بررسی سیستم های قدرت

بررسی سیستم های قدرت

فهرست مطالب

فصل اول: اصول مقدماتی سیستم‌های قدرت ۱۱
مقدمه: 11
تاریخچه صنعت برق 11
فرکانس شبکه 13
انواع ولتاژها 14
اجزای سیستم‌های قدرت 15
نشانه‌گذاری با تک زیرنوشت 15
نشانه‌گذاری با دو زیرنوشت 16
تعریف مفاهیم توان 18
ضریب قدرت 19
توان راکتیو 19
توان مختلط 20
مثلث توان: 21
بقا توان مختلط 21
اصلاح ضریب قدرت 23
پخش توان مختلط 26
ولتاژ و جریان در مدارهای سه‌فاز متعادل 39
توان در مدارهای سه‌فاز متعادل 47
گروه‌بندی ترانس‌های سه‌فاز: 49
مقادیر پریونیت برای سیستم‌های تک‌فاز و سه‌فاز: 49
فصل دوم: مدل‌سازی عناصر سیستم قدرت ۵۶
2-1 مقدمه 56
2-2-1 ژنراتورهای سنکرون 56
2-2 مدل ژنرتور سنکرون استوانه‌ای 56
2-2-2 کنترل ضریب توان 60
2-2-3 مشخصه‌های زاویه – توان 61
2-2-4 ژنراتورهای سنکرون قطب برجسته 66

2-3 ترانسفورماتور تک‌فاز 70
2-3-1 ترانس ایده‌آل 70
2-3-2 مدار معادل ترانس واقعی 72
2-3-3 مدل پریونیت 74
2-4 اتوترانسفورماتور 74
2 -5 ترانسفورماتور سه‌فاز 76
2-5-1 اتصالات ترانسفورماتورهای سه‌فاز 77
2-5-2گروه ترانس سه‌فاز 80
2-6 ترانسفورماتورهای سه سیم‌پیچه 81
2-7 مشخصات بار 83
2-8 دیاگرام تک خطی و امپدانسی سیستم قدرت 85
تست‌های طبقه‌بندی شده فصل دوم 87
پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل دوم 95
فصل سوم – پارامترهای خط انتقال ۱۰۷
مقدمه 107
3-1) خطوط انتقال انرژی 107
3-2) مقاومت (Resistance) 108
3-2-1- اثر دما 109
3-2-2- فرکانس 110
3-2-3- تاباندن 110
3-2-4- جریان هادی در هادی‌های مغناطیس 110
3-3) اندوکتانس (L) 111
3-3-1 اندوکتانس خطوط تک‌فاز 115
3-3-2- اندوکتانس خط سه‌فاز سه سیم متقارن 122
3-3-3- جابه‌جایی فازها (ترانسپوز) 124
3-3-4- اندوکتانس هادی‌های مرکب 125
3-3-5- هادی‌های گروهی (باندل) 128
3-3-6- اندوکتانس خطوط دو مداره سه‌فاز 132
3-3-7- القای ولتاژ در خطوط مجاور 134
3-4) ظرفیت خازنی خط (کاپاسیتانس) 137
3-4-1- محاسبهٔ ظرفیت خازنی خط تک‌فاز دو سیم 138
3-4-2- محاسبهٔ ظرفیت خازنی خط سه‌فاز سه سیم 141
3-4-3- رابطهٔ کلی برای محاسبهٔ ظرفیت خازنی 143
3-4-5- انرژی ذخیره شده توسط خطوط 149
3-5 هدایت (کنداکتانس) 155
3-6) کرونا 155
خلاصهٔ فصل سوم 157
سؤالات پایانی فصل سوم 158

پاسخ سؤالات پایانی فصل سوم 164
فصل چهارم- مدل و عملکرد خط انتقال ۱۷۱
4-1) مقدمه 171
4-2) مدل خط کوتاه 171
4-3) مدل خط متوسط 174
4-4 مدل خط بلند 187
خط انتقال بلند بدون تلفات 191
4-5) شکل موج‌های ولتاژ و جریان 192
4-6) بارگذاری امپدانس موجی 202
4-7) بارگذاری امپدانس مشخصه 204
4-8) اثر فرانتی 211
4-10) جبران‌سازی با خازن موازی 224
4-11) پخش توان مختلط در خطوط انتقال 225
توان سمت ارسال خط: 226
4-12) قابلیت انتقال توان 230
2- حد بارگذاری حرارتی 232
بررسی حالات مختلف توان راکتیو در خط 235
4-13) جبران‌سازی با خازن سری 257
درصد جبران‌سازی: 258
4-14) اثرات جبران‌سازی سری و موازی برروی در آیه‌های ماتریس انتقال 263
2- ثابت عمومی انتقال B: 265
سؤالات پایان فصل چهارم 270
پاسخ سؤالات پایانی فصل چهارم 274
فصل پنجم – آشنایی با شبکه‌های توزیع ۲۸۱
مقدمه 281
5-1) انواع شبکه‌های توزیع 281
5-1-1) شبکه‌های شعاعی (درختی) 282
5-1-2) شبکه‌های حلقوی 282
5-1-3) شبکه‌های غربالی 282
5-2) محاسبه افت ولتاژ در شبکه‌های توزیع 283
5-3) بارهای گسترده 285
5-3-1) توزیع پیوسته بار 285
5-3-2- توزیع پیوسته توان 288
5-4) محاسبه افت ولتاژ در شبکه‌های دو سو تغذیه 290
5-4-1) نقطه ژرف 291
5-5) محاسبه افت ولتاژ در شبکه‌های حلقوی 295
5-6) محاسبات افت ولتاژ در شبکه‌های غربالی 297
5-7) انتخاب مناسب تجهیزات شبکه توزیع 299

خلاصهٔ فصل پنجم 301
سؤالات پایانی فصل پنجم 302
پاسخ سؤالات پایانی فصل پنجم 306
واژه‌نامه انگلیسی- فارسی 313
منابع : 316

سخن سنجش و دانش

آغاز هر سخن،زیبنده ستایش خالق یکتاست. اوست که بر هر نقشی، نگاری می بندد و بر هر نگاری، زیبایی.

بر هیچ عاقل و فرزانه ای پوشیده نیست که موتور پیشرفت و سربلندی هر کشوری بسته به علم و دانش است و طبق فرموده مقام معظم رهبری: اگر ملتی استقلال می خواهد ، اگر عزت می خواهد، اگر پیشرفت می خواهد باید دانشگاه خود را تقویت کند.

در این راستا، انتشارات سنجش و دانش(جامع ترین مرکز آموزش مکاتبه ای کشور) مفتخر است که سالهای متمادی در جهت خدمت به جامعه علمی کشور و بخصوص داوطلبان مقاطع کاردانی به کارشناسی ، کارشناسی ارشد و همچنین دکترا ، فعالیت می کند.

در این مسیر پر پیچ و خم علم آموزی و پیشرفت، یکی از مشکلاتی که همواره دانشجویان با آن مواجه هستند، از یک طرف گستردگی و پراکندگی منابع مطالعاتی و از طرف دیگر کمبود زمان آزمون کنکور ، جهت پاسخگویی به سوالات است. تا کنون جزوات و کتابهای گوناگونی در جهت رفع این مشکلات به بازار عرضه شده اما باز با این حال، پاسخ گوی نیاز خیلی از داوطلبان نیست، چرا که بعضاً یا خیلی خلاصه و گزیده است یا این که در تشریح مسائل و پاسخ گویی به سوالات از سیستمی استفاده شده که با وجود کامل و جامع بودن اکثراً با توجه به زمان محدود آزمون کنکور، عملاً سر جلسه امتحان قابل استفاده نمی باشد. به این معنا که داوطلب هر چند تسلط کامل به مطالب درسی دارد اما این مطالب در ذهن او از آنچنان انسجام و هماهنگی لازم برخوردار نیست که داوطلب بتواند در یک زمان کم به جواب سوال برسد لذا داوطلب در پاسخ گویی به سوالات دچار کمبود وقت گردیده و عملاً نمی تواند به تمام سوالات آنگونه که از خود انتظار دارد جواب دهد.

انتشارات سنجش و دانش با توجه به این دو مسئله مهم(یکی گستردگی منابع و دیگری زمان کم پاسخ گویی به سوالات کنکور) بر آن شد تا با استفاده از تجربه و علم اساتید مجرب و کارآزموده ، به تولید و انتشار کتبی بپردازد که عین خلاصه و موجز بودن کامل و جامع نیز باشد ، کما این که سعی گردیده در تشریح مسائل از یک سیستم جدید و راهکار میانبری استفاده شود که بدین وسیله مشکل کمبود زمان در جلسه کنکور نیز مرتفع گردد.

نیاز به استفاده از یک سیستم جدید به این دلیل است که توان پاسخ گویی به سوالات کنکور جدای از نیاز به بار علمی، نیازمند یک مهارت و شیوه خاص در تست زنی نیز می باشد. لذا در این خصوص سعی شده مطالب کتاب به گونه ای طرح ریزی و تألیف شود که ، داوطلب خود به خود علاوه بر یاد گیری مطالب به مهارت تست زنی نیز دست پیدا کند.

در آخر از مخاطبین محترم این کتاب نهایت سپاسگزاری و قدر دانی را داریم و امید داریم توانسته باشیم آنچه را که شایسته و برازنده یک دانشجوی ایرانی است ارائه کرده باشیم. از دانشجویان عزیز و اساتید محترم نیز تقاضامندیم ما را از نقطه نظرات و پیشنهادات خود بی بهره نگذارند چرا که تنها افتخار و دست آویز ما نگاه صمیمانه و رضایت بخش شماست.

به امید پیروزی و سربلندی در تمامی عرصه های زندگی

Error.azmoon@gmail.com

021-6126 تلفن

فصل اول: اصول مقدماتی سیستم‌های قدرت

مقدمه:

پیشرفت‌های صنعتی و در نتیجه بالا رفتن سطح رفاه در جوامع با توسعه منابع انرژی و استفاده از آن‌ها امکان‌پذیر می‌گردد با افزایش مصرف انرژی منابع انرژی نیزاز لحاظ تنوع و میزان تولید افزایش یافته‌اند از میان انرژی‌های مورد استفاده انرژی الکتریکی رایج‌ترین شکل انرژی است زیرا باعث آلودگی محیط زیست نمی‌شود و به اسانی با بازده بالا منتقل می‌شود و به راحتی به شکل‌های دیگر انرژی قابل تبدیل است.

هدف این فصل مروری بر مفاهیم اساسی و مباحث سیستم‌های قدرت می‌باشد. یادگیری این مباحث در فهم سایر بخش‌ها بسیار مؤثر است.

تاریخچه صنعت برق

امروزه انرژی الکتریکی پر کاربردترین انرژی در سطح جهان است. علّت این امر را می‌توان به عوامل زیر نسبت داد:

1) سهولت تبدیل انرژی الکتریک به سایر صورت‌های انرژی

2) سهولت در انتقال

3) آلودگی کم‌تر محیط زیست

4) بازدهی بالا

تنها عیب عمده این انرژی عدم قابلیت ذخیره شدن به‌صورت عملی وکاربردی است. راهکارهای اندیشیده شده تاکنون برای حجم قابل توجهی از انرژی قابل استفاده نیست. برای مثال در صورتی که بخواهیم انرژی الکتریکی آزاد شده توسط یک رعد و برق را ذخیره کنیم، به خازنی به اندازهٔ کرهٔ ماه نیاز خواهیم داشت.

سیستم‌های قدرت از ابتدای تأسیس در سال 1882 در شهر نیویورک توسط توماس ادیسون تاکنون مسیر پر فراز و نشیبی را طی کرده‌اند. انرژی الکتریک در ابتدا به شکل DC تولید و انتقال می‌یافت. پایین بودن سطح ولتاژ شبکه‌های قدرت موجب بالا رفتن جریان در خطوط انتقال و در نتیجه کاهش شدید ولتاژ در طول خط و افزایش تلفات می‌شد. این امر موجب شد استفاده از انرژی الکتریکی تنها در نزدیکی مراکز تولید انرژی میسر شود.

در سال 1885 با اختراع ترانسفورماتور امکان افزایش سطح ولتاژ AC به وجود آمد. این امر موجب جایگزین شدن

ولتاژهای AC به جای ولتاژهای DC در شبکه برق گردید. از جمله مزایای شبکه‌های AC نسبت به DC می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

1) قابلیت تغییر سطح ولتاژ

2) افزایش توان تولیدی ژنراتورهای AC

در ژنراتورهای AC به علت نداشتن جاوربک و کموتاتور مشکل سوختن جاروبک‌ها در اثر اضافه ولتاژ وجود ندارد. بنابراین امکان افزایش سطح ولتاژ و در نتیجه افزایش توان تولیدی وجود دارد.

سیستم‌های AC معایبی نیز نسبت به سیستم‌های DC دارند که عبارتند از:

1) در سیستم‌های AC خط انتقال علاوه بر توان حقیقی توان راکتیو نیز مصرف می‌کند. $\left(Q_L = \omega L I^2\right)$ که این امر موجب افزایش تلفات، کاهش ولتاژ در طول خط و کاهش ظرفیت خط انتقال خواهد شد. در سیستم‌های DC این مشکلات به علّت مصرف نکردن توان راکتیو توسط خط انتقال وجود نخواهد داشت. $\left(\omega = 0 \Rightarrow Q_L = 0\right)$

2) در سیستم‌های AC اثر پوستی (تمایل جریان الکتریکی به عبور از قسمت‌های نزدیک به سطح سیم و در نتیجه کاهش سطح مقطع و افزایش مقاومت آن) موجب بالاتر رفتن مقاومت خط انتقال نسبت به سیستم‌های DC است. $\left(R_{AC} \approx 1/2 R_{DC}\right)$ که در نتیجه تلفات خط در سیستم‌های AC بیش‌تر و ظرفیت خط انتقال کم‌تر از سیستم‌های DC می‌باشد.

3) در شبکه‌های AC در اثر تغییرات ناگهانی توان فرکانس شبکه نیز تغییر پیدا می‌کند که این امر در شبکه‌های DC وجود ندارد. (در سیستم‌های HVDC نیز این مزیت به شکل دیگری وجوددارد. چون خطوط DC مانند یک سیستم آسنگرون رفتار می‌کنند و مشکل ناپایداری خطوط انتقال بین نیروگاه‌های مختلف برطرف می‌گردد.)

مجموعه عوامل بالا موجب شده بحث استفاده از خطوط HVDC دوباره مطرح شود.

مهم‌ترین ایرادات سیستم‌های HVDC عبارتند از:

1) تولید هارمونیک‌های زیاد توسط ادوات الکترونیک قدرت مورد استفاده در سیستم‌های HVDC

2) بالا بودن قیمت تجهیزات الکترونیک قدرت همچون اینورترها و یکسوسازهای به کار رفته در خطوط HVDC

3) عدم انتقال توان راکتیو در خط HVDC و نیاز به نصب جبران‌سازهای بزرگ در اطراف بارهای خط

به‌طور کلی علی‌رغم وجود مزایا و معایب هر کدام از سیستم‌های DC و AC از نظر صرفه اقتصادی، در خطوط انتقال تا

طول 500 کیلومتر سیستم‌های AC به صرفه و از 500 کیلومتر به بالا خطوط DC مقرون به صرفه‌تر هستند.

فرکانس شبکه

در ابتدای شروع به کار سیستم‌های قدرت AC فرکانس‌های مختلفی در شبکه‌های قدرت مورد استفاده قرار می‌گرفت. بنابر دلایل زیر یکپارچه کردن فرکانس تولیدکننده‌های مختلف انجام می‌گرفت.

1) اتصال شبکه‌های قدرت محلی به یکدیگر که در صورت تفاوت در فرکانس‌ها، شبکه دچار فروپاشیدگی می‌شد.

2) نیاز به ساخت تجهیزات استاندارد مرتبط با شبکه قدرت. سازندگان تجهیزات شبکه برق نیازمند طراحی این تجهیزات در فرکانس واحدی بودند.

3) قابلیت اتصال بارهای مختلف به شبکه.

به این صورت بود که فرکانس 50 هرتز در بیش‌تر کشورها اروپائی و نیز ایران و فرکانس 60 هرتز در ایالات متحده آمریکا و کانادا به عنوان فرکانس استاندارد شبکه در نظر گرفته شد.

نکته مهم این است که برخلاف سایر پارامترهای شبکه مانند ولتاژ، توان نامی و... . تغییرات فرکانس در شبکه باید بسیار اندک باشد و در صورت تغییر در فرکانس بارهای متصل به شبکه به شدت آسیب خواهند دید.

سؤال: در صورت تغییر فرکانس از ۵۰ هرتز به ۶۰ هرتز کدام‌یک از اتفاقات زیر رخ می‌دهد؟

1) افزایش بارپذیری خطوط
2) کاهش افت ولتاژ در طول سیم
3) افزایش امپدانس موجی خط
4) افزایش اثر فرانتی

* **نکته:** قبل از حل این سؤال باید اشاره کنیم که در این سؤال از مباحث سایر بخش‌ها نیز استفاده شده است و حل آن نیازمند اطلاع از آن فصول می‌باشد.

پاسخ: گزینه «4»

عمدتاً خط انتقال توسط یک امپدانس سری $(Z = R + jX)$ و دو ادمیتانس موازی $\left(\frac{y}{2}\right)$ در ابتدا و انتهای خط مدل می‌شود. در اثر افزایش امپدانس به دلیل اینکه $(x \propto f), (y \propto f)$ امپدانس و ادمیتانس هر دو افزایش می‌یابند. با افزایش امپدانس سری خط افت ولتاژ در طول خط افزایش می‌یابد. بنابراین گزینه «2» حذف می‌شود. امپدانس «موجی» خط نیز که نسبت $\frac{L}{C}$ است تغییری نمی‌کند. بنابراین گزینهٔ «3» نیز حذف می‌گردد. (جا دارد در این جا به یک اشتباه

رایج در میان دانشجویان اشاره کنیم، برای هر خط انتقال دو امپدانس معروف در نظر گرفته می‌شود. امپدانس «موجی» و امپدانس «مشخصه». امپدانس مشخصه به‌صورت جذر نسبت امپدانس سری به ادمیتانس موازی تعریف می‌شود.

$Z_C = \sqrt{\frac{z}{y}}$ در امپدانس مشخصه اثر مقاومت سری یا هدایت موازی وجود دارد که آن را به‌صورت $Z_C = \sqrt{\frac{R + jX}{G + jy}}$ نیز می‌توان نوشت. در امپدانس «موجی» که به آن امپدانس «هجومی» نیز گفته می‌شود فقط نسبت راکتانس به سوسپتانس نوشته می‌شود $Z_S = \sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$. البته در بسیاری از خطوط انتقال چون مقدار راکتانس و سوسپانس بسیار بزرگ‌تر از مقاومت و هدایت هستند از آن‌ها صرف‌نظر می‌شود و مقدار امپدانس موجی (هجومی) و مشخصه با هم برابر می‌شود. البته تا زمانی که در جائی به این مسئله (صرف‌نظر کردن از مقاومت و هدایت) اشاره نگردد مجاز به یکسان دانستن این دو عبارت نیستیم. بارپذیری خطوط در حقیقت همان بیش‌ترین توان قابل انتقال توسط آن خط است که با رابطهٔ تقریبی $P_{max} = \frac{V_1.V_2}{X}$ مشخص می‌شود. همان‌گونه که دیده می‌شود بارپذیری با عکس راکتانس مرتبط است پس در صورت افزایش فرکانس بارپذیری خط کاهش می‌یابد. ذکر این نکته لازم است که این افزایش ولتاژ در اثر زیاد شدن توان راکتیو تولیدی توسط خازن‌های خط انتقال ایجاد می‌شود و با افزایش ادمیتانس خط نیز توان راکتیو و در نتیجه ولتاژ انتهای خط افزایش می‌یابند.

انواع ولتاژها

انواع ولتاژها را از نظر سطح ولتاژ به‌صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنند.

1) فشار ضعیف (LV): زیرا 1 کیلو ولت

2) فشار متوسط (MV): بین 1 کیلوولت و 36 کیلوولت

3) فشار قوی (HV): بین 36 کیلوولت و 245 کیلوولت

4) فوق فشار قوی (EHV): بین 245 کیلوولت و 550 کیلوولت

5) فوق فوق فشار قوی (UHV): از 550 کیلوولت به بالا

در تقسیم‌بندی دیگری بنابر کاربرد هر ولتاژ، ولتاژهای استاندارد شبکه را به سه دسته توزیع، فوق توزیع و انتقال مستقیم می‌کنند. ولتاژهای 400 ولت و 20 کیلوولت از نوع توزیع، 63 کیلوولت و 132 کیلوولت فوق توزیع و 230 کیلوولت و بالاتر از نوع انتقال می‌باشند.

اجزای سیستم‌های قدرت

سیستم‌های قدرت در یک نگاه کلی به چهار زیرمجموعه قابل تقسیم‌اند:

1) تولید: عنصر اصلی این بخش ژنراتورها هستند. هدف این بخش تولید انرژی الکتریکی برای مصارف بارهای مختلف است.

2) انتقال: هدف از این بخش رساندن انرژی الکتریکی تولید شده توسط بخش تولید به بخش توزیع است. خطوط هوایی از پرکاربردترین عناصر بخش انتقال می‌باشند.

3) توزیع: هدف از این بخش انتقال انرژی الکتریکی از پست‌های توزیع به مصرف‌کنندگان است. سیستم‌های توزیع به‌صورت خطوط هوائی و زمینی هستند.

4) بار: بارهای سیستم‌های قدرت به سه دستهٔ بارهای صنعتی، بارهای تجاری و بارهای خانگی تقسیم می‌شوند. بارهای صنعتی بخش اصلی بار مصرفی سیستم را تشکیل می‌دهند. بخش عمده‌ای از این بارهای موتورهای القائی هستند که هم توان اکتیو و هم توان راکتیو مصرف می‌کنند. بارهای صنعتی بسیار بزرگ از طریق خطوط انتقال، بارهای صنعتی بزرگ از طریق خطوط فوق توزیع و بارهای صنعتی کوچک از طریق خطوط توزیع تغذیه می‌شوند.

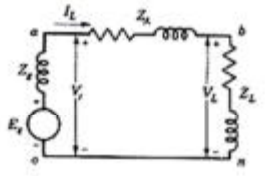
در بارهای صنعتی به علّت مصرف توان راکتیو فرکانس شبکه در میزان توان مصرفی بار مؤثر است.

بارهای تجاری و خانگی عمدتاً بارهایی هستند که توان اکتیو مصرف می‌کنند. بنابراین مصرف توان آن‌ها مستقل از فرکانس شبکه است.

* نکته: در برخی سؤالات به جای این که گفته شود بار مقاربتی در شین قرار داده شده است عبارت بار مصرف خانگی یا تجاری و عبارتی مشابه همچون بار روشنایی به کار می‌رود که همگی بیان‌گر همان بار مقاومتی است.

نشانه‌گذاری با تک زیرنوشت

شکل 1-1 نشان‌دهندهٔ مدار جریان متناوبی است که در آن emf توسط یک دایره مشخص شده است. emf با E_g، و ولتاژ بین گره‌های o, α با V_t مشخص شده‌اند. جریان در این مدار برابر است با I_L و ولتاژ دو سر Z_L برابر است با V_L. ولی جهت مشخص کردن این ولتاژها به‌صورت فازبرداری، استفاده از علائم + و -، به‌نام علائم قطبیت، برروی نمودار و یک پیکان برای جهت جریان لازم است.



شکل ۱ـ۱. یک مدار ac با نیروی محرک الکتریکی E_g و امپدانس بار Z_L

در مدار جران متناوب (ac)، سَری که با علامت + مشخص شده است برای نیم سیکل از ولتاژ نسبت به سَری که با علامت – مشخص شده است مثبت است، و در نیم سیکل بعدی نسبت به آن منفی است. علامت‌گذاری نقاط اتصال (سرها) ما را قادر می‌سازد بگوییم که هنگامی ولتا بین سرها در هر لحظه‌ای مثبت است که سر با علامت مثبت در واقع در پتانسیل بالاتری نسبت به سر با علامت منفی باشد. برای مثال، در شکل 1-1 ولتاژ لحظه‌ای υ_t، هنگامی که سر با علامت مثبت در پتانسیل بالاتری نسبت به سر با علامت منفی باشد، مثبت است. در طول نیم سیکل بعدی، سر با علامت مثبت در واقع منفی است، و υ_t منفی است. بعضی از مؤلفین از یک پیکان استفاده می‌کنند ولی باید مشخص کنند که آیا در قرارداد توصیف شده در بالا پیکان در جهت سر با علامت مثبت قرار دارد یا در جهت سر با علامت منفی. پیکان جریان نیز نقش مشابهی دارد. در این حالت زیر نوشت L لازم نیست، مگر این که جریان‌های دیگری نیز وجود داشته باشند. واضح است که جهت واقعی جریان در هر مدار ac در هر نیم سیکل معکوس می‌شود. پیکان جهتی را نشان می‌دهد که جهت مثبت جریان نام دارد. هنگامی که جریان به واقع در جهت عکس پیکان عبور کند، در این صورت جریان منفی است. جریان فازبرداری برابر است با:

$$I_L = \frac{V_t - V_L}{Z_A} \qquad (2\text{-}1)$$

و

$$V_t - E_g - I_L Z_g \qquad (3\text{-}1)$$

از آنجا که گره‌های معینی در مدار با حروف مشخص شده‌اند، بنابراین ولتاژها را می‌توان با زیر نوشت‌های تک – حرفی، که تعیین‌کنندهٔ گره‌ای هستند که ولتاژ آن نسبت به گرهٔ مرجع بیان شده است، مشخص کرد. در شکل 1-1 ولتاژ لحظه‌ای υ_a و ولتاژ فازبرداری V_a نشان‌دهندهٔ ولتاژ گرهٔ a نسبت به گرهٔ مرجع o است، و υ_a هنگامی مثبت است که a در پتانسیل بالاتری نسبت به o باشد. بنابراین:

$$\upsilon_a = \upsilon_t \qquad \upsilon_b = \upsilon_L$$
$$V_a = V_t \qquad V_b = V_L$$

نشانه‌گذاری با دو زیرنوشت

با استفاده از نشانه‌گذاری با دو زیر نوشت می‌توان از به کارگیری علائم قطبیت برای ولتاژها و پیکان‌های جهت‌دار برای جریان اجتناب کرد. فهم مدارات سه‌فاز با استفاده از دو زیر نوشت به مقدار قابل توجهی ساده‌تر می‌شود.

قراردادی که باید رعایت کرد بسیار ساده است.

به هنگام مشخص کردن جریان، ترتیب زیر نوشت‌های مقرر شده برای جریان، جهت عبور جریان را هنگـامی کـه جریـان مثبت در نظر گرفته شده باشد، نشان می‌دهد. در شکل 1-1 پیکانی که از a به b نشانه رفته است، جهت مثبت جریان، I_L، مربوط به پیکان را تعیین می‌کند. جریان لحظه‌ای i_L، هنگامی که جریان در واقع از a بـه b جریـان دارد، مثبـت است، و در نشانه‌گذاری با دو زیرنوشت این جریان برابر است با i_{ab}، جریان i_{ab} برابر است با $-i_{ba}$.

در نشانه‌گذاری دو زیرنوشتی، زیرنوشت‌های حرفی برای ولتاژ نشان‌دهندهٔ گره‌هایی از مدار است کـه بـین آن‌هـا از ولتـاژ وجود دارد. قراردادی را دنبال خواهیم کرد که برطبق آن زیرنوشت اول مشخص‌کنندهٔ ولتاژ آن گره نسبت به گره‌ای که با زیرنوشت دوم تعیین شده است خواهد بود. این بدان معنی است که ولتاژ لحظه‌ی υ_{ab} در دو سر Z_A در مدار شکل 1-1 عبارت است از ولتاژ گرهٔ a نسبت به گرهٔ b و این که υ_{ab} درطول نیم سیکلی که a در پتانسیل بالاتری نسبت به b قرار دارد، مثبت است. ولتاژ فازبردار مربوطه برابر است با V_{ab}، که رابطهٔ آن با جریان I_{ab} از گرهٔ a به گرهٔ b بـه صـرت زیر است:

$$V_{ab} = I_{ab} Z_A \quad , \quad I_{ab} = Y_A V_{ab} \tag{4-1}$$

که در آن Z_A امپدانس مختلط است (Z_{ab} نیز نامیده می‌شود) و $Y_A = 1/Z_A$ ادمیتانس مختلط است (Y_{ab} نیز نامیده می‌شود.)

با جابه‌جایی ترتیب زیرنوشت‌های جریان یا ولتاژ، جریان یا ولتاژی به‌دست خواهد آمد ه 180° از مقادیر اولی اختلاف فـاز دارد؛ یعنی این‌که:

$$V_{ba} = V_a \varepsilon^{j180^\circ} = V_{ab} \angle 180^\circ = -V_{ab}$$

رابطهٔ بین نشانه‌گذاری تک‌زیر نوشتی و دو زیرنوشتی برای مدار شکل 1-1 به‌صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$V_t = V_a = V_{ao} \qquad V_L = V_b = V_{bo} \qquad I_L = I_{ab}$$

در نوشتن قانون ولتاژ کیرشهف، ترتیب زیرنوشت‌های برابر است با ترتیب پیمودن مسیر بستهٔ مدار. برای شکل 1-1.

$$V_{oa} + V_{ab} + V_{bn} = 0 \tag{5-1}$$

گره‌های n و o در این مدار یکی هستند، و n جهت مشخص کردن دقیق‌تر مسیر اضـافه شـده اسـت.با جـایگزین کـردن

V_{oa} توسط $-V_{ao}$ و توجه به این‌که $V_{ab} = I_{ab} Z_A$ نتیجه می‌شود:

(6-1)

$$-V_{ao} + I_{Ab} Z_A + V_{bn} = 0$$

و بنابراین:

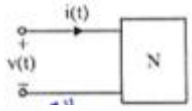
(7-1)

$$I_{ab} = \frac{V_{ao} - V_{bn}}{Z_A} = (V_{ao} - V_{bn}) Y_A$$

تعریف مفاهیم توان

توان اکتیو: مطابق (2-1) یک تک‌قطبی N را با جهت‌های قراردادی مشخص شده در نظر بگیرید:

$$V(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_V)$$
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_{I)}$$



شکل ۲ـ۲

V_m , I_m اعداد حقیقی‌اند که دمنه نامیده می‌شوند و θ_V , θ_I به ترتیب فازهای ولتاژ و جریان می‌باشند. اکنون $p(t)$ توان لحظه‌ای را به‌صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$p(t) = v(t).i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_V) \cos(\omega t + \theta_I) \Rightarrow$$
$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_{V_} \theta_I) + \cos(2\omega t + \theta_V + \theta_2)]$$

پس از یک سری ساده سازی‌های مثلثاتی به رابطه زیر برای توان لحظه‌ای می‌رسیم:

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos\theta [1 + \cos 2(\omega t + \theta_V)] + \frac{1}{2} V_m I_m \sin\theta \sin 2(\omega t + \theta_V)$$
$$p(t) = P_R(t) + P_x(t)$$

که در آن $P_R(t)$ توان داده شده به مدار و $p_x(t)$ توان گرفته شده و برگشت داده شده توسط مدار است و $\theta = \theta_v - \theta_I$ به زاویه امپدانس معروف است.

حال اگر مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان را به‌صورت مقابل تعریف کنیم داریم:

$$|V| = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \, , \, |I| = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$p_R(T) = |v||I|\cos\theta + |v||I|\cos\theta\cos 2(\omega t + \theta_v)$$

P_{ave} توان متوسط در یک دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{\omega}$ از معادله زیر این چنین حاصل می‌شود:

$$P_{ave} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = |V||I|\cos\theta$$

این توان توسط مؤلفه اهمی بار جذب می‌شود و توان اکتیو یا توان حقیقی نیز نامیده می‌شود. واحد توان لحظه‌ای و توان متوسط وات می‌باشد، اما در سیستم‌های قدرت، وات واحد بسیار کوچکی است، لذا P_{ave} اغلب برحسب کیلووات یا مگاوات بیان می‌شود.

