



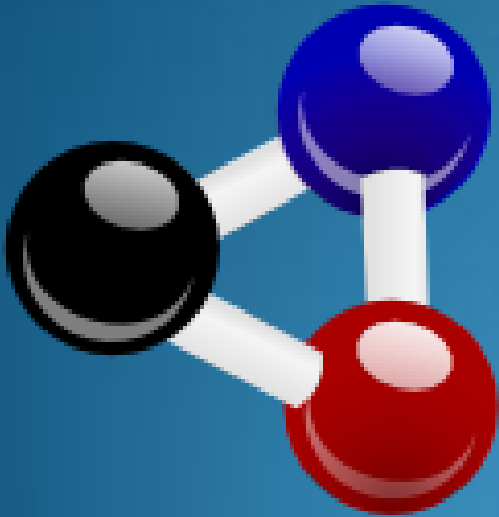
هوش مصنوعی



مدرس : احمد ابدالی

فصل پنجم

ارضاء محدودیت (CSP)



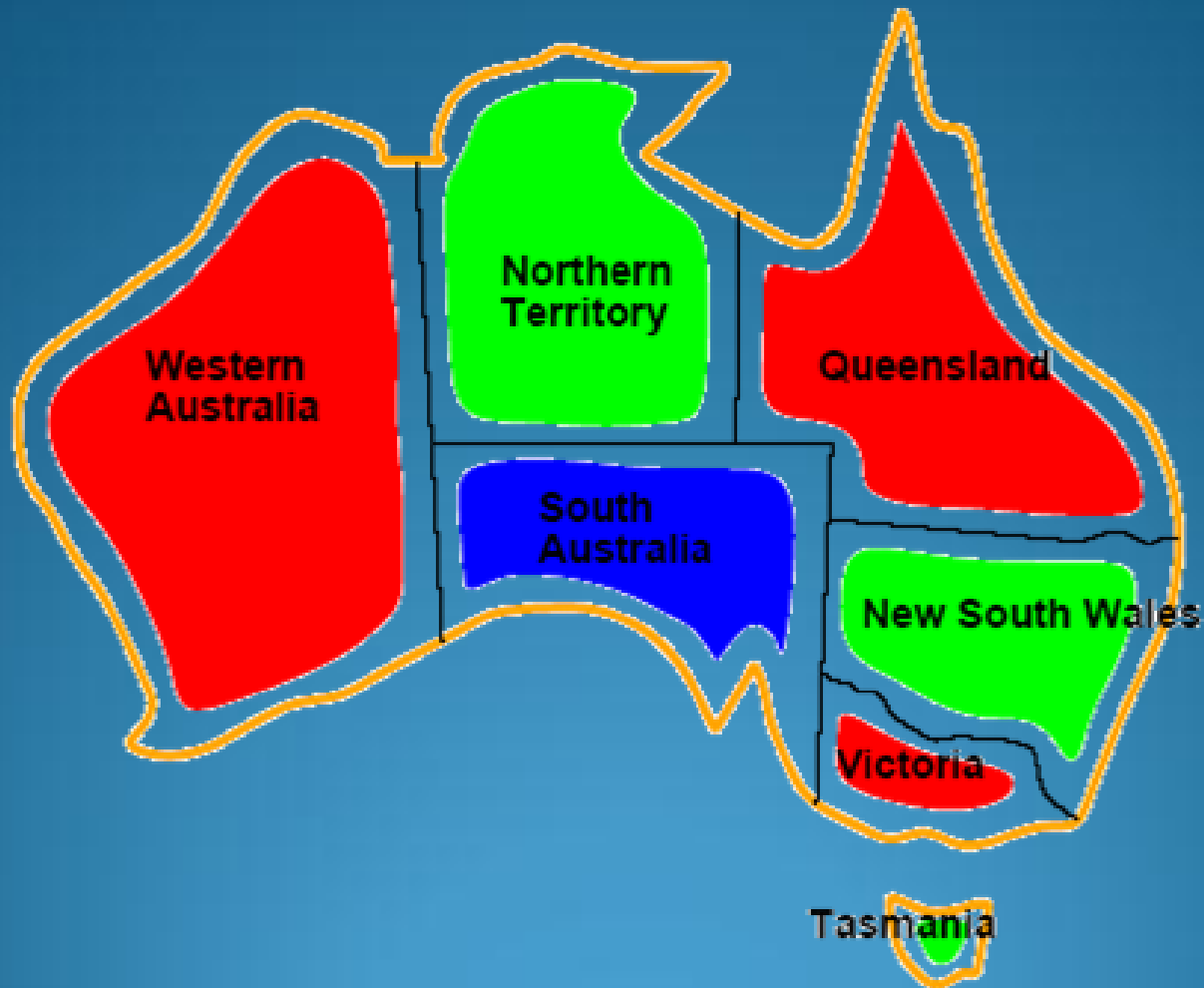
فصل پنجم



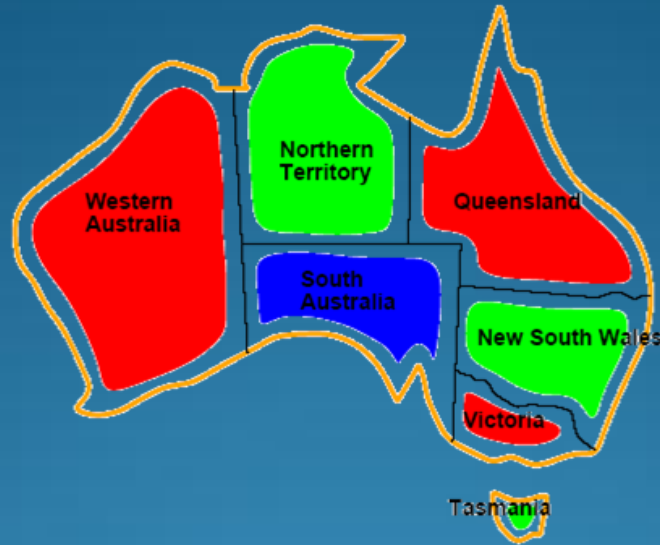
CSP چیست ؟

مثال های از CSP

با مسئله رنگ آمیزی کشور استرالیا شروع میکنم



متغیرها در یک مسئله CSP



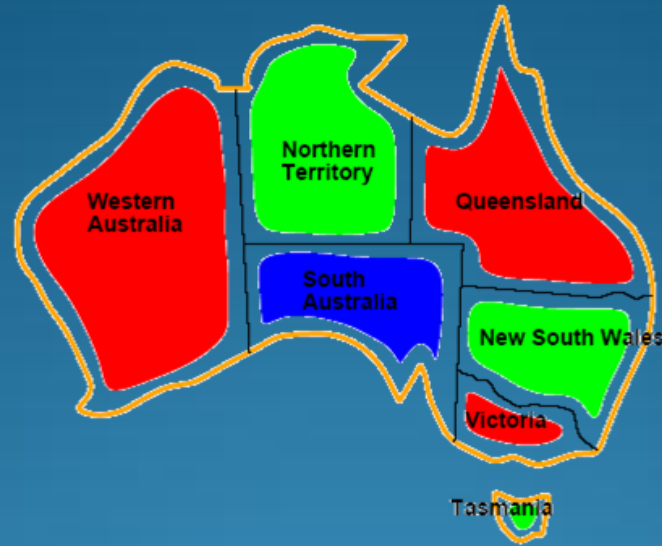
در هر مسئله CSP مجموعه ای متناهی از متغیرها وجود دارد آنها را با حروف زیر می شناسیم :

X_1, X_2, \dots, X_n

در مسئله رنگ آمیزی استرالیا متغیرها اسم ایالات و استان ها می باشند :

$\{ WA, NT, Q, NSW, V, SA, T \}$

دامنه یک متغیر در یک مسئله CSP



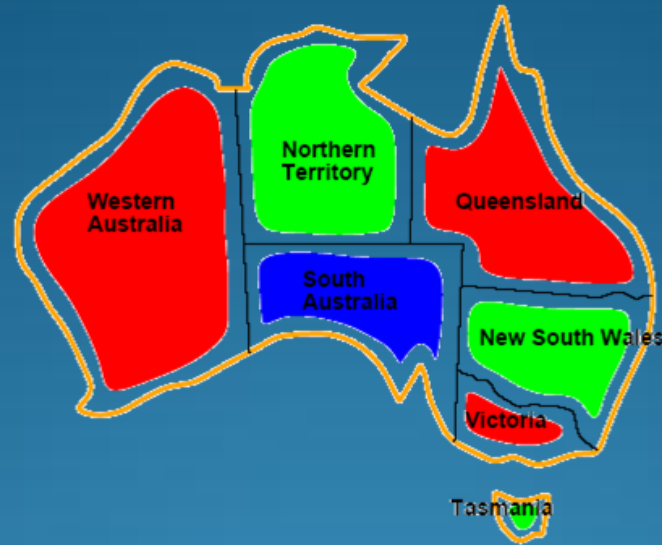
در هر مسئله CSP متغیرها نمی توانند هر مقداری بگیرند بلکه مقادیری که متغیرها می توانند بگیرند دامنه میگویم آنها را با علائم زیر نشان می دهیم :

