

حل تمرینات کتاب مدار مسطّحی



فصل اول

۱- عدد 0.2498_{10} را به دودویی تبدیل کنید.

جواب: طبق جدول زیر با دقت ۵ رقم اعشار، عدد 0.2498_{10} معادل 0.00111_2 است البته می‌توان محاسبات را به همین ترتیب ادامه داد و دقت تبدیل را بیشتر کرد.

حاصلضرب	قسمت صحیح	حاصلضرب
$0/2498 \times 2$	0/4996	0
$0/4996 \times 2$	0/9992	0
$0/9992 \times 2$	1/9984	1
$0/9984 \times 2$	1/9968	1
$0/9968 \times 2$	1/9936	1

۲- عدد 2406 را به مبنای 8 ببرید.

جواب: طبق جدول روبرو عدد 2406_{10} معادل 4546_8 می‌باشد.

تقسیم	خارج قسمت	باقيمانده
$2406 \div 8$	300	6
$300 \div 8$	37	4
$37 \div 8$	4	5
$4 \div 8$	0	4

۳- عدد 673.124 در مبنای 8 معادل چه اعدادی در مبنای دودویی و دهدهی است.

جواب: برای پیدا کردن معادل دودویی عدد فوق معادل سه بیتی هر رقم را به جای آن می‌نویسیم:

$$(6 \ 7 \ 3 / 1 \ 2 \ 4)_8 = (110 \ 111 \ 011 / 001 \ 010 \ 100)_2$$

برای بدست آوردن معادل دهدۀ عدد $(673/124)_8$ داریم :

$$\begin{aligned}
 (673 / 124)_8 &= (6 \times 8^2) + (7 \times 8^1) + (3 \times 8^0) + (1 \times 8^{-1}) + \\
 (2 \times 8^{-2}) + (4 \times 8^{-3}) &= 384 + 56 + 3 + 0 / 125 + 0 / 03125 + \\
 0 / 0078125 &= (443 / 1640625)_{10}
 \end{aligned}$$

۴- متمم 10 عدد 256703 چه عددی خواهد بود .

جواب : برای محاسبه متمم 10 رقم سمت راست را از 10 و بقیه ارقام را از 9 کم می کنیم لذا داریم :

$$\begin{array}{ccccccc}
 2 & 5 & 6 & 7 & 0 & 3 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 9-2=7 & 9-6=3 & 9-7=2 & 9-0=9 & 10-3=7 \\
 & & & & 9-5=4 \\
 & & & & & &
 \end{array}$$

بنابراین متمم 10 عدد 256703 برابر 743297 می باشد .

۵- متمم 2 عدد 0100101 چه عددی خواهد بود .

جواب : برای محاسبه متمم 2، همه 0 های سمت راست و اولین 1 سمت راست را بدون تغییر نگه می داریم، بقیه 0 ها را به 1 و بقیه 1 ها را به 0 تبدیل می کنیم لذا متمم 2 عدد 0100101 برابر 11011011 می باشد .

۶- متمم 9 عدد 062374 چه عددی خواهد بود ؟

جواب : برای محاسبه متمم 9 همه ارقام را از 9 کم می کنیم لذا داریم :

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 & 6 & 2 & 3 & 7 & 4 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 9-0=9 & 9-6=3 & 9-2=7 & 9-3=6 & 9-7=2 & 9-4=5 \\
 & & & & & &
 \end{array}$$

متمم 9 عدد 062374 برابر 937625 می باشد \Rightarrow

۷- با استفاده از متمم 10 تفیریق 3248-46532 را بدست آورید .

جواب : ابتدا یک ۰ به سمت چپ عدد 3248 اضافه می کنیم تا هر دو عدد 5 رقمی شوند سپس به سمت چپ هر دو عدد یک ۰ دیگر اضافه می کنیم که این ۰ نشانه مثبت بودن این دو عدد است آنگاه داریم :

$$\begin{aligned}
 \text{متمم 10 عدد } 3248-46532 &= (003248)-(046532) \\
 &= (003248)+(046532) = (003248)+(953468) = (956716)
 \end{aligned}$$

در عدد بدست آمده (956716) رقم 9 نشان دهنده منفی بودن عدد است لذا برای مشاهده فرم متعارف پاسخ باید از این عدد متمم 10 گرفته و یک علامت منفی کنار آن بگذاریم که حاصل برابر -043284 خواهد بود .

فصل دوم



۱ - با استفاده از جدول درستی نشان دهید که گیتهای NOR, NAND (هر یک با سه ورودی) متمم یکدیگر هستند یا خیر؟

جواب : با توجه به ردیف اول و ردیف آخر می بینیم که (NOR, NAND) F_2, F_1 در این دوردیف مقدار مساوی دارند و لذا متمم یکدیگر نیستند. وقت کنید که خروجی گیت NAND هنگامی برابر 0 است که همه ورودی های آن 1 باشند خروجی گیت NOR هنگامی برابر 1 است که همه ورودی های آن 0 باشند.

A	B	C	NAND ($F_1 = \overline{ABC}$)	NOR ($F_2 = \overline{A + B + C}$)
0	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

۲- جداول درستی توابع زیر را تهیه کنید.

$$F_1 = (X + Y).(X' + Z).(X + Y' + Z') \quad , \quad F_2 = X' + YZ'$$

جواب :

X	Y	Z	X'	Y'	Z'	X+Y	X'+Z	X+Y'+Z'	F ₁	YZ'	F ₂
0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0

۳- متمم توابع زیر را بدست آورید.

جواب :

$$F_1 = X'YZ' + X'Y' \rightarrow F'_1 = (X + Y' + Z).(X + Y)$$

$$F_2 = X(Y'Z' + YZ) \rightarrow F'_2 = X' + ((Y + Z).(Y' + Z'))$$

$$F_3 = (XY' + Z)X'Z' \rightarrow F'_3 = ((X' + Y).Z) + X + Z$$

دقت کنید که برای بدست آوردن متمم هرتابع ابتدا همه AND ها به OR و همه OR ها به AND تبدیل می شود سپس به جای هر متغیر ، متمم آن را می نویسیم .

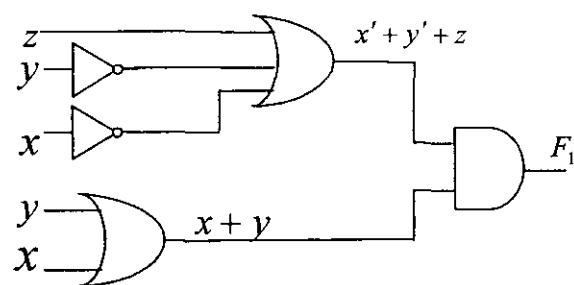
۴- با استفاده از جدول درستی نشان دهید که گیت های XOR، X-NOR (هر یک با دو ورودی X,Y) متمم یکدیگرند .

جواب: همانطور که در جدول مشاهده می کنید در همه ردیف ها مقادیر $(X - NOR)F_2, (X - OR)F_1$ معکوس یکدیگرند لذا F_1, F_2 متمم یکدیگرند .

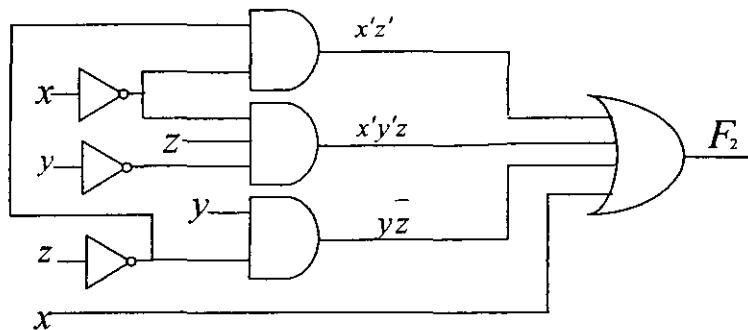
X	Y	$(F_1 = X \oplus Y)$ $(X - OR)$	$F_2 = \overline{X \oplus Y}$ $(X - NOR)$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

۵- نمودار منطقی عبارات زیر را رسم نمایید.

$$F_1 = (X + Y).(X' + Y' + Z)$$



$$F_2 = X + (YZ') + (XY'Z) + XZ'$$



فصل سوم



۱- تابع بولی زیر را به صورت جملات جمع ماکسترم نشان دهید :

$$F = xy + x'z + y'z'$$

جواب : برای اینکه جملات تابع F را به صورت جملات ماکسترم در بیاوریم چند بار از قانون توزیع $(A+BC=(A+B)(A+C))$ استفاده می کنیم :

$$F = \underbrace{XY}_{A} + \underbrace{XZ}_{B} + \underbrace{YZ'}_{C} = (\underbrace{XY}_{A} + \underbrace{X'}_{B}) . (\underbrace{XY}_{A} + \underbrace{Z'}_{C}) + YZ' =$$

$$\underbrace{[(X'+X).(X'+Y)]}_{1} . \underbrace{[(Z+X).(Z+Y)]}_{A} + YZ' =$$

$$\underbrace{(X'+Y).(Z+X).(Z+Y)}_{A} + \underbrace{YZ'}_{B C}$$

$$= [Y' + (X'+Y).(Z+X).(Z+Y)]. [Z' + (X'+Y).(Z+X).(Z+Y)]$$

با استفاده از تعمیم توزیع پذیری یعنی رابطه $A+BCD=(A+B).(A+C).(A+D)$ داریم:

$$= [(\underbrace{Y+Y+X}_{1}).(Y+Z+X).(\underbrace{Y+Y+Z}_{1})] [(Z+X+Y).(\underbrace{Z+Z+X}_{1}).(\underbrace{Z+Z+Y}_{1})]$$

با استفاده از روابط $C1=C$ ، $B+I=I$ ، $A+A=I$ خواهیم داشت:

$$= (I).(X+Y'+Z).(I).(X'+Y+Z').(I).(I) = (X+Y'+Z).\underbrace{(X'+Y+Z')}_{\substack{1 & 0 \\ 0 & 1 \\ M_2}} = M_2 . M_5 = \pi(2,5)$$

۲- متمم تابع زیر را به صورت جمع میترم ها بنویسید .

$$(الف) F(z,y,z) = \pi(0,1,5,7)$$

جواب : تابع F به صورت ضرب ماکسترم های M_7 ، M_5 ، M_1 ، M_0 بیان شده است دقت کنید که تابع F به ازای این ماکسترم ها مقدار 0 داشته و لذا F' به ازای M_7 ، M_5 ، M_1 ، M_0 مقدار 1 دارد و بنابراین به صورت جمع میترم های M_7 ، M_5 ، M_1 ، M_0 می باشد :

$$F' = m_0 + m_1 + m_5 + m_7 = \overbrace{\underline{x}\underline{y}\underline{z}}^{0\ 0\ 0} + \overbrace{\underline{x}\underline{y}\underline{z}}^{0\ 0\ 1} + \overbrace{\underline{x}\underline{y}\underline{z}}^{1\ 0\ 1} + \overbrace{\underline{x}\underline{y}\underline{z}}^{1\ 1\ 1} = \Sigma(0,1,5,7)$$

ب) $f(x, y, z, w) = \pi(0, 2, 4, 11, 14)$

با توجه به توضیحات قبل f' برابر است با :

$$f' = \Sigma(0, 2, 4, 11, 14) = m_0 + m_2 + m_4 + m_{11} + m_{14} = \overline{xyzw} + \overline{x\bar{y}z\bar{w}} + \overline{\bar{x}yz\bar{w}} + \overline{x\bar{y}zw} + \overline{x\bar{y}z\bar{w}}$$

ج) $F(x, y, z) = \Sigma(1, 4, 5, 6, 7)$

تابع F به صورت جمع میترم های m_7, m_6, m_5, m_4, m_1 بیان شده است بنابراین تابع F به ازای این میترم ها مقدار 1 داشته و لذا F' به ازای آنها مقدار 0 دارد در نتیجه F' به ازای بقیه میترم ها (m_0, m_2, m_3) مقدار 1 دارد بنابراین $F' = m_0 + m_2 + m_3 = \Sigma(0, 2, 3)$ می باشد

د) $f(x, y, z, w) = \Sigma(0, 3, 5, 9, 12, 13)$

با توجه به توضیحات قسمت قبل داریم:

$$f' = \Sigma(1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 14, 15)$$

۳- اگر تابع $f_i(x, y, z)$ به صورت زیر باشد متمم تابع f_i را بدست آورید :

$$f_i(x, y, z) = M_0 \cdot M_2 \cdot M_5$$

جواب : با توجه به توضیحات سوال قبل داریم :

$$f_i = M_0 \cdot M_2 \cdot M_5 = \pi(0, 2, 5) \rightarrow f'_i = \Sigma(0, 2, 5) = m_0 + m_2 + m_5 = \overline{xyz} + \overline{x\bar{y}z} + \overline{x\bar{y}z}$$

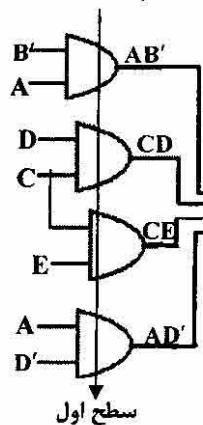
۴- تابع ذیل را باحداقل تعداد سطح پیاده سازی ونمودار منطقی آن رارسم نمایید.

$$f_1 = AB' + C(D+E) + AD'$$

جواب : برای اینکه یک تابع با حداقل تعداد سطح پیاده سازی شود باید آنرا از فرم غیر استاندارد خارج کرد و آنرا به یکی از دو فرم استاندارد sop (جمع حاصلضربها) یا pos (ضرب حاصلجمع ها)

نوشت که ما آنرا به فرم sop می نویسیم :

$$f_1 = AB' + C(D+E) + AD' = AB' + CD + CE + AD'$$



با فرض اینکه متمم ورودی ها به طور مستقیم وجود دارند مدار روپرتو نمودار منطقی f_1 را نشان می دهد دقت کنید که این نمودار یک نمودار دو سطحی است .