ضریب قدرت

کسینوس زاویه فاز θ بین ولتاژ و جریان، ضریب قدرت نامیده می‌شود. اگر جریان از ولتاژ به اندازهٔ θ عقب‌تر باشد ضریب قدرت پس‌فاز، و اگر جریان به اندازه θ از ولتاژ جلوتر باشد ضریب قدرت پیش‌فاز نامیده می‌شود.

مدار القایی $\rightarrow$ ضریب قدرت پس‌فاز $\rightarrow$ $\theta = \theta_v - \theta_I > 0$

مدار خازنی $\rightarrow$ ضریب قدرت پیش‌فاز $\rightarrow$ $\theta = \theta_v - \theta_i < 0$

$\theta = \theta_v - \theta_I = 0$ در یک مدار اهمی خالص ضریب قدرت برابر یک می‌باشد.

توان راکتیو

عبارت دوم توان لحظه‌ای عبارت است از:

$$p_x(t) = |v||I|\sin\theta\sin 2(5t + \theta_v)$$

که با فرکانس دو برابر نوسان نموده و دارای مقدار متوسط صفر است. این مؤلفه توان نوسانی را، به عنصر راکتیو (القایی یا خازنی) بار و از آن منظور می‌نماید. دامنه این توان نوسانی «توان راکتیو» نامیده شده و با Q نمایش داده می‌شود.

$$Q = |v||I|\sin\theta$$

واحد توان راکتیو «وار» می‌باشد. همان‌طور که گفته شد متوسط توان راکتیو صفر می‌باشد یعنی در شرایط ماندگار سینوسی، در هر لحظه جمع جبری بخش‌های دوم عبارت توان در کلیه تجهیزات صفر است اما مسئله اصلی اختلالات

ناشی از جابه‌جایی توان راکتیو در یک دوره تناوب است. که برای کاهش این اختلالات باید «منطقه جابه‌جایی توان راکتیو» را کوچک کرد.

برای بار القایی، θ مثبت بوده و لذا Q مثبت می‌باشد. در حالی‌که، برای بار خازنی θ منفی بوده و Q نیز منفی خواهد شد. زمانی‌که Q مثبت است مدار توان راکتیو جذب می‌کند و زمانی‌که Q منفی باشد مدار توان راکتیو تولید می‌کند. یک مقاومت خالص فقط توان اکتیو جذب می‌کنند و دارای توان راکتیو صفر می‌باشد. اگر مدار القایی خالص باشد یعنی $\theta = 90^{\circ}$ و همچنین اگر مدار خازنی خالص باشد یعنی $\theta = -90^{\circ}$ در این صورت توان اکتیو برابر صفر خواهد بود یعنی سلف و خازن دارای توان اکتیو صفر می‌باشند.

توان مختلط

اگر مقادیر فازوری ولتاژ و جریان را به‌صورت زیر داشته باشیم آنگاه:

$$V = |v| \angle \theta_v \ , \ |I| \angle \theta_i$$

توان مختلط به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = VI^* = |V||I| < \theta = |V||I| \cos\theta + j|V||I| \sin\theta$$
$$S = P + jQ$$

واحد توان مختلط مطابق تعریف آن «ولت – آمپر» می‌باشد، همچنین به اندازه توان مختلط «توان ظاهری» گفته می‌شود:

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad (vA, kvA, mvA)$$

توجه مهم: دقت دارید که $\theta = \theta_v - \theta_i$ به زاویه امپدانس معروف می‌باشد.

در بررسی سیستم‌های قدرت معمولاً مشخصات بار برحسب توان حقیقی و راکتیو یا برحسب کمیات امپدانس بیان می‌شود. برای نمایش این اشکال ابتدا مدار داخل جعبه N شکل (1-1) را با امپدانس Z معادل جایگزین می‌کنیم به‌طوری که:

$$\begin{cases} V = ZI \\ S = VI^* \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = ZII^* = |I|^2 \ Z = |I|^2 \ (R + jX) \\ S = R|I|^2 + jX|I|^2 \\ S = P + jQ \end{cases}$$

توجه مهم: در رابطه‌ی بالا X راکتانس یا ظرفیت معادل مدار است که در مدارهای القایی مثبت و در مدارهای خازنی منفی است.

شکل مفید دیگر روابط بالا با جانشین کردن جریان با ولتاژ تقسیم بر امپدانس به دست می‌آید:

$$S = V\left(\frac{V}{Z}\right)^* = \frac{|V|^2}{Z^*} = P + jQ$$

اگر Z، مقاومت خالص باشد:

$$P = \frac{|V|^2}{R}$$

و اگر Z، راکتیو خالص باشد:

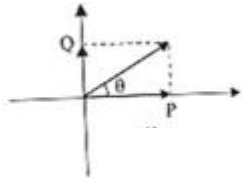
$$Q = \frac{|V|^2}{X}$$

(در این رابطه هم X برای القاگر مثبت و برای خازن منفی است.)

مثلث توان:

ارتباط بین Q,P,S را برحسب θ بیان می‌کند مطابق شکل (3-1)

$$\begin{cases} P = S\cos\theta \\ Q = S\sin\theta \\ Q = P\tan\theta \end{cases}$$



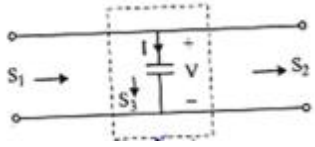
توجه: دقت دارید که θ همان زاویه امپدانس می‌باشد: $Z = |Z| \angle\theta$

بقا توان مختلط

در شبکه‌ای که توسط منابع مستقل تک فرکانس تغذیه می‌شود، مجموع توان مختلط تولیدی توسط منابع مستقل برابر با مجموع توان مختلط تمام شاخه‌ها دیگر شبکه است.

$$\sum_{i=1}^{n} S_i = S_1 + S_2 + \ldots + S_n$$

مثال: برای مدار شکل (4-1) را برحسب V, C, S_1 پیدا کنید.



شکل ۴ـ۱

حل: با استفاده از قضیه بقاء توان مختلط داریم:

$$S_1 - S_2 = S_3$$

بنابراین:

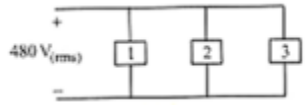
$$S_3 = VI^* = VY^*V^* = -j\omega C|V|^2$$
$$S_2 = S_1 - S_2 = S_1 + j\omega C|V|^2 = P_2 + jQ_2 = P_1 + j(Q_1 + \omega C|V|^2)$$

از آنجایی که خازن توان اکتیو مصرف نمی‌کند لذا:

$$P_2 = P_1 \Rightarrow Q_2 = Q_1 + \omega|V|^2$$

همان‌طور که مشخص است به توان راکتیو ورودی مقداری توان راکتیو اضافه گردیده است بنابراین در نظر گرفتن خـازن به عنوان منبع تولید توان راکیتو مناسب است.

مثال: سه بار طبق شکل (5-1) موازی با خط $480v(rms)$ وصل شده‌اند بار 1 توان 12^{kw} و $6/6^{KVAR}$ جذب می‌کنـد. بار 2 4^{KVA} را در ضریب توان 0/96 پیش‌فاز می‌گیرد و بار 3 15^{kw} را در ضریب توان واحد می‌گیرد. امپدانس معادل این سه بار موازی را پیدا کنید.



شکل (۵ـ۱)

حل: طبق قضیه بقاء توان مختلط

$$S_{کل} = S_1 + S_2 + S_3$$
$$S_1 = 12 + j6/667(KVA)$$
$$S_2 = |S_2| \angle\theta_2 = 4^{KVA} \angle\cos^{-1}(0/96) = P_2 + jQ_2 = 3/84 - j1/12(KVA)$$

دقت کنید چون ضریب توان پیش‌فاز است علامت توان راکتیو منفی (به معنای تولید) می‌باشد.

$$S_3 = 15 + j0(KVA)$$
$$S_{کل} = 30/84 + j5/547(KVA)$$

امپدانس معادل را می‌توان با ترکیب سری X,R یا ترکیب موازی X,R پیدا کرد.

ترکیب سری X,R در امپدانس Z:

$$Z = \frac{|V|^2}{S^*} \Rightarrow Z^* = \frac{(480)^2 \times 10^{-3}}{30/84 + j5/547} = 7/237 - j1/3016$$

بنابراین: $Z = 7/237 + j1/3016$

ترکیب موازی X,R در امپدانس Z:

$$R = \frac{(480)^2 \times 10^{-3}}{30/84} = 7/4708$$
$$X = \frac{|V|^2}{Q} = \frac{(480)^2 \times 10^{-3}}{5/547} = 41/535$$

و از آنجایی که Q مثبت می‌باشد مقدار به دست آمده برای X، مربوط به یک سلف می‌باشد:

$$Z = 7/4708 \,||\, j41/535$$

دقت کنید: اگر این سؤال تستی بود با توجه به این که کل Q مثبت می‌باشد باید به دنبال یک عنصر به‌صورت سلف در گزینه‌ها می‌بودید و با توجه به حجم محاسبات شاید تنها یک گزینه به این صورت وجود داشت.

اصلاح ضریب قدرت

در بعضی از مواقع نیاز است که ضریب قدرت را از $\cos\varphi_1$ به $\cos\varphi_2$ افزایش دهیم در واقع به $PF = 1$ نزدیک‌تر شویم. دلیل این امر آن است که اگر ضریب قدرت کم‌تر از 1 باشد توان ظاهری بزرگ‌تر از P خواهد بود. در نتیجه جریان I که باید تحویل شود برای $PF < 1$ بزرگ‌تر از حالتی است که $PF = 1$ باشد، حتی اگر توان متوسط P در هر دو حالت یکسان تحویل گردد.

اکثر بارهای خانگی و صنعتی بارهای القایی می‌باشند یعنی توان راکتیو جذب می‌کنند و مصرف توان راکتیو باعث کاهش ضریب قدرت می‌شود. لذا باید به گونه‌ای این توان راکتیو مصرفی را جبران نماییم. یکی از راه‌های افزایش ضریب قدرت به نزدیکی یک $(PF \approx 1)$ استفاده از بانک‌های خازنی می‌باشد. همان‌طور که گفته شد خازن توان راکتیو تولید می‌نماید لذا بسته به این که چقدر می‌خواهیم ضریب قدرت را افزایش دهیم تعداد خازن‌ها را معلوم می‌نماییم تا بتوانند توان راکتیو جبرانی مورد نیاز را تولید کنند.

مثال: دو بار $Z_1 = 100 + j0\Omega$, $Z_2 = 10 + j20(\Omega)$ به منبعی با ولتاژ مؤثر 200v و فرکانس 60HZ مطابق شکل (1-6) وصل شده‌اند:

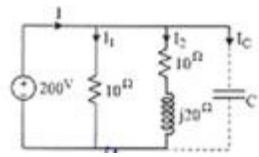
الف) توان‌های اکتیو و راکتیو کل، ضریب قدرت منبع و جریان کل را تعیین کنید.

ب) ظرفیت خازن وصل شده به دو سر بارها را طوری تعیین کنید که ضریب قدرت کل به 0/8 پس فاز بهبود یابد.

حل: الف)

$$I_1 = \frac{200\angle 0}{100} = 2\angle 0 A$$

$$I_2 = \frac{200\angle 0}{10 + j20} = 4 - j8 \ A$$



$$S_1 = VI_1^* = 200\angle 0(2 - j0) = 400w + j0VAr$$
$$S_2 = VI_2^* = 200\angle 04(+j8) = 800W + j1600VAr$$

توان ظاهری کل و جریان کل عبارتند از:

$$S = P + jQ = 1200 + j1600 = 200\angle 53/13^\circ VA$$
$$I = \frac{S^*}{V^*} = \frac{200\angle -53/13^\circ}{200\angle 0} = 10\angle -53/13^\circ A$$

دقت کنید برای تشخیص پیش‌فاز یا پس‌فاز بودن ضریب قدرت به زاویه S نگاه می‌کنیم که اگر مثبت بود ضریب قدرت پس‌فاز و اگر منفی بود ضریب قدرت پیش‌فاز می‌باشد لذا:

$$\text{پس فاز } PF = \cos(53/13^\circ) = 0/6$$

ب) می‌خواهیم ضریب توان را از 0/6 به 0/8 برسانیم و برای این منظور از خازن استفاده می‌کنیم باید دقت داشته باشید از آنجایی که خازن توان اکتیو مصرف نمی‌کند توان اکتیو در هر دو حالت یکسان باقی می‌ماند. پس با داشتن P و θ' (زاویه امپدانس در ضریب قدرت 0/8) مقدار Q' جدید را تعیین می‌کنیم بنابراین تفاوت توان راکتیو در هر دو حالت بیانگر توان راکتیوی است که خازن به مجموعه اضافه کرده است:

$$\theta' = \cos^{-1}(08) = 36/87^\circ$$
$$Q' = P\tan\theta' = 1200\tan(36/87^\circ) = 900VAr$$
$$Q_c = Q' - Q = 900 - 1600 = -700VAr$$

حال از روی Q_c مقدار X_c و از روی آن C را تعیین می‌کنیم.

$$X_C = \frac{|V|^2}{Q_C} = \frac{(200)^2}{700} = 57/14(\Omega)$$
$$X_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi(60)(57/14)} = 46/42\mu F$$

حال توان کل وجریان جدید برابر هستند با:

$$S' = 1200 + j900 = 1500\angle 36/87^\circ VA$$
$$I' = \frac{S'^\circ}{V^\circ} = \frac{1500\angle -36/87}{200\angle 0} = 7/5\angle -36/86^\circ$$

نکته: همان‌طور که در مثال هم دیده شد، افزایش ضریب توان باعث کاهش جریان بار می‌شود.

مثال: یک‌بار تک فاز که به یک خط ۴۲۰ ولت متصل است. دارای ضریب توان ۰/۶ پس‌فاز بوده و به قدرت ۲۴kw نیاز دارد. برای افزایش ضریب توان به ۰/۸ پس‌فاز مقدار راکتانس خازنی که باید با بار موازی شود برابر است با:

1) 126Ω 2) $6/3\Omega$ 3) $12/6\Omega$ 4) 63Ω

حل: از آنجایی که توان اکتیو در هر دو حالت یکسان است داریم:

$$PF = 0/6 \rightarrow Q = P\text{tg}\theta = 24^{kw} \times \frac{4}{3} = 32kvAr$$
$$PF = 0/8 \rightarrow Q' = P\text{tg}\theta' = 24 \times \frac{3}{4} = 18kvAr$$
$$Q_C = Q' - Q = 18 - 32 = -14kvAr$$
$$X_C = \frac{|V|^2}{Q_C} = \frac{(420)^2}{14^k} = 12/6\Omega$$

گزینه «3» صحیح است.

نکته مهم: لازم است که مقادیر مثلثاتی زوایای $36/87^\circ, 53/13^\circ$ را بخاطر بسپارید:

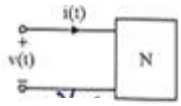
$$\theta = 36/87^\circ \rightarrow \begin{cases} \sin\theta = 0/8 \\ \cos\theta = 0/6 \end{cases} \Rightarrow \text{tg}\theta = \frac{4}{3}$$
$$\theta = 53/13^\circ \rightarrow \begin{cases} \sin\theta = 0/6 \\ \cos\theta = 0/8 \end{cases} \Rightarrow \text{tg}\theta = \frac{3}{4}$$

پخش توان مختلط

در این قسمت می‌خواهیم روابطی برای توان‌های اکتیو و راکتیو منابع ولتاژ موجود در سیستم پیدا کنیم و مشخص کنیم که این توان‌ها به چه عواملی وابسته هستند ولی قبل از آن دو قرار داد برای توان‌های تولید شده و مصرف شده معرفی می‌کنیم:

1) سیستم قراردادی مصرف‌کننده: اگر جهت ولتاژ و جریان مطابق شکل (1-7) باشد آنگاه داریم:

$$p(t) = v(t).i(t)$$

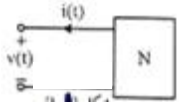


$$\begin{cases} P(t) > 0 & \text{مصرف‌کننده} \\ P(t) < 0 & \text{تولیدکننده} \end{cases}$$

شکل (۷ـ۱)

2) سیستم قراردادی تولیدکننده: طبق جهت‌های مشخص شده در شکل (1-7) برای ولتاژ و جریان داریم:

$$P(t) = V(t).i(t)$$



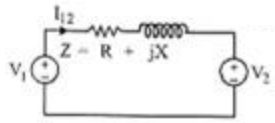
$$\begin{cases} P(t) > 0 & \text{تولیدکننده} \\ P(t) < 0 & \text{مصرف‌کننده} \end{cases}$$

شکل (۸ـ۱)

توجه: در این کتاب سیستم قراردادی مصرف‌کننده مدنظر می‌باشد. مگر آن که خلاف آن گفته شود.

حال فرض می‌کنیم مطابق شکل (1-9) دو منبع ولتاژ ایده‌آل $V_2 = |V_2| \angle \delta_2 , V_1 = |v| \angle \delta_1$ داریم که با امپدانس $Z = R + jX$ به یکدیگر اتصال پیدا کرده‌اند.

می‌خواهیم توان‌های اکتیو و راکتیو ارسالی از منابع 1 و 2 را بیابیم برای این منظور ابتدا جریان خط را به دست می‌آوریم:



شکل (۹ـ۱)

$$I_{12}=\frac{|V_1|\angle\delta_1-|V_2|\angle\delta_2}{|Z|\angle\theta_Z}=\frac{|V_1|}{|Z|}\angle\delta_1-\theta_z-\frac{|V_2|}{|Z|}\angle\delta_2-\theta_z$$

توان مختلط منبع 1 عبارت است از:

$$S_1=V_1I_{12}^0=\frac{|V_1|^2}{|z|}\angle\theta_z-\frac{|V_1||V_2|}{|z|}\angle(\theta_z+\delta_1-\delta_2)$$

حال با جداسازی قسمت‌های موهومی و حقیقی داریم:

$$P_1=\frac{|V_1|^2}{|z|}\cos\theta_z-\frac{|V_1||V_2|}{|z|}\cos(\theta_z+\delta_1-\delta_2)$$
$$Q_1=\frac{|V_1|^2}{z}\sin\theta_z-\frac{|V_1||V_2|}{|z|}\sin(\theta_z+\delta_1-\delta_2)$$

اما از آنجایی که در خطوط انتقال $X>>R$ می‌باشد لذا $Z=jX$ را در نظر می‌گیریم و به دو رابطه‌ی بسیار مهم زیر می‌رسیم:

$$\theta_z=90^o$$

توان‌های منبع 1
$$\begin{cases}P_1=\frac{|V_1||V_2|}{X}\sin(\delta_1-\delta_2)\\ Q_1=\frac{|V_1|}{X}[|V_1|-|V_2|\cos(\delta_1-\delta_2)]\end{cases}$$

توان‌های منبع 2
$$\begin{cases}P_2=\frac{|V_1||V_2|}{X}\sin(\delta_2-\delta_1)\\ Q_2=\frac{|V_2|}{X}[|V_2|-|V_1|\cos(\delta_2-\delta_1)]\end{cases}$$

این روابط را حتماً به خاطر بسپارید.

نکات بسیار مهم:

1- همان‌طور که در فرمول توان اکتیو مشخص است، P به‌صورت سینوسی با زاویه توان δ تغییر می‌کند و تغییر کوچکی در δ منجر به تغییرات قابل محسوسی در توان اکتیو خواهد شد در حالی که تغییرات کوچک در دامنه ولتاژها اثر محسوسی در پخش توان اکتیو نخواهد داشت.

طبق سیستم قراردادی مصرف‌کننده اگر:

$\begin{cases} P_1>0 \rightarrow (\delta_1-\delta_2)>0 \rightarrow \\ P_1>0 \rightarrow (\delta_1-\delta_2)<0 \rightarrow \end{cases}$ P_1 تولیدکننده توان اکتیو خواهد بود و توان از منبع (1) به سمت منبع 2 جاری خواهد شد.

P_1 مصرف‌کننده توان اکتیو خواهد بود و توان از منبع (2) به سمت منبع 1 جاری خواهد شد.

2) حداکثر توان اکتیو (به‌صورت تئوری) زمانی رخ می‌دهد که $\delta=90^\circ$ باشد.

$$P_{max}=\frac{|V_1||V_2|}{X}$$

3) در رابطه‌ی توان راکتیو با توجه به این که $\cos\delta\approx 1$ می‌باشد آن گاه $Q_1\approx|v_1|(|v_1|-|v_2|)$ می‌باشد. بنابراین شارش توان راکتیو در خط به اختلاف اندازه ولتاژها بستگی دارد و هر منبعی که دارای $|V|$ بزرگ‌تر باشد توان راکتیو از آن منبع به سمت منبع دیگر جاری می‌شود.

4) دقت کنید که هر منبعی که دارای زاویه توان (δ) بزرگ‌تر باشد توان اکتیو از آن منبع به سمت منبع دیگر جاری می‌شود.

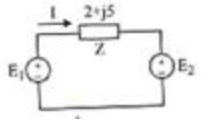
مثال: دو منبع ایده‌ال نشان داده شده در شکل (۱۰-۱) به عنوان ماشین‌های الکتریکی ۱ و ۲ از طریق امپدانس $Z=2+j5\Omega$ به هم متصل هستند، اگر $E_1=100\angle 30^\circ V$, $E_2=120\angle 0V$ باشند.

الف) مشخص کنید کدام‌یک از ماشین‌ها به عنوان مولد و کدام‌یک به عنوان موتور عمل می‌کنند.

ب) قدرت‌های راکتیو تولید شده یا جذب شده هر ماشین را به دست آورید.

ج) Q,P جذب شده توسط امپدانس را محاسبه کنید.

حل: الف) ابتدا جریان خط را به دست می‌آوریم و سپس توان مختلط هر منبع را تعیین می‌کنیم:



شکل (۱۰-۱)

$$I=\frac{E_1-E_2}{Z}=\frac{100\angle 30^\circ-120\angle 0^\circ}{2+j5}=11/18\angle 55/5^\circ A$$

$$S_1=E_1I^*=100\angle 30^\circ\times 11/8\angle -55/5^\circ=1009-j481VA$$

$$S_2=-E_2I^*=-120\angle 0\times 11/18\angle -55/5^\circ=-759+j1105VA$$

دقت کنید علامت منفی در S_2 به خاطر جهت جریان عبوری از منبع 2 می‌باشد.

چون قدرت تولیدی ماشین 1 برابر 1009^{w} و مثبت است لذا ماشین 1 به عنوان ژنراتور عمل می‌کند. همچنین توان تولیدی ماشین 2، برابر -759^{w} است که نشان‌دهنده این است که ماشین 2 توان اکتیو جذب می‌کند و لذا یک موتور است.

ب) $Q_1 < 0$ لذا توان راکتیو تولید می‌کند و $Q_2 > 0$ لذا توان راکتیو جذب می‌کند.

ج) توان تلفاتی خط برابر است با:

$$S_L = \overline{S_1} + \overline{S_2}$$
$$\overline{S_L} = (1009 - j481) + (-759 + j1105) = 250w + j624Var$$

یا $P = R\,|I|^2 = (11/18)^2 \times 2 = 250w$

$$Q = X\,|z|^2 = (11/18)^2 \times 5 = 624w$$

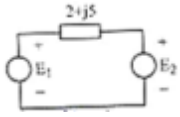
مثال: در شبکه شکل (۱۱-۱) می‌توان بیان نمود:

1) منبع E_1 تولیدکننده توان راکتیو و منبع E_2 تولیدکننده توان اکتیو است.

2) منبع E_1 تولیدکننده توان اکتیو و منبع E_2 مصرف‌کننده توان راکتیو است.

3) منبع E_1 مصرف‌کننده توان اکتیو و منبع E_2 مصرف‌کننده توان راکتیو است.

4) منبع E_1 تولیدکننده توان اکتیو و منبع E_2 تولیدکننده توان راکتیو است.



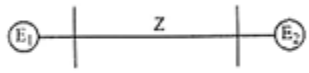
شکل (۱۱-۱)

$E_1 = 100\angle 30$
$E_2 = 120\angle 0$

حل: در واقع این تست همان مثال قبل می‌باشد که به‌صورت تست درآمده است و هدفش آن است که بدون حل منابع تولیدکننده توان‌های اکتیو و راکتیو را تشخیص دهید. همان‌طور که گفته شد توان اکتیو از منبعی با زاویه توان (δ) بزرگ‌تر به سمت زاویه توان کوچک‌تر جاری می‌شود پس در اینجا E_1 تولیدکننده توان اکتیو و E_2 مصرف‌کننده توان اکتیو خواهد بود. همچنین توان راکتیو را منبعی با اندازه ولتاژ بالاتر به سمت منبعی با اندازه ولتاژ پایین‌تر جاری می‌شود پس در اینجا E_2 تولیدکننده توان راکتیو و E_1 مصرف‌کننده توان راکتیو خواهد بود. گزینه «4» صحیح است.

نمونه: دو ماشین ۱ و ۲ از طریق یک خط انتقال با امپدانس سری به هم متصل شده‌اند.

اگر $Z = j5\ ,\ E_2 = 200\angle 0V\ ,\ E_1 = 200\angle 30^{\circ}V$ **باشند. (سراسری ۸۴)**



1) ماشین 1 توان راکتیو تولید و ماشین 2 توان راکتیو مصرف می‌کند. ماشین 1 به‌صورت ژنراتور و ماشین 2 به‌صورت موتور کار می‌کند.

2) ماشین 1 توان راکتیو مصرف و ماشین 2 توان راکتیو تولید می‌کند. ماشین 1 به‌صورت موتور و ماشین 2 به‌صورت ژنراتور کار می‌کند.

3) هر دو ماشین توان‌های راکتیو مساوی تولید می‌کنند که در راکتانس خط مصرف می‌شود. ماشین 1 به‌صورت ژنراتور و ماشین 2 به‌صورت موتور کار می‌کنند.

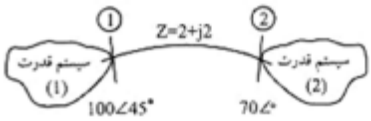
4) هر دو ماشین توان‌های راکتیو مساوی تولید می‌کنند که در راکتانس خط مصرف می‌شود. ماشین 1 به‌صورت موتور و ماشین 2 به‌صورت ژنراتور کار می‌کند.

حل: با توجه به این که زاویه توان (δ_1) منبع E_1 از منبع E_2 بیش‌تر است بنابراین منبع E_1 توان اکتیو تولید یعنی ژنراتور و منبع E_2 توان اکتیو مصرف یعنی موتور می‌باشد. ولی از آنجایی که اندازه ولتاژ هر دو منبع برابر می‌باشند لذا هر دو منبع توان راکتیو مساوی تولید می‌کنند که در امپدانس خط مصرف می‌شود:

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= \frac{|V_1|}{X}(|V_1| - |V_2|\cos\delta) = \frac{200}{5}(200 - 100\sqrt{3}) \\ Q_2 &= \frac{|V_2|}{X}(|V_2| - |V_1|\cos\delta) = \frac{200}{5}(200 - 100\sqrt{3}) \end{aligned}\right\} \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

گزینه «4» صحیح است.

مثال: در سیستم قدرت شکل زیر مقدار توان اکتیو و راکتیو که خط مصرف می‌کند چقدر می‌باشد؟



1) 35^2 وات و $\frac{35^2}{2}$ وار

2) $\frac{35^2}{4}$ وات و 35^2 وار

3) 35^2 وات و 35^2 وار

4) $\frac{35^2}{2}$ وات و 35^2 وار

حل: این قسمت را از دو روش حل می‌کنیم:

روش اول: جریان خط را به دست می‌آوریم و سپس توان تلفاتی را می‌یابیم:

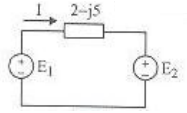
$$I_1 = \frac{100\angle 45^\circ - 70\angle 0}{2+2j} = \frac{101\sqrt{2} + j99\sqrt{2}}{8} = 25A$$

$$P_L = R\,|I|^2 = 2\times 25^2 = 1250 \approx 35^2 W$$

$$Q_L = X\,|I|^2 = 2\times 25^2 = 1250 \approx 35^2 VAr$$

روش دوم: همان‌طور که مشاهده می‌کنید روش اول دارای محاسبات طولانی می‌باشد، با کمی دقت به گزینه‌ها درمی‌یابیم که چون مقاومت و راکتانس خط هر دو برابر 2 هستند و جریان یکسان از آن‌ها عبور می‌کند لذا توان‌های اکتیو و راکتیو خط باید با هم برابر باشد که تنها در گزینه «3» این مقادیر وجود دارد.

مثال: اگر در مثال تشریحی حل شده ابتدای بخش امپدانس بین دو ماشین ۱ و ۲ برابر $2-j5$ اهم باشد، مشخص کنید کدام ماشین به‌صورت مولد و کدام به‌صورت موتور کار می‌کند. همچنین قدرت راکتیو تولید شده یا جذب شده هر ماشین و قدرت جذب شده اکتیو و راکتیو توسط امپدانس رابط را به دست آورید. (مطابق شکل (۱۲-۱)).



شکل (۱۲ـ۱)

حل: دقت کنید که در این حالت باراز حالت سلفی به بار خازنی تبدیل شده است.

$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{100\angle 30 - 120\angle 0}{2-j5} = 11/18\angle 191/94$$

$$S_1 = E_1 I^* = 100\angle 30 \times 11/18\angle -191/94 = -1062 - j346/57 VA$$
$$S_2 = -E_2 I^* = -120\angle \times 11/18\angle -191/94 = 1312/57 - j277/56 VA$$

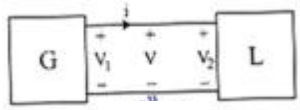
با توجه به این که P_1 منفی و P_2 مثبت می‌بشد. لذا ماشین 1 به عنوان موتور و ماشین 2 به‌صورت ژنراتور عمل می‌کند. همچنین چون Q_1, Q_2 هر دو منفی می‌باشند لذا هر دو تولیدکننده توان راکتیو می‌باشند.

توان تلفاتی خط برابر است با:

$$S_L = S_1 + S_2 = (-1062 + 1312/57) + j(-346/57 - 277/56)$$
$$S_L = 250 - j624$$

اگر با مسئله قبل مقایسه کنید خواهید دید که توان اکتیو تلف شده در مقاومت یکسان است ولی توان راکتیو در اینجا علامت منفی دارد که به معنای تولید توان راکتیو در خط می‌باشد و این به دلیل خازنی بودن بار می‌باشد.

مثال: شکل (۱۳-۱) ژنراتوری را نشان می‌دهد که از طریق خط انتقال باری را در انتهای خط تغذیه می‌کند. ولتاژ ابتدای خط را با V_1 و ولتاژ انتهای خط را با V_2 نشان می‌دهیم. امپدانس خط انتقال $Z_s = R_s + jX_s$ اهم بوده و تلفات اکتیو و راکتیو خط انتقال P_L, Q_L در مقایسه با قدرت انتقالی از خط R , Q ناچیز و در مقایسه با آن‌ها قابل صرف‌نظر کردن هستند.



شکل (۱۳-۱)

الف) ثابت کنید که برای P_L, Q_L به‌طور تقریبی روابط زیر را خواهیم داشت:

$$P_L = R_S \frac{P^2 + Q^2}{|V|^2}, Q_L = X_S \frac{P^2 + Q^2}{|V|^2}$$

در روابط فوق از افت ولتاژ در خط صرف‌نظر شده و $|V| = |V_1| = |V_2|$ در نظر گرفته شده است.

حل: ابتدا جریان خط را به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از آن روابط حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} S = P + jQ \ , \ |S| = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ |I| = \dfrac{|S|}{|V|} = \dfrac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{|V|} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_L = R_S |I|^2 = R_S \dfrac{P^2 + Q^2}{|V|^2} \\ Q_L = X_S |I|^2 = X_S \dfrac{P^2 + Q^2}{|V|^2} \end{cases}$$

دقت کنید این دو رابطه‌ی تقریبی روابط مهمی هستند و باید آن‌ها را به خاطر داشته باشید.