$D_{x1}, D_{x2}, \dots, D_{xn}$

در مسئله رنگ آمیزی استرالیا با سه رنگ قرمز و سبز و آبی دامنه هر متغیر میشود :

$\{ \text{Red}, \text{Blue}, \text{Green} \}$

محدودیت یک متغیر در یک مسئله CSP



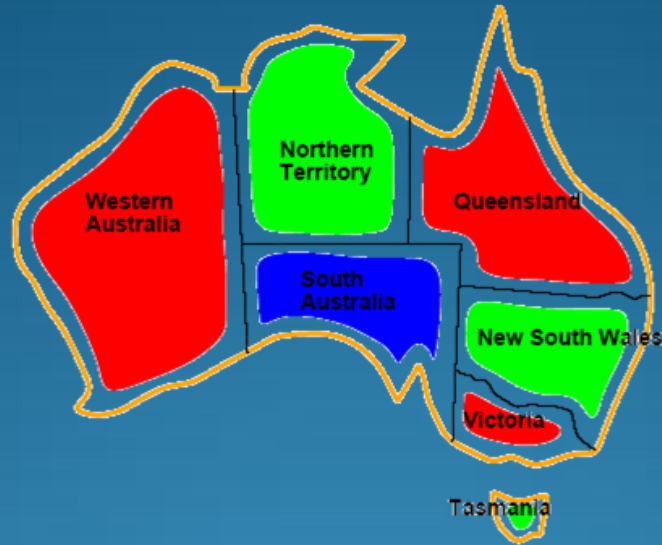
برای هر مسئله CSP یک سری محدودیت ها تعریف میشود ما آنها را با علائم زیر نشان می دهیم :

C_1, C_2, \dots, C_m

در مسئله رنگ آمیزی استرالیا با سه رنگ قرمز و سبز و آبی محدودیت به شکل زیر تعریف میشود :

دو منطقه مجاور ، همرنگ نیستند

حالت در یک مسله CSP



هر حالت با انتساب مقادیری به چند یا تمام متغیرها تعریف میشود :

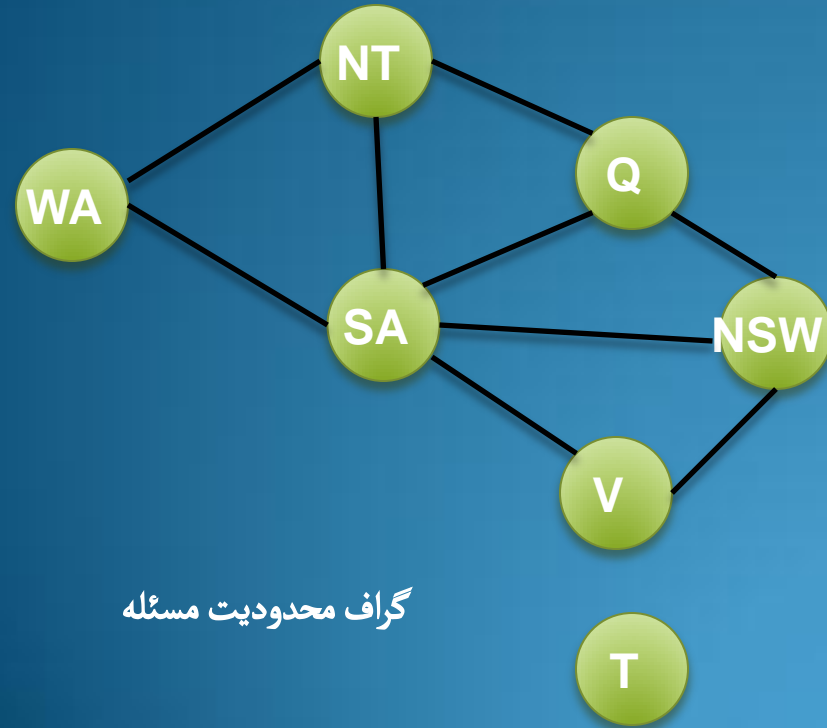
{ WA = Red , NT = Green , Q = Red , NSW = Green , V = Red, SA = Blue , T = Green }

گراف محدودیت در یک مسئله CSP

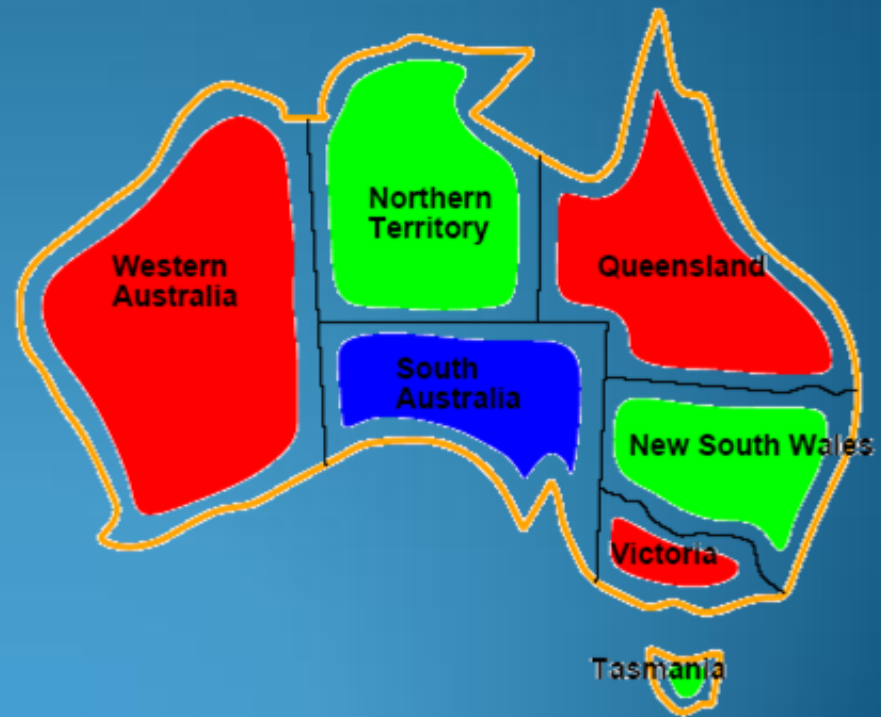
برای ساده سازی بهتر است یک گراف داشته باشیم با قرارداد زیر :

الف) هر متغیر را یک راس در نظر بگیرید .

ب) محدودیت ها را با یال نشان دهیم .



گراف محدودیت مسئله



انتساب کامل در یک مسئله CSP

انتساب کامل آن است که هر متغیری در آن باشد

یک مثال از انتساب کامل :

{ WA = Red , NT = Green , Q = Red , NSW = Green , V = Red , SA = Green , T = Green }

یک مثال از انتساب غیر کامل :

{ WA = Red , NT = , Q = , NSW = Green , V = Red , SA = Blue , T = }

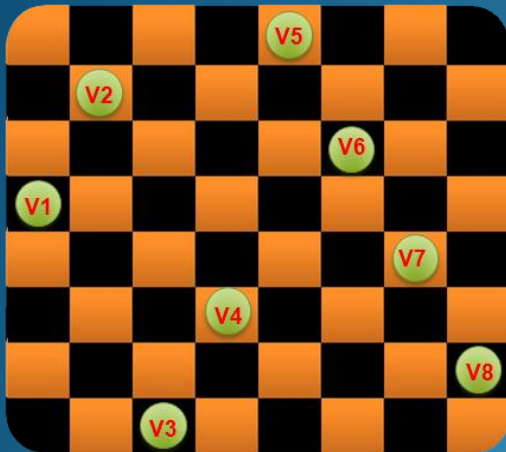
از طرفی انتسابی که هیچ محدودیتی را نقض نکند ، انتساب سازگار نام دارد مانند :

{ WA = Red , NT = Green , Q = Red , NSW = Green , V = Red , SA = Blue , T = Green }

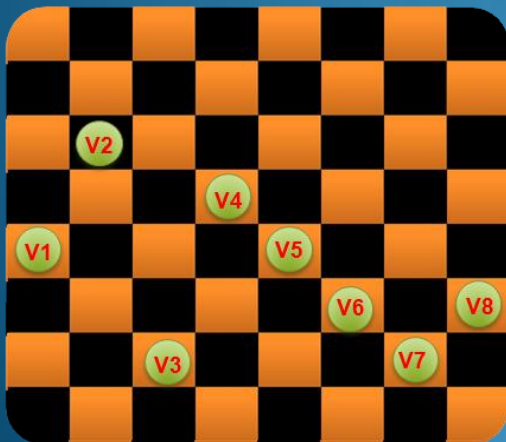
چند نکته در CSP

ساده ترین نوع CSP زمانی می شود که متغیرها گسسته و دامنه آنها متناهی باشد .

