناگون ارائه نموده‌اند [۱۱ ، ۱۲، ۲۲، ۲۳، ۴۰، ۴۲، ۵۴، ۷۸] .

---

1 - Optimal Power Flow

2 - Cost functions

در این فصل، تجزیه و تحلیل ارائه شده تنها به توزیع اقتصادی تولید توان اکتیو محدود شده است. روش‌های مرسوم بهینه‌سازی توابع پیوسته و بکارگیری قیود در مسایل بهینه‌سازی ارائه شده است. پس از آن، هزینه افزایشی تولید ارائه گردیده و توزیع اقتصادی تولید برای کمینه‌سازی کل هزینه بهره‌برداری با چشم‌پوشی از تلفات انتقال بدست می‌آید. سپس، رابطه تلفات انتقال و توزیع اقتصادی تولید با توجه به این رابطه تلفات ارائه می‌گردد. برنامه‌ای تحت عنوان **bloss** برای ارزیابی ضرایب تلفات انتقال **B** نوشته شده است که به دنبال هر یک از برنامه‌های پخش‌بار مطرح شده در فصل ۶ مانند **lfgauss** ، **lfnewton** یا **decouple** می‌توان آن را بکار گرفت. همچنین یک برنامه عمومی به نام **dispatch** برای برنامه‌ریزی بهینه تولید توان اکتیو نوشته شده است که می‌توان آن را همراه با برنامه **bloss** استفاده نمود.

۷-۲ بهینه سازی توابع غیرخطی

بهینه‌سازی بدون قید پارامترها

بهینه‌سازی توابع غیرخطی ابزار مهمی در طراحی به کمک رایانه بوده و بخشی از طیف گسترده روش‌های بهینه‌سازی است که به *برنامه‌ریزی غیرخطی*[1] موسوم است. نظریه زیر بنایی و روش‌های محاسباتی آن در کتاب‌های زیادی مورد بحث قرار گرفته و قصد اصلی آن، کمینه‌سازی تابع هدف غیرخطی با رعایت قیود غیرخطی معادله‌ای (تساوی) و نامعادله‌ای (نامساوی) است.

ابزارهای ریاضی که برای حل مسایل بهینه‌سازی بدون قید پارامترها بکار می‌روند به طور مستقیم از حساب چند متغیره گرفته شده‌اند. شرط لازم برای کمینه‌سازی تابع هدف زیر بوسیله مشتق‌گیری از f نسبت به متغیرها و مساوی قرار دادن آنها با صفر بدست می‌آید:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (۱-۷)$$

یعنی:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1,\ldots,n \qquad (۲-۷)$$

یا:

1 - Nonlinear programming

$$\nabla f = 0 \qquad (۳-۷)$$

که در آن:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) \qquad (۴-۷)$$

این تابع *بردار گرادیان*[1] نامیده می‌شود. جملات مربوط به مشتق‌های دوم به صورت زیر هستند:

$$H = \frac{\partial f}{\partial x_i \partial x_j} \qquad (۵-۷)$$

معادله بالا منجر به یک ماتریس متقارن می‌گردد که *ماتریس هسیان*[2] تابع f نامیده می‌شود.

هنگامی که مشتق f در نقاط حدی محلی $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n)$ صفر شود، برای اینکه f یک کمینه نسبی داشته باشد، ماتریس هسیان محاسبه شده در نقطه $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n)$ باید یک ماتریس مثبت معین[3] باشد. برای تحقق این شرط لازم است که تمام مقادیر ویژه[4] ماتریس هسیان محاسبه شده در نقطه $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n)$ مثبت باشند.

به طور خلاصه، مقدار کمینه بدون قید یک تابع با محاسبه مشتق‌های جزئی آن (نسبت به پارامترهایی که می‌توان آنها را تغییر داد) و مساوی قرار دادن آنها با صفر و حل آنها برای تعیین مقادیر این پارامترها بدست می‌آید. در میان مجموعه‌های مقادیر پارامترهای بدست آمده، آنهایی که دارای ماتریس مشتق‌های جزئی دوم تابع هزینه مثبت معین هستند، مربوط به کمینه‌های محلی می‌باشند. اگر تنها یک کمینه محلی[5] وجود داشته باشد این مقدار، کمینه جامع[6] نیز می‌باشد. در غیر این‌صورت، برای تعیین کمینه جامع باید هر یک از کمینه‌های محلی تابع هزینه را مورد آزمایش قرار داد.

مثال ۷-۱ (chp7ex1)

کمینه تابع زیر را بدست آورید.

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + x_1 x_2 + x_2 x_3 - 8x_1 - 16x_2 - 32x_3 + 110$$

---

1 - Gradient vector
2 - Hessian matrix
3 - Positive definite
4 - Eigenvalues
5 - Local minimum
6 - Global minimum

با مساوی صفر قرار دادن مشتق‌های اول داریم:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = ۲x_1 + x_2 - ۸ = ۰$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = x_1 + ۴x_2 + x_3 - ۱۶ = ۰$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3} = x_2 + ۶x_3 - ۳۲ = ۰$$

یا:

$$\begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۴ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۶ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۸ \\ ۱۶ \\ ۳۲ \end{bmatrix}$$

پاسخ معادلات خطی همزمان بالا به آسانی بدست می‌آید (در MATLAB از دستور $X = A\backslash B$ استفاده کنید) که برابر است با:

$$(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3) = (۳,۲,۵)$$

تابعی که در این نقطه مورد ارزیابی قرار می‌گیرد عبارتست از:

$$f = (۳,۲,۵) = ۲$$

برای تشخیص کمینه بودن این نقطه، مشتق‌های دوم را محاسبه نموده و ماتریس هسیان به صورت زیر تشکیل می‌گردد:

$$H(\hat{X}) = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۴ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۶ \end{bmatrix}$$

با استفاده از تابع **eig(H)** در MATLAB ، مقادیر ویژه ۱/۵۵ ، ۴/۰ و ۶/۴۵ بدست می‌آیند که همگی مثبت هستند. بنابراین، ماتریس هسیان یک ماتریس مثبت معین بوده و نقطه (۵ , ۲ , ۳) کمینه است.

۷-۲-۱ بهینه‌سازی مقید پارامترها: قیود تساوی

این نوع مسأله هنگامی رخ می‌دهد که در میان پارامترهای منتخب وابستگی‌های تابعی وجود داشته باشد. هدف کمینه‌سازی تابع هزینه زیر است:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (۶-۷)$$

قیود تساوی عبارتند از:

$$g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, k \qquad (۷-۷)$$

این نوع مسایل را می‌توان با استفاده از روش ضریب *لاگرانژ*[1] حل نمود. این روش با استفاده از بردار λ با k عنصر از کمیت‌های تعیین نشده، یک تابع هزینه اضافه شده بوجود می‌آورد. تابع هزینه بدون قید مطابق زیر است:

$$\mathcal{L} = f + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i g_i \qquad (۸-۷)$$

شرایط لازم برای نقاط کمینه محلی با قید $\mathcal{L}$ به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (۹-۷)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_i} = g_i = 0 \qquad (۱۰-۷)$$

ملاحظه می‌شود که معادله (۷-۱۰) نشان دهنده همان قیود اصلی مسأله است.

مثال ۷-۲ (chp7ex2)

با استفاده از روش ضریب لاگرانژ برای حل بهینه‌سازی مقید پارامترها، فاصله کمینه از مبدأ مختصات صفحه xt را تا دایره‌ای با معادله زیر بدست آورید:

$$(x-8)^2 + (t-6)^2 = 25$$

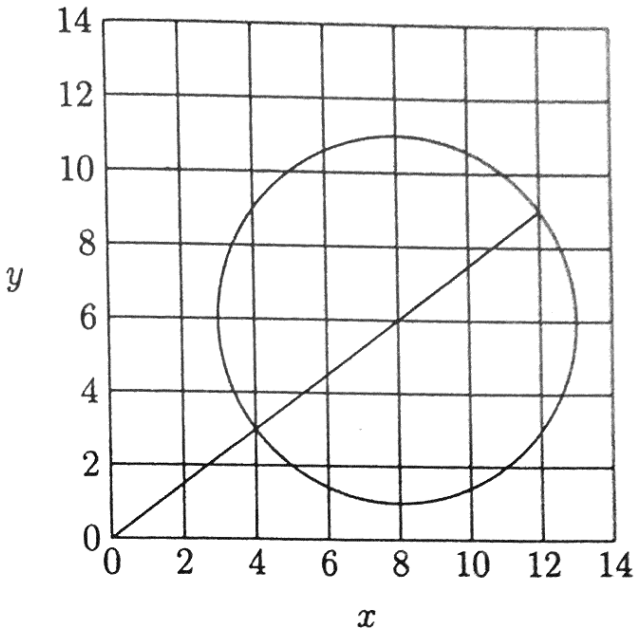
فاصله کمینه بوسیله کمینه‌سازی توان دوم فاصله بدست می‌آید و به صورت زیر است:

---

1 - Lagrange multiplier

$$f(x,y)=x^{۲}+y^{۲}$$

فرمان **plot** در MATLAB ، دایره را مطابق شکل۷-۱ رسم می‌کند .



شکل ۷-۱ تابع مقید برای مثال ۷-۲

با توجه به این شکل دیده می شود که فاصله کمینه ۵ بوده و در نقطه (۳ , ۴) قرار دارد.

حال با استفاده از ضریب لاگرانژ ، تابع $f(x,\ y)$ با قیودی که در معادله دایره داده شده‌اند کمینه‌سازی می‌شود. تابع لاگرانژ به صورت زیر تشکیل می‌گردد:

$$\mathcal{L}=x^{۲}+y^{۲}+\lambda\left[(x-۸)^{۲}+(y-۶)^{۲}-۲۵\right]$$

شرایط لازم برای نقاط حدی عبارتند از:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}=۲x+\lambda(۲x-۱۶)=۰$$

$$۲x(\lambda+۱)=۱۶\lambda$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}=۲y+\lambda(۲y-۱۲)=۰$$

$$۲y(\lambda+۱)=۱۲\lambda$$

و

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}=(x-۸)^۲+(y-۶)^۲-۲۵=۰$$

از حل سه معادله بالا نقاط بهینه بدست می‌آیند. در این مسأله، می‌توان پاسخ مستقیم را به شرح زیر بدست آورد:

با حذف λ از دو معادله اول داریم:

$$y=\frac{۳}{۴}x$$

با جایگزینی y در معادله سوم خواهیم داشت:

$$\frac{۲۵}{۱۶}x^۲-۲۵x+۷۵=۰$$

جواب‌های معادلات درجه دوم بالا عبارتند از: $x = ۴$ و $x = ۱۲$. بنابراین، نقاط متناظر حدی (۳, ۴) به ازای $\lambda = ۱$ و (۹, ۱۲) به ازای $\lambda = -۳$ هستند. از شکل ۷-۱ واضح است که فاصله کمینه در نقطه (۴,۳) و فاصله بیشینه در نقطه (۱۲,۹) می‌باشد. برای تشخیص این نقاط پس از تعیین مشتق‌های دوم، ماتریس‌های هسیان محاسبه شده در این نقاط تشکیل می‌گردند. ماتریسی که مقادیر ویژه مثبت داشته باشد، یک ماتریس مثبت معین بوده و پارامترها مربوط به نقطه کمینه هستند.

در بسیاری از مسایل، حل مستقیم امکان‌پذیر نبوده و معادلات فوق با روش‌های تکراری حل می‌شوند. روش‌های تکراری گوناگونی برای این کار وجود دارند. ساده‌ترین روش جستجو اینست که مقداری برای λ فرض و Δf محاسبه شود. اگر Δf صفر باشد، λ تخمین زده شده مربوط به پاسخ بهینه است. در غیر این صورت، بسته به علامت Δf ، مقدار λ افزایش یا کاهش می‌یابد و پاسخ دیگری محاسبه می‌گردد. با این دو پاسخ، بوسیله برون‌یابی[1] مقدار بهتری برای λ بدست می‌آید و این فرآیند آن‌قدر تکرار می‌شود تا Δf در محدوده دقت تعیین شده قرار گیرد. روشی که به‌طور محسوسی برای

1 - Extrapolation

بکارگیری در توابع پیوسته کارآئی بیشتری دارد روش نیوتن - رافسون می‌باشد. یک راه برای بکارگیری روش نیوتن - رافسون در این مسأله به شرح زیر است. از دو معادلـــه اول x و y محاسـبه می‌شـوند کـه عبارتند از:

$$x=\frac{۸\lambda}{\lambda+۱}$$

$$y=\frac{۶\lambda}{\lambda+۱}$$

با جایگزینی این مقادیر در معادله سوم، داریم:

$$f(\lambda)=\frac{۱۰۰\lambda^{۲}}{(\lambda+۱)^{۲}}-\frac{۲۰۰\lambda}{\lambda+۱}+۷۵=۰$$

که یک معادله غیرخطی برحسب λ بـوده و می‌تـوان آن را با روش نیـوتن رافسون حل نمود. این روش یک تقریب متوالی بر اساس تخمین اولیه برای مجهول مورد نظر و استفاده از بسط سری تیلور می‌باشد (برای جزئیات بیشتر فصل ۶ را ملاحظه نمائید). برای حالت یک بعدی داریم:

$$\Delta\lambda^{(k)}=\frac{-\Delta f(\lambda)^{k}}{\left(\frac{df}{d\lambda}\right)^{(k)}} \qquad (۷-۱۱)$$

و

$$\lambda^{(k+۱)}=\lambda^{(k)}+\Delta\lambda^{(k)} \qquad (۷-۱۲)$$

این روش با یک تخمیـن اولیـه از مقـدار λ شـروع شـده و در جهت بیشتـرین شیب[1] (گرادیـان منفی) مقدار جدیـدی برای λ بدست می‌آید. این فرآیند در جهت شیب منفی آنقدر ادامه می‌یابد تا $\Delta f(\lambda)$ از مقدار دقت تعییـن شـده کمتر شـود. این الگوریتم به *روش گرادیان*[2] موسـوم است. گرادیـان تـابع بـالا به صورت زیر است:

$$\frac{df(\lambda)}{d\lambda}=\frac{۲۰۰\lambda}{(\lambda+۱)^{۳}}-\frac{۲۰۰}{(\lambda+۱)^{۲}}=\frac{-۲۰۰}{(\lambda+۱)^{۳}}$$

1 - Steepest decent

2 - Gradient method

فرامین زیر، شیوه حل معادله داده شده را با روش نیوتن - رافسون نشان می‌دهد:

```
iter = 0;                                        % Iteration counter
Df = 10;                    % Error in Df is set to a high value
Lambda = input('Enter estimated value of Lambda = ');
fprintf('\n ')
disp(['    Iter      Df          J      DLambda    Lambda' ...
'       x          y'])
while abs(Df)  >= 0.0001                      % Test for convergence
iter = iter + 1;                                % No. of iterations
x = 8*Lambda/(Lambda + 1);
y = 6*Lambda/(Lambda + 1);
Df = (x- 8)^2 + (y - 6)^2 - 25;                          % Residual
J = -200/(Lambda + 1)^3;
Delambda =-Df/J;                              % Change in variable
disp([iter, Df, J, Delambda, Lambda, x, y])
Lambda = Lambda + Delambda;                % Successive solution
end
```

هنگامی که برنامه اجرا می‌گردد، از کاربر درخواست می‌شود تا تخمین اولیه λ را وارد کند. به ازای $\lambda = ۰/۴$، نتیجه زیر بدست می‌آید:

```
Enter estimated value of Lambda = 0.4
```

Iter	Δf	J	$\Delta\lambda$	λ	x	y
1	26.0240	-72.8863	0.3570	0.4000	2.2857	1.7134
2	7.3934	-36.8735	0.2005	0.7570	3.4468	2.5851
3	1.0972	-26.6637	0.0411	0.9575	3.9132	2.9349
4	0.0337	-25.0505	0.0013	0.9987	3.9973	2.9980
5	0.0000	-25.0001	0.0000	1.0000	4.0000	3.0000

پس از پنج تکرار، پاسخ در مقدار $\lambda = ۱/۰$ همگرا شده و مقادیر $x = ۴$ و $y = ۳$ متناظر با طول کمینه بدست می‌آیند. در صورتی که برنامه با تخمین اولیه ۲- اجرا شود، پاسخ در $\lambda = ۳-$ همگرا شده و مقادیر $x = ۱۲$ و $y = ۹$ متناظر با طول بیشینه بدست می‌آیند.

۷-۲-۲ بهینه‌سازی مقید پارامترها: قیود نامساوی

مسایل عملی بهینه‌سازی دارای قیود تساوی و نامساوی هستند. مسأله مورد نظر کمینه‌سازی تابع هزینه زیر است:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (۱۳-۷)$$

قیود تساوی عبارتند از:

$$g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, k \qquad (۱۴-۷)$$

قیود نامساوی مطابق زیر هستند:

$$\mu_j(x_1, x_2, \ldots, x_n) \le 0 \qquad j = 1, \ldots, m \qquad (۱۵-۷)$$

با تعمیم ضریب لاگرانژ قیود نامساوی بوسیله معرفی بردار m تایی μ از کمیت‌های تعیین نشده پوشش داده می‌شود. تابع هزینه بدون قید به صورت زیر در می‌آید:

$$\mathcal{L} = f + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i g_i + \sum_{j=1}^{m} \mu_j u_j \qquad (۱۶-۷)$$

شرایط لازم بدست آمده برای نقاط کمینه محلی مقید $\mathcal{L}$ عبارتند از:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1, \ldots, n \qquad (۱۷-۷)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_i} = g_i = 0 \qquad i = 1, \ldots, k \qquad (۱۸-۷)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_j} = u_j \le 0 \qquad j = 1, \ldots, m \qquad (۱۹-۷)$$

$$\mu_j u_j = 0 \quad \text{و} \quad \mu_j > 0 \qquad j = 1, \ldots, m \qquad (۲۰-۷)$$

توجه کنید که معادلات (۷-۱۸) همان قیود تساوی اصلی هستند. فرض کنید که $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n)$ یک کمینه نسبی باشد. در صورتی که نامساوی در $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n)$ به طور کامل

برقرار و $\mu_i = 0$ باشد، قیود نامساوی در معادلات (۷ ۱۹) غیرفعال نامیده می‌شوند. از طرف دیگر، هنگامی که تساوی به طور کامل برقرار باشد، در این نقطه قید فعال است (یعنی اگر قید $u_i(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_n) = 0$ باشد و $\mu_i > 0$ باشد). این حالت شرط لازم *کوهن - تاکر*[1] نامیده می‌شود.

مثال ۷ ۳ (chp7ex3)

مسأله مورد نظر، حل مثال ۷ ۲ با یک قید نامساوی اضافی است. هدف تعیین مقدار کمینه تابع زیر است:

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

قید تساوی عبارتست از:

$$g(x, y) = (x - 8)^2 + (y - 6)^2 - 25 = 0$$

و قید نامساوی به صورت زیر است:

$$u(x, y) = 2x + y \geq 12$$

با استفاده از رابطه (۷ ۱۶)، تابع هزینه بدون قید برابر است با:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda[(x - 8)^2 + (y - 6)^2 - 25] + \mu(2x + y - 12)$$

شرایط لازم بدست آمده برای نقاط کمینه محلی تابع مقید $\mathcal{L}$ عبارتند از:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda(x - 8) + 2\mu = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + 2\lambda(y - 6) + \mu = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = (x - 8)^2 + (y - 6)^2 - 25 = 0$$

POWEREN.IR

1 - Kuhn - Tucker

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = ۲x + y - ۱۲ = ۰$$

با حذف μ از دو معادله اول، داریم:

$$(۲x - ۴y)(۱ + \lambda) + ۸\lambda = ۰$$

با استفاده از شرط چهارم، خواهیم داشت:

$$y = ۱۲ - ۲x$$

با جایگزینی y در معادله بالا، داریم:

$$x = \frac{۴\lambda + ۴/۸}{۱ + \lambda}$$

حال با جایگزینی x درمعادله قبلی خواهیم داشت:

$$y = \frac{۴\lambda + ۲/۴}{۱ + \lambda}$$

با جایگزینی x و y در شرط سوم (قید تساوی)، معادله زیر برحسب λ بدست می‌آید:

$$\left(\frac{۴\lambda + ۴/۸}{۱ + \lambda} - ۸\right)^۲ + \left(\frac{۴\lambda + ۲/۴}{۱ + \lambda} - ۶\right)^۲ - ۲۵ = ۰$$

که از آن معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\lambda^۲ + ۲\lambda + ۰/۳۶ = ۰$$

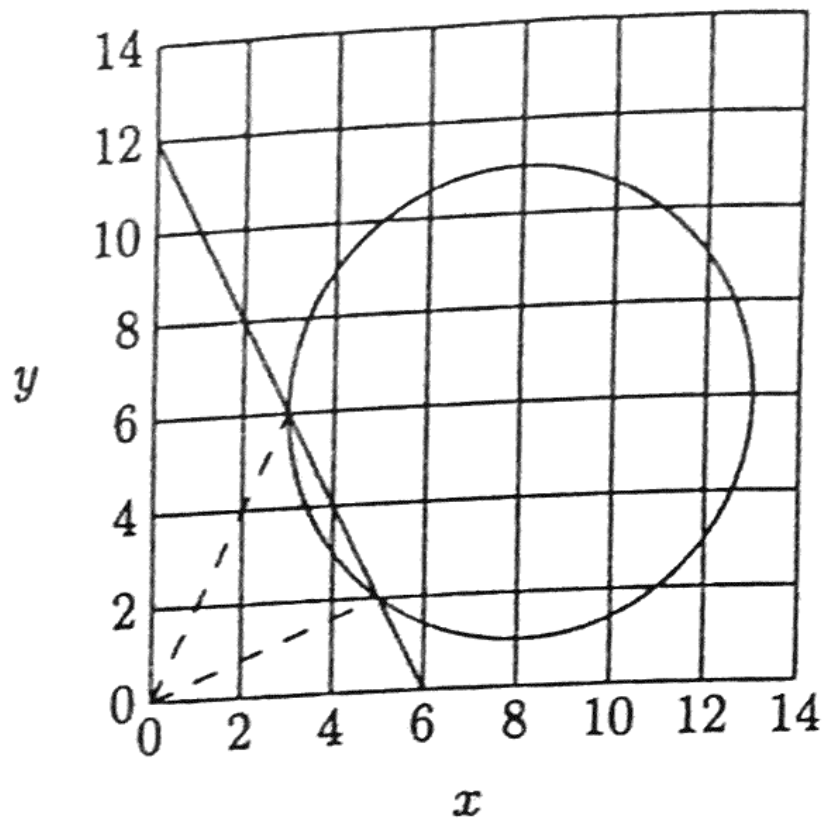
ریشه‌های این معادله $\lambda = -۰/۲$ و $\lambda = -۱/۸$ هستند. با جایگزینی این مقادیر λ در عبارت‌های x و y، نقاط کمینه و بیشینه متناظر عبارتند از:

به ازای $\lambda = -۰/۲$ و $\mu = -۵/۶$:

$$(x, y) = (۵, ۲)$$

و به ازای $\lambda = -۱/۸$ و $\mu = -۱۲$:

$$(x, y) = (۳, ۶)$$



شکل ۷-۲ توابع مقید مربوط به مثال ۷-۳

فاصله کمینه از تابع هزینه مقدار ۵/۳۸۵ بوده و در نقطه (۲, ۵) قرار دارد؛ فاصله بیشینه مقدار ۶/۷۱ را داشته و در نقطه (۶ , ۳) قرار گرفته است.