فصل چهارم

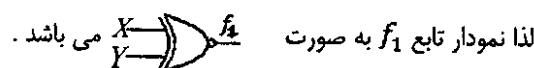


۱- عبارت بولی زیر را ساده کرده و نمودار آنرا رسم نمایید :

$$F_1 = XYZ + XYZ' + XY'$$

جواب:

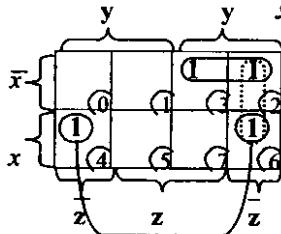
$$F_1 = X \underbrace{Y(Z + Z')}_{1} + XY' = X'.Y.1 + X.Y' = XY + XY' = X \oplus Y$$

لذا نمودار تابع f_1 به صورت  می باشد.

۲- جدول کارنو تابع زیر را رسم کرده و سپس تابع را ساده نمایید .

$$F(X,Y,Z) = \Sigma(2,3,4,6)$$

جواب : چون تابع F از میترم های m_6, m_4, m_3, m_2 تشکیل شده ، در مربع های 6,4,3,2 از نقشه کارنو مقدار ۱ قرار می دهیم . (مقدار بقیه مربع ها برابر ۰ است که برای راحتی آنها را نمایش نمی دهیم) : دقت کنید دسته ای که از مربع های 6,2 تشكیل شده ، یک دسته اضافی است زیرا هر دو ۱ واقع در این دسته قبلاً دسته بندی شده اند . بنابراین از این دسته صرف نظر می کنیم . دسته ای که از مربع های 3,2 تشكیل شده جمله $\bar{X}Y$ را تولید می کند زیرا این دسته به طور کامل در ردیف \bar{X} و در ستونهای Y قرار دارد ، اما به طور کامل در ستون های Z و همچنین ستون های \bar{Z} واقع نشده است (در واقع قسمتی از دسته در Z و قسمت دیگر در \bar{Z} است) و دسته ای که از مربع های 6,4 تشكیل شده (دقت کنید که ستون اول و آخر مجاورند) جمله $X\bar{Z}$ را تولید می کند بنابراین فرم ساده شده تابع F به صورت $F = \bar{X}Y + X\bar{Z}$ می باشد



۳-تابع بولی زیر را با استفاده از جدول کارنو ساده نمایید و متمم آنرا بدست آورید .

$$F(x,y,z) = \sum(0,1,4,6,7)$$

جواب : روش اول: دسته شامل مربع های شماره ۰ و ۱ ، جمله $\bar{X}Y$ و دسته شامل مربع های ۴ و ۰ ،

جمله $\bar{Y}\bar{Z}$ و دسته شامل مربع های 7,6 جمله XY را تولید می کند بنابراین $F = \bar{X}\bar{Y} + \bar{Y}\bar{Z} + XY$ می باشد . برای بدست آوردن \bar{F} همه AND ها به OR ها و همه $\bar{F} = (X + Y).(Y + Z).(\bar{X} + \bar{Y})$ ها به OR تبدیل شده و همه متغیر ها را متمم می کنیم تا بدست آید .

	\bar{y}	y
\bar{x}	{	}
x	{	}
	z	\bar{z}

1	1	0	0
0	1	3	2
1	0	1	1
4	5	7	6

روش دوم: به جای دسته بندی ۱ها، ۰ها را دسته بندی می کنیم دراین صورت دسته ناشی از مربعهای شماره ۲ و ۳ جمله $\bar{X}\bar{Y}$ و دسته ناشی از مربع شماره ۵ جمله $X\bar{Y}Z$ را تولید خواهند کرد. بنابراین $\bar{F} = \bar{X}\bar{Y} + X\bar{Y}Z$ خواهد بود. دقت کنید که توابع بدست آمده برای \bar{F} در هردو روش هم ارز با یکدیگرند.

۴- تابع ۴ متغیره زیررا ساده کنید .

$$F = (W, X, Y, Z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 14)$$

جواب : دسته شامل مربع های 2,0 ، جمله \bar{WXZ} را تولید می کند همچنانی دسته شامل مربع های 5,4 جمله $\bar{WX}\bar{Y}$ ، دسته شامل مربع های 7,5 جمله \bar{WXZ} ، دسته شامل مربع های 9,8 جمله $W\bar{X}\bar{Y}$ و دسته شامل مربع 14 ، جمله $WXY\bar{Z}$ را تولید می کند بنابراین فرم ساده شده تابع

به صورت زیر است:

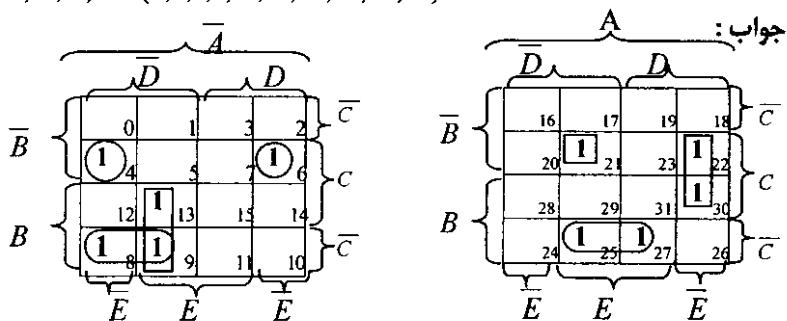
$$F = \bar{W}\bar{X}\bar{Z} + \bar{W}\bar{X}\bar{Y} + \bar{W}XZ + W\bar{X}\bar{Y} + WXY\bar{Z}$$

	\bar{y}	y
\bar{w}	{	}
w	{	}
	z	\bar{z}

1	0	1	2
1	1	1	1
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

۵-تابع بول زیر را با استفاده از جدول کارنو ساده کنید

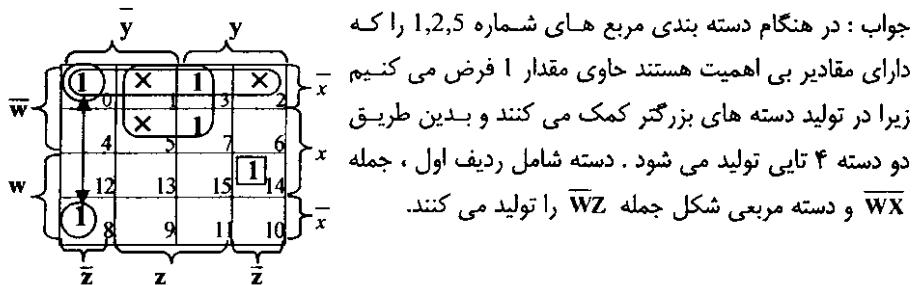
$$F = (A, B, C, D, E) = \Sigma(4, 6, 8, 9, 13, 21, 22, 25, 27, 30)$$



دسته شامل مربع های 6, 4، جمله $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{E}$ را تولید می کند همچنین دسته شامل مربع های 8, 9
 جمله $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ ، دسته شامل مربع های 9, 13، جمله $\bar{A}\bar{B}\bar{D}\bar{E}$ ، دسته شامل مربع های 21،
 جمله $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{E}$ ، دسته شامل مربع های 25, 27، جمله $A\bar{B}\bar{C}\bar{E}$ و دسته شامل مربع 22،
 جمله $A\bar{C}\bar{D}\bar{E}$ را تولید می کنند بنابراین فرم ساده شده تابع F به صورت زیر می باشد :

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{E} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{D}\bar{E} + A\bar{C}\bar{D}\bar{E} + A\bar{B}\bar{C}\bar{E} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}$$

۶-تابع بول (۶) که حالات بی اهمیت زیر را دارد می باشد
 $d(W, X, Y, Z) = \Sigma(1, 2, 5)$ ساده کنید .



همچنین دسته شامل مربع های 8, 0 ، جمله $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ و دسته شامل مربع 14 جمله $W\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ را تولید می کنند بنابراین فرم ساده شده تابع به صورت $F = \bar{W}\bar{X} + \bar{W}Z + \bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + W\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ می باشد.

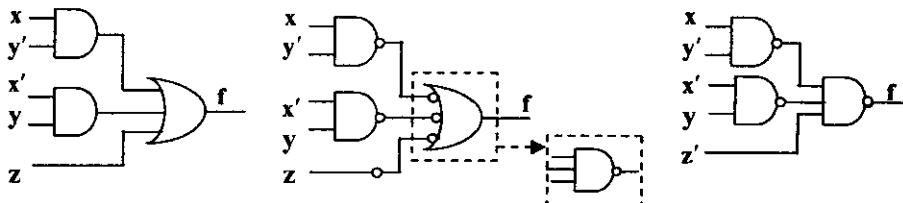
پویان
فصل



۱- تابع بولی زیر را با استفاده از گیت های NAND طراحی نمایید.

$$F = XY' + X'Y + Z$$

جواب: در شکل الگ نمودار تابع F بوسیله گیت های AND، OR رسم شده است. اگر در هر مسیر ۲ حباب اضافه کنیم (هر حباب به معنای یک گیت NOT است) ، تغییری در خروجی مدار حاصل نمی شود زیرا دو حباب پشت سر هم یکدیگر را ختنی می کنند. شکل (ب) نتیجه اضافه کردن ۲ حباب در هر مسیر است. می توانیم اولین حباب در مسیر z را حذف کرده و در عوض z را به Z' تبدیل کنیم بنابراین شکل (ج) که در آن فقط از گیت های NAND استفاده شده ، بدست خواهد آمد.



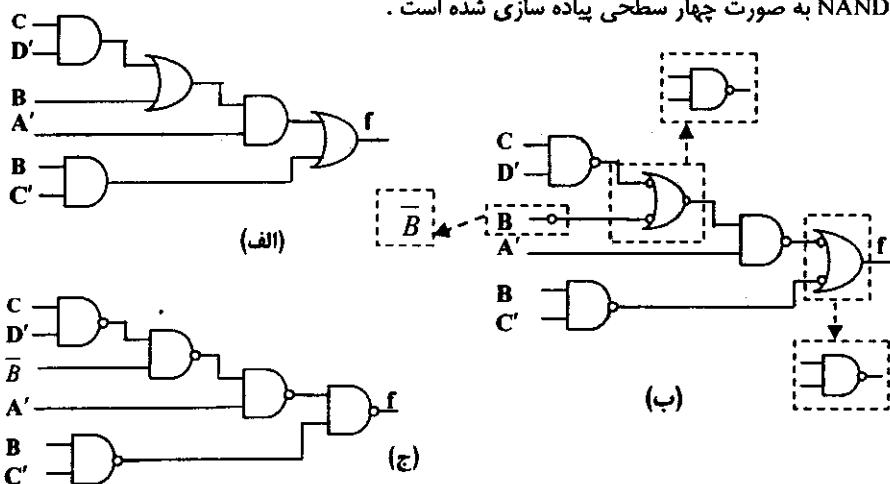
تذکر: طبق قضیه دمورگان اگر ورودی های گیت OR را متمم کنیم ، گیت NAND حاصل می شود زیرا: $(A' + B' + C') = \overline{(A \cdot B \cdot C)}$

۲- تابع بولی زیر را با استفاده از گیت های معمولی و گیت NAND پیاده سازی نمایید.

$$F = A'(CD' + B) + BC'$$

جواب: در شکل (الف) نمودار تابع F بوسیله گیت های معمولی (OR, AND) رسم شده است.

در شکل (ب) در مسیر های لازم دو حباب قرار گرفته و در شکل (ج) تابع f فقط بوسیله گیت های NAND به صورت چهار سطحی پیاده سازی شده است.