مثال: در هشت وزیر متغیرها $\{v1, v2, v3, \dots, v8\}$ و دامنه $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ می باشد



$\{ v1=4 , v2=2 , v3=8 , v4=6 , v5=1 , v6=3 , v7=5 , v8= 7 \}$



$\{ v1=5 , v2=3 , v3=7 , v4=4 , v5=5 , v6=6 , v7=7 , v8= 6 \}$

برای CSP میتوان فرمول بندی افزایشی ارائه کرد

حالت اولیه: انتساب خالی {} که در آن ، هیچ متغیری مقدار ندارد.

تابع جانشین: انتساب یک مقدار به هر متغیر فاقد مقدار ، به شرطی که با متغیرهایی که قبلا مقدار گرفتند ، متضاد نباشند.

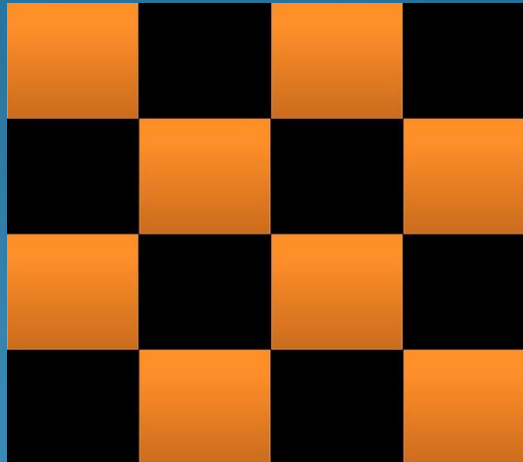
آزمون هدف: انتساب فعلی کامل است.

هزینه مسیر: هزینه ثابت برای هر مرحله.

مسئله چهار وزیر را فرمول بندی افزایشی می کنیم

حالت اولیه: انتساب خالی {} که در آن ، هیچ متغیری مقدار ندارد.

{v1 = , v2 = , v3 = , v4 = }

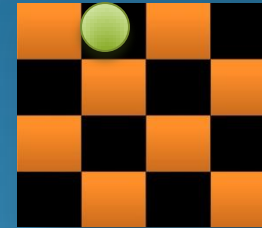


مسئله چهار وزیر را فرمول بندی افزایشی می کنیم

تابع جانشین: انتساب یک مقدار به هر متغیر فاقد مقدار، به شرطی که با متغیرهایی که قبلاً مقدار گرفتند، متضاد نباشند.

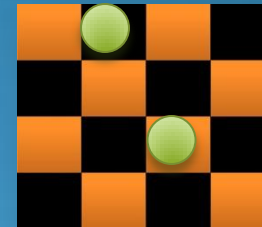
تابع جانشین فراخوانی شد

$\{v1 = , v2 = 1 , v3 = , v4 = \}$



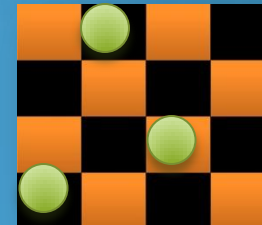
تابع جانشین دوباره فراخوانی شد

$\{v1 = , v2 = 1 , v3 = 3 , v4 = \}$



تابع جانشین دوباره فراخوانی شد

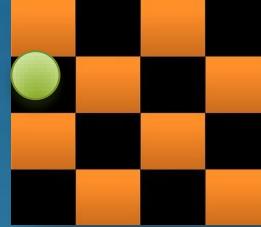
$\{v1 = 4 , v2 = 1 , v3 = 3 , v4 = \}$



مسئله چهار وزیر را فرمول بندی افزایشی می کنیم

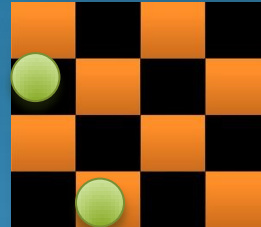
آزمون هدف: انتساب فعلی آیا کامل است.

$$\{v1 = 2, v2 = , v3 = , v4 = \}$$



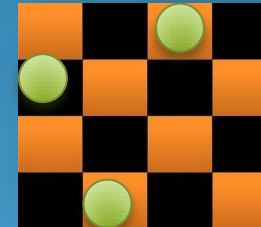
تابع جانشین فراخوانی شود
انتساب کامل نیست پس
تابع جانشین فراخوانی شود

$$\{v1 = 2, v2 = 4, v3 = , v4 = \}$$



تابع جانشین فراخوانی شود
انتساب کامل نیست پس
تابع جانشین فراخوانی شود

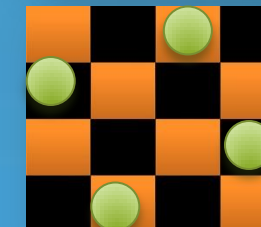
$$\{v1 = 2, v2 = 4, v3 = 1, v4 = \}$$



تابع جانشین فراخوانی شود
انتساب کامل نیست پس
تابع جانشین فراخوانی شود

$$\{v1 = 2, v2 = 4, v3 = 1, v4 = 3 \}$$

$$C = C1 + C2 + C3 + C4 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$



تابع جانشین فراخوانی شود
چون انتساب کامل است پس
تابع جانشین فراخوانی نمی شود
و وارد فاز محاسبه
هزینه میشویم

ثابت میکنیم تعداد انتساب های کامل برای یک مسئله CSP برابر $O(d^m)$

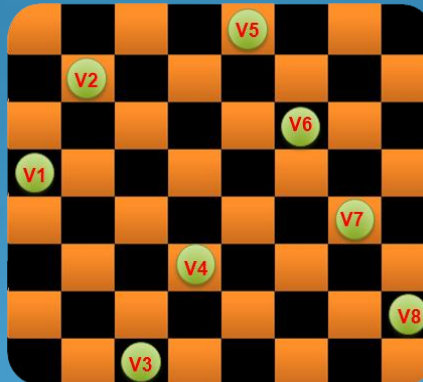
که در آن m تعداد متغیر و d تعداد دامنه برای هر متغیر است