با اضافه نمودن قید نامساوی $2x + y \geq 12$ به منحنی‌های شکل ۷-۱، چنانچه در شکل ۷-۲ نشان داده شده است، پاسخ به صورت ترسیمی تأئید می‌گردد.

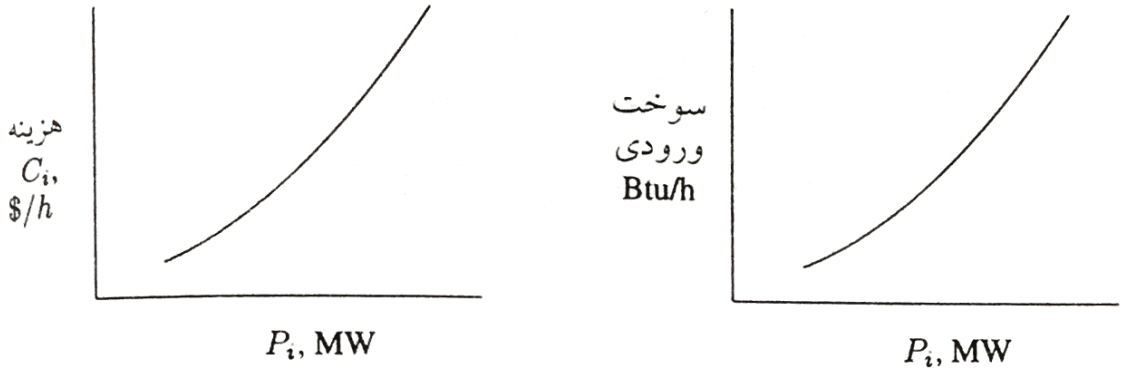
۷-۳ هزینه بهره‌برداری نیروگاه حرارتی[1]

عوامل مؤثر بر تولید توان با کمترین هزینه عبارتند از: بازده کار ژنراتورها، هزینه سوخت و تلفات انتقال. ژنراتور با بهترین بازده در سیستم، کمترین هزینه را تضمین نمی‌کند زیرا امکان دارد که این ژنراتور در منطقه‌ای قرار گرفته باشد که هزینه سوخت زیاد است. همچنین، اگر فاصله نیروگاه از مرکز بار[2] زیاد باشد، تلفات انتقال می‌تواند به طور چشم‌گیری زیاد شود و از اینرو امکان دارد که تولید نیروگاه غیر اقتصادی گردد. بنابراین، مسأله مورد نظر تعیین تولید نیروگاه‌های مختلف به نحوی است که هزینه بهره‌برداری کل کمینه گردد. هزینه بهره‌برداری نقش مهمی در برنامه‌ریزی اقتصادی[3] ایفا می‌کند که در اینجا بررسی می‌گردد.

---

1 - Thermal plant
2 - Load center
3 - Economic scheduling

معمولاً ورودی نیروگاه حرارتی برحسب Btu/h و خروجی آن برحسب MW بیان می‌شود. منحنی ساده شده ورودی - خروجی یک واحد حرارتی که منحنی *نرخ حرارتی*[1] نامیده می‌شود در شکل ۷-۳ (الف) نشان داده شده است. با تبدیل مختصات منحنی نرخ حرارتی از Btu/h به $/h، منحنی هزینه سوخت[2] بدست می‌آید که در شکل ۷-۳ (ب) نشان داده شده است.



(الف) منحنی نرخ حرارتی (ب) منحنی هزینه سوخت

شکل ۷-۳ منحنی‌های نرخ حرارتی و هزینه سوخت

در اکثر موارد می‌توان هزینه سوخت ژنراتور i را به صورت زیر با تابع درجه دوم برحسب توان حقیقی تولید شده آن ژنراتور نمایش داد:

$$C_i=\alpha_i+\beta_i P_i+\gamma_i P_i^2 \qquad (۲۱-۷)$$

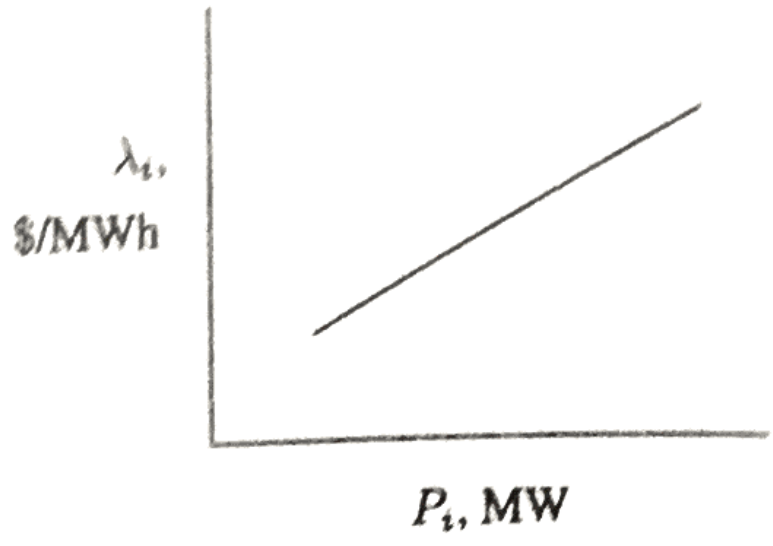
با رسم مشتق منحنی هزینه سوخت برحسب توان حقیقی مشخصه مهم زیر بدست می‌آید که این منحنی *هزینه سوخت افزایشی*[3] نامیده می‌شود و در شکل ۷-۴ نشان داده شده است.

$$\frac{dC_i}{dP_i}=2\gamma_i P_i+\beta_i \qquad (۲۲-۷)$$

منحنی هزینه سوخت افزایشی نشان دهنده اینست که افزایش بعدی تولید توان چقدر هزینه خواهد داشت. هزینه بهره‌برداری کل شامل هزینه سوخت و هزینه نیروی انسانی، قطعات یدکی و نگهداری است. این هزینه‌ها درصد ثابتی از هزینه سوخت فرض شده و معمولاً در منحنی هزینه سوخت افزایشی

1 - Heat rate
2 - Fuel cost
3 - Incremental fuel - cost

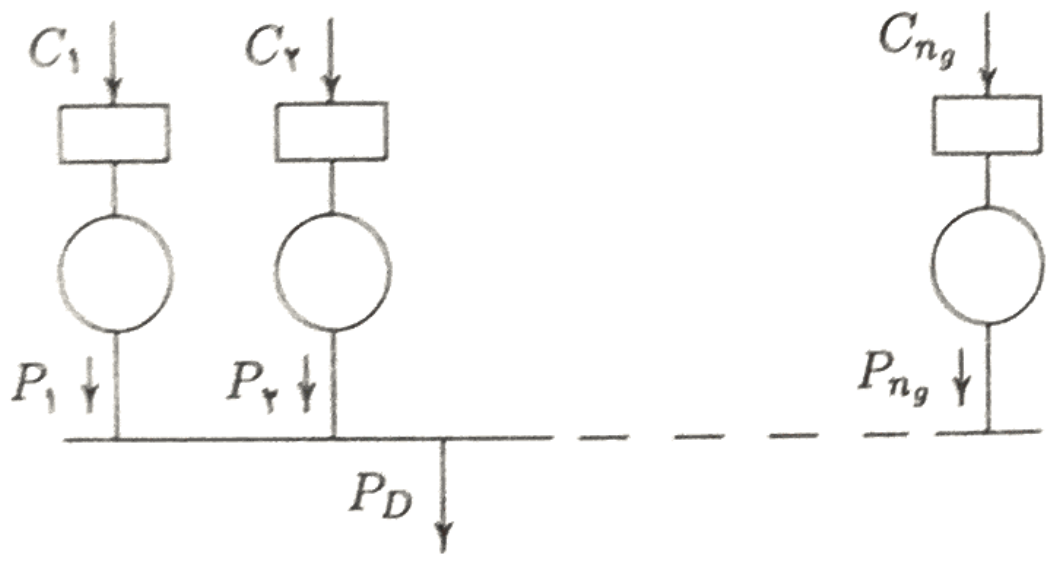
ویرانده می‌شود.



شکل ۷-۴ منحنی نوعی هزینه سوخت افزایشی

۷-۴ توزیع اقتصادی بار بدون در نظر گرفتن تلفات و محدودیت‌های ژنراتورها

ساده‌ترین نوع مسأله توزیع اقتصادی بار حالتی است که از تلفات خطوط انتقال چشم‌پوشی شود، یعنی مدل مسأله، آرایش سیستم و امپدانس خطوط را در نظر نمی‌گیرد. در واقع، این مدل فرض می‌کند که سیستم فقط دارای یک شین بوده و تمامی ژنراتورها و بارها به این شین متصل هستند (مانند شکل ۷-۵).



شکل ۷-۵ نیروگاه‌های متصل شده به یک شین مشترک

چون از تلفات انتقال چشم‌پوشی شده است، تقاضای کل (P_D) با مجموع تولید تمامی ژنراتورها برابر است. فرض می‌شود که تابع هزینه (C_i) هر یک از نیروگاه‌ها معلوم باشد. مسأله مورد نظر پیدا کردن تولید توان حقیقی هر یک از نیروگاه‌ها به نحوی است که تابع هدف (یعنی هزینه تولید کل) که با معادله زیر تعریف شده است، کمینه گردد:

$$C_t = \sum_{i=1}^{n_g} C_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \qquad (۲۳-۷)$$

قید این مسأله عبارتست از:

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D \qquad (۲۴-۷)$$

که در آن C_t هزینه تولید کل، C_i هزینه نیروگاه i ام، P_i تولید نیروگاه i ام، P_D تقاضای بار کل و n_g تعداد نیروگاه‌های قابل استفاده در توزیع اقتصادی بار است.

یک روش نوعی حل مسأله، اضافه نمودن قیود به تابع هدف مورد نظر با اعمال ضریب لاگرانژ به صورت زیر است:

$$\mathcal{L} = C_t + \lambda \left(P_D - \sum_{i=1}^{n_g} P_i \right) \qquad (۲۵-۷)$$

کمترین مقدار این تابع بدون قید در نقطه‌ای بدست می‌آید که مشتق‌های جزئی آن نسبت به متغیرهای آن تابع صفر باشد، یعنی:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = ۰ \qquad (۲۶-۷)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = ۰ \qquad (۲۷-۷)$$

شرط اول که در معادله (۷-۲۶) داده شده است منجر به رابطه زیر می‌گردد:

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} + \lambda(\cdot - ۱) = \cdot$$

هزینه تولید کل برابر است با:

$$C_t = C_۱ + C_۲ + \ldots + C_{n_g}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda$$

بنابراین شرط توزیع بهینه این است که:

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_i} = \lambda \qquad i = ۱,\ldots,n_g \qquad (۲۸\text{-}۷)$$

به عبارت دیگر:

$$\beta_i + ۲\gamma_i P_i = \lambda \qquad (۲۹\text{-}۷)$$

شرط دوم که در معادله (۷-۲۷) داده شده است منجر به رابطه زیر می‌گردد:

$$\sum_{i=۱}^{n_g} P_i = P_D \qquad (۳۰\text{-}۷)$$

معادله (۷-۳۰) دقیقاً همان قیدی است که باید اعمال می‌گردید. به طور خلاصه، هنگامی که از تلفات چشم‌پوشی شود و ژنراتورها محدودیتی نداشته باشند، برای اقتصادی‌ترین حالت بهره‌برداری، تمام نیروگاه‌ها باید با هزینه تولید افزایشی مساوی کار کنند و قید تساوی معادله (۷-۳۰) نیز برقرار باشد. برای تعیین پاسخ رابطه (۷-۲۹) برای P_i به صورت زیر حل می‌شود:

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{۲\gamma_i} \qquad (۳۱\text{-}۷)$$

روابط ارائه شده توسط معادله (۷-۳۱) به *معادلات هماهنگی*[1] موسوم هستند. همه این معادلات تابعی

1 - Coordination equations

از λ می‌باشند. به منظور بدست آوردن یک پاسخ تحلیلی برای λ می‌توان P_i را از رابطه (۷-۳۱) در معادله (۷-۳۰) قرار داد. بنابراین خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^{n_g} \frac{\lambda-\beta_i}{2\gamma_i}=P_D \qquad (۷-۳۲)$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$\lambda=\frac{P_D+\sum_{i=1}^{n_g} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{n_g} \frac{1}{2\gamma_i}} \qquad (۷-۳۳)$$

برای بدست آوردن برنامه‌ریزی بهینه تولید، مقدار λ را که از رابطه (۷-۳۳) بدست آمده است، در معادله (۷-۳۱) قرار می‌دهیم.

پاسخ توزیع اقتصادی بار با چشم‌پوشی از تلفات به صورت تحلیلی ارائه گردید. چنانچه تلفات در نظرگرفته شود، معادلات بدست آمده مطابق آنچه در بخش ۷-۶ نشان داده خواهد شد، غیرخطی بوده و باید به صورت تکراری حل شوند. بنابراین، در اینجا یک روش تکراری معرفی شده و رابطه (۷-۳۱) با این روش حل خواهد شد. در روش جستجوی تکراری، ابتدا با دو مقدار برای λ شروع کرده و مقدار بهتر λ بوسیله برون‌یابی بدست می‌آید. این فرآیند آن قدر ادامه می‌یابد تا ΔP_i در محدوده دقت از پیش تعیین شده قرار گیرد. بهرحال، همان طور که قبلاً ذکر گردید، حل سریع با استفاده از روش گرادیان بدست می‌آید. برای این کار، رابطه (۷-۳۲) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f(\lambda)=P_D \qquad (۷-۳۴)$$

با بسط سری تیلور سمت چپ معادله بالا حول نقطه کار $\lambda^{(k)}$ و چشم‌پوشی از جملات مرتبه دوم و بالاتر خواهیم داشت:

$$f(\lambda)^{(k)}+\left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)} \Delta\lambda^{(k)}=P_D \qquad (۷-۳۵)$$

این رابطه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)}}$$

$$= \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum\left(\frac{dP_i}{d\lambda}\right)^{(k)}} \qquad (۳۶-۷)$$

یا:

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \frac{۱}{۲\gamma_i}} \qquad (۳۷-۷)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\lambda^{(k+۱)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \qquad (۳۸-۷)$$

که در آن:

$$\Delta P^{(k)} = P_D - \sum_{i=۱}^{n_g} P_i^{(k)} \qquad (۳۹-۷)$$

این فرآیند آن قدر ادامه می‌یابد تا $\Delta P^{(k)}$ کوچکتر از مقدار دقت از پیش تعیین شده گردد.

مثال ۷-۴ (chp7ex4)

توابع هزینه سوخت سه نیروگاه حرارتی برحسب $/h به صورت زیر داده شده‌اند:

$$C_۱ = ۵۰۰ + ۵/۳\, P_۱ + ۰/۰۰۴\, P_۱^۲$$

$$C_۲ = ۴۰۰ + ۵/۵\, P_۲ + ۰/۰۰۶\, P_۲^۲$$

$$C_۳ = ۲۰۰ + ۵/۸\, P_۳ + ۰/۰۰۹\, P_۳^۲$$

که در آن $P_۱$ ، $P_۲$ و $P_۳$ برحسب MW بوده و بار کل (P_D) آنها ۸۰۰ MW می‌باشد. با چشم‌پوشی از تلفات و محدودیت‌های ژنراتورها، توزیع بهینه و هزینه کل برحسب $/h را برای موارد زیر بدست آورید:

(الف) روش تحلیلی با استفاده از معادله (۷-۳۳) .

(ب) روش ترسیمی.

(پ) روش تکراری با استفاده از روش گرادیان.

(الف) با استفاده از رابطه (۷-۳۳)، مقدار λ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda=\frac{۸۰۰+\frac{۵/۳}{۰/۰۰۸}+\frac{۵/۵}{۰/۰۱۲}+\frac{۵/۸}{۰/۰۱۸}}{\frac{۱}{۰/۰۰۸}+\frac{۱}{۰/۰۱۲}+\frac{۱}{۰/۰۱۸}}$$

$$=\frac{۸۰۰+۱۴۴۳/۰۵۵۵}{۲۶۳/۸۸۸۹}=۸/۵ \qquad \$/MWh$$

با جایگزینی مقدار λ در معادلات هماهنگی رابطه (۷-۳۱) ، توزیع بهینه مطابق زیر بدست می‌آید:

$$P_۱=\frac{۸/۵-۵/۳}{۲(۰/۰۰۴)}=۴۰۰/۰۰۰۰$$

$$P_۲=\frac{۸/۵-۵/۵}{۲(۰/۰۰۶)}=۲۵۰/۰۰۰۰$$

$$P_۳=\frac{۸/۵-۵/۸}{۲(۰/۰۰۹)}=۱۵۰/۰۰۰۰$$

(ب) با استفاده از رابطه (۷-۲۸) شرایط لازم برای توزیع بهینه عبارتند از:

$$\frac{dC_۱}{dP_۱}=۵/۳+۰/۰۰۸P_۱=\lambda$$

$$\frac{dC_۲}{dP_۲}=۵/۵+۰/۰۱۲P_۲=\lambda$$

$$\frac{dC_3}{dP_3}=۵/۸+۰/۰۱۸P_3=\lambda$$

و قید آن عبارتست از:

$$P_1+P_2+P_3=P_D$$

برای تشریح مفهوم هزینه افزایشی مساوی در توزیع بهینه، می‌توان از فرمان **plot** در برنامه MATLAB استفاده نمود و هزینه افزایشی هر یک از نیروگاه‌ها را روی یک نمودار رسم کرد (شکل ۷-۶). برای تعیین پاسخ، می‌توان مقادیر مختلف λ را آزمایش نمود تا مقداری برای λ بدست آید که در آن $\sum P_i = P_D$ گردد. برای هر λ، اگر $\sum P_i < P_D$ باشد باید مقدار λ را افزایش داد و در صورتی که $\sum P_i > P_D$ گردد، مقدار λ باید کاهش یابد. بنابراین، خط نقطه‌چین افقی (شکل ۷-۶) آن قدر به سمت بالا یا پائین حرکت داده می‌شود تا در نقطه بهینه $\hat{\lambda}$، رابطه $\sum P_i = P_D$ برقرار گردد. در این مثال که $P_D = ۸۰۰$ MW است، توزیع بهینه در $\hat{\lambda} = ۸/۵$ \$/MWh بدست آمده و مقادیر توان‌ها عبارتند از:

$$P_1 = ۴۰۰ \text{ MW}$$

$$P_2 = ۲۵۰ \text{ MW}$$

$$P_3 = ۱۵۰ \text{ MW}$$

(پ) به منظور حل عددی با استفاده از روش گرادیان، مقدار اولیه $\lambda^{(1)} = ۶/۰$ را در نظر بگیرید. با استفاده از معادلات هماهنگی (۷-۳۱) مقادیر P_1، P_2 و P_3 به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

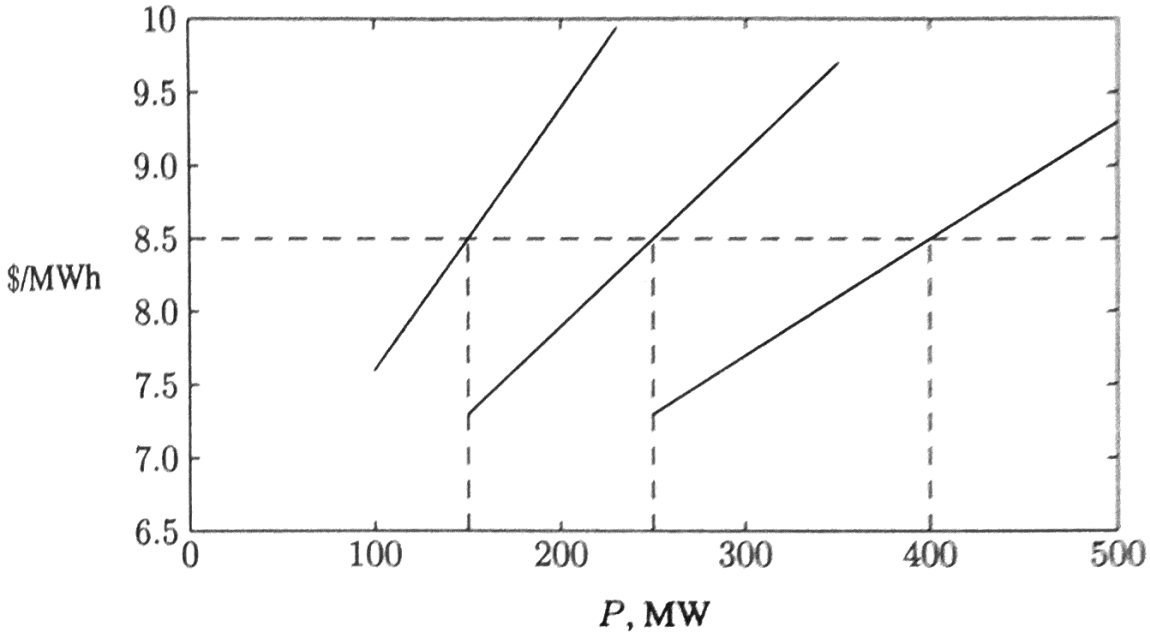
$$P_1^{(1)} = \frac{۶/۰-۵/۳}{۲(۰/۰۰۴)} = ۸۷/۵۰۰۰$$

$$P_2^{(1)} = \frac{۶/۰-۵/۵}{۲(۰/۰۰۶)} = ۴۱/۶۶۶۷$$

$$P_3^{(1)} = \frac{۶/۰-۵/۸}{۲(۰/۰۰۹)} = ۱۱/۱۱۱۱$$

از آنجائی که $P_D = ۸۰۰$ MW می‌باشد، با استفاده از معادله (۷-۳۹) خطای ΔP عبارتست از:

$$\Delta P^{(1)} = ۸۰۰ - (۸۷/۵ + ۴۱/۶۶۶۷ + ۱۱/۱۱۱۱) = ۶۵۹/۷۲۲۲$$



شکل ۷-۶ تشریح مفهوم هزینه افزایشی مساوی در هزینه تولید

با استفاده از رابطه (۷-۳۷) داریم:

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{۶۵۹/۷۲۲۲}{\frac{۱}{۲(۰/۰۰۴)} + \frac{۱}{۲(۰/۰۰۶)} + \frac{۱}{۲(۰/۰۰۹)}} = \frac{۶۵۹/۷۲۲۲}{۲۶۳/۸۸۸۸} = ۲/۵$$

بنابراین مقدار جدید λ برابر است با:

$$\lambda^{(2)} = ۶/۰ + ۲/۵ = ۸/۵$$

با ادامه این فرآیند، پس از تکرار دوم خواهیم داشت:

$$P_1^{(2)} = \frac{۸/۵ - ۵/۳}{۲(۰/۰۰۴)} = ۴۰۰/۰۰۰۰$$

$$P_{۲}^{(۲)}=\frac{۸/۵-۵/۵}{۲(۰/۰۰۶)}=۲۵۰/۰۰۰۰$$

$$P_{۳}^{(۲)}=\frac{۸/۵-۵/۸}{۲(۰/۰۰۹)}=۱۵۰/۰۰۰۰$$

و در نتیجه داریم:

$$\Delta P^{(۲)} = ۸۰۰ - (۴۰۰ + ۲۵۰ + ۱۵۰) = ۰/۰$$

از آنجائی که $\Delta P^{(۲)} = ۰$ است، قید تساوی پس از دو تکرار برقرار شده است. بنابراین توزیع بهینه به صورت زیر خواهد بود:

$$P_{۱} = ۴۰۰ \text{ MW}$$

$$P_{۲} = ۲۵۰ \text{ MW}$$

$$P_{۳} = ۱۵۰ \text{ MW}$$

$$\hat{\lambda} = ۸/۵ \qquad \$/\text{MWh}$$

و هزینه سوخت کل برابر است با:

$$C_t = ۵۰۰ + ۵/۳\,(۴۰۰) + ۰/۰۰۴\,(۴۰۰)^{۲} + ۴۰۰ + ۵/۵\,(۲۵۰) + ۰/۰۰۶\,(۲۵۰)^{۲}$$
$$+ ۲۰۰ + ۵/۸\,(۱۵۰) + ۰/۰۰۹\,(۱۵۰)^{۲} = ۶۶۸۲/۵ \qquad \$/h$$

برای روشن شدن روش بالا، برنامه ساده زیر برای مثال ۷-۴ نوشته شده است:

```
alpha =[500; 400; 200];
beta = [5.3; 5.5; 5.8]; gamma=[.004; .006; .009];
PD=800;
DelP = 10;          % Error in DelP is set to a high value
lambda = input('Enter estimated value of Lambda = ');
fprintf(' ')
disp(['   Lambda      P1        P2        P3        DP'...
 '      grad      Delambda'])
```

```
iter = 0;                                   % Iteration counter
while abs(DelP)  >= 0.001                   % Test for convergence
iter = iter + 1;                            % No. of iterations
P = (lambda - beta)./(2*gamma);    % Coordination equation
DelP =PD - sum(P);                                  % Residual
J = sum(ones(length(gamma), 1)./(2*gamma));% Gradient sum
Delambda = DelP/J;                          % Change in variable
disp([lambda, P(1), P(2), P(3), DelP, J, Delambda])
lambda = lambda + Delambda;                 % Successive solution
end
totalcost = sum(alpha + beta.*P + gamma.*P.^2)
```

پس از اجرای برنامه، خروجی زیر بدست می‌آید:

```
Enter estimated value of Lambda = 6

Lambda      P1        P2        P3         DP      grad     Delambda
6.0000   87.500   41.6667   11.1111   659.7222   263.8889   2.500
8.5000  400.000  250.0000  150.0000     0.0000   263.8889   0.000

   totalcost =

               6682.5
```

برای مسأله توزیع بهینه، یک برنامه عمومی بنام **dispatch** تهیه شده است. این برنامه مقادیر λ سیستم، بردار P از توزیع بهینه تولید و هزینه کل را برمی‌گرداند. متغیرهای مورد نیاز برنامه **dispatch** عبارتند از:

Pdt این متغیر باید برای مشخص کردن بار کل برحسب MW استفاده شود. اگر **Pdt** مشخص نشده باشد از کاربر درخواست می‌شود که بار کل را وارد نماید. اگر برنامه **dispatch** بعد از هر یک از برنامه‌های پخش بار استفاده شود، برنامه پخش بار به طور خودکار مقدار بار کل را به آن می‌دهد.

cost این متغیر باید برای مشخص کردن ضرایب تابع هزینه استفاده شود. این ضرایب در قالب ماتریس MATLAB مرتب می‌گردند. هر سطر شامل ضرایب تابع هزینه و برحسب توان‌های صعودی P می‌باشد.

mwlimits این متغیر برای مشخص کردن محدودیت‌های توان حقیقی ژنراتورها است که در بخش ۷-۵ تشریح خواهد شد. این ورودی به صورت یک ماتریس مشخص می‌شود که ستون اول مقدار حداقل و ستون دوم مقدار حداکثر را نشان می‌دهد. اگر **mwlimits** مشخص نشده باشد، این برنامه توزیع بهینه را بدون در نظر گرفتن محدودیت ژنراتورها بدست می‌آورد.

B B0 B00 این متغیرها برای مشخص کردن ماتریس‌های ضرایب رابطه تلفات استفاده می‌شوند که در بخش ۷-۶ مطرح خواهند شد. اگر این متغیرها مشخص نشده باشند، توزیع بهینه تولید با چشم‌پوشی از تلفات بدست خواهد آمد.

هزینه تولید کل یک سیستم قدرت حرارتی را می‌توان با کمک فرمان **gencost** بدست آورد. این برنامه را می‌توان پس از هر یک از برنامه‌های پخش‌بار یا برنامه **dispatch** بکار گرفت. البته به شرطی که ماتریس تابع هزینه تعریف شده باشد.

مثال ۷-۵ (chp7ex5)

از محدودیت‌های ژنراتور و تلفات سیستم چشم‌پوشی نموده و با استفاده از برنامه **dispatch**، توزیع بهینه تولید را برای نیروگاه‌های حرارتی مثال ۷-۴ بدست آورید.

ابتدا فرامین زیر اجرا می‌شوند:

```
cost = [500   5.3    0.004
        400   5.5    0.006
        200   5.8    0.009];
Pdt = 800;
dispatch
gencost
```

و نتایج بدست آمده به صورت زیر خواهند بود:

```
Incremental cost of delivered power(system lambda) = 8.5$/MWh
Optimal Dispatch of Generation:

      400.0000
```

```
    250.0000
    150.0000
Total generation cost = 6682.50 $/h
```

۷-۵ توزیع اقتصادی بار با چشم‌پوشی از تلفات و در نظر گرفتن محدودیت‌های ژنراتورها

قدرت خروجی هر ژنراتور نباید بیشتر از مقدار نامی آن باشد و همچنین نباید کمتر از مقداری باشد که برای بهره‌برداری پایدار دیگ بخار ضروری است. بنابراین، تولید چنان محدود می‌شود که در بین دو محدوده از پیش تعیین شده حداقل و حداکثر قرار گیرد. مسأله این است که تولید توان حقیقی هر یک از نیروگاه‌ها چنان تعیین گردد که تابع هدف (یعنی هزینه تولید کل) تعریف شده با رابطه (۷-۲۳) کمینه گردد و قیود تساوی داده شده در رابطه (۷-۲۴) برقرار بوده و قیود نامساوی زیر رعایت شوند:

$$P_{i(min)} \le P_i \le P_{i(max)} \qquad i = 1, \dots, n_g \qquad (۷-۴۰)$$

که در آن $P_{i(min)}$ و $P_{i(max)}$ به ترتیب محدودیت حداقل و حداکثر تولید در نیروگاه i می‌باشند.

شرایط کوهن - تاکر تکمیل کننده شرایط لاگرانژ برای در بر گرفتن قیود نامساوی به عنوان جملات اضافی است. شرایط لازم برای توزیع بهینه و با چشم‌پوشی از تلفات به صورت زیر است:

$$\frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \qquad \text{برای} \qquad P_{i(min)} < P_i < P_{i(max)}$$

$$\frac{dC_i}{dP_i} \le \lambda \qquad \text{برای} \qquad P_i = P_{i(max)} \qquad (۷-۴۱)$$

$$\frac{dC_i}{dP_i} \ge \lambda \qquad \text{برای} \qquad P_i = P_{i(min)}$$

حل عددی مشابه همان روش قبلی است، یعنی برای یک λ تخمینی، P_i با استفاده از معادله هماهنگی (۷-۳۱) بدست می‌آید و تکرار آن قدر ادامه می‌یابد تا $\sum P_i > P_D$ گردد. به محض این که خروجی هر یک از نیروگاه‌ها به یک حداقل یا حداکثر برسد، خروجی آن نیروگاه در مقدار حداکثر یا حداقل تثبیت می‌گردد. در واقع، خروجی آن نیروگاه مقدار ثابتی خواهد داشت و تنها نیروگاه‌هایی

که در محدوده مجاز قرار دارند باید در هزینه افزایشی مساوی کار کنند.

مثال ۷-۶ (chp7ex6)

توزیع بهینه و هزینه کل $/h را برای نیروگاه‌های حرارتی مثال ۷-۴ تعیین کنید. بار کل ۹۷۵ MW بوده و محدودیت ژنراتورها (برحسب MW) به صورت زیر است:

$$۲۰۰ \le P_۱ \le ۴۵۰$$

$$۱۵۰ \le P_۲ \le ۳۵۰$$

$$۱۰۰ \le P_۳ \le ۲۲۵$$

با فرض تخمین اولیه $\lambda^{(۱)} = ۶.۰$ و با استفاده از معادلات هماهنگی (۷-۳۱) برای مقادیر $P_۱$، $P_۲$ و $P_۳$ داریم:

$$P_۱^{(۱)} = \frac{۶/۰ - ۵/۳}{۲(۰/۰۰۴)} = ۸۷/۵۰۰۰$$

$$P_۲^{(۱)} = \frac{۶/۰ - ۵/۵}{۲(۰/۰۰۶)} = ۴۱/۶۶۶۷$$

$$P_۳^{(۱)} = \frac{۶/۰ - ۵/۸}{۲(۰/۰۰۹)} = ۱۱/۱۱۱۱$$

از آنجائی که $P_D = ۹۷۵$ MW است، با استفاده از رابطه (۷-۳۹) مقدار خطای P_D برابر است با:

$$\Delta P^{(۱)} = ۹۷۵ - (۸۷/۵ + ۴۱/۶۶۶۷ + ۱۱/۱۱۱۱) = ۸۳۴/۷۲۲۲$$

با استفاده از معادله (۷-۳۷) داریم:

$$\Delta\lambda^{(۱)} = \frac{۸۳۴/۷۲۲۲}{\frac{۱}{۲(۰/۰۰۴)} + \frac{۱}{۲(۰/۰۰۶)} + \frac{۱}{۲(۰/۰۰۹)}} = \frac{۸۳۴/۷۲۲۲}{۲۶۳/۸۸۸۸} = ۳/۱۶۳۲$$

بنابراین، مقدار جدید λ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\lambda^{(۲)} = ۶/۰ + ۳/۱۶۳۲ = ۹/۱۶۳۲$$

با ادامه این فرآیند برای تکرار دوم خواهیم داشت:

$$P_۱^{(۲)} = \frac{۹/۱۶۳۲ - ۵/۳}{۲(۰/۰۰۴)} = ۴۸۲/۸۹۴۷$$

$$P_۲^{(۲)} = \frac{۹/۱۶۳۲ - ۵/۵}{۲(۰/۰۰۶)} = ۳۰۵/۲۶۳۲$$

$$P_۳^{(۲)} = \frac{۹/۱۶۳۲ - ۵/۸}{۲(۰/۰۰۹)} = ۱۸۶/۸۴۲۱$$

و مقدار خطا پس از پایان تکرار دوم برابر است با:

$$\Delta P^{(۲)} = ۹۷۵ - (۴۸۲/۸۹۴۷ + ۳۰۵/۲۶۳۲ + ۱۸۶/۸۴۲۱) = ۰/۰$$

چون $\Delta P^{(۲)} = ۰$ است، قیود تساوی پس از دو تکرار رعایت شده است، هر چند $P_۱$ بیشتر از حد بالای تعیین شده است. از این‌رو، تولید این نیروگاه در حد بالای خود تثبیت می‌گردد. بنابراین، $P_۱ = ۴۵۰ MW$ بوده و در این مقدار ثابت نگهداشته می‌شود. در نتیجه مقدار جدید عدم توازن در توان به صورت زیر خواهد بود:

$$\Delta P^{(۲)} = ۹۷۵ - (۴۵۰ + ۳۰۵/۲۶۳۲ + ۱۸۶/۸۴۲۱) = ۳۲/۸۹۴۷$$

با استفاده از رابطه (۷-۳۷) داریم:

$$\Delta \lambda^{(۲)} = \frac{۳۲/۸۹۴۷}{\frac{۱}{۲(۰/۰۰۶)} + \frac{۱}{۲(۰/۰۰۹)}} = \frac{۳۲/۸۹۴۷}{۱۳۸/۸۸۸۹} = ۰/۲۳۶۸$$

بنابراین، مقدار جدید λ برابر است با:

$$\lambda^{(۳)} = ۹/۱۶۳۲ + ۰/۲۳۶۸ = ۹/۴$$

برای تکرار سوم خواهیم داشت:

$$P_۱^{(۳)} = ۴۵۰$$

$$P_2^{(3)} = \frac{9/4 - 5/5}{2(0/006)} = 325$$

$$P_3^{(3)} = \frac{9/4 - 5/8}{2(0/009)} = 200$$

و مقدار خطا پس از پایان تکرار سوم به صورت زیر خواهد بود:

$$\Delta P^{(3)} = 975 - (450 + 325 + 200) = 0/0$$

در اینجا $\Delta P^{(3)} = 0$ بوده و قید تساوی نیز رعایت شده و P_2 و P_3 نیز در محدوده مجاز هستند. بنابراین، توزیع بهینه عبارتست از:

$$P_1 = 450 \quad \text{MW}$$

$$P_2 = 325 \quad \text{MW}$$

$$P_3 = 200 \quad \text{MW}$$

$$\hat{\lambda} = 9/4 \quad \$/\text{MWh}$$

و هزینه سوخت کل برابر است با:

$$C_t = 500 + 5/3\,(450) + 0/004\,(450)^2 + 400 + 5/5\,(325) + 0/006\,(325)^2$$

$$+ 200 + 5/8\,(200) + 0/009\,(200)^2 = 8236/25 \quad \$/h$$

فرامین زیر را می‌توان برای تعیین توزیع بهینه تولید با در نظر گرفتن محدودیت‌های ژنراتور بکار گرفت:

```
cost = [500   5.3    0.004
        400   5.5    0.006
        200   5.8    0.009];
mwlimits=[200  450
          150  350
          100  225];
```

```
Pdt = 975;
dispatch
gencost
```

نتیجه اجرای فرامین بالا به صورت زیر است:

```
Incremental cost of delivered power
Optimal Dispatch of Generation:

        450
        325
        200

Total generation cost = 8236.25 $/h
```

۶-۷ توزیع اقتصادی بار با در نظر گرفتن تلفات

هنگامی که فواصل انتقال بسیار کم و چگالی بار خیلی زیاد باشد، می‌توان از تلفات انتقال چشم‌پوشی کرده و توزیع بهینه تولید را با بهره‌برداری از تمام نیروگاه‌ها با هزینه تولید افزایشی مساوی بدست آورد. هر چند، در یک شبکه بهم پیوسته بزرگ که توان در فواصل طولانی انتقال می‌یابد و چگالی بار مناطق کوچک است، تلفات انتقال عامل مهمی بوده و بر توزیع بهینه تولید اثر می‌گذارد. معمولاً در عمل برای در نظر گرفتن اثر تلفات، کل تلفات انتقال به عنوان یک تابع درجه دوم و برحسب توان خروجی ژنراتورها بیان می‌شود. ساده‌ترین تابع درجه دوم به صورت زیر است:

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} P_i B_{ij} P_j \qquad (۴۲-۷)$$

یک فرمول کلی‌تر شامل یک عبارت خطی و یک عبارت ثابت است که *فرمول تلفات کرون*[1] نامیده می‌شود و عبارتست از:

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} P_i B_{ij} P_j + \sum_{i=1}^{n_g} B_{0i} P_i + B_{00} \qquad (۴۳-۷)$$

1 - Kron's loss formula

ضرایب B_{ij}، *ضرایب تلفات*[1] یا *ضرایب* B - نامیده می‌شوند. این ضرایب ثابت فرض شده و در صورتی که شرایط بهره‌برداری سیستم نزدیک به حالت پایه‌ای باشد که ثابت‌های B در آن محاسبه شده‌اند، می‌توان دقت قابل قبولی را انتظار داشت. روش‌های مختلفی برای تعیین معادله تلفات وجود دارند. یک روش برای تعیین ضرایب B - در بخش ۷-۷ ارائه شده است.

مسأله توزیع اقتصادی در واقع کمینه‌سازی هزینه تولید کل (C_t) است که تابعی از خروجی نیروگاه می‌باشد. تابع هدف عبارتست از:

$$C_t = \sum_{i=1}^{n_g} C_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \qquad (۴۴-۷)$$

قید آن تساوی تولید با مجموع تقاضا و تلفات است که به صورت زیر می‌باشد:

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D + P_L \qquad (۴۵-۷)$$

و قیود نامساوی آن عبارتند از:

$$P_{i(min)} \le P_i \le P_{i(max)} \qquad i = 1,\ldots,n_g \qquad (۴۶-۷)$$

که در آن $P_{i(min)}$ و $P_{i(max)}$ به ترتیب محدودیت حداقل و حداکثر تولید نیروگاه i می‌باشند.

با استفاده از ضریب لاگرانژ و افزودن جملات اضافی برای در برگرفتن قیود تساوی خواهیم داشت:

$$\mathcal{L} = C_t + \lambda\left(P_D + P_L - \sum_{i=1}^{n_g} P_i \right) + \sum_{i=1}^{n_g} \mu_{i(max)} \left(P_i - P_{i(max)} \right) +$$

$$\sum_{i=1}^{n_g} \mu_{i(min)} \left(P_i - P_{i(min)} \right) \qquad (۴۷-۷)$$

باید درک نمود که استفاده از قیود بدین صورت است که وقتی $P_i < P_{i(max)}$ باشد $\mu_{i(max)} = 0$

---

1 - Loss coefficients

بوده و هنگامی که $P_i > P_{i(min)}$ باشد $\mu_{i(min)} = ۰$ خواهد بود. به عبارت دیگر، اگر قید از مقدار خود تخلف نکرده باشد، متغیر μ مرتبط با آن صفر بوده و عبارت مربوط در معادله (۷-۴۷) وجود نخواهد داشت. این قید زمانی فعال می‌شود که تخلفی رخ داده باشد. حداقل این تابع بدون قید، در نقطه‌ای که مشتق‌های جزئی آن نسبت به متغیرهای مربوط صفر شود تعیین می‌گردد:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = ۰ \qquad (۴۸-۷)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = ۰ \qquad (۴۹-۷)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_{i(max)}} = P_i - P_{i(max)} = ۰ \qquad (۵۰-۷)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_{i(min)}} = P_i - P_{i(min)} = ۰ \qquad (۵۱-۷)$$

معادلات (۷-۵۰) و (۷-۵۱) نشان می‌دهند که P_i نباید از حد خود تجاوز نماید و هنگامی که P_i در داخل محدوده خود باشد $\mu_{i(min)} = \mu_{i(max)} = ۰$ بوده و تابع کوهن - تاکر همان تابع لاگرانژ خواهد بود. شرط اول که در معادله (۷-۴۸) ارائه شده است، منجر به رابطه زیر می‌گردد:

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} + \lambda(۰ + \frac{\partial P_L}{\partial P_i} - ۱) = ۰$$

از آنجائی که هزینه کل به صورت زیر است:

$$C_t = C_۱ + C_۲ + \ldots + C_{n_g}$$

پس خواهیم داشت:

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dP_i}$$

بنابراین شرط توزیع بهینه عبارتست از:

$$\frac{dC_i}{dP_i}+\lambda\frac{\partial P_L}{\partial P_i}=\lambda \qquad i=1,\ldots,n_g \tag{۵۲-۷}$$

عبارت $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$، تلفات افزایشی انتقال[1] نامیده می‌شود. شرط دوم که در معادله (۴۹-۷) ارائه شده است، منجر به رابطه زیر می‌گردد:

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D + P_L \tag{۵۳-۷}$$

معادله (۵۳-۷) دقیقاً همان قید تساوی است که باید رعایت می‌گردید.

معمولاً معادله (۵۲-۷) به صورت زیر مرتب می‌شود:

$$\frac{1}{1-\frac{\partial P_L}{\partial P_i}}\frac{dC_i}{dP_i}=\lambda \qquad i=1,\ldots,n_g \tag{۵۴-۷}$$

یا

$$L_i\frac{dC_i}{dP_i}=\lambda \qquad i=1,\ldots,n_g \tag{۵۵-۷}$$

که در آن L_i ضریب جریمه[2] نیروگاه i نامیده می‌شود و به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$L_i=\frac{1}{1-\frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \tag{۵۶-۷}$$

بنابراین، اثر تلفات انتقال معرفی یک ضریب جریمه است که مقدار آن به موقعیت جغرافیایی نیروگاه بستگی دارد. معادله (۵۵-۷) نشان می‌دهد که هزینه حداقل هنگامی بدست می‌آید که حاصل ضرب هزینه افزایشی هر نیروگاه و ضریب جریمه آن برای تمام نیروگاه‌ها مساوی باشد.