ب) اگر از Q_L, P_L در مقایسه با Q , P صرف‌نظر نشود و افت ولتاژ خط نیز منظور گردد در این صورت Q_1, P_1, V_1 به ترتیب ولتاژ، قدرت اکتیو و قدرت راکتیو تولید شده در ابتدای خط (توسط ژنراتور) و Q_2, P_2, V_2 به ترتیب ولتاژ، قدرت اکتیو و قدرت راکتیو انتهای خط (مصرفی بار) می‌باشند. چنانچه امپدانس بار $Z_L = 80 + j60\Omega$ و $Z_s = 2 + j8\Omega$ و ولتاژ ابتدای خط $V_1 = 30\angle 0 kv$ باشد (مدار یک فاز است) مطلوب است جرین خط، ولتاژ انتهای خط V_2، افت ولتاژ خط P_1, Q_1, P_2, Q_2 و قدرت مصرف شده اکتیو و راکتیو در خط انتقال برحسب MW و Mvar.

حل: ب)

$$\begin{cases} V_1 = Z_S I + V_2 \\ V_2 = Z_A I \end{cases} \Rightarrow V_1 = (Z_S + Z_L) I \Rightarrow 30\angle 0 \times 10^2 = (82 + j68) I \Rightarrow$$

$$1) I = 281/62 \angle -39/67^\circ$$

$$2) V_2 = Z_L I = (80 + j60)(281/62 \angle -39/67^\circ) = 28/162 \angle 13/46^\circ kv$$

$$3) \Delta v = v_1 - v_2 = 7/055$$

افت ولتاژ خط $|\Delta V| = 7/055$

$$4) S_1 = V_1 I_1^* = (30^k \angle 0)(281/62 \angle 39/67) = 8/450 \angle 39/67 MVA$$

$$S_1 = P_1 + jQ_1 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 6/5 MW \\ Q_1 = 5/394 MVar \end{cases}$$

$$5) S_2 = V_2 I^* = (28/162 \angle 13/46)(281/62 \angle 39/67) = 7/930 \angle 53/13^\circ MVA$$

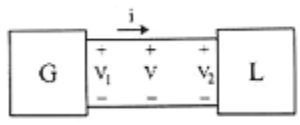
$$\begin{cases} P_2 = 4/758 MW \\ Q_2 = 6/344 MVar \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} P_L = R_S |I|^2 = 2 \times (281/62)^2 = 0/1586 MW \\ Q_L = X_S |I|^2 = 8(281/62)^2 = 0634 MVar \end{cases}$$

مثال: در شبکه مقابل فرض بر ثبات ولتاژ درطول مسیر است/ $|V_1| = |V_2| = |V| = 20^{kv}$ تلفات خط چقدر است؟

$Z_s = 1 + j5$

S بار $= 100 + j20 MVA$



1) 20MV

2) 25MW

3) 26MW

4) چون ولتاژ Flat است خط بدون تلفات است.

حل: دقت کنید که در حل این تست اگر فرمول‌های مثال قبل را حفظ نباشید درگیر محاسبات طولانی خواهید شد بنابراین داریم:

$$P_L = R_S \frac{P^2 + Q^2}{|V|^2} = 1 \times \frac{\left[(100)^2 + 400\right] M^2}{400M} = 26MW$$

گزینه «3» صحیح است.

توان مختلط

چنانچه عبارت فازبرداری ولتاژ و جریان معلوم باشند، در این صورت محاسبهٔ توان حقیقی و واکنشی به راحتی به فرم مختلط انجام می‌شود. چنانچه ولتاژ دو سر و جریان ورودی به بار معینی، یا بخشی از یک مدار، به ترتیب با $I = |I| \underline{|\beta}, V = |V| \underline{|\alpha}$ نشان داده شوند، در این صورت حاصلضرب ولتاژ و مزدوج جریان به فرم قطبی برابر است با:

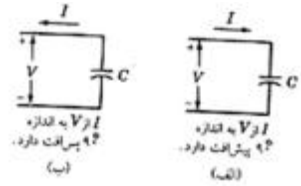
$$VI^* = |V| \varepsilon^{j\alpha} \times |I| \varepsilon^{-i\beta} = |V||I| \varepsilon^{j(\alpha-\beta)} = |V||I| \underline{|\alpha - \beta} \qquad (8\text{-}1)$$

این کمیت، که توان مختلط نامیده می‌شود، معمولاً با S نشان داده می‌شود در مختصات قائم:

$$S = VI^* = |V||I| \cos(\alpha - \beta) + j|V||I| \sin(\alpha - \beta)$$

از آنجاکه $\alpha - \beta$، زاویهٔ فاز بین ولتاژ و جریان، برابر θ در معادلات قبلی است، بنابراین:

$$S = P + jQ \qquad (9\text{-}1)$$



شکل 1-2 خازن به عنوان (الف) عنصر غیرفعال مدار که جریان پیش‌افتی می‌گیرد؛ (ب) مولد تأمین کنندهٔ جریان

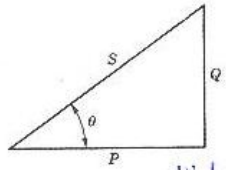
پس‌افتی توان واکنشی Q هنگامی مثبت است که زاویهٔ $\alpha - \beta$ بین ولتاژ و جریان مثبت باشد، یعنی هنگامی که $\alpha > \beta$ ، که به معنای پس‌افت داشتن جریان از ولتاژ است. برعکس، Q به ازای $\beta > \alpha$ منفی است، که به معنای پیش‌افت داشتن جریان از ولتاژ است. این امر در توافق با انتخاب علامت مثبت برای توان واکنشی مدار القایی و علامت منفی برای توان واکنشی مدار ظرفیتی است. برای به دست آوردن علامت مناسب برای Q لازم است که S را به‌صورت VI^* محاسبه کرد و نه به‌صورت V^*I که علامت Q را معکوس می‌کند.

مثلث توان

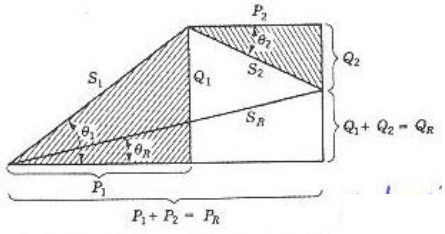
معادلهٔ (1-9) روشی ترسیمی برای به دست اوردن P، Q، و زاویهٔ فاز کل برای چندین بار موازی را پیشنهاد می‌کند زیرا $\cos\theta$ برابر است با $P/|S|$ می‌توان یک مثلث توان برای بار القایی، همان‌طور که در شکل 1-3 نشان داده شده است، رسم کرد. Pی کل برای چندین بار موازی برابر است با مجموع توان‌های میانگین تک‌تک بارها، که برای تجزیه و تحلیل ترسیمی باید در امتداد محور افقی رسم شود. برای بار القایی، Q به‌طور عمودی و به سمت بالا رسم می‌شود، زیرا که مثبت است. بار القایی دارای توان واکنشی منفی است، و بنابراین Q به‌طور عمومی و به سمت پایین خواهد بود. شکل 1-4 نشان‌دهندهٔ مثلث توان متشکل از S_1, Q_1, P_1 برای بار با ضریب توان پس‌افتی است که دارای زاویهٔ فاز θ_2 است همراه با مثلث توان متشکل از S_2, Q_2, P_2 برای بار ظرفیتی با θ_2ی منفی. این دو بار موازی دارای مثلثی با اضلاع Q_1+Q_2, P_1+P_2، و وتر S_R هستند. در حالت کلی، $|S_R|$ برابر با $|S_2|+|S_1|$ نیست. زاویهٔ فاز بین ولتاژ و جریان تغذیه شده به بار مرکب برابر است با θ_R.

جهت پخش توان

هنگام بررسی پخش توان در یک سیستم، رابطهٔ بین P، Q و ولتاژ شین V، یا ولتاژ تولیدشده E، و علامت P و Q مهم است. مسئله عبارت است از جهت پخش توان، یعنی هنگامی که ولتاژ و جریان مشخص شدند، در این صورت آیا توان تولید می‌شود یا جذب می‌شود.



شکل (۱ـ۳) مثلث توان برای بار القایی



شکل (۱ـ۴) مثلث توان برای بارهای مرکب، توجه کنید که Q_2 منفی است.

مسئله رساندن توان به یک مدار یا جذب کردن توان از یک مدار برای سیستم dc نسبتاً واضح است. ولتاژ و جریان در شکل 1-5 (الف) را در نظر بگیرید که در آن جریان I از طریق یک باتری می‌گذرد. چنانچه ولت‌متر V_m و آمپرمتر A_m به ترتیب مقادیر $I=10A, E=100V$ را نشان دهند، در این صورت باتری با سرعت $EI=1000W$ شارژ می‌شود (یا انرژی جذب می‌کند). از طرف دیگر، چنانچه اتصالات آمپرمتر، به منظور حرکت عقربهٔ آن به سمت مناسب باید تغییر کنند، در حالی که جهت جریان هنوز در حالت نشان داده شده باشد، در این صورت $EI=-1000W, I=-10A$؛ یعنی این که باتری در حال تخلیه شدن (دادن انرژی) است. از همین مطلب در روابط مدار ac استفاده می‌شود.

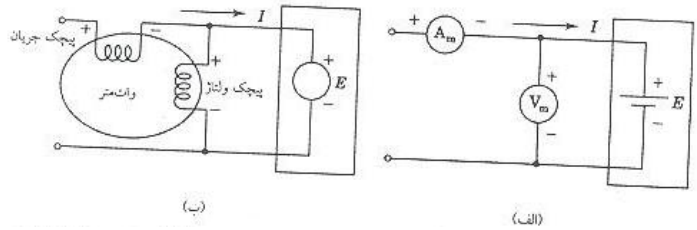
برای یک سیستم ac، شکل 1-5 (ب) یک منبع ولتاژ ایده‌آل E (اندازهٔ ثابت، فرکانس ثابت، امپدانس صفر) در داخل چهارگوش با علائم قطبیت، برای سری که در طول نیم سیکل ولتاژ لحظه‌ای مثبت، مثبت است، را نشان می‌دهد. به همین ترتیب، پیکان، نشان‌دهنده جهت جریان I به داخل چهارگوش در طول نیم سیکل مثبت جریان است. وات متر در شکل 1-5 (ب) دارای یک سیم‌پیچ جریان و یک سیم‌پیچ ولتاژ به ترتیب مربوط به آمپرمتر A_m و ولت‌متر V_m در شکل 1-5 (الف) است. برای اندازه‌گیری توان مؤثر باید سیم‌پیچ‌ها را به طور صحیح وصل کرد تا این که جهت حرکت عقربه درست باشد. برطبق تعریف می‌دانیم که توان جذب شده، به داخل چهارگوش برابر است با:

(10-1)

$$S = VI^* = P + jQ = |V||I|\cos\theta + j|V||I|\sin\theta$$

که در آن θ زاویهٔ فازی است که تحت آن I از V پس‌افت دارد. بدین جهت، چنانچه وات‌متر برای اتصال نشان داده شده در شکل 1-5 (الف) مقدار مثبتی را نشاندهد، در این صورت $P = |V||I|\cos\theta$ مثبت بوده و توان حقیقی توسط E جذب می‌شود. چنانچه وات‌متر مقدار منفی‌ای را نشان دهد (یا پس بزند)، در این صورع $P = |V||I|\cos\theta$ منفی است و معکوس کردن اتصالات سیم‌پیچ جریان یا سیم‌پیچ ولتاژ، ولی نه هر دو، باعث می‌شود که وات‌متر مقدار مثبتی را نشان دهد، که بدین معنی است که توان مثبت توسط E در داخل چهارگوش، تأمین می‌شود. این معادل است با این که گفته شود که توان منفی توسط E جذب می‌شود. چنانچه وات‌متر با وارمتر تعویض شود، در این صورت نکات مشابهی قابل استفاده برای علامت توان واکنشی Q، که توسط E جذب شده باشد یا توسط آن تأمین شده باشد، خواهیم داشت. به طور کلی جذب کردن یا تأمین کردن P و Q توسط هر مدار acای را می‌توان به سادگی با در نظرگرفتن مدار به‌صورت یک جعبهٔ بسته با جریان وارد به آن I و ولتاژ V با قطبیت نشان داده شده در جدول 1-1، تعیین کرد. بنابراین، مقدار عددی قسمت‌های حقیقی و انگاری حاصل‌ضرب $S = VI^*$ تعیین کنندهٔ جذب کردن یا تأمین کردن P و Q توسط مدار

یا شبکه قرار گرفته شده در جعبه، هستند. هنگامی که جریان I نسبت به ولتاژ V به اندازهٔ زاویهٔ θ بین $0, 90°$ پس‌افت داشته باشد، در این صورت $Q = |V||I|\sin\theta, P = |V||I|\cos\theta$ هر دو مثبت هستند، که نشانگر این امر است که وات و وار توسط مدار القایی در داخل چهارگوش جذب می‌شوند. هنگامی که I نسبت به V به اندازهٔ زاویه‌ای بین $0, 90°$ پیش‌افت داشته باشد، در این صورت P هنوز مثبت است ولی $Q = |V||I|\sin\theta, \theta$ هر دو منفی هستند که نشانگر این امر است که وار منفی توسط مدار ظرفیتی داخل چهارگوش جذب می‌شود یا وار مثبت توسط آن تأمین می‌شود.



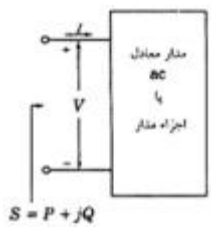
شکل ۵ـ۱ اتصالات: (الف) آمپرمتر و ولت متر برای اندازه‌گیری جریان dc , I و ولتاژ E یک باتری، (ب) وات‌متر برای اندازه‌گیری توان حقیقی جذب شده توسط منبع ولتاژی ac ایده‌آل E

مثال: دو منبع ولتاژ ایده‌آل به نام ماشین‌های ۱ و ۲، همان‌طور که در شکل ۱-۶ نشان داده شده است، به هم متصل شده‌اند. با فرض این‌که $Z = 0 + j5\Omega, E_2 = 100\angle 30°V, E_1 = 100\angle 0°V$، مطلوب است تعیین (الف) آیا هر یک از ماشین‌ها، تولیدکنندهٔ توان حقیقی است یا مصرف‌کنندهٔ آن و به چه مقدار، (ب) آیا هر ماشین، گیرنده توان واکنشی است یا تأمین کنندهٔ آن و به چه مقدار، (ج) P و Qی جذب شده توسط امپدانس.

حل:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{100 + j0 - (86/6 + j50)}{j5}$$

جدول ۱-۱ جهت‌گذر P و Q هنگامی که $S = VI^* = P + jQ$

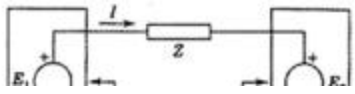


اگر $P > 0$، مدار توان حقیقی جذب می‌کند.

اگر $P < 0$، مدار توان حقیقی تأمین می‌کند.

اگر $Q > 0$، مدار توان واکنشی جذب می‌کند (I از V پس‌افت دارد.)

اگر $Q < 0$، مدار توان واکنشی تأمین می‌کند (I از V پیش‌افت دارد.)



شکل ۶ـ۱، منابع ولتاژ ایده‌آل متصل به هم از طریق امپدانس Z

$$S_1 = P_1 + jQ_1 \qquad S_2 = P_2 + jQ_2$$

$$= \frac{13/4 - j50}{j5} = -10 - j268 = 10/35\underline{|195^\circ}\,A$$

جریان وارد به چهارگوش 1 برابر است با $-I$ و جریان وارد به چهار گوش 2 برابر است با I به‌طوری که:

$$S_1 = E_1(-I)^* = P_1 + jQ_1 = 100(10 + j2/68)^* = 1000 - j268\,VA$$
$$S_2 = E_2 I^* = P_2 + jQ_2 = (86/6 + j50)(-10 + j2/68) = -1000 - j268\,VA$$

توان واکنشی جذب شده در امپدانس متوالی برابر است با:

$$|I|^2\, X = 10/35^2 \times 5 = 536\,var$$

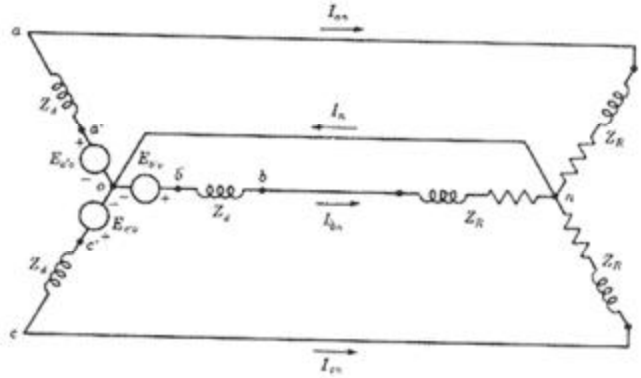
می‌توان انتظار داشت که ماشین 1 مولد باشد، به دلیل جهت جریان و علائم قطبیت. ولی از آنجا که P_1 مثبت است و Q_1 منفی، از این رو این ماشین مصرف‌کنندهٔ انرژی با نرخ $1000W$ و تأمین کنندهٔ توان واکنشی به مقدار $268\,var$ است. این ماشین در واقع یک موتور است.

ماشین 2، که انتظار می‌رود موتور باشد، دارای P_2ی منفی و Q_1ی منفی است. بدین جهت این ماشین تولیدکنندهٔ انرژی با نرخ $1000W$ و تأمین‌کننده توان واکنشی به مقدار $268\,var$ است. این ماشین در واقع یک ژنراتور است.

توجه کنید که توان واکنشی تأمین شده به مقدار 268+268 برابر است با $536\,var$، که مورد نیاز مقاومت القایی 5 اهمی است. از آنجا که این امپدانس، القایی خالص است، بنابراین هیچ توان حقیقی‌ای توسط امپدانس مصرف نمی‌شود، و تمام وات تولیدشده توسط ماشین به ماشین 1 انتقال می‌یابد.

ولتاژ و جریان در مدارهای سه‌فاز متعادل

سیستم‌های قدرت الکتریکی را ژنراتورهای سه‌فاز تغذیه می‌کنند. به‌طور ایده‌آل، ژنراتورها تغذیه‌کنندهٔ بارهای سه‌فاز متعادل، یعنی بارهای با امپدانس یکسان در هر سه‌فاز، هستند. البته بارهای روشنایی و موتورهای کوچک، تک‌فاز هستند، ولی سیستم‌های توزیع طوری طراحی می‌شوند که در مجموع تمام فازها متعادل باشند. شکل 14-1.



شکل ۱۳ـ۱ نمودار مدار ژنراتوری با اتصال ستاره (Y) متصل به باری با اتصال ستاره (Y)

.ژنراتوری با اتصال ستاره (Y)، که نقطهٔ خنثی آن با o مشخص شده است، در حال تغذیهٔ باری با اتصال ستاره که نقطهٔ خنثی آن با n مشخص شده است، را نشان می‌دهد. در بررسی این مدار فرض می‌کنیم که امپدانس اتصالات بین سرهای ژنراتور و سرهای بار، و همچنین امپدانس اتصال مستقیم بین o و n ناچیز هستند.

مدار معادل ژنراتور سه‌فاز، شامل یک نیروی محرک الکتریکی (emf) در هر کدام از سه‌فاز است، که در نمودار با دایره مشخص شده است. هر emf با یک مقاومت اهمی و یک راکتانس القایی، که امپدانس Z_d را تشکیل می‌دهند متوالی است. نقاط a', b', c' فرضی هستند زیراکه نیروی محرک تولید شده را نمی‌توان از امپدانس هر فاز جدا کرد. سرهای خروجی این ماشین عبارت‌اند از a، b، و c. در فصل 3 توجه بیشتری به این مدار معادل خواهد شد. Emfهای $E_{a'o}$، $E_{b'o}, E_{c'o}$ در ژنراتور، از لحاظ اندازه برابر بوده و از یکدیگر 120° اختلاف فاز دارند. چنانچه اندازهٔ هر کدام 100V باشد و $E_{a'o}$ به عنوان مبنا فرض شود در این صورت:

$$E_{a'o} = 100\angle 0^\circ V \qquad E_{b'o} = 100\angle 240^\circ V \qquad E_{c'o} = 100\angle 120^\circ V$$

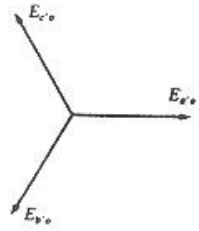
به شرطی که توالی فاز abc باشد، یعنی این که $E_{a'o}$ به اندازهٔ 120° از $E_{b'o}$ پیش‌افت داشته باشد و $E_{b'o}$ به نوبهٔ خود به اندازهٔ 120° از $E_{c'o}$ ، نمودار مدار، توالی فاز را مشخص نمی‌کند، ولی شکل 1-5 این emfها را با توالی abc نشان می‌دهد.

ولتاژ سرهای ژنراتور (و در این ولتاژ سرهای باز) نسبت به نقطهٔ خنثی برابرند با:

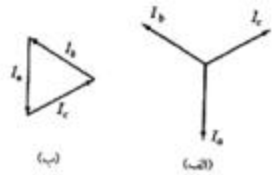
$$V_{ao} = E_{a'o} - I_{an} Z_d$$
$$V_{bo} = E_{b'o} - I_{bn} Z_d$$
$$V_{co} = E_{c'o} - I_{cn} Z_d$$

از آنجایی که o و n هم پتانسیل هستند، بنابراین V_{ao}، V_{bo}، و V_{co} به ترتیب برابرند با V_{an}، V_{bn}، و V_{cn}، و جریان خط‌ها (که در اتصال ستاره جریان فازها نیز هستند) برابرند با:

$$I_{an} = \frac{E_{a'o}}{Z_d + Z_R} = \frac{V_{an}}{Z_R}$$
$$I_{bn} = \frac{E_{b'o}}{Z_d + Z_R} = \frac{V_{bn}}{Z_R}$$
$$I_{cn} = \frac{E_{c'o}}{Z_c + Z_R} = \frac{V_{cn}}{Z_R}$$



شکل ۱ـ۱۵ نمودار فازبرداری emfهای جریان نشان داده شده در شکل ۱۴ـ۱



شکل ۱۶ـ۱ نمودار فازی جریان‌های بار سه‌فاز متعادل:

الف) فازبردارها از یک نقطه مشترک رسم شده‌اند.

ب) مجموعه فازبردارها تشکیل مثلث بسته‌ای را می‌دهد.

از آنجاکه $E_{a'o}$، $E_{b'o}$، $E_{c'o}$ دارای اندازهٔ برابر و 120^o اختلاف فاز هستند، و از آنجا که امپدانس‌هایی که توسط این emfها دیده می‌شوند یکسان هستند، بنابراین جریان‌ها نیز دارای اندازهٔ برابر و 120^o اختلاف فاز از یکدیگر خواهند بود. همین امر باید برای V_{an}، V_{bn}، و V_{cn} نیز صادق باشد. در این حالت می‌گوییم که ولتاژها و جریان‌ها متعادل هستند. شکل 1-16 (الف) سه جریان خط یک سیستم متعادل را نشان می‌دهد. در شکل 1-16 (ب) این جریان‌ها تشکیل یک مثلث بسته را می‌دهند و واضح است که جمع آن‌ها صفر است. بنابراین، در اتصال نشان داده شده در شکل 1-14 بین نقاط خنثی مولد و بار، I_n باید صفر باشد. در این صورت اتصال بین n و o می‌تواند هر امپدانسی داشته باشد، یا حتی باز باشد، و n و o هنوز هم پتانسیل باقی خواهند ماند. چنانچه بار متعادل نباشد، در این صورت مجموع جریان‌ها صفر نخواهد بود و جریانی بین n و o جریان خواهد داشت. در شرایط نامتعادل، n و o هم پتانسیل نخواهند بود مگر این که با امپدانس صفر به یکدیگر متصل شده باشند.

به خاطر جابه‌ایی فاز ولتاژها و جریان‌ها در یک سیستم سه‌فاز متعادل، راحت‌تر است که روش خلاصه شده‌ای برای مشخص کردن چرخش فازبردار به مقدار 120^o داشته باشیم. نتیجهٔ حاصل‌ضرب دو عدد مختلط برابر است با حاصل‌ضرب اندازهٔ آن‌ها و جمع زوایای آن‌ها. چنانچه عدد مختلط نمایانگر یک فازبردار در یک عدد مختلط با اندازهٔ واحد و زاویه θ ضرب شود، در این صورت عدد مختلط حاصل نمایانگر یک فازبردار برابر فازبردار اصلی است که به اندازهٔ زاویه θ جابه‌جا شده باشد. این عدد مختلط با اندازهٔ واحد و زاویهٔ θ برابر است با اپراتوری که در صورت اعمال به فازبردار آن را به اندازهٔ زاویهٔ θ می‌چرخاند. همهٔ ما با اپراتور j آشنایی داریم؛ این اپراتور باعث چرخش به اندازهٔ 90^o می‌شود، و اپراتور -1 که باعث چرخش به اندازهٔ 180^o می‌شود. اعمال دو مرتبه اپراتور j به‌طور متوالی، باعث چرخش به اندازهٔ 90^o+90^o می‌شود، که این امر ما را به این نتیجه می‌رساند که $j\times j$ باعث چرخش به اندازهٔ 180^o می‌شود، و از این‌رو تصدیق می‌کنیم که j^2 برابر است با -1. سایر آثار اپراتور j را می‌توان با تحلیلی مشابه به دست آورد.

حرف a عموماً برای مشخص کردن اپراتوری است که باعث چرخشی به اندازهٔ 120^o در جهت خلاف عقربه‌های ساعت می‌شود. یک چنین اپراتوری برابر است با یک عدد مختلط با اندازهٔ واحد و زاویهٔ 120^o و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a = 1\angle 120^o = 1\varepsilon^{j2\pi/3} = -0/5 + j0/866$$

اگر اپراتور a دو مرتبه متوالی به یک فازبردار اعمال شود، در این صورت فازبردار به اندازهٔ 240^o خواهد چرخید. به کاربرد متوالی a، فازبردار را به اندازهٔ 360^o می‌چرخاند. از این‌رو:

$$a^2 = 1\angle 240^o = 1\varepsilon^{j4\pi/3} = -0/5 - j0/866$$

$$a^3 = 1\angle 360^o = 1\varepsilon^{j2\pi} = 1\angle 0^o = 1$$

واضح است که $1+a+a^2=0$. شکل 1-17 نشان‌دهندهٔ خواص و توابع مختلف a است.

ولتاژهای خط – به خط در مدار شکل 1-14 عبارت‌اند از V_{ab}، V_{bc}، و V_{ca}. با دنبال کردن مسیری از a به b از طریق n نتیجه می‌شود:

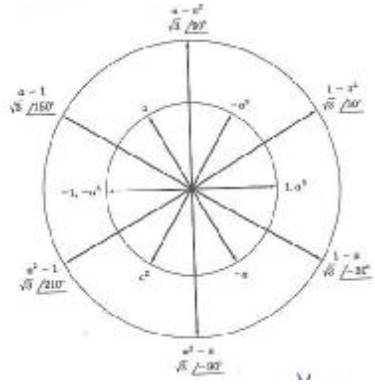
$$V_{ab} = V_{an} + V_{nb} = V_{an} - V_{bn}$$

اگرچه $V_{an}, E_{a'o}$ در شکل 1-14 هم‌فاز نیستند، ولی می‌توان از V_{an} به جای $E_{a'o}$ به عنوان مرجع در تعریف ولتاژها استفاده کرد. بنابراین، شکل 1-18 نشان‌دهندهٔ نمودار فازبردار و ولتاژها نسبت به نقطهٔ خنثی و چگونگی یافته V_{ab} است. برحسب اپراتور a ملاحظه می‌شود که $V_{bn} = a^2 V_{an}$، و بنابراین داریم:

$$V_{ab} = V_{an} - a^2 V_{bn} = V_{an}(1 - a^2)$$

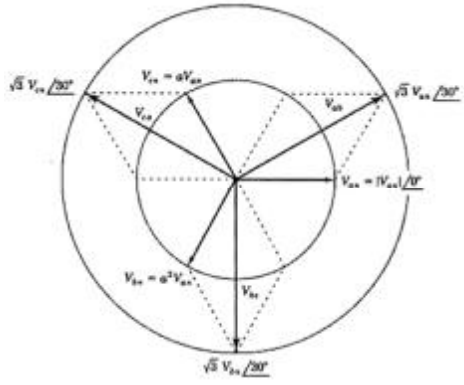
شکل 1-17 نشان می‌دهد که $1 - a^2 = \sqrt{3}\angle 30^\circ$، در نتیجه:

$$V_{ab} = \sqrt{3} V_{an} \varepsilon^{j30^\circ} = \sqrt{3} V_{an} \angle 30^\circ$$



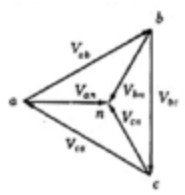
شکل ۱ـ۱۷ نمودار فاز بردار ویژگی‌ها و عملکردهای مختلف اپراتور α

بنابراین به‌صورت یک فازبردار، V_{ab} از V_{an} به اندازهٔ 30° پیش‌افت دارد و اندازهٔ آن $\sqrt{3}$ برابر بزرگ‌تر است. سایر ولتاژهای خط – به – خط به روشی مشابه پیدا می‌شوند. شکل 1-18 نشان‌دهندهٔ تمام ولتاژهای خط – به – خط نسبت به ولتاژهای خط – به – خنثی است. این واقعیت که اندازهٔ ولتاژهای خط – به – خط متعادل در یک مدار سه‌فاز همواره برابر است با $\sqrt{3}$ برابر اندازهٔ ولتاژهای خط – به – خنثی، بسیار اهمیت دارد.



شکل ۱ـ۱۸ نمودار فاز بردار ولتاژهای خط به خط نسبت به ولتاژهای خط به خنثی در یک مدار سه فاز متعادل

شکل 1-19 نشان‌دهندهٔ راه دیگری برای نمایش ولتاژهای خط – به – خط و خط – به – خنثی است. فازبردار ولتاژهای خط – به – خط به فرم یک مثلث بسته طوری ترسیم شده‌اند که در توافق با مرجع انتخاب شده، در این حالت V_{an}، باشند. رأس‌های این مثلث طوری نامگذاری شده‌اند که هر فازبردار از رأسی شروع و به رأسی ختم می‌شود که با ترتیب زیر نوشت‌های ولتاژ فازبرداری مطابقت داشته باشد. فازبردار ولتاژهای خط – به – خنثی به مرکز این مثلث رسم می‌شوند. هنگامی که این نمودار فازبرداری فهمیده شود، متوجه خواهید شد که ساده‌ترین راه برای تعیین ولتاژهای مختلف است.



شکل ۱ـ۱۹ روش دیگری برای رسم فاز بردارهای شکل ۱ـ۱۸

ترتیب به دنبال هم آمدن رأس‌های a، b و cی مثلث، هنگامی که مثلث حول n در جهت خلاف عقربه‌های ساعت چرخانده شود، نشان‌دهندهٔ توالی فاز است. اهمیت توالی فاز هنگامی روشن خواهد شد که در مورد ترانسفورماتورها بحث کنیم، و هنگامی که از مؤلفه‌های متقارن برای تحلیل عیب‌های نامتعادل در سیستم‌های قدرت استفاده شود.

می‌توان یک نمودار جداگانه جریان برای ربط‌دادن هر جریان به‌طور مناسب به ولتاژ فاز آن جریان ترسیم کرد.

مثال: در یک مدار سه‌فاز متعادل، ولتاژ V_{ab} برابر است با $173/2\underline{0^\circ}V$. مطلوب است تعیین تمام ولتاژها و جریان‌ها در یک بار با اتصال ستاره (Y) که دارای $Z_L = 10\underline{20^\circ}\Omega$ باشد. فرض کنید که توالی فاز abc باشد.