$$D = \{ D_1, D_2, D_3, \dots, D_d \}$$

$$\{ V_1 = \quad V_2 = \quad , V_3 = \quad , \dots , V_m = \quad \}$$

$$d \times d \times d \times \dots \times d = d^m$$

در هشت وزیر تعداد انتساب های کامل در برابر ۹۲ است که یکی از آنها را می بینید ؟

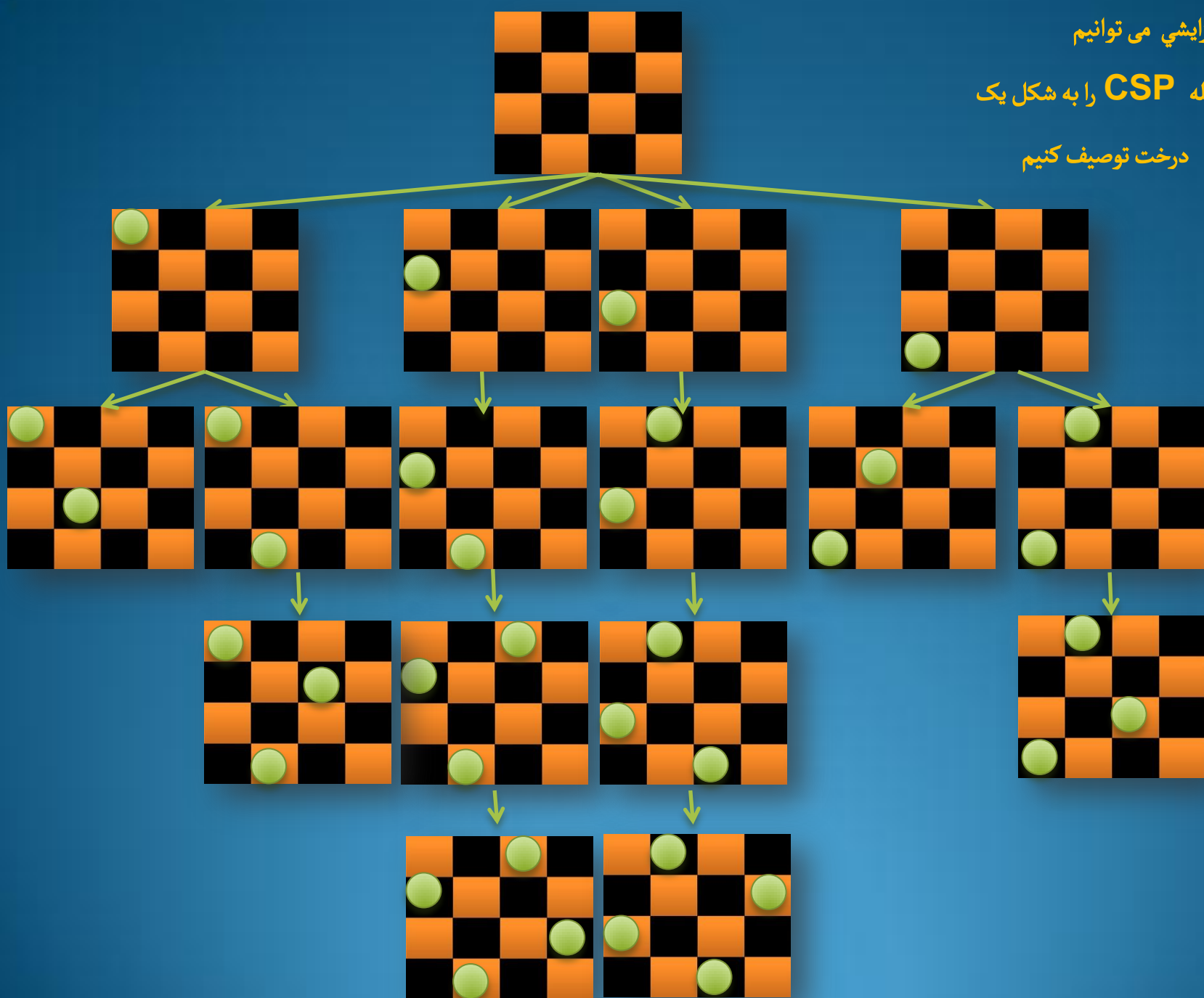


البته می توانیم بنویسیم تعداد انتساب های کامل $O(8^8)$ است . البته هیچ وقت این مقدار نیست!