هزینه تولید افزایشی با معادله (۲۲-۷) تعیین می‌گردد و تلفات افزایشی انتقال با استفاده از فرمول تلفات (۴۳-۷) بدست می‌آید و به صورت زیر است:

---

1 - Incremental transmission loss 2 - Penalty factor

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = ۲\sum_{j=۱}^{n_g} B_{ij} P_j + B_{۰i} \qquad (۵۷\text{-}۷)$$

با جایگزینی روابط هزینه تولید افزایشی و تلفات افزایشی انتقال در معادله (۷-۵۲) خواهیم داشت:

$$\beta_i + ۲\gamma_i P_i + ۲\lambda \sum_{j=۱}^{n_g} B_{ij} P_j + B_{۰i}\lambda = \lambda$$

یا:

$$\left(\frac{\gamma_i}{\lambda} + B_{ii}\right) P_i + \sum_{\substack{j=۱ \\ j\neq i}}^{n_g} B_{ij} P_j = \frac{۱}{۲}\left(۱ - B_{۰i} - \frac{\beta_i}{\lambda}\right) \qquad (۵۸\text{-}۷)$$

با تعمیم رابطه (۷-۵۸) به تمام نیروگاه‌ها، معادلات خطی زیر به صورت ماتریسی بدست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} \frac{\gamma_۱}{\lambda}+B_{۱۱} & B_{۱۲} & \cdots & B_{۱n_g} \\ B_{۲۱} & \frac{\gamma_۲}{\lambda}+B_{۲۲} & \cdots & B_{۲n_g} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n_g۱} & B_{n_g۲} & \cdots & \frac{\gamma_{n_g}}{\lambda}+B_{n_g n_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_۱ \\ P_۲ \\ \vdots \\ P_{n_g} \end{bmatrix} = \frac{۱}{۲} \begin{bmatrix} ۱-B_{۰۱}-\frac{\beta_۱}{\lambda} \\ ۱-B_{۰۲}-\frac{\beta_۲}{\lambda} \\ \vdots \\ ۱-B_{۰n_g}-\frac{\beta_{n_g}}{\lambda} \end{bmatrix} \qquad (۵۹\text{-}۷)$$

یا به صورت خلاصه داریم:

$$\boldsymbol{EP} = \boldsymbol{D} \qquad (۶۰\text{-}۷)$$

برای تعیین توزیع بهینه با مقدار تخمین اولیه $\lambda^{(۱)}$، باید معادلات خطی همزمان (۷-۶۰) حل گردند. در MATLAB از فرمان $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{E} \backslash \boldsymbol{D}$ استفاده می‌شود. سپس این فرآیند تکراری با استفاده از روش گرادیان ادامه می‌یابد. برای انجام این کار، با استفاده از معادله (۷-۵۸) مقدار P_i در تکرار k ام به صورت زیر خواهد بود:

$$P_i^{(k)}=\frac{\lambda^{(k)}(1-B_{oi})-\beta_i-2\lambda^{(k)}\sum_{j\neq i}B_{ij}P_j^{(k)}}{2(\gamma_i+\lambda^{(k)}B_{ii})} \qquad (۶۱-۷)$$

با جایگزینی P_i از معادله (۶۱-۷) در (۵۳-۷) خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^{n_g}\frac{\lambda^{(k)}(1-B_{oi})-\beta_i-2\lambda^{(k)}\sum_{j\neq i}B_{ij}P_j^{(k)}}{2(\gamma_i+\lambda^{(k)}B_{ii})}=P_D+P_L^{(k)} \qquad (۶۲-۷)$$

$$f(\lambda)^{(k)}=P_D+P_L^{(k)} \qquad (۶۳-۷)$$

بسط سری تیلور معادله (۶۳-۷) حول نقطه کار $\lambda^{(k)}$ و چشم‌پوشی از جملات مرتبه دوم و بالاتر خواهیم داشت:

$$f(\lambda)^{(k)}+\left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)}\Delta\lambda^{(k)}=P_D+P_L^{(k)} \qquad (۶۴-۷)$$

$$\Delta\lambda^{(k)}=\frac{\Delta P^{(k)}}{\left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)}}$$

$$=\frac{\Delta P^{(k)}}{\sum\left(\frac{dP_i}{d\lambda}\right)^{(k)}} \qquad (۶۵-۷)$$

در آن:

$$\sum_{i=1}^{n_g}\left(\frac{\partial P_i}{\partial\lambda}\right)^{(k)}=\sum_{i=1}^{n_g}\frac{\gamma_i(1-B_{oi})+B_{ii}\beta_i-2\gamma_i\sum_{j\neq i}B_{ij}P_j^{(k)}}{2(\gamma_i+\lambda^{(k)}B_{ii})^2} \qquad (۶۶-۷)$$

بنابراین داریم:

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \qquad (۶۷-۷)$$

که درآن:

$$\Delta P^{(k)} = P_D + P_L^{(k)} - \sum_{i=1}^{n_g} P_i^{(k)} \qquad (۶۸-۷)$$

این فرآیند آن قدر تکرار می‌شود تا $\Delta P^{(k)}$ کمتر از مقدار دقت مشخص شده گردد.

اگر از رابطه تقریبی زیر برای محاسبه تلفات استفاده کنیم، داریم:

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} B_{ii} P_i^2 \qquad (۶۹-۷)$$

که در آن $B_{ij} = 0$ و $B_{00} = 0$ بوده و پاسخ معادلات همزمان (۶۱-۷) تبدیل به رابطه ساده زیر می‌گردد:

$$P_i^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)} - \beta_i}{2\left(\gamma_i + \lambda^{(k)} B_{ii}\right)} \qquad (۷۰-۷)$$

و معادله (۶۶-۷) به صورت زیر در می‌آید:

$$\sum_{i=1}^{n_g} \left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{(k)} = \sum_{i=1}^{n_g} \frac{\gamma_i + B_{ii}\beta_i}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)} B_{ii})^2} \qquad (۷۱-۷)$$

مثال ۷-۷ (chp7ex7)

هزینه سوخت برحسب $/h در سه نیروگاه حرارتی یک سیستم قدرت به شرح زیر می‌باشد:

$$C_1 = 200 + 7.0 P_1 + 0.008 P_1^2 \quad \$/h$$

$$C_2 = 180 + 6.3 P_2 + 0.009 P_2^2 \quad \$/h$$

$$C_3 = 140 + 6.8 P_3 + 0.007 P_3^2 \quad \$/h$$

که در آن مقادیر $P_۱$ ، $P_۲$ و $P_۳$ برحسب MW بوده و خروجی نیروگاه‌ها دارای محدودیت‌های زیر هستند:

$$۱۰\ \text{MW} \le P_۱ \le ۸۵\ \text{MW}$$

$$۱۰\ \text{MW} \le P_۲ \le ۸۰\ \text{MW}$$

$$۱۰\ \text{MW} \le P_۳ \le ۷۰\ \text{MW}$$

برای حل این مسأله، فرض کنید که تلفات توان حقیقی با رابطه ساده زیر داده شده باشد:

$$P_{L(pu)} = ۰/۰۲۱۸P_{۱(pu)}^۲ + ۰/۰۲۲۸P_{۲(pu)}^۲ + ۰/۰۱۷۹P_{۳(pu)}^۲$$

که در آن ضرایب تلفات برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA مشخص شده‌اند. توزیع بهینه تولید را هنگامی که بارکل سیستم ۱۵۰ MW باشد، بدست آورید.

در تابع هزینه P_i برحسب MW بیان شده است. بنابراین، تلفات توان حقیقی برحسب توان‌های تولید شده (MW) عبارتست از:

$$P_L = \left[۰/۰۲۱۸\left(\frac{P_۱}{۱۰۰}\right)^۲ + ۰/۰۲۲۸\left(\frac{P_۲}{۱۰۰}\right)^۲ + ۰/۰۱۷۹\left(\frac{P_۳}{۱۰۰}\right)^۲ \right] \times ۱۰۰ \qquad \text{MW}$$

$$= ۰/۰۰۰۲۱۸P_۱^۲ + ۰/۰۰۰۲۲۸P_۲^۲ + ۰/۰۰۰۱۷۹P_۳^۲ \qquad \text{MW}$$

برای حل عددی و با روش گرادیان، فرض کنید که تخمین اولیه $\lambda^{(۱)} = ۸/۰$ باشد. با استفاده از معادلات هماهنگی (۷-۷۰) برای مقادیر $P_۱^{(۱)}$ ، $P_۲^{(۱)}$ و $P_۳^{(۱)}$ داریم:

$$P_۱^{(۱)} = \frac{۸/۰ - ۷/۰}{۲(۰/۰۰۸ + ۸/۰ \times ۰/۰۰۰۲۱۸)} = ۵۱/۳۱۳۶ \qquad \text{MW}$$

$$P_۲^{(۱)} = \frac{۸/۰ - ۶/۳}{۲(۰/۰۰۹ + ۸/۰ \times ۰/۰۰۰۲۲۸)} = ۷۸/۵۲۹۲ \qquad \text{MW}$$

$$P_۳^{(۱)} = \frac{۸/۰ - ۶/۸}{۲(۰/۰۰۷ + ۸/۰ \times ۰/۰۰۰۱۷۹)} = ۷۱/۱۵۷۵ \qquad \text{MW}$$

تلفات توان حقیقی عبارتست از:

$$P_L^{(1)} = ۰/۰۰۰۲۱۸(۵۱/۳۱۳۶)^۲ + ۰/۰۰۰۲۲۸(۷۸/۵۲۹۲)^۲ + ۰/۰۰۰۱۷۹(۷۱/۱۵۷۵)^۲$$

$$= ۲/۸۸۶$$

از آنجائی که P_D = ۱۵۰ MW است، با استفاده از رابطه (۷-۶۸) مقدار خطای $\Delta P^{(1)}$ برابر است با:

$$\Delta P^{(1)} = ۱۵۰ + ۲/۸۸۶۴ - (۵۱/۳۱۳۶ + ۷۸/۵۲۹۲ + ۷۱/۱۵۷۵) = -۴۸/۱۱۳۹$$

با استفاده از معادله (۷-۷۱) داریم:

$$\sum_{i=۱}^{۳}\left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{(1)} = \frac{۰/۰۰۸ + ۰/۰۰۰۲۱۸ \times ۷/۰}{۲(۰/۰۰۸ + ۸/۰ \times ۰/۰۰۰۲۱۸)^۲} + \frac{۰/۰۰۹ + ۰/۰۰۰۲۲۸ \times ۶/۳}{۲(۰/۰۰۹ + ۸/۰ \times ۰/۰۰۰۲۲۸)^۲}$$

$$+ \frac{۰/۰۰۷ + ۰/۰۰۰۱۷۹ \times ۶/۸}{۲(۰/۰۰۷ + ۸/۰ \times ۰/۰۰۰۱۷۹)^۲} = ۱۵۲/۴۹۲۴$$

با بکارگیری رابطه (۷-۶۵) خواهیم داشت:

$$\Delta \lambda^{(1)} = \frac{-۴۸/۱۱۳۹}{۱۵۲/۴۹۲۴} = -۰/۳۱۵۵۲$$

بنابراین، مقدار جدید λ مطابق زیر بدست می‌آید:

$$\lambda^{(۲)} = ۸/۰ - ۰/۳۱۵۵۲ = ۷/۶۸۴۵$$

با ادامه این فرآیند، در تکرار دوم داریم:

$$P_۱^{(۲)} = \frac{۷/۶۸۴۵ - ۷/۰}{۲(۰/۰۰۸ + ۷/۶۸۴۵ \times ۰/۰۰۰۲۱۸)} = ۳۵/۳۷۲۸ \quad \text{MW}$$

$$P_۲^{(۲)} = \frac{۷/۶۸۴۵ - ۶/۳}{۲(۰/۰۰۹ + ۷/۶۸۴۵ \times ۰/۰۰۰۲۲۸)} = ۶۴/۳۸۲۱ \quad \text{MW}$$

$$P_۳^{(۲)} = \frac{۷/۶۸۴۵ - ۶/۸}{۲(۰/۰۰۷ + ۷/۶۸۴۵ \times ۰/۰۰۰۱۷۹)} = ۵۲/۸۰۱۵ \quad \text{MW}$$

تلفات توان حقیقی به صورت زیر است:

$$P_L^{(۲)} = ۰/۰۰۰۲۱۸(۳۵/۳۷۲۸)^۲ + ۰/۰۰۰۲۲۸(۶۴/۳۸۲۱)^۲ + ۰/۰۰۰۱۷۹(۵۲/۸۰۱۵)^۲$$

$$= ۱/۷۱۷$$

از آنجائی که P_D = ۱۵۰ MW است، با استفاده از رابطه (۷-۶۸) مقدار خطای $\Delta P^{(۲)}$ برابر است با:

$$\Delta P^{(۲)} = ۱۵۰ + ۱/۷۱۶۹ - (۳۵/۳۷۲۸ + ۶۴/۳۸۲۱ + ۵۲/۸۰۱۵) = -۰/۸۳۹۵$$

با استفاده از معادله (۷-۷۱) داریم:

$$\sum_{i=۱}^{۳}\left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{(۲)} = \frac{۰/۰۰۸ + ۰/۰۰۰۲۱۸ \times ۷/۰}{۲(۰/۰۰۸ + ۷/۶۸۴ \times ۰/۰۰۰۲۱۸)^۲} + \frac{۰/۰۰۹ + ۰/۰۰۰۲۲۸ \times ۶/۳}{۲(۰/۰۰۹ + ۷/۶۸۴ \times ۰/۰۰۰۲۲۸)^۲}$$

$$+ \frac{۰/۰۰۷ + ۰/۰۰۰۱۷۹ \times ۶/۸}{۲(۰/۰۰۷ + ۷/۶۸۴۵ \times ۰/۰۰۰۱۷۹)^۲} = ۱۵۴/۵۸۸$$

با بکارگیری رابطه (۷-۶۵) خواهیم داشت:

$$\Delta \lambda^{(۲)} = \frac{-۰/۸۳۹۵}{۱۵۴/۵۸۸} = -۰/۰۰۵۴۴۳۱$$

بنابراین، مقدار جدید λ به صورت زیر خواهد بود:

$$\lambda^{(۳)} = ۷/۶۸۴۵ - ۰/۰۰۵۴۳۱ = ۷/۶۷۹$$

برای سومین تکرار داریم:

$$P_۱^{(۳)} = \frac{۷/۶۷۹ - ۷/۰}{۲(۰/۰۰۸ + ۷/۶۷۹ \times ۰/۰۰۰۲۱۸)} = ۳۵/۰۹۶۵ \quad \text{MW}$$

$$P_۲^{(۳)} = \frac{۷/۶۷۹ - ۶/۳}{۲(۰/۰۰۹ + ۷/۶۷۹ \times ۰/۰۰۰۲۲۸)} = ۶۴/۱۳۶۹ \quad \text{MW}$$

$$P_۳^{(۳)} = \frac{۷/۶۷۹ - ۶/۸}{۲(۰/۰۰۷ + ۷/۶۷۹ \times ۰/۰۰۰۱۷۹)} = ۵۲/۴۸۳۴ \quad \text{MW}$$

تلفات توان حقیقی عبارتست از:

$$P_L^{(۳)} = ۰/۰۰۰۲۱۸(۳۵/۰۹۶۵)^۲ + ۰/۰۰۰۲۲۸(۶۴/۱۳۶۹)^۲ + ۰/۰۰۰۱۷۹(۵۲/۴۸۳۴)^۲$$
$$= ۱/۶۹۹$$

از آنجائی که $P_D = ۱۵۰$ MW است، خطای تکرار سوم $\Delta P^{(۳)}$ برابر است با:

$$\Delta P^{(۳)} = ۱۵۰ + ۱/۶۹۹۵ - (۳۵/۰۹۶۵ + ۶۴/۱۳۶۹ + ۵۲/۴۸۳۴) = -۰/۰۱۷۴۲$$

با استفاده از رابطه (۷-۷۱) خواهیم داشت:

$$\sum_{i=۱}^{۳}\left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{(۳)} = \frac{۰/۰۰۸ + ۰/۰۰۰۲۱۸ \times ۷/۰}{۲(۰/۰۰۸ + ۷/۶۷۹ \times ۰/۰۰۰۲۱۸)^۲} + \frac{۰/۰۰۹ + ۰/۰۰۰۲۲۸ \times ۶/۳}{۲(۰/۰۰۹ + ۷/۶۷۹ \times ۰/۰۰۰۲۲۸)^۲}$$

$$+ \frac{۰/۰۰۷ + ۰/۰۰۰۱۷۹ \times ۶/۸}{۲(۰/۰۰۷ + ۷/۶۷۹ \times ۰/۰۰۰۱۷۹)^۲} = ۱۵۴/۶۲۴$$

با بکارگیری رابطه (۷-۶۵) داریم:

$$\Delta \lambda^{(۳)} = \frac{-۰/۰۱۷۴۲}{۱۵۴/۶۲۴} = -۰/۰۰۰۱۱۲۷$$

بنابراین، مقدار جدید λ عبارتست از:

$$\lambda^{(۴)} = ۷/۶۷۹ - ۰/۰۰۰۱۱۲۷ = ۷/۶۷۸۹$$

چون $\Delta \lambda^{(۳)}$ کوچک است، قید تساوی پس از چهار تکرار رعایت شده و توزیع بهینه برای $\lambda = ۷/۶۷۸۹$ به صورت زیر می‌باشد:

$$P_۱^{(۴)} = \frac{۷/۶۷۸۹ - ۷/۰}{۲(۰/۰۰۸ + ۷/۶۷۹ \times ۰/۰۰۰۲۱۸)} = ۳۵/۰۹۰۷ \quad \text{MW}$$

$$P_۲^{(۴)} = \frac{۷/۶۷۸۹ - ۶/۳}{۲(۰/۰۰۹ + ۷/۶۷۹ \times ۰/۰۰۰۲۲۸)} = ۶۴/۱۳۱۷ \quad \text{MW}$$

$$P_۳^{(۴)} = \frac{۷/۶۷۸۹ - ۶/۸}{۲(۰/۰۰۷ + ۷/۶۷۹ \times ۰/۰۰۰۱۷۹)} = ۵۲/۴۷۶۷ \quad \text{MW}$$

تلفات توان حقیقی برابر است با:

$$P_L^{(۴)} = ۰/۰۰۰۲۱۸(۳۵/۰۹۰۷)^۲ + ۰/۰۰۰۲۲۸(۶۴/۱۳۱۷)^۲ + ۰/۰۰۰۱۷۹(۵۲/۴۷۶۷)^۲$$

$$= ۱/۶۹۹$$

و در نتیجه هزینه سوخت کل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_t = ۲۰۰ + ۷/۰(۳۵/۰۹۰۷) + ۰/۰۰۸(۳۵/۰۹۰۷)^۲ + ۱۸۰ + ۶/۳(۶۴/۱۳۱۷)$$

$$+ ۰/۰۰۹(۶۴/۱۳۱۷)^۲ + ۱۴۰ + ۶/۸(۵۲/۴۷۶۷) + ۰/۰۰۷(۵۲/۴۷۶۷)^۲$$

$$= ۱۵۹۲/۶۵ \quad \$/h$$

با استفاده از برنامه **dispatch** می‌توان توزیع بهینه تولید را بدست آورد. این برنامه برای ضرایب تلفات برحسب pu طراحی شده است. ضرایب تلفات به صورت ماتریسی مرتب شده است که با B نشان داده می‌شود. مقدار MVA مبنا باید از طریق متغیری بنام **basemva** مشخص گردد. اگر MVA مبنا مشخص نشود، مقدار آن ۱۰۰ MVA در نظر گرفته می‌شود. برای این کار از فرامین زیر استفاده می‌گردد:

```
cost = [200  7.0    0.008
        180  6.3    0.009
        140  6.8    0.007];
mwlimits =[10  85
           10  80
           10  70];
Pdt = 150;
B = [0.0218        0        0
        0    0.0228        0
        0         0   0.0179];
basemva = 100;
dispatch
gencost
```

نتیجه اجرای این فرامین به صورت زیر است:

```
Incremental cost of delivered power(system lambda) =
7.678935$/MWh
Optimal Dispatch of Generation:

   35.0907
   64.1317
   52.4767

Total system loss = 1.6991 MW
Total generation cost = 1592.65 $/h
```

مثال ۷-۸ (chp7ex8)

شکل ۷-۷، نمایش تک خطی یک سیستم قدرت را که در مثال ۷-۹ ارائه شده است نشان می‌دهد. ماتریس‌های B مربوط به فرمول تلفات این سیستم در مثال ۷-۹ داده شده‌اند که برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA به صورت زیر می‌باشند:

$$B=\begin{bmatrix} ۰/۰۲۱۸ & ۰/۰۰۹۳ & ۰/۰۰۲۸ \\ ۰/۰۰۹۳ & ۰/۰۲۲۸ & ۰/۰۰۱۷ \\ ۰/۰۰۲۸ & ۰/۰۰۱۷ & ۰/۰۱۷۹ \end{bmatrix}$$

$$B_0 = [۰/۰۰۰۳ \quad ۰/۰۰۳۱ \quad ۰/۰۰۱۵]$$

$$B_{00} = ۰/۰۰۰۳۰۵۲۳$$

توابع هزینه، محدودیت‌های ژنراتور و بار کل در مثال ۷-۷ داده شده‌اند. با استفاده از برنامه **dispatch** توزیع بهینه تولید را بدست آورید.

برای این کار از فرامین زیر استفاده می‌گردد:

```
cost = [200  7.0    0.008
        180  6.3    0.009
        140  6.8    0.007];
mwlimits =[10  85
```

```
            10  80
            10  70];
Pdt = 150;
B =  [0.0218   0.0093   0.0028
      0.0093   0.0228   0.0017
      0.0028   0.0017   0.0179];
B0 = [0.0003   0.0031   0.0015];
B00 = 0.00030523;
basemva = 100;
dispatch
gencost
```

نتیجه اجرای این برنامه عبارتست از:

```
Incremental cost of delivered power (system lambda) =
7.767785 $/MWh
Optimal Dispatch of Generation:

   33.4701
   64.0974
   55.1011

Total generation cost =     1599.98 $/h
```

۷-۷ نحوه بدست آوردن فرمول تلفات

یکی از گام‌های اصلی در توزیع بهینه تولید، بیان تلفات سیستم برحسب خروجی توان حقیقی ژنراتورها است. چندین روش برای بدست آوردن فرمول تلفات وجود دارد. یکی از این روش‌ها که توسط کرون[1] ارائه گردیده و بوسیله کرچمیر[2] مورد استفاده قرار گرفته است، روش *ضریب تلفات* یا *ضرایب B* می‌باشد.