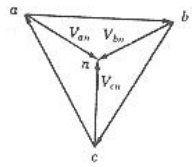
حل:

نمودار فازبردار ولتاژها، با V_{ab} به عنوان مبنا، همان‌طور که در شکل 1-20 نشان داده شده است، ترسیم می‌شود، که از روی آن تعیین می شود که

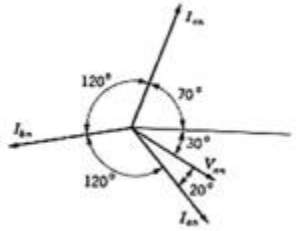
$$V_{ab} = 173/2\underline{0^\circ}V \qquad V_{an} = 100\underline{-30^\circ}V$$
$$V_{bc} = 173/2\underline{240^\circ}V \qquad V_{bn} = 100\underline{210^\circ}V$$
$$V_{ca} = 173/2\underline{120^\circ}V \qquad V_{cn} = 100\underline{90^\circ}V$$

هرکدام از جریان‌ها از ولتاژ دو سر امپدانس بار آن به اندازهٔ 20° پس‌افت دارد و اندازهٔ هر جریان برابر $10A$ است. شکل 1-21، نمودار فازبردار جریان‌های زیر است.

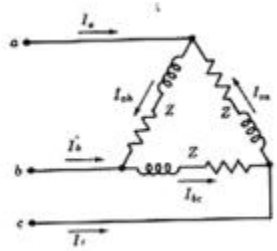
$$I_{an} = 10\angle -50^{\circ} A \qquad I_{bn} = 10\angle 190^{\circ} A \qquad I_{cn} = 10\angle 70^{\circ} A$$



شکل ۱ـ۲۰ نمودار فاز بردار ولتاژهای مثال



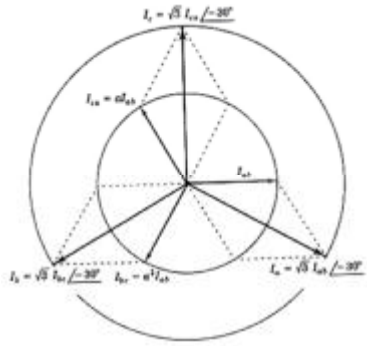
شکل ۱ـ۲۱ نمودار فاز بردار جریان‌های مثال



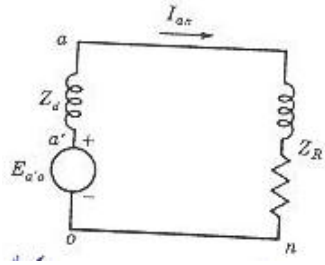
شکل ۱ـ۲۲ مدار باز سه فاز با اتصال Δ

بارهای متعادل معمولاً به‌صورت مثلث (Δ)، همان‌طور که در شکل 1-22 نشان داده شده است، متصل می‌شوند. در اینجا به عهده خواننده گذاشته می‌شود که با استفاده از اپراتور a نشان دهد که اندازهٔ جریان خط، همانند I_a، برابر با $\sqrt{3}$ برابر اندازهٔ جریان فاز I_{ab} است و این‌که I_a از I_{ab} به اندازهٔ 30° پس‌افت دارد، هنگامی که توالی فاز، abc باشد. شل 1-23 نشان‌دهندهٔ نسبت جریان‌ها، هنگامی‌که I_{ab} به عنوان مرجع انتخاب شود، است.

به هنگام حل مدارهای سه‌فاز متعادل، نیازی به کار با کل نمودار مدار سه‌فاز شکل 1-14 نیست. برای حل مدار، فرض می‌شود که یک امپدانس صفر به نقطهٔ خنثی متصل است و مجموع جریان‌های سه‌فاز را، که برای شرایط متعادل صفر است، از خود عبور می‌دهد. این مدار با به کار بردن قانون ولتاژ کیرشهف در یک مسیر بسته که شامل یک‌فاز و نقطه خنثی است، حل می‌شود. یک چنین مسیر بسته‌ای در شکل 1-24 نشان داده شده است.



شکل ۱ـ۲۳ نمودار فاز بردار جریان خطوط در ارتباط با جریان فازها در یک بار سه فاز متعادل با اتصال مثلث (Δ)



شکل ۱ـ۲۴ یک فاز از مدار شکل ۱ـ۱۴

این مدار معادل تک – فاز یا دو – فاز مدار شکل 1-14 است. محاسبات انجام شده برای این مسیر با به خاطر آوردن این نکته که جریان‌ها در دو فاز دیگر از نظر اندازه برابر با فاز محاسبه شده است و $240^{\circ}, 120^{\circ}$ با آن اختلاف فاز دارند را می‌توان به کل مدار سه‌فاز بسط داد. اهمیتی ندارد که بار متعادل (که توسط ولتاژ خط – به – خط، توان کل، و ضریب توان‌اش مشخص می‌شود) با اتصال مثلث (Δ) باشد یا با اتصال ستاره (Y)، زیرا که اتصال مثلث را می‌توان همواره به منظور محاسبات با معادل ستاره‌اش، همان‌طور که در جدول زیر نشان داده شده است، تعویض کرد. از این جدول واضح است که رابطهٔ کلی برای امپدانس ستاره Z_Y برحسب امپدانس‌های مثلث Z_Δ ها برابر است با:

$$Z_Y \text{ برابر} \frac{\text{حاصل‌ضرب } Z_\Delta \text{ های مجاور}}{\text{مجموع } Z_\Delta \text{ها}}$$

هنگامی‌که تمام امپدانس‌ها در اتصال مثلث برابر باشند (یعنی Z_Δ های متعادل)، در این صورت امپدانس Z_Y ی هر فاز معادل اتصال ستاره Y برابر است با یک‌سوم امپدانس هر فاز مثلثی که جایگزین شود. به همین ترتیب، در تبدیل از Z_Y ها به Z_Δ ها، جدول زیر نشان می‌دهد که:

$$Z_Y = \frac{\text{مجموع حاصل‌ضرب دوتایی } Z_Y \text{ها}}{\text{مجموع } Z_Y \text{ی مقابل}}$$

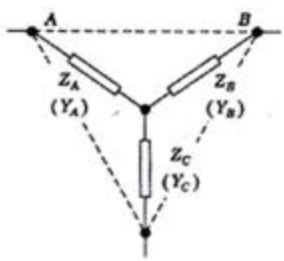
عبارات مشابهی را نیز می‌توان برای تبدیل ادمیتانس‌ها به کار برد.

مثال: ولتاژ سرهای باری با اتصال ستاره، شامل سه امپدانس مساوی به مقدار $20\angle 30^\circ\Omega$، برابر با $4/4\text{kV}$ خط – به – خط است. امپانس هر یک از سه خطی که بار را به شین در یک پست برق وصل می‌کند برابر است با $Z_L = 1/4\angle 75^\circ\Omega$ مطلوب است یافتن ولتاژ خط – به – خط در شین پست برق.

حل:

اندازهٔ ولتاژ خط – به – خنثی در بار برابر است با $4400/\sqrt{3} = 2540\text{V}$ چنانچه V_{an}، ولتاژ بین سرهای بار، را به عنوان مرجع انتخاب کنیم، در این صورت:

جدول تبدیل‌های ستاره – مثلث $(Y-\Delta)$ و مثلث – ستاره $(\Delta-Y)$*

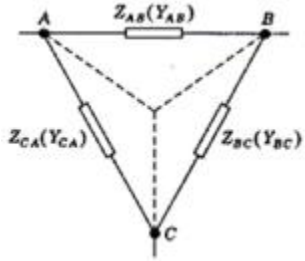


$\boxed{\Delta \to Y}$

$$Z_A = \frac{Z_{AB}Z_{CA}}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$$

$$Z_B = \frac{Z_{BC}Z_{aB}}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$$

$$Z_C = \frac{Z_{CA}Z_{BC}}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$$



$\boxed{Y \to \Delta}$

$$Z_{AB} = \frac{Z_AZ_B + Z_BZ_C + Z_CZ_A}{Z_C}$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_AZ_B + Z_BZ_C + Z_CZ_A}{Z_A}$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_AZ_B + Z_BZ_C + Z_CZ_A}{Z_B}$$

$\boxed{\Delta \to Y}$

$$Y_A = \frac{Y_{AB}Y_{CA} + Y_{BC}Y_{aB} + Y_{CA}Y_{BC}}{Y_{BC}}$$

$$Y_B = \frac{Y_{AB}Y_{CA} + Y_{BC}Y_{AB} + Y_{CA}Y_{BC}}{Y_{CA}}$$

$$Y_C = \frac{Y_{AB}Y_{CA} + Y_{BC}Y_{AB} + Y_{CA}Y_{BC}}{Y_{AB}}$$

$\boxed{Y \to \Delta}$

$$Y_{AB} = \frac{Y_AY_B}{Y_A+Y_B+Y_C}$$

$$Y_{BC} = \frac{Y_BY_C}{Y_A+Y_B+Y_C}$$

$$Y_{CA} = \frac{Y_CY_A}{Y_A+Y_B+Y_C}$$

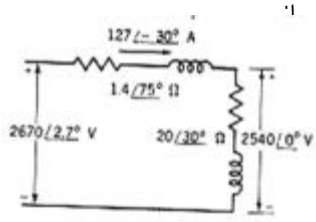
* ادمیتانس‌ها و امپدانس‌های با زیرنوشت یکسان، عکس یکدیگرند.

$$V_{\alpha n} = 2540\angle 0^\circ \, V \qquad \text{و} \qquad I_{an} = \frac{2540\angle 0^\circ}{20\angle 30^\circ} = 127/0\angle -30^\circ A$$

ولتاژ خط – به – خنثی در پست برق برابر است با:

$$\begin{aligned} V_{an} + I_{an} Z_L &= 2540\angle 0^\circ + 127\angle -30^\circ \times 1/4\angle 75^\circ \\ &= 2540\angle 0^\circ + 177/8\angle 45^\circ \\ &= 2666 + j125/7 = 2670\angle 2/70^\circ V \end{aligned}$$

واندازهٔ ولتاژ در شین پست برق برابر است با:



شکل ۱ـ۲۵ مدار معادل هر فاز مثال

$$\sqrt{3} \times 2/67 = 4/62 kV$$

شکل 1-25 نشان‌دهندهٔ مدار معادل هر فاز و کمیت‌های مربوط به آن است.

توان در مدارهای سه‌فاز متعادل

کل توانی که یک ژنراتور سه‌فاز می دهد یا یک‌بار سه‌فاز جذب می‌کند به‌سادگی با جمع‌کردن توان در هر یک از سه‌فاز به‌دست می‌آید. در یک مدار متعادل این مقدار برابر است با ضرب‌کردن توان یک‌فاز در 3 زیرا که توان در هر سه‌فاز یکسان است.

اگر اندازهٔ ولتاژ خط – به – خنثی V_p برای باری با اتصال ستاره برابر باشد با

$$|V_p| = |V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}|$$

و اگر اندازهٔ جریان فاز I_p برای باری با اتصال ستاره برابر باشد با:

$$|I_p| = |I_{an}| = |I_{bn}| = |I_{cn}|$$

در این‌صورت توان کل سه‌فاز برابر است با:

$$P = 3|V_p||I_p|\cos\theta_p$$

که در آن θ_p زاویهٔ پس‌افت جریان فاز I_p از ولتاژ فاز V_p است، یعنی زاویهٔ امپدانس در هر فاز. اگر $|V_L|$ و $|I_L|$ به‌ترتیب اندازهٔ ولتاژ خط – به – خط V_L و اندازهٔ جریان خط I_L باشند، در این‌صورت:

$$|V_p| = \frac{|V_L|}{\sqrt{3}} \qquad \text{و} \qquad |I_p| = |I_L|$$

و با جایگزین‌کردن در معادلهٔ قبل نتیجه می‌شود:

$$P = \sqrt{3}|V_L||I_L|\cos\theta_p \qquad \text{(1-ب)}$$

توان واکنشی (وار) کل برابر است با:

$$Q = 3|V_p||I_p|\sin\theta_p$$

$$Q = \sqrt{3}\,|V_L||I_L|\sin\theta_p \qquad \text{(2-ب)}$$

و توان ظاهری (ولت‌آمپر) بار برابر است با:

$$|S| = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{3}\,|V_L||I_L| \qquad \text{(3-ب)}$$

برای محاسبهٔ P، Q و $|S|$ در شبکه‌های سه‌فاز متعادل از معادلات (1-ب)، (2-ب) و (3-ب) استفاده می‌شود زیرا کـه کمیت‌های معلوم معمولاً ولتاژ خط – به – خط، جریان خط، و ضریب توان $\cos\theta_p$، هستند. هنگامی که از یک سیستم سه‌فاز صحبت می‌کنیم، منظور شرایط متعادل است مگر این‌که حالت دیگری توصـیف شـود؛ و منظـور از عبـارات ولتـاژ، جریان، و توان به ترتیب ولتاژ خط – به – خط، جریان خط، و توان کل سه‌فاز هستند، مگر این‌که هویـت دیگـری بـرای آن‌ها تعیین شود.

اگر بار با اتصال مثلث باشد، در این‌صورت ولتاژ بین سرهای هر امپدانس برابر است با ولتاژ خـط – بـه – خـط، و انـدازهٔ جریان عبوری از هر امپدانس برابر است با اندازهٔ جریان تقسیم بر $\sqrt{3}$، با:

$$|V_P| = |V_L| \quad , \quad |I_P| = \frac{|I_L|}{\sqrt{3}} \qquad \text{(4-ب)}$$

توان کل سه‌فاز برابر است با:

$$P = 3\,|V_P||I_P|\cos\theta_p$$

و با جای‌گذاری مقادیر $|V_P|, |I_P|$ از معادلهٔ (4-ب) در معادلهٔ بالا نتیجه خواهد شد.

$$P = \sqrt{3}\,|V_L||I_L|\cos\theta_p$$

که همان معادلهٔ 1-ب است. نتیجه می‌شود که معادلات (2-ب) و (3-ب) صرف‌نظر از این‌بار که بار معنی با اتصال مثلـث باشد یا با اتصال ستاره، معتبر هستند.

گروه‌بندی ترانس‌های سه‌فاز:

ترانس‌های سه‌فاز را به صورت‌های مختلفی می‌توان در نظر گرفت. چرا که هم در طرف اولیه و هم در طرف ثانویه دو نوع اتصال وجود دارد. انواع اتصالات ترانس‌های سه فاز عبارتند از ستاره – ستاره (YY)، ستاره – مثلث $(Y\Delta)$، مثلث – ستاره (ΔY)، و مثلث – مثلث $(\Delta\Delta)$. براساس نوع اتصال ونحوهٔ سیم‌بندی بین سرهای اولیه و ثانویه می‌توان اختلاف فازهای مضرب 30^{o} بین سرهای اولیه و ثانویه ایجاد کرد. به این ترتیب ترانس‌های سه‌فاز به 12 گروه تقسیم‌بندی می‌شوند. به عنوان مثال در $\Delta\Delta 5$ اتصالات اولیه به‌صورت مثلث و اتصالات ثانویه نیز به صورت مثلث خواهد بود به نحوی که فاز ثانویه $(5\times 30^{o}=150^{o})$ از طرف اوّلیه جلوتر است.

مقادیر پریونیت برای سیستم‌های تک‌فاز و سه‌فاز:

به منظور ساده‌سازی محاسبات به جای استفاده از مقادیر حقیقی پارامترها از مقادیر پریونیت آن‌ها استفاده می‌شود. برای استفاده از سیستم‌های پریونیت داشتن مقدار مبنا برای 2 پارامتر مقدار مبنای سایر پارامترها را نیز به دست می‌دهد. عمدتاً از دو پارامتر مبنای ولتاژ و توان (S_{base}, V_{base}) برای تعیین سایر پارامترها استفاده می‌شود. مقادیر پریونیت از تقسیم مقدار واقعی پارامتر بر مقدار مبنای آن پارامتر به دست می‌آیند.

$$Z_{p.u}=\frac{Z_{axt}}{Z_{base}} \quad , \quad S_{p.u}=\frac{S_{act}}{S_{base}} \quad , \quad V_{p.u}=\frac{V_{act}}{V_{base}} \quad I_{p.u}=\frac{I_{act}}{I_{base}}$$

نحوهٔ محاسبهٔ مقادیر مبنا با استفاده از سایر مقادیر مبنا به‌صورت زیر است:

$$Z_{base}=\frac{V_{base}^{2}}{S_{base}}$$

$$I_{base}=\frac{S_{base}}{V_{base}}$$

$$Y_{base}=\frac{1}{Z_{base}}$$

$$V_{base}=Z_{base}.I_{base}$$

در صورتی‌که بخواهیم مقدار مبنا را تغییر دهیم مقدار پریونیت نیز تغییر می‌کند که برای هر پارامتر دلخواه (X) مقدار جدید پریونیت از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$X_{p.u_2}=X_{p.u_1}\frac{X_{base_1}}{X_{base_2}}$$

* **نکته:** مقادیر پایه (مبنا) دارای واحد هستند که واحد آن‌ها همان واحد مقدار واقعی است. مثلاً ولتاژ مبنا دارای واحد ولت، جریان مبنا دارای واحد آمپر، توان مبنا دارای واحد ولت – آمپر امپدانس مبنا دارای واحد اهم ادمیتانس مبنا دارای واحد زیمنس و... می باشند و این در حالی است که مقادیر پریونیت فاقد هرگونه واحد هستند و تنها با پریونیت بیان می‌شوند.

* **نکته:** برای ترانسفورماتورها مقادیر پایه (مبنا) با تغییر از اولیه به ثانویه تغییر می‌کنند. به این‌صورت که ولتاژ به همان نسبت تبدیل تغییر می‌کند، جریان به نسبت عکس تبدیل، امپدانس به نسبت مجذور نسبت تبدیل و توان ظاهری بدون تغییر باقی می‌ماند.

$$a = \frac{V_1}{V_2}$$

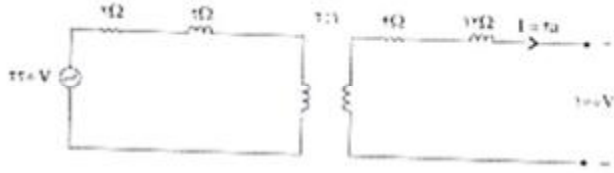
$$\frac{V_{1base}}{V_{2base}} = \frac{I_{2base}}{I_{1base}} = a$$

$$\frac{Z_{1base}}{Z_{2base}} = a^2$$

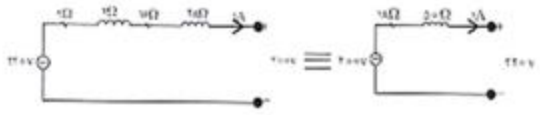
$$\frac{S_{1base}}{S_{2base}} = 1$$

* **نکته:** امپدانس اتصال کوتاه ترانسفورماتورها در صورتی‌که برحسب پریونیت محاسبه شود چه در سمت اولیه در نظر گرفته شود و چه ثانویه یک مقدار مساوی خواهد داشت.

سؤال: برای مدار رسم شد در شکل زیر نکته شمارهٔ ۳ را تحقیق کنید: (مقادیر مبنا را در طرف اولیه ۲۲۰ ولت و ۱ آمپر در نظر بگیرید)



پاسخ: ابتدا مدار را نسبت به طرف اوّل در نظر می‌گیریم:



حال با توجه به مقادیر پایه (مبنا) سیستم را به دستگاه پریونیت می‌بریم:

$$V_{base} = 220v$$
$$I_{base} = 1A$$

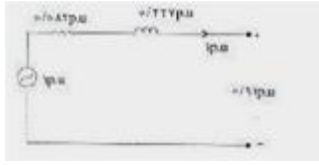
$$Z_{base} = \frac{220v}{1A} = 220\Omega \Rightarrow$$ سیستم انتقال داده شده

حال بار دیگر همین عمل را انجام می‌دهیم با این تفاوت که ابتدا سیستم را به سمت ثانویه انتقال می‌دهیم:

مقادیر پایه (مبنا) را در طرف ثانویه محاسبه می‌کنیم.

$$V_{2base} = \frac{V_{1base}}{a} = 110v$$
$$I_{2base} = a.I_{1base} = 2A$$
$$Z_{base} = \frac{Z_{1base}}{a^2} = 55\Omega$$

مدار معادل سیستم انتقال داده شده به شکل زیر خواهد شد:



همان‌طور که دیده می‌شود مدار انتقال داده شده به اولیه را برحسب پریونیت نشان می‌دهد.

کلیت بحث پریونیت در مدارهای سه‌فاز همانند بحث پریونیت در مدارهای تک‌فاز است. با این تفاوت که چون در مدارهای سه‌فاز هم پارامترهای فاز وجوددارد و هم پارامترهای خط، در محاسبات مربوط به پریونیت هر دو این پارامترها باید لحاظ شود. کمیت‌های مبنا در مدارهای سه‌فاز برمبنای مقادیر خط به خط داده می‌شوند به عنوان مثال در صورتی‌که ولتاژ مبنا را در یک مدار سه‌فاز V_{base} و توان مبنا را S_{base} در نظر بگیریم جریان مبنا و امپدانس مبنا به‌صورت زیر خواهند بود:

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{\sqrt{3}V_{base}}$$

$$Z_{base} = \frac{\frac{V_{base}}{\sqrt{3}}}{I_{base}} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}}$$

روابط حاکم بر پارامترهائی که پریونیت شده‌اند دقیقاً همانند روابط پارامترهای واقعی است. برای مثال روابط توان و ولتاژ و جریان را می‌توان به صورت‌های زیر در نظر گرفت:

$$S = 3V_p.I_P^* = \sqrt{3}V_L.I_L^*$$

$$S_{(p.u)} = 3V_{p^{(p.u)}}.I_{P^{(p.u)}}^* = \sqrt{3}V_{L^{(p.u)}}.I_{L^{(p.u)}}^*$$

$$Z_P = \frac{3|V_P|^2}{S_L^*(3\phi)} = \frac{|V_L|^2}{S_L^*(3\phi)}$$

$$\Rightarrow Z_{p.u} = \frac{Z_P}{Z_{base}} = \frac{|V_L|^2}{|V_b|^2}.\frac{S_b}{S_L^*(3\phi)}$$

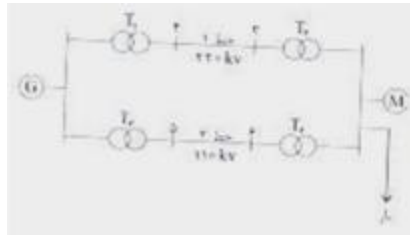
$$\Rightarrow Z_{p.u} = \frac{|V_{p.u}|^2}{S_{L^{(p.u)}}^*}$$

* **نکته:** در صورتی‌که بخواهیم مقدار پریونیت را برای یک پارامتر فاز محاسبه کنیم پارامترهای مبنا متناسب با نوع اتصال تغییر می‌کند. برای مثال اگر بخواهیم ولتاژ پریونیت شده را برای یک منبع با اتصاف ستاره به‌دست آوریم ولتاژ مبنا را که بر مبنای خط داده شده است را بر $\sqrt{3}$ تقسیم می‌کنیم.

$$V_{base^{(ph)}} = \frac{V_{base^{(LL)}}}{\sqrt{3}}$$

این کار همچنین در محاسبات جریان نیز انجام می‌شود.

سؤال: نمایش تک خطی یک سیستم سه‌فاز در شکل زیر ارائه شده است. توان مبنا را ۱۰۰ مگا ولت آمپر و ولتاژ مبنا را در سمت ژنراتور 22KV انتخاب کنید. نمایش امپدانس را با تمامی امپدانس‌ها شامل امپدانس بار برحسب پریونیت رسم کنید. اطلاعات هر وسیله در زیر داده شده است:



$G: 90MVA$	$32KV$	$X = \%18$
$T_1: 50MVA$	$22/220KV$	$X = \%10$
$T_2: 40MVA$	$220/11KV$	$X = \%6$
$T_3: 40MVA$	$22/110KV$	$X = \%6/4$
$T_4: 40MVA$	$110/11KV$	$X = \%8$
$M: 66/5MVA$	$10/45KV$	$X = \%18/5$

(بار سه‌فاز در شین 4 قدرت $57MVA$ را در ضریب قدرت 0/6 پس‌فاز و بار ولتاژ $10/45KV$ دریافت می‌کند خطوط 1 و 2 به ترتیب دارای راکتانس‌های $65/43\Omega, 48/4\Omega$ می‌باشند.)

پاسخ: برای تعیین امپدانس‌ها به‌صورت پریونیت ابتدا ولتاژ مبنا را در هر قسمت محاسبه می‌کنیم. برای قسمت ولتاژ پایین ترانسفورماتورها ولتاژ مبنا 22KV انتخاب شده، بنابراین در قسمت ولتاژ بالای ترانسفورماتورها ولتاژ مبنا به نسبت دورهای ترانسفورماتور تغییر می‌کند. ولتاژ مبنا در طرف ولتاژ بالای ترانسفورماتور 1 برابر است با:

$$V_{B_2} = V_{B_1} \cdot \frac{220}{22} = 220KV = V_{B_3}$$

ولتاژ مبنا در شین‌های 5 و 6 نیز برابر خواهد بود با:

$$V_{B_5} = V_{B_1} \cdot \frac{110}{22} = 110KV = V_{B_6}$$

ولتاژ مبنا در شین 4 نیز برابر است با:

$$V_{B_4} = V_{B_2} \cdot \frac{11}{220} = 11KV$$

در مرحلهٔ بعد راکتانس‌های داده شده برحسب پریونیت را دوباره براساس مقادیر مبنای جدید بازنویسی می‌کنیم:

$$G: X_1 = 0/18 \Rightarrow X_2 = 0/18 \times \left(\frac{Z_{b_1}}{Z_{b_2}}\right) = 0/18 \times \left(\frac{S_{b_2}}{S_{b_1}}\right) \times \left(\frac{V_{b_1}}{V_{b_2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow X_2 = (0/18)t\left(\frac{100}{90}\right) \times \left(\frac{22KV}{22KV}\right)^2 = 0/2 p.u$$

$$T_1: X_2 = 0/1 \times \left(\frac{S_{b_2}}{S_{b_1}}\right) \times \left(\frac{V_{b_1}}{V_{b_2}}\right)^2 = 0/1 \times \left(\frac{100}{50}\right) \times \left(\frac{22KV}{22KV}\right)^2 = 0/2 p.u$$

$$T_2: X_1 = 0/06 \Rightarrow X_2 = 0/06 \times \left(\frac{100}{40}\right) \times \left(\frac{220KV}{220KV}\right)^2 = 0/15 p.u$$

$$T_3: X_1 = 0/064 \Rightarrow X_2 = 0/064 \times \left(\frac{100}{40}\right) \times \left(\frac{22KV}{22KV}\right)^2 = 0/16 p.u$$

$$T_4: X_1 = 0/08 \Rightarrow X_2 = 0/08 \times \left(\frac{100}{40}\right) \times \left(\frac{110KV}{110KV}\right)^2 = 0/2 p.u$$

$$M: X_1 = 0/185 \Rightarrow X_2 = 0/185 \times \left(\frac{100}{66/5}\right) \times \left(\frac{10/45}{11}\right)^2 = 0/25 p.u$$

برای خطوط 1 و 2 امپدانس مبنا را محاسبه می‌کنیم.

$$Z_{B_2} = \frac{V_{B_2}^2}{S_B} = \frac{(220KV)^2}{100MVA} = 484\Omega$$

$$Z_{B_5} = \frac{V_{B_5}^2}{S_B} = \frac{(100KV)^2}{100MVA} = 121\Omega$$

بنابراین امپدانس این خطوط برحسب پریونیت برابر خواهد بود با:

$$Z_{p.u_1} = \frac{48/4}{484} = 0/1 p.u$$

$$Z_{p.u_2} = \frac{65/43}{121} = 0/54 p.u$$

برای این‌که معادل امپدانسی بار را محاسبه کنیم از روابط زیر بهره می‌گیریم:

$$S = \sqrt{3} V_{LL} I_L^* \qquad V_P = Z_P I_P \Rightarrow Z_P = \frac{V_P}{I_P} = \frac{\frac{V_L}{\sqrt{3}}}{\left(\frac{S}{\sqrt{3}V}\right)^*} = \frac{V.V^*}{S^*} = \frac{|V_{LL}|^2}{S^*}$$

برای بار مورد نظر خواهیم داشت:

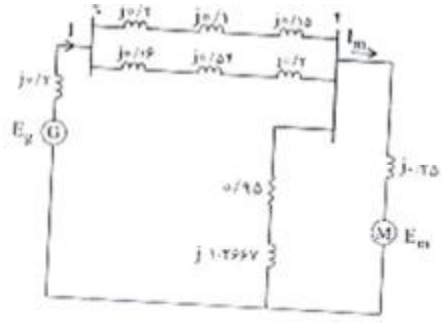
$$Z_L = \frac{(10/45)^2}{57 < -53/13^\circ} = 1/1495 + j1/53267$$

برای پریونیت کردن این امپدانس، امپدانس مبنا را به دست می‌آوریم:

$$Z_B = \frac{(11kv)^2}{100MVA} = 1/21\Omega$$

$$\Rightarrow Z_{L(p.u)} = \frac{1/1495 + j1/53267}{1/21} = 0/95 + j1/2667 p.u$$

بنابراین مدار معادل امپدانسی شبکه موردنظر به‌صورت زیر است:



* **نکته:** اگر برای نسبت تبدیل ترانسفورهاتورها از مقادیر ولتاژ خط استفاده شده باشد نوع اتصال ترانسفورماتورها (مثلث یا ستاره) تأثیری در تغییر ولتاژ مبنا نخواهد داشت.

فصل دوم: مدل‌سازی عناصر سیستم قدرت

2-1 مقدمه

اولین گام در تحلیل سیستم قدرت مدل‌سازی آن است. یک سیستم قدرت از اجزای مختلفی مانند ژنراتور، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال، بارها و... تشکیل شده است. با تعیین مدل هر یک از اجزاء و اتصال آن‌ها به هم مدل کل سیستم به‌دست می‌آید. در این فصل مدار ژنراتورها، ترانسفورتورها و بارها مورد مطالعه قرار می‌گیرند. مدل خطوط انتقال مبحث فصل‌های بعدی است.

2-2-1 ژنراتورهای سنکرون

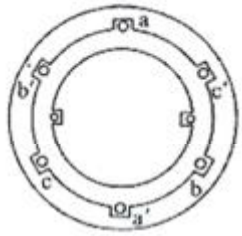
در نیروگاه‌ها، تولید برق اغلب توسط چندین ژنراتور سنکرون موازی انجام می‌شود که با توربین‌های بخاری، آبی یا گازی به گردش در می‌آیند. کلمه سنکرون به این علت به‌کار می‌رود که ماشین تحت شرایط ماندگار در سرعت و فرکانس ثابتی کار می‌کند. سیم‌پیچ‌های آرمیچر ژنراتور که روی قسمت ساکن یا استاتور نصب می‌شوند. شامل سه سیم‌پیچ هستند که با زاویه 120^{o} نسبت به هم قرار می‌گیرند. سیم‌پیچ‌های تحریک روی روتور قرار می‌گیرند. سیم‌پیچ‌های تحریک روی روتور قرار گرفته‌اند و از نظر تعداد قطب با استاتور برابرند. این سیم‌پیچ‌ها با جریان مستقیم تحریک می‌گردد.

روتور ماشین‌های سنکرون ممکن است دارای ساختمان استوانه‌ای یا برجسته باشند. روتور استوانه‌ای دارای یک سیم‌پیچ توزیع شده بر روی آن و با فاصله هوایی یکنواخت است. این روتورها توسط توربین بخاری یا گازی به حرکت درآمده و برای کار در سرعت زیاد 3000 یا 1500 دور در دقیقه (به‌ترتیب برای ماشین‌های دو قطبی و چهار قطبی با فرکانس 50Hz) طراحی شده‌اند. روتورهای نوع برجسته دارای سیم‌پیچ‌های متمرکز شده روی قطب‌ها بوده و دارای فواصل هوایی غیریکنواخت هستند. این روتورها دارای تعداد قطب نسبتاً زیاد بوده و در نیروگاه‌های آبی به کار می‌روند.