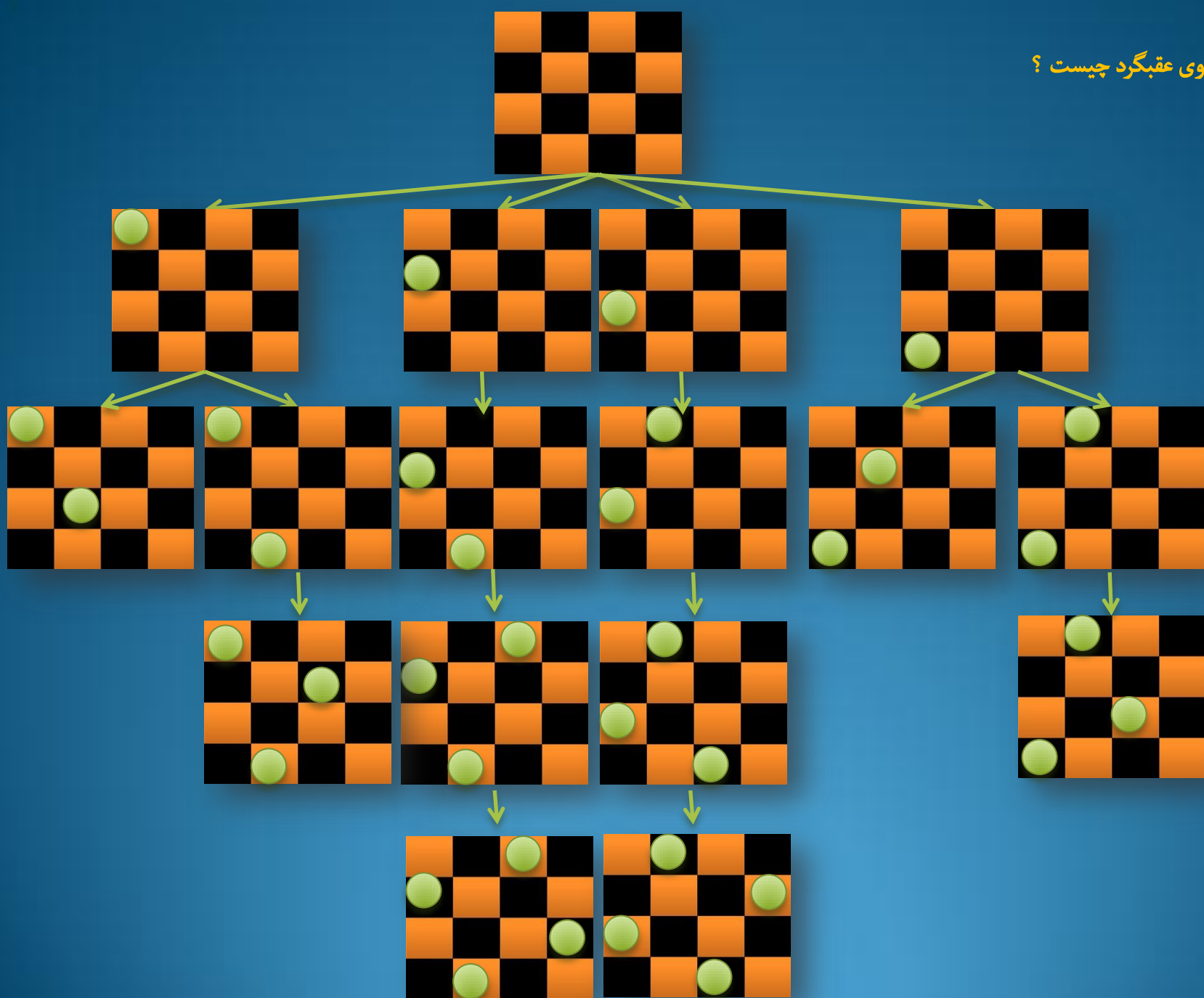
با فرمول بندی افزایشی می توانیم

مسئله CSP را به شکل یک

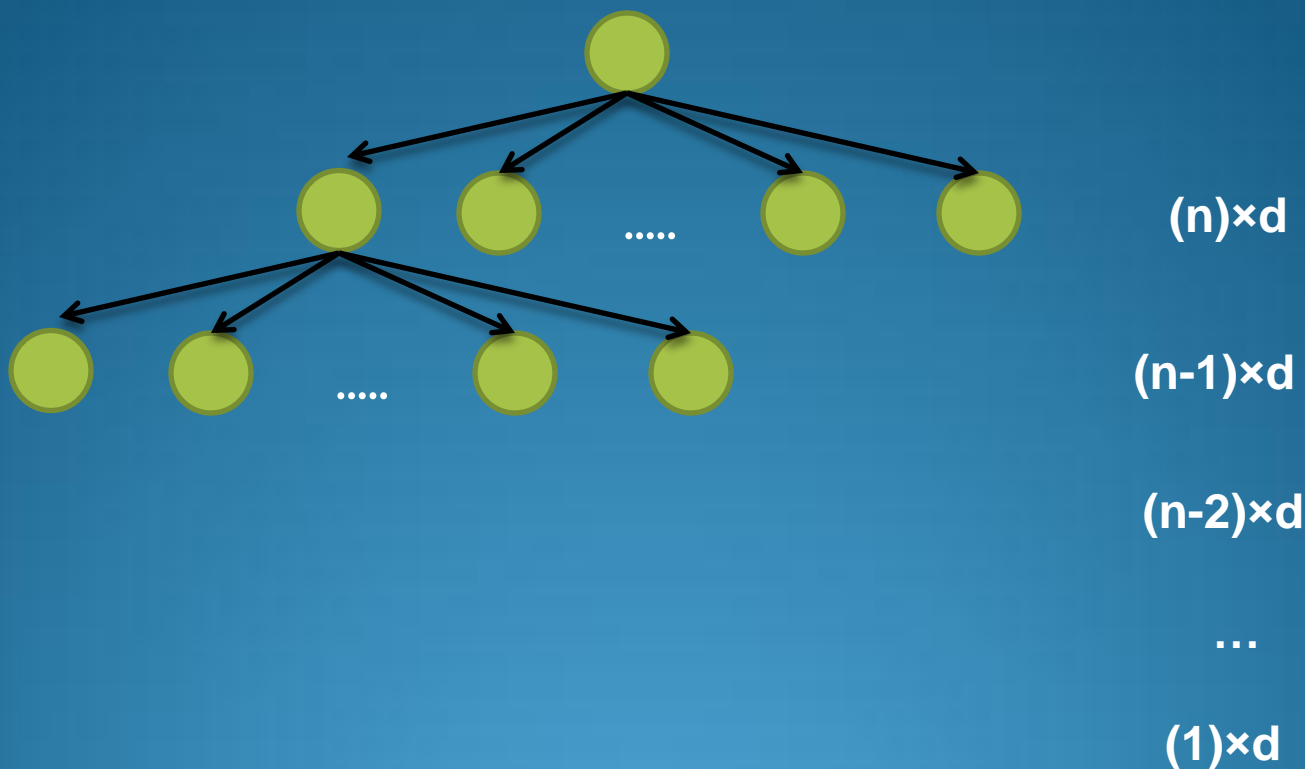
درخت توصیف کنیم



الگوریتم جستجوی عقبگرد چیست ؟



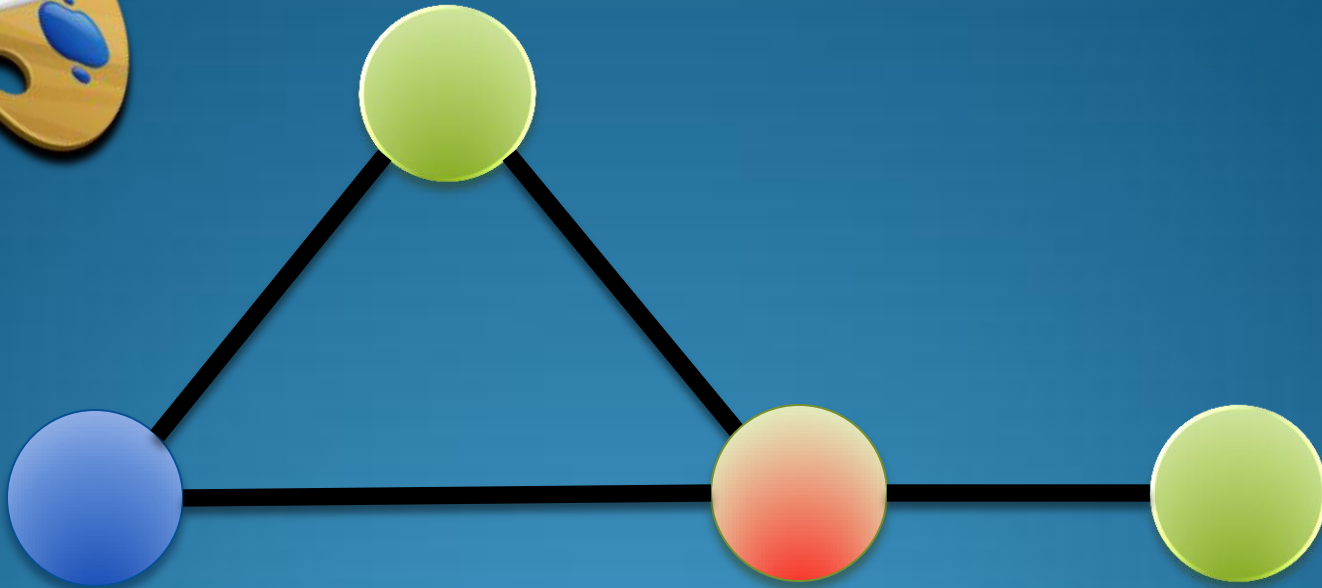
نشان دهید که اگر جستجوی عرضی را روی یک مسئله **csp** پیاده سازی کنیم در بدترین حالت تعداد گره های ایجاد شده $O(n! \times d^n)$ است. در حالی که مسئله فقط با d^n انتساب کامل است؟



$$(n \times d) \times ((n-1) \times d) \times \dots \times 1 \times d = n! \times d^n$$

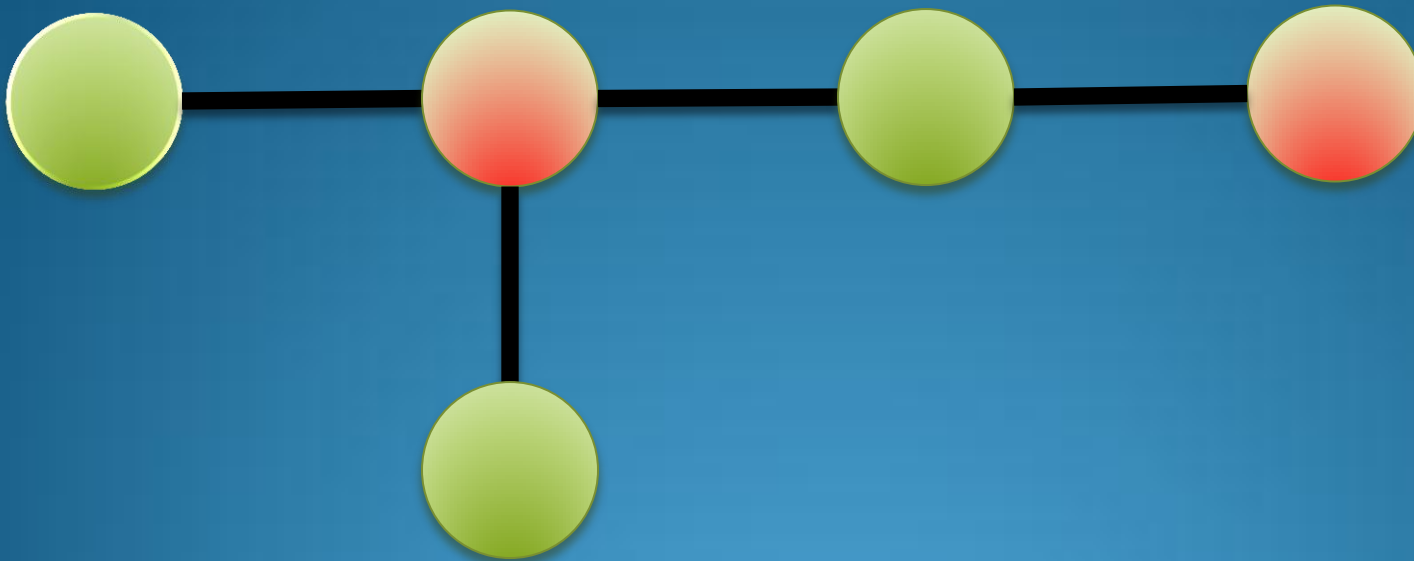
توجه داریم که در اینجا d تعداد دامنه و n تعداد متغیر است.