توان مختلط کل تزریقی به شین i ، که با S_i نشان داده می‌شود، به صورت زیر است:

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^* \qquad (۷۲-۷)$$

1 - Kron
2 - Kirchmayer

مجموع توان‌ها برای تمام شین‌ها، تلفات کل سیستم را می‌دهد:

$$P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^{n} V_i I_i^* = V_{bus}^T I_{bus}^* \qquad (۷۳-۷)$$

که در آن P_L و Q_L به ترتیب تلفات توان اکتیو و راکتیو سیستم می‌باشند. بردار ستونی V_{bus} ولتاژ شین‌ها و بردار ستونی I_{bus} جریان تزریق شده به شین‌ها هستند. در فصل ۶، رابطه (۶-۲) برای جریان‌های شین برحسب ولتاژ شین‌ها بدست آمد که به صورت زیر است:

$$I_{bus} = Y_{bus} V_{bus} \qquad (۷۴-۷)$$

که در آن Y_{bus} ماتریس ادمیتانس شین بوده و زمین به عنوان مرجع انتخاب شده است. با حل رابطه بالا برحسب V_{bus} خواهیم داشت:

$$V_{bus} = Y_{bus}^{-1} I_{bus}$$

$$= Z_{bus} I_{bus} \qquad (۷۵-۷)$$

معکوس ماتریس ادمیتانس شین را ماتریس امپدانس شین می‌نامند. در صورتی که عناصر موازی، مانند سوسپتانس خازنی موازی، به زمین (شین شماره صفر) وصل شده باشند، ماتریس ادمیتانس شین غیرمنفرد[1] می‌گردد. چنانچه در فصل ۶ نیز بحث شد، ماتریس ادمیتانس شین تنک بوده و معکوس آن را می‌توان به صورت حاصل ضرب عوامل ماتریس تنک بیان نمود. در واقع می‌توان Z_{bus} را که در مطالعات اتصال کوتاه نیز مورد نیاز است به طور مستقیم با روش الگوریتم ساخت بدون نیاز به معکوس‌سازی ماتریس بدست آورد. این روش در فصل ۹ تشریح خواهد شد.

با جایگزینی V_{bus} از معادله (۷-۷۵) در (۷-۷۳) خواهیم داشت:

$$P_L + jQ_L = [Z_{bus} I_{bus}]^T I_{bus}^* = I_{bus}^T Z_{bus}^T I_{bus}^* \qquad (۷۶-۷)$$

ماتریس Z_{bus} یک ماتریس متقارن است. بنابراین $Z_{bus}^T = Z_{bus}$ بوده و تلفات کل سیستم عبارتست از:

$$P_L + jQ_L = I_{bus}^T Z_{bus} I_{bus}^* \qquad (۷۷-۷)$$

---

1 - Nonsingular

رابطه اخیر را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I_i Z_{ij} I_j^* \qquad (۷-۷۸)$$

از آنجائی که ماتریس امپدانس شین متقارن است، یعنی $Z_{ij} = Z_{ji}$، رابطه (۷-۷۸) را می‌توان مطابق زیر بیان نمود:

$$P_L + jQ_L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} Z_{ij}(I_i I_j^* + I_j I_i^*) \qquad (۷-۷۹)$$

کمیت داخل پرانتز در رابطه (۷-۷۹) یک مقدار حقیقی است. بنابراین تلفات توان را می‌توان به مولفه‌های حقیقی و موهومی جداسازی نمود:

$$P_L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} R_{ij}(I_i I_j^* + I_j I_i^*) \qquad (۷-۸۰)$$

$$Q_L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}(I_i I_j^* + I_j I_i^*) \qquad (۷-۸۱)$$

که در آن R_{ij} و X_{ij} به ترتیب عناصر حقیقی و موهومی ماتریس امپدانس شین می‌باشند. از آنجائی که $R_{ij} = R_{ji}$ است، می‌توان معادله تلفات توان حقیقی را به صورت زیر نوشت:

$$P_L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I_i R_{ij} I_j^* \qquad (۷-۸۲)$$

یا به صورت ماتریسی، معادله تلفات توان حقیقی عبارتست از:

$$P_L = I_{bus}^T R_{bus} I_{bus}^* \qquad (۷-۸۳)$$

که در آن R_{bus} قسمت حقیقی ماتریس امپدانس شین است. برای اینکه فرمول کلی تلفات توان سیستم را بر حسب توان ژنراتورها بدست آوریم، جریان کل بارها برحسب مجموع جریان‌های هر یک از بارها تعریف می‌گردد. یعنی:

$$I_{L1} + I_{L2} + \ldots + I_{Ln_d} = I_D \qquad (۷-۸۴)$$

که در آن n_d تعداد شین‌های بار و I_D جریان کل بارها می‌باشد. حال فرض می‌شود که هر یک از جریان شین‌ها به عنوان بخشی (مختلط و ثابت) از جریان کل بار تغییر می‌کند، یعنی:

$$I_{Lk} = \ell_k I_D \qquad k = ۱,۲,...,n_d \tag{۸۵-۷}$$

یا به عبارت دیگر:

$$\ell_k = \frac{I_{Lk}}{I_D} \tag{۸۶-۷}$$

با فرض اینکه شین ۱ مرجع باشد، اولین سطر معادله (۷-۷۵) را بسط داده و خواهیم داشت:

$$V_۱ = Z_{۱۱} I_۱ + Z_{۱۲} I_۲ + ... + Z_{۱n} I_n \tag{۸۷-۷}$$

اگر n_g تعداد شین‌های دارای ژنراتور و n_d تعداد شین‌های بار باشند. معادله اخیر را می‌توان برحسب جریان‌های بار ژنراتور به صورت زیر نوشت:

$$V_۱ = \sum_{i=۱}^{n_g} Z_{۱i} I_{gi} + \sum_{k=۱}^{n_d} Z_{۱k} I_{Lk} \tag{۸۸-۷}$$

با جایگزینی I_{Lk} از رابطه (۷-۸۵) در (۷-۸۸) خواهیم داشت:

$$V_۱ = \sum_{i=۱}^{n_g} Z_{۱i} I_{gi} + I_D \sum_{k=۱}^{n_d} \ell_k Z_{۱k}$$

$$= \sum_{i=۱}^{n_g} Z_{۱i} I_{gi} + I_D T \tag{۸۹-۷}$$

که در رابطه اخیر داریم:

$$T = \sum_{k=۱}^{n_d} \ell_k Z_{۱k} \tag{۹۰-۷}$$

اگر $I_۰$ جریان خارج شونده از شین ۱ تعریف شود و تمام جریان‌های دیگر صفر فرض شوند، خواهیم داشت:

$$V_1 = -Z_{11} I_0 \tag{۹۱-۷}$$

با جایگزینی V_1 در معادله (۸۹-۷) و حل آن برای I_D داریم:

$$I_D = -\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{n_g} Z_{1i} I_{gi} - \frac{1}{T} Z_{11} I_0 \tag{۹۲-۷}$$

با جایگزینی I_D از معادله (۹۲-۷) در (۸۵-۷)، جریان بارها عبارتند از:

$$I_{Lk} = -\frac{\ell_k}{T}\sum_{i=1}^{n_g} Z_{1i} I_{gi} - \frac{\ell_k}{T} Z_{11} I_0 \tag{۹۳-۷}$$

فرض کنید که:

$$\rho_k = \frac{\ell_k}{T} \tag{۹۴-۷}$$

بنابراین، داریم:

$$I_{Lk} = \rho_k \sum_{i=1}^{n_g} Z_{1i} I_{gi} + \rho_k Z_{11} I_0 \tag{۹۵-۷}$$

با اضافه کردن جریان ژنراتورها به رابطه اخیر به صورت ماتریسی، خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \\ \vdots \\ I_{gn_g} \\ I_{L1} \\ I_{L2} \\ \vdots \\ I_{Ln_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \rho_1 Z_{11} & \rho_1 Z_{12} & \cdots & \rho_1 Z_{1n_g} & \rho_1 Z_{11} \\ \rho_2 Z_{11} & \rho_2 Z_{12} & \cdots & \rho_2 Z_{1n_g} & \rho_2 Z_{11} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_k Z_{11} & \rho_k Z_{12} & \cdots & \rho_k Z_{1n_g} & \rho_k Z_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \\ \vdots \\ I_{gn_g} \\ \\ \\ \\ I_0 \end{bmatrix} \tag{۹۶-۷}$$

اگر ماتریس بالا را با C نشان دهیم، معادله (۹۶-۷) به صورت زیر در می‌آید:

$$I_{bus} = CI_{new} \qquad (۹۷-۷)$$

با جایگزینی I_{bus} در معادله (۷-۸۳) داریم:

$$P_L = [CI_{new}]^T R_{bus} C^* I^*_{new}$$

$$= I^T_{new} C^T R_{bus} C^* I^*_{new} \qquad (۹۸-۷)$$

اگر S_{gi} قدرت مختلط در شین i باشد، جریان ژنراتور برابر است با:

$$I_{gi} = \frac{S^*_{gi}}{V^*_i} = \frac{P_{gi} - jQ_{gi}}{V^*_i}$$

$$= \frac{۱ - j\frac{Q_{gi}}{P_{gi}}}{V^*_i} P_{gi} \qquad (۹۹-۷)$$

یا به عبارت دیگر:

$$I_{gi} = \psi_i P_{gi} \qquad (۱۰۰-۷)$$

که در آن داریم:

$$\psi_i = \frac{۱ - j\frac{Q_{gi}}{P_{gi}}}{V^*_i} \qquad (۱۰۱-۷)$$

با اضافه نمودن جریان $I_۰$ به بردار ستونی جریان I_{gi} در معادله (۷-۱۰۰) خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} I_{g۱} \\ I_{g۲} \\ \vdots \\ I_{gn_g} \\ I_۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_۱ & ۰ & \cdots & ۰ & ۰ \\ ۰ & \psi_۲ & \cdots & ۰ & ۰ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ ۰ & ۰ & \cdots & \psi_{n_g} & ۰ \\ ۰ & ۰ & \cdots & ۰ & I_۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{g۱} \\ P_{g۲} \\ \vdots \\ P_{gn_g} \\ ۱ \end{bmatrix} \qquad (۱۰۲-۷)$$

یا به صورت خلاصه داریم:

$$I_{new} = \Psi P_{G۱} \qquad (۱۰۳-۷)$$

که در آن:

$$P_{G۱} = \begin{bmatrix} P_{g۱} \\ P_{g۲} \\ \vdots \\ P_{gn_g} \\ ۱ \end{bmatrix} \qquad (۱۰۴-۷)$$

با جایگزینی I_{new} از رابطه (۷-۱۰۳) در (۷-۹۸)، معادله تلفات به صورت زیر در می‌آید:

$$P_L = [\Psi P_{G۱}]^T C^T R_{bus} C^* \Psi^* P^*_{G۱}$$

$$= P^T_{G۱} \Psi^T C^T R_{bus} C^* \Psi^* P^*_{G۱} \qquad (۱۰۵-۷)$$

ماتریس بدست آمده در معادله اخیر مختلط بوده و تلفات توان حقیقی با جدا کردن قسمت حقیقی آن بدست می‌آید، یعنی:

$$P_L = P^T_{G۱} \Re[H] P^*_{G۱} \qquad (۱۰۶-۷)$$

که در آن:

$$H = \Psi^T C^T R_{bus} C^* \Psi^* \qquad (۱۰۷-۷)$$

از آنجائی که عناصر ماتریس H مختلط هستند، باید قسمت حقیقی آن را برای محاسبه تلفات توان حقیقی بکار برد. با مشاهده رابطه اخیر مشخص می‌شود که H یک *ماتریس هرمیشن*[۱] است، یعنی متقارن بوده و $H = H^*$ می‌باشد. بنابراین، قسمت حقیقی H از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\Re[H] = \frac{H + H^*}{۲} \qquad (۱۰۸-۷)$$

1 - Hermitian matrix

ماتریس اخیر را می‌توان به صورت زیر تفکیک نمود:

$$\Re[H]=\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n_g} & \frac{1}{2}B_{01} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n_g} & \frac{1}{2}B_{02} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ B_{n_g1} & B_{n_g2} & \cdots & B_{n_gn_g} & \frac{1}{2}B_{0n_g} \\ \frac{1}{2}B_{01} & \frac{1}{2}B_{02} & \cdots & \frac{1}{2}B_{0n_g} & \frac{1}{2}B_{00} \end{bmatrix} \qquad (۱۰۹-۷)$$

با جایگزینی معادله بالا در رابطه (۱۰۶-۷) داریم:

$$P_L=\begin{bmatrix} P_{g1} P_{g2} \cdots P_{gn_g} 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n_g} & \frac{1}{2}B_{01} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n_g} & \frac{1}{2}B_{02} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ B_{n_g1} & B_{n_g2} & \cdots & B_{n_gn_g} & \frac{1}{2}B_{0n_g} \\ \frac{1}{2}B_{01} & \frac{1}{2}B_{02} & \cdots & \frac{1}{2}B_{0n_g} & \frac{1}{2}B_{00} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \\ \vdots \\ P_{gn_g} \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (۱۱۰-۷)$$

یا:

$$P_L=\begin{bmatrix} P_{g1} P_{g2} \cdots P_{gn_g} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n_g} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n_g} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n_g1} & B_{n_g2} & \cdots & B_{n_gn_g} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \\ \vdots \\ P_{gn_g} \end{bmatrix}+$$

$$\begin{bmatrix} P_{g1} P_{g2} \cdots P_{gn_g} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{2}B_{01} \\ \frac{1}{2}B_{02} \\ \vdots \\ \frac{1}{2}B_{0n_g} \end{bmatrix}+B_{00} \qquad (۱۱۱-۷)$$

برای تعیین ضرایب تلفات، ابتدا پاسخ پخش‌بار برای حالت بهره‌برداری اولیه محاسبه می‌شود. این عمل اندازه ولتاژ و زاویه فاز همه شین‌ها را مشخص می‌نماید. از این نتایج، جریان بارها I_{Lk} ، جریان کل بار I_D و ضریب ℓ_k بدست می‌آیند. سپس ماتریس امپدانس شین Z_{bus} محاسبه می‌شود. این ماتریس را

می‌توان با تبدیل ماتریس ادمیتانس شین از طریق فرمان **lfybus** یا به طور مستقیم با استفاده از الگوریتم ساخت که در فصل ۹ تشریح شده است، بدست آورد. پس از آن ماتریس‌های تبدیل C ، Ψ و H محاسبه می‌گردند. در نهایت ضرایب - B با استفاده از معادله (۷-۱۰۹) تعیین می‌شوند. باید توجه نمود که ضرایب - B توابع حالت بهره‌برداری سیستم هستند. اگر برنامه‌ریزی جدید تولید با حالت بهره‌برداری اولیه اختلاف زیادی نداشته باشد، ضرایب تلفات را می‌توان ثابت فرض نمود. برای محاسبه ضرایب B برنامه‌ای به نام **bloss** تهیه شده است. این برنامه به پاسخ پخش بار نیاز دارد و می‌توان آن را پس از هر یک از برنامه‌های پخش بار مانند **lfguass** ، **lfnewton** یا **decouple** بکار گرفت. ضرایب - B بدست آمده براساس مقادیر تولید برحسب pu می‌باشند. اگر تولید برحسب MW بیان شود، ضرایب تلفات عبارتند از:

$$B_{ij} = \frac{B_{ij\ pu}}{S_B}$$

$$B_{oi} = B_{oi\ pu}$$

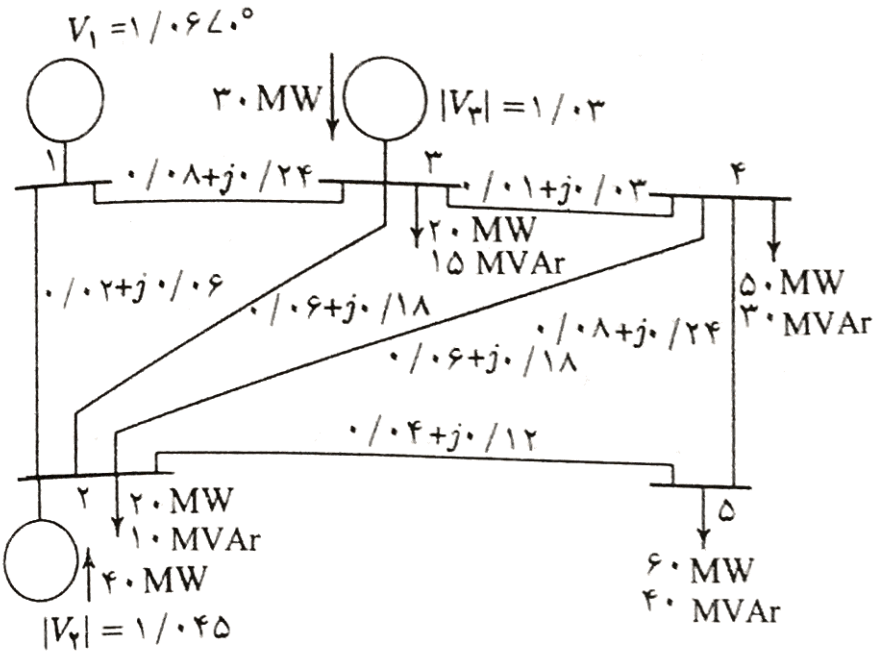
$$B_{oo} = B_{oo\ pu} \times S_B$$

که در آن S_B قدرت مبنا برحسب MVA می‌باشد.

مثال ۷-۹ (chp7ex9)

شکل ۷-۷ نمایش تک خطی یک سیستم قدرت ساده با ۵ شین را نشان می‌دهد. ژنراتورها به شین‌های ۱، ۲ و ۳ متصل هستند. شین ۱، با ولتاژ pu $1.06\angle 0^\circ$ به عنوان شین مرجع در نظر گرفته شده است. اندازه ولتاژ و تولید توان حقیقی در شین‌های ۲ و ۳ به ترتیب ۱.۰۴۵ pu ، ۴۰ MW و ۱.۰۳۰ pu ، ۳۰ MW می‌باشد.

مقادیر MW و MVAr بار بر روی شکل نشان داده شده‌اند. امپدانس‌های خط و نصف سوسپتانس‌های خازنی خط برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA می‌باشند. پاسخ پخش بار را بدست آورده و با استفاده از برنامه **bloss** ضرایب تلفات را برحسب pu محاسبه کنید.



سوسپتانس خازنی

خط	$\frac{1}{2}B$
۱-۲	۰/۰۳
۱-۳	۰/۰۲۵
۲-۳	۰/۰۲
۲-۴	۰/۰۲
۲-۵	۰/۰۱۵
۳-۴	۰/۰۱۰
۴-۵	۰/۰۲۵

شکل ۷-۷ نمایش تک خطی مثال ۷-۹ (امپدانس‌ها برحسب pu در مبنای MVA ۱۰۰)

برای حل این مثال فرامین زیر را اجرا کنید:

```
clear
basemva = 100;  accuracy = 0.0001;  maxiter = 10;

%       Bus Bus Voltage Angle -Load- ----Generator----Injected
%       No code Mag. Degree  MW  Mvar  MW Mvar  Qmin Qmax Mvar
busdata=[1    1  1.06   0.0    0    0     0   0     10   50   0
         2    2  1.045  0.0   20   10    40  30     10   50   0
         3    2  1.03   0.0   20   15    30  10     10   40   0
         4    0  1.00   0.0   50   30     0   0      0    0   0
         5    0  1.00   0.0   60   40     0   0      0    0  0];
%         Bus bus    R        X        1/2 B  1 for lines code or
%         nl  nr     pu       pu         pu    tap setting value
linedata=[1   2     0.02     0.06     0.030     1
          1   3     0.08     0.24     0.025     1
          2   3     0.06     0.18     0.020     1
          2   4     0.06     0.18     0.020     1
          2   5     0.04     0.12     0.015     1
          3   4     0.01     0.03     0.010     1
          4   5     0.08     0.24     0.025     1];
```

```
lfybus          % form the bus admittance matrix
lfnewton        % Power flow solution by Newton-Raphson method
busout          % Prints the power flow solution on the screen
bloss           % Obtains the loss formula coefficients
```

نتایج بدست آمده به صورت زیر است:

```
Power Flow Solution by Newton-Raphscr. Method
Maximum Power mismatch = 1.43025e-05
No. of iterations = 3
```

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	Load MW	Load Mvar	Generation MW	Generation Mvar	Injected Mvar
1	1.060	0.000	0.000	0.00	83.051	7.271	0.00
2	1.045	-1.782	20.000	10.00	40.000	41.811	0.00
3	1.030	-2.664	20.000	15.00	30.000	24.148	0.00
4	1.019	-3.243	50.000	30.00	0.000	0.000	0.00
5	0.990	-4.405	60.000	40.00	0.000	0.000	0.00
Total			150.000	95.000	153.051	73.230	0.00

```
B =
    0.0218    0.0093    0.0028
    0.0093    0.0228    0.0017
    0.0028    0.0017    0.0179

B0 =
    0.0003    0.0031    0.0015
B00 =
    3.0523e-04
Total system loss = 3.05248 MW
```

چنانچه مشاهده گردید، هر یک از برنامه‌های پخش بار را همراه با برنامـه‌های **bloss** و **dispatch** می‌توان برای محاسبه توزیع بهینه تولید بکار گرفت. برنامه **dispatch** متغیری به نام **dpslack** تولیـد می‌کند. این اختلاف (مقدار قدر مطلق) بین مقدار تولید برنامه‌ریزی شده در شین مرجـع (کـه بوسـیله معادله هماهنگی تعیین شده است) و مقدار تولید در شین مرجـع (کـه از حـل پخش‌بـار بدسـت آمـده است) می‌باشد. حل پخش‌بار که همراه با برنامه‌ریزی جدید تولید بدست آمده است، منجـر بـه ضرایـب تلفات جدید می‌گردد که می‌توان آن را برای حل مجدد معادله همـاهنگی بکـار گرفـت. ایـن فرآینـد را می‌توان آن قدر ادامـه داد تا **dpslack** در حد دقت قابل قبول قرار گیرد. این روش در مثال زیر تشریح

شده است.

مثال ۷-۱۰ (chp7ex10)

هـزینه تولید و محدودیت‌های توان حقیقی ژنراتورهای سیستم قـدرت مثـال ۷-۹ در مثال‌هـای ۷-۴ و ۷-۶ داده شده است. توزیع بهینه تولید را تعیین کنید. فرآیند بهینه‌سـازی را آن قـدر ادامـه دهیـد تـا اختلاف (مقدار قدر مطلق) بین مقدار تولید برنامه‌ریزی شده در شین مرجع (کـه از معادلـه هماهنگی بدست آمـده اسـت) و تولیـد در شـین مرجـع (کـه از حـل پخـش بـار تعییـن شـده اسـت)، کمـتر از ۰/۰۰۱MW گردد.