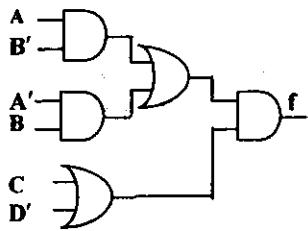


۳- تابع بولی زیر را با استفاده از گیت های NOR طراحی نمایید.

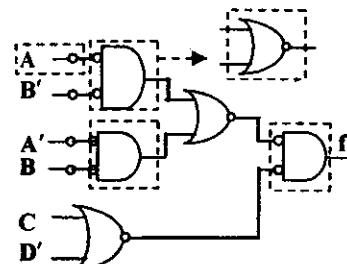
$$F = (AB' + A'B)(C + D')$$

جواب: در شکل (الف) تابع F بوسیله گیت های معمولی OR, AND رسم شده است. در شکل

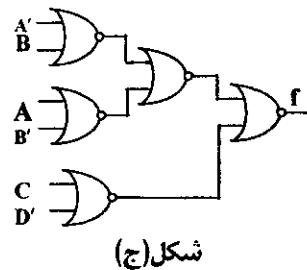
(ب) در هر مسیر لارم دو حباب اضافه شده است (هر حباب به منزله یک گیت NOT است) طبق قضیه دمورگان اگر ورودی های گیت AND را متمم کنیم، گیت NOR حاصل خواهد شد زیرا: $\overline{A \cdot B} = \overline{(A + B)}$. شکل (ج) درصفحه بعد از شکل (ب) بدست آمده است:



شکل (الف)



شکل (ب)

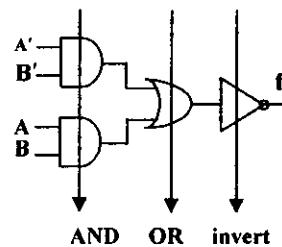
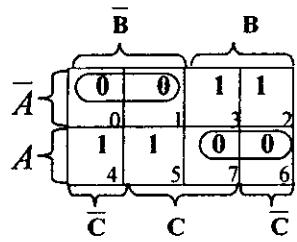


شکل(j)

۴- تابع زیر را با استفاده از مدار های AND - OR - Invert طراحی نمایید.

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

جواب : ابتدا جدول درستی تابع F را به نقشه کارنو منتقل کرده ، سپس در نقشه کارنو ۰ ها را دسته بندی نموده و F' را بدست می آوریم که $F' = A'B' + AB$ خواهد بود و لذا $F = (A'B' + AB)'$ می باشد که نمودار آن به صورت AND - OR - Invert در شکل زیر رسم شده است.

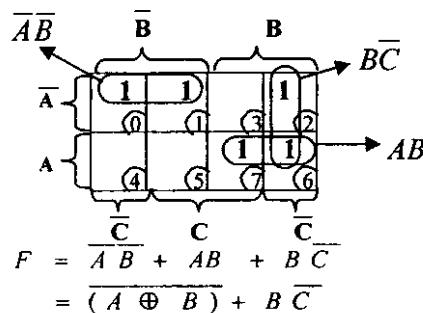


فصل ششم

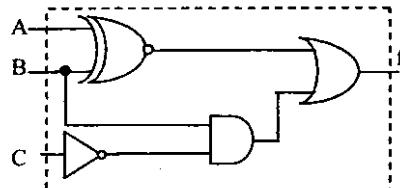
۱- یک مدار ترکیبی با سه ورودی و یک خروجی طراحی نمایید.

جواب: فرض کنید می خواهیم مداری طراحی کنیم که یک عدد دو دویی ۳ بیتی را دریافت کرده و اگر معادل دهدهی این عدد بزرگتر از ۵ یا کوچکتر از ۳ است خروجی مدار برابر ۱ و در غیر اینصورت خروجی ۰ باشد جدول درستی و نقشه کارنو این مدار به صورت زیر است (A سه بیت ورودی و F خروجی مدار است) :

	A	B	C	f
0 =	0	0	0	1
1 =	0	0	1	1
2 =	0	1	1	1
3 =	0	1	1	0
4 =	1	0	0	0
5 =	1	0	1	0
6 =	1	1	0	1
7 =	1	1	1	1



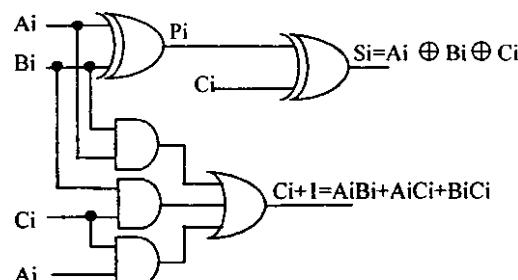
بنابراین نمودار مدار ترکیبی خواسته شده به صورت زیر می باشد :



۲- اگر تولید و انتشار نقلی را به صورت $G_i = A_i B_i$ ، $P_i = A_i + B_i$ داشته باشیم ، نشان دهید که نقلی خروجی و جمع خروجی یک جمع کننده کامل به صورت زیر خواهد بود :

$$C_{i+1} = (C'_i G'_i + P'_i)' , S_i = (P'_i G'_i) \oplus C_i$$

جواب: نمودار زیر یک جمع کننده کامل (FA) را نشان می دهد. این مدار ۳ بیت C_i ، B_i ، A_i را جمع کرده و حاصل را بوسیله دو بیت S_i ، C_{i+1} نشان می دهد.



اکنون با استفاده از روابط جبر بول نشان می دهیم که روابط داده شده در صورت مسأله صحیح اند :

$$C_{i+1} = (C'_i G'_i + P'_i)' \Leftrightarrow C_{i+1} = (C_i + G_i)P_i$$

با توجه به اینکه در صورت مسأله $G_i = A_i B_i$ ، $P_i = A_i + B_i$ فرض شده با جایگذاری این روابط در رابطه بالا داریم :

$$C_{i+1} = (C_i + G_i)P_i = (C_i + G_i)(A_i + B_i) = A_i C_i + A_i G_i + G_i B_i + B_i C_i \Leftrightarrow$$

$$C_{i+1} = A_i C_i + A_i (A_i B_i) + (A_i B_i) B_i + B_i C_i \xleftarrow{X \cdot X = X}$$

$$C_{i+1} = A_i C_i + A_i B_i + A_i B_i + B_i C_i \xleftarrow{X + X = X} C_{i+1} = A_i C_i + A_i B_i + B_i C_i$$

رابطه اخیر همان رابطه ای است که در نمودار FA برای C_{i+1} نوشته شده و صحیح می باشد لذا

رابطه اولیه $(C_{i+1} = (C'_i G'_i + P'_i)')$ نیز صحیح می باشد . به همین صورت برای اثبات دو میں

رابطه داریم :

$$S_i = (P_i G'_i) \oplus C_i \xleftarrow{P_i = A_i + B_i, G'_i = A_i \cdot B_i} S_i = [(A_i + B_i)(A'_i + B'_i)] \oplus C =$$

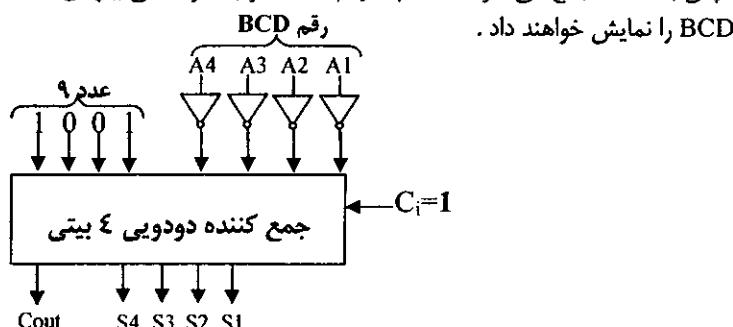
$$[A_i A'_i + A_i B'_i + A'_i B'_i + B_i B'_i] \oplus C \xleftarrow{X \cdot \bar{X} = 0} [0 + A_i B'_i + A'_i B_i + 0] \oplus C = A_i \oplus B_i \oplus C,$$

۳- یک مدار توکیبی طراحی کنید تا متمم ۹ یک رقم BCD را تولید نماید .

جواب : می دانیم که یک رقم BCD از ۴ بیت $(A_4 A_3 A_2 A_1)$ تشکیل شده است . برای بدست آوردن متمم ۹ هر رقم آنرا از ۹ کم می کنیم بنابراین داریم :

$$(متمم ۱ رقم BCD) = 9 + (1 + BCD) = (متمم ۲ رقم BCD) = 9 + (BCD - رقم BCD) = 9 - رقم BCD$$

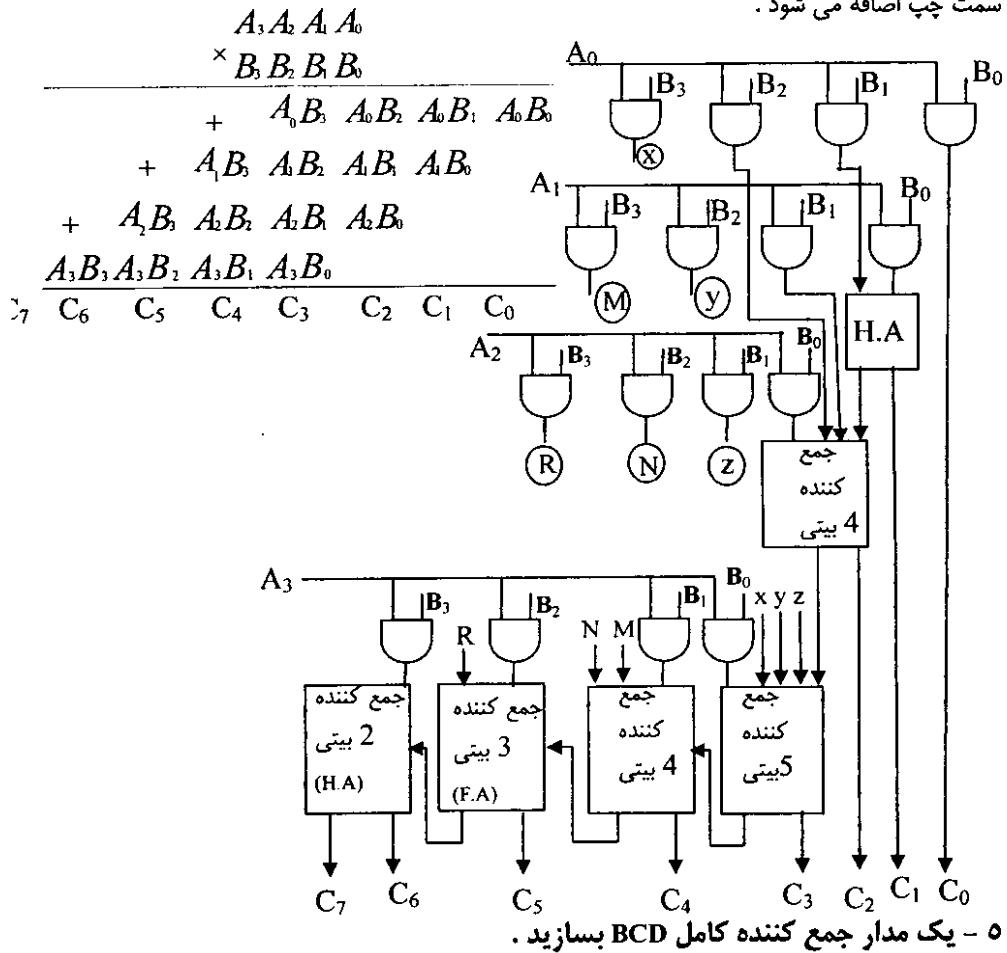
بنابراین مدار مورد نظر به صورت زیر خواهد . در این مدار بیتهاي رقم BCD بعد از گذر از گیت های NOT به قرم متمم ۱ تبدیل شده و پس از جمع شدن با $C_i=1$ به فرم متمم ۲ در می آید سپس با عدد ۹ جمع می شود تا متمم ۹ رقم BCD تولید شود یعنی بیتهاي S_4 تا S_1 متمم ۹ رقم BCD را نمایش خواهند داد .



۴- یک ضرب کننده دودویی برای ضرب دو عدد چهار بیتی طراحی نماید .

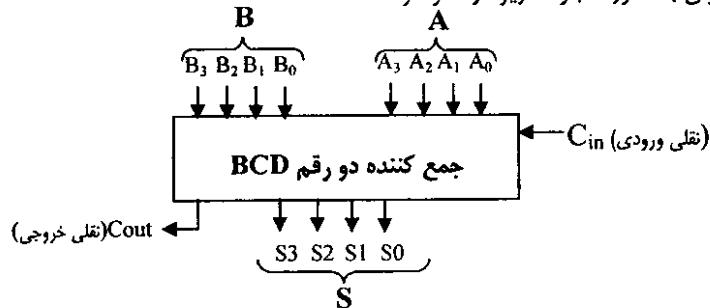
جواب : ابتدا دو عدد چهار بیتی $A_3 A_2 A_1 A_0$ و $B_3 B_2 B_1 B_0$ را به صورت دستی در هم ضرب می کنیم تا الگویی برای رسم مدار بدست آوریم سپس از روی آن نمودار را رسم می کنیم . دقت

کنید که اعداد هر ستون باید با هم جمع شوند و در صورت تولید رقم نقلی ، رقم نقلی به ستون سمت چپ اضافه می شود .