رنگ آمیزی گراف



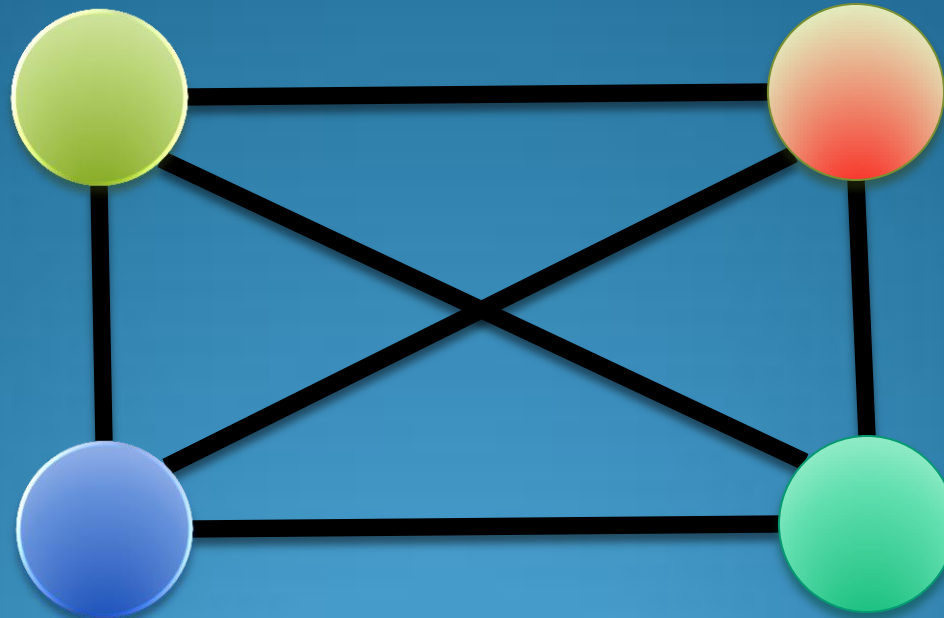
به مقدار لازم ساختمان گسسته

قضیه ۱: برای رنگ آمیزی درخت دو رنگ کافی است



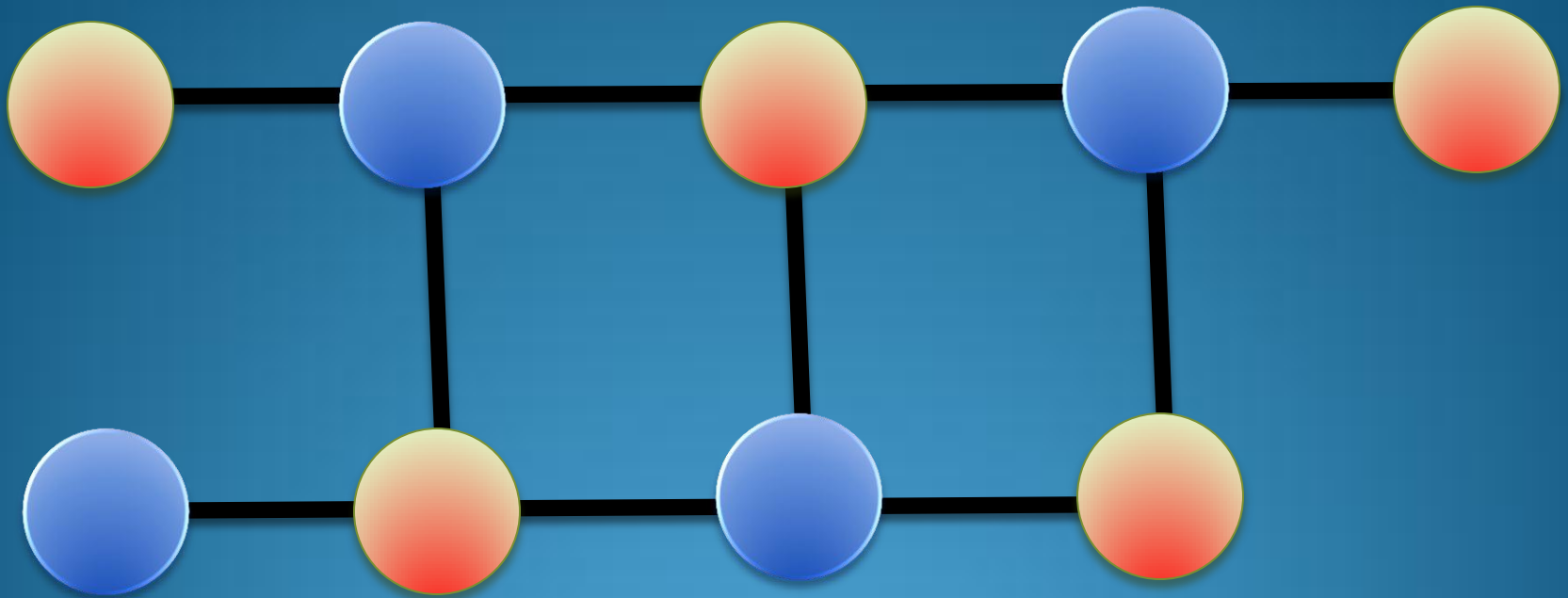
به مقدار لازم ساختمان گسسته

قضیه ۲: برای رنگ آمیزی گراف کامل با n رأس به n رنگ نیاز است



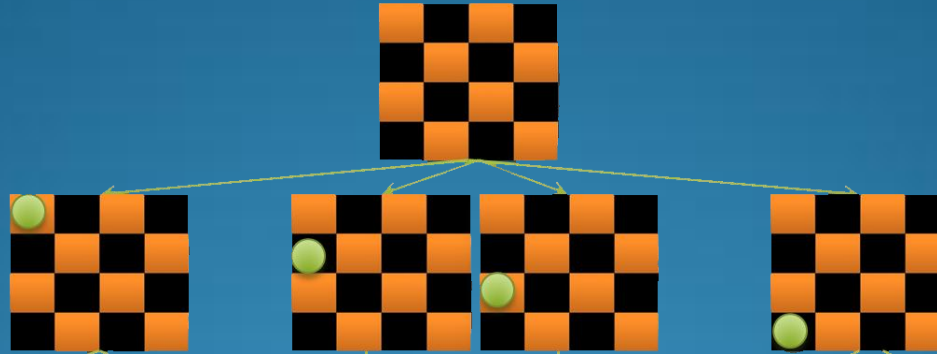
به مقدار لازم ساختمان گسسته

قضیه ۳: گرافی که فاقد دوری به طول فرد نباشد با دو رنگ ، رنگ میشود .



ترتیب انتخاب متغیرها برای مقدار دادن

می خواهیم یک مسئله CSP را حل کنیم چکاری انجام دهیم که بدون نیاز به عقبگرد به سمت حل نهایی رویم ؟



مثلاً در مسئله چهار وزیر کدام انتساب را انجام دهیم ؟

$\{v1 = 1 , v2 = , v3 = , v4 = \}$

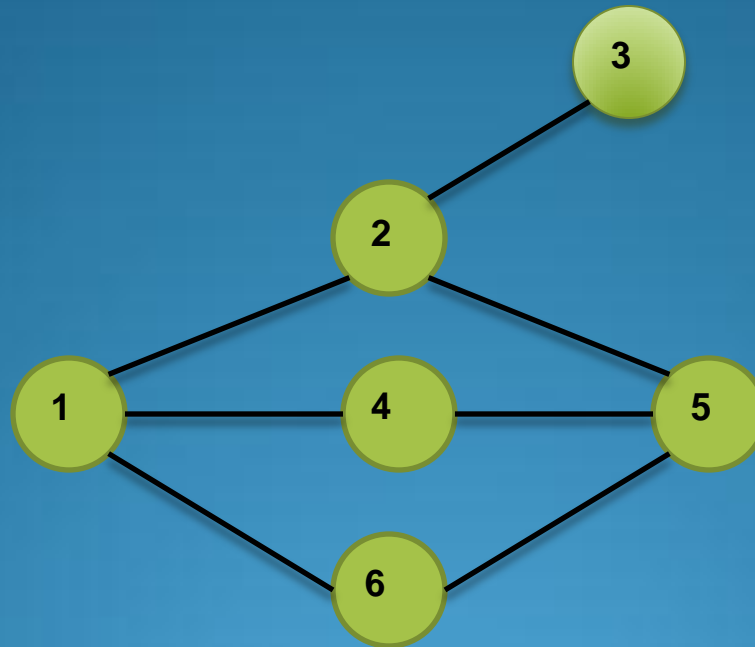
$\{v1 = 2 , v2 = , v3 = , v4 = \}$

$\{v1 = 3 , v2 = , v3 = , v4 = \}$

$\{v1 = 4 , v2 = , v3 = , v4 = \}$

ترتیب انتخاب متغیرها برای مقدار دادن

یا فرض کنید می خواهیم رنگ آمیزی گراف زیر را تنها با ۳ رنگ انجام دهیم از کدام راس شروع به رنگ کردن بکنیم تا نیاز به سه رنگ بیشتر نشود ؟

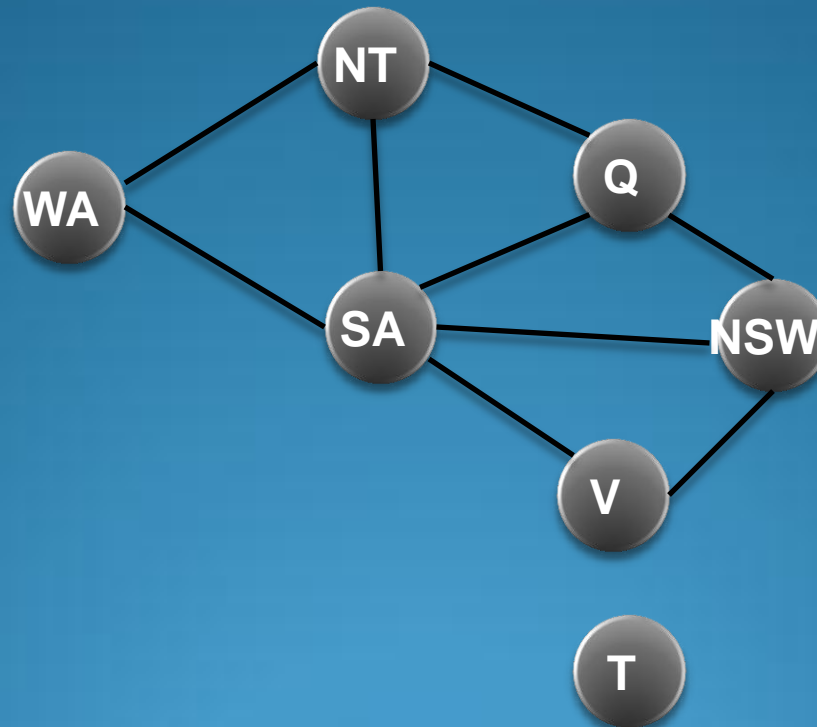


ترتیب انتخاب متغیرها برای مقدار دادن

قضیه: برای تعیین ترتیب درست انتخاب در مسائل CSP از هیورستیک های زیر استفاده میشود:

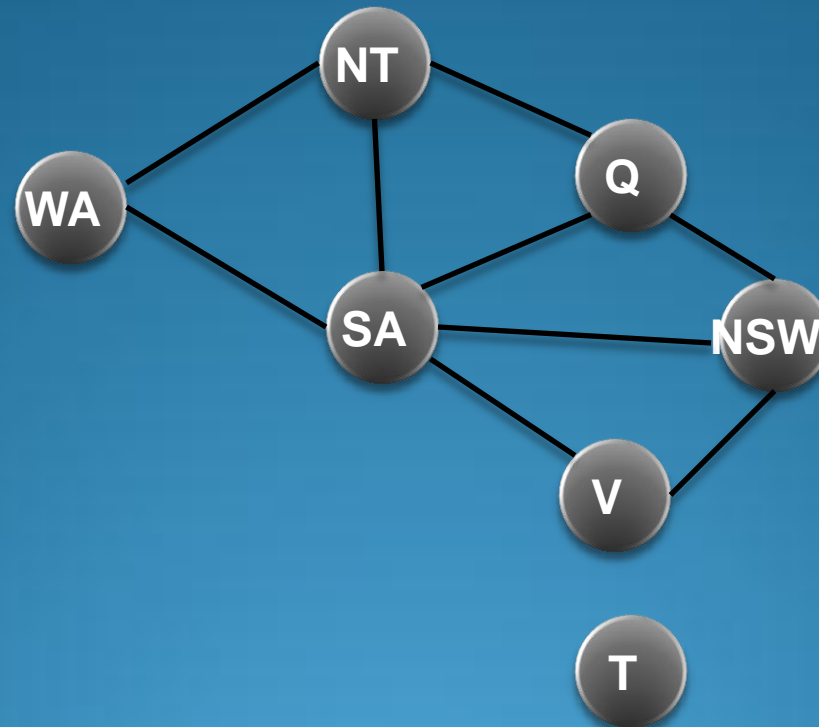
الف) هیورستیک MRV

ب) هیورستیک درجه



هیورستیک MRV (مقادیر باقیمانده کمینه)

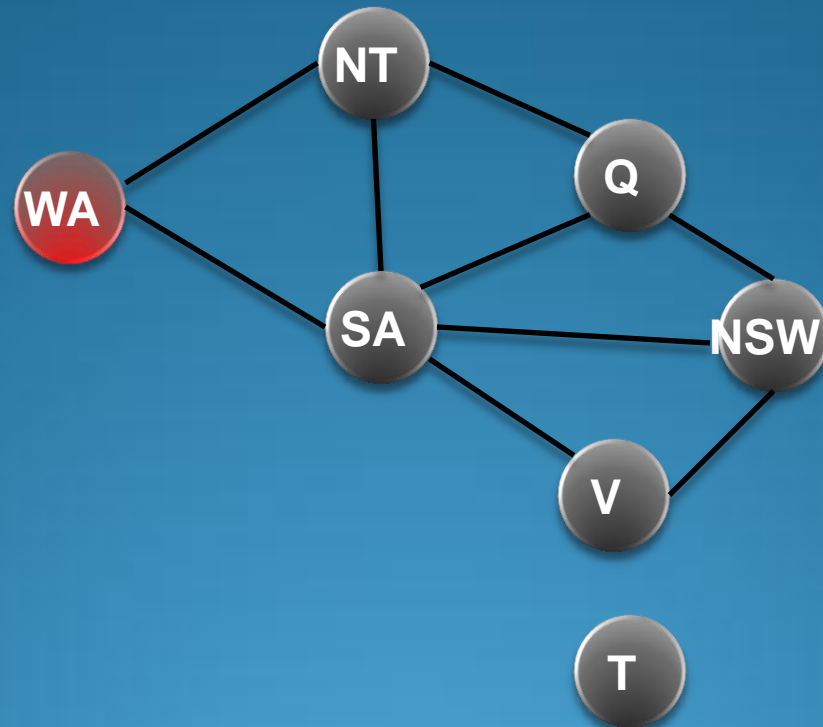
یعنی انتخاب متغیری با کمترین مقادیر معتبر



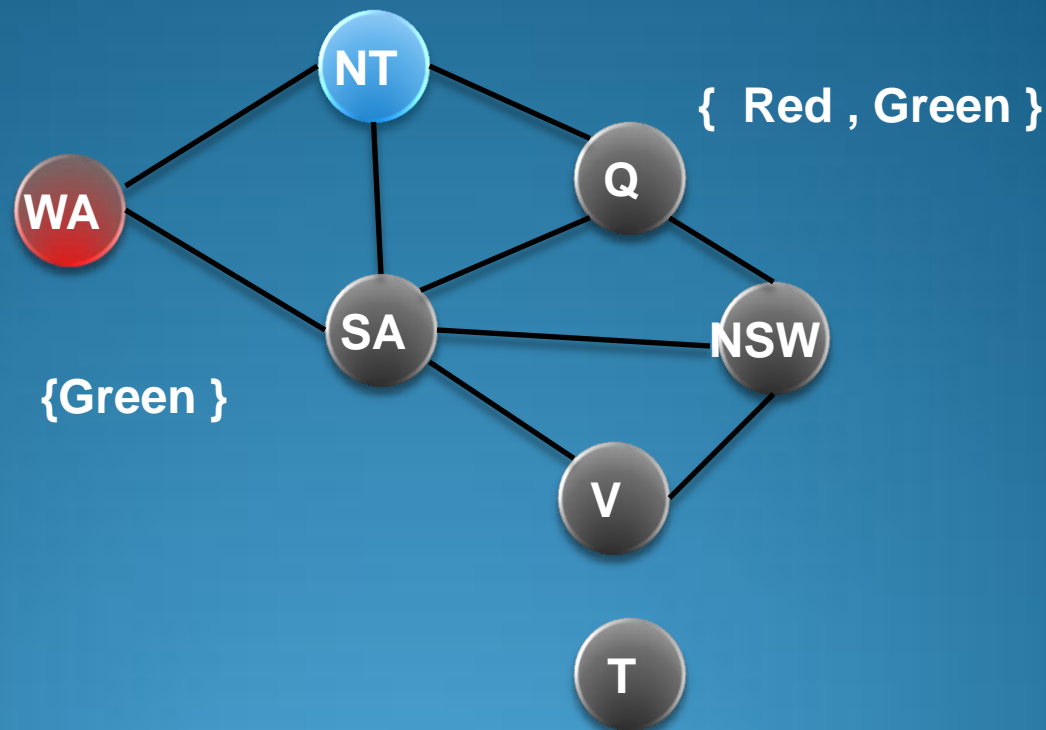
{ Blue , Red , Green }

هیورستیک MRV (مقادیر باقیمانده کمینه)