فرامین زیرا را اجرا کنید:

```
clear
basemva = 100;  accuracy = 0.0001;  maxiter = 10;

%       Bus Bus  Voltage Angle --Load-- --Generator-- Injected
%       No  code Mag.  Degree MW  Mvar MW  Mvar Qmin Qmax Mvar

busdata=[1   1   1.06   0.0    0    0   0   0    10   50    0
         2   2   1.045  0.0   20   10  40  30    10   50    0
         3   2   1.03   0.0   20   15  30  10    10   40    0
         4   0   1.00   0.0   50   30   0   0     0    0    0
         5   0   1.00   0.0   60   40   0   0     0    0   0];

%        Bus bus    R      X       1/2 B  1 for lines code or
%        nl  nr     pu     pu       pu    tap setting value

linedata=[1   2    0.02    0.06    0.030     1
          1   3    0.08    0.24    0.025     1
          2   3    0.06    0.18    0.020     1
          2   4    0.06    0.18    0.020     1
          2   5    0.04    0.12    0.015     1
          3   4    0.01    0.03    0.010     1
          4   5    0.08    0.24    0.025     1];

     cost = [200  7.0    0.008
             180  6.3    0.009
             140  6.8    0.007];

     mwlimits =[10  85
                10  80
                10  70];
```

```
lfybus                    % forms the bus admittance matrix
lfnewton   % Power flow solution by Newton-Raphson method
busout     % Prints the power flow solution on the screen
bloss              % Obtains the loss formula coefficients
gencost           % Computes the total generation cost $/h
dispatch          % Obtains optimum dispatch of generation
     % dpslack is the difference (absolute value) between
     % the scheduled slack generation determined from the
        % coordination equation, and the slack generation
                % obtained from the power flow solution.

while dpslack > 0.001                  % Test for convergence
lfnewton                            % New power flow solution
bloss                          % Loss coefficients are updated
dispatch %Optimum dispatch of gen.with new B-coefficients
end
busout                  % Prints the final power flow solution
gencost % Generation cost with optimum scheduling of gen.
```

نتیجه اجرای فرامین بالا عبارتست از:

```
        Power Flow Solution by Newton-Raphson Method
           Maximum Power mismatch = 1.43025e-05
                 No. of iterations = 3

Bus Voltage  Angle     -----Load-----    --Generation-- Injected
No. Mag.     Degree    MW       Mvar      MW       Mvar     Mvar

 1   1.060     0.000     0.000     0.00    83.051    7.271     0.00
 2   1.045    -1.782    20.000    10.00    40.000   41.811     0.00
 3   1.030    -2.664    20.000    15.00    30.000   24.148     0.00
 4   1.019    -3.243    50.000    30.00     0.000    0.000     0.00
 5   0.990    -4.405    60.000    40.00     0.000    0.000     0.00
Total                  150.000    95.000   153.051   73.230     0.00

     B =
          0.0218    0.0093    0.0028
          0.0093    0.0228    0.0017
          0.0028    0.0017    0.0179
```

```
B0 =
     0.0003    0.0031    0.0015
B00 =
     3.0523e-04
Total system loss = 3.05248 MW

Total generation cost =    1633.24 $/h
Incremental cost of delivered power (system lambda) =
7.767608 $/MWh
Optimal Dispatch of Generation:

   33.4558
   64.1101
   55.1005

Absolute value of the slack bus real power mismatch,
dpslack = C 4960 pu
```

در این مثال، در نهایت توزیع بهینه تولید پس از شش تکرار بدست آمده است. نتایج مربوط به ضرایب نهایی تلفات و توزیع بهینه نهائی در زیر آورده شده است:

```
B =
     0.0472    0.0130    0.0036
     0.0130    0.0130    0.0010
     0.0036    0.0010    0.0115

B0 =
     0.0047    0.0012    0.0004

B00 =
     3.0516e-04

Total system loss = 2.15691 MW
Incremental cost of delivered power (system lambda) =
7.759051 $/MWh
Optimal Dispatch of Generation:

   23.5581
   69.5593
   59.0368

Absolute value of the slack bus real power mismatch,
dpslack = 0.0009 pu
```

Power Flow Solution by Newton-Rapnson Method
Maximum Power mismatch = 1.90285e-08
No. of iterations = 4

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load----- MW	Mvar	--Generation-- MW	Mvar	Injected Mvar
1	1.060	0.000	0.000	0.000	23.649	25.727	0.00
2	1.045	-0.282	20.000	10.000	69.518	30.767	0.00
3	1.030	-0.495	20.000	15.000	58.990	14.052	0.00
4	1.019	-1.208	50.000	30.000	0.000	0.000	0.00
5	0.990	-2.729	60.000	40.000	0.000	0.000	0.00
Total			150.000	95.000	152.154	70.545	0.00

Total generation cost = 1596.96 $/h

هزینه تولید کل برای شرایط بهره‌برداری اولیه (بدون توزیع بهینه) ۱۶۳۳/۲۴ $/h بوده و هزینه تولید کل با توزیع بهینه تولید ۱۵۹۶/۹۶ $/h می‌باشد که منجر به ۳۶/۲۷ $/h صرفه‌جوئی می‌گردد.

مثال ۷-۱۱ (chp7ex11)

شکل ۷ ۸ شبکه سیستم قدرت با ۲۶ شین مربوط به مسأله ۶-۱۴ را نشان می‌دهد. شین ۱ به عنوان شین مرجع با ولتاژ تنظیم شده $1/025\angle 0^\circ$ pu انتخاب شده است. داده‌های مربوط به شین‌های با ولتاژ کنترل شده، تنظیم‌های تپ ترانسفورماتورها (شین سمت چپ متناظر با سمت تپ فرض شده) و داده‌های ظرفیت خازنی موازی به ترتیب در جداول ۷-۱ الی ۷-۳ نشان داده شده‌اند.

داده‌های تولید و بار همان‌هائی هستند که برای استفاده در محیط MATLAB در ماتریسی بنام **busdata** تعریف شده‌اند. رمزهای 0 ، 1 و 2 به ترتیب برای شین‌های بار، شین مرجع و شین‌های کنترل شده با ولتاژ استفاده می‌گردند. مقادیر متغیرهای **basemva** ، **accuracy** و **maxiter** باید معلوم باشند. داده‌های خطوط در ماتریس **linedata** ذخیره می‌شوند. ستون آخر این داده‌ها شامل مقدار ۱ برای خطوط و مقادیر تنظیم تپ برای ترانسفورماتورهای با نسبت دور غیرنامی است. هزینه‌های

جدول ۷-۱ داده‌های شین‌های تنظیم شده

شماره شین	اندازه ولتاژ	حداقل ظرفیت MVAr	حداکثر ظرفیت MVAr
۲	۱/۰۲۰	۴۰	۲۵۰
۳	۱/۰۲۵	۴۰	۱۵۰
۴	۱/۰۵۰	۴۰	۸۰
۵	۱/۰۴۵	۴۰	۱۶۰
۲۶	۱/۰۱۵	۱۵	۵۰

جدول ۷-۲ داده‌های ترانسفورماتورها

شین‌های ترانسفورماتور	تنظیم تپ pu
۲ - ۳	۰/۹۶۰
۲- ۱۳	۰/۹۶۰
۳ -۱۳	۱/۰۱۷
۴ - ۸	۱/۰۵۰
۴ - ۱۲	۱/۰۵۰
۶ - ۱۹	۰/۹۵۰
۷ - ۹	۰/۹۵۰

بهره‌برداری ژنراتورها برحسب $/h و توان‌های P_i برحسب MW به صورت زیر می‌باشند:

$$C_1 = ۲۴۰ + ۷/۰P_1 + ۰/۰۰۷۰P_1^۲$$

$$C_۲ = ۲۰۰ + ۱۰/۰P_۲ + ۰/۰۰۹۵P_۲^۲$$

$$C_۳ = ۲۲۰ + ۸/۵P_۳ + ۰/۰۰۹۰P_۳^۲$$

$$C_۴ = ۲۰۰ + ۱۱/۰P_۴ + ۰/۰۰۹۰P_۴^۲$$

$$C_{۵} = ۲۲۰ + ۱۰/۵ P_{۵} + ۰/۰۰۸۰ P_{۵}^{۲}$$

$$C_{۲۶} = ۱۹۰ + ۱۲/۰ P_{۲۶} + ۰/۰۰۷۵ P_{۲۶}^{۲}$$

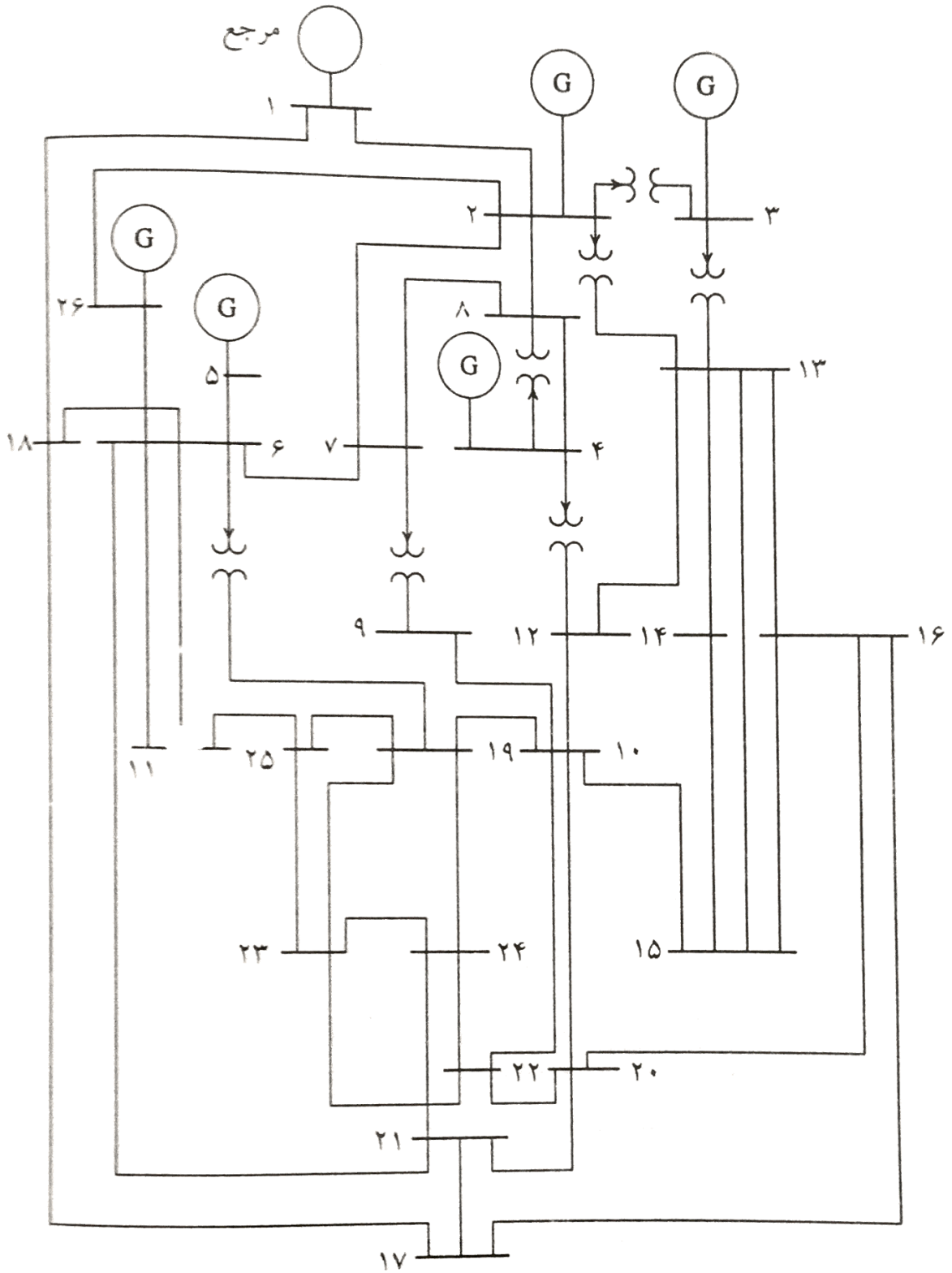
محدودیت‌های توان حقیقی ژنراتورها در جدول ۷-۴ داده شده است.

جدول ۷-۳ داده‌های ظرفیت خازنی موازی

شماره شین	MVAr
۱	۴/۰
۴	۲/۰
۵	۵/۰
۶	۲/۰
۹	۳/۰
۱۱	۱/۵
۱۲	۲/۰
۱۵	۰/۵
۱۹	۵/۰

جدول ۷-۴ محدودیت‌های توان حقیقی ژنراتور

شین	حداقل تولید MW	حداکثر تولید MW
۱	۱۰۰	۵۰۰
۲	۵۰	۲۰۰
۳	۸۰	۳۰۰
۴	۵۰	۱۵۰
۵	۵۰	۲۰۰
۲۶	۵۰	۱۲۰



شکل ۷-۸ نمایش تک خطی برای مثال ۷-۱۱

با استفاده از **dispatch** ، فرامین لازم را برای بدست آوردن توزیع بهینه تولید بنویسید. فرآیند بهینه‌سازی را آن قدر ادامه دهید تا اختلاف (مقدار قدر مطلق) بین مقدار تولید برنامه‌ریزی شده شین مرجع (که از معادلات هماهنگی محاسبه شده است) و مقدار تولید شین مرجع (که از حل پخش بار بدست آمده است) کوچکتر از MW ۰/۰۰۱ باشد.

POWEREN.IR



از فرامین زیر استفاده می‌گردد:

```
clear
basemva = 100;  accuracy = 0.0001;  maxiter = 10;

%        Bus Bus  Voltage Angle --Load-- --Generator---Injected
%        No  code Mag.  Degree MW Mvar  MW  Mvar Qmin Qmax Mvar
busdata=[1   1   1.025   0.0   51  41    0   0     0    0    4
         2   2   1.020   0.0   22  15   79   0    40  250    0
         3   2   1.025   0.0   64  50   20   0    40  150    0
         4   2   1.050   0.0   25  10  100   0    25   80    2
         5   2   1.045   0.0   50  30  300   0    40  160    5
         6   0   1.00    0.0   76  29    0   0     0    0    2
         7   0   1.00    0.0    0   0    0   0     0    0    0
         8   0   1.00    0.0    0   0    0   0     0    0    0
         9   0   1.00    0.0   89  50    0   0     0    0    3
        10   0   1.00    0.0    0   0    0   0     0    0    0
        11   0   1.00    0.0   25  15    0   0     0    0  1.5
        12   0   1.00    0.0   89  48    0   0     0    0    2
        13   0   1.00    0.0   31  15    0   0     0    0    0
        14   0   1.00    0.0   24  12    0   0     0    0    0
        15   0   1.00    0.0   70  31    0   0     0    0  0.5
        16   0   1.00    0.0   55  27    0   0     0    0    0
        17   0   1.00    0.0   78  38    0   0     0    0    0
        18   0   1.00    0.0  153  67    0   0     0    0    0
        19   0   1.00    0.0   75  15    0   0     0    0    5
        20   0   1.00    0.0   48  27    0   0     0    0    0
        21   0   1.00    0.0   46  23    0   0     0    0    0
        22   0   1.00    0.0   45  22    0   0     0    0    0
        23   0   1.00    0.0   25  12    0   0     0    0    0
        24   0   1.00    0.0   54  27    0   0     0    0    0
        25   0   1.00    0.0   28  13    0   0     0    0    0
        26   2   1.015   0.0   40  20   60   0    15   50  0];

%          Bus bus    R      X       1/2 B  1 for lines code or
%          nl  nr    pu     pu        pu    tap setting value
```

```
linedata=[1    2    0.00055   0.00480   0.03000    1
          1   18    0.00130   0.01150   0.06000    1
          2    3    0.00146   0.05130   0.05000    0.96
          2    7    0.01030   0.05860   0.01800    1
          2    8    0.00740   0.03210   0.03900    1
          2   13    0.00357   0.09670   0.02500    0.96
          2   26    0.03230   0.19670   0.00000    1
          3   13    0.00070   0.00548   0.00050    1.017
          4    8    0.00080   0.02400   0.00010    1.050
          4   12    0.00160   0.02070   0.01500    1.050
          5    6    0.00690   0.03000   0.09900    1
          6    7    0.00535   0.03060   0.00105    1
          6   11    0.00970   0.05700   0.00010    1
          6   18    0.00374   0.02220   0.00120    1
          6   19    0.00350   0.06600   0.04500    0.95
          6   21    0.00500   0.09000   0.02260    1
          7    8    0.00120   0.00693   0.00010    1
          7    9    0.00095   0.04290   0.02500    0.95
          8   12    0.00200   0.01800   0.02000    1
          9   10    0.00104   0.04930   0.00100    1
         10   12    0.00247   0.01320   0.01000    1
         10   19    0.05470   0.23600   0.00000    1
         10   20    0.00660   0.01600   0.00100    1
         10   22    0.00690   0.02980   0.00500    1
         11   25    0.09600   0.27000   0.01000    1
         11   26    0.01650   0.09700   0.00400    1
         12   14    0.03270   0.08020   0.00000    1
         12   15    0.01800   0.05980   0.00000    1
         13   14    0.00460   0.02710   0.00100    1
         13   15    0.01160   0.06100   0.00000    1
         13   16    0.01793   0.08880   0.00100    1
         14   15    0.00690   0.03820   0.00000    1
         15   16    0.02090   0.05120   0.00000    1
         16   17    0.09900   0.06000   0.00000    1
         16   20    0.02390   0.05850   0.00000    1
         17   18    0.00320   0.06000   0.03800    1
         17   21    0.22900   0.44500   0.00000    1
         19   23    0.03000   0.13100   0.00000    1
```

```
     19   24    0.03000   0.12500   0.00200    1
     19   25    0.11900   0.22490   0.00400    1
     20   21    0.06570   0.15700   0.00000    1
     20   22    0.01500   0.03660   0.00000    1
     21   24    0.04760   0.15100   0.00000    1
     22   23    0.02900   0.09900   0.00000    1
     22   24    0.03100   0.08800   0.00000    1
     23   25    0.09870   0.11680   0.00000    1];

cost = [240    7.0    0.0070
        200   10.0    0.0095
        220    8.5    0.0090
        200   11.0    0.0090
        220   10.5    0.0080
        190   12.0    0.0075];

mwlimits =[100  500
           50    200
           80    300
           50    150
           50    200
           50    120];

lfybus                    % Forms the bus admittance matrix
lfnewton   % Power flow solution by Newton-Raphson method
busout     % Prints the power flow solution on the screen
bloss              % Obtains the loss formula coefficients
gencost           % Computes the total generation cost $/h
dispatch          % Obtains optimum dispatch of generation
     % dpslack is the difference (absolute value) between
     % the scheduled slack generation determined from the
        % coordination equation, and the slack generation
                % obtained from the power flow solution.
while dpslack>.001%Repeat till dpslack is within tolerance
lfnewton                              % New power flow solution
bloss                          % Loss coefficients are updated
dispatch %Optimum dispatch of gen. with new B-coefficients
end
busout                  % Prints the final power flow solution
gencost  % Generation cost with optimum scheduling of gen.
```

نتایج اجرای فرامین فوق به صورت زیر است:

Power Flow Solution by Newton-Raphson Method
Maximum Power mismatch = 3.18289e-10
No. of iterations = 6

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	Load MW	Load Mvar	Generation MW	Generation Mvar	Injected Mvar
1	1.025	0.000	51.000	41.000	719.534	224.011	4.00
2	1.020	-0.931	22.000	15.000	79.000	125.354	0.00
3	1.035	-4.213	64.000	50.000	20.000	63.030	0.00
4	1.050	-3.582	25.000	10.000	100.000	49.223	2.00
5	1.045	1.129	50.000	30.000	300.000	124.466	5.00
6	0.999	-2.573	76.000	29.000	0.000	0.000	2.00
7	0.994	-3.204	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
8	0.997	-3.299	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
9	1.009	-5.393	89.000	50.000	0.000	0.000	3.00
10	0.989	-5.561	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
11	0.997	-3.218	25.000	15.000	0.000	0.000	1.50
12	0.993	-4.692	89.000	48.000	0.000	0.000	2.00
13	1.014	-4.430	31.000	15.000	0.000	0.000	0.00
14	1.000	-5.040	24.000	12.000	0.000	0.000	0.00
15	0.991	-5.538	70.000	31.000	0.000	0.000	0.50
16	0.983	-5.882	55.000	27.000	0.000	0.000	0.00
17	0.987	-4.985	78.000	38.000	0.000	0.000	0.00
18	1.007	-1.866	153.000	67.000	0.000	0.000	0.00
19	1.004	-6.397	75.000	15.000	0.000	0.000	5.00
20	0.980	-6.025	48.000	27.000	0.000	0.000	0.00
21	0.977	-5.778	46.000	23.000	0.000	0.000	0.00
22	0.978	-6.437	45.000	22.000	0.000	0.000	0.00
23	0.976	-7.087	25.000	12.000	0.000	0.000	0.00
24	0.968	-7.347	54.000	27.000	0.000	0.000	0.00
25	0.974	-6.775	28.000	13.000	0.000	0.000	0.00
26	1.015	-1.803	40.000	20.000	60.000	32.706	0.00
Total			1263.000	637.000	1278.534	618.791	25.00

B =

0.0014	0.0015	0.0009	-0.0001	-0.0004	-0.0002
0.0015	0.0043	0.0050	0.0001	-0.0008	-0.0003
0.0009	0.0050	0.0315	-0.0000	-0.0020	-0.0016
-0.0001	0.0001	-0.0000	0.0029	-0.0006	-0.0009

```
    -0.0004   -0.0008   -0.0020   -0.0006    0.0085   -0.0001
    -0.0002   -0.0003   -0.0016   -0.0009   -0.0001    0.0176

 B0 =
    -0.0002   -0.0008    0.0067    0.0001    0.0000   -0.0012

B00 =
     0.0056

    Total system loss = 15.53 MW

    Total generation cost =   16760.73 $/h
    Incremental cost of delivered power (system lambda) =
    13.911780 $/MWh
    Optimal Dispatch of Generation:

      474.1196
      173.7886
      190.9515
      150.0000
      196.7196
      103.5772

    Absolute value of the slack bus real power mismatch,
    dpslack = 2.4541 pu
```

در این مثال، توزیع بهینه تولید نهائی پس از سه تکرار بدست آمده است. نتایج مربوط به ضرایب نهـائی تلفات و توزیع بهینه نهائی در زیر نشان داده شده است:

```
B =
    0.0017    0.0012    0.0007   -0.0001   -0.0005   -0.0002
    0.0012    0.0014    0.0009    0.0001   -0.0006   -0.0001
    0.0007    0.0009    0.0031    0.0000   -0.0010   -0.0006
   -0.0001    0.0001    0.0000    0.0024   -0.0006   -0.0008
   -0.0005   -0.0006   -0.0010   -0.0006    0.0129   -0.0002
   -0.0002   -0.0001   -0.0006   -0.0008   -0.0002    0.0150

B0 =
     1.0e-03 *
   -0.3908   -0.1297    0.7047    0.0591    0.2161   -0.6635
```

```
B00 =
      0.0056

     Total system loss = 12.807 MW
     Incremental cost of delivered power (system lambda) =
     13.538113 $/MWh
     Optimal Dispatch of Generation:
       447.6919
       173.1938
       263.4859
       138.8142
       165.5884
        87.0260

     Absolute value of the slack bus real power mismatch,
     dpslack =  0.0008 pu

          Power Flow Solution by Newton-Raphson Method
             Maximum Power mismatch = 2.33783e-05
                   No. of iterations = 3
```

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load----- MW	Mvar	--Generation-- MW	Mvar	Injected Mvar
1	1.025	0.000	51.000	41.000	447.611	250.582	4.00
2	1.020	-0.200	22.000	15.000	173.087	57.303	0.00
3	1.045	-0.639	64.000	50.000	263.363	78.280	0.00
4	1.050	-2.101	25.000	10.000	138.716	33.449	2.00
5	1.045	-1.453	50.000	30.000	166.099	142.890	5.00
6	1.001	-2.874	76.000	29.000	0.000	0.000	2.00
7	0.995	-2.406	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
8	0.998	-2.278	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
9	1.010	-4.387	89.000	50.000	0.000	0.000	3.00
10	0.991	-4.311	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
11	0.998	-2.824	25.000	15.000	0.000	0.000	1.50
12	0.994	-3.282	89.000	48.000	0.000	0.000	2.00
13	1.022	-1.261	31.000	15.000	0.000	0.000	0.00
14	1.008	-2.445	24.000	12.000	0.000	0.000	0.00
15	0.999	-3.229	70.000	31.000	0.000	0.000	0.50
16	0.990	-3.990	55.000	27.000	0.000	0.000	0.00
17	0.983	-4.366	78.000	38.000	0.000	0.000	0.00
18	1.007	-1.884	153.000	67.000	0.000	0.000	0.00
19	1.005	-6.074	75.000	15.000	0.000	0.000	5.00

20	0.983	-4.759	48.000	27.000	0.000	0.000	0.00
21	0.977	-5.411	46.000	23.000	0.000	0.000	0.00
22	0.980	-5.325	45.000	22.000	0.000	0.000	0.00
23	0.978	-6.388	25.000	12.000	0.000	0.000	0.00
24	0.969	-6.672	54.000	27.000	0.000	0.000	0.00
25	0.975	-6.256	28.000	13.000	0.000	0.000	0.00
26	1.015	-0.284	40.000	20.000	86.939	27.892	0.00
Total			1263.000	637.000	1275.800	590.396	25.00

Total generation cost = 15447.72 $/h

هزینه تولید کل برای شرایط بهره‌برداری اولیه (بدون توزیع بهینه) ۱۶۷۶۰/۷۳ $/h بوده و هزینه تولید کل با توزیع بهینه تولید ۱۵۴۴۷/۷۲ $/h می‌باشد که منجر به ۱۳۱۳/۰۱ $/h صرفه‌جوئی می‌گردد. به عبارت دیگر با این بارگذاری، کل صرفه‌جوئی سالانه بیش از ۱۱ میلیون دلار خواهد بود.