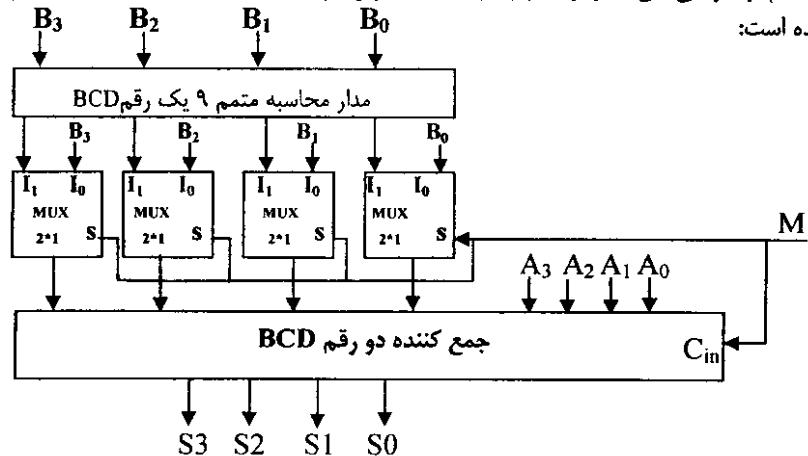


۵ - یک مدار جمع کننده کامل BCD بسازید .

جواب : در طول فصل ششم با طراحی مداری که دو رقم BCD را با هم جمع می کرد آشنا شدیم این مدار را می توان به صورت بلوک زیر در نظر گرفت :

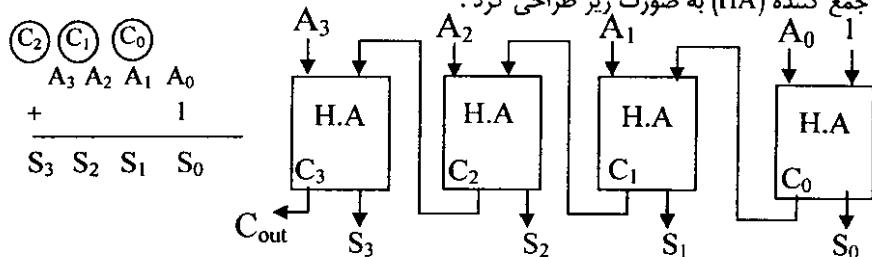


مدار فوق دو رقم A و به فرم BCD را به همراه رقم نقلی ورودی (در صورت وجود) جمع کرده و حاصل را نیز به فرم BCD نمایش می‌دهد. ضمناً ممکن است رقم نقلی خروجی (C_{out}) نیز تولید شود. اگرچه مداری بسازیم که بتواند $A+B$ و A را محاسبه کند (A+B به فرم BCD هستند) در طراحی این مدار از مدار رسم شده در سوال ۳ (محاسبه متمم ۹ یک رقم BCD) استفاده شده است:



اگر $M=0$ باشد آنگاه C_{in} نیز برابر ۰ بوده و لذا خروجی مالتی پلکسرها برابر $B_3 B_2 B_1 B_0$ است. بنابراین مدار جمع کننده عمل $S=A+B$ را انجام داده و $S=A+B$ خواهد بود. اما اگر $M=1$ باشد آنگاه C_{in} و کنیز برابر ۱ بوده و لذا خروجی مالتی پلکسرها برابر متمم ۹ عدد B است بنابراین خروجی مدار جمع کننده (S) برابر است با: $S = A + [((B - 9) + 1)] + C_{in} = A + [(B - 9) + 1] + C_{in} = A + [B - 9 + 1] = A - B$

۶ - یک مدار ترکیبی افزایش گر ۴ بیتی را با ۴ نیم جمع کننده طراحی نمایید.
جواب: مدار افزایش گر (incrementer) ۴ بیتی مداری است که عدد ۴ بیتی را از ورودی گرفته، آنرا با ۱ جمع می‌کند و حاصل را در خروجی نمایش می‌دهد. این مدار را می‌توان بوسیله ۴ نیم جمع کننده (HA) به صورت زیر طراحی کرد:



دقیق در صورتی که $A_3 A_2 A_1 A_0 = 1111 = 15$ باشد آنگاه با اضافه شدن یک واحد به آن به $10000 = 16$ تبدیل خواهد شد لذا $S_3 S_2 S_1 S_0 = 0000$ و $C_{out} = 1$ خواهد شد و در واقع سریز رخ داده است.

فصل هفتم



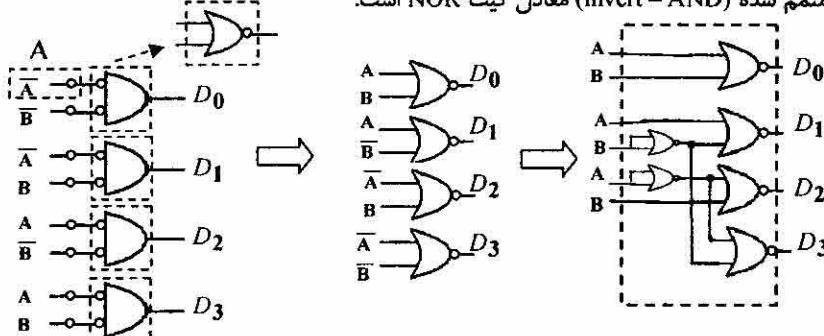
۱- نمودار منطقی یک دیکدر ۲ به ۴ را فقط با گیت های NOR طراحی نمائید.

جواب: جدول درستی دیکدر ۲ به ۴ به صورت زیر می باشد.

A	B	D0	D1	D2	D3
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

$$\Rightarrow \begin{aligned} D_0 &= \overline{A} \overline{B} \\ D_1 &= \overline{A} B \\ D_2 &= A \overline{B} \\ D_3 &= AB \end{aligned}$$

اکنون در هر مسیر ۲ حباب (گیت NOT) اضافه می کنیم توجه کنید که گیت AND با ورودی های متمم شده (invert-AND) معادل گیت NOR است.



$$(\overline{A + A}) = (\overline{A}) = \overline{A} \quad \text{معادل } \overline{A} \rightarrow \overline{\overline{A}} \quad \text{توجه کنید که}$$

۲- یک مدار ترکیبی با سهتابع بولی زیر تعریف شده است مدار را با دیکدر و گیت های بیرونی بسازید.

$$F_1 = x'y' + xy'z', \quad F_2 = x'yz' + x'y, \quad F_3 = x'y'z + xz$$

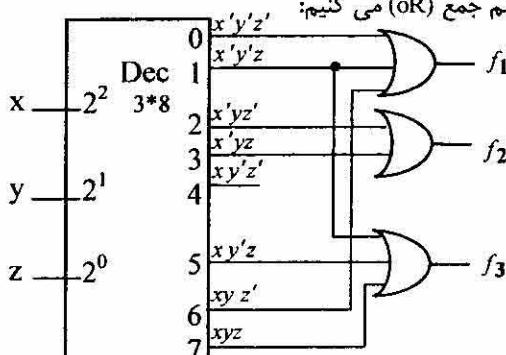
جواب: برای پیاده سازی توابع F_1 , F_2 , F_3 به وسیله دیکدر ابتدا آنها را به فرم جمع مینترمها تبدیل می کنیم.

$$f_1 = x'y' \cdot 1 + xy'z' = x'y'(z + z') + xy'z' = x'y'z + x'y'z' + xy'z' = \sum_{\substack{0 \ 0 \ 1 \\ 0 \ 0 \ 0 \\ 1 \ 1 \ 0}} (0, 1, 6)$$

$$f_2 = x'yz' + x'y(z + z') = x'yz' + x'yz + x'yz' = \sum_{\substack{0 \ 1 \ 0 \\ 0 \ 1 \ 1 \\ 0 \ 1 \ 0}} (2, 3)$$

$$f_3 = x'y'z + xz(y + y') = x'y'z + xyz + xy'z = \sum_{\substack{0 \ 0 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 0 \ 1}} (1, 5, 7)$$

اکنون به وسیله یک دیکدر همه مینترم های قابل تولید به وسیله ۳ متغیر x, y, z را تولید کرده و برای تولید هر تابع، مینترم های سازنده تابع را با هم جمع (oR) می کنیم:



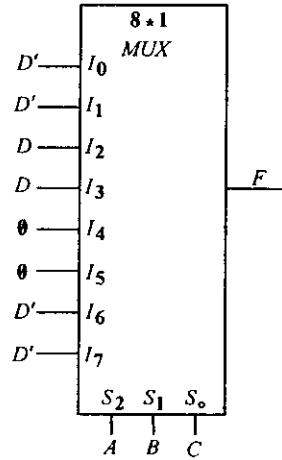
۳ - تابع بولی زیر را با استفاده از یک مولتی پلکسرو پیاده سازی کنید .

$$F(A, B, C, D) = \sum (0, 2, 5, 7, 12, 14)$$

جواب : ابتدا جدول درستی تابع F را تشکیل می دهیم . سپس هر دو سطر متواالی را به عنوان یک دسته در نظر گرفته و در هر دسته رابطه F با D را معلوم می کنیم . F می تواند برابر D باشد . همچنین F می تواند رابطه ای با D نداشته باشد یعنی F برابر مقدار ثابت ۰ یا 1 باشد . به عنوان مثال در دو سطر اول $F=D'$ است زیرا مقادیر F و D معکوس یکدیگرند . سه متغیر اول (A, B, C) را به خطوط انتخاب مولتی پلکسرو متصل می کنیم (A به S_2 ، B به S_1 و C به S_0 باید متصل شوند) . دو سطر اول

	A	B	C	D	F	
m_0	0	0	0	0	1	$F = D$
m_1	0	0	0	1	0	
m_2	0	0	1	0	1	$F = D'$
m_3	0	0	1	1	0	
m_4	0	1	0	0	0	$F = D$
m_5	0	1	0	1	1	
m_6	0	1	1	0	0	$F = D$
m_7	0	1	1	1	1	
m_8	1	0	0	0	0	$F = 0$
m_9	1	0	0	1	0	
m_{10}	1	0	1	0	0	$F = 0$
m_{11}	1	0	1	1	0	
m_{12}	1	1	0	0	1	$F = D'$
m_{13}	1	1	0	1	0	
m_{14}	1	1	1	0	1	$F = D'$
m_{15}	1	1	1	1	0	

متناظر با خط I_0 از مولتی پلکسرو هستند زیرا در این دو سطر $ABC = S_2S_1S_0 = 000$ می باشد به همین ترتیب دو سطر بعدی متناظر با I_1 هستند و ... بنابراین خط I_0 را به D' متصل می کنیم زیرا در دو سطر اول $F=D'$ است . بقیه خطوط نیز به همین ترتیب متصل می شوند .



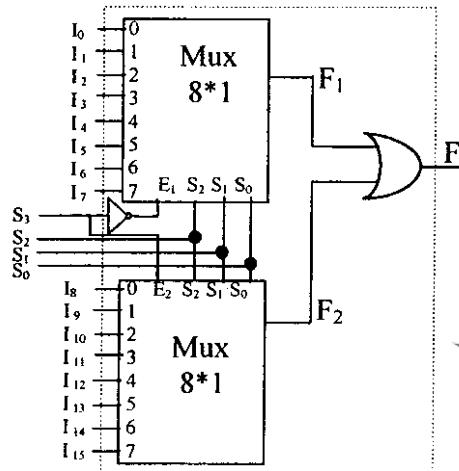
۴ - یک مولتی پلکسرو 16×1 را با دو مولتی پلکسرو 8×1 پیاده سازی نمایید .