{ Blue , Green }



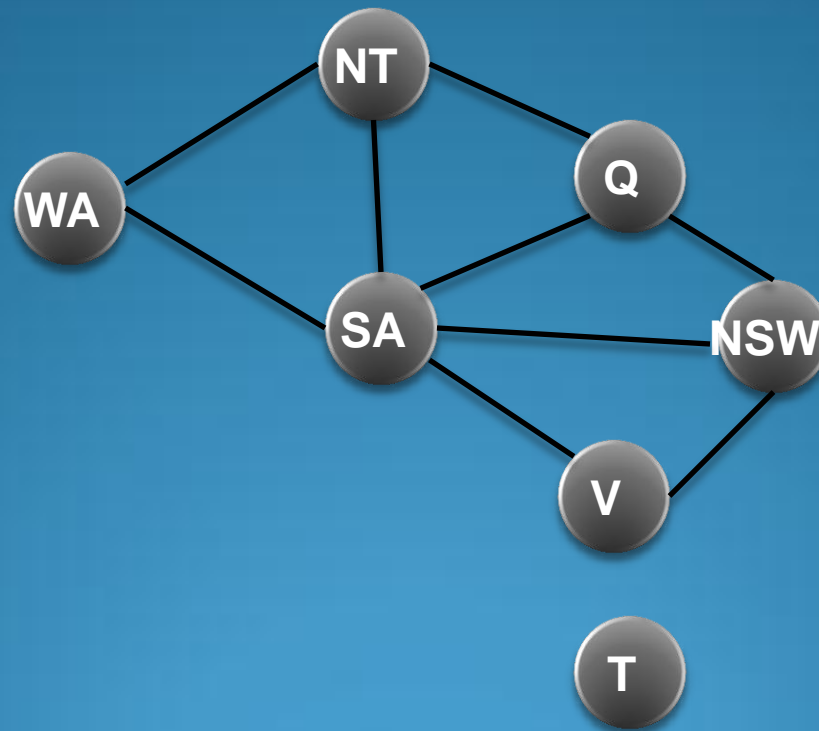
هیورستیک MRV (مقادیر باقیمانده کمینه)



در این حالت متغیری با کمترین مقادیر معتبر انتخاب می شود که گره **SA** است .
در این مرحله بر اساس هیورستیک **MRV** گره **SA** برای رنگ آمیزی انتخاب میشود .

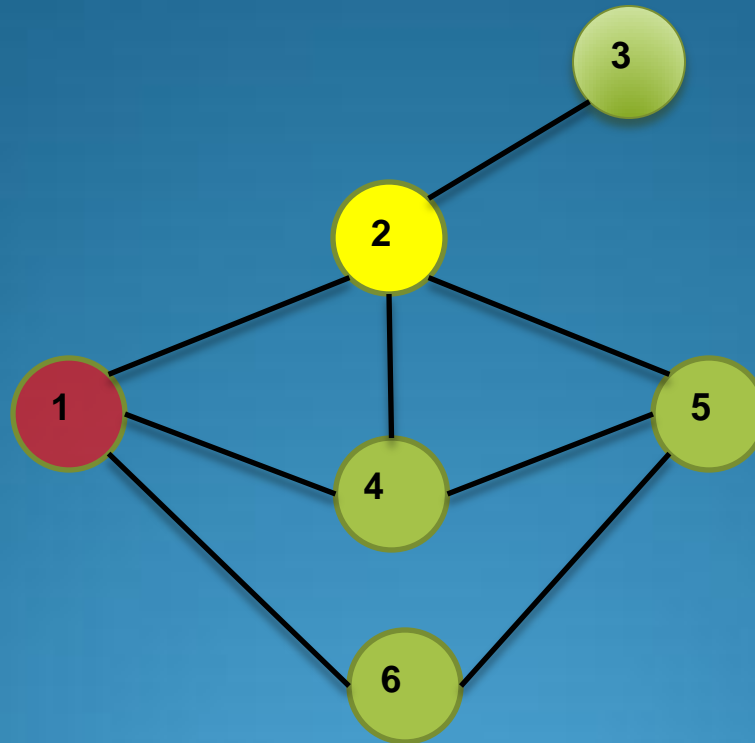
هیورستیک درجه

در ابتدای کار هیورستیک **MRV** بکار نمی رود زیرا هر ناحیه سه رنگ معتبر دارد . در این مواقع از هیورستیک درجه استفاده میکنیم . هیورستیک درجه سعی می کند فاکتور انشعاب را برای انتخاب های آینده کم کند . به این منظور متغیری را انتخاب می کند که بیشترین محدودیت را روی متغیرهای که انتساب نشده اند ایجاد کند .

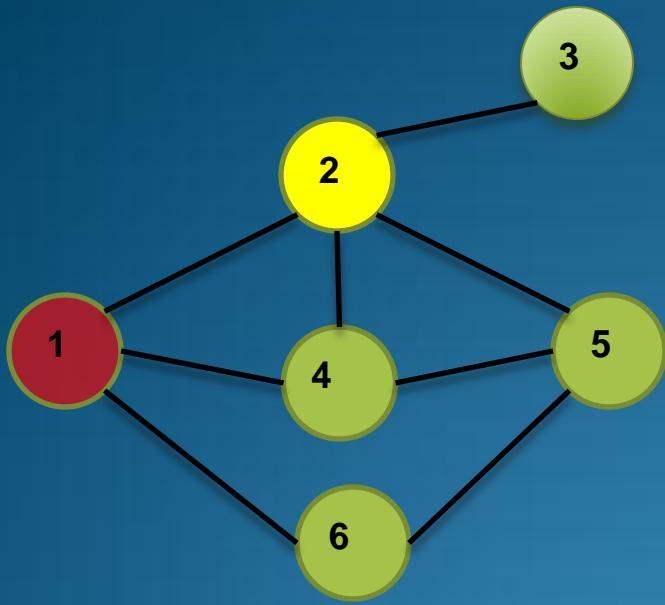


تست کارشناسی ارشد دانشگاه ملی سال ۸۷

اگر با **csp** بخواهیم گراف زیر را تنها با سه رنگ ، رنگ کنیم پس از رنگ آمیزی راس ۱ و ۲ بهتر است کدام راس رنگ شود ؟



حل تست :



ابتدا از هیورستیک درجه استفاده می کنیم :

درجه گره ۶ = ۲

درجه گره ۵ = ۳

درجه گره ۴ = ۳

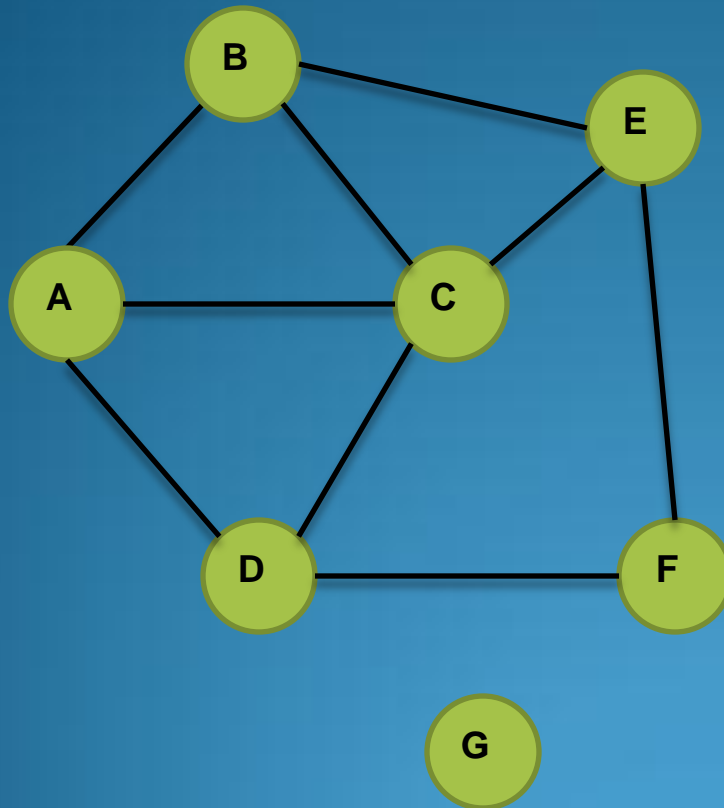
درجه گره ۳ = ۱

خوب حالا دو کاندید داریم گره ۴ و ۵ حالا از هیورستیک **MRV** استفاده می کنیم :

در این مورد گره ۴ را انتخاب می کنیم چون مقادیر کمتری در دامنه دارد .

تست کارشناسی ارشد دانشگاه ملی سال ۸۶

اگر با **csp** بخواهیم گراف زیر را تنها با سه رنگ ، رنگ کنیم کدام ۲ راس ابتدا بهتر است رنگ شود ؟



جواب :

$1=C, 2=A$

سوال : چرا مسائل CSP با جستجوی اول عمق بهتر جواب می دهد ؟

سوال : معمای ریاضی زیر را با **CSP** حل کنید ؟

FORTY
+ TEN
+ TEN

SIXTY

DONALD
+ GERALD

ROBERT

باشکر از اساتید خوب و عزیزم

که جسارت در بیان حقایق

و

شهامت در پذیرفتن خطا

راز آنها فرا گرفتم



Question ?

Thank You



Ahmad Abdali Mohamadi