مسایل

۷-۱) حداکثر محیط مستطیلی را بیابید که بتوان آن را در درون دایره‌ای به شعاع واحد و معادله زیر قرار داد:

$$g(x,y)=x^{۲}+y^{۲}-۱=۰$$

مقادیر ویژه را برای شرایط کافی آزمایش نمایید.

۷-۲) حداقل تابع زیر را تعیین کنید:

$$f(x,y)=x^{۲}+۲y^{۲}$$

قید تساوی عبارتست از:

$$g(x,y)=x\ +۲y+۴=۰$$

شرایط کافی را آزمایش نمایید.

۷-۳) برای حل مسأله بهینه‌سازی مقید پارامترها از روش ضرایب لاگرانژ استفاده نموده و حداکثر مساحت مثلث متساوی الاضلاعی را که بتوان آن را درون دایره‌ای به شعاع واحد قرار داد بدست آورید.

۷-۴) برای یک صافی[1] میان‌گذر مرتبه دوم با تابع تبدیل زیر، مقادیر نسبت میرائی ζ و فرکانس طبیعی ω_n مربوط به نمودار بود[2] را که حداکثر فرکانس آن ۷۰۷۱/۰۷ رادیان بر ثانیه و پهنای باند نیم قدرت آن ۱۲۷۲۰/۲ رادیان بر ثانیه می‌باشد بدست آورید.

$$H(s)=\frac{\omega_n^{۲}}{s^{۲}+۲\zeta\omega_n s+\omega_n^{۲}}$$

1 - Filter

2 - Bode plot

۷-۵) مقدار حداقل تابع زیر را بدست آورید:

$$f(x,y)=x^۲+y^۲$$

قید تساوی آن عبارتست از:

$$g(x,y)=x^۲-۶x-y^۲+۱۷=۰$$

۷-۶) مقدار حداقل تابع زیر را بدست آورید:

$$f(x,y)=x^۲+y^۲$$

که قید تساوی آن عبارتست از:

$$g(x,y)=x^۲-۵x-y^۲+۲۰=۰$$

و قید نامساوی آن به صورت زیر است:

$$u(x,y)=۲x+y\geq ۶$$

۷-۷) برای دو نیروگاه حرارتی ۸۰۰ مگاواتی، توابع هزینه سوخت برحسب $/h به صورت زیر هستند:

$$C_۱=۴۰۰+۶/۰P_۱+۰/۰۰۴P_۱^۲$$

$$C_۲=۵۰۰+\beta P_۲+\gamma P_۲^۲$$

که در آن مقادیر $P_۱$ و $P_۲$ برحسب MW می‌باشند.

(الف) هنگامی‌که تقاضای توان کل ۵۵۰ MW است، هزینه افزایشی قدرت (λ) برابر ۸ $/MWh می‌باشد. با چشم‌پوشی از تلفات، تولید بهینه هر یک از نیروگاه‌ها را بدست آورید.

(ب) در صورتی که تقاضای توان کل ۱۳۰۰ MW باشد، هزینه افزایشی (λ) برابر ۱۰ $/MWh می‌گردد. با چشم‌پوشی از تلفات، تولید بهینه هر یک از نیروگاه‌ها را بدست آورید.

(پ) با استفاده از نتایج (الف) و (ب)، ضرایب هزینه سوخت β و γ را برای نیروگاه دوم محاسبه نمائید.

۷-۸) توابع هزینه سوخت برحسب $/h برای سه نیروگاه حرارتی به صورت زیر هستند:

$$C_1 = ۳۵۰ + ۷/۲۰ P_1 + ۰/۰۰۴۰ P_1^2$$

$$C_2 = ۵۰۰ + ۷/۳۰ P_2 + ۰/۰۰۲۵ P_2^2$$

$$C_3 = ۶۰۰ + ۶/۷۴ P_3 + ۰/۰۰۳۰ P_3^2$$

که در آن مقادیر P_1، P_2 و P_3 برحسب MW می‌باشند. گاورنرها چنان تنظیم شده‌اند که ژنراتورها بار را به طور مساوی تأمین کنند. با چشم‌پوشی از تلفات خطوط و محدودیت ژنراتورها، هزینه کل برحسب $/h را برای بارهای زیر بدست آورید.

(الف) $P_D = ۴۵۰$ MW

(ب) $P_D = ۷۴۵$ MW

(پ) $P_D = ۱۳۳۵$ MW

۷-۹) با چشم‌پوشی از تلفات و محدودیت ژنراتورها، برنامه‌ریزی بهینه تولید را برای هر یک از حالات بارگذاری مسأله ۷-۸ تعیین نمائید.

(الف) با استفاده از روش تحلیلی و روابط (۷-۳۳) و (۷-۳۱).

(ب) با استفاده از روش تکراری، با تخمین اولیه $\lambda = ۷/۵$ $/MWh شروع نمایید.

(پ) صرفه‌جوئی برحسب $/h برای هر یک از موارد بالا را در مقایسه با هزینه‌های مسأله ۷-۸ که در آن ژنراتورها بار را به طور مساوی تأمین می‌کردند بدست آورید.

با بکارگیری برنامه **dispatch** جواب‌های خود را آزمایش کنید.

۷-۱۰) مسأله ۷-۹ (الف) و (ب) را با توجه به محدودیت‌های زیر (بر حسب MW) تکرار کنید.

$$۱۲۲ \le P_1 \le ۴۰۰$$

$$۲۶۰ \le P_2 \le ۶۰۰$$

$$۵۰ \le P_3 \le ۴۴۵$$

با استفاده از برنامه **dispatch** جواب‌های خود را آزمایش کنید.

۷-۱۱) برای دو نیروگاه حرارتی، توابع هزینه سوخت به صورت زیر داده شده‌اند:

$$C_۱ = ۳۲۰ + ۶/۲ P_۱ + ۰/۰۰۴ P_۱^۲$$

$$C_۲ = ۲۰۰ + ۶/۰ P_۱ + ۰/۰۰۳ P_۲^۲$$

که در آن مقادیر $P_۱$ و $P_۲$ برحسب MW هستند. خروجی نیروگاه‌ها به مقادیر زیر محدود شده‌اند (برحسب MW):

$$۵۰ \le P_۱ \le ۲۵۰$$

$$۵۰ \le P_۲ \le ۳۵۰$$

تولید و تلفات توان حقیقی این سیستم برحسب pu در مبنای ۱۰۰ MVA می‌باشند. رابطه تلفات به صورت زیر است:

$$P_{L(pu)} = ۰/۰۱۲۵ P_{۱(pu)}^۲ + ۰/۰۰۶۲۵ P_{۲(pu)}^۲$$

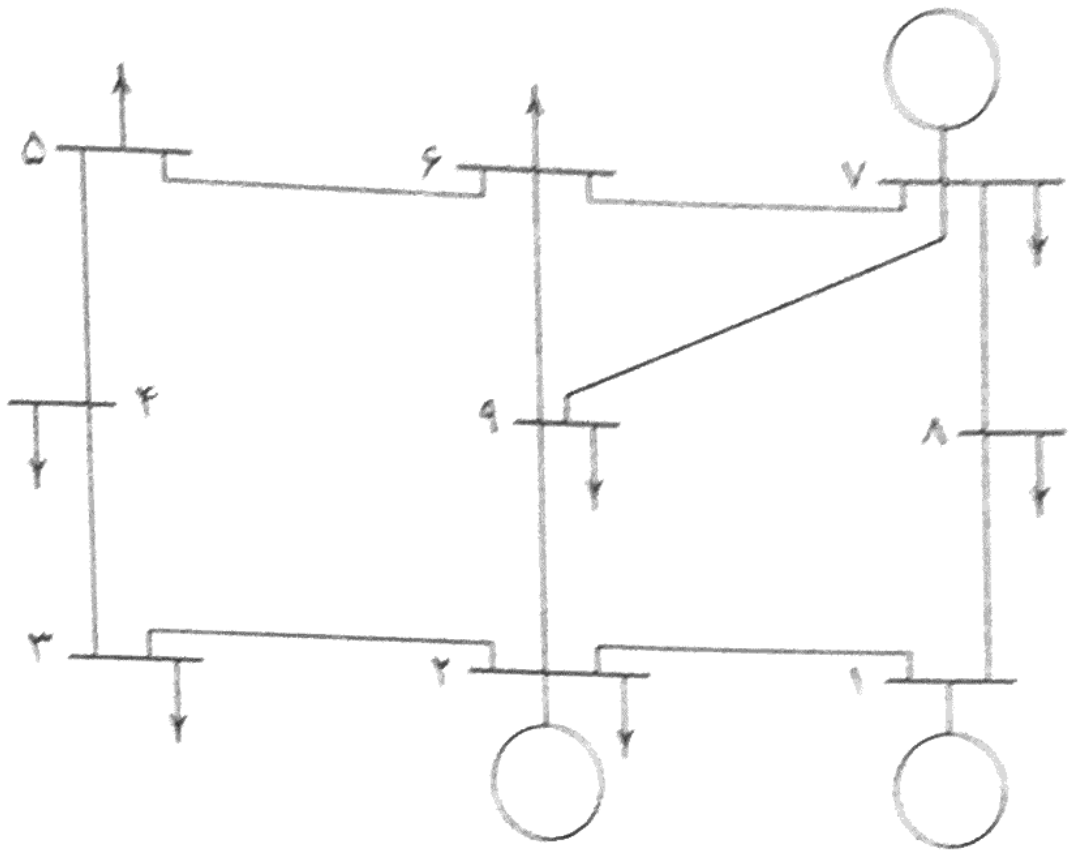
بار کل ۴۱۲/۳۵ MW می‌باشد. توزیع بهینه تولید را بدست آورید. با تخمین اولیه λ = ۷ \$/MWh شروع کنید. با استفاده از برنامه **dispatch** پاسخ‌های خود را آزمایش نمائید.

۷-۱۲) شبکه سیستم قدرت یک شرکت برق با ۹ شین در شکل ۷-۹ نشان داده شده است. شین ۱ با ولتاژ $V_۱ = ۱/۰۳ \angle ۰^\circ$ به عنوان شین مرجع انتخاب گردیده است. داده‌های بار، تولید و خازن‌های موازی که در پست‌ها نصب گردیده‌اند، اطلاعات خطوط شامل مقاومت و راکتانس سری و نصف سوسپتانس خط برحسب pu بر مبنای ۱۰۰ MVA و محدودیت توان حقیقی ژنراتورها در جداول ۷-۵ الی ۷-۹ نشان داده شده‌اند. توابع هزینه بهره‌برداری ژنراتورها برحسب \$/h به صورت زیر می‌باشند:

$$C_۱ = ۲۴۰ + ۶/۷ P_۱ + ۰/۰۰۹ P_۱^۲$$

$$C_۲ = ۲۲۰ + ۶/۱ P_۲ + ۰/۰۰۵ P_۲^۲$$

$$C_۷ = ۲۴۰ + ۶/۵ P_۷ + ۰/۰۰۸ P_۷^۲$$



شکل ۷-۹ نمایش تک خطی مسأله ۷-۱۲

جدول ۷-۵ داده‌های بار برای مسأله ۷-۱۲

شماره شین	بار	
	MVAr	MW
۱	۰	۰
۲	۱۰	۲۰
۳	۱۵	۲۵
۴	۵	۱۰
۵	۲۰	۴۰
۶	۴۰	۶۰
۷	۵	۱۰
۸	۶۰	۸۰
۹	۸۰	۱۰۰

جدول ۷-۶ داده‌های تولید برای مسأله ۷-۱۲

شماره شین	اندازه ولتاژ	تولید MW	محدودیت	MVAr
			حداکثر	حداقل
۱	۱/۰۳	-	-	-
۲	۱/۰۴	۸۰	۲۵۰	۰
۷	۱/۰۱	۱۲۰	۱۰۰	۰

جدول ۷-۷ داده‌های خطوط برای مسأله ۷-۱۲

شماره شین	شماره شین	R pu	X pu	$\frac{1}{2}$B pu
۱	۲	۰/۰۱۸	۰/۰۵۴	۰/۰۰۴۵
۱	۸	۰/۰۱۴	۰/۰۳۶	۰/۰۰۳۰
۲	۹	۰/۰۰۶	۰/۰۳۰	۰/۰۰۲۸
۲	۳	۰/۰۱۳	۰/۰۳۶	۰/۰۰۳۰
۳	۴	۰/۰۱۰	۰/۰۵۰	۰/۰۰۰۰
۴	۵	۰/۰۱۸	۰/۰۵۶	۰/۰۰۰۰
۵	۶	۰/۰۲۰	۰/۰۶۰	۰/۰۰۰۰
۶	۷	۰/۰۱۵	۰/۰۴۵	۰/۰۰۳۸
۶	۹	۰/۰۰۲	۰/۰۶۶	۰/۰۰۰۰
۷	۸	۰/۰۳۲	۰/۰۷۶	۰/۰۰۰۰
۷	۹	۰/۰۲۲	۰/۰۶۵	۰/۰۰۰۰

جدول ۷-۸ داده‌های محدودیت توان حقیقی ژنراتورهای مسأله ۷-۱۲

شین	حداقل تولید MW	حداکثر تولید MW
۱	۵۰	۲۰۰
۲	۵۰	۲۰۰
۷	۵۰	۱۰۰

جدول ۷-۹ داده‌های خازن‌های موازی برای مسأله ۷-۱۲

شماره شین	MVAr
۳	۱/۰
۴	۳/۰

با استفاده از برنامه **dispatch**، فرامین لازم را برای تعیین توزیع بهینه تولید بنویسید. فرآیند بهینه‌سازی را آن قدر ادامه دهید تا اختلاف (مقدار قدر مطلق) بین مقدار تولید برنامه‌ریزی شده شین مرجع (که از معادلات هماهنگی محاسبه شده است) و مقدار تولید شین مرجع (که از حل پخش بار بدست آمده است)، کوچکتر از ۰/۰۰۱ MW باشد.

پاسخ مسایل

فصل اول

۱-۱) ۷۹۹/۳۴ GW

۱-۲) ٪۶/۹۳

۱-۳) ۸ ، ۵۰٪ MW

فصل دوم

۲-۱) $S_1 = ۲۰۰۰\ \text{W} + j\ ۳۴۶۴/۱\ \text{VAr}$ ، $S_2 = ۲۱۶۵/۱\ \text{W} - j\ ۱۲۵۰\ \text{VAr}$ ، $S_3 = ۲۰۰۰\ \text{W} + j\ ۰\ \text{VAr}$ ، $S = ۶۱۶۵/۱\ \text{W} + j\ ۲۲۱۴/۱\ \text{VAr}$

۲-۲) (الف) $۸۰۰\ \text{W} + j\ ۶۰۰\ \text{VAr}$ (ب) $۱۰\cos(۳۷۷t - ۳۶/۸۷^\circ)\ \text{A}$ ، $۷/۰۷۱\angle -۳۶/۸۷^\circ\ \text{A}$

(پ) $۲۰\angle ۳۶/۸۷^\circ\ \Omega$

۲-۳) ۱۲/۸ Ω ، ۹/۶ Ω

۲-۴) ۲۰ Ω ، ۲۶/۶۷ Ω

۲-۵) ۲۸۰ kW + j ۳۳۵ kVAr

۲-۶) (الف) ۶۰ Ω ، ۸۰ Ω (ب) $۱۲۵۰\angle ۱۶/۲۶^\circ\ \text{V}$

۲-۷) (الف) $S_1 = ۱\ \text{kW} + j\ ۷\ \text{kVAr}$ ، $S_2 = ۱\ \text{kW} - j\ ۲\ \text{kVAr}$

$S_3 = ۴\ \text{kW} + j\ ۳\ \text{kVAr}$

(ب) $S = ۶\ \text{kW} + j\ ۸\ \text{kVAr}$ ، $۵۰\angle -۵۳/۱۳^\circ\ \text{A}$ ، ۰/۶ پس‌فاز

(پ) ۸ kVAr ، ۳۰/۵ μF ، ۳۰ A

۲-۸) منبع ۱ توان ۲۸ kW تحویل و ۲۱ kVAr جذب می‌نماید، منبع ۲ توان ۲۴/۵۷ kW جذب و ۳۲/۷۶ kVAr تحویل می‌دهد، ۳/۴۳ kW ، ۱۱/۷۶ kVAr .

۲-۱۰) (ب) ۳۰ kW

۲-۱۱) (الف) $۵۰\angle -۳۶/۸۷^\circ\ \text{A}$ ، $۵۰\angle -۱۵۶/۸۷^\circ\ \text{A}$ ، $۵۰\angle -۲۷۶/۸۷^\circ\ \text{A}$

(ب) ۲۸۸ kW ، ۲۱۶ kVAr

۲-۱۲) (الف) $۱۵۰\angle -۶۶/۸۷^\circ\ \text{A}$ ، $۱۵۰\angle -۱۸۶/۸۷^\circ\ \text{A}$ ، $۵۰\angle ۵۳/۱۳^\circ\ \text{A}$

(ب) ۸۶۴ kW ، ۶۴۸ kVAr

۲-۱۳) (الف) $۱۲\angle -۵۳/۱۳^\circ\ \text{A}$

(ب) $۲۵۹۲\ \text{W} + j\ ۳۴۵۶\ \text{VAr}$

(پ) ۱۶۲/۳۳ V

۲-۱۴) (الف) ۱۸ kW ، صفر کیلووار ، ضریب قدرت واحد، ۵۰ A

(ب) $۶۶/۹\angle -۴۱/۶۳^\circ\ \text{A}$ ، ۰/۷۴۷۴ پس‌فاز

۲-۱۵) (الف) $۴۸۰\ \text{kVAr} + j\ ۳۶۰\ \text{kW}$ ، ۰/۶ پس‌فاز، $۲۷/۷۸\angle -۵۳/۱۳^\circ\ \text{A}$

(ب) ۲۱۰ kVAr ، ۳/۵۸ μF ، $۲۰/۸۳۵\angle -۳۶/۸۷^\circ\ \text{A}$

۲-۱۶) (الف) $۴۰\angle -۳۶/۸۷^\circ\ \text{A}$ ، $۱۹/۲\ \text{kW} + j\ ۱۴/۴\ \text{kVAr}$

(ب) ۱۶۰ V ، ۲۷۷/۱ V

فصل سوم

۳-۱) (الف) ۲۴۴۰/۸۰ V ، ٪۶/۱۲

(ب) ۲۲۰۰/۴ V ، ۴/۳۳ - ٪

۳-۲) (الف) ۳۶ kV ، ۹/۵۹° (ب) ۲۸۸ MW

(پ) ۵۴۷/۴۷ A ، ۰/۷۳۰۶ پس‌فاز

۳-۳) (الف) ۱۲۸۰۶ V (ب) ۸۰/۴ MW (پ) ۳۳۴۴∠۳۶/۷۳

۳-۴) (ب) ۱۶/۲۶ ° ، ۳۰ kV (پ) ۱۳۸/۷۱۲ MW در ۷۵°

۳-۵) (الف) ۰/۹ Ω + j ۰/۴ ، ۱۰۰۰ Ω ، j۱۵۰۰Ω

(ب) ۲۴۵۳/۹ V ، ٪۲/۲۴ (پ) ۲۳۸۷ V ، ۰/۵۴۱ - ٪

۳-۶) (الف) ۹۶ Ω + j ۲۸ ، ۶۶۶۶/۶۷ Ω ، ۵۰۰۰ Ω j

(ب) ٪۲۱/۸۳۹ ، ٪۸۵/۹۷ (پ) ۵۳/۲۳۷ kVA ، ٪۸۶/۰۵۷

(ت) ٪۸۵/۸۸

۳-۷) (الف) ۲۱ kVA (ب) ٪۹۶

۳-۸) ۱۳/۳۴۶ kV

۳-۹) (الف) ۲۴۷/۶۹ kV (ب) ۲۴۹/۷۲ kV

۳-۱۰) (الف) ۱/۰۳۲۰۵ pu ، ۲۴۷/۶۹ kV

(ب) ۱/۰۴۰۵ pu ، ۲۴۹/۷۲ kV

۳-۱۱) ۰/۹۲۶ pu ، ۱/۰ pu

۳-۱۲) ۰/۱۲۲ + j ۰/۲۵۲ pu

۳-۱۳) $X_{G_1} = j$ ۰/۱ ، $X_{T_1} = j$ ۰/۲ ، $X_{T_2} = j$ ۰/۲۵ ، $X_{G_2} = j$ ۰/۰۸۱ ، $X_{خط} = j$ ۰/۳ ،