2-2 مدل ژنرتور سنکرون استوانه‌ای

در شکل (2-1) یک ژنراتور سه‌فاز دو قطب نشان داده شده است. استاتور شامل سه سیم‌پیچ aa', bb', cc' بوده که با زوایای 120^{o} نسبت به هم قرار گرفته‌اند. در عمل این سیم‌پیچ‌ها به‌صورت سینوسی در شیارهای اختصاص داده شده

توزیع می‌شوند. این باعث خواهد شد وقتی که روتور برای تولید شار فاصله هوایی ϕ تحریک و با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخد شار پیوندی سیم‌پیچ N دوری a ,λ_a برحسب $\sin\omega t$ تغییر کند لذا:



شکل (۲-۱) ژنراتور سنکرون سه فاز دو قطبی

$$\lambda_a = N\phi = N\phi_m \sin\omega t \qquad (1\text{-}2)$$

ولتاژ القاء شده در سیم‌پیچ aa' طبق قانون القای فارادی می‌شود:

$$E = \frac{d\lambda_a}{dt} = N\phi_m \omega \cos\omega t \qquad (2\text{-}2)$$

که مقدار پیک ولتاژ عبارت است از:

$$E_{max} = N\phi_m \omega = 2\pi f \qquad N\phi_m \qquad (3\text{-}2)$$

و مقدار مؤثر آن عبارت خواهد شد از:

$$E = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \qquad N\phi_m = 4/44 f N\phi_m \qquad (4\text{-}2)$$

F فرکانس ولتاژ القاء شده و ϕ_m دامنه شار تولیدی توسط سیم‌پیچ روتور است. در رابطه فوق به علت عدم توزیع کاملاً سینوسی سیم‌پیچ‌ها تعداد دور مؤثر کم‌تر از واقعی می‌شود که با ضرب ضریب k_ω در رابطه (2-4) نشان داده می‌شود. به‌عبارتی:

$$E = 4/44 k_\omega f N\phi_m \qquad (5\text{-}2)$$

میدان مغناطیسی روتور که با سرعت یکنواخت می‌چرخد ولتاژهای مشابهی در فازهای b و c نیز القاء می‌کند. به‌دلیل اختلاف مکانی سیم‌پیچ‌ها به اندازه 120^o، در ولتاژ القایی نیز 120^o اختلاف فاز ایجاد می‌شود، به عبارتی سیم‌پیچ‌های آرمیچر حکم یک منبع سه‌فاز متعادل را پیدا می‌کنند. فرکانس ولتاژ القاء شده در آرمیچر به سرعت چرخش روتور و تعداد قطب‌ها بستگی دارد. رابطه فرکانس ولتاژ آرمیچر به‌صورت زیر است:

$$f = \frac{Pn_s}{120} \qquad (6\text{-}2)$$

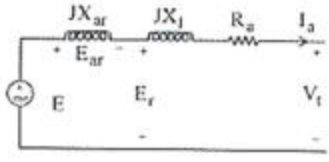
n_s سرعت روتور برحسب دور در دقیقه (rpm) است که سرعت سنکرون نامیده می‌شود. P تعداد قطب‌ها است. هنگامی‌که ژنراتور سنکرون بی‌بار است و جریانی از آرمیچر عبور نمی‌کند شار روتور ولتاژ بی‌باری در فاز a ایجاد می‌کند که آن را با E نشان دادیم اگر از استاتور جریان سه‌فاز متعادلی عبور کند تولید میدان دواری می‌کند که با سرعتی معادل سرعت روتور و هم جهتب با آن دوران می‌کند این شار مغناطیسی چرخان به شار عکس‌العمل آرمیچر معروف است و با نماد ϕ_{ar} نشان داده می‌شود. چنانچه از اثر اشباع صرف‌نظر کنیم از جمع ϕ_{ar}, ϕ شار مغناطیسی کل فاصله هوایی ϕ_r به‌دست می‌آید که این شار ولتاژ بارداری E_r را در فاز a به‌وجود می‌آورد. این ولتاژ با شار به‌وجود آورنده‌اش، ϕ_r متناسب است.

شار ϕ_{ar} ولتاژ E_{ar} را که ولتاژ عکس‌العمل آرمیچر نامیده می‌شود در فاز a القا می‌نماید ولتاژ E_{ar}، 90^0 از جریان I_a جلوتر است در نتیجه می‌توان آن را با افت ولتاژ ناشی از I_a در دوسر راکتانس X_{ar} نشان داد که X_{ar} راکتانس عکس‌العمل آرمیچر نامیده می‌شود. به عبارتی آن‌گونه که در شکل (2-2) نشان داده شده است ولتاژ بی‌باری پس از جاری شدن جریان در فازها به اندازه E_{ar} افت کرده و ولتاژ بارداری E_r ساخته می‌شود یعنی:

$$E_r = E - E_{ar} = E - jX_{ar}I_a \qquad (7\text{-}2)$$

اختلاف ولتاژ ترمینال ژنراتور V_t با ولتاژ E_r برابر افت ولتاژ در مقاومت سیم‌پیچ آرمیچر R_a و راکتانس پراکندگی آن X_l است. به عبارت دیگر:

$$V_t = E_r - (R + jX_i)I_a \qquad (8\text{-}2)$$



شکل (۲-۲) مدار معادل یک فاز ژنراتور سنکرون

با ترکیب روابط (2-7) و (2-8) داریم:

$$V_t = E - [R_a + j(X_L + X_{ar})]I_a \qquad (9\text{-}2)$$

یا:

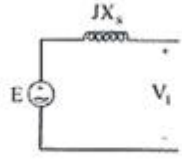
$$V_t = E - (R_a + jX_s)I_a = E - Z_z I_a \qquad (10\text{-}2)$$

که طبق تعریف:

$$Z_s = R_s + jX_s \qquad (11\text{-}2)$$

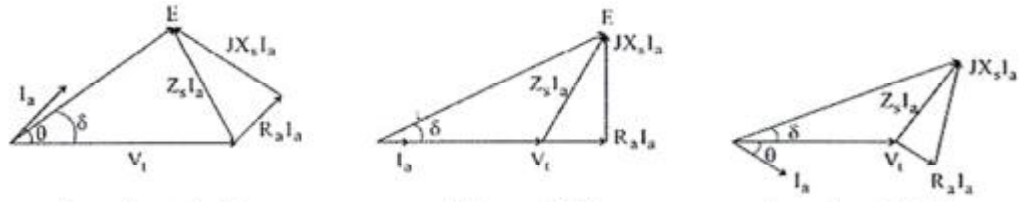
$$X_s = X_L + X_{ar} \qquad (12\text{-}2)$$

X_s راکتاسن سنکرون نامیده می‌شود. معمولاً R_s در مقایسه با X_s بسیار کوچک و قابل صرف‌نظر کردن است لذا مدار معادل ژنراتور سنکرون را می‌توان به‌صورت ساده شده شکل (2-3) نمایش داد.



شکل (۲-۳) مدار معادل ساده شده یک فاز ژنراتور سنکرون

نمایش فازوری ژنراتور با در نظر گرفتن ولتاژ پایانه آن به‌عنوان مرجع برای بارهایی با ضریب قدرت‌های پس‌فاز، واحد و پیش‌فاز در شکل (2-4) نشان داده شده است. در شکل (2-4) (الف) جریان نسبت به ولتاژ پس‌فاز است به‌عبارتی بار توان راکتیور مصرف می‌کند و در نتیجه ژنراتور توان راکتیو تولید کرده و حالت کار آن فوق تحریک گفته می‌شود. در حالت (2-4) (ب) ولتاژ و جریان بار هم‌فازند به عبارتی بار توان راکتیو مصرف نمی‌ند و ژنراتور نیز به اندازه توان مصرفی X_s توان راکتیو تولید می‌کند در حالت (2-4) (پ) جریان بار در وضعیت پیش‌فاز است به عبارتی توان راکتیو تولید می‌کند در این حالت ژنراتور مصرف‌کننده توان راکتیو است و حالت کار آن زیر تحریک است.



شکل (۲-۴) دیاگرام فازوری ژنراتور سنکرون در سه حالت کار

زاویه δ در شکل (2-4)، زاویه E نسبت به V_t، زاویه قدرت یا زاویه گشتاور ماشین و θ اختلاف فاز ولتاژ و جریان ژنراتور است.

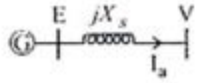
تنظیم ولتاژ ژنراتور معیار مناسبی برای مقایسه ماشین‌ها است و به‌صورت درصد تغییر ولتاژ پایانه از حالت بی‌باری تا بار نامی تعریف می‌شود:

$$\%\varepsilon_v = \frac{|V_{nL}| - |V_{fl}|}{|V_{fl}|} \times 100 = \frac{|E_f| - |V_{fl}|}{|V_{fl}|} \times 100 \qquad (13\text{-}2)$$

$|V_{nl}|$,$|V_{fl}|$ اندازه‌های ولتاژهای بی‌باری و بار کامل می‌باشند.

2-2-2 کنترل ضریب توان

بیش‌تر ماشین‌های سنکرون به شبکه‌های بزرگ به‌هم پیوسته الکتریکی وصل شده‌اند. این شبکه‌ها دارای این مشخصه مهم هستند که ولتاژ سیستم در نقطه اتصال ژنراتور به آن از نظر اندازه، زاویه فاز و فرکانس ثابت می‌باشد. چنین نقطه‌ای در سیستم قدرت شین بی‌نهایت نامیده می‌شود یعنی ولتاژ در شین ژنراتور با تغییرات شرایط کار ژنراتور تغییر نخواهد کرد. توانایی تغییر تحریک روتور یک ویژگی مهم ماشین سنکرون بوده و در ادامه اثر این‌گونه تغییرات، وقتی که ماشی سنکرون به عنوان ژنراتور با توان مکانیکی ثابت ورودی کار می‌کند، بررسی می‌شود. مدار معادل یک فاز ژنراتور سنکرون وصل شده به شین بی‌نهایت در شکل (2-5) نشان داده شده است.

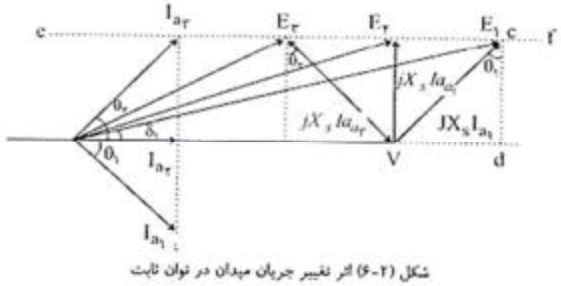


شکل (۲-۵) ماشین سنکرون وصل شده به شین بینهایت

توان خروجی با چشم‌پوشی از مقاومت آرمیچر با توان مکانیکی ورودی برابر بوده و ثابت فرض می‌شود. این توان عبارت است از:

$$P = Re[VI_a^*] = |V||I_a|\cos\theta \qquad (14\text{-}2)$$

که در آن V ولتاژ پایانه ژنراتور بوده و ثابت فرض شده ا ست. با توجه به ثابت بودن توان و ولتاژ V نتیجه می‌شود مقدار $I_a \cos\theta$ باید ثابت باشد. لذا با تغییر ضریب توان که توسط تغییر جریان تحریک ایجاد می‌شود انتهای فازورجریان آرمیچر طبق شکل (2-6) روی خط عمود بر امتداد ولتاژ قرار می‌گیرد تا تصویر آن یعنی $I_a \cos\theta$ همیشه ثابت بماند. باتوجه به شکل (2-6) به‌عنوان مثال برای ولتاژ E_1 می‌توان نوشت:

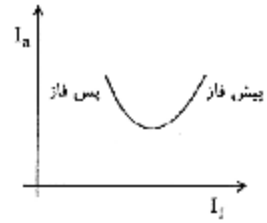


شکل (۲-۶) اثر تغییر جریان میدان در توان ثابت

$$cd = E_1 \sin\delta_1 = X_s I_{a_1} \cos\theta_1 \qquad (15\text{-}2)$$

با توجه به ثابت بودن $I_{a_1} \cos\theta_1$ می‌توان گفت که مقدار $E_1 \sin\delta_1$ نیز ثابت است. یعنی مکان هندسی نقاط انتهای E روی خط ef قرار دارد. شکل (2-6) نشان می‌دهد که با تغییر جریان تحریک جریان آرمیچر تغییر می‌کند و به ازاء

$\theta = 0$ جریان آرمیچر حداقل است. منحنی تغییرات جریان آرمیچر برحسب جریان تحریک شبیه حرف V بوده و اغلب منحنی V ماشین سنکرون نامیده می‌شود نمونه نوعی از این منحنی در شکل (2-7) نشان داده شده است.



شکل (۲-۷) منحنی V شکل ژنراتور سنکرون

شکل (2-6) همچنین نشان می‌دهد که تولید توان راکیتو را می‌توان با تحریک روتور. در حالی‌که توان اکتیو خروجی ثابت نگهداشته می‌شود کنترل نمود. البته حدی وجود دارد که تحریک را نمی‌توان بیش از آن کاهش داد. این حد در $\delta = 90^0$ رخ می‌دهد. هرگونه کاهش در تحریک که کم‌تر از حد پایداری باشد سبب خروج روتور از حالت سنکرون می‌شود.

2-2-3 مشخصه‌های زاویه – توان

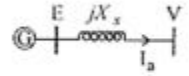
برای به‌دست آوردن قدرت اکتیو و راکتیو منتقل شده به شین بی‌نهایت برای شکل (2-8) ابتدا فرض می‌کنیم:

$$V = |V| < 0 \,,\; E = |E| < \delta \,,\; Z_s = |Z_s| < y = R_s + jX_s \qquad (16\text{-}2)$$

قدرت مختلط منتقل شده از ژنراتور به شین بی‌نهایت برابر است با:

$$S_1 = P_1 + jQ_1 = EI_a^* \qquad (17\text{-}2)$$

قدرت مختلط دریافت شده توسط شین بی‌نهایت می‌شود:



شکل (۲-۸) ماشین سنکرون با امپدانس Z_s متصل به باس بینهایت

$$S_2 = P_2 + jQ_2 = VI_a^* \qquad (18\text{-}2)$$

جریان I_a باتوجه به شکل (2-7) عبارت است از:

$$I_a = \frac{|E| < \delta - |V| < 0}{|Z_s| < \gamma} \qquad (19\text{-}2)$$

با جای‌گذاری از روابط (2-16) و (2-19) در (2-17) و (2-18) خواهیم داشت:

$$S_1 = |E| < \delta \frac{|E| < (-\delta) - |V| < 0}{|Z_s| < -\gamma} = \frac{|E|^2 < 0 - |E||V| < \delta}{|Z_s| < -\gamma} = \frac{|E|^2 < \gamma - |E||V| < (\gamma + \delta)}{|Z_s|} \quad (2\text{-}20)$$

$$S_2 = |V| < 0 \frac{|E| < (-\delta) - |V| < 0}{|Z_s| < -\gamma} = \frac{|E||V| < (\gamma - \delta) - |V|^2 < \gamma}{|Z_s|} \quad (2\text{-}21)$$

با تفکیک قسمت‌های حقیقی و موهومی در دو رابطه فوق توان‌های اکتیو و راکتیو به‌صورت زیر است:

$$P_1 = \frac{|E|^2 \cos\gamma - |E||V|\cos(\gamma + \delta)}{|Z_s|} \quad (2\text{-}22)$$

$$Q_1 = \frac{|E|^2 \sin\delta - |E||V|\sin(\gamma + \delta)}{|Z_s|} \quad (2\text{-}23)$$

$$P_2 = \frac{|E||V|\cos(\gamma - \delta) - |V|^2 \cos\gamma}{|Z_s|} \quad (2\text{-}24)$$

$$Q_2 = \frac{|E||V|\sin(\gamma - \delta) - |V|^2 \sin\gamma}{|Z_s|} \quad (2\text{-}25)$$

تفاوت توان‌های اکتیو P_1, P_2 برابر توان اتلافی در مقاومت سنکرون R_s و همچنین تفاوت توان‌های Q_1, Q_2 نیز توان راکترو راکتانس سنکرون X_s است.

چنانچه از مقاومت R_s صرف‌نظر شود یعنی:

$$|Z_s| = X_s \quad , \quad \gamma = 90^\circ \quad (2\text{-}26)$$

در این‌صورت:

$$P_1 = P_2 = \frac{|V||E|}{X_s}\sin\delta \quad (2\text{-}27)$$

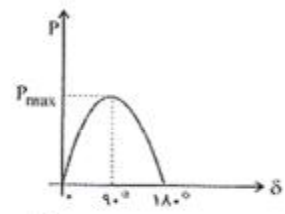
$$Q_1 = \frac{|E|}{X_s}(|E| - |V|\cos\delta) \quad (2\text{-}28)$$

$$Q_2 = \frac{|V|}{X_s}(|E|\cos\delta - |V|) \quad (2\text{-}29)$$

با توجه به رابطه (2-29) روشن است که اگر $|E|\cos\delta = |V|$ باشد توان راکتیو داده شده به شین بی‌نهایت صفر است این وضعیت در شکل (2-6) به ازائ ضریب توان صفر حاصل می‌شود در صورتی‌که عبارت داخل پرانتز در رابطه (2-9) مثبت یا منفی باشد قدرت راکتیو مثبت و یا منفی خواهد شد.

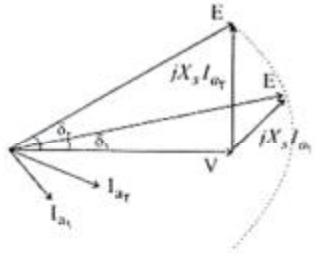
برای کنترل توان اکتیو ژنراتور سنکرون، بدون این‌که جریان تحریک تغییر کند باتوجه به رابطه (2-27) مشاهده می‌شود که با ثابت بودن $|V|,|E|$ تنها عامل تغییردهنده توان اکتیو زاویه توان δ است. منحنی تغییرات توان برحسب زاویه δ در شکل (2-29) نشان داده شده است. حداکثر توانی که یک ژنراتور سنکرون می‌تواند به شین بی‌نهایت بدهد طبق رابطه (2-27) برابر است با:

$$P_{max} = \frac{|V||E|}{X_s} \qquad (30\text{-}2)$$



شکل (۲-۹) منحنی تغییرات قدرت اکتیو برحسب زاویه قدرت

دیاگرام فازوری نحوه کنترل توان اکتیو در جریان تحریک ثابت در شکل (2-10) نشان داده شده است. با افزایش گشتاور ورودی ماشین شتاب گرفته و mmf روتور (F_2) نسبت به mmf منتجه (F_{sr}) جلو می‌افتد. این موضوع باعث افزایش δ می‌گردد که خود موجب تحویل توان اکتیو بیش‌تر به باس بی‌نهایت می‌شود. در مقداری از δ که توان الکتریکی خروجی با توان مکانیکی ورودی برابر گردد ماشین به حالت تعادل می‌رسد. در شکل (2-10) پیداست که با افزایش زاویه توان از δ_1 به δ_2 جریان آرمیچر از I_{a_1} به I_{a_2} افزایش یافته و ضریب توان نیز به یک نزدیک‌تر می‌شود. رابطه (2-29) نشان می‌دهد که کنترل توان اکتیو با تغییر زاویه δ توان راکتیو را نیز کمی تغییر می‌دهد. از آنجا که در زوایای کوچک تغییرات سینوس به مراتب بیش‌تر از تغییرات کسینوس است لذا تقریباً می‌توان فرض نمود که کنترل توان اکتیو با تغییر زاویه δ در توان راکتیو ثابت انجام می‌شود.



شکل (۲-۱۰) دیاگرام فازوری ژنراتور سنکرون در جریان تحریک ثابت

مثال ۱: ژنراتور سنکرون سه‌فاز ۵۰MVA، ۳۰kV و ۶۰HZ دارای راکتانس سنکرون 9Ω در هر فاز می‌باشد. مقاومت اهمی قابل چشم‌پوشی است. این ژنراتور توان نامی را در ضریب توان ۰/۸ پس‌فاز در ولتاژ نامی پایانه خود به شبکه بی‌نهایت تحویل می‌دهد.

الف) ولتاژ تحریک در هر فاز (E) و زاویه توان (δ)را تعیین کنید.

ب) با ثابت نگه داشتن تحریک در مقدار تعیین شده در قسمت (الف) گشتاور ورودی آن‌قدر کاهش یافته است که ژنراتور توان 25MW را تحویل دهد. جریان آرمیچر و ضریب توان را محاسبه نمایید.

ج) اگر ژنراتور در ولتاژ تحریک قسمت (الف) کار کند، حداکثر توان حالت ماندگار که ماشین می‌تواند قبل از خروج از همگامی تحویل دهد چقدر است؟ همچنین جریان آرمیچر در این توان حداکثر را بیابید.

حل:

الف) توان مختلط سه‌فاز ژنراتور برابر است با:

$$S_{3\phi} = 50 < \cos^{-1}0/8 = 50 < 36/87^{o}\,MVA = 40MW + j30MVAR$$

ولتاژ نامی هر فاز عبارت است از:

$$V = \frac{30}{\sqrt{3}} = 17/32 < 0KV$$

جریان در شرایط نامی این چنین به‌دست می آید:

$$I_a = \frac{\frac{S_3^*\phi}{3}}{V^*} = \frac{(50 < -36/87)\times 10^3}{3(17/32 < 0)} = 962/25 < -36/87A$$

ولتاژ تحریک E با کمک رابطه (2-10) و با توجه به صرف‌نظر کردن از مقاومت قابل محاسبه است:

$$E = 17320/5 + (j9)(962/25 < -36/87) = 23558 < 17/1^{o}\,V$$

ولتاژ تحریک در هر فاز $23/558kV$ و زاویه توان $17/1^{o}$ است.

ب) وقتی ژنراتور 25MW تحویل می‌دهد با استفاده از رابطه (2-27) زاویه توان برابر است با:

$$\delta = \sin^{-1}\left(\frac{\frac{25}{3}\times 9}{23/558\times 17/32}\right) = 10/591^{o}$$

جریان آرمیچر نیز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$I_a = \frac{23558\angle 10/591^\circ - 17320\angle 0}{j9} = 807/485\angle -53/43^\circ$$

توجه داشته باشید که به دلیل ثابت بودن تحریک $|E|$ تغییری نکرده است. ضریب توان عبارت است از:

$$\cos(53/43^\circ) = 0/596$$

ج) حداکثر توان در $\delta = 90^\circ$ رخ می‌دهد یعنی:

$$P_{max} = \frac{|E||V|}{X_s} = \frac{23/558 \times 17/32}{9} = 45/363MW$$

ماکزیمم توان سه‌فاز عبارت خواهد شد از:

$$P_{max\,3\phi} = 3 \times 45/336 = 136MW$$

جریان آرمیچر نیز به‌صورت زیر است:

$$I_a = \frac{23558\angle 90^\circ - 1732\angle 0^\circ}{j9} = 3248/85\angle 36/32$$

ضریب توان عبارت است از:

$$\cos(36/32^\circ) = 0/8057$$

مثال ۲: ژنراتور مثال (۱) توان 40MW را در ولتاژ پایانه 30kv تحویل می‌دهد. زاویه توان، جریان آرمیچر و ضریب توان را وقتی که جریان میدان برای تحریک‌های زیر تنظیم شود محاسبه نمایید:

الف) ولتاژ تحریک به 79/2 درصد مقدار تعیین شده در مثال (1) کاهش یابد.

ب) ولتاژ تحریک به 59/7 درصد مقدار محاسبه شده در مثال (1) کاهش یابد.

ج) حداقل تحریکی را که در کم‌تر از آن ژنراتور همگامی خود را از دست می‌دهد به‌دست آورید.

حل:

الف) ولتاژ تحریک جدید برابر است با:

$$E = 0/792 \times 2358 = 18657$$

از رابطه (2-27) زاویه توان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\delta = \sin^{-1}\frac{PX_s}{|E||V|} = \sin^{-1}\left(\frac{\frac{40}{3} \times 9}{18/657 \times 17/32}\right) = 21/8^\circ$$

جریان آرمیچر به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$I_a = \frac{E - V}{jX_s} \quad \frac{18657\angle 21/8 - 17320\angle 0}{j9} = 769\angle 0$$

ضریب توان $\cos 0 = 1$ است.

ب) ولتاژ تحریک جدید برابر است با:

$$E = 0/5927 \times 23588 = 13963V$$

از رابطه (2-27) زاویه توان این‌چنین به‌دست می‌آید:

$$\delta = \sin^{-1}\left(\frac{\frac{40}{3} \times 9}{13/963 \times 17/32}\right) = 29/748^o$$

جریان آرمیچر به‌ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$I_a = \frac{13963\angle 29/748 - 17320\angle 0}{j9} = 962/3\angle 36/87^o$$

ضریب توان $\cos 36/87^o = 0/8$ و پیش‌فاز است ژنراتور در حالت زیر تحریک قرار داشته و در واقع توان راکتیو دریافت می‌نماید.

ج) حداقل تحریک مربوط به $\delta = 90^o$ بوده و داریم:

$$P = \frac{|V||E|}{X_s}\sin\delta \rightarrow |E| = \frac{PX_s}{|V|\sin\delta} \rightarrow E = \frac{(\frac{40}{3})(9)}{17/32 \times 1} = 6/928kV$$

جریان آرمیچر برابر است با:

$$I_a = \frac{6928\angle 90^o - 17320\angle 0}{j9} = 2073\angle 68/2^o$$

زاویه جریان نشان می‌دهد که ضریب توان پیش‌فاز بوده و مقدار آن $\cos 68/2^o = 0/37$ است. ژنراتور در حالت زیر تحریک بوده و توان راکتیو دریافت می‌کند.

2-2-4 ژنراتورهای سنکرون قطب برجسته

در ماشین‌های سنکرون با قطب برجسته که نمونه‌ای از آن در شکل (2-11) نشان داده شده است آرمیچر استوانه‌ای نیست و فاصله هوایی بین قطب‌ها زیادتر از فاصله هوایی زیر قطب‌ها است. مقاومت مغناطیسی در امتداد محور قطب که

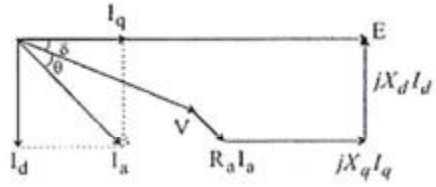
معمولاً محور مستقیم یا محور d نامیده می‌شود به میزان محسوسی کم‌تر از مقدار آن در امتداد میان دو قطب که معمولاً محور عمودی یا محور q نامیده می‌شود است.

بنابراین راکتانس X_d بزرگ و X_q کوچک است. این راکتانس‌ها افت ولتاژی در آرمیچر تولید می‌نمایند که می‌توان آن‌ها را از تجزیه جریان آرمیچر (I_a) به دو مؤلفه هم‌فاز با ولتاژ تحریک (I_q) و عمود بر ولتاژ تحریک (I_d) به‌دست آورد. به این ترتیب رابطه ولتاژها به این صورت نوشته می‌شود:

$$E = V + R_a I_a + jX_d I_d + jX_q I_q \qquad (31\text{-}2)$$

دیاگرام برداری ولتاژها با توجه به رابطه فوق در شکل (2-12) رسم شده است. برای رسم این دیاگرام از آنجا که I_q, I_d مؤلفه‌های I_a هستند داریم:

$$I_a = I_d + I_q \qquad (32\text{-}2)$$



شکل (۲-۱۲) دیاگرام برداری ولتاژها در ماشین سنکرون با قطب برجسته

با جایگزینی $I_a = I_d - I_q$ در رابطه (2-31) خواهیم داشت:

$$E = V_t + (R_a + jX_q)I_a + j(X_d - X_q)I_d \qquad (33\text{-}2)$$

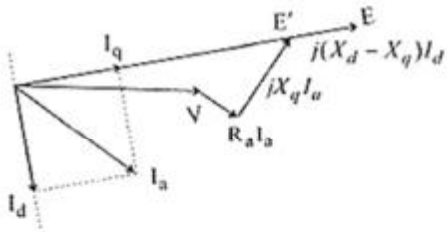
رابطه فوق را به این صورت می‌نویسیم:

$$E = E' + j(X_d - X_q)I_d \qquad (34\text{-}2)$$

که در آن:

$$E' = V_t + (R_a + jX_q)I_a \qquad (35\text{-}2)$$

در رابطه (2-34) E، E' و $j(X_d - X_q)I_d$ هم‌فاز هستند. زیرا I_d نسبت به E به اندازه 90° عقب‌تر است و لذا jI_d با E هم فاز خواهد بود. مراحل رسم دیاگرام فازوری ولتاژها با توجه به روابط (2-34) و (2-35) در شکل (2-13) نشان داده شده است.



شکل (۲-۱۳) مراحل رسم دیاگرام فازوری ولتاژها در ماشین سنکرون با قطب برجسته

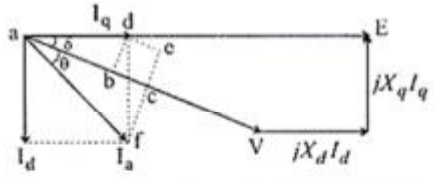
جهت به‌دست آوردن توان‌های اکتیو و راکتیو ابتدا از مقاومت آرمیچر صرف‌نظر می‌کنیم و دیاگرام فازوری شکل (2-12) را آن‌گونه که در شکل (2-14) نشان داده شده مجدداً رسم می‌کنیم.

در این شکل روشن است که:

$$|E| = |V|\cos\delta + X_d I_d \qquad (36\text{-}2)$$

توان اکتیو در ترمینال ژنراتور عبارت است از:

$$P = |V||I_a|\cos\theta \qquad (37\text{-}2)$$



شکل (۲-۱۴) دیاگرام فازوری ولتاژها در ماشین سنکرون با قطب برجسته بدون مقاومت R_a

مؤلفه توان مربوط به جریان آرمیچر را می‌توان برحسب I_q, I_d به‌صورت زیر نوشت:

$$|I_a|\cos\theta = ac = ab + bc = ab + de = I_q\cos\delta + I_d\sin\delta \qquad (38\text{-}2)$$

برای به‌دست آوردن de توجه کنید که در مثلث قائم‌الزاویه fde اضلاع زاویه dfe براضلاع زاویه δ عمودند لذا دو زاویه برابرند و همچنین وتر fd در مثلث با جریان I_d برابر است با نوشتن رابطه سینوس زاویه dfe در مثلث مقدار de به‌دست می‌آید.

$$P = |V|(I_q\cos\delta + I_d\sin\delta) \qquad (39\text{-}2)$$

با توجه به نمودار فازوری شکل (2-14) می‌توان نوشت:

$$|V|\sin\delta = X_q I_q \rightarrow I_q = \frac{|V|\sin\delta}{X_q} \tag{40-2}$$

با استفاده از رابطه (2-36)، I_d برابر است با:

$$I_d = \frac{|E| - |V|\cos\delta}{X_d} \tag{41-2}$$

با جای‌گذاری I_q , I_d از روابط (2-40) و (2-41) در (2-39) داریم:

$$P = \frac{|E||V|}{X_d}\sin\delta + |V|^2 \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q}\sin 2\delta \tag{42-2}$$

رابطه توان شامل یک جمله اضافی به نام توان رلوکتانسی است. نمودار تغییرات توان اکتیو برحسب زاویه برای ماشین سنکرون قطب برجسته در شکل (2-15) نشان داده شده است. در مورد توان راکتیو نیز می‌دانیم:

$$Q = |V||I_a|\sin\theta \tag{43-2}$$

و با توجه به شکل (2-14) داریم:

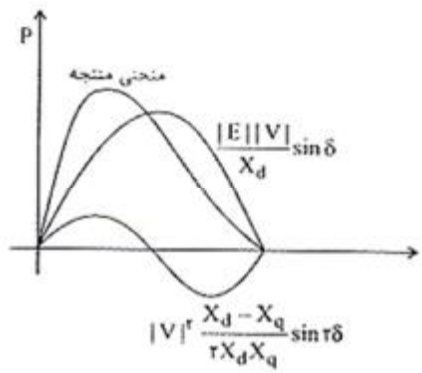
$$|I_a|\sin\theta = fc = fe - ce = fe - bd = I_d\cos\delta - I_q\sin\delta \tag{44-2}$$

پس:

$$Q = |V|(I_d\cos\delta - I_q\sin\delta) \tag{45-2}$$

مجدداً با جای‌گذاری از روابط (2-40) و (2-41) در (2-45) خواهیم داشت:

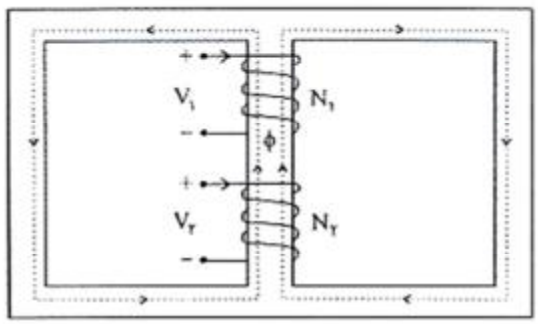
$$Q = \frac{|V|}{X_d}(|E|\cos\delta - |V|) - |V|^2 \frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\sin^2\delta \tag{46-2}$$



3-2 ترانسفورماتور تک‌فاز

برای انتقال توان‌های بالا از خطوط انتقال با ولتاژهای بالا استفاده می‌شود. این امر کاهش تلفات و کاهش افت ولتاژ را به‌دنبال دارد. از طرف دیگر تولید توان با ولتاژهایی در حدود چند صد کیلوولت توسط ژنراتورهای سنکرون عملاً امکان‌پذیر نیست. بنابراین ترانسفورماتورها به‌عنوان دستگاه‌هایی که برای تغییر ولتاژ به‌کار می‌روند از اهمیت ویژه‌ای در سیستم‌های قدرت برخوردار هستند. ترانسفورماتورها به‌صورت تک‌فاز و سه‌فاز ساخته می‌شوند.

