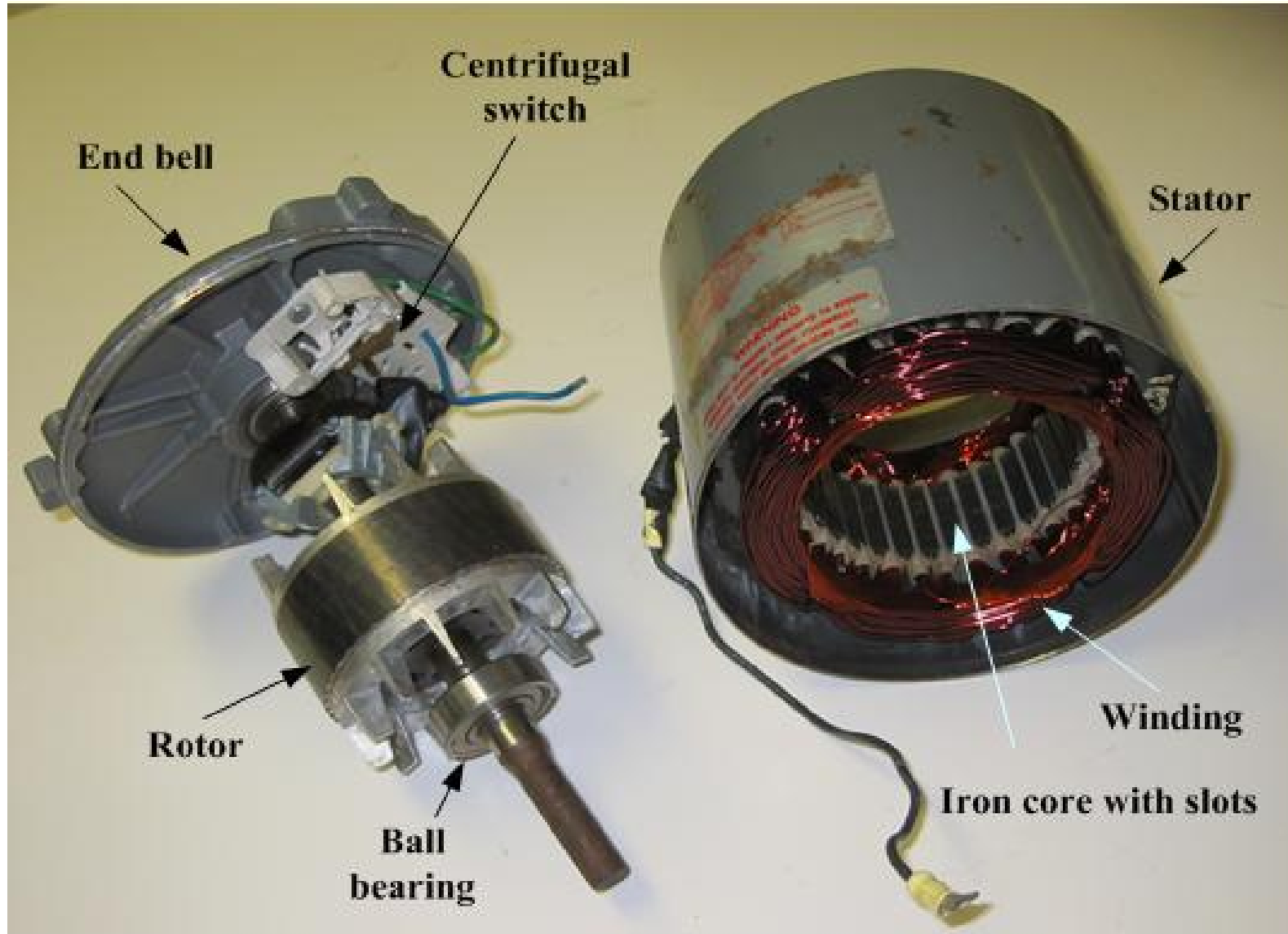


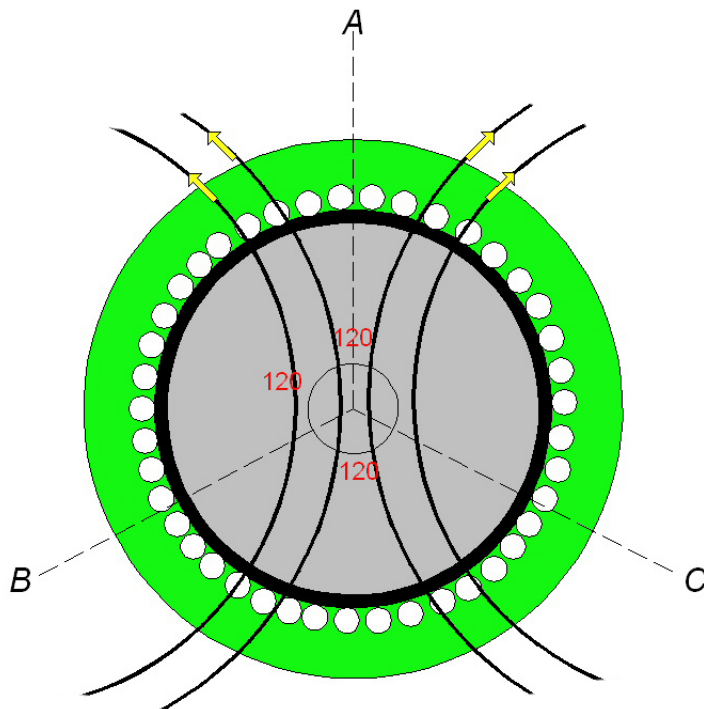
موتورهای القائی



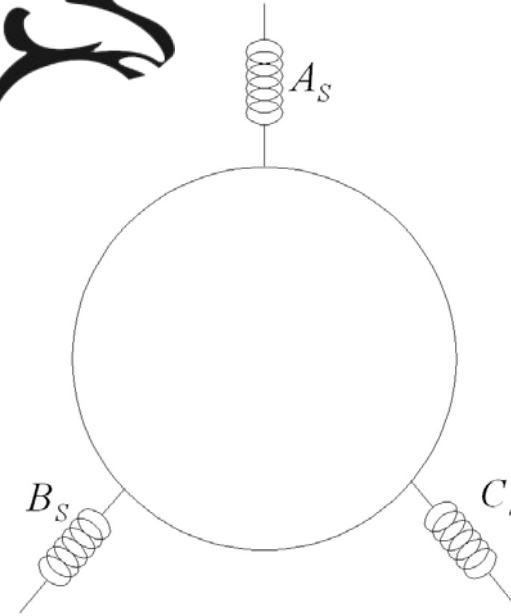
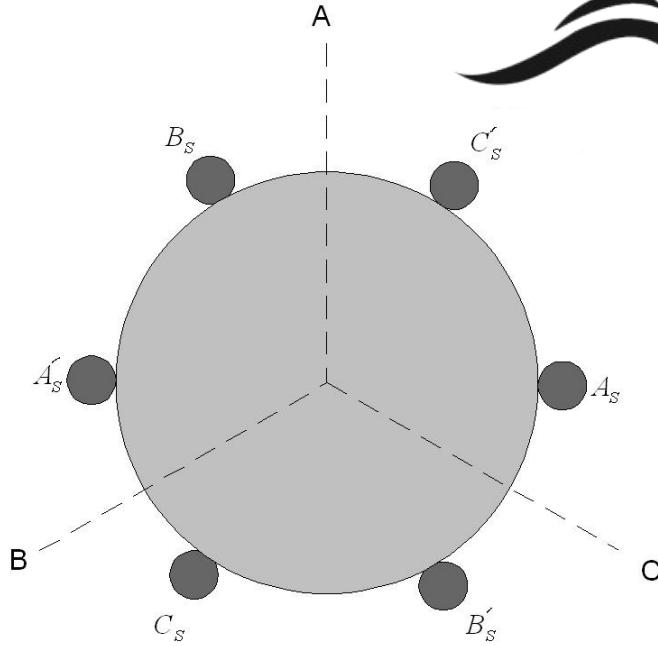
ابتدا به بررسی استاتور می پردازیم و در ادامه به شرح جزییات روتور پرداخته و روابط مربوط به

موتورهای القایی را بیان می کنیم

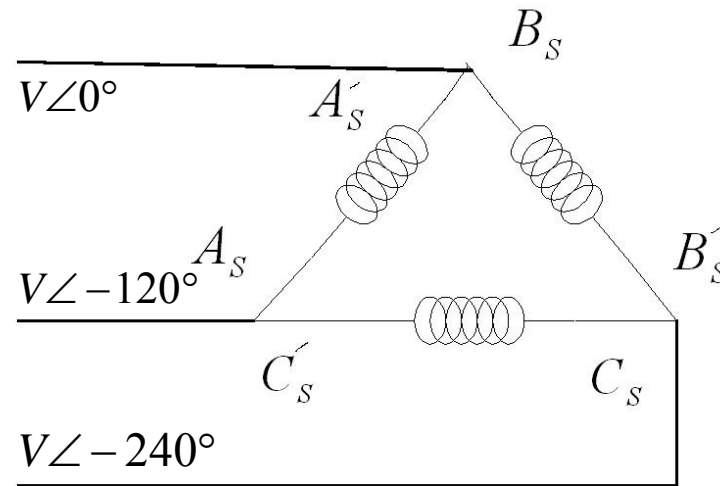
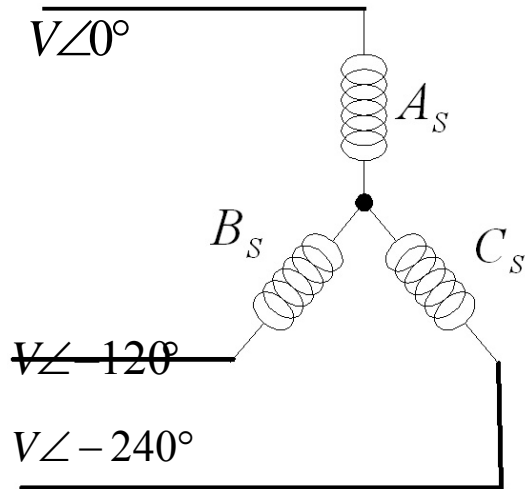
شکل زیر نمونه ای از استاتور موتور القایی را نشان می کنیم.