جواب : همانطور که در شکل نشان داده شده است مولتی پلکسرو اول خطوط I_0 تا I_7 و مولتی پلکسرو دوم خطوط I_8 تا I_{15} را تولید می کنند هنگامی که خطوط انتخاب دارای مقدار $S_3S_2S_1S_0 = 0111$ باشند مولتی پلکسرو بالایی فعال و مولتی پلکسرو پایینی غیر فعال است زیرا در این ۸ حالت $S_3 = 0$ بوده و لذا خط E_1 (فعال ساز) برای مولتی پلکسرو بالایی دارای مقدار ۱ و برای مولتی پلکسرو پایینی ، E_2 دارای مقدار ۰ است . در این حالت اگر مولتی پلکسرو پایینی با استفاده از گیتهای AND و OR پیاده سازی شده باشد

خروجی این مولتی پلکسر برابر ۰ و در نتیجه $F = F_1 + 0 = F_1$ خواهد بود . به عنوان مثال اگر $S_3S_2S_1S_0 = 0101$ باشد فقط مولتی پلکسر بالایی فعال است و چون $5 = S_2S_1S_0$ می باشد خط I_5 به عنوان خروجی F_1 انتخاب می شود . با توجه به اینکه مولتی پلکسر پایینی خاموش بوده و خروجی آن ۰ است داریم : $F = F_1 + F_2 = F_1 + 0 = I_5 + 0 = I_5$. به همین صورت اگر مقادیر خطوط انتخاب از 1000 تا 1111 باشند مولتی پلکسر بالایی غیر فعال و مولتی پلکسر پایینی فعال خواهد بود بنابراین خطوط I_8 تا I_{15} می توانند به عنوان خروجی F انتخاب شوند به عنوان مثال اگر $S_3S_2S_1S_0 = 1101$ باشد فقط مولتی پلکسر پایینی فعال است زیرا خط فعال ساز آن (E_2) برابر ۱ می شود لذا خروجی مولتی پلکسر بالایی $F_1 = 0$ می باشد . ضمناً چون $S_2S_1S_0 = 101$ است خط شماره ۵ از مولتی پلکسر پایینی (یعنی I_{13}) به عنوان خروجی انتخاب می شود ($F_2 = I_{13}$) و لذا داریم :

$$F = F_1 + F_2 = 0 + I_{13} = I_{13}$$

تذکر مهم : اگر هر دو مولتی پلکسر 8×1 با استفاده از بافرهای ۳ حالت پیاده سازی شده باشند یعنی هنگامی که خط فعال ساز آنها مقدار ۰ دارد خروجی آنها امپرانس بالا (مدار باز) باشد احتیاجی به گیت oR نیست و می توان F_1 و F_2 را مستقیماً به هم وصل کرد و نقطه اتصال را نامید . F



۵ - جدول درستی یک انکدر اولویت هشت هشتی به دودو بی را معین کنید .

D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	x	y	z	v
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	X	X	X	۰
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱
X	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱
X	X	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۱
X	X	X	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱
X	X	X	X	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱
X	X	X	X	X	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۱
X	X	X	X	X	X	۱	۰	۱	۱	۰	۱
X	X	X	X	X	X	X	۱	۱	۱	۱	۱

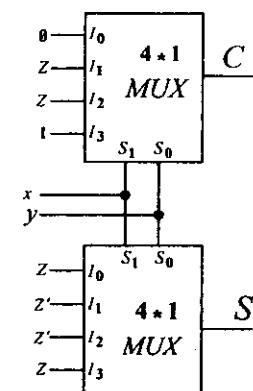


در جدول فوق اولویت ورودی‌ها بیشتر است و به طور کلی ترتیب اولویت‌ها به صورت $D_0 < D_1 < D_2 < D_3 < D_4 < D_5 < D_6 < D_7$ می‌باشد بنابراین مثلاً در خط آخر که $D_7 = 1$ است مقدار بقیه ورودی‌ها اهمیت نداشته و خروجی برابر $x = y = z = 111$ خواهد بود. بیت v (بیت اعتبار) هنگامی که هیچ یک از ورودی‌ها فعال نباشد (هیچگدام از D ‌ها برابر 1 نباشد) برابر 0 خواهد بود و لذا در لحظه‌ای که $v = 0$ است مقدار خروجی‌ها (x, y, z) نا معتبر بوده و نباید استفاده شوند.

۶ - یک جمع کننده کامل را با دو مولتی پلکسرا ۴ * ۱ پیاده سازی نمایید.

جواب : ابتدا جدول درستی جمع کننده کامل را تشکیل داده هر دو سطر مجاور را به عنوان یک دسته در نظر می‌گیریم سپس مانند سوال ۳ در هر دسته رابطه C و S را با آخرین متغیر (Z) مشخص می‌کنیم. متغیرهای x و y را به ترتیب به S_1 و S_0 متصل می‌کنیم. در دسته اول که $x = y = S_1 S_0 = 00$ است، $C = 0$ و $S = Z$. بنابراین خط I_0 از مولتی پلکسرا بالایی (که تابع C را پیاده سازی می‌کند) را به 0 و خط I_0 از مولتی پلکسرا پایینی (که تابع S را پیاده سازی می‌کند) را به Z متصل می‌کنیم (دقت کنید که در هر دو مولتی پلکسرا هنگامی که $S_1 S_0 = 00$ باشد خط I_0 به عنوان خروجی انتخاب می‌شود. اثر بقیه دسته‌ها نیز به همین صورت روی هر دو مولتی پلکسرا اعمال شده است).

	x	y	Z	C	S
I_0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	1
I_1	0	1	0	0	1
	0	1	1	1	0
I_2	1	0	0	0	1
	1	0	1	1	0
I_3	1	1	0	1	0
	1	1	1	1	1

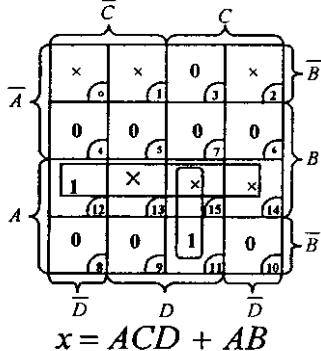


۷- یک دیکدر افزونی ۳ ته دودویی را با استفاده از ترکیبات به کار نرفته بی اهمیت طراحی نمایید.

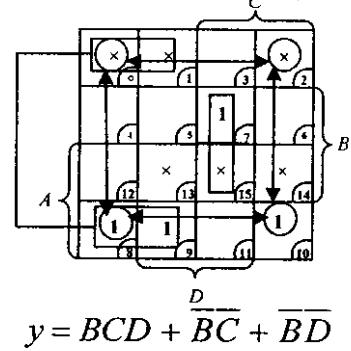
جواب: برای طراحی یک دیکدر افزونی ۳ به دودویی ابتدا جدول درستی آن را تشکیل می‌دهیم به ازای ترکیبات به کار نرفته ورودی مقدار خروجی بی اهمیت است زیرا فرض بر این است که ترکیبات به کار نرفته هرگز در ورودی به کار برده نمی‌شوند. این ترکیبات در هنگام دسته بندی ۱ های جدول کار نو می‌توانند به ایجاد دسته‌های بزرگتر کمک کنند. پس از انتقال جدول درستی به ۴ جدول کار نو و بدست آوردن فرم ساده شده تابع w, y, z, x ، نمودار این تابع را رسم می‌کنیم:

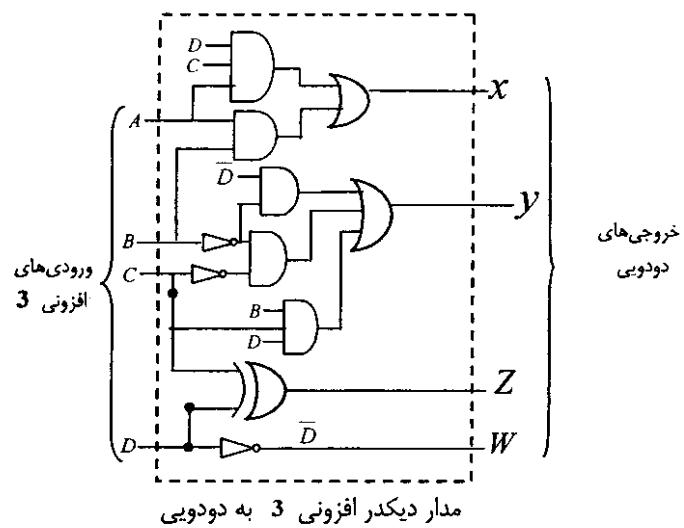
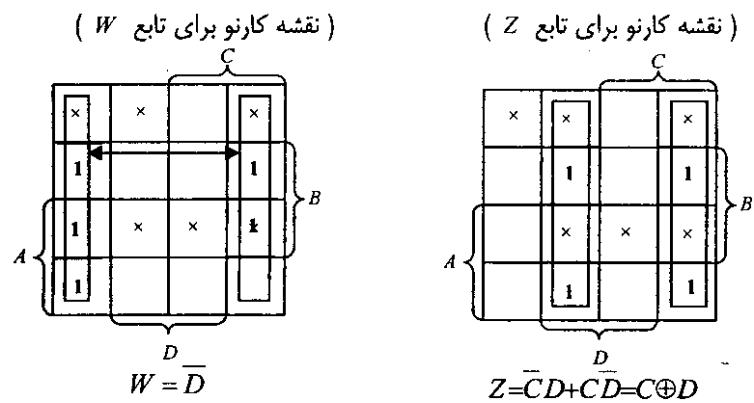
ترکیبات	ورودی افزونی ۳				شماره مریع متناظر	خروجی دودویی				رقم دهدہی متناظر
	A	B	C	D		x	y	z	w	
ترکیبات	0	0	0	0	0	X	X	X	X	
به کار	0	0	0	1	1	X	X	X	X	
نرفته	0	0	1	0	2	X	X	X	X	
	0	0	1	1	3	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	4	0	0	0	1	1
	0	1	0	1	5	0	0	1	0	2
	0	1	1	0	6	0	0	1	1	3
	0	1	1	1	7	0	1	0	0	4
	1	0	0	0	8	0	1	0	1	5
	1	0	0	1	9	0	1	1	0	6
	1	0	1	0	10	0	1	1	1	7
	1	0	1	1	11	1	0	0	0	8
	1	1	0	0	12	1	0	0	1	9
ترکیبات	1	1	0	1	13	X	X	X	X	
به کار	1	1	1	0	14	X	X	X	X	
نرفته	1	1	1	1	15	X	X	X	X	

(نقشه کار نو برای تابع x)



(نقشه کار نو برای تابع y)





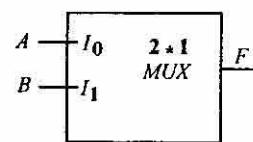
فصل ششم

۱- با استفاده از فلیپ فلاپ D و یک مولتی پلکسر و یک وارونگر، یک فلیپ فلاپ jk بسازید.

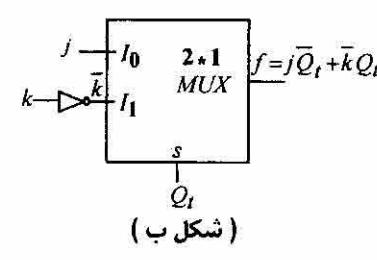
جواب: می دانیم که معادله مشخصه فلیپ فلاپ D به صورت $Q_{t+1} = D$ و معادله مشخصه فلیپ فلاپ jk به صورت $Q_{t+1} = j\bar{Q}_t + kQ_t$ می باشد. درشکل (الف) یک مولتی پلکسر 2×1 به همراه جدول درستی آن رسم شده است.تابع خروجی این مولتی پلکسر به صورت $F = A\bar{S} + BS$ می باشد. بنابراین تابع خروجی مولتی پلکسر شکل (ب) به صورت $F = j\bar{Q}_t + kQ_t$ خواهد بود در شکل (ج) ورودی فلیپ فلاپ D تابع $F = j\bar{Q}_t + kQ_t$ می باشد و می دانیم که فلیپ فلاپ D فقط ورودی را به خروجی منتقل می کند (در لبه های مثبت یا منفی) بنابراین خروجی این فلیپ فلاپ به صورت $Q_{t+1} = j\bar{Q}_t + kQ_t$ خواهد بود که همان معادله مشخصه فلیپ فلاپ jk است.

s	f
0	A
1	B

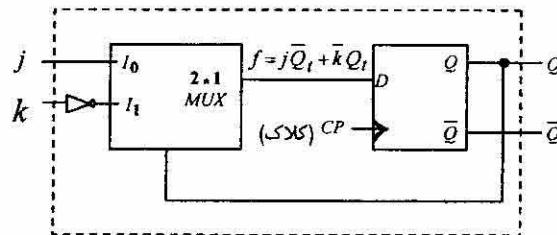
\downarrow



(شکل الف)



(شکل ب)



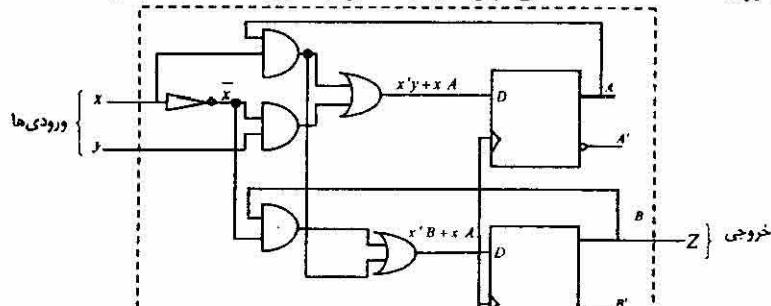
مدار معادل با فلیپ فلاپ jk (شکل ج)

۲- یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاپ D و معادلات زیر مشخص شده است که در آن A,B فلیپ فلاپ ها، x,y,z ورودی ها و x'z خروجی می باشد:

$$A(t+1) = X'y + XA, B(t+1) = X'B + XA, Z = B$$

نمودار منطقی و نمودار حالت مرتبط را رسم کرده و جدول حالت را برای مدار ترتیبی لیست کنید.