شکل (2-16) شکل نوعی هسته یک ترانس تک‌فاز را نشان می‌دهد. این ترانس از دو سیم‌پیچ اولیه (N_1 دوری) و ثانویه (N_2 دوری) که برروی یک هسته پیچیده شده‌اند تشکیل شده است. شکل هسته باعث کاهش مقاومت مغناطیسی سر راه شار و تزوریج حداکثر بین دو سیم‌پیچ می‌شود.



شکل (۲-۱۶) هسته و مسیرهای ترانس تکفاز

1-3-2 ترانس ایده‌آل

در ترانس ایده‌آل که قابلیت نفوذ هسته بی‌نهایت و مقاومت سیم‌پیچ‌ها صفر است تزویج سیم‌پیچ‌ها کامل بوده و ولتاژ منبع همان ولتاژ دوسر سیم‌پیچ ایده‌آل است و می‌توان نوشت:

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \qquad (47\text{-}2)$$

عبور شار از سیم‌پیچ دوم باعث القاء ولتاژ در آن شده و داریم:

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \qquad (48\text{-}2)$$

از تقسیم روابط (2-47) و (2-48) بر هم داریم:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \qquad (49\text{-}2)$$

a نسبت دور ترانس نامیده می‌شود و ولتاژهای v_2, v_1 ولتاژهای لحظه‌ای هستند. اگر ولتاژ دو سر سیم‌پیچ سینوسی باشد طبق رابطه (2-5) بین مقادیر مؤثر ولتاژ فرکانس تعداد دور و شار ماکزیمم روابط زیر برقرار است.

$$V_1 = 4/44 f N_1 \phi_m \quad (50\text{-}2)$$

$$V_2 = 4/44 f N_2 \phi_m \quad (51\text{-}2)$$

از تقسیم روابط (2-50) و (2-51) داریم:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (52\text{-}2)$$

V_2, V_1 مقادیر مؤثر امواج سینوسی ورودی و خروجی ترانس هستند. ولتاژ خروجی ترانس نسبت به ورودی بزرگ‌تر یا کوچک‌تر است. این وابسته به مقدار a است که بزرگ‌تر از 1 یا کوچک‌تر از آن باشد. مدل مداری ترانس ایده‌آل در شکل (2-17) نشان داده شده است. از آنجا که مقاومت مغناطیسی مسیر شار صفر است نیرو محرکه حاصل در مسیر شار صفر خواهد بود به عبارتی:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0 \quad (53\text{-}2)$$

علامت منفی به خاطر مخالفت جریان i_2 با i_1 است (طبق قانون لنز) طبق رابطه فوق:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (54\text{-}2)$$

در مورد جریان‌های سینوسی رابطه فوق بین مقادیر مؤثر نیز برقرار است، یعنی:

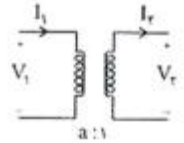
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (55\text{-}5)$$

از ضریب طرفین رابطه (2-52) و (2-55) داریم:

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad (56\text{-}2)$$

به عبارتی توان مختلط ورودی و خروجی از تراسن ایده‌آل برابرند. برای امپدانس Z_2 که متصل به ثانویه ترانس ایده‌آل است می‌توان معادلی از دید اولیه به‌دست آورد برای شکل (2-18) داریم:

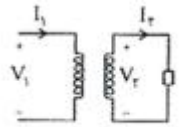
$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} \quad (58\text{-}2)$$



شکل (۲-۱۷) مدل ترانس ایده‌آل

اکنون از دید اولیه می‌توان نوشت:

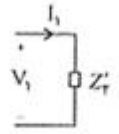
$$Z_2' = \frac{V_1}{I_1} = \frac{(\frac{N_1}{N_2})V_2}{(\frac{N_2}{N_1})I_1} = (\frac{N_1}{N_2})^2 Z_2 \qquad (59\text{-}2)$$



شکل (۲-۱۸) امپدانس Z_2 در خروجی

امپدانس Z_2' معادل Z_2 در اولیه است. می‌توان امپدنس Z_2 را از ثانویه حذف و معادل آن را Z_2' را در اولیه قرار دارد. با حذف Z_2 از ثانویه و اتصال کوتاه شدن آن می‌توان ترانس را نیز حذف کرد و به شکل (2-19) به عنوان معادلی برای شکل (2-18) رسید. انتقال امپدانس می‌تواند به شکل معکوس یعنی از اولیه به ثانویه انجام شود به عبارتی:

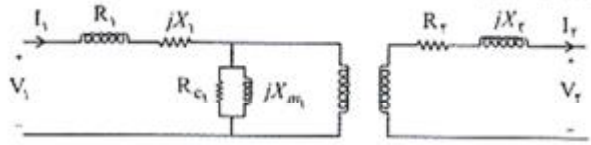
$$Z_1' = (\frac{N_2}{N_1})^2 Z_1 \qquad (60\text{-}2)$$



شکل (۲-۱۹) مدار معادل ترانس با امپدانس Z_2

2-3-2 مدار معادل ترانس واقعی

رفتارهایی در ترانس واقعی وجود دارد که مدل ترانس ایده‌آل جوابگو نیست از جمله: وجود مقاومت سیم‌پیچ‌ها وجود تلفات هسته، تغییر ولتاژ خروجی با جریان، ایده‌آل نبودن هسته و محدودیت توان. جهت توجیه رفتارهای ترانس واقعی از مدل شکل (2-20) استفاده می‌شود.

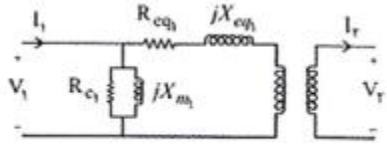


شکل (۲-۲۰) مدل ترانس واقعی

در این شکل R_1, R_2 مقاومت سیم‌پیچ‌های ترانس، X_1, X_2 راکتانس‌های معادل شارهای پراکندگی هستند. R_{c_1} مقاومتی است که توان مصرفی آن معادل تلفات هسته ترانس است. X_{m_1} راکتانسی است که جهت معادل‌سازی مقاومت مغناطیسی هسته به‌کار رفته است. با ساده سازی‌هایی که به‌طور کامل در کتاب ماشین‌های الکتریکی شرح داده شده مدل فوق به‌صورت نشان داده شده در شکل (2-21) ساده می‌شود. که در آن:

$$R_{eq1} = R_1 + (\frac{N_1}{N_2})^2 R_2 \quad (61\text{-}2)$$

$$X_{eq1} = X_1 + (\frac{N_1}{N_2})^2 X_2 \quad (62\text{-}2)$$

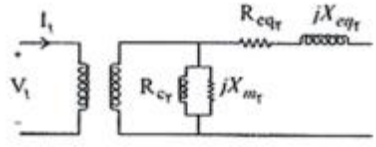


شکل (۲-۲۱) مدار معدل ترانس از دید اولیه

مدار معادل نشان داده شده در شکل (2-21) از دید اولیه است می‌توان عناصر را مانند شکل (2-22) به سمت ثانویه منتقل کرد و مدار معادل را از دید ثانویه به‌دست آورد. ترانس‌های واقعی دو تفاوت عمده با ترانس‌های ایده‌آل دارند:

الف) راندمان ترانس واقعی برخلاف ترانس ایده‌آل کم‌تر از یک است رابطه راندمان توان عبارت است از:

$$\%\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_c + P_{cu}} \times 100 \quad (63\text{-}2)$$



شکل (۲-۱۹) مدار معادل ترانس از دید ثانویه

P_c تلفات آهن ماشین است که برابر حاصل جمع تلفات هسترزیس و فوکو است این تلفات ثابت بوده و با تغییر بار ترانس تغییر نمی‌کند. P_{cu} تلفات مسی ترانس است. راندمان ترانس با تغییر بار تغییر می‌کند و راندمان ماکزیمم به ازای باری حاصل می‌شود که در آن تلفات مسی با تلفات آهنی برابر باشد. راندمان در مورد انرژی نیز تعریف می‌شود و عبارت از نسبت انرژی خروجی به ورودی ترانس در یک بازه زمانی مشخص است.

ب) در ترانس‌های واقعی ولتاژ پایانه ترانس در اثر تغییر بار تغییری کند که به‌صورت درصد رگولاسیون ولتاژ تعریف می‌شود:

$$\%\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} \times 100 = \frac{R_{eq_2} I_2 \cos\phi \pm X_{eq_2} I_2 \sin\phi}{V_2} \times 100 = \frac{R_{eq_1} I_1 \cos\phi \pm X_{eq_1} I_1 \sin\phi}{V_1} \times 100 \quad (64\text{-}2)$$

در رابطه فوق علامت جمع به ازای بارهای سلفی و تفریق برای بارهای خازنی به‌کار می‌رود.

2-3-3 مدل پریونیت

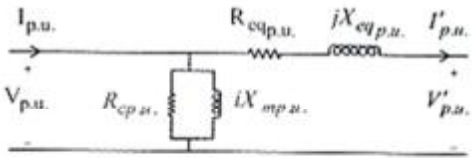
در فصل قبل گفته شد که بکارگیری مدل پریونیت ساده سازی محاسبات را در پی دارد. مقدار پریونیت از تقسیم مقدار کمیت بر مقدار مبنا به‌دست می‌آید. در مورد ترانس مقادیر نامی ولتاژها و جریان‌های اولیه و ثانویه به عنوان مبنا برای ولتاژهای اولیه و ثانویه به‌کار می‌روند. توان نامی به‌عنوان مقادیر توان است. از تقسیم ولتاژ مبنا بر جریان مبنا در هر طرف ترانس مقدار مبنای امپدانس به‌دست می‌آید. به عبارتی:

$$S_B = S_N \qquad (65\text{-}2)$$

$$V_{B_1} = V_{n_1} \qquad V_{B_2} = V_{n_2} \qquad I_{B_1} = I_{n_1} = \frac{S_B}{V_{B_1}} \qquad I_{B_2} = I_{n_2} = \frac{S_B}{V_{B_2}}$$

$$Z_{B_1} = \frac{V_{B_1}}{I_{B_1}} = \frac{V_{B1}^2}{S_B} \qquad Z_{B_2} = \frac{V_{B_2}}{I_{B_2}} = \frac{V_{B2}^2}{S_B}$$

پس از تقسیم ولتاژ طرفین یک ترانس ایده‌آل بر مقدار مبنای هر طرف این ولتاژها برابر شده و در نتیجه عملاً می‌توان ترانس را در مدل پریونیت حذف کرد همچنین می‌توان اثبات کرد که مقدار پریونیت امپدانس در یک طرف ترانس با مقدار پریونیت انتقال یافته آن به‌طرف مقابل برابر است به‌عبارتی مدل پریونیت ترانس در اولیه و یا ثانویه یکسان است. در شکل (2-23) مدل پریونیت ترانس مشاهده می‌شود.



شکل (۲-۲۳) مدل پریونیت ترانس

روابط ذکر شده در بخش قبل برای ترانس با جایگزینی متغیرها برحسب پریونیت قابل استفاده است. تنها رگولاسیون ولتاژ بیان شده در رابطه (2-64) به‌صورت زیر قابل ساده سازی است.

$$\%\varepsilon_v = (R_{eq_{p.u.}} I_{p.u} \cos\phi \pm X_{exq_{p.u.}} I_{p.u.} \sin\phi) \times 100 \qquad (66\text{-}2)$$

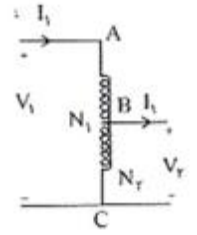
از ضرب مقادیر پریونیت در 100 مقادیر درصد متغیرها به‌دست می‌آید.

2-4 اتوترانسفورماتور

اتوترانسفورماتور یا ترانسفورماتور اقتصادی از یک سیم‌پیچ تشکیل شده که نمونه‌ای از آن در شکل (2-24) دیده می‌شود.

در این شکل یک اتوترانس کاهنده مشاهده می‌شود. یک سیم‌پیچ N_1 دوری به منبع ولتاژ V_1 متصل شده است. بخشی از سیم‌پیچ N_1 دوری با N_2 دور به‌عنوان خروجی برگزیده شده است. روابط زیر بین ولتاژها و جریان‌های اولیه و ثانویه اتوترانس قابل اثبات است:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{N_1}{N_2}\ ,\ \frac{I_1}{I_2}=\frac{N_2}{N_1}\ ,\ V_1I_1=V_2I_2 \qquad (67\text{-}2)$$

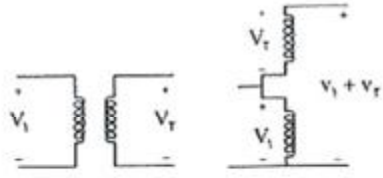


شکل (۲-۲۴) اتوترانسفورماتور

توان انتقالی توسط اتوترانس شامل دو قسمت است یک قسمت از توان توسط خاصیت ترانسفورماتوری منتقل می‌شود به عبارتی توان وارد سیم‌پیچ AB شده از طریق هسته و شار مغناطیسی آن به سیم‌پیچ BC و خارج از ترانس منتقل می‌شود. این توان که به آن توان ساختمانی گفته می‌شود بخشی از توان کل اتوترانس است و:

$$\frac{S_B}{S_{A_t}}=\frac{V_{AB}I_1}{V_1I_1}=\frac{V_1-V_2}{V_1}=1-\frac{V_2}{V_1}=1-K \qquad (68\text{-}2)$$

S_B توان ساختمانی و K نسبت ولتاژ فشار ضعیف به قوی اتوترانس است. مابقی توان به خاطر اتصال الکتریکی بین اولیه و ثانویه منتقل می‌شود. در عمل عموماً اتوترانس با سری کردن سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه یک ترانس دو سیم پیچه ساخته می‌شود. نمونه‌ای از اتصال ترانس و تشکیل اتوترانس افزاینده در شکل (2-25) نشان داده شده است. در این حالت S_B همان توان ترانس دو سیم‌پیچه می‌شود و توان کل قابل انتقال را می‌توان از رابطه (2-68) به‌دست آورد.



شکل (۲-۲۵) اتصال ترانس به صورت اتوترانس

مثال ۳: یک ترانسفورماتور دو سیم‌پیچه دارای مقدار نامی 60KVA، 240/1200V و 60HZ است. هنگامی که ترانس در بار نامی با ضریب توان ۰/۸ کار می‌کند بازده آن ۰/۹۶ است. از این ترانس به عنوان اتوترانس کاهنده 1440/1200V در سیستم توزیع به‌کار رفته است.

الف) با فرض ایده‌آل بودن ترانس قدرت نامی اتوترانس را تعیین کنید.

ب) بازده اتوترانس را هنگامی که با توان نامی بند (الف) در ضریب توان 0/8 کار می‌کند بیابید.

حل:

الف) با استفاده از رابطه (2-68) داریم:

$$\frac{60}{S_{At}} = 1 - \frac{1200}{1440} \rightarrow S_{At} = 360KVA$$

ب) باتوجه به راندمان ترانس می‌توان نوشت:

$$\frac{60 \times 0/8}{50 \times 0/8 + P_L} = 0/96 \rightarrow P_L = 2KW$$

P_l تلفات ترانس است. هنگامی که اتوترانس در توان نامی کار می‌کند جریان و ولتاژهای سیم‌پیچ‌های تشکیل‌دهنده آن که همان سیم‌پیچ‌های ترانس دو سیم پیچه هستند نیز در ولتاژ و جریان نامی خود کار می‌کنند بنابراین تلفات اتوترانس در بار نامی برابر تلفات ترانس در بار نامی است و راندمان به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$\%\eta = \frac{360 \times 0/8}{360 \times 0/8 + 2} \times 100 = \%99/31$$

2 -5 ترانسفورماتور سه‌فاز

در توان‌های بالا انرژی الکتریکی به شکل سه فاز تولید و مصرف می‌شود. در نتیجه جهت تغییر ولتاژ نیز باید از ترانس‌های سه فاز استفاده کرد. ترانس سه فاز می‌تواند از سه ترانس تکفاز مشابه ساخته شود و یا ساختمان یکپارچه داشته باشد که ر این‌صورت هسته‌ای مانند شکل (2-16) داشته و روی هر سه ستون سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه فازهای سه‌گانه قرار می‌گیرند. ولتاژ سیم‌پیچ‌های قرارگرفته در روی هر ستون هم‌فاز است.

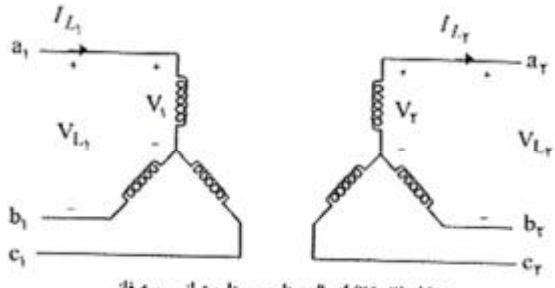
2-5-1 اتصالات ترانسفورماتورهای سه‌فاز

سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه ترانس سه‌فاز می‌توانند به‌صورت ستاره Y و یا مثلث Δ متصل شوند. لذا ترانسفورماتور چهار نوع اتصال Y/Y، Δ/Δ، Y/Δ و Δ/Y دارد. نقطه صفر هر یک از اتصالات ستاره Y نیز ممکن است به زمین وصل شود. در مورد ترانس‌های سه‌فاز نسبت ولتاژ خط به خط از اهمیت برخوردار است. معمولاً در مورد هر نوع اتصال این نسبت برحسب تعداد دور این نسبت برحسب تعداد دور سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه محاسبه می‌شود. شکل (2-26) اتصال ستاره ستاره ترانس سه‌فاز را نشان می‌دهد فرض می‌شود سیم‌پیچ‌هایی که در دو طرف موازی باهم رسم شده‌اند بر روی یک ستون هسته قرار گرفته و ولتاژهایشان هم‌فاز است. بر این اساس ولتاژهای $V_{\alpha 1}$ و $V_{\alpha 2}$ هم‌فاز هستند در مورد مقادیر مؤثر ولتاژهای خط می‌توان نوشت:

$$\frac{V_{L_1}}{V_{L_2}} = \frac{\sqrt{3}V_1}{\sqrt{3}V_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \qquad (69\text{-}2)$$

نسبت جریان‌های خط عکس نسبت ولتاژهای خط است.

$$\frac{IL_1}{IL_2} = \frac{1}{a_1} \qquad (70\text{-}2)$$

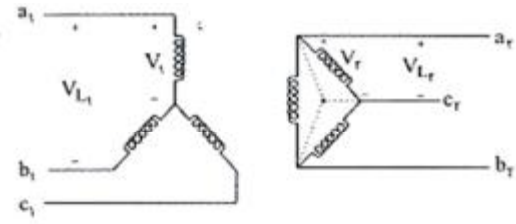


شکل (۲-۲۶) اتصال ستاره ـ ستاره ترانس سه فاز

در اتصال ستاره – ستاره اگر مرکز حداقل یک طرف به زمین متصل نشود مسیر عبور هارمونیک سوم جریان تحریک قطع شده و در نتیجه ولتاژهای ثانویه دارای هارمونیک سوم می‌شوند.

اتصال ستاره مثلث نوع دیگر اتصال است که عموماً برای کاهش ولتاژ استفاده می‌شود این اتصال در شکل (2-27) نشان داده شده است و می‌توان در مورد آن نوشت:

$$\frac{V_{L_1}}{V_{L_2}} = \frac{\sqrt{3}V_1}{V_2} = \sqrt{3}\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{3}a \qquad (71\text{-}2)$$



شکل (۲-۲۷) اتصال ستاره ـ مثلث

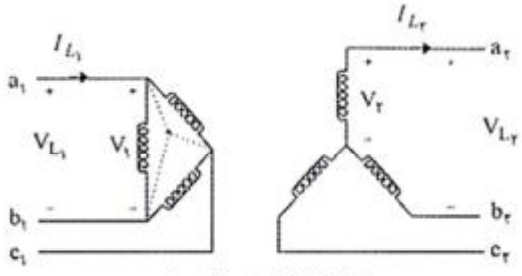
$$\frac{I_{L_1}}{I_{L_2}} = \frac{1}{\sqrt{3}a} \qquad (72\text{-}2)$$

با توجه به شکل (2-27) می‌توان فهمید که ولتاژهای فاز V_{a_1} و خط V_{ab_2} هم‌فاز هستند و در نتیجه از آنجا کـه در تـوالی این اتصال، از آنجا که در توالی مثبت $V_a b_2$ و 30° از ولتاژ فاز V_{a_2} جلوتر است می‌توان گفـت ولتاژهـای ثانویـه تـرانس 30° از ولتاژهای معادل در اولیه عقب‌ترند در این اتصال، اتصال مثلث ثانویه مشکل هارمونیک سوم را برطرف می‌کند.

نحوه اتصال مثلث ستاره در شکل (2-28) نشان داده شده است داریم:

$$\frac{V_{L_1}}{V_{L_2}} = \frac{V_1}{\sqrt{3}V_2} = \frac{N_1}{\sqrt{3}N_2} = \frac{a}{\sqrt{3}} \qquad (73\text{-}2)$$

$$\frac{I_{L_1}}{I_{L_2}} = \frac{\sqrt{3}}{a} \qquad (74\text{-}2)$$

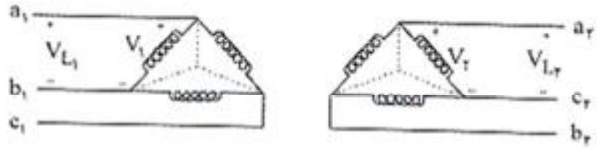


شکل (۲-۲۸) اتصال مثلث ستاره

در مورد اتصال شکل (2-25) باید گفت ولتاژ خط V_{ab_1} با ولتاژ فاز V_{α_2} هم‌فاز هستند و از آنجـا کـه V_{a_1} 30° عقـب‌تـر است نتیجه می‌شود ولتاژهای ثانویه 30° از ولتاژ هم نام در اولیه جلوترند. اتصال مثلث – ستاره جهت افزایش ولتاژ به‌کار می‌رود در مورد اتصال مثلث – مثلث شکل (2-29) داریم:

$$\frac{V_{L_1}}{V_{L_2}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \qquad (75\text{-}2)$$

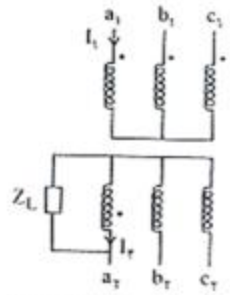
$$\frac{I_{L_1}}{I_{L_2}} = \frac{1}{a} \qquad (76\text{-}2)$$



شکل (۲-۲۹) اتصال مثلث ـ مثلث

ولتاژهای اولیه و ثانویه در اتصال مثلث – مثلث هم‌فاز هستند.

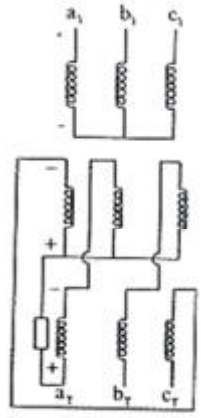
نوع دیگری از اتصال در ترانس‌های سه‌فاز استفاده می‌شود که به اتصال زیگزاگ معروف است و هنگام نامتعادل‌بودن بار ترانس کاربرد دارد. برای توضیح فرض کنید مطابق شکل (2-30) ترانسی با اتصال ستاره – ستاره تنها در یک فاز ثانویه دارای بار باشد در این‌صورت جریان I_2 در سیم‌پیچ ثانویه فاز a جاری شده و معادل آن جریان I_1 در اولیه جاری خواهد شد.



شکل (۲-۳۰) اتصال ستاره ـ ستاره با بار نامتعادل

این جریان در ادامه تنها می‌تواند از طریق فازهای b_1 و c_1 بسته شود عبور جریان در اولیه این دو سیم‌پیچ چون هیچ جریانی از ثانویه آن‌ها (c_2, b_2) نمی‌گذرد باعث خواهد شد جریان‌های اولیه تنها صرف تولید شار اضافی شده و تعادل شارها در ترانس به هم بخورد که این خود باعث عدم تعادل ولتاژها می‌شود. برای رفع این مشکل سیم‌پیچ‌های ثانویه در هر فاز دو قسمت می‌شوند و به نحوی که نمونه‌ای از آن در شکل (2-31) نشان داده شده متصل می‌کردند. در این اتصال هر فاز خروجی از دو سیم‌پیچ که در فازهای مختلف قرار دارند گرفته شده است.

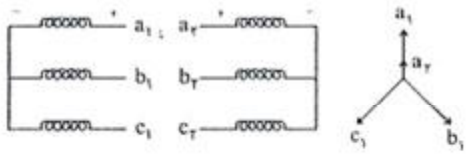
اکنون با عبور جریان از فاز a_2 به بار این جریان از دو سیم‌پیچ در ثانویه عبور کرده و معادل آن نیز جریان در اولیه از دو سیم‌پیچ a_1 و b_1 گذر می‌کند و چون این جریان‌های اولیه در سیم‌پیچ‌های ثانویه اشان جریان دارند مشکل عدم تعادل شار پیش نخواهد آمد.



شکل (۲-۳۱) اتصال ستاره ـ زیگزاگ

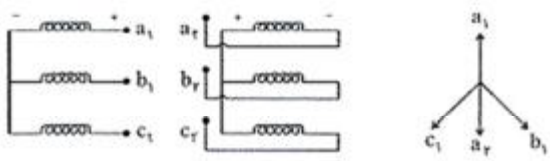
2-5-2گروه ترانس سه‌فاز

هنگام موازی کردن ترانس‌های سه فاز ولتاژهای اولیه دو ترانس به سبب موازی شدن و اتصال به منبع مشترک یکسان خواهند بود. ولتاژهای ثانویه نیز باید هم‌اندازه هم پلاریته و هم‌فاز باشند. هم‌فاز بودن ولتاژ خروجی ترانس‌ها مهم است چون در غیر این‌صورت جریان گردشی در خروجی ایجاد می‌شود و به ترانس آسیب می‌رساند. جهت تشخیص این امر گروه ترانس تعریف می‌شود. گروه ترانس عددی استکه بیان‌کننده اختلاف فاز ولتاژی از ثانویه با ولتاژ هم نام از اولیه است.



شکل (۲-۳۲) اتصال ستاره ـ ستاره ترانس سه فاز با گروه Yy_0

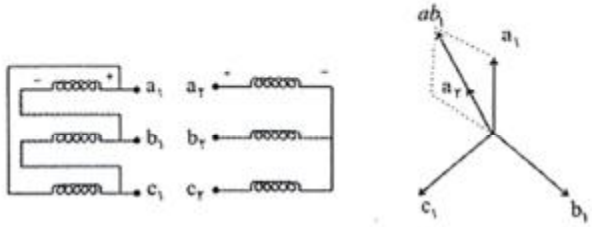
برای نمونه مطابق شکل (2-32) اتصال ستاره – ستاره به همراه دیاگرام فازوری ولتاژها رسم شده است ولتاژ فاز ثانویه a_2 با ولتاژ فاز اولیه α_1 هم فازند برای تعیین گروه ولتاژ اولیه را مانند عقربه دقیقه شما رکه روی عدد 12 قراردارد فرض کرده و ولتاژ ثانویه a_1 را عقربه ساعت شمار درنظر می‌گیریم این ترانس به‌صورت Y_{y_0} بیان می‌شود.



شکل (۲-۳۳) اتصال ستاره ـ ستاره با گروه Yy

(می‌توان گروه را Yy12 نیز گفت) اگر مطابق شکل (2-33) محل اتصال ستاره و خروجی‌های ترانس عوض شوند ولتاژ فاز a_2 نسبت به a_1 180° اختلاف فاز پیدا خواهد کرد در این‌صورت گروه ترانس Yy6 خواهد شد.

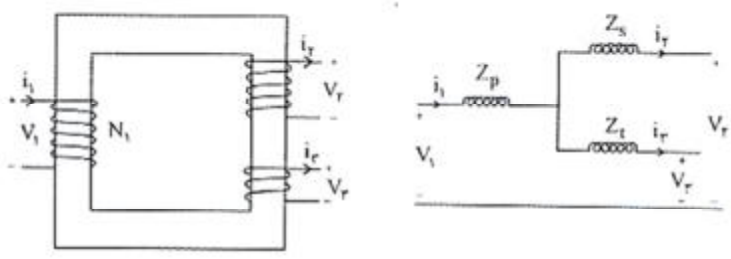
در مورد اتصال مثلث ستاره شکل (2-34) نیز باید گفت ولتاژ سیم‌پیچ ثانویه V_{a_2} با ولتاژ سیم‌پیچ اولیه معادل یعنی ولتاژ خط V_{ab_1} هم فاز است بنابراین هماهنگونه که در شکل (2-34) نشان داده شده V_{a_2} از V_{a_1}، 30° عقب‌تر است پس گروه ترانس Y_{d11} می‌شود. باتوجه به مطالب فوق می‌توان گفت که ترانس‌هایی قابل موازی‌شدن هستند که گروه یکسان داشته باشند.



شکل (۲-۳۴) اتصال مثلث ستاره با گروه Yd_{11}

2-6 ترانسفورماتورهای سه سیم‌پیچه

ترانسفورماتورهای سه سیم‌پیچه از یک سیم‌پیچ اولیه و دو سیم‌پیچ ثانویه با ولتاژها مختلف تشکیل شده‌اند. در بسیاری از موارد سیم‌پیچ‌های طرف اول و دوم این ترانسفورماتور نقش اصلی را برای انتقال قدرت بازی می‌کند و سیم‌پیچ سوم که معمولاً دارای قدرت کمی است برای تغذیه مصارف داخلی نیروگاه‌ها و پست‌ها و یا نصب راکتورها و خازن‌ها به کار می‌رود. در ترانسفورماتور با در ترانسفور ماتور با دو سیم پیچ، قدرت نامی هر دو طرف یکسان است در صورتی که در ترانسفور ماتور با سه سیم‌پیچ توان ناصی هر سه سیم‌پیچ با یک‌دیگر متفاوتند. در شکل (2-35) یک فاز ترانسفورماتور سه سیم‌پیچه و مدار معادل آن نشان داده شده است.