۴۲ شیار در این استاتور وجود دارد که به ۳ قسمت ۱۴ تایی تقسیم شده اند. در هر ۱۴ شیار، ۷ کلاف قرار دارد. این ۷ کلاف سری شده و فاز A را نشان می دهند. فاز B فاز C نیز به همین ترتیب. بنابراین سه سیم پیچی کاملاً مشابه داریم که محورهای مغناطیسی آنها با یکدیگر زاویه ۱۲۰ درجه الکتریکی دارند. این سیم پیچها که استاتور را کاملاً می پوشانند به سیم پیچی سه فاز معروفند و به صورتهای زیر نمایش داده می شوند.

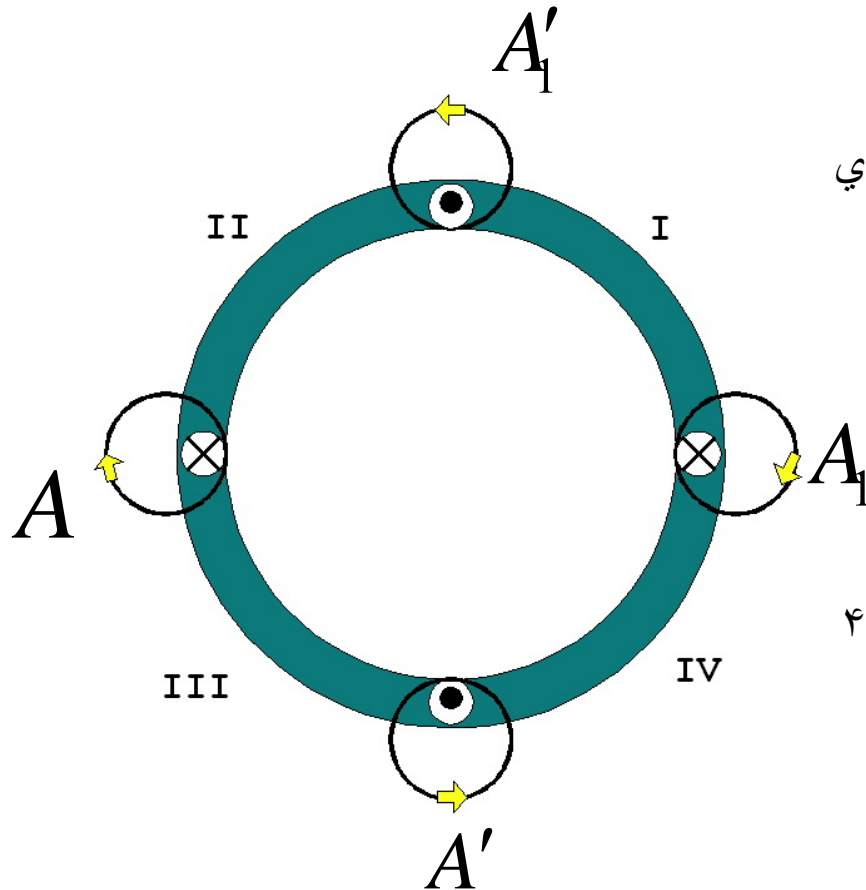


اتصال مجموعه سیم پیچی سه فاز ماشین یا بصورت ستاره یا بصورت مثلث است.



در نهایت این مجموعه هر طریق يك شبکه سه فاز متعادل تأمین می شود. ساختار روتور سیم پیچی نیز شبیه استاتور است و فقط در تعداد حلقه ها با استاتور متفاوت است. به طور مثال ممکن است تعداد حلقه های استاتور ۸۰۰ و تعداد حلقه های روتور ۴۰۰ دور باشد.

در این نوع سیم بندی کل فضای استاتور و روتور به دو قسمت تقسیم می شود و به همین دلیل ماشین با این نوع سیم پیچی، ماشین دو قطب نامیده می شود.



هر کدام از فازهای A ، B و C را اگر تحریک کنیم فضای

استاتور و روتور را به دو منطقه مغناطیسی تقسیم می کند.

یعنی خطوط قوا از يك قسمت وارد و از قسمت دیگر خارج

میشوند. سیم پیچی ها را می توان طوری طراحی نمود که

فضای روتور و استاتور را به ۴ منطقه تقسیم کنند و ماشین ۴

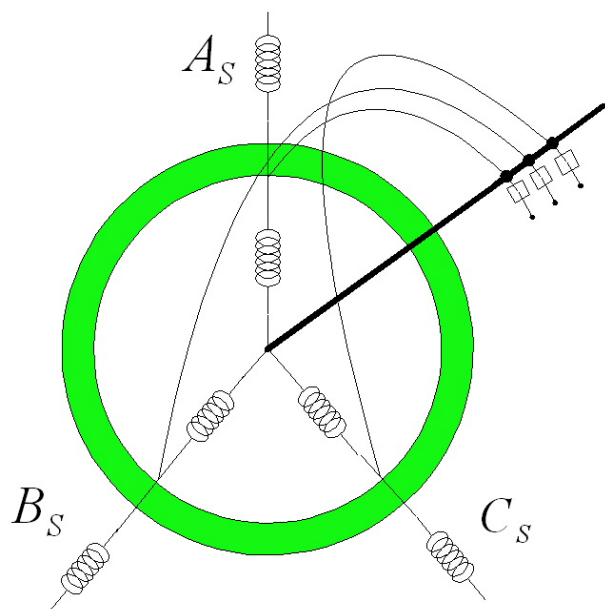
قطب ایجاد نمایند. تعداد قطبهای سیم پیچی روتور باید با

تعداد قطبهای سیم پیچی استاتور برابر باشد.

حال شكل يك روتور سيم پيچي شده را به صورت زير نمايش مي دهيم. سه حلقه روي محور وجود دارد. اين حلقه ها نسبت به هم و نيز نسبت به محور عايقند. ۳ جاروبك هم زير اين حلقه ها وجود دارد. به اين ترتيب ترمينالهاي ثابت روتور ايجاد مي شوند. روتور را به دليل وجود اين حلقه ها ، **روتور رينگي** نيز ميگویند.

علاوه بر ماشينهاي روتور سيم پيچي شده ، **ماشينهاي روتور قفسه اي** نيز داريم. در اين ماشينها شيارها سيم پيچي نمي شوند بلکه شيارها را با شمش مسي يا آلومينيومي پر مي کنند و سپس ابتدا و انتهاي شمش را با دو حلقه مسي اتصال کوتاه ميکنند. اين روتور شكلي شبیه قفس سنجاب پديد مي آورد. به اين دليل به

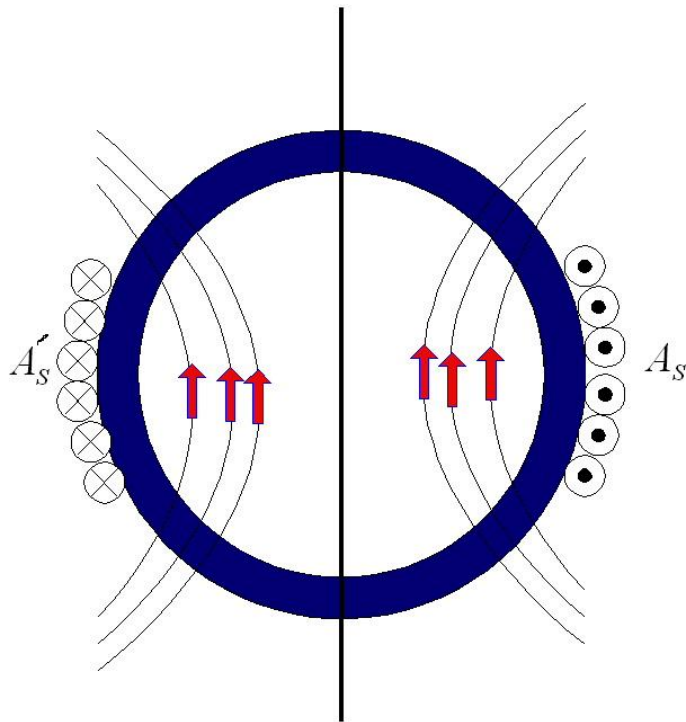
این ماشينها ، ماشين روتور قفسه اي يا روتور قفس سنجابي گفته ميشود.



ماشينهاي روتور قفسه اي را بر اساس شكل سطح مقطع شمش فلزي آنها به رده هاي F و E, D, C, B تقسيم مي کنند.

در ماشين روتور سيم پيچي اگر روتور و استاتور را به برق سه فاز وصل كنيم و سه ترمينال را اتصال کوتاه كنيم ، ماشين راه اندازي مي شود.

در ماشين روتور قفسه اي براي راه اندازي ماشين ، كافي است كه ترمينالهاي استاتور را به برق وصل كنيم. در ادامه اين عملكرد ماشين القائي روتور سيم پيچي شده را بيان مي كنيم و سپس تئوري را براي ماشين روتور قفسه اي تعميم مي دهيم.

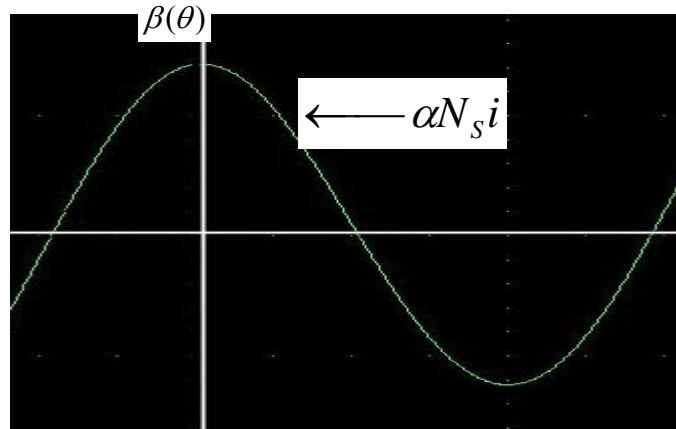


اگر از فاز_ استاتور جرياني عبور دهيم ميداني ايجاد مي كند كه دو محور تقارن دارد. اين ميدان در شكاف هوائي فرض مي شود . دو خاصيت براي ميدان پديد آمده بر اثر θ وجود دارد:

(۱) يك تابع زوج بر حسب θ در حوزه فضائي چگالي ميدان ايجاد مي شود.