جواب: از روی معادلات داده شده می توان نمودار منطقی و جدول حالت را رسم کرد:



(نمودار مدار ترتیبی)

حالات فعلی		ورودی‌ها		حالات بعدی		خروجی
A	B	x	y	$A_{(t+1)}$	$B_{(t+1)}$	Z
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

(جدول حالت)

چون این مدار دارای 2 فلیپ فلاپ (A,B) و 2 ورودی (x,y) است لذا جدول حالت دارای 16 ردیف است ($2^{2+2} = 2^4 = 16$). مقادیر ستونهای $A_{(t+1)}$ ، $B_{(t+1)}$ و Z از روی معادلات داده شده بدست آمده اند. به عنوان مثال در سطر اول داریم:

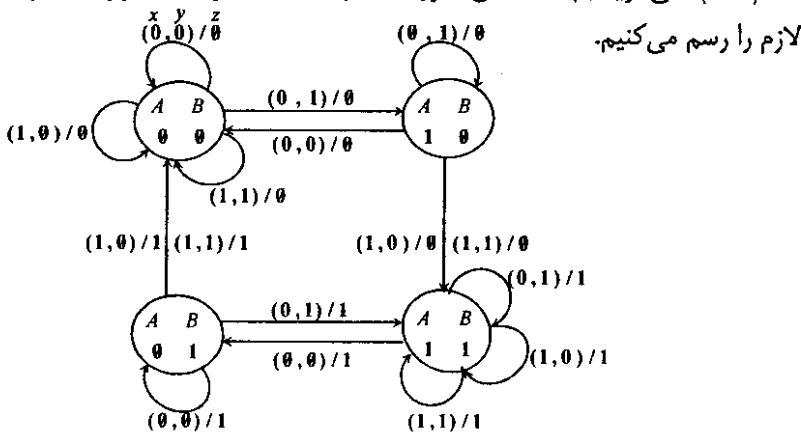
$$ABXY = 0000 \Rightarrow \begin{cases} A_{(t+1)} = XY + XA = 1.0 + 0.0 = 0 \\ B_{(t+1)} = X'B + XA = 1.0 + 00 = 0 \\ Z = B = 0 \end{cases}$$

همچنین در سطر هفتم داریم:

$$ABXY = 0110 \Rightarrow \begin{cases} A_{(t+1)} = X'y + XA = 0.0 + 1.0 = 0 \\ B_{(t+1)} = X'B + XA = 0.1 + 1.0 = 0 \\ Z = B = 1 \end{cases}$$

در بقیه سطرا نیز مقادیر Z ، $B_{(t+1)}$ ، $A_{(t+1)}$ ، B به همین صورت بدست می‌آیند. اکنون نمودار حالت را از روی جدول حالت بدست می‌آوریم: چون 2 فلیپ فلاپ (A,B) داریم لذا نمودار حالت دارای 4 حالت خواهد بود ($2^2 = 4$) که آنها را بوسیله 4 دایره نشان می‌دهیم. به عنوان مثال در

سطر دوم جدول حالت $Z=0$ و $XY=01$ ، $A_{(t+1)}B_{(t+1)}=10$ ، $AB=00$ است یعنی هنگامی که فلیپ فلاپها در حالت $AB=00$ هستند و ورودی های مدار $XY=01$ و خروجی $Z=0$ است در کلاک پالس بعدی فلیپ فلاپها به حالت $AB=10$ خواهد رفت بنابراین به ازای سطر دوم جدول در نمودار حالت یک خط جهت دار از حالت $AB=00$ به حالت $AB=10$ کشیده ورودی آن $X / 0$ و $Y / 0$ ($0,1$) می نویسیم. به همین صورت به ازای بقیه سطرهای جدول در نمودار حالت خطوط لازم را رسم می کنیم.



۳ - یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاپ از نوع D و یک ورودی X طراحی کنید. شرایط زیر باید در طراحی در نظر گرفته شود:
وقتی $X = 0$ است، حالت مدار بدون تغییر باقی می ماند.
وقتی $X = 1$ است، مدار وارد حالات $00, 01, 11, 10$ و بازگشت به 00 شده و کار تکرار شود.

جواب : ابتدا جدول حالت مدار را با استفاده از اطلاعات داده شده ، تشکیل می دهیم . چون مدار دو فلیپ فلاپ و یک ورودی دارد دارای ۸ سطر است ($2^3 = 8 = 2^{t+1}$). در هر سطری که $X = 0$ است ، $A_t = A_{(t+1)}$ و $B_t = B_{(t+1)}$ خواهد بود یعنی فلیپ فلاپها در همان حالت قبلی باقی می مانند . در سطرهایی که $X = 1$ است اگر $A_t, B_t = 00$ باشد $A_{t+1}B_{t+1}=01$ خواهد بود اگر $A_t, B_t = 01$ باشد ، $A_{t+1}B_{t+1}=10$ و اگر $A_t, B_t = 10$ باشد ، $A_{t+1}B_{t+1}=11$ خواهد بود.

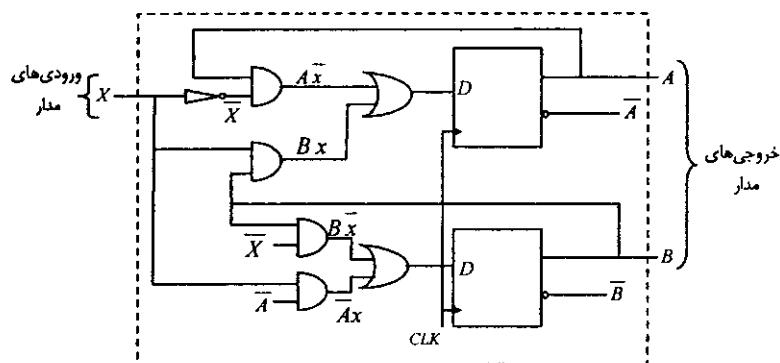
	حالت فعلی			ورودی	A_{t+1}	B_{t+1}
	$A = A_t$	$B = B_t$	X			
m_0	0	0	0		0	0
m_1	0	0	1		0	1
m_2	0	1	0		0	1
m_3	0	1	1		1	1
m_4	1	0	0		1	0
m_5	1	0	1		0	0
m_6	1	1	0		1	1
m_7	1	1	1		1	0

اکنون بوسیله نقشه های کارنو معادله های حالت A_{t+1} و B_{t+1} را بر حسب X, B, A بدست می آوریم :

$$A_{t+1} = Bx + Ax\bar{x} \quad (رابطه 2)$$

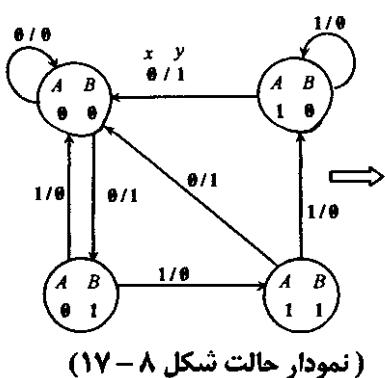
$$B_{t+1} = \bar{Ax} + B\bar{x} \quad (رابطه 1)$$

معادله مشخصه فلیپ فلاپ D به صورت $A_{t+1}=D$ است که در آن مقدار ورودی فلیپ فلاپ می باشد لذا در فلیپ فلاپ نوع D معادله حالت $(A)_{(t+1)}$ برابر معادله ورودی فلیپ فلاپ است . بنابراین برای رسم نمودار مدار ، بدست آمدن معادلات حالت (روابط 2,1) کافی است :



۴ - مدار ترتیبی نمودار حالت شکل ۱۷-۸ را با استفاده از فلیپ فلاپ T طراحی کنید.

جواب : نمودار حالت شکل ۱۷-۸ به صورت زیر است . مدار ترتیبی مربوطه دارای ورودی X و خروجی Y است . ضمناً در این مدار فلیپ فلاپ های A,B از نوع T وجود دارد . ابتدا از روی نمودار حالت ، جدول حالت را بدست می آوریم :



ورودی A(A _t)	ورودی B(B _t)	X	حالات فعلی A _{t+1}	B _{t+1}	y	خروجی T _A	ورودیهای FF	T _B
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0	1

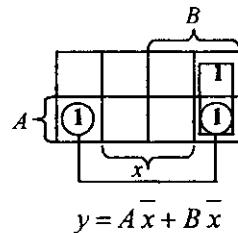
(جدول حالت)

ورودی فلیپ فلاپ A و ورودی فلیپ فلاپ B است. در سطر اول جدول، حالت فعلی،
حالات AB = 00 و ورودی مدار x = 0 است با توجه به نمودار حالت در چنین شرایطی خروجی
y = 0 بوده و حالت بعدی نیز حالت 0 خواهد بود. یعنی حالت (خروجی) فلیپ فلاپها نباید
تغییر کند لذا طبق جدول مشخصه فلیپ نوع T، باید T_A = 0 و T_B = 0 باشد . به همین ترتیب
در سطر دوم، حالت فعلی، حالت AB = 00 و ورودی مدار x = 1 است لذا با توجه به نمودار
حالات، خروجی y = 0 بوده و به حالت AB = 01 خواهیم رفت (حالت بعدی AB = 01 است)
بنابراین A_{t+1} = 0 خواهد شد حالی که A_t = 0 است لذا فلیپ فلاپ A بدون تغییر باقی می ماند به
عبارت دیگر باید T_A = 0 باشد. B باید تغییر وضعیت دهد زیرا B_t = 0 و B_{t+1} = 1 است بنابراین
در سطر دوم T_B = 1 می باشد. بقیه سطرها نیز به همین صورت کامل می شوند. اکنون بوسیله
جدول حالت، T_B و T_A و y را بر حسب ورودی و حالت فعلی (A,B,x) بدست می آوریم.
برای ساده کردن T_A و T_B از نقشه کارنو استفاده می کنیم :

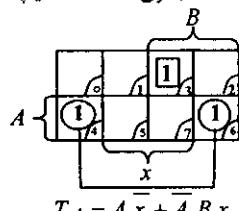


T (ورودی فلیپ فلاب)	Q_{t+1} (حالت بعدی)
0	Q_t (حالت فعلی)
1	Q'_t

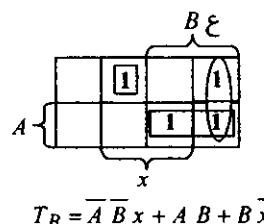
جدول مشخصه فلیپ فلاب نوع T



$$y = A \bar{x} + B \bar{x}$$

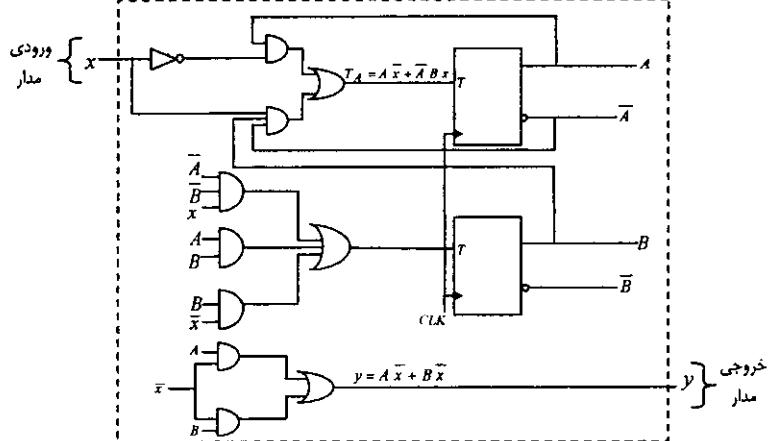


$$T_A = A \bar{x} + \bar{A} B x$$



$$T_B = \bar{A} \bar{B} x + A B + B \bar{x}$$

اکنون به کمک روابط بدست آمده برای y ، T_A و T_B ، نمودار مدار را رسم می‌کنیم :



5 - یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاب jk و دو ورودی E و x طراحی نمایید که شرایط ذیل را داشته باشد :

اگر $E=0$ باشد، مدار بدون توجه به x در حالت فعلی خود می‌ماند.

اگر $E=1$ و $x=1$ باشد مدار وارد حالات 00، 01، 10 و 11 و بازگشت به 00 شده و کار را تکرار کند.