$X_{بار}$ = ۰/۷۵ + j ۱/۰

۳-۱۴) $X_G = j$ ۰/۳ ، $X_{T_1} = j$ ۰/۲ ، $X_{T_2} = j$ ۰/۱۵ ، $X_{T_3} = j$ ۰/۱۶ ، $X_{خط۱} = j$ ۰/۲۵ ،

$Z_T = j\ ۰/۱۲$ ، $Z_S = j\ ۰/۱۸$ ، $Z_p = j\ ۰/۰۶$ ، $X_{بار} = -j\ ۱۰$ ، $X_M = j\ ۰/۲۷$

$X_{خط۲} = j\ ۰/۳۵$

۳-۱۵) (الف) $X_{G_1} = j\ ۰/۱۵$ ، $X_{T_1} = j۰/۲$ ، $X_{T_2} = j\ ۰/۲$ ، $X_{خط} = ۰/۳ + j۰/۵$ ، $X_M = j\ ۰/۱۵$

(ب) ۲۶/۳۵۹ kV ، ۲۷/۵ kV

۳-۱۶) ۴۴۰ kV ، ۴۸۰ kV

۳-۱۷) ۱۲۶/۵ kV ، ۲۷/۶ kV

فصل چهارم

۴-۱) (الف) ۴/۱ Ω (ب) ۴/۶Ω

۴-۲) ۰/۳۷۷۴ Ω/km

۴-۳) ۱/۸۹۴ cm ، ۵۵۶۰۰۰ cmil

۴-۴) ۰/۳۵ cm ، ۴۶ mH

۴-۵) (الف) ۱/۴۶ r (ب) ۱/۷۲۳ r

۴-۶) ۱/۴۸۶ mH/km

۴-۷) ۱۰ m

۴-۸) (الف) ۱/۳ mH/km (ب) ۱/۱۵ cm

۴-۹) ۲۷/۵٪ کاهش ، ۳۵/۲۵٪ افزایش

۴-۱۰) ۰/۸۸۹۲۹ mH/km ، ۰/۰۱۲۶۵۸ μF/km

۴-۱۱) ۰/۴۷۵۲ mH/km ، ۰/۰۲۴۰۰۳۵ μF/km

۰/۵۱۷۴۵۳ mH/km ، ۰/۰۲۱۹۹۷۴ μF/km

۱۲-۴) $\frac{۴\pi\varepsilon_{\circ}}{\ln(\frac{۰/۸۶۶D}{r})}$

۱۳-۴) ۵ V/km

۱۴-۴) ۹۰ V

فصل پنجم

۱-۵) (الف) ۷۰/۵۰۸kV ، ٪۱۰/۱۷ ، ۵۸/۳۹ MW+j ۵۰/۳۷ MVAr ، ٪۹۵/۹۰

(ب) ۶۹/۰ kV ، ٪۷/۸۳ ، ۱۲۷MW+j ۲۴/۶۱ MVAr ، ٪۹۴/۴۶۵

۲-۵) (الف) ۱۴/۱۱۷ MVAr ، ۹/۱۴ μF

(ب) ۶۱/۲۴ MVAr ، ۳۹/۶۶ μF

۳-۵) (الف) ۰/۹۹۵۱ +j۰/۰۰۰۵۴۴ ، ۴ +j ۳۶ Ω ، j ۰/۰۰۰۲۷۱۳ S

(ب) ۲۴۲/۶۷ kV ، ۵۰۲/۳۸∠−۳۳/۶۹° A ، ٪۱۰/۸۴۷

۱۶۳/۱۸ MW +j ۱۳۴/۰۲ MVAr ، ٪۹۸/۰۵۲

(پ) ۲۳۰/۰۳ kV ، ۷۹۹/۸۶∠۲/۵° A ، ٪۵/۰۷۳

۳۱۳/۷۴ MW +j ۵۵/۹ MVAr ، ٪۹۷/۵۳

۴-۵) ۱۴۱/۱۲۳ MVAr ، ۷/۷۳۴ μF

۵-۵) ۰/۹۸۱۸۲ +j ۰/۰۰۱۲۴۴۷ ، ۴/۰۳۵ +j ۵۸/۹۴۷ ، j ۰/۰۰۰۶۱۱۳۷

۶-۵) ۳۸۷/۰۲۵ kV ، ۵۹۲/۲۹∠−۲۷/۳۲۵° A ،

۳۲۴/۸۷ MW +j ۲۲۸/۲۵ MVAr ، ٪۱۴/۲۵۹ ، ٪۹۸/۵

۷-۵) ۳۴۵ kV ، ۶۷۲/۵۴∠−۹/۶۳۳° A ، ۴۰۱/۸۸۴ MW +j۰ MVAr

٪۲/۷۳ ، ٪۹۸/۷۴۳

۵-۸) (الف) ۲۶۴/۷۰۲ Ω ، ۲۹° ، ۴۹۶۵/۲ km ، ۲۲۱۰/۸۸ MW

۰/۸۷۴۶ ، j ۱۲۸/۳۴ Ω ، j ۰/۰۰۱۸۳۱۶ S

(ب) ۸۹۶/۹۸۲ kV ، ۱۱۰۰/۲۳∠−۲/۴۵۶° A

۱۶۰۰ MW + j ۶۰۱/۵۰۸ MVAr ، ٪۳۹/۵۳۶

(پ) ۶۵۳/۳۳ kV ، ۱۷۴۸/۷۸∠−۴۳/۵۵۶° A

۱۹۲۰ MW + j ۴۷۹/۳۳ MVAr ، ٪۳۳/۸۸

(ت) ۷۳۵/۱۳ kV ، ۱۶۰۴/۰۷∠۲۸/۹۸° A

۲۰۴۲/۴۴ MW + j ۱/۳۲ MVAr ، ٪۱۴/۳۵۸

۵-۹) ۸۷۴/۶۸ kV ، (ب) ۷۷۲/۱۳ Ω ، ۶۹۹/۶۵۸ MVAr

۵-۱۰) ۳۴۴۱/۴۷∠−۹۰° A ، ۳۰۰۹/۹۲∠−۹۰° A

۵-۱۱) ۸۰۲/۹۵ MVAr ، ۳/۹۴۳ μF ، ۱۲۰۹/۴۶∠۲۴/۶۵۳° A

۱۶۰۰MW - j ۹۰/۳۸ MVAr ، ٪۱۹

۵-۱۲) ۸۲۲/۶۷۷ kV ، ۱۱۶۴/۵۹∠−۳/۶۲۵° A

۱۶۰۰ MW + j ۴۴۰/۱۶ MVAr ، ٪۲۱/۰۳۵

۵-۱۳) ۸۱/۴۶۴ MVAr ، ۵۱/۶۵ μF ، ۵۶۳/۲۵ MVAr ، ۲/۷۶۵ μF

۷۶۵ kV ، ۱۲۰۹/۷۲∠۱۶/۱° A ، ۱۶۰۰MW - j ۹۶/۳۲ MVAr ، ٪۱۲/۵۵

۵-۱۴) برای بدست آوردن عملکرد خط انتقال از برنامه **lineperf** استفاده کنید. خلاصه‌ای از محاسبات همراه با توصیه‌های خود ارائه نمائید .

۵-۱۵) (الف) ۶۲۲/۱۵۳ kV ، ۷۹۴/۶۴۹∠−۱/۳۳° A

۸۰۰ MW + j ۳۰۵/۴۰۸ MVAr ، ٪۴۴/۶۸۷

(ب) ۰/۹۶ ، j ۳۹/۲ ، j ۰/۰۰۲

(پ) ۵۳۰/۷۵۹ kV ، ۸۹۱/۱۴۲∠−۵/۶۵° A

٪۱۰/۵۷۵ ، ۸۰۰ MW + j ۱۷۶/۴۴۸ MVAr

۵-۱۶) (الف) ۰/۰۰۲ rad/km ، ۵۰۰ Ω

(ب) ۱۰۰۰ Ω ، ۱۷۶/۴ MVAr

۵-۱۷) ۴۰۰ kV

فصل ششم

۶-۱)
$$Y_{bus}=\begin{bmatrix} ۰/۰-j۲۰/۲۵ & ۰/۰+j۴/۰۰ & ۰/۰+j۱۰/۰۰ & ۰/۰+j۲/۵۰ \\ ۰/۰+j۴/۰۰ & ۰/۰-j۱۵/۰۰ & ۰/۰+j۰/۰۰ & ۰/۰+j۶/۲۵ \\ ۰/۰+j۱۰/۰۰ & ۰/۰+j۰/۰ & ۱/۰-j۱۵/۰۰ & ۰/۰+j۵/۰۰ \\ ۰/۰+j۲/۵۰ & ۰/۰+j۶/۲۵ & ۰/۰+j۵/۰۰ & ۲/۰-j۱۴/۰۰ \end{bmatrix}$$

۶-۲)
$$V_{bus}=\begin{bmatrix} ۱/۰۲۹۳\angle ۱/۴۶^\circ \\ ۱/۰۲۱۷\angle ۰/۹۹^\circ \\ ۱/۰۰۰۱\angle -۰/۰۱۵^\circ \end{bmatrix}$$

۶-۳) (الف) x_1 = ۵/۰۰۰۰ ، x_2 = ۱/۰۰۰۰ ، x_1 = ۲/۰۰۰۶ ، x_2 = ۳/۹۹۹۴

۶-۴) (الف) ۱ (ب) ۱، ۴، ۷، ۹

۶-۵)
$$X^{(1)}=\begin{bmatrix} ۴/۳۹۲۹ \\ ۴/۹۲۸۶ \end{bmatrix} \quad X^{(2)}=\begin{bmatrix} ۴/۰۲۲۲ \\ ۴/۹۹۶۴ \end{bmatrix} \quad X^{(3)}=\begin{bmatrix} ۴/۰۰۰۱ \\ ۵/۰۰۰۰ \end{bmatrix}$$

۶-۶) (الف) $V_2^{(1)}$ = ۰/۹۲۰۰ − j ۰/۱۰۰۰ $V_2^{(2)}$ = ۰/۹۰۲۴ − j ۰/۰۹۸۱

$V_2^{(3)}$ = ۰/۹۰۰۵ − j ۰/۱۰۰۰ $V_2^{(4)}$ = ۰/۹۰۰۱ − j ۰/۱۰۰۰

(ب) S_{12} = ۳۰۰ MW + j۱۰۰ MVAr S_{21} = -۲۸۰ MW - j۶۰ MVAr

S_L = ۲۰ MW + j۴۰ MVAr

۶-۷) (الف) $V_2^{(1)}$ = ۰/۹۳۶۰ − j ۰/۰۸۰۰ $V_2^{(2)}$ = ۰/۹۰۸۹ − j ۰/۰۹۷۴

$V_3^{(1)}$ = ۰/۹۶۰۲ − j ۰/۰۴۶۰ $V_3^{(2)}$ = ۰/۹۵۲۲ − j ۰/۰۴۹۳

(ب) $S_{۲۰} = ۳۰۰ \text{ MW} + j۳۰۰ \text{ MVAr}$

$S_{۲۱} = -۳۰۰ \text{ MW} - j۲۴۰ \text{ MVAr}$

$S_{L۲} = ۰ \text{ MW} + j۶۰ \text{ MVAr}$

$S_{۱۲} = ۴۰۰ \text{ MW} + j۴۰۰ \text{ MVAr}$

$S_{۲۱} = -۴۰۰ \text{ MW} - j۳۶۰ \text{ MVAr}$

$S_{L۲} = ۰ \text{ MW} + j۴۰ \text{ MVAr}$

$S_{۲۳} = -۱۰۰ \text{ MW} - j۸۰ \text{ MVAr}$

$S_{۳۲} = ۱۰۰ \text{ MW} + j۹۰ \text{ MVAr}$

$S_{L۳} = ۰ \text{ MW} + j۱۰ \text{ MVAr}$

$S_{۱} = ۷۰۰ \text{ MW} + j۷۰۰ \text{ MVAr}$

۶-۸) (الف)

$V_۲^{(۱)} = ۱/۰۰۲۵ - j\,۰/۰۵۰۰$ $\qquad Q_۲^{(۱)} = ۱/۲۳۶۰$

$V_۳^{(۱)} = ۱/۰۲۹۹ + j\,۰/۰۱۵۲$

$V_۲^{(۲)} = ۱/۰۰۰۱ - j\,۰/۰۴۰۹$ $\qquad Q_۲^{(۲)} = ۱/۳۶۷۱$

$V_۳^{(۲)} = ۱/۰۲۹۸ + j\,۰/۰۲۱۶$

(ب)

$S_{۱۲} = ۱۵۰/۴۲۸ \text{ MW} + j۱۰۰/۱۵۹ \text{ MVAr}$

$S_{۲۱} = -۱۵۰/۴۲۸ \text{ MW} - j۹۲/۳۸۷ \text{ MVAr}$

$S_{L۱۲} = ۰ \text{ MW} + j۷/۷۷۲ \text{ MVAr}$

$S_{۱۳} = -۵۰/۴۲۸ \text{ MW} - j۹/۶۴۸ \text{ MVAr}$

$S_{۳۱} = ۵۰/۴۲۸ \text{ MW} + j۱۰/۹۰۲ \text{ MVAr}$

$S_{L۱۳} = ۰ \text{ MW} + j۱/۲۵۵ \text{ MVAr}$

$S_{۲۳} = -۲۴۹/۵۷۲ \text{ MW} - j۱۰۷/۶۱۳ \text{ MVAr}$

$$S_{۲۰} = ۲۴۹/۵۷۲\ \text{MW} + j۱۲۶/۰۳۴\ \text{MVAr}$$

$$S_{load۳} = ۰\ \text{MW} + j۱۸/۴۲۱\ \text{MVAr}$$

$$S_{۱} = ۱۰۰\ \text{MW} + j۹۰/۱۵۱\ \text{MVAr}$$

POWEREN.IR

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j۱۲۵ & ۰ & j۱۰۰ & ۰ \\ ۰ & -j۶/۲۵ & ۰ & j۵ \\ j۱۰۰ & ۰ & -j۸۹ & j۹ \\ ۰ & j۵ & j۹ & -j۱۳ \end{bmatrix} \quad (۹\text{-}۶)$$

$$|V_۲^{(۱)}| = ۰/۹۱۰۰ \qquad \delta_۲^{(۱)} = -۰/۱۳۰۰\ \text{rad} \quad (۱۰\text{-}۶)$$

$$|V_۲^{(۲)}| = ۰/۸۸۸۶ \qquad \delta_۲^{(۲)} = -۰/۱۴۶۴\ \text{rad}$$

$$|V_۲^{(۱)}| = ۰/۸۰۰۰ \qquad \delta_۲^{(۱)} = -۰/۱۰۰۰\ \text{rad} \quad (۱۱\text{-}۶)$$

$$|V_۲^{(۲)}| = ۰/۷۲۲۷ \qquad \delta_۲^{(۲)} = -۰/۱۳۵۰\ \text{rad}$$

۶-۱۲) ماتریس ادمیتانس شین به صورت قطبی عبارتست از:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} ۶۰\angle -\frac{\pi}{۲} & ۴۰\angle \frac{\pi}{۲} & ۲۰\angle \frac{\pi}{۲} \\ ۴۰\angle \frac{\pi}{۲} & ۶۰\angle -\frac{\pi}{۲} & ۲۰\angle \frac{\pi}{۲} \\ ۲۰\angle \frac{\pi}{۲} & ۲۰\angle \frac{\pi}{۲} & ۴۰\angle -\frac{\pi}{۲} \end{bmatrix}$$

(الف) جایگزینی عناصر ماتریس ادمیتانس شین در روابط (۶-۵۲) و (۶-۵۳) منجر بـه معـادلات داده شده می‌گردد.

(ب) $\delta_۲^{(۱)} = -۰/۰۲۷۵\,\text{rad} = -۱/۵۷۸۲^\circ$ $\qquad \delta_۲^{(۲)} = -۰/۰۲۸۵\,\text{rad} = -۱/۶۳۲۷^\circ$

$\delta_۳^{(۱)} = -۰/۱۰۷۸\,\text{rad} = -۶/۱۷۹^\circ$ $\qquad \delta_۳^{(۲)} = -۰/۱۱۸۹\,\text{rad} = -۶/۸۱۶^\circ$

$|V_۳^{(۱)}| = ۰/۹۲۳۱\ \text{pu}$ $\qquad |V_۳^{(۲)}| = ۰/۹۰۷۲\ \text{pu}$

(پ) برای بدست آوردن پاسخ از برنامه پخـش بـار **lfnewton** اسـتفاده می‌شـود (مثـال ۶-۹ را ملاحظه کنید).

۶-۱۳) (الف) $\delta_۲^{(۱)} = -۰/۰۲۶۲\,\text{rad} = -۱/۵۰۰۶^\circ$ $\qquad \delta_۲^{(۲)} = -۰/۰۲۷۷\,\text{rad} = -۱/۵۸۶۳^\circ$

$$\delta_۳^{(۱)} = -۰/۱۱۱۹ \text{rad} = -۶/۴۱۲^\circ \qquad \delta_۳^{(۲)} = -۰/۱۱۸۲ \text{rad} = -۶/۷۷۲^\circ$$

$$|V_۳^{(۱)}| = ۰/۹۲۵۰ \text{ pu} \qquad |V_۳^{(۲)}| = ۰/۹۰۸۸ \text{ pu}$$

(ب) برای بدست آوردن پاسخ از برنامه پخش بار **decouple** استفاده می‌شود (مثال ۶-۱۱ را ملاحظه کنید).

۶-۱۴) از دستورات آماده‌سازی داده‌ها (بخش ۶-۹) و مثال ۶-۹ استفاده کنید.

فصل هفتم

۷-۱) مربعی با اندازه ضلع = ۱/۴۱۴۲ و محیط = ۵/۶۵۶۸

برای $\lambda = -۲/۸۲۸$ داریم: $\frac{\partial^۲ L}{\partial x^۲} = \frac{\partial^۲ L}{\partial y^۲} = -۵/۶۵۶۸$

مشتق‌های دوم منفی هستند. بنابراین، تابع هدف بیشینه گردیده است.

۷-۲) $\lambda = \frac{۴}{۳}$ ، $x = y = -\frac{۴}{۳}$

$\frac{\partial^۲ L}{\partial x^۲} = \frac{\partial^۲ L}{\partial y^۲} = ۲$ ، مشتق‌های دوم مثبت هستند. بنابراین، تابع هدف کمینه شده است.

۷-۳) قاعده = ۱/۷۳۲ ، ارتفاع = ۱/۵ ، مساحت = ۱/۲۹۹

۷-۴) $\zeta = ۰/۵$ ، $\omega_n = ۱۰۰۰۰ \text{ rad/sec}$ ، $M_{p\omega} = ۱/۱۵۴۷$

۷-۵) مقدار حداقل تابع = ۱۲/۵ با $x = ۱/۵$ ، $y = ۳/۲$ ، $\lambda = ۱$

۷-۶) مقدار حداقل تابع = ۱۷ با $x = ۱$ ، $y = ۴$ ، $\lambda = \frac{۱۴}{۱۳}$

۷-۷) (الف) $P_۱ = ۲۵۰ \text{ MW}$ ، $P_۲ = ۳۰۰ \text{ MW}$

(ب) $P_۱ = ۵۰۰ \text{ MW}$ ، $P_۲ = ۸۰۰ \text{ MW}$

(پ) $\beta = ۶/۸$ ، $\gamma = ۰/۰۰۲$

۸-۷) (الف) $C_t = ۴۸۴۹/۷۵$ \$/h ، (ب) $C_t = ۷۳۱۰/۴۶$ \$/h ، (پ) $C_t = ۱۲۷۸۳/۰۴$ \$/h

۹-۷) (الف) $P_۱ = ۱۰۰$ MW ، $P_۲ = ۱۴۰$ MW ، $P_۳ = ۲۱۰$ MW ، $\lambda = ۸/۰$

$C_t = ۴۸۲۸/۷۰$ \$/h

(ب) $P_۱ = ۱۷۵$ MW ، $P_۲ = ۲۶۰$ MW ، $P_۳ = ۳۱۰$ MW ، $\lambda = ۸/۶$

$C_t = ۷۲۷۷/۲۰$ \$/h

(پ) $P_۱ = ۳۲۵$ MW ، $P_۲ = ۵۰۰$ MW ، $P_۳ = ۵۱۰$ MW ، $\lambda = ۹/۸$

$C_t = ۱۲۷۰۵/۲۰$ \$/h

صرفه‌جویی : (الف) ۲۱/۰۵ \$/h (ب) ۳۳/۲۶ \$/h (پ) ۷۷/۸۴ \$/h

۱۰-۷) (الف) $P_۱ = ۱۲۲$ MW ، $P_۲ = ۲۶۰$ MW ، $P_۳ = ۶۸$ MW ، $\lambda = ۷/۱۴۸$

$C_t = ۴۹۲۷/۱۳$ \$/h

(ب) $P_۱ = ۱۷۵$ MW ، $P_۲ = ۲۶۰$ MW ، $P_۳ = ۳۱۰$ MW ، $\lambda = ۸/۶$

$C_t = ۷۲۷۷/۲۰$ \$/h

(پ) $P_۱ = ۳۵۰$ MW ، $P_۲ = ۵۴۰$ MW ، $P_۳ = ۴۴۵$ MW ، $\lambda = ۱۰$

$C_t = ۱۲۷۲۴/۳۸$ \$/h

۱۱-۷) $P_۱ = ۱۶۱/۱۷۶۵$ MW ، $P_۲ = ۲۵۸/۶۰۰۳$ MW ، $\lambda = ۷/۸۰۳۸$

$C_t = ۳۳۷۵/۴۳$ \$/h

۱۲-۷) $P_۱ = ۷۰/۳۶۰$ MW ، $P_۲ = ۱۸۱/۵۵۷$ MW ، $P_۷ = ۹۷/۱۱۱$ MW

$\lambda = ۸/۱۵۱۳$ ، $C_t = ۳۱۹۴/۸۵$ \$/h

POWEREN.IR