(۲) نمودار تابع نسبت به نقطه مباني دوره تناوب تقارن مركزي دارد.

در ضمن به علت خطي بودن رفتار ماده مغناطيسي ، پيکهاي چگالي ميدان متناسب با آرمیچر دور است.



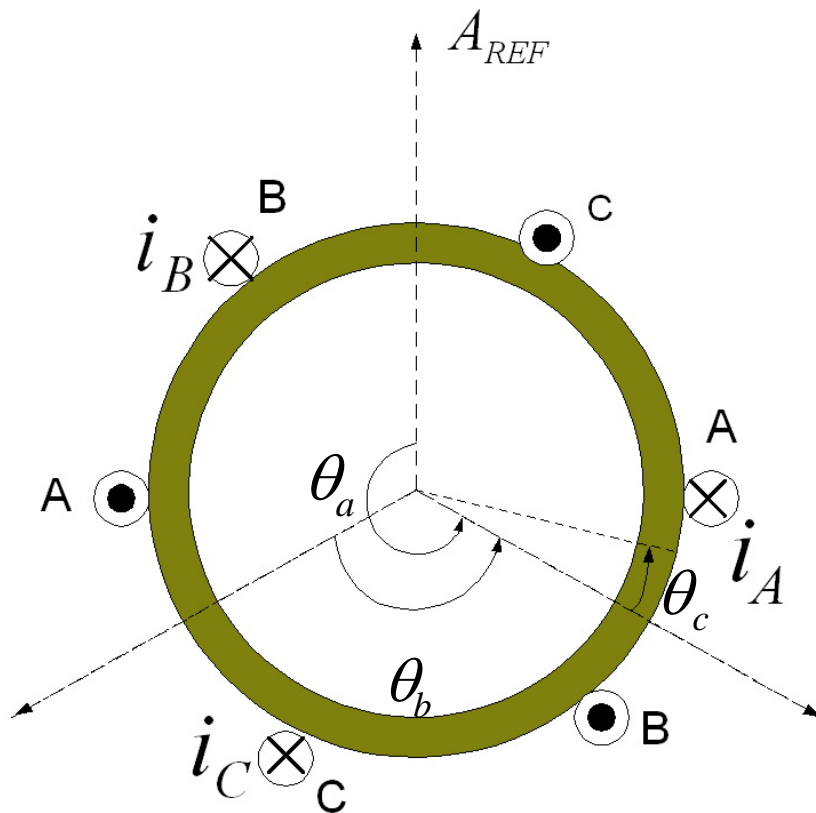
اگر این تابع را بسط سری فوریه دهیم، به علت زوج بودن تابع ، جملات فقط از نوع کسینوسی هستند.

$$\beta(\theta, i) = i(a_1 \cos\theta + a_3 \cos\theta + a_5 \cos\theta + \dots) a_R$$

سعی بر این است که نسبتهاي $\frac{a_3}{a_1}$ و $\frac{a_5}{a_1}$... به سمت صفر میل کنند.

به این هارمونیکها ، هارمونیکهاي فضائي چگالي ميدان گفته مي شود. به این علت که این هارمونیکها دقیقاً به پارامتر مکان مرتبط هستند ، و بر اثر اشباع مغناطيسي ایجاد نمی شود بلکه وضعیت جاي گرفتن هادي ها روی استاتور این هارمونیکها را ایجاد کرده است.

اگرسیم پیچی فاز B را نیز تحریک کنیم به نتایج مشابهی می‌رسیم. با این تفاوت که این بار θ را نسبت به محور تقارن فاز B می‌سنجیم. در مورد فاز C نیز وضع به همین ترتیب است. اگر هر سه این سیم پیچها، همزمان دارای جریان شوند توأماً ۳ میدان ایجاد می‌شود. به دلیل اینکه ماشین از نظر مغناطیسی خطی فرض شده است اصل جمع آثار در عملکرد مغناطیسی ماشین صادق است. بنابراین، این سه میدان در هر نقطه با هم جمع می‌شوند. ماشین زیر را در نظر می‌گیریم:



سیم پیچی روتور این، ماشین باز است و فقط از استاتور آن جریان عبور می‌دهیم و سه سیم پیچی استاتور را همزمان تحریک می‌کنیم. طبق اصل جمع آثار:

$$\vec{\beta}_A = i_A (a_1 \cos \theta + a_3 \cos \theta + a_5 \cos \theta + \dots) \hat{a}_k$$

$$\vec{\beta}_B = i_B (a_1 \cos \theta b + a_3 \cos \theta b + a_5 \cos \theta b + \dots) \hat{a}_k$$

θ_b باید بر حسب θ نوشته شود.

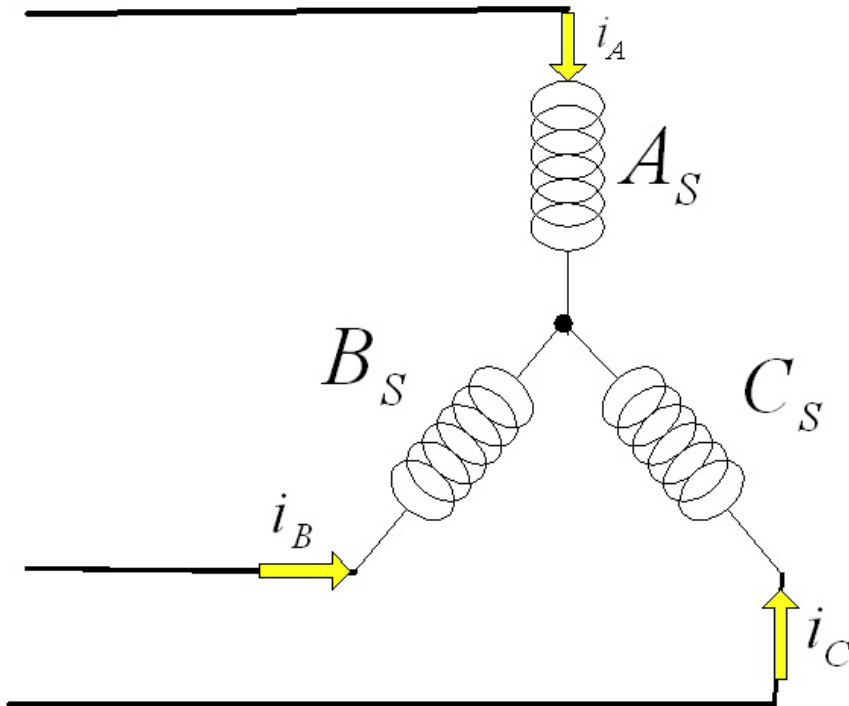
$$\vec{\beta}_B = i_B (a_1 \cos(\theta - 2\frac{\Pi}{3}) + a_3 \cos(\theta - 2\frac{\Pi}{3}) + \dots) \hat{a}_k$$

θ_c هم بر حسب θ برابر است با: $\theta - 4\frac{\Pi}{3}$ در نتیجه:

$$\vec{\beta}_c = i_c (a_1 \cos(\theta - 4\frac{\Pi}{3}) + a_3 \cos(\theta - 4\frac{\Pi}{3}) + \dots) \hat{a}_k$$

با جمع β_A و β_B و β_C و β_{ABC} بدست می آید. به دلیل شعاعی بودن میدانها ، جمع انجام شده برداری نخواهد بود و به صورت جبری انجام می شود.

همانطور که اشاره شد، روتور مدار باز است. اتصال استاتور می تواند به صورت ستاره یا مثلث باشد. وقتی استاتور را به یک منبع سه فاز متعادل متصل می کنیم، سیم پیچهای استاتور و این منبع معادل یک بار سه فاز متعادل می شود، بنابراین این جریانی که از آنها عبور می کند، جریان سه فاز خواهد بود.



$$i_A = I_m \cos(\omega_N t + \varphi)$$

$$i_B = I_m \cos(\omega_N t + \varphi - 2\frac{\Pi}{3})$$

$$i_C = I_m \cos(\omega_N t + \varphi - 4\frac{\Pi}{3})$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned}\vec{\beta}_{ABC} = & a_1 I_m (\cos \theta \cos(\omega_N t + \varphi) + \cos(\theta - 2\frac{\pi}{3}) \cos(\omega_N t + \varphi - 2\frac{\pi}{3})) \\ & + \cos(\theta - 4\frac{\pi}{3}) \cos(\omega_N t + \varphi - 4\frac{\pi}{3})) \\ & + a_3 I_m (\cos 3\theta \cos(\omega_N t + \varphi) + \cos(\omega_N t + \varphi - 2\frac{\pi}{3}) + \cos(\omega_N t + \varphi - 4\frac{\pi}{3})) \\ & + a_5 I_m (\cos 5\theta \cos(\omega_N t + \varphi) + \cos(5\theta - 4\frac{\pi}{3}) \cos(\omega_N t + \varphi - 2\frac{\pi}{3}) \\ & + \cos(5\theta - 2\frac{\pi}{3}) \cos(\omega_N t + \varphi - 4\frac{\pi}{3}))\end{aligned}$$

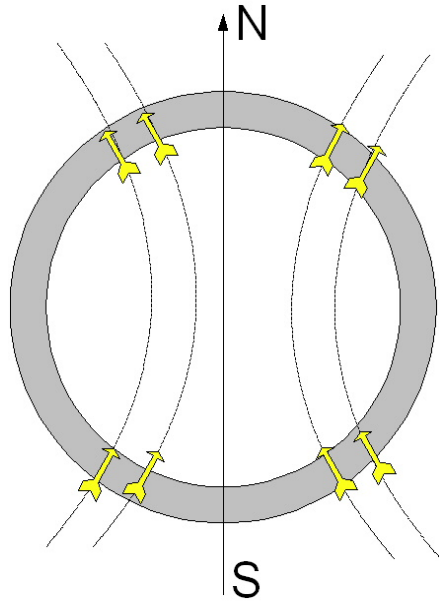
حال حاصلضرب COS ها را تبدیل به حاصل جمع می کنیم.

$$\begin{aligned}\vec{\beta}_{ABC} = & \frac{3}{2} a_1 I_m \cos(\theta - \omega_N t - \varphi) \hat{a}_R + 0 + \frac{3}{2} a_5 I_m \cos(5\theta + \omega_N t + \varphi) \hat{a}_R \\ & + \frac{3}{2} a_7 I_m \cos(7\theta - \omega_N t - \varphi) \hat{a}_R + 0 + \dots\end{aligned}$$

حال مشاهده می شود که هارمونیکهای مضرب ۳، برآیند میدانهای سه فازشان صفر است. و در شکاف هوایی

میدانی ایجاد نمی کنند، ولی هارمونیکهای ۱، ۵ و ۷ و ۱۱ و ... در ایجاد میدان نقش دارند.