اگر $E=1$ و $x=0$ باشد مدار وارد حالات 00، 11، 01 و 10 شده و به حالت 00 رفته و عمل را تکرار نماید.

جواب : ابتدا بوسیله اطلاعات داده شده جدول حالت مدار را تشکیل می‌دهیم. J_A و K_A ورودی‌های فلیپ فلاب A و J_B و K_B ، ورودی‌های فلیپ فلاب B هستند. دریک فلیپ فلاب JK اگر $Q_i = 0$ باشد و بخواهیم که Q_{i+1} نیز برابر باشد می‌توانیم $J=0$ و $K=0$ کنیم تا فلاب فلیپ بدون تغییر بماند یا می‌توانیم $J=0$ و $K=1$ کنیم تا خروجی حالت بعدی (Q_{i+1}) برابر ۰ شود بنابراین به J حتماً باید مقدار ۰ بدهیم در حالی که K می‌تواند ۰ یا ۱ باشد به عبارت دیگر مقدار K بسی اهمیت (don't – care) است. مطالب گفته شده سطر اول جدول تحریک فلیپ فلاب JK را تشکیل می‌دهند بقیه سطرهای آن نیز به همین صورت پر می‌شوند دقیقاً که جدول تحریک با استفاده از جدول مشخصه بدست آمده است در کامل کردن جدول حالت مدار از جدول تحریک کمک می‌گیریم به عنوان مثال در سطر آخر جدول حالت مدار، حالت فعلی $A=1, B=1$ و حالت بعدی $Q_{i+1}=0$ و $B_{i+1}=0$ است بنابراین در هر دو فلیپ فلاب می‌خواهیم خروجی فعلی ۱ و خروجی بعدی ۰ باشد برای این منظور با توجه به سطر سوم جدول تحریک ($0 \rightarrow 0$) باید $J=1, K=1$ باشد ($J_A = J_B = x, K_A = K_B = 1$) بقیه سطرهای جدول حالت نیز به همین صورت کامل می‌شوند.

$Q_i \rightarrow Q_{i+1}$	J	K	حالت بعدی	حالت فعلی
$0 \rightarrow 0$	0 0	0 1	0 x	0 1
$0 \rightarrow 1$	1 1	1 0	1 x	0 1
$1 \rightarrow 0$	1 0	1 1	x 1	1 0
$1 \rightarrow 1$	0 1	0 0	x 0	1 1

(جدول تحریک فلیپ فلاب JK)

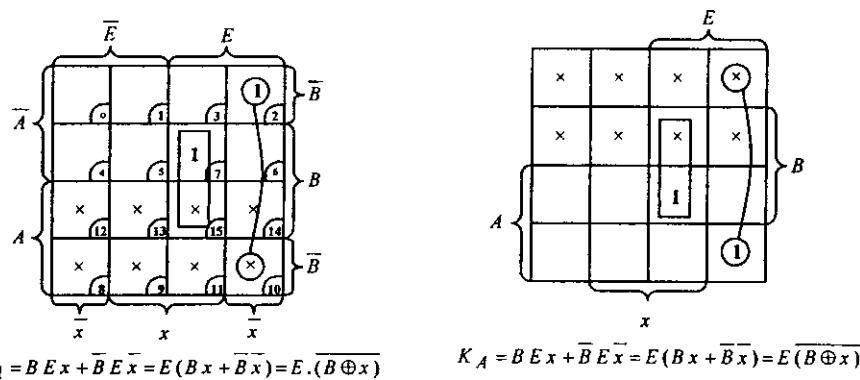
J	K	$Q_{(i+1)}$
0	0	Q_i
0	1	0
1	0	1
1	1	Q'_i

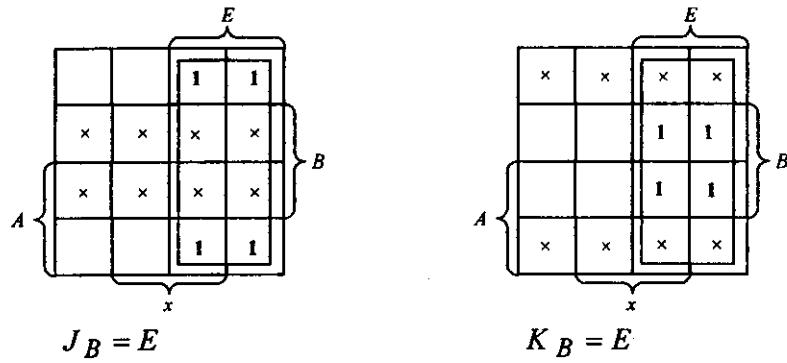
(جدول مشخصه فلیپ فلاب JK)

	حالت فعلی		وروودی‌ها		حالت بعدی		A		وروودی‌های قلیب فلاپ B		وروودی‌های قلیب فلاپ	
	A	B	E	x	A _{t+1}	B _{t+1}	J _A	K _A	J _B	K _B	J _A	K _B
<i>m</i> ₀	0	0	0	0	0	0	0	x	0	x	0	x
<i>m</i> ₁	0	0	0	1	0	0	0	x	0	x	0	x
<i>m</i> ₂	0	0	1	0	1	1	1	x	1	x		
<i>m</i> ₃	0	0	1	1	0	1	0	x	1	x		
<i>m</i> ₄	0	1	0	0	0	1	0	x	x	0		
<i>m</i> ₅	0	1	0	1	0	1	0	x	x	0		
<i>m</i> ₆	0	1	1	0	0	0	0	x	x	1		
<i>m</i> ₇	0	1	1	1	1	0	1	x	x	1		
<i>m</i> ₈	1	0	0	0	1	0	x	0	0	x		
<i>m</i> ₉	1	0	0	1	1	0	x	0	0	x		
<i>m</i> ₁₀	1	0	1	0	0	1	x	1	1	x		
<i>m</i> ₁₁	1	0	1	1	1	1	x	0	1	x		
<i>m</i> ₁₂	1	1	0	0	1	1	x	0	x	0		
<i>m</i> ₁₃	1	1	0	1	1	1	x	0	x	0		
<i>m</i> ₁₄	1	1	1	0	1	0	x	0	x	1		
<i>m</i> ₁₅	1	1	1	1	0	0	x	1	x	1		

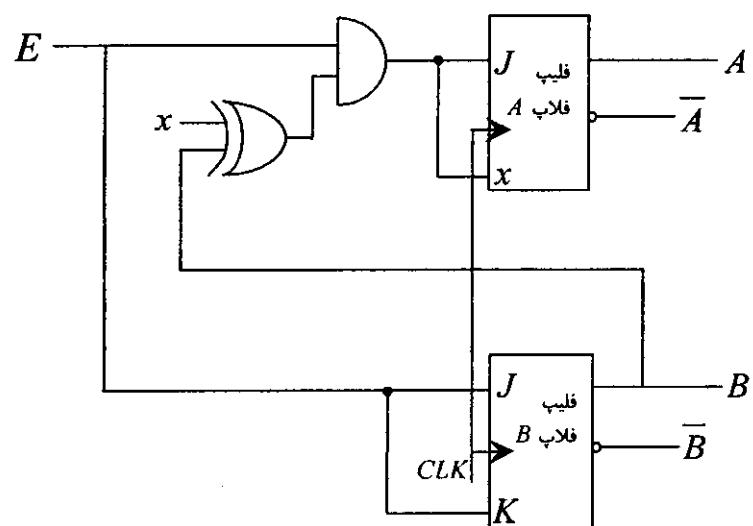
(جدول حالت مدار)

اکنون به وسیله جدول حالت بدست آمده، J_A ، K_A ، J_B و K_B را بر حسب A, B, E, x بدست می‌آوریم برای ساده کردن این توابع از نقشه کارنو چهار متغیره استفاده می‌کنیم ضمناً از مقادیر بی‌همیت (x) برای ایجاد دسته‌های بزرگتر و در نتیجه ساده‌تر شدن توابع کمک می‌گیریم:





بنابراین $J_B = K_B = E$ ، $J_A = K_A = E \cdot (\overline{B} \oplus x)$ می باشد و نمودار مدار ترتیبی خواسته شده به صورت زیر است :



فصل نهم

۱ - محتوای یک ثبات ۴ بیتی در آغاز 1101 است . ثبات شش بار با ورودی سریال 101101 به راست جابجا می شود . محتوای ثبات پس از هر جابجایی چیست ؟

جواب : در اولین جابجایی به راست (شیفت به راست) ابتدا بیت سمت راست ثبات (که محتوی ۱ است) از ثبات خارج شده و سه بیت دیگر هر کدام به بیت سمت راست خود منتقل می شوند سپس اولین رقم از ورودی سریال (که ۱ می باشد) به بیت سمت چپ ثبات وارد می شود بنابراین پس از اولین شیفت به راست محتوای ثبات برابر 1110 خواهد شد . به همین صورت پس از دومین شیفت به راست محتوای ثبات برابر 0111 ، پس از سومین شیفت به راست محتوای ثبات برابر 1011 ، پس از چهارمین شیفت به راست محتوای ثبات برابر 1101 ، پس از پنجمین شیفت به راست محتوای ثبات برابر 0110 و پس از ششمین شیفت به راست محتوای ثبات برابر 1011 خواهد شد .

۲- یک شیفت رجیستر ۴ بیتی با بار شدن موازی را با استفاده از فلیپ فلاپ D و دو ورودی load , shift بگونه ای طراحی نمایید که شرایط زیر را داشته باشد :

وقتی $shift = 1$ است محتوای ثبات یک مکان جابجا می شود .

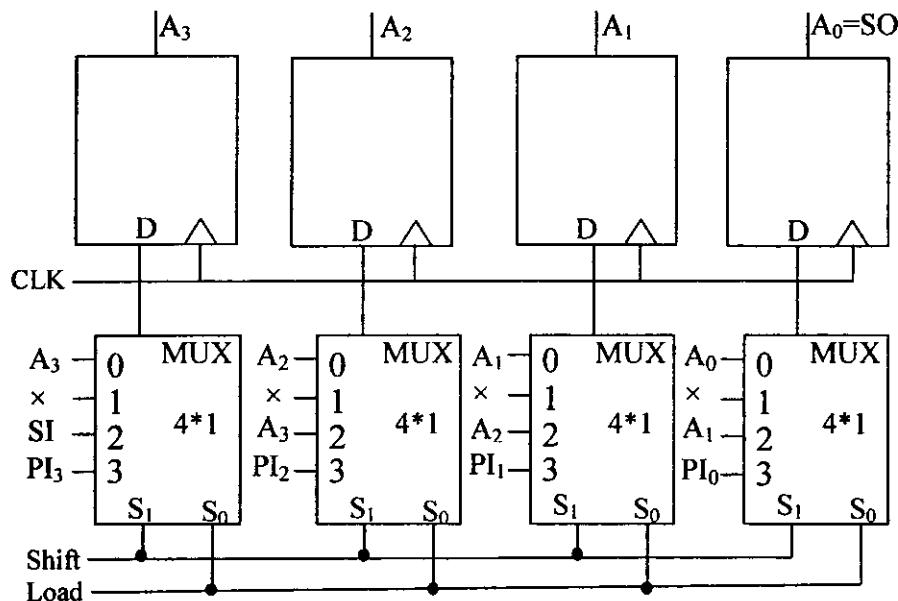
وقتی $shift = 1$ ، $load = 1$ داده جدید وارد شیفت رجیستر می گردد .

اگر هر دو ورودی کنترل برابر ۰ باشند ، محتوای ثبات تغییر نمی کند .

جواب : مدار شیفت رجیستر خواسته شده به همراه جدول درستی آن در صفحه بعد رسم شده است . در ردیف دوم درستی عملکرد مدار بی اهمیت (dont – care) است زیرا صورت سوال عملکرد مدار را در این حالت تعیین نکرد و فرض بر این است که این حالت ($shift=0$ $load=1$) هرگز رخ نمی دهد .

ورودی سریال (serial Input) و خروجی سریال (serial output) (SI) (SO) می باشند ضمناً مجموعه خروجی های موازی را تشکیل می دهند .