شکل (۲-۳۵) ترانسفورماتور سه سیم‌پیچه

با انجام آزمایش‌هایی بر روی ترانس سه سیم‌پیچه امپدانس‌های زیر به‌دست می‌آیند:

امپدانس طرف اول با اتصال کوتاه طرف دوم و مدار باز طرف سوم = Z_{ps}

امپدانس طرف اول با اتصال کوتاه طرف سوم و مدار باز طرف دوم = Z_{pt}

امپدانس طرف دوم با اتصال کوتاه طرف سوم و مدار باز طرف اول = Z_{ps}

امپدانس‌های فوق‌الذکر چنانچه برحسب اهم باشند از دید یکی از سه طرف داده خواهند شد و اگر برحسب پریونیت باشند باید به مبنای مشترک منتقل شوند. اگر امپدانس‌های طرف اول، دوم و سوم در مدار معادل شکل (2-35) را به‌ترتیب با Z_p، Z_s و Z_t نشان دهیم داریم:

$$Z_{ps} = Z_p + Z_s$$
$$Z_{pt} = Z_p + Z_t$$
$$Z_{pt} = Z_s + Z_t$$

با حل سه معادله فوق می‌توان Z_p، Z_s و Z_t را به‌دست آورد.

$$Z_p = \frac{1}{2}\left(Z_{ps} + Z_{pt} - Z_{st}\right) \quad (77\text{-}2)$$

$$Z_s = \frac{1}{2}\left(Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt}\right) \quad (78\text{-}2)$$

$$Z_t = \frac{1}{2}\left(Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps}\right) \quad (79\text{-}2)$$

مثال ۴: یک ترانسفورماتور سه سیم‌پیچه دارای مشخصات زیر است:

$$Y/\Delta/Y \ , 132/63/20kv \ , 50/40/10MVA$$

از مقاومت اهمی سه سیم‌پیچ صرف‌نظر شده و راکتانس‌های پراکندگی اندازه‌گیری شده دارای مقادیر زیر هستند.

$$X_{ps} = \%8 \ , \ X_{pt} = \%10 \ , \ X_{st} = \%4/8$$

مقادیر مبنا برای راکتانس‌ها، قدرت و ولتاژ طرفی است که این راکتانس‌ها در آن اندازه‌گیری شده‌اند. مدار معادل این ترانسفورماتور را در مبنای ۵۰MVA به‌دست آورید.

حل:

قدرت مبنا را 50MVA درنظر می‌گیریم و امپدانس X_{st} را که بر مبنای 40MVA است تغییر مبنا می‌دهیم:

$$Z_{pt} = j0/048 \times \frac{50}{40} = j0/06 p.u.$$

اکنون براساس روابط (2-77) تا (2-79) داریم:

$$Z_p = \frac{1}{2} j(0/08 + 0/1 - 0/06) = j0/06 p.u.$$
$$Z_s = \frac{1}{2} j(0/08 + 0/06 - 0/1) = j0/02 p.u.$$
$$Z_t = \frac{1}{2} j(0/1 + 0/06 - 0/08) = j0/04 p.u.$$

2-7 مشخصات بار

مصرف‌کنندگانی را که از شبکه انرژی دریافت می‌کنند بار می‌نامند. محدوده مصرف بارها می‌تواند از چند وات تا چندین مگاوات باشد. در سیستم‌های قدرت معمولاًبارهای منطقه را به‌صورت متمرکز روی شین مربوط به آن منطقه نشان می‌دهند.

بارها علاوه بر قدرت اکتیو معمولاً قدرت راکتیور نیز مصرف می‌کنند که در صنعت قسمت عمده این مصرف مربوط به موتورهای القایی است. میزان قدرت اکتیو و راکتیو مصرفی بارها با زمان تغییر می‌کند همچنین این میزان به فرکانس و ولتاژ بستگی دارد این وابستگی را می‌توان به شکل زیر نشان داد:

$$P = P(f, |V|) \quad (2-80)$$

$$Q = Q(f, |V|) \quad (2-81)$$

تغییر قدرت اکتیو و راکتیو، Δp و ΔQ بر اثر تغییرات کوچک فرکانس Δf و ولتاژ $\Delta|V|$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial f}\Delta f + \frac{\partial P}{\partial |V|}\Delta |V| \quad (2-82)$$

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial f}\Delta f + \frac{\partial Q}{\partial |V|}\Delta |V| \quad (2-83)$$

ضرایب $\frac{\partial p}{\partial f}$، $\frac{\partial p}{\partial |V|}$ $\frac{\partial Q}{\partial f}$ و $\frac{\partial Q}{\partial |V|}$ باتوجه به نوع بارها در منطقه به‌دست می‌آیند.

یک بار امپدانسی از نوع سلفی را درنظر بگیرید در این صورت توان مختلط بار به‌صورت زیر است:

$$S = P + jQ = VI^* = V\left(\frac{V}{z}\right)^* = \frac{|V|^2}{Z^*} = = \frac{|V|^2}{R - jX} = |V|^2 \frac{R + jX}{R^2 + X^2} \quad (84\text{-}2)$$

$$P = |V|^2 \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{|V|^2 R}{R^2 + (2\pi fL)^2} \quad (85\text{-}2)$$

$$Q = |V|^2 \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{|V|^2 2\pi fL}{R^2 + (2\pi fL)^2} \quad (86\text{-}2)$$

روابط فوق نشان می‌دهند که توان‌های اکتیو و راکتیو بار امپدانسی با توان دوم ولتاژ نسبت مستقیم دارنـد. همچنـین در این روابط وابستگی دو نوع توان و نوع تغییر آن‌ها را برحسب فرکانس نشان می‌دهد.

مثال ۵: در یک بار امپدانسی به ضریب توان ۰/۸ پس‌فاز یک درصد تغییر ولتاژ و یک درصد تغییـر فرکـانس توان را به‌ترتیب چند درصد تغییر می‌دهد؟

الف) 2 درصد افزایش، 0/72 درصد افزایش　　ب) 2 درصد کاهش، 0/72 درصد کاهش

ج) 2 درصد افزایش، 0/72 درصد کاهش　　د) 2 درصد کاهش، 0/72 درصد افزایش

حل:

فرض می‌کنیم تغییر ولتاژ در فرکانس ثابت انجام شده است. با استفاده از رابطه (2-85) داریم:

$$\frac{\Delta P}{\Delta |V|} = \frac{\partial P}{\partial |V|} = 2|V| \frac{R}{R^2 + x^2}$$

اکنون با جای‌گذاری از رابطه (2-85) داریم:

$$\frac{\Delta P}{\Delta |V|} = 2|V| \frac{P}{|V|^2} = \frac{2p}{|V|} \rightarrow \frac{\Delta P}{P} = 2\frac{\Delta |V|}{|V|}$$

بنابراین یک درصد تغییر ولتاژ دو درصد توان اکتیو را افزایش می‌دهد.

حال اگر از رابطه (2-85) برحسب f مشتق بگیریم داریم:

$$\frac{\Delta P}{\Delta f} \approx \frac{\partial P}{\partial f} = |V|^2 R \frac{-4\pi fL \times 2\pi L}{(R^2 + (2\pi FL)^2)^2}$$

$$= -|V|^2 \frac{2R(2\pi fL)^2}{f(R^2 + (2\pi fL)^2)^2} = -|V|^2 \frac{2RX^2}{f(R^2 + X^2)^2} = -P\frac{2X^2}{f(R^2 + X^2)}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta P}{P} = -2\frac{X^2}{R^2 + X^2}\frac{\Delta f}{f} = -2\frac{X^2}{|Z|^2}\frac{\Delta f}{f} = -2\sin^2\phi\frac{\Delta f}{f}$$

بنابراین توان اکتیو به ازاء یک درصد افزایش فرکانس به اندازه $2\sin^2\phi$ کاهش می‌یابد از طرفی چون $\cos\phi=0/8$ است لذا $\sin\phi=0/6$ می‌شود و داریم:

$$\frac{\Delta F}{F}=-2\times 0/6^2\frac{\Delta f}{f}=-0/72\frac{\Delta F}{f}$$

پس توان اکتیو 0/72 درصد کاهش می‌یابد.

2-8 دیاگرام تک خطی و امپدانسی سیستم قدرت

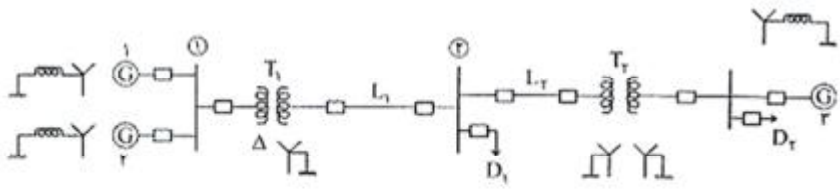
در این فصل مدل عناصر سیستم‌های قدرت نظیر ماشین‌های سنکرون، ترانسفورماتورها و بارها را مورد بررسی قرار دادیم با کمک مدل این عناصر می‌توانیم مدار معادل کل سیستم سه‌فاز را به‌دست آوریم. اما نمایش سیستم قدرت به‌صورت سه‌فاز کاری مشکل و پیچیده است و رسم هر سه‌فاز همه عناصر سیستم، اطلاعات بیش‌تری در اختیار ما قرار نمی‌دهد. لذا سیستم‌های قدرت را برای یک‌فاز و با علائم اختصاری نشان می‌دهند.

جدول (۲-۳) علائم استاندارد عناصر سیستم قدرت

نوع عنصر	علامت استاندارد
خط انتقال	
ترانسفورماتور دو سیم پیچه	
ترانسفورماتور سه سیم‌پیچه	
اتصال مثلث	
اتصال ستاره (با مرکز زمین شده)	
اتصال ستاره (با مرکز زمین نشده)	
ژنراتور	
موتور	
کلید قدرت	

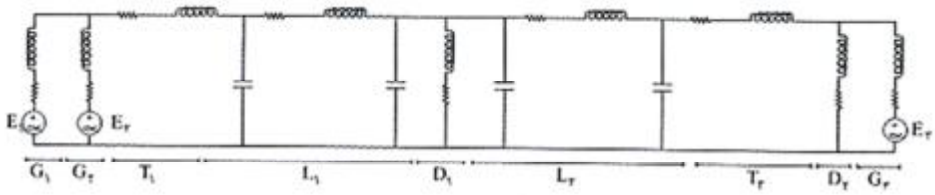
در جدول (2-3) علائم اختصاری عناصر اصلی سیستم قدرت نشان داده شده‌اند. این طرز نمایش دیاگرام تک خطی سیستم قدرت نامیده می‌شود.

یک نمونه دیاگرام تک‌خطی نوعی در شکل (2-36) نشان داده شده است. در این شکل ژنراتورها، ترانس‌ها، خطوط انتقال و بارها به طرز مناسب نام‌گذاری و مشخص شده‌اند.



شکل (۲-۳۶) دیاگرام تک‌خطی یک سیستم قدرت نوعی

برای بررسی عملکرد سیستم در شرایط مختلف می‌توان مدار معادل دیاگرام امپدانسی، سیستم را از متصل کردن مدل تک تک عناصر به هم به‌دست آورد در شکل (2-37) دیاگرام امپدانسی مربوط به سیستم قدرت شکل (2-36) نشان داده شده است.

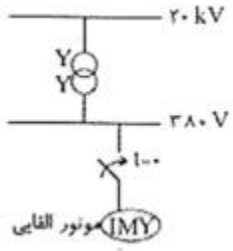


شکل (۲-۳۷) دیاگرام امپدانس سیستم قدرت نوعی

در دیاگرام شکل (2-37) اجزاء مدار مشخص شده‌اند. در این شکل در مورد ترانس تنها امپدانس سری ترانس استفاده شده و از امپدانس موازی آن صرف‌نظر شده است. در مورد مدار معادل خطوط انتقال که شامل خازن نیز می‌باشد در فصل آینده به‌طور کامل توضیح داده خواهد شد.

تست‌های طبقه‌بندی شده فصل دوم

۱- در شبکه‌ای سه‌فاز مطابق شکل، جریان سمت اولیه ترانس سه‌فاز (سمت 20kV) در لحظه راه‌اندازی موتور القایی سه‌فاز کدام است؟



$Z_{trans} = 0/1 + j0/1pu$

$R_2' \rightarrow$ مقاومت رتور ارجاعی به استاتور $= 0/1pu$

$X_2' \rightarrow$ راکتانس رتور ارجاعی به استاتور $= 0/1pu$

(از کمیت‌های سمت استاتور چشم‌پوشی کنید و توان مبنا را 100MVA در نظر بگیرید.)

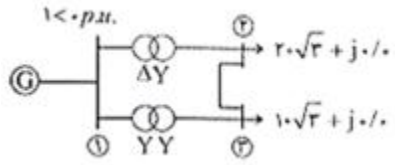
1) $\frac{5}{\sqrt{2}}kA$ 2) $\frac{25}{\sqrt{3}}kA$ 3) $\frac{25}{\sqrt{2}}kA$ 4) $\frac{25}{\sqrt{6}}kA$

۲- در یک خط انتقال کوتاه، اندازه ولتاژ طرف فرستنده $|V_s| = 1pu$ و امپدانس خط $Z = j0/1pu$ است و امکان کنترل اندازه ولتاژ در طرف گیرنده وجود ندارد. در صورتی‌که ضریب توان بار در طرف گیرنده $pf = 1$ باشد، حداکثر توانی که می‌توان از خط عبور داد چقدر است و این توان در کدام زاویه انتقالی (δ) رخ می‌دهد؟

1) $\delta_{max} = 45^o \ , \ P_{max} = 5p.u.$ 2) $\delta_{max} = 90^o \ , \ P_{max} = 5p.u.$

3) $\delta_{max} = 90^o \ , \ P_{max} = 10p.u.$ 4) $\delta_{max} = 45^o \ , \ P_{max} = 10p.u.$

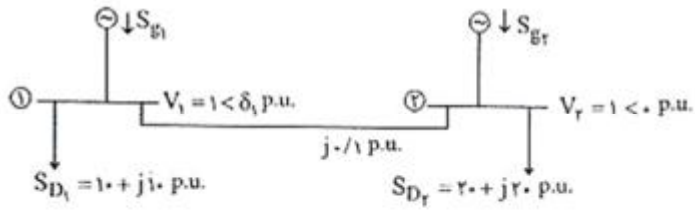
۳- در دیاگرام شکل زیر امپدانس خط مابین باس بار ۲ و ۳ به ازاء مبنای 100MVA و ولتاژ نامی باس بارهای ۲ و ۳ که 10kV می‌باشد برابر $j0/005PU$ است. امپدانس ترانس‌ها که یکی از آنان $Y\Delta 11$ و دیگری YY0 بسته شده‌اند. قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد. جریان عبوری از خط مابین ۲ و ۳ حدوداً برابر چه مقدار می‌باشد؟ ولتاژ ژنراتور برروی 1P.U. تنظیم شده است و توان مصرفی باس ۲ معادل $20\sqrt{3}$ مگاوات و باس ۳ معادل $10\sqrt{3}$ مگاوات می‌باشد.



1) صفر 2) یک آمپر

3) بیست و پنج آمپر 4) ششصد آمپر

۴- در سیستم زیر توان اکتیو تولیدی دو ژنراتور برابر می‌باشند. توان راکتیو تولیدی ژنراتور اول برحسب پریونیت چقدرا ست؟ $(\cos 60^\circ = 0/5 \ , \ \cos 30^\circ = 0/87)$



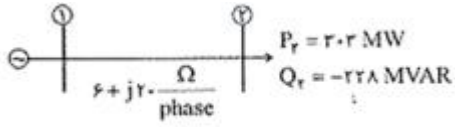
1) 18/7

2) 16/3

3) 11/3

4) 8/7

۵- در شبکه شکل زیر از مقاومت و خازن خط صرف‌نظر شده و امپدانس سری خط روی شکل مشخص شده است. ولتاژ خط – خط در محل پست‌ها برحسب کیلوولت برابر $V_1 = 210 < 90^\circ \ , \ V_2 = 220 < 0^\circ$ **است. مقدار قدرت راکتیو ژنراتور به MVAR برابر است با:**



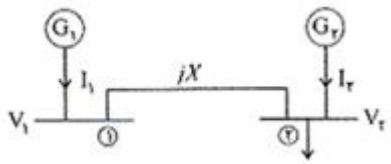
1) 60 تولید

2) 168 مصرف

3) 168 تولید

4) 60 مصرف

۶- در شکل زیر در صورتی‌که ژنراتور اول G_1 **را خارج نماییم، نسبت جریان تزریقی در باس دوم به ولتاژ این باس برابر** $-j1/0$p.u. **می‌گردد. در صورتی‌که ژنراتور دوم** G_2 **را خارج نماییم. نسبت جریان تزریقی در باس اول به ولتاژ این باس برابر** $-j2/0$p.u. **می‌گردد. مقدار راکتانس** (X) **چه مقدار است؟**



1) 2/0p.u.

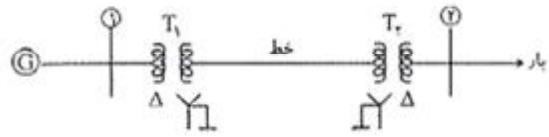
2) 1/5p.u.

3) 1/0p.u.

4) 0/5p.u.

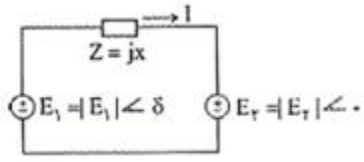
۷- شکل زیر دیاگرام تک خطی سیستم قدرت ساده را نشان می‌دهد. مقادیر نامی ژنراتور، ترانسفورماتورها و بار اهمی خالص مطابق زیر می‌باشند. اگر کمیت‌های مبنا برابر مقادیر نامی ژنراتور انتخاب شوند. مقدار مقاومت بار برحسب پریونیت برابر است با:

$G = 20kV \quad 300MVA$
$T_1 = 20/200kV \quad 375MVA$
$T_2 = 180/9kV \quad 300MW$
$Load = 9kV \quad 180MW$



1) ۱/25 2) ۱/۵۵ 3) 1/45 4) 1/55

۸- در سیستم زیر، زاویه انتقال δ برابر 15° است. در صورتی‌که این زاویه به اندازه $\Delta\delta > 0$ تغییر کند، بدون آن‌که در $|E_1|$ و $|E_2|$ تغییری رخ دهد، اندازه جریان I و زاویه آن نسبت به E_2 چگونه تغییر می‌کند (جریان I نسبت به E_2 همواره پس‌فاز می‌باشد.)



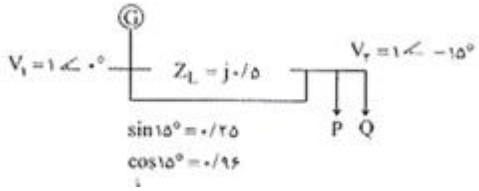
1) اندازه I افزایش و زاویه آن نسبت به E_2 افزایش می‌یابد.

2) اندازه I کاهش و زاویه آن نسبت به E_2 کاهش می‌یابد.

3) اندازه I افزایش و زاویه آن نسبت به E_2 کاهش می‌یابد.

4) اندازه I کاهش و زاویه آن نسبت به E_2 افزایش می‌یابد.

۹- در شکل زیر مقادیر P و Q برحسب P.U. چقدر است؟



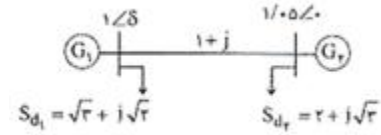
1) $P = 0/5 p.u. \quad Q = 0/08 p.u.$

2) $P = 0/8 p.u. \quad Q = 0/5 p.u.$

3) $P = 0/8 p.u. \quad Q = 0/5 p.u.$

4) $P = 0/5 p.u. \quad Q = -0/08 p.u.$

۱۰- در سیستم شکل زیر δ چقدر باشد تا حداکثر توان حقیقی از شین (۱) به (۲) منتقل گردد؟

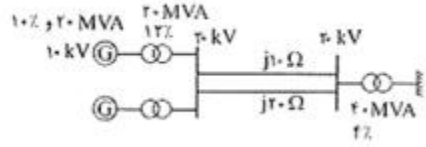


1) 36° 2) 54° 3) 90° 4) 45°

۱۱- دریک ترانسفورماتور سه سیم‌پیچه $230/63/20kV$ توان $20MVA$ با ضریب توان ۰/۸ پس‌فاز در طـرف $63kV$ و توان $10MVA$ در طرف $20kV$ با ضریب توان ۰/۹ پس‌فاز تحویل می‌شود. توان طرف $230kV$ چنـد MVA است؟

1) 30 2) 25 3) 33 4) 23

۱۲- راکتانس معادل مدل تک ماشین به شین بی‌نهایت شبکه زیر چند pu است؟ $S_b = 100MVA$



1) 20/66

2) 25/66

3) 18/66

4) 27/66

۱۳- در ژنراتور سنکرون در رژیم کاری فوق تحریک:

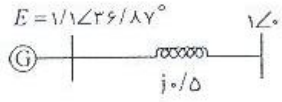
1) جریان تولیدی ژنراتور پس‌فاز است و در این‌صورت ژنراتور مانند خازن توان راکتیو تولید می‌کند.

2) جریان تولیدی ژنراتور پیش‌فاز است و در این‌صورت ژنراتور مانند خازن توان راکتیو تولید می‌کند.

3) جریان تولیدی ژنراتور پس‌فاز است و در این‌صورت ژنراتور مانند سلف توان راکتیو مصرف می‌کند.

4) جریان تولیدی ژنراتور پیش‌فاز است و در این‌صورت ژنراتور مانند خازن توان راکتیو تولید می‌کند.

۱۴- در سیستم نشان داده شده ژنراتور به باس بی‌نهایت متصل است. اگر توان مکـانیکی ورودی ژنراتـور در تحریک ثابت $\frac{\sqrt{3}}{1/2}$ برابر شود در این‌صورت کدام گزینه صحیح است؟



1) توان اکتیو تحویلی به باس بی‌نهایت $\frac{\sqrt{3}}{1/2}$ برابر شده و توان راکتیو تغییر نمی‌کند.

2) توان اکتیو تحویلی به باس بی‌نهایت $\frac{\sqrt{3}}{1/2}$ برابر شده و توان راکتیو تحویلی 3/75 برابر می‌شود.

3) توان اکتیو، $\frac{\sqrt{3}}{1/2}$ برابر شده و توان راکتیو تحویلی 1/75 برابر می‌شود.

4) زاویه δ $\frac{\sqrt{3}}{1/2}$ برابر شده و توان راکتیو تغییر نمی‌کند.

۱۵- در سیستم قدرت شکل داده شده امپدانس معادل بین شین‌های A و B کدام است؟ (ولتاژ 25kv در اولیه T_1 و توان 125MVA به‌عنوان مبنا به‌کار روند.

$$T_1:\begin{cases}25/250KV\\125MVA\\X_{T_1}=0/010\end{cases}\quad Lin:\begin{cases}X=100\Omega\\V=200KV\end{cases}\quad T_2:\begin{cases}220/25KV\\100MVA\\X_{T_1}:0/010\end{cases}$$

1) j0/6 2) j0/5 3) j0/4 4) j0/3

۱۶- در سیستم سه‌فاز شکل زیر با انتخاب مقادیر ژنراتور به عنوان مبنا مقادیر پریونیت امپدانس‌های معادل بارهای L_1, L_2 کدامند؟

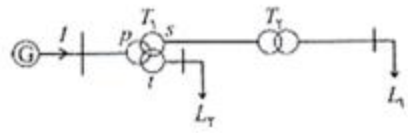
$$G:20MVA,12KV,\%5$$

$$T_1:\begin{cases}P:25MVA,12KV,\%5\\S:20MVA,132KV,0/06\\t:5MVA,20KV,\%5\end{cases}$$

$$T_2:132/20KV,25MVA,\%4$$

$$L_1:20KV,8MW+j6MVAR$$

$$L_2:18KV,3MW+j3MVAR$$



1) $Z_{L_1}=1/6+j1/2p.u.,\ Z_{L_2}=2/4+j3/2p.u.$

2) $Z_{L_1}=3/2+j2/4p.u.,\ Z_{L_2}=2+j1/62p.u.$

3) $Z_{L_1}=1/6+j1/2p.u.,\ Z_{L_2}=1/22+j1/62p.u.$

4) $Z_{L_1}=1/6+j1/2p.u.,\ Z_{L_2}=1/944+j2/596p.u.$

۱۷- یک ژنراتور سنکرون سه‌فاز قطب برجسته $60MVA, 20\sqrt{3}KV$ دارای رکتانس محور مستقیم $X_d = 10\Omega$ و راکتانس محور عمودی $X_q = \frac{300}{7}\Omega$ است. مقاومت آرمیچر قابل صرف‌نظر کردن است زاویه بار δ و ولتاژ تحریک در هر فاز E وقتی ژنراتور بار نامی را در ضریب توان ۰/۸ پس فاز به شین بی‌نهایت با ولتاژ خط $20\sqrt{3}kv$ تحویل می‌دهد کدامند؟

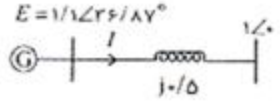
1) $E = 41/8KV \ , \ \delta = 30^\circ$

2) $E = 25/6KV \ , \ \delta = 36/87^\circ$

3) $E = 22KV \ , \ \delta = 53/13^\circ$

4) $E = 23/8KV \ , \ \delta = 45^\circ$

۱۸- در سیستم شکل زیر ژنراتور به باس بی‌نهایت متصل است. اگر تحریک ژنراتور در توان مکانیکی ثابت ورودی $0/6\sqrt{2}$ برابر شود کدام گزینه صحیح است؟



1) ژنراتور پس از تغییر تحریک از حالت فوق تحریک به حالت زیر تحریک تغییر وضعیت داده و δ 15° افزایش می‌یابد.

2) ژنراتور پس از تغییر تحریک از حالت فوق تحریک به حالت زیر تحریک تغییر وضعیت داده و δ تغییری نمی‌کند.

3) ژنراتور پس از تغییر تحریک همچنان در حالت زیر تحریک باقی مانده و δ 15° افزایش می‌یابد.

4) ژنراتور پس از تغییر تحریک همچنان در حالت زیر تحریک باقی مانده و δ تغییری نمی کند.

۱۹- در مسأله قبل پس از تغییر تحریک اندازه جریان I:

1) 2/46 برابر می‌شود. 2) 0/92 برابر می‌شود. 3) تغییری نمی‌کند. 4) $0/6\sqrt{2}$ برابر می‌شود.

۲۰- مقادیر نامی عناصر سیستم قدرت شکل زیر عبارتند از:

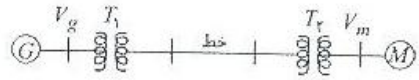
$G: 60MVA\ ,\ 20KV\ ,\ X=\%3$

$T_1: 50MVA\ ,\ \frac{20}{200}KV\ ,\ R=\%5\ ,\ X=\%10$

$T_2: 50MVA\ ,\ \frac{20}{200}KV\ ,\ R=\%5\ ,\ X=\%10$

$M: 48/6MVA\ ,\ 18KV\ ,\ X=\%3$

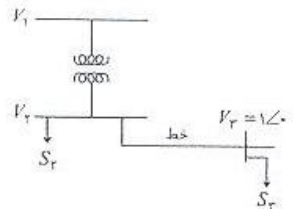
خط: $200KV\ ,\ Z=340+j40\Omega$



توان دریافتی توسط موتور در ضریب توان ۰/۹ پس‌فاز و در ولتاژ خط به خط درونی $18KV$، برابر $45MVA$ است. ولتاژ درونی ژنراتور برحسب KV چقدر است؟

1) $26KV$ 2) $28KV$ 3) $30KV$ 4) $24KV$

۲۱- نمایش تک خطی یک سیستم سه‌فاز در شکل زیر نشان داده شده است. راکتانس ترانسفورماتور ۲۰٪ در مبنای $100MVA$، $23/110KV$ و امپدانس خط $Z=j60/5\Omega$ است. بار در شین‌های ۲ و ۳ عبارتند از $S_3=j20MVAR$ و $S_2=121\angle 36/87^\circ MVA$ ولتاژ شین ۱، V_1 چند پریونیت است.



1) $1/272+j0/176p.u.$

2) $1/1p.u.$

3) $0/928+j0/176p.u.$

4) $0/928-j0/176p.u.$

۲۲- ژنراتوری با راکتانس سنکرون $X_s=1p.u.$ به باس بی‌نهایت با ولتاژ $V_t=1\angle 0p.u.$ متصل است. ژنراتور جریان $1p.u.$ را با ضریب توان $\frac{\sqrt{3}}{2}$ پس‌فاز به باس بی‌نهایت تحویل می‌دهد. چنانچه توان اکتیو ثابت و تحریک ژنراتور ۵۰٪ کاهش یابد توان راکتیو آن چگونه تغییر می‌کند/

1) ۲۵٪ افزایش می‌یابد. 2) ۲۵٪ کاهش می‌یابد. 3) 50 درصد افزایش می‌یابد. 4) ۵۰٪ کاهش می‌یابد.

۲۳- یک خط انتقال به طور $10km$ **با مشخصات** $r=0/03\frac{\Omega}{km}$, $x=0/04\frac{\Omega}{km}$ **مفروض است. این خط باری بـا توان** $628KVA$ **و ضریب توان ۰/۶ پس‌فاز را در ولتاژ** $10kv$ **و فرکانس** $50HZ$ **تغذیه می‌کند چنانچه بخواهیم تنظیم ولتاژ خط صفر گردد چه خازنی در انتهای خط موازی گردد؟**

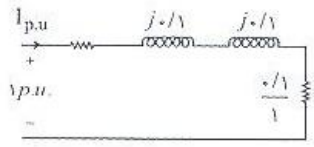
1) $11\mu F$ 2) $15\mu F$ 3) $20\mu F$ 4) $25\mu F$

پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل دوم

1- گزینه «4»

مدار معدل پریونیت سیستم به شکل زیر است:

$$I_{p.u}=\frac{1}{0/2+j0/2}=\frac{1}{0/2(1+j1)}=\frac{5}{\sqrt{2}<\frac{\pi}{4}}=\frac{5}{\sqrt{2}}<-\frac{\pi}{4}\,\text{p.u.}$$

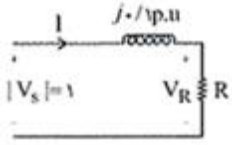


$$I_b=\frac{100\text{MVA}}{\sqrt{3}\times 20\text{kV}}=\frac{5}{\sqrt{3}}\,\text{kA}$$

$$|I|=\frac{5}{\sqrt{2}}\times\frac{5}{\sqrt{3}}\,\text{kA}=\frac{25}{\sqrt{6}}\,\text{kA}$$

2- گزینه «1»

با توجه به این‌که ضریب توان بار واحد است نتیجه می‌شود که بار مقاومتی است. بنابراین مدار معادل سیستم به‌صورت زیر است. با تغییر مقاومت R توان انتقالی ماکزیمم می‌شود. طبق قضیه انتقال توان ماکزیمم که در درس مدار بیان شده است توان به شرط زیر ماکزیمم می‌شود.



بنابراین:

$$R=|Z|=0/1\text{p.u.}$$

$$I_{p.u.}=\frac{1}{0/1+j0/1}=\frac{1}{0/1(1+j1)}=\frac{10}{\sqrt{2}<\frac{\pi}{4}}=\frac{10}{\sqrt{2}}<-\frac{\pi}{4}=5\sqrt{2}<-\frac{\pi}{4}$$

بنابراین:

$$V_R=RI=0/5\sqrt{2}<\frac{-\pi}{4}$$

بنابراین از آنجا که ولتاژ طرف فرستنده صفر درجه است داریم:

$$\delta=\delta_1-\delta_2=0-(-\frac{\pi}{4})=\frac{\pi}{4}$$

و:

$$P_{max} = R\,|I|^2 = 0/1 \times (5\sqrt{2})^2 = 5\text{p.u.}$$

3- گزینه «؟»

در ترانس با اتصال Y_{d11} ولتاژهای ثانویه 30° از ولتاژهای هم نام در اولیه عقب‌ترند در حالی که در ترانس Yy_0 ولتاژهای هم‌فازند در نتیجه جریان گردشی بین ثانویه‌های دو ترانس به سبب اختلاف فاز ولتاژهایشان ایجاد می‌شود که عبارت است از:

$$I_{23} = \frac{1<-30 - 1<0}{j0/005} = 103/52<165^\circ \text{p.u.}$$

اکنون با توجه به این که $V_b = 10\text{kV}\ ,\ S_b = 100\text{MVA}$ می‌باشند.