زمان $t=0$ را در نظر میگیریم در این زمان $\omega_N t + \varphi = 0$ میدان را در این لحظه رسم می کنیم.



در نتیجه: $B_{ABC} = 3a_i I_m \cos \theta$

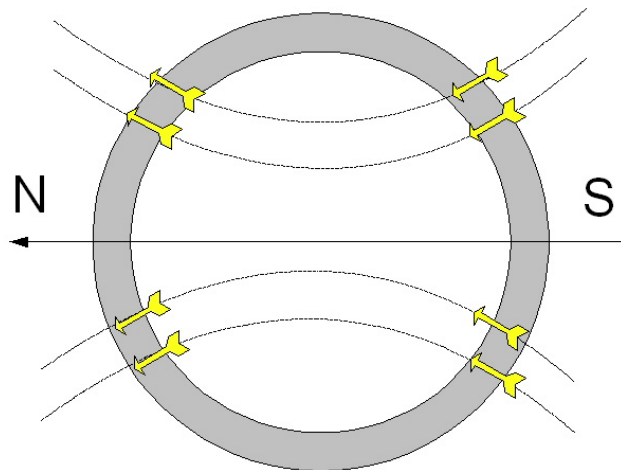
اگر $\theta = 0$ باشد میدان MAX خواهد بود.

بعد از گذشت زمان، به زمان t_1 می رسیم. در

این زمان $\omega_N t + \varphi = \frac{\pi}{2}$

در این حالت MAX در $\frac{\pi}{2}$ اتفاق میافتد و MIN در

نقطه $\frac{\pi}{2}$ رخ میدهد.



$B_{ABC} = \frac{3a_i}{2} I_m \cos(\theta - \frac{\pi}{2})$
تمام نقاط مشابه ۹۰ درجه چرخیده اند. بنا بر این

N, S ، ۹۰ درجه چرخیده اند.

اگر با هر زاویه ای بچرخد ۲۷۰، ۶۰ و... روتوری است که ماکزیمم ثابت است، یعنی توزیع چگالی میدان ثابت است، اما خود چگالی میدان از نظر مکانی ثابت نیست بلکه در حال چرخیدن است (روتوری است که دوران می کند). به این خاصیت میدان گردان گفته می شود یعنی مجموعه میدانهای سه سیم-پیچی روی هم رفته میدان گردان می سازند.

میدان گردان در تشریح عملکرد ماشینهای جریان متناوب اهمیت دارد. اگر سه سیم پیچی سه فاز و اگر توزیع فضایی چگالی میدان آنها سینوسی است به شبکه سه فاز وصل میشود. (البته از هارمونیکهای ۳، ۵ و... چشم پوشی شده است) و یک جریان سه فازه متعادل از آنها عبور کند محصول الکترومغناطیسی این مجموعه یک میدان گردان تولید می کند.

یعنی یک زوج قطب بوجود می آورد که با سرعتی می چرخد که البته بعد ثابت خواهد شد که:

$$\theta_{B_{\max}} - \omega_N t - \varphi = 0$$

$$\omega_N = \frac{d\theta_{\max}}{dt}$$



آیا موقعیت $\theta_{B_{\max}}$ متغیر با زمان است؟ با در نظر گرفتن این که $\theta_{B_{\max}} = \omega_N t + \varphi$ می توان نتیجه گرفت که $\theta_{B_{\max}}$ متغیر خواهد بود. پس نقطه ماکزیمم با سرعت ω_N می چرخد (رادیان بر ثانیه).

نقطه صفر با چه سرعتی می چرخد؟ اگر بخواید MIN اتفاق بیفتد:

$$\theta - \omega_N t - \varphi = \varphi$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_N$$

یعنی هر نقطه دلخواه که معادل β باشد (اگر فاز β باشد)

$$\theta_x - \omega_N t - \varphi = B$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_N$$

می توان نتیجه گرفت که تمام نقاط با یک سرعت ثابت می چرخند.

نتیجه گیری: وقتی سیم پیچهای سه فازه متعادل داشته باشیم که از شبکه سه فاز متعادل تغذیه شوند، این سیم پیچها توزیع چگالی میدان سینوسی دارند (فرض).

و از هارمونیکهای بالاتر فضایی صرف نظر می شود. محصول میدانهای سه سیم پیچی یک میدان گردان بوجود می آورد. منظور از میدان گردان این است که اگر در یک لحظه دور تا دور شکاف هوایی دور زده شود، چگالی میدانی ایجاد می شود که شکل موج آن دقیقاً نسبت به یک تابع مثلثاتی با ماکسیمم A است. حال اگر در لحظات بعد این عمل تکرار شود، توزیع چگالی میدان همان تابع مکانی قبلی است که انتقال پیدا کرده است. این انتقال موضعی نیست، بلکه با سرعت ثابت دوران می کند که به آن سنکرون گفته می شود یعنی میدان گردان با سرعت سنکرون می چرخد.

$$\omega_N = \frac{P}{2} \omega_r \quad f_{mec} = \frac{2f_N}{P} \quad n_S = \frac{120f_N}{P}$$

حال که میدان هارمونیک اصلی تشریح شد به بررسی هارمونیکهای بعدی می پردازیم. در هارمونیکهای سوم میدان گردان ایجاد نمی شود. حال که هارمونیک پنجم، میدان گردان ایجاد می کند با سرعت $-\frac{1}{5}\omega_N$ (بر اساس θ, φ) (با صفر و $\frac{\pi}{2}$ گرفتن φ). یعنی $\frac{1}{5}$ سرعت میدان گردان هارمونیک اصلی، البته در هارمونیک پنجم میدان گردان ۱۰ قطب است. اگر دو قطب باشد و هارمونیک هفتم میدان گردان با سرعت $-\frac{1}{7}\omega_N$ بوجود می آورد اگر دو قطب باشد میدان گردان ۱۴ قطب خواهد بود.

بنابراین اگر هارمونیکهای بالاتر حذف شوند می توان نوشت:

$6N + 1$	۱	۷	۱۳	$\frac{\omega_N}{6N + 1}$
$6N + 3$	میدان گردان ایجاد نمی کند			
$6N + 5$	۵	۱۱	۲۳	$\frac{\omega_N}{6N + 5}$

نکته : بد نیست که بدانید معمولا از هارمونیکهای فضائی بالا صرف نظر می شود با هارمونیکهای اصلی نظریه ماشینهای القائی تشریح می شود.

حال اگر دو فاز از سه فاز دز تغذیه عوض شود (هر دو فاز دلخواه) با یافتن میدان گردان روشن می شود که جهت میدان گردان عوض می شود. میدان گردان در هر جهتی که می چرخید در این حالت عکس جهت می چرخد. با در نظر گرفتن هارمونیکهای اصلی در سیم پیچ ها ، سیم پیچی به برق وصل شود، و اشباع خواهد شد. در این حالت هارمونیک جریان بوجود می آید.

میدان گردان چه خواهد شد؟ حالت دیگر این هارمونیک مکانی و فضائی داریم ماشین تغذیه می شود و اشباع در این حالت میدانهای پدید آمده در شکاف هوایی چه خواهد شد؟

اگر يك ماشین القائی سه فازه، روتور باز شده باشد و استاتور آن به يك شبکه سه فاز متعادل وصل شود محصول الکترومغناطیسی این مجموعه يك میدان گردان است که گویی يك زوج قطب دارد . اگر

ماشین دو قطب باشد که این میدان گردان با سرعت ثابت می چرخد، سرعت این زوج قطب که توزیع چگالی میدان الکتریکی دارد از نظر الکتریکی همواره برابر سرعت دوران جریانهای تغذیه است و از

نظر مکانیکی $\frac{2f}{P} = \frac{120f}{60P}$ يك سیستم سه فازه داریم فاز A, B, C را به شبکه سه فاز وصل

می کنیم.

در این حالت میدان گردابی بوجود آمده که می چرخد. با اتصال کوتاه کردن روتور بحث کیفی را دنبال می کنیم و به دنبال آن به صورت کمی نتیجه گیری خواهیم کرد.

هنگامی که میدان می چرخد هادیهای روتور را قطع خواهد کرد، و در نتیجه در این هادیها ولتاژی القا می شود.

با استفاده از قانون فرمی میتوان جهت جریان این ولتاژ را پیدا کرد. با توجه به قانون فرمی باید هادی بچرخد و میدان ثابت بماند. در این حالت میدان باید به کف دست راست وارد شود و شصت در جهت حرت هادی باشد. چهار انگشت جهت جریان القایی را نشان می دهد پس با استفاده از این قانون جریانی که در هادی القا میشود به دست می آید. این جریان ایجاد شده در میدان استاتور است از آنجا که این جریان درون میدان است پس بر روتور نیرو القا می شود که این نیروها به صورت زوج نیرو می باشند (به دلیل چگالی میدان برابر و جریان مشابه).