Shift	Load	عملکرد شیفت رجیستر
0	0	محتوای ثبات تغییر نمی کند
0	1	x
1	0	شیفت به راست
1	1	ورود داده جدید به صورت موازی



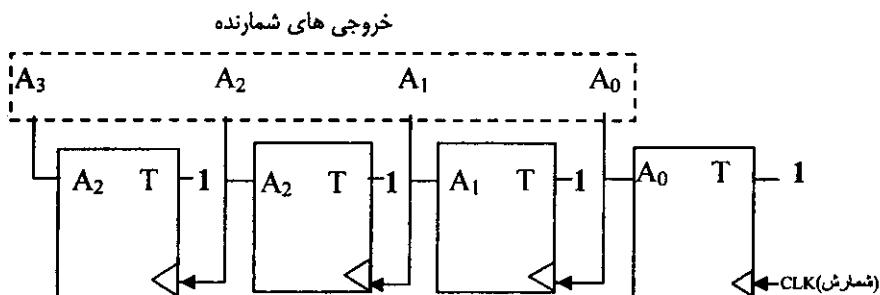
هنگامی که $shift = load = 0$ است در مولتی پلکسر سمت چپ ، A_3 به عنوان خروجی انتخاب شده و به ورودی فلیپ فلاپ متناظر ش منقل می شود لذا در این حالت محتوای این فلیپ فلاپ بدون تغییر باقی می ماند . بقیه فلیپ فلاپ ها نیز به همین صورت محتوای خود را حفظ کرده و بنا بر این در حالت $shift = load = 0$ محتوای ثبات بدون تغییر باقی می ماند . هنگامی که $shift = 1$ بیت SI به فلیپ فلاپ سمت چپ وارد شده و بقیه فلیپ فلاپها ، مقدار فلیپ فلاپ سمت چپ خود را به عنوان ورودی دریافت می کنند لذا در این حالت عمل شیفت به راست انجام می شود . هنگامی که $shift = load = 1$ باشد PI_3, PI_2, PI_1, PI_0 که ورودی های موازی هستند ، همزمان با هم به فلیپ فلاپها A_0, A_1, A_2, A_3 منتقل می شوند یعنی عمل بار شدن به صورت موازی (همزمان) انجام می گیرد .

۳- نمودار منطقی یک پایین شمار موج گونه دو دویی ۴ بیتی را ۲ بار با فلیپ فلاپها زیر رارسم کنید :

فلیپ فلاپهایی که در لبه مثبت ساعت تریگر می شوند .

فلیپ فلاپهایی که در لبه منفی ساعت تریگر می شوند .

جواب : می دانیم هنگامی که ورودی فلیپ فلاپ نوع T برابر ۱ باشد در هر کلاک ، خروجی آن متمم می شود . اعداد دو دویی ۱۱۱۱ تا ۰۰۰۰ در جدول صفحه بعد مرتب شده اند . در ستون A_0 ، مرتبآ مقدار A_0 متمم می شود یعنی در هر بار شمارش ، خروجی فلیپ فلاپ A_0 باید متمم شود بنا بر این کلاک (CLK) را به فلیپ فلاپ A_0 متصل می کنیم تا در هر لبه مثبت کلاک ، A_0 تغییر مقدار دهد . در ستون A_1 جدول ، هنگامی مقدار A_1 تغییر می کند که A_0 از ۰ به ۱ تغییر مقدار دهد به عبارت دیگر هنگامی A_1 تغییر می کند که A_0 یک لبه مثبت تولید کند بنا بر این A_0 را به عنوان کلاک به A_1 وصل می کنیم . با استدلالی مشابه ، A_1 را به A_2 و A_2 را به A_3 متصل می کنیم تا شمارنده نزولی خواسته شده ، بوسیله فلیپ فلاپهایی که در لبه مثبت ساعت تریگر می شوند به صورت زیر تولید شود :

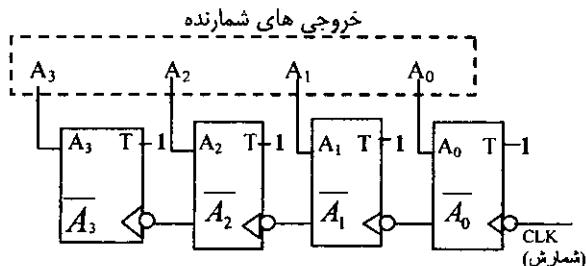


(نمودار پایین شمارساخته شده با فلیپ فلاپهای حساس به لبه مثبت)

برای طراحی شمارنده بوسیله فلیپ فلاپهای حساس به لبه منفی ، ابتدا clk را به فلیپ فلاپ A_0 متصل می کنیم زیرا مقدار A_0 در هر بار شمارش باید متمم شود . مقدار A_1 هنگامی تغییر می کند که مقدار A_0 از ۰ به ۱ تغییر یابد به عبارت دیگر $\overline{A_0}$ از ۱ به ۰ تغییر یابد (یک لبه منفی تولید کند)

بنابراین $\overline{A_0}$ را به عنوان کلاک به A_1 متصل می کنیم در این صورت هنگامی که $\overline{A_0}$ یک لبه منفی تولید کند، A_1 متمم خواهد شد. به همین صورت $\overline{A_1}$ را به A_2 و $\overline{A_2}$ را به A_3 متصل می کنیم تا مدار پایین شمار بذست آید:

A_3	A_2	A_1	A_0
1	1	1	1
1	1	1	0
1	1	0	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	1	0
1	0	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	1	0
0	0	0	1
0	0	0	0

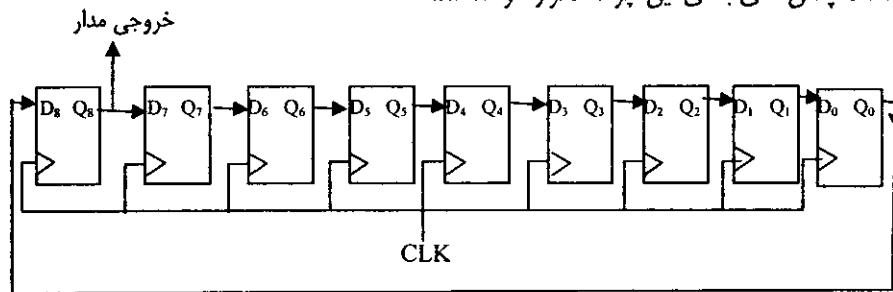


(نمودار پایین شمار ساخته شده با فلیپ فلابهای حساس به لبه منفی)

۴ - یک مدار زمانبندی که یک سیگنال خروجی را به مدت هشت پالس ساعت نگهداری می کند، طراحی نمایید. سیگنال شروع حالت ۱ را خارج می کند و پس از هشت سیکل ساعت سیگنال به حالت ۰ باز می گردد.

جواب: برای طراحی این مدار به ۹ عدد فلیپ فلاب نوع D نیاز داریم که یک شیفت رجیستر ۹ بیتی را تشکیل می دهند برای اینکه سیگنال خروجی به مدت ۸ پالس ساعت مقدار " ۱ " داشته باشد باید مقدار اولیه ۸ تا از فلیپ فلابها " ۱ " و مقدار اولیه یکی از آنها " ۰ " باشد به عنوان مثال مقدار اولیه می تواند به صورت $D_8 D_7 D_6 D_5 D_4 D_3 D_2 D_1 D_0 = 01111111$ باشد در صورت انتخاب این مقدار اولیه، خروجی فلیپ فلاب به عنوان خروجی مدار لحظ خواهد شد. قبل از اعمال اولین کلاک پالس به مدار، خروجی D_8 برابر ۰ است اما با اعمال اولین کلاک پالس به مدار، خروجی

D_8 برابر ۱ خواهد شد و به مدت ۸ کلاک پالس، این مقدار حفظ خواهد شد (دقت کنید که شیفت رجیستر در هر کلاک پالس یک جابجایی به راست دارد) با اعمال کلاک پالس نهم به مدار، خروجی D_8 برابر ۰ شده و در کلاک پالس های بعدی این چرخه تکرار خواهد شد.



۵- شمارنده ای را با استفاده از فلیپ فلاپهای JK و با رشته دودویی ۰, ۱, ۲, ۴, ۶ طراحی نمایید.

جواب : ابتدا جدول حالت شمارنده مورد نظر را تشکیل می دهیم (در صفحه بعد). این شمارنده به سه فلیپ فلاپ C, B, A احتیاج دارد . با توجه به جدول تحریک فلیپ فلاپ JK، ستونهای مربوط به " ورودی های فلیپ ها " را در جدول حالت کامل می کنیم به عنوان مثال در سطر اول ، حالت فعلی و حالت بعدی فلیپ فلاپ A هر دو برابر ۰ هستند لذا طبق جدول تحریک $J_A = 0, K_A = 0$ بدست خواهد آمد . در همین سطر حالت فعلی فلیپ فلاپ C برابر ۰ و حالت بعدی آن ۱ است لذا طبق جدول تحریک باید $J_C = 1, K_C = 1$ باشد . پس از کامل شدن جدول حالت می بینیم که در ستونهای K_B, J_B, K_A, J_A فقط مقادیر ۱، \times (بی اهمیت) لذا مقادیر بی اهمیت را برابر ۱ فرض می کنیم و داریم $K_C = K_B = 1$ اما توابع J_A, J_C, J_B, K_A را بوسیله نقشه های کارنو سه متغیره بدست می آوریم . دقت کنید که در مربع های شماره ۳, ۵, ۷ علامت \times قرار می دهیم زیرا شمارنده این ارقام را نمی شمارد و لذا این ارقام بی اهمیت اند .

حالت فعلی			حالت بعدی			ورودی های فلیپ فلاپها					
A	B	C	A	B	C	J_A	K_A	J_B	K_B	J_C	K_C
m_0	(0 0 0)=0		(0 0 1)=1			0	\times	0	\times	1	\times
m_1	(0 0 1)=1		(0 1 0)=2			0	\times	1	\times	\times	1
m_2	(0 1 0)=2		(1 0 0)=4			1	\times	\times	1	0	\times
m_4	(1 0 0)=4		(1 1 0)=6			\times	0	1	\times	0	\times
m_6	(1 1 0)=6		(0 0 0)=0			\times	1	\times	1	0	\times

(جدول حالت شمارنده)

$A_t \rightarrow A_{t+1}$	J	K
$0 \rightarrow 0$	0	\times
$0 \rightarrow 1$	1	\times
$1 \rightarrow 0$	\times	1
$1 \rightarrow 1$	\times	0

(جدول تحریک فلیپ فلاپ JK)

0	1	x	1
x	x	x	x
4	5	7	6

$$J_A = B$$

\overline{A}	\overline{B}	B
A	x	x
4	3	1

$C \quad C \quad \overline{C}$

$$K_A = B$$

\overline{A}	\overline{B}	B
A	1	x
4	3	2

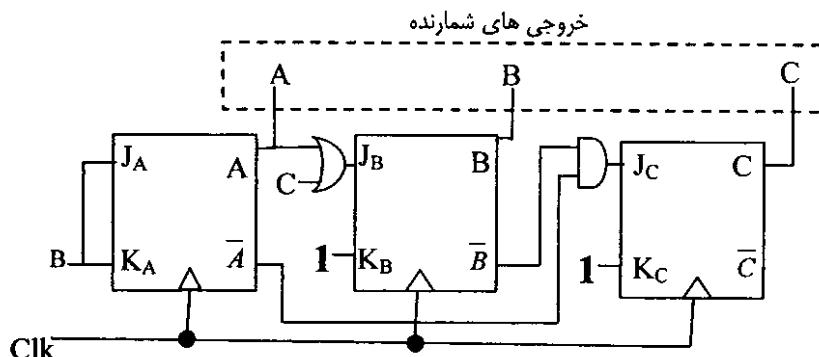
$\overline{C} \quad C \quad \overline{C}$

$$J_B = A + C$$

\overline{A}	\overline{B}	B
A	1	x
4	3	2

$\overline{C} \quad C \quad \overline{C}$

$$J_C = \overline{AB}$$



۶- نشان دهید که یک شمارنده جانسون با n فلیپ فلاب یک رشته $2n$ حالتی تولید می کند.

جواب : شکل زیر یک شمارنده جانسون با n فلیپ فلاب را نشان می دهد (گیتهای مربوط به دیکد کردن رسم نشده اند) در ابتدا همه فلیپ فلابها مقدار 0 دارند . لذا $A_n = 1$ است که در کلاک پالس اول در اثر عمل شیفت به راست، به A_1 منتقل شده و A_{n-1} که برابر 0 است به A_n منتقل می شود بنابراین در عمل شیفت دوم ، یک 1 دیگر به A_1 منتقل شده و 1 قبلی که در A_1 بود به A_2 می رود به

همین ترتیب پس از n بار عمل شیفت به راست آنقدر از سمت چپ ، ۱ وارد می شود تا همه بیتها (از جمله A_n) برابر ۱ شوند ضمناً در هر بار عمل شیفت ، مقادیر A_1 تا A_n یک رشته تولید خواهند کرد بنابراین تا اینجا n رشته تولید شده است . در ادامه $\bar{A}_n = 0$ به A_1 منتقل شده و پس از n بار عمل شیفت دیگر ، آنقدر ۰ از سمت چپ وارد می شود تا دوباره مقدار همه فلیپ فلاپها برابر ۰ شود . در این n عمل شیفت نیز n رشته دیگر تولید می شود بنابراین در کل 2^n رشته توسط شمارنده جانسون تولید می شود تا دوباره مقدار همه فلیپ فلاپها ۰ شود .