همچنین با به کار گیری قانون دست چپ فرمی جهت این نیروها مشخص می شود. به این ترتیب که اگر شار به کف دست چپ وارد شود، جریان هادی در جهت چهار انگشت و شصت جهت نیرو را نشان می دهد هادی های روتور تحت تاثیر گشتاور حاصل شده از این نیرو قرار می گیرند و شروع به حرکت می کنند لذا اتصال کوتاه شدن روتور و دنبال کردن بحث هایی که شد این نتیجه را به دنبال دارد که پا به پای میدان

گردان روتور نیز به حرکت در می آید و می چرخد یعنی روتور تحت تاثیر و در جهت میدان گردان دوران می کند. حال چند سوال مطرح می شود:

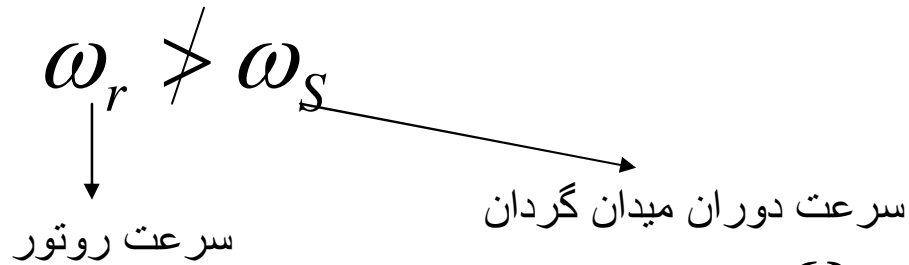
حال که با اتصال کوتاه شدن روتور، روتور به حرکت و اداشته می شود. آیا این ماشین می تواند به سرعت ماندگار برسد؟ بله، به سرعت ماندگار می رسد. می توان نشان داد که گشتاور الکترو مغناطیسی پدید آورده در ماشین میانگین مخالف صفر دارد و این شرط لازم و کافی برای دوران ماندگار با سرعت ثابت می باشد. اگر به سرعت ماندگار برسد محدوده سرعتش چقدر است؟

حال ببینیم آیا سرعت روتور می تواند به سرعت سنکرون برسد یعنی $\omega_s = \omega_r$ ؟

ابتدا به این سؤال پاسخ می دهیم که: آیا در روتور ولتاژی القا می شود، اگر که روتور پا به پای استاتور بچرخد؟ پاسخ منفی است چرا که در این صورت شار روتور ثابت می شود. پس خطوط قوای میدان گردان سیم پیچی روتور را قطع نمی کنند، در نتیجه ولتاژی القا نمی شود در نتیجه جریانی در آن القا نمی شود و نتیجه ی اصلی آن که هادی های روتور حاوی جریان نخواهند بود و گشتاور از بین می رود. و اگر گشتاور که دلیل اصلی حرکت روتور است از بین برود روتور دیگر توان چرخیدن نخواهد داشت پس سرعت ماندگار روتور نمی تواند سرعت سنکرون باشد. چرا که گشتاور صفر خواهد شد و ماشین به خاطر اصطکاک و باری که روی آن است سرعتش افت پیدا می کند. پس این امر امکان ندارد.

آيا مي تواند با سرعتي بيشتري از سرعت سنكرون بچرخد؟

پاسخ منفي است چرا كه جهت جريان وارونه شده و در نتيجه گشتاور معكوس خواهد شد و ماشين ترمز خواهد كرد.



در اينجا مفهوم لغزش بوجود مي آيد ($\omega_r < \omega_s$)

$$S = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

لغزش يا لنگي

كه لغزش عبارت است از انحراف سرعت ماندگار روتور از سرعت سنكرون.

يعني روتور به نسبت اندازه S نسبت به سرعت سنكرون لنگ مي زند.

پس از بحث كيفي ، مي خواهيم به صورت كمي ماشين را بررسي كنيم و مدار معادل را براي ماشين بدست آوريم . وقتي ماشين بي بار باشد يعني به حالي كه مدار موتور باز باشد برگرديم يعني بار مكانيكي چرخاننده نميشود. اصطلاحاً ماشين بي بار است. استاتور را به برق وصل کرده ، روتور هم كه باز است . يك ميدان-گردان ايجاد مي شود. اين ميدان گردان ميچرخد و سيم پيچي هاي روتور و استاتور را قطع مي كند.

یاد آوری: در ماشینهای الکتریکی دیدیم که اگر یک میدان با سرعتی ثابت یک سیم پیچی را قطع کند ولتاژی در آن سیم پیچی القا می شود که دارای شکل موجی دقیقاً مانند شکل موج چگالی میدان آن میدانی که بوجود می آید می باشد.

چون توزیع فضایی چگالی جریان سینوسی است پس ولتاژ القایی که در C, B, A روتور هم سینوسی می باشند. در نتیجه ۶ ولتاژ القایی سینوسی خواهیم داشت که چون سرعت زوج قطب نسبت به تمام سیم پیچها یکسان است پس فرکانس برق القایی در تمام سیم پیچی ها یکسان است پس فرکانس برق القایی در تمام سیم پیچ ها یکسان است با کمی دقت روشن می شود که به دلیل این که سه سیم پیچی استاتور دارای حلقه های برابر هستند پس دامنه ولتاژ های القایی در استاتور برابر می باشند و به همین ترتیب می توان برای روتور استدلال کرد. تنها این ولتاژهای القایی در فازشان می باشند. مثلاً B نسبت به A ، 120° تاخیر فاز دارد یعنی A هر حالت مغناطیسی داشته باشد B پس از 120° این حالت را احساس می کند.

$$e_{AS} = E_{mS} \cos \omega_S t$$

$$e_{BS} = E_{mS} \cos \left(\omega_S t - 2 \frac{\pi}{3} \right)$$

$$e_{CS} = E_{mS} \cos \left(\omega_S t - 4 \frac{\pi}{3} \right)$$

$$e_{AR} = E_{mR} \cos \omega_R t$$

$$e_{BR} = E_{mR} \cos \left(\omega_R t - 2 \frac{\pi}{3} \right)$$

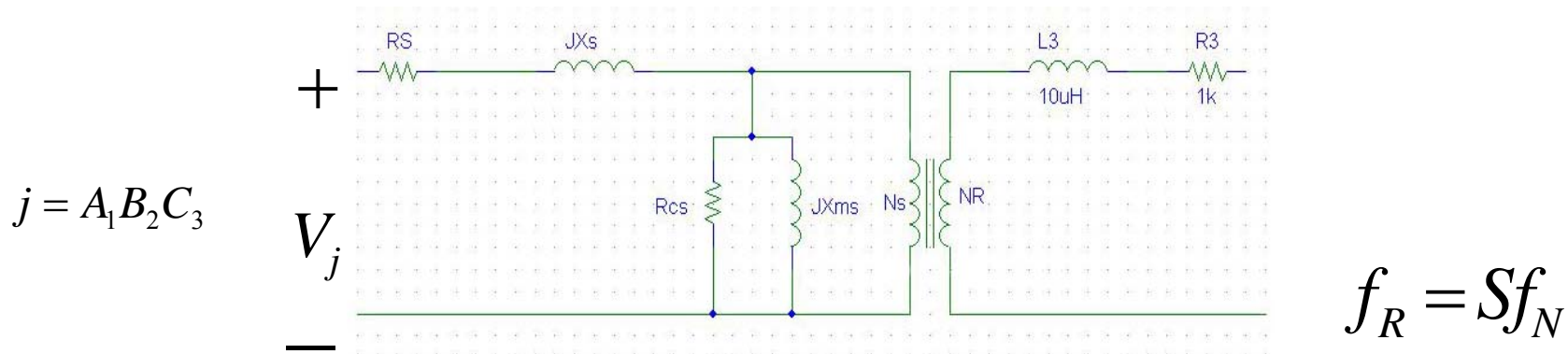
$$e_{CR} = E_{mR} \cos \left(\omega_R t - 4 \frac{\pi}{3} \right)$$

می توان گفت که: $\omega_s = \omega_r$ یعنی فرکانس برق القایی روتور و استاتور یکی است.

تنها تفاوت آنها در تعداد حلقه ها می باشد بنا بر این نسبت $\frac{E_{ms}}{E_{mr}} = \frac{N_s}{N_r}$ با نسبت حلقه های آنها بیان می شود بنابراین دو گروه ولتاژ القایی سه فاز داریم با نسبت $\frac{E_{ms}}{E_{mr}}$ که فرکانس برابر دارند و که این خصوصیات نمایش دهنده یک ترانسفورماتور سه فاز می باشد.

بنابراین دو گروه ولتاژ القایی سه فاز داریم با نسبت $\frac{N_s}{N_r}$ که فرکانس برابر دارند $\omega_n = \omega_s = \omega_r$ و که این خصوصیات نمایش دهنده یک ترانسفورماتور سه فاز می باشد.

می توان گفت که این ماشین القایی (در حالت بی باری) مانند یک ترانسفورماتور سه فاز است. بنا بر این مدار معادل به صورت زیر خواهد بود.



مدار معادل یک فاز از سه فاز استاتور در حالت بی باری

فرم بعد این است که روتور را اتصال کوتاه کنیم. می خواهیم ببینیم که چه اتفاقی پس از اتصال کوتاه شدن روتور رخ می دهد.

ابتدا به صورت کیفی این پدیده و نتیجه ای که رخ می دهد را شرح می دهیم، سپس به صورت کمی مدل C, B, A سازی می کنیم. گر به نمایش روتور و استاتور توجه کنیم می بینیم که هر دو شامل سه سیم پیچی هستند که هر کدام می توانند یک میدان گردان ایجاد کنند که این میدان با سرعتی مثل سرعت سنکرون می چرخد.

وقتی که ولتاژی در روتور القا می شود (e_S) به طور طبیعی می بینیم که ولتاژ ایجاد شده جریانی در سیم پیچی روتور بوجود می آورد و سیم پیچی حامل جریان در خود میدان روتور قرار دارد و احتمال اینکه گشتاوری که به روتور اعمال شود می باشد. مسیر e_S بسته می شود و جریانی بوجود می آید که درون سیم پیچی های روتور وجود دارد که دارای جریان می شود و از طرفی درون میدان قرار دارند، پس احتمال اینکه در سوی میدان به این سیم پیچها نیرو اعمال شود هست. اثبات شد که با فرض این که روتور به سرعت ماندگار برسد حتما سرعت روتور از سرعت سنکرون کمتر است. و از لغزش صحبت شد، در همین جا دو نکته را توضیح می دهیم :

(۱) وقتی که ماشین با سرعت ثابتی می چرخد می توان به این ترتیب مطرح کرد که میدان گردان با سرعت $\omega_s - \omega_r$ سیم پیچی های روتور را قطع می کند که در تغییر اساسی در مدار بوجود می آید. وقتی میدان گردان با سرعت ω_s می چرخد سرعت القایی باید ω_r می بود

$$S = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

$\omega_s - \omega_r$?
ω_s	\bar{E}_r

 $\longrightarrow \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \bar{E}_r = S \bar{E}_r$

ماشین با سرعت ثابت زیر بار می رود .

(۲) وقتی میدان گردان ماشین با سرعت سنکرون می چرخد و روتور را قطع می کند فرکانس برق القایی با فرکانس روتور برابر است. (f_N : فرکانس شبکه تغذیه ماشین) اگر سرعت ماشین در حالت ماندگار ω_r باشد به طوریکه میدان گردان با این سرعت سیم پیچی روتور را قطع کند،

$$f_r = \frac{\omega_s - \omega_r}{S} f_N = S f_N$$

پس این تغییرات نسبت به حالت بی باری در ماشین داده می شود

$$X_r = 2\pi f_N l_r$$



$$SX_r = 2\pi S f_N l_r$$

در حالت با باری نسبت به بی باری می توان بعد از اینکه توضیحات کیفی داده شد، از نظر کمی بررسی را دنبال کرد .

در اینجا توان از استاتور به سوپرورتور می رود. $\bar{I}_S = \bar{I}_{sm}$ را در نظر بگیرید. به توانی که از شبکه به روتور داده می شود توان شکاف هوایی گفته می شود. توانی که از استاتور به میدان گردان روتور می رود برابر است با:

$$P_G = J E_S I_{sm} \text{COSLS} \bar{E}_{sm}$$

این توان در دو طرف ترانس به دو قسمت تلفات اهمی روتور و توانی که توسط گشتاور بصورت مکانیکی

$$\frac{E_r}{E_s} = \frac{N_r}{N_s}$$

در می آید مصرف می شود. این توان بر این اساس نوشته می شود که:

می توان E_s را بر حسب E_r و $\frac{N_r}{N_s}$ هم نوشت:

از طرفی ترانس مورد نظر ایده آل است و مجموع آمپر دور آن صفر یا با توجه جریانهها برابر باشند. چون ترانس ایده آل است هرگز زاویه و اختلاف فاز ورودی و خروجی نمی تواند نا برابر باشد.

$$N_s I_{sm} = N_r I_r \cos \angle (\overline{SE_r} \cdot \overline{I_r})$$

در غیر اینصورت تلفات بوجود می آید.

حال آنکه نباید تلفات داشته باشیم. (ترانس ایده آل)

در نتیجه:

$$P_B = J \overline{E_R} \overline{I_r} \cos \angle (\overline{SE_r} \cdot \overline{I_r})$$

توان الکتریکی دو سر \bar{I}_r توانی است که در دو سر خروجی تلف میشود.

$$PRr - JRrIr^2 = J(SEr)IRCos\angle S\bar{E}_r \cdot \bar{I}_r$$

$$PRr = S(JEr + IrCos\angle S\bar{E}_r \cdot \bar{I}_r)$$

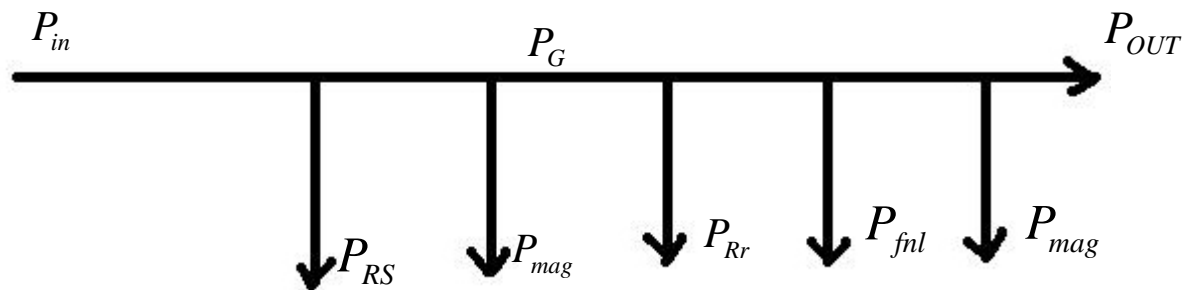
پس از ساده سازی خواهیم داشت :

$$PRr = SPG$$

با توجه به اینکه گشتاور با سرعت ثابت میچرخد :
 $P_{mec} = P_G - P_{Rr} = P_G - SP_G = (1 - S)P_G$
 به عبارت دیگر از آن توانی که از استاتور به دوتور میرود، SP_G تلفات اهمی دوتور باقی آن P_G (تلفات)

توانی است که به صورت مکانیکی متحول شده است.

روند تحول انرژی توسط دیاگرام زیر نمایش داده شده است :



$$P_{in} = SV_{Phs} * I_{Phs} \cos \angle \bar{V}_{Ph} \cdot \bar{I}_{Ph}$$

$$P_{Rr} = JR_r I_r^2 = SP_G$$

- دو توان کم شود باقیمانده توانی است که از

$$P_{mec} = (1 - S)P_G$$

$$P_{nl} = f(\omega_r)$$

- طرف شکاف هوایی به دوتور منتقل میشود که تلفات
- اهمی دوتور نیز از آن کم میشود و از توان مکانیکی هم مقداری به دلیل اینکه مجور با ماشین اصطکاک دارد و ضمناً دوتور با هوا اصطکاک دارد کم میشود و باقیمانده توان در اختیار بار قرار میگیرد که از آن هم کاسته شده است. این روند تبدیل توان در ماشین است.
- تلفات اصطکاکی به جنس مواد درگیر با هم P_{fnl} و در حال حرکت دارد. طبیعی است جنس روتور، هوایی که در آن دوران میکند، اجزایی که در آن پیوند دارد، در نتیجه جنس ماشین در تعیین اصطکاک تأثیر دارد، پس شکل ماشین و ساختار هندسی در اصطکاک تأثیر دارد و با گذر زمان تغییر نمی کند و ثابت است.
- عامل دیگر سرعت است که در کنار جنس و شکل ماشین روی هم رفته اصطکاک را معین میکند. تنها عامل متغییر سرعت است.
- با اندکی توجه روشن میشود که این مدار دو چهره است. یعنی الکتریکی - مکانیکی است و این حالت مطلوبی نیست. این توان مکانیکی را به صورت الکتریکی مدلسازی می کنیم.

$$P_{fn} = f(\omega_r)$$

• میتوان آن را به صورت مقاومت مدل کرد. تلفات در مقاومت خروجی هم ارز توان مکانیکی ایجاد شده است. در نتیجه بصورت الکتریکی مدلسازی میکنیم. با نگاهی به روابط خواهیم داشت :

$$P_G = J \left(\frac{R_r}{S} \right) I_r^2$$

$$P_{mec} = (1 - S) P_G \quad P_R = S P_G$$

$$P_{mec} = J \left(\frac{S - 1}{S} R_r \right) I_r^2 = J \left(\frac{1}{S} - 1 \right) R_r I_r^2$$

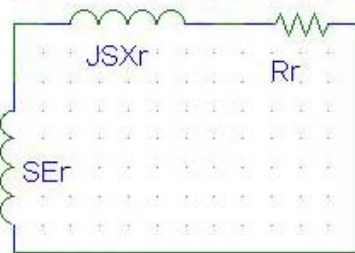
$$\left(\frac{1}{S} - 1 \right) R_r$$

• میتوان گفت :

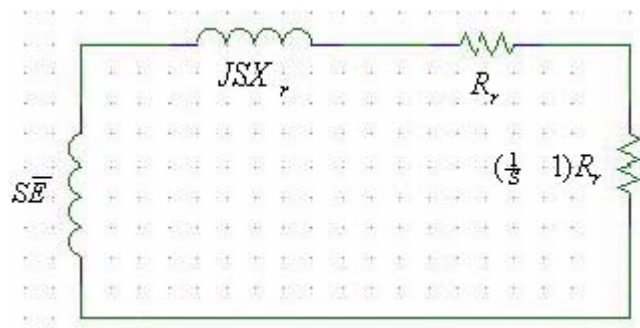
• مقاومتی که در یک فاز بار را میتواند مدل کند :

• با توجه به مدل کشیده شده میتوان گفت مدار

• به صورت روبرو است.



$$I_r = \frac{S \bar{E}_r}{R_r + JX_r} = \frac{\bar{E}_r}{\frac{R_r}{S} + JX_r} = \frac{\bar{E}_r}{\left(\frac{1}{S} - 1 \right) R_r + R_r + JX_r}$$

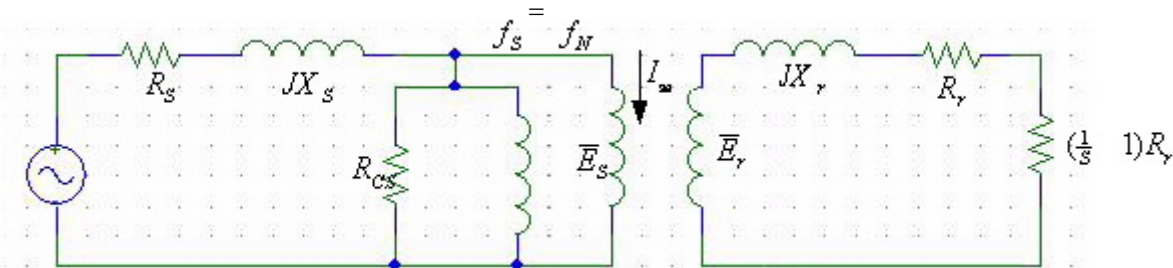


• به عبارت دیگر این مدار میتواند بصورت روبرو باشد.

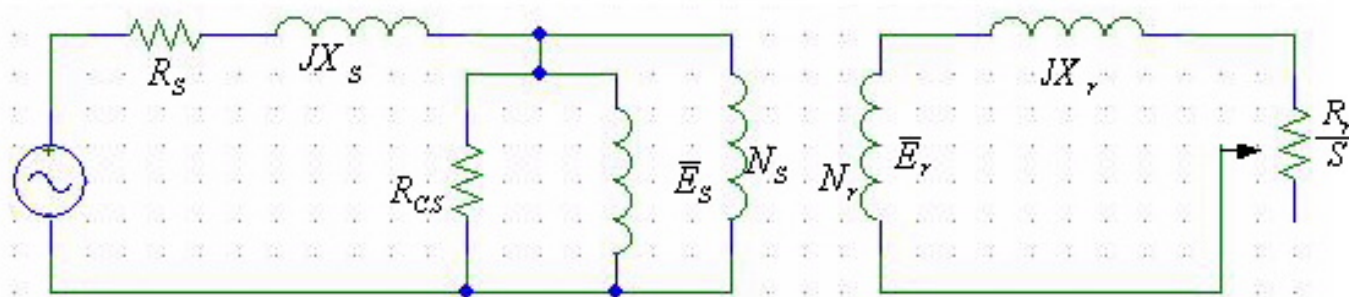
• تفاوت : مقاومت دارای تلفاتی دقیقاً برابر تلفات

• اهمی دوتور است.

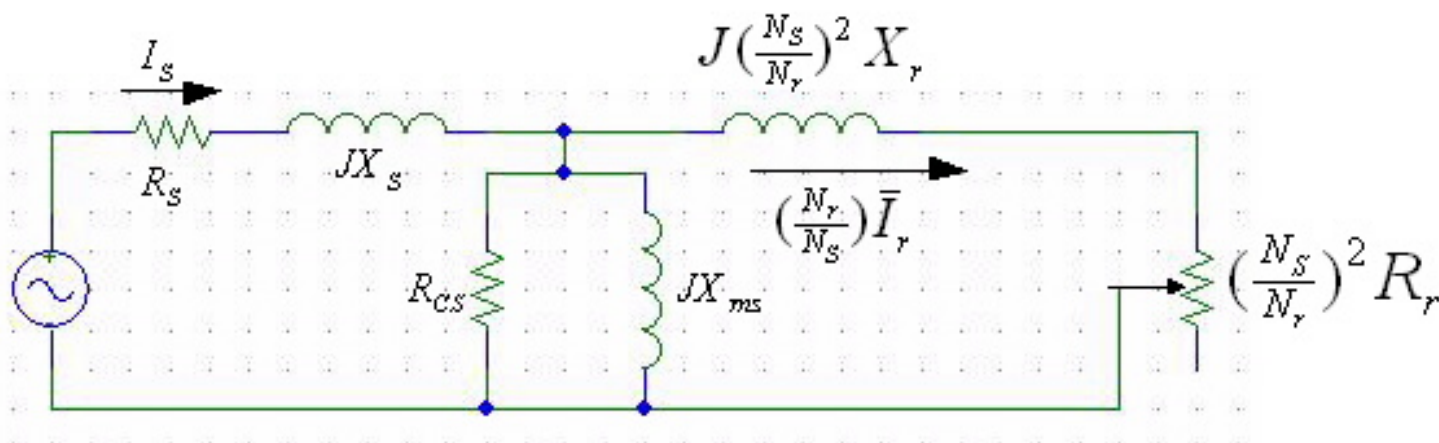
- با سه برابر کردن توان روی مقاومت $R_r (1 - \frac{1}{S})$ میتوان به توان مکانیکی دست یافت. این مقاومت مطلوبست که میتواند در مدار اصلی قرار بگیرد. مزیت دیگر این که داکتانس مدار در این مدار X_r است و فرکانس f_N است در صورتی که در مدار اصلی Sf_N است.



- مدار معادلی که از نظر مغناطیسی تغییری در سیستم بوجود نمی آورد مقاومتی در آن جایگزین شده است که توان مصرفی در آن توان مکانیکی یک فاز را میدهد که اگر تبدیل شود توان مکانیکی سه فاز را میدهد و فرکانس آن فرکانس برق شبکه است.
- در واقع ترانسفورماتور ایده آل است به این ترتیب دیدیم که مدار اصلی مداری است که تلفات R_r تلفات اهمی و توان دو سر مقاومت خروجی توان یک فاز را میدهد.
- میتوان آنها را با هم ادغام کرد و به مدار زیر رسید :



- توان مصرفی در $\frac{R_r}{S}$ کل توان مصرف شده در دوتور است که همان توان شکاف هوایی است که S برابر تلفات اهمی دوتور و $(1-S)$ برابر توان مکانیکی پدید آمده است. در نتیجه یک مدار الکتریکی خالص بدست آمده که فقط الکتریکی است. پس میتوان آخرین مرحله را طی کرد و ترانس ایده آل را برداشته و عناصر الکتریکی طرف دوتور را طرف استاتور منتقل کرد و به مدار زیر رسید :



- برای بدست آوردن مدار معادل نهایی در ترانس واقعی به یاد داشته باشید که R_{cs} نشان دهنده تلفات هسته و X_s نشان دهنده داکتانس مغناطیسی است. با ورقه ورقه کردن هسته ترانس تلفات هسته به شدت پایین میاید. و تلفات هسته زبس نیز کم میشود. با کاهش آنها R_{cs} بزرگ میشود و برای این که JX_{ms} بزرگ شود باید ضریب نفوذ هسته بزرگ شود. توانایی در افزایش JX_{ms} به اندازه کاهش تلفات هسته نیست. $R_{ct} > X_{mt}$ با کمی دقت میتوان دید در این ماشین القایی X_{ms} نشان دهنده داکتانس مغناطیسی استاتور است.

- یک ترانس در نظر بگیرید که دارای ضریب قدرت یک و توان اسمی آن 100 w از نظر سیم پیچی ها مشابه ، هسته ترانس یکپارچه است. شکاف هوایی ندارد در نتیجه داکتانس کوچک دارد.

- X_m بزرگ اما هسته ترانس ماشین القایی دارای شکاف هوایی است و رلوکتانس بزرگ و داکتانس کاهش میابد.

$$R_{CT} > X_{mT} > x_{mT} > x_{mm}$$

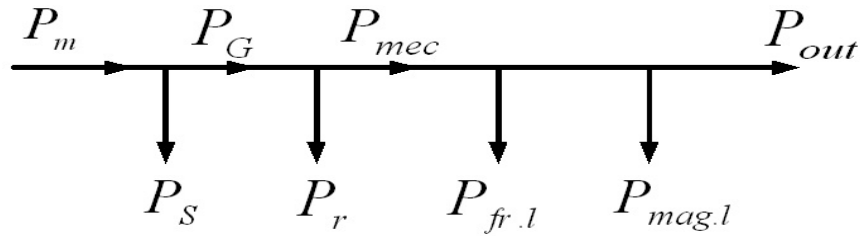
- شکاف هوایی در هسته ترانسفورماتوری که موتور را مدل میکند باعث کم شدن داکتانس مغناطیسی میشود. در هسته ترانس واقعی فرکانس نوسانهای چگالی میدان در همه جا یکسان و با فرکانس شبکه برابر است اما در ماشین القایی در ماده استاتور فرکانس f_N است در ماده دوتور فرکانس Sf_N است و S هم کوچکتر از N حدود 4 درصد، 5 درصد است. تلفات هسته موتور 100 kw بیشتر است یا تلفات هسته نظیر 100kw ؟

- پاسخ : فرکانس تعیین کننده تلفات میباشد بنابراین در حجم یکسان فرکانس یکی برابر و دیگر تکه تکه است پس تلفات هسته ترانس بیشتر است.

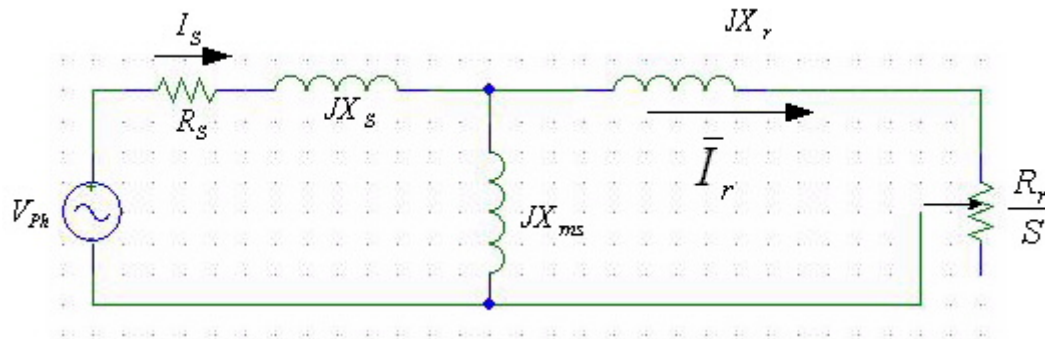
- مقاومت موتور بیشتر است چون تلفات آن بیشتر است.

- X_{mm} در دوگام کوچکتر از R_{cm} است میتوان گفت جریان R_{cm} کمتر از JX_{ms} است و در نتیجه R_{cm} حذف میشود. این حذف از نظر تحلیل جریان درست است.

- جریان R_{cm} کم است ولی تلفات بزرگی دارد و از نظر تحلیل توان مشکل ایجاد میشود پس تلفات در دیاگرام از بین میرود . برداشتن این تلفات درست نیست پس از خروجی کم میکنیم (در مدل اصلی مشکل ایجاد نمیشود) و دیاگرام آن به شکل زیر در میآید.



- و مدار آن به شکل زیر در خواهد آمد.



- در اینجا تلفات مغناطیسی وجود دارد که به فرکانس و چگالی میدان بستگی دارد. فرکانس استاتور ثابت و در نتیجه فرکانس دوتور متغیر است. فرکانس دوتور Sf_N است.

$$f_r = Sf_N = \frac{W_s - W_n}{W_s} f_N$$

$$P_{Rat} = P_{mag1} + P_{fr1}$$

- در این روند تحول قدرت یک گشتاور در نقطه **A** تعریف میشود.
- و بیان میکنیم: $T_e = \frac{P_G}{\omega_s}$ (مفهوم ریاضی، که هیچ مفهوم فیزیکی و معینی ندارد)
- یعنی هیچ زوج نیرویی وجود ندارد که با این گشتاور بچرخد و گشتاور در نقطه **B** را چنین بیان میشود قابل قبول است زیرا دوتور با سرعت میچرخد و گشتاور در آن تعریف میشود.

$$T_{ml} = \frac{P_{mec}}{\omega_r} \quad ۲) \quad T_{aut} = \frac{P_{aut}}{\omega_r}$$

- می توان گفت گشتاور ۱ و ۲ با هم برابرند با توجه به اینکه توان مکانیکی:

$$P_{mec} = (1 - S)P_G$$

$$S = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \rightarrow \omega_r = (1 - S)\omega_s$$

$$T_e = \frac{P_G}{\omega_s} \quad T_e = \frac{P_G}{\omega_s} = \frac{(1 - S)P_G}{(1 - S)\omega_s} = \frac{P_{mec}}{\omega_r} = T_M$$

- گشتاور الکترو مغناطیسی با گشتاور مکانیکی ایجاد شده برابرند :

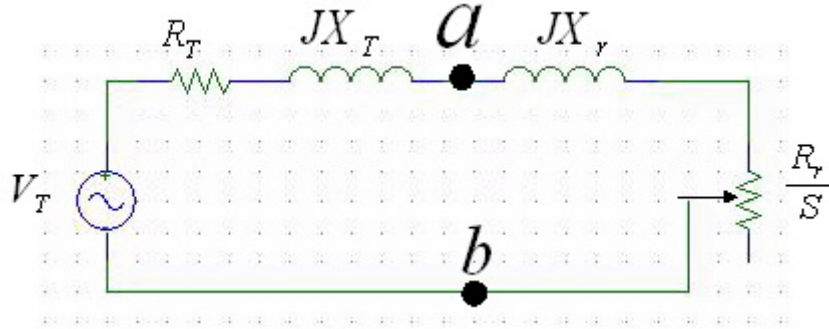
$$T_{aut} = \frac{P_{sh}}{\omega_r} = \frac{P_{mec} - P_{Ratl}}{\omega_r} = T_{Mt} = \frac{P_{Ratl}}{\omega_r}$$

- در یک موتور تلفات چرخشی باید کم باشد. با تقریب مناسب میتوان گفت $T_{aut} = T_{m.1}$
- گشتاور الکترو مغناطیسی با گشتاور مکانیکی پدید آمده برابر است و تقریباً برابر گشتاور خروجی است. اگر T_e محاسبه شود با دقت زیادی گشتاور خروجی بدست می آید .

$$P_G = J \left(\frac{R'_r}{S} \right) I'_r{}^2$$

$$T_e = \frac{P_G}{\omega_s} = \frac{J \left(\frac{R'_r}{S} \right) I'_r{}^2}{\omega_s}$$

- با پیشنهاد یک راه ساده به صورت زیر عمل میکنیم.
- با تعیین دو نقطه **a** و **b** نوشتن افزایش از این دو نقطه خواهیم داشت :



$$\bar{V}_T = \bar{V}_{ph} \frac{JX_{ms}}{R_s + JX_s + JX_{ms}} = \bar{V}_{ph} \frac{X_{ms}}{X_s + X_{ms}}$$

$$Z_T = \frac{JX_{ms}(R_s + JX_s)}{R_s + JX_s + JX_{ms}} \approx \underbrace{\frac{X_{ms}}{X_s + X_{ms}}}_{R_T} R_s + J \underbrace{\frac{X_{ms}}{X_{ms} + X_s}}_{X_T} X_s$$

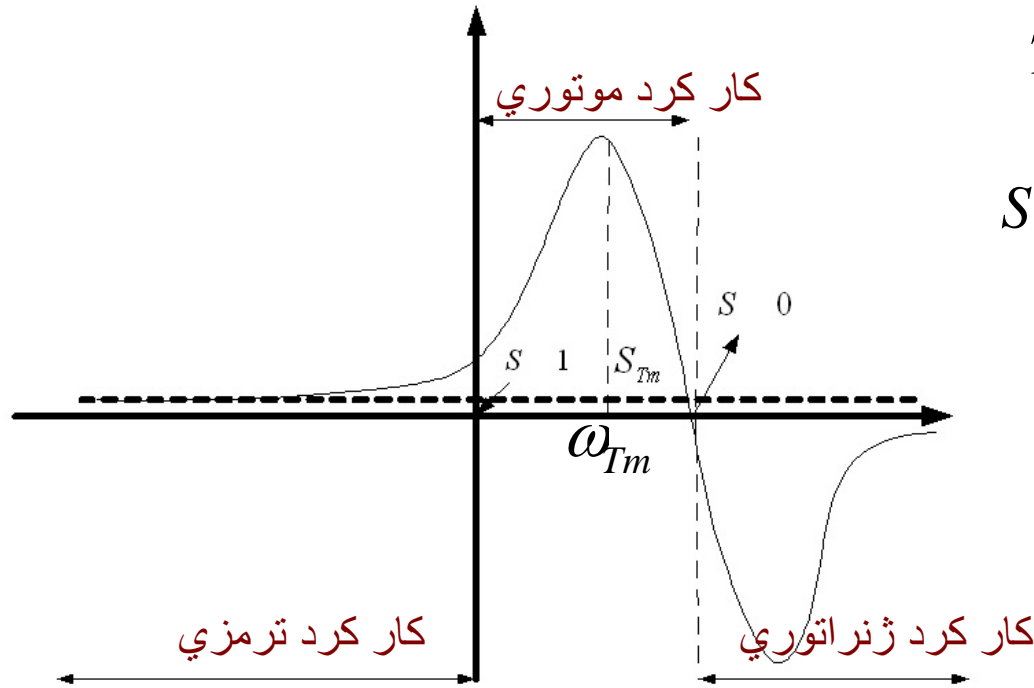
$$\bar{I}'_r = \frac{\bar{V}_T}{(R_T + \frac{R'_r}{S}) + J(X_T + X'_r)}$$

$$PG = J \frac{R'_r}{S} \overline{I'_r}^2 = J \frac{R'_r}{S} \frac{\overline{V}_T^2}{(R_T + \frac{R'_r}{S})^2 + (x_T + x'_r)^2}$$

$$T_e = \frac{P_G}{\omega_s} = \frac{J \overline{V}_T^2}{\omega_s} \cdot \frac{R'_r / S}{(R_T + \frac{R'_r}{S})^2 + x^2}$$

$$\overline{I}_s = \overline{I}'_r + \frac{[(R'_r / S) + (Jx'_r)] \overline{I}_r}{JX_{ms}}$$

پس از تحلیل ماشین و تعیین پارامترها گشتاور قدرت خروجی قدرت مکانیکی تلفات چرخشی بدست میاید. حال نیز خود نمودار گشتاور ماشین را نشان داده و از روی آن گشتاور را تحلیل می کنیم. شکل ادامه گشتاور تابع S است که S نیز خود تابع w_r است.



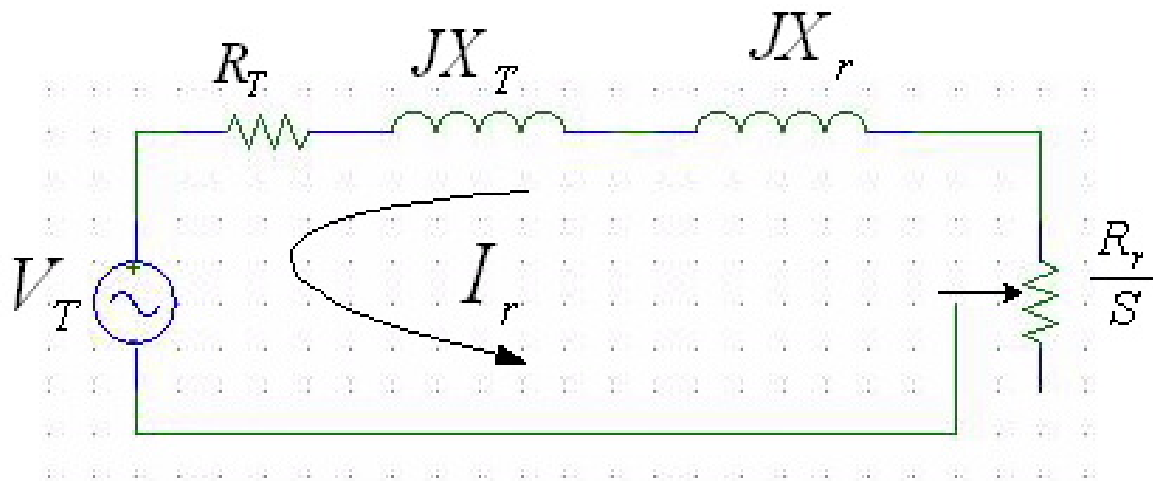
$$T_e = f(S)$$

$$S = \frac{w_s - w_r}{w_r} \Rightarrow T_e = g(w_r)$$

■ محور خط چین $\tau_e = (S)$ و محور عمود $\tau_e(\omega)$ می باشد.

■ می بینید در نقطه $S=0$ گشتاور برابر صفر است. قبلاً دیدیم که اگر سرعت ماشین دقیقاً برابر سرعت سنکرون شود در اینصورت هیچ گشتاوری در ماشین ایجاد نخواهد شد و در اینجا می بینید گشتاور سرعت سنکرون صفر است. یعنی اگر $w_r = w_s$ در نتیجه $S=1$ است پس جهت سمت چپ مثبت خواهد بود و سمت راست منفی می باشد و در جهت منفی $S < 0$. می بینید گشتاور منفی و w_r مثبت است یعنی سیستم توان جذب میکند. یعنی سیستم موتور نیست بلکه ژنراتور است. کارکرد ژنراتوری در اینجا مورد بررسی قرار نمی گیرد ولی این کاربرد امروزه توسعه زیادی پیدا کرده است.

- در جایی که $S > 0$ و گشتاور نیز مثبت است کارکرد موتور و به محدوده ای که $S > 0$ سرعت مثبت گشتاور باعث کاهش سرعت میشود منطقه ترمزی گفته میشود.
- در کارکرد موتور گشتاور ماکزیمم خواهیم داشت.
- با دو روش میتوان این گشتاور را پیدا کرد.
- (۱) اکستریم تابع را به دقت بدست آورده و همچنین مشتق دوم بررسی شود که روشن شود مثبت است یا منفی و ماکزیمم یا مینیمم بودن آن روشن شود. S_{mt} و W_{mt} را یافته و از روی آن گشتاور متناظر را بیابیم.
- (۲) و حالتن دیگر اینکه از روی $T_e = \frac{P_G}{\omega_s}$ بیابیم. میدانیم که ω_s $T_e \max$ ثابت است پس کافی است P_G ماکزیمم شود تا $T_e \max$ ایجاد شود. به شکل مدار توجه کنید :



$$\frac{R'}{S} = \sqrt{R_T^2 + (x_T + x'_r)^2}$$

$$x^* = (x_T + x'_r)^2$$

$$S_{Tm} = \frac{R'}{\sqrt{R_T^2 + (x^*)^2}}$$

$$T_{em} = \frac{3V_T^2}{\omega_s} \cdot \frac{\sqrt{R_T^2 + (x^*)^2}}{(R_T + \sqrt{R_T^2 + (x^*)^2})}$$