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_b} = \frac{100\times10^6}{\sqrt{3}\times10\times10^3} = 5/77\times10^3 \rightarrow I_{23} = 103/52\times5/77\times10^3 = 597\text{kA}$$

پاسخ صحیح در گزینه‌ها وجود ندارد.

4- گزینه «3»

توان اکتیو مصرفی کل .30p.u است که هر کدام از ژنراتور، .15p.u آن را تولید می‌کنند با توجه به توان اکتیو مصرفی باس‌ها روشن می‌شود که .5p.u توان اکتیو از باس (1) به (2) منتقل می‌شود پس طبق رابطه (27-2) داریم:

$$P_{12} = \frac{|V_1||V_2|}{X}\sin\delta_1 = \frac{1\times1}{0/1}\sin\delta_1 = 5 \rightarrow \sin\delta_1 \backslash 0/5 \rightarrow \delta_1 = 30^\circ$$

از آن‌جا که دامنه ولتاژ باس‌ها برابر است توان راکتیو انتقالی بین باس‌ها صفر بوده و هر باس نصف توان راکتیو مصرفی خط را تأمین می‌کند و داریم:

$$Q_{12} = \frac{|V_1|}{X}(|V_1| - |V_2|\cos\delta_1) = \frac{1}{0/1}(1-1\cos30^\circ) = 1/3$$

توان راکتیو تولیدی ژنراتور (1) برابر مجموع توان راکتیو مصرفی باس و توان راکتیو تحویلی به خط است یعنی:

$$Q_{g1} = 10 + 1/3 = 11/3$$

5- گزینه «2»

توان راکتیو باس (2) منفی است یعنی بار متصل به این باس توان راکتیو تولید می‌کند. مقداری از این توان توسط خط جذب و مابقی به ژنراتور داده می‌شود. برای محاسبه توان راکتیو خط ابتدا جریان آن را به‌دست می‌آوریم داریم:

$$|I|=\frac{S}{\sqrt{3}V_L}=\frac{\sqrt{(303^2+228^2)\times10^{12}}}{\sqrt{3}\times220\times10^3}=\frac{\sqrt{(303^2+228^2)^3}\times10}{\sqrt{3}\times220}$$

توان راکتیو مصرفی خط عبارت است از:

$$Q_L=3X|I|^2=3\times20\times\frac{(303^2+228^2)\times10^6}{3\times220^2}\approx60$$

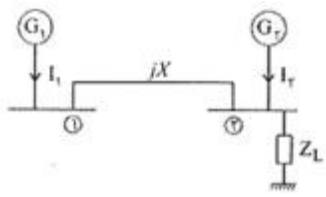
بنابراین توان مصرفی ژنراتور عبارت خواهد بود از:

$$Q_g=228-60=168$$

6- گزینه«؟»

مدار معادل شبکه را به‌صورت زیر رسم کرده برای بار متصل به باس (2) امپدانس Z_L را در نظر می‌گیریم در حالت اول که ژنراتور G_1 را خارج می‌نماییم باس (1) مدار باز شده و جریان I_2 وارد بار می‌شود در این‌صورت:

$$Z_L=\frac{V_2}{I_2}=\frac{1}{-j_1}=j1$$



حال با خارج کردن ژنراتور G_2، جریان باس (2) توسط ژنراتور G_1 و از طریق خط JX تأمین می‌شود در این حالت داریم:

$$jX+j1=\frac{V_1}{I_1}=\frac{1}{-j2}\Rightarrow jX+j1=j0/5\Rightarrow X=-0/5$$

7- گزینه «2»

ولتاژ ژنراتور در باس (1) به عنوان مبنا در نظر گرفته شده لذا ولتاژ مبنا در خط با توجه به نسبت تبدیل ترانس $200kV$ خواهد شد. این ولتاژ برای اولیه ترانس T_2 نیز به عنوان مبنا به کار می‌رود با توجه به نسبت تبدیل ترانس T_2 ولتاژ مبنا را برای ثانویه آن به‌دست می‌آوریم:

$$V_{b_2}=200\times\frac{9}{180}=10kV$$

اندازه R_L با توجه به ولتاژ و توان اکتیو مصرفی به‌صورت زیر تعیین می‌شود.

$$R_L = \frac{V^2}{P} = \frac{9^2}{180} = 0/45\Omega$$

امپدانس مبنا عبارت است از:

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{10^2}{300} = \frac{1}{3}\Omega$$

لذا:

$$R_{L_{p.u.}} = \frac{0/45}{\frac{1}{3}} = 1/35 p.u.$$

8- گزینه «3»

با افزایش δ توان اکتیو انتقالی افزایش می‌یابد. توان مختلط منبع E_2 عبارت است:

$$S_2 = E_2 I^* = P_{12} + jQ_{12} \Rightarrow I = \frac{S_2^*}{E_2^*} = \frac{P_{12} - jQ_{12}}{|E_2| < 0}$$

$$\Rightarrow I = \frac{\sqrt{P_{12}^2 + Q_{12}^2}}{|E_2|} < -\tan^{-1}\frac{Q_{12}}{P_{12}}$$

با تغییر δ، Q_{12} تغییر نمی‌کند لذا با توجه به رابطه فوق می‌توان گفت افزایش P_{12} اندازه جریان را افـزایش و فـاز آن را کاهش می‌دهد.

9- گزینه«4»

طبق روابط (2-27) و (2-29) داریم:

$$P = \frac{|V_1||V_2|}{X}\sin(\delta_1 - \delta_2) = \frac{1\times 1}{0/5}\sin 15^\circ = 0/5 p.u.$$

$$Q = \frac{|V_2|}{X}(|V_1|\cos\delta - |V_2|) = \frac{1}{0/5}(1\times\cos 5^\circ - 1) = -0/08 p.u.$$

10- گزینه «4»

با توجه به فرمول (2-22) داریم:

$$P_1 = \frac{|V_1|^2\cos\gamma - |V_1||V_2|\cos(\gamma+\delta)}{|Z_s|}$$

از طرفی:

$$Z_s = 1 + j = \sqrt{2} < \frac{\pi}{4}$$

یعنی $|Z_s| = \sqrt{2}$, $\gamma = \frac{\pi}{4}$ است لذا:

$$P_1 = \frac{1^2 \cos\frac{\pi}{4} - 1\times 1\cos(\delta + \frac{\pi}{4})}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\delta + \frac{\pi}{4})$$

برای ماکزیمم شدن توان باید

$$\frac{dp_1}{d\delta} = 0 \rightarrow + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(\delta + \frac{\pi}{4}) = 0 \rightarrow \delta + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \delta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

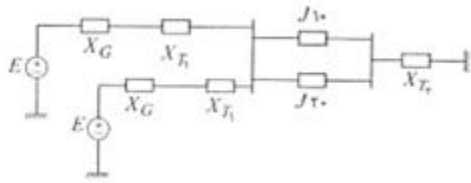
11- گزینه «1»

توان مختلط اولیه برابر حاصل جمع توان‌های مختلط ثانویه و ثالثیه ترانس است:

$$\begin{aligned} S_1 = S_2 + S_3 &= 20\angle -\cos^{-1}0/8 + 10\angle -\cos 0/9 \\ &= 20\angle -36/87^\circ + 10\angle -25/84^\circ \\ &= 20\times 0/8 - j20\times 0/6 + 10\times 0/9 - j10\times 0/436 \\ &= 25 - j16/36 = 29/9\angle -33 \end{aligned}$$

12- گزینه «؟»

مدار معادل سیستم به‌صورت زیر است مقادیر راکتانس عناصر مختلف را برحسب پریونیت به‌دست می‌آوریم.



راکتانس ژنراتورهای سنکرون X_G در مبنای 100MVA عبارت است از:

$$X'_G = \frac{100}{20}\times 0/1 = 0/5 \text{p.u.}$$

راکتان ترانس‌های متصل به ژنراتور می‌شود:

$$X'_{T_1} = 0/12\times\frac{100}{20} = 0/6 \text{p.u.}$$

امپدانس مبنا برای خطوط این‌گونه محاسبه می‌شود:

$$Z_B = \frac{KV_L^2}{S_B} = \frac{20^2}{100} = 4\Omega$$

و:

$$X_{L_1} = \frac{10}{4} = 2/5\text{p.u.}$$
$$X_{L_2} = \frac{20}{4} = 5\text{p.u.}$$

راکتانس ترانس متصل به باس بی‌نهایت به‌صورت زیر به مبنای 100MVA منتقل می‌شود:

$$X'_{T_2} = 0/04 \times \frac{100}{40} = 0/1\text{p.u.}$$

راکتانس معادل کل سیستم با توجه به برابری ولتاژها می‌شود:

$$(0/5+0/6) \,||\, (0/5+0/6) + (2/5 \,||\, 5) + 0/1 = 2/316\text{p.u.}$$

13- گزینه «1»

طبق توضیحات متن درس ژنراتور در حالت فوق تحریک دارای جریان پس‌فاز است و توان راکتیو تولید می‌کند.

14- گزینه «2»

توان‌های اکتیو و راکتیو دریافتی توسط باس بی‌نهایت قبل از تغییر توان مکانیکی عبارتند از:

$$P = \frac{|E||V|}{X_s}\sin\delta = \frac{1/1\times1}{0/5}\times0/6 = 1/1\times1/2 = 1/32\text{p.u.}$$
$$Q = \frac{|V|}{X_s}(|E|\cos\delta_- |V|) = \frac{1}{0/5}(1/1\times0/8-1) = -0/24$$

پس از $\frac{\sqrt{3}}{1/2}$ برابر شدن توان ورودی توان تحویلی به باس بی‌نهایت نیز به همین ترتیب تغییر کرده بنابراین زاویه δ جدید عبارت خواهد شد از:

$$P = 1/32\times\frac{\sqrt{3}}{1/2} = \frac{1/1\times1}{0/5}\sin\delta' \;\Rightarrow\; \sin\delta' = \frac{\sqrt{3}}{2} \;\Rightarrow\; \delta' = 60^\circ$$

توان راکتیو جدید نیز به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$Q' = \frac{1}{0/5}(1/1\times\frac{1}{2}-1) = 1/1-2 = 0/9\text{p.u.}$$
$$\frac{|Q'|}{|Q|} = \frac{0/9}{0/24} = 3/75$$

15- گزینه «3»

برای محاسبه امپدانس پریونیت خط داریم:

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{250^2}{125} = 500\Omega$$
$$Z_{Lp.u.} = \frac{100}{500} = 0/2 p.u.$$

امپدانس X_{T_2} را باید از مبنای 220KV، 100MVA به مبنای 250KV، 125MVA انتقال دهیم:

$$X'_{T_2} = X_{T_2} \times (\frac{V_b}{V'_b})^2 (\frac{S'_b}{S_b}) \Rightarrow X'_{T_2} = 0/1 \times (\frac{220}{250})^2 \times \frac{125}{100} = 0/097 p.u.$$
$$X_T = 0/1 + 0/2 + 0/097 = 0/397 \; ; \; 0/4$$

16- گزینه «4»

ابتدا امپدانس معادل بارها را به‌دست می‌آوریم:

$$Z_{L_1} = \frac{V_{L_1}^2}{S_{L_1}^*} = \frac{20^2}{8 - j6} = \frac{400}{8 - js} = \frac{400(8 + j6)}{100} = 32 + j24\Omega$$
$$Z_{L_2} = \frac{V_L^2}{S_{L_2}^*} = \frac{18^2}{3 - j4} = \frac{18^2(3 + j4)}{25} = 38/88 + j51/84\Omega$$

اکنون مقادیر امپدانس را به‌صورت پریونیت می‌نویسیم:

$$Z_{B_1} = \frac{V_L^2}{S} = \frac{20^2}{20} = 20\Omega \Rightarrow Z_{L_1} = \frac{32 + j24}{20} = 1/6 + j1/2 p.u.$$

$$Z_{B_2} = \frac{V_L^2}{S} = \frac{18^2}{20} = 16/2\Omega \Rightarrow Z_{L_2} = \frac{+j}{16/2} = 2/4 + j3/2 p.u.$$

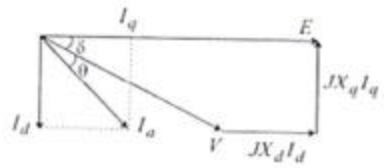
اکنون با توجه به این‌که ولتاژ ثالثیه ترانس سه سیم‌پیچه 18KV و ولتاژ مبنای بار $20KVL_2$ است در مورد Z_{L_2} تغییر مبنا را اعمال می‌کنیم.

$$\frac{Z'_{L_2}}{Z_{L_2}} = (\frac{V_B}{V'_B})^2 \Rightarrow Z'_{L_2} = (\frac{18}{20})^2 \times (2/4 + j3/2) = 1/944 + j2/596$$

17- گزینه «2»

دیاگرام فازوری ژنراتور سنکرون قطب برجسته به‌صورت زیر است با توجه به شکل داریم:

$$I_q = I_a \cos(\delta + \theta)$$
$$X_q I_q = V \sin\delta \rightarrow V \sin\delta = X_q I_a \cos(\delta + \theta)$$
$$\rightarrow V \sin\delta = X_q I_q (\cos\delta\cos\theta - \sin\delta\sin\theta)$$
$$\rightarrow (V + X_q I_a \sin\theta)\sin\delta = X_q I_a \cos\theta\cos\delta$$
$$\rightarrow \tan\delta = \frac{X_q I_a \cos\theta}{V + X_q I_q \sin\theta}$$



از طرفی جریان نامی ارمیچر و ولتاژ فاز خواهند شد:

$$I_a = \frac{S_3\phi}{\sqrt{3}V_L} = \frac{60\angle -36/87^\circ}{\sqrt{3}\times 20\sqrt{3}} = 1\angle -36/87^\circ \text{KA}$$
$$V = 20\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 20\text{KV}$$

بنابراین:

$$\tan\delta = \frac{\frac{300}{7}\times 1\times 0/8}{20+\frac{300}{7}\times 1\times 0/6} = \frac{\frac{240}{7}}{20+\frac{180}{7}} = \frac{240}{140+180} = \frac{240}{320} = \frac{6}{8} = \frac{0/6}{0/8} \rightarrow \delta = 36/87^\circ$$
$$I_d = I_d \sin(\delta+\theta) = I_a(\sin\delta\cos\theta + \cos\delta\sin\theta) = 1\times(0/8\times 0/6 + 0/6\times 0/8) = 0/96\text{kA}$$
$$E = |V|\cos\delta + X_d I_d \Rightarrow E = 20\times 0/8 + 10\times 0/96 = 25/6\text{KV}$$

18- گزینه «3»

توان‌های اکتیو و راکتیو دریافتی باس بی‌نهایت عبارتند:

$$P = \frac{|E||V|}{X_s}\sin\delta = \frac{1/1\times 1}{0/5}\times 0/6 = 1/32\text{p.u.}$$
$$Q = \frac{|V|}{X_s}(|E|\cos\delta - |V|) = \frac{1}{0/5}(1/1\times 0/8 - 1) = -0/24\text{p.u.}$$

پس از $\sqrt{2}$ برابر شدن تحریک ولتاژ E نیز $\sqrt{2}$ برابر می‌شود بنابراین زاویه δ در شرایط جدید عبارت خواهد شد از:

$$P = 132 = \frac{0/6\times\sqrt{2}\times 1/1\times 1}{0/5}\times\sin\delta \Rightarrow \sin\delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \delta = 45^\circ$$
$$Q = \frac{1}{0/5}(0/6\times\sqrt{2}\times 1/1\times\frac{\sqrt{2}}{2} - 1) = -0/34\text{p.u.}$$

چون در هر دو حالت توان راکتیو منفی است بنابراین ژنراتور در هر دو حالت در وضعیت زیر تحریک است.

19- گزینه «1»

چون در توان اکتیو ثابت توان راکتیو افزایش یافته لذا جریان افزایش می‌یابد و تنها گزینه (1) اشاره بـه افـزایش جریـان دارد لذا گزینه «1» صحیح است.

20- گزینه «3»

مقادیر $S_B = 100MVA, V_B = 20KV$ را به‌عنوان مبنا در نظر می‌گیریم و امپدانس‌های پریونیت اجزاء را برحسب ایـن مقادیر مبنا به‌دست می‌آوریم:

$$G: X = 0/03 \times (\frac{100}{60}) = 0/05 \Rightarrow X_G = j0/05 p.u.$$

$$T_1: Z = (0/05 + j0/1)(\frac{100}{50}) = 0/1 + j0/2 \rightarrow Z_{T_1} = 0/1 + j0/2 p.u.$$

$$T_2: Z = (0/05 + j0/1)(\frac{100}{50}) = 0/1 + j0/2 \rightarrow Z_{T_2} = 0/1 + j0/2 p.u.$$

$$M: X = 0/03 \times (\frac{100}{48/6}) \times (\frac{18}{20})^2 = 0/05 \rightarrow X_m = j0/05 p.u.$$

خط: $V_B = 200KV \quad Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} = \frac{200^2}{100} = 400\Omega \quad Z_L = \frac{240 + j40}{400} = 0/6 + j0/1 p.u.$

برای تعیین جریان پریونیت می‌نویسیم:

$$|I_{p.u.}| = \frac{I}{I_B} = \frac{\frac{S}{V}}{\frac{S_B}{V_B}} = (\frac{V_B}{V})(\frac{S}{S_B}) = \frac{2}{18} \times \frac{45}{100} = 0/5 p.u. \rightarrow I = 0/5 \angle -\cos^{-1} 0/8 = 0/5 \angle -36/87$$

امپدانس کل برابر حاصل جمع تمام امپدانس‌ها است:

$$Z_t = 0/8 + j0/6 p.u. = 1 \angle 36/87$$

ولتاژ درونی ژنراتور عبارت است از:

$$E_{G.p.u.} = \frac{18}{20} + (1 \angle 36/87)(0/5 \angle -36/8) = 1/4 p.u.$$

$$E_G = 1/4 \times 20 = 28KV$$

21- گزینه «1»

با توجه به مقادیر مبنا:

امپدانس پریونیت خط عبارت است از:

$$Z_B = \frac{V_{B^2}}{S_B} = \frac{110^2}{100} = 121\Omega$$

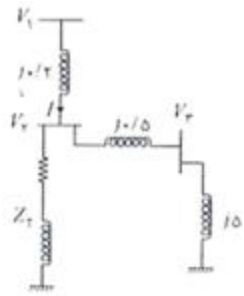
$$Z_{p.u.} = \frac{j60/5}{121} = j0/5 p.u.$$

امپدانس معادل با توان مختلط S_3 را به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$S_3 = V_3 I_3^* = V_3 \frac{V_3^*}{Z_3^*} = \frac{|V_3|^2}{Z_3^*}$$

$$\Rightarrow Z_3^* = \frac{|V_3|^2}{S_3} \Rightarrow Z_3 = \frac{|V_3|^2}{S_3^*} \Rightarrow Z_3 = \frac{110^2}{-j20} = j605\Omega \rightarrow Z_{3p.u.} = \frac{Z_3}{Z_B} = \frac{j605}{121} = j5 p.u.$$

با توجه به مدل پریونیت سیستم که شکل زیر نشان داده شده است داریم:



$$V_2 = (j0/5 + j5)\frac{V_3}{j5} = \frac{j5/5}{j5} \times 1\angle 0 p.u. = 1/1 p.u. \Rightarrow V_2 = 1/1 \times 110 = 121 KV$$

امپدانس پریونیت معادل S_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$Z_2 = \frac{|V_2|^2}{S_2^*} = \frac{121^2}{121\angle -36/87}$$

$$= 121\angle 36/87 = 121 \times 0/8 + j121 \times 0/6 \rightarrow Z_{2p.u.} = \frac{Z_2}{Z_B} = \frac{121 \times 0/8 + j121 \times 0/6}{121} = 0/8 + j0/06 p.u.$$

جریان I در شکل فوق را می‌یابیم:

$$I = \frac{V_2}{Z_2} + \frac{V_2}{j5/5} = \frac{1/1}{0/8 + j0/6} + \frac{1/1}{0/8 + j0/6} + \frac{1/1}{j5/5} = \frac{1/1(0/8 - j0/6)}{1} - j0/2 = 0/88 - j0/86$$

و V_1 خواهد شد:

$$V_1 = V_2 + j0/2I = 1/1 + j0/2(0/88 - j0/86) = 1/272 + j0/176$$

22- گزینه «4»

$$I = 1\angle -\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} = 1\angle -30$$

دیاگرام تک خطی سیستم به‌صورت زیر است. ولتاژ داخلی قبل از تغییر تحریک عبارت است از:

$$E_o = 1 + j1\times 1\angle -30^\circ = 1 + 1\angle 90^\circ \times 1\angle -30^\circ = 1 + 1\angle 60^\circ = 1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(3 + j\sqrt{3}) = \frac{1}{2}\sqrt{9+3}\angle \tan^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{3}) = \frac{1}{2}\sqrt{12}\angle 30^\circ = \sqrt{3}\angle 30^\circ$$

توان‌های اکتیو و راکتیو را قبل از تغییر تحریک به‌دست می‌آوریم:

$$P_o = \frac{|E_o||V_t|}{X}\sin\delta_0 = \frac{\sqrt{3}\times 1}{1}\sin(30-0) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$Q_o = \frac{|E_o|^2 - |V_t||E_o|\cos\delta_0}{X} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 1\times\sqrt{3}\cos 30}{1} = 1/5$$

P_o، Q_o, E_o به ترتیب توان اکتیو، راکتیو و ولتاژ درونی ژنراتور قبل از تغییر شار هستند. اکنون مقادیر جدید ولتاژ درونی، زاویه توان و توان راکتیو ژنراتور را بعد از تغییر تحریک محاسبه می‌کنیم.

$E_n = \frac{1}{2}E_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ چون شار تحریک نصف شده است

$$P_n = P_o = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\times 1}{1}\sin\delta_n \Rightarrow \sin\delta_n = 1 \rightarrow \cos\delta_n = 0 \rightarrow Q_n = \frac{|E_n|^2 - |V_t||E_n|\cos\delta_n}{X}$$

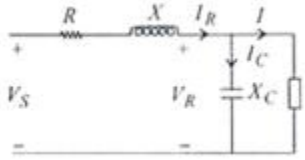
$$= \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - 1\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 0}{1} = 0/75$$

$$\%\Delta Q = \frac{Q_n - Q_0}{Q_0}\times 100 = \frac{0/75 - 1/5}{1/5}\times 100 = -\%50$$

پس توان راکتیو 50٪ کاهش داشته است.

23- گزینه «4»

خط کوتاه بوده و مدل آن به‌صورت زیر است:



R و X خط عبارتند از: $R = 10\times 0/03 = 0/3\Omega \ , \ X = 10\times 0/04 = 0/4\Omega$

برای صفر شدن رگولاسیون باید جریان I_R نسبت به ولتاژ پیش‌فاز باشد و طبق فرمول رگولاسیون داریم:

$$\varepsilon_v = \frac{R\,|I_R|\cos\phi_R - X\,|I_R|\sin\phi_R}{V_n} = 0 \Rightarrow \tan\phi_R = \frac{R}{X} = \frac{0/3}{0/4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin\phi_R = 0/6, \cos\phi_R = 0/8$$

جریان بار عبارت است از:

$$|I| = \frac{628}{10} = 62/8A \Rightarrow I = 62/8(0/6 - j0/8)$$

برای به‌دست آوردن I_R توجه داریم که خازن توان اکتیو مصرف نمی‌کند بنابراین:

$$|I_R| = \frac{628\times 0/6}{10\times\cos\phi_R} = 47/1A \Rightarrow I_R = 47/(0/8 + j0/6)$$

جهت محاسبه جریان خازن می‌نویسیم:

$$I_C = I_R - I = 47/1(0/8 + j0/6) - 62/8(0/6 - j0/8) = j78/5$$

بنابراین راکتانس خازن عبارت می‌شود از:

$$X_C = \frac{|V_R|}{|I_C|} = \frac{10\times 10^3}{78/5}\Omega$$

و اکنون می‌توان نوشت:

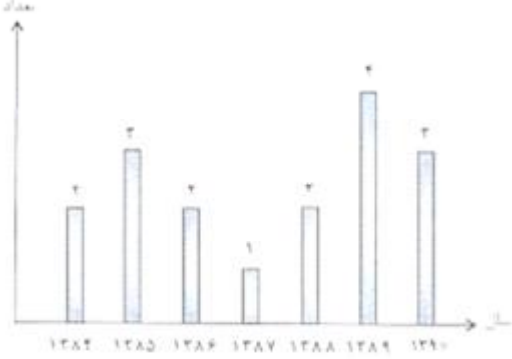
$$X_C = \frac{1}{C\times 314} = \frac{10\times 10^2}{78/5} \Rightarrow C = \frac{1}{40\times 10^3}F = 25\mu F$$

فصل سوم – پارامترهای خط انتقال

مقدمه

در دو فصل گذشته به مقدماتی در مورد سیستم‌های قدرت، مدارهای سه‌فاز و مدل‌سازی عناصر سیستم قدرت پرداختیم. در این فصل به بحث دربارهٔ پارامترهای خط انتقال شامل مقاومت (R)، اندوکتانس (L)، کاپاسیتانس (C) و هدایت (G) می‌پردازیم. در مطالعات سیستم‌های قدرت، مدل‌سازی خطوط انتقال بسیار مهم است و برای مدل‌سازی خطوط نیازمند داشتن این چهار پارامتر خطوط هستیم.

مبحث مدل‌سازی خطوط انتقال همواره از جمله مباحث مود توجه طراحان کنکور بوده است. مجموع تعداد سؤالاتی که تا به حال از این فصل طرح شده است 15 عدد است که پراکندگی آن به تفکیک سال‌های مختلف به شکل زیر است.



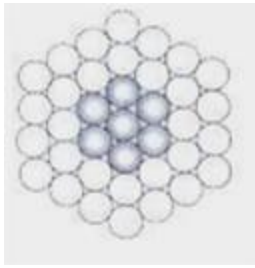
شکل ۳-۱: نمودار سؤالات طرح شده از فصل سوم به تفکیک سال

همان‌طور که در نمودار دیده می‌شود به‌طور میانگین در هر سال 2 الی 3 سؤال از این مبحث طرح شده که نشان از اهمیت این مبحث دارد.

3-1) خطوط انتقال انرژی

برای انتقال انرژی الکتریکی از خطوط انتقال استفاده می‌شود. خطوط انتقال به دو صورت خطوط انتقال هوائی و خطوط انتقال زیرزمینی وجود دارند. گرچه خطوط انتقال زیرزمینی از نظر مشکلات زیست محیطی، مشکلات امنیتی و نیاز کم‌تر به تعمیر و نگهداری نسبت به خطوط هوائی مزیت دارند. امّا به دلایل فنی واقتصادی استفاده از خطوط هوائی رایج‌تر است.

هادی‌های خط انتقال معمولاً از جنس آلومینیوم هستند. علت این امر را می‌توان قسمت پایین‌تر آلومینیوم نسبت به مس، بالا بودن استحکام آلومینیوم نسبت به وزن آن، تحمل درجه حرارت بالاتر و فراونی بیش‌تر آلومینیوم دانست. انواع هادی‌های رایج در خطوط انتقال عبارتند از ACSR (آلومینیوم تقویت شده با فولاد) و رایج‌ترین هادی مورد استفاده در خطوط است، AAC (هادی تمام آلومینیومی.) AAAC (هادی تمام آلیاژ آلومینیومی.)
ACAR (هادی آلومینیوم تقویت شده با آلیاژ آلومینیومی.)



شکل ۳-۲: هادی آلومینیوم تقویت شده با فولاد

* نکته: به علّت این که در سیستم‌های AC جریان کم‌تر از مرکز هادی عبور می‌کند و بیش‌تر به سطح خارجی هادی گرایش دارد وجود هادی‌های دیگر در مرکز هادی اصلی برای تقویت آن مقاومت هادی را به طرز چشمگیری افزایش نمی‌دهد.

3-2) مقاومت (Resistance)

در اینجا، منظور از مقاومت، مقاومت سری خط می‌باشد. مقاومت dc یک هادی به طول $\mathbf{l}$ و سطح مقطع A در دمای مشخص از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$R_{dc} = \frac{\rho \mathbf{l}}{A} \qquad (1\text{-}3)$$

که ρ مقاومت ویژه هادی در دمای مشخص t_0 است.

عوامل مؤثر بر مقاومت عبارتند از:

1) دما

2) فرکانس

3) تاباندن

4) جریان هادی در هادی‌های مغناطیسی

3-2-1- اثر دما

در اثر افزایش دما جنبش مولکول‌ها افزایش می‌یابد و در نتیجه برخورد آن‌ها با یون‌های انتقال‌دهنده جریان بیش‌تر می‌شود که این امر موجب افزایش مقاومت هادی می‌شود. اگر مقاومت هادی را در دمای $T_1(^\circ C)$ برابر R_1 و در دمای $T_2(^\circ C)$ برابر R_2 در نظر بگیریم، مقدار R_2 را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

(2-3)

$$R_2 = R_1 \frac{T + T_2}{T + T_1}$$

در این رابطه T ثابت دما بوده و برای هر هادی متفاوت است.

اگر در رابطهٔ (2-3) R_1 را مقاومت هادی در دمای صفر درجه سانتی‌گراد در نظر بگیریم به شکل جدیدی از معادلهٔ (3-2) می‌رسیم.

$T_1 = 0 \Rightarrow$

$$R_2 = R_1\left(\frac{T + T_2}{T}\right) = R_1\left(1 + \frac{1}{T}T_2\right) \qquad (3\text{-}3)$$

اگر ضریب $\frac{1}{T}$ را α بنامیم به رابطهٔ زیر خواهیم رسید:

$$R_2 = R_1(1 + \alpha T_2) \qquad (4\text{-}3)$$

رابطهٔ (4-3) رابطه‌ای کاربردی است. در این رابطه به α «ضریب حرارتی» هادی گفته می‌شود که به جنس هادی بستگی دارد.

سؤال: اگر مقاومت یک هادی در دمای $50^\circ C$ برابر 220Ω باشد و ضریب حرارتی هادی (α) برابر $0/004\frac{1}{^\circ C}$ باشد، مقاومت این هادی در دمای $200^\circ C$ برابر خواهد بود با:

1) 330Ω 2) 352Ω 3) $220/88\Omega$ 4) 350Ω

پاسخ: گزینه «1» صحیح است.

$$\alpha = 0/004\frac{1}{^\circ C} \Rightarrow T = \frac{1}{\alpha} = 250^\circ C$$

$$\Rightarrow R_2 = (220)\left(\frac{200 + 250}{50 + 250}\right) = 220 \times \frac{3}{2} = 330\Omega$$

* توجه: در این سؤال نمی‌توانستیم از رابطهٔ (3-4) برای یافتن مقاومت در دمای $200^{\circ}C$ استفاده کنیم.

* توجه: رابطهٔ 3-2 برای تمام دماها برقرار نیست، امّا در دماهای معمولی می‌توان از آن استفاده کرد.

3-2-2- فرکانس

در اثر افزایش فرکانس، توزیع جریان در مقطع سیم به طرف لبه‌های هادی تغییر می‌کند. در نتیجه سطح مقطع هادی کاهش یافته و مقاومت آن افزایش می‌یابد. در فرکانس شبکه (50 هرتز یا 60 هرتز) مقاومت AC حدوداً 2٪ بزرگ‌تر از مقاومت DC است. این اثر به «اثر پوستی» معروف است.

3-2-3- تاباندن

هادی‌ها را برای انعطاف‌پذیر شدن، به صورت رشته‌ای می‌سازند. رشته‌های هر لایه به دور هم تابانده می‌شوند و تاب هر لایه در جهت مخالف لایهٔ مجاور خود است تا رشته‌ها در محل خود باقی بماند. در اثر تابیده شدن طول سیم اندکی افزایش می‌یابد، بنابراین مقاومت سیم تابیده شده اندکی بیش‌تر از سیم معمولی است.

3-2-4- جریان هادی در هادی‌های مغناطیس

در هادی‌های مغناطیسی (آهن، نیکل و کبالت) و آلیاژهای آن‌ها (همچون فولاد) در اثر عبور جریان شار مغناطیسی حاصل از جریان موجب تشکیل جریان هادی فوکو و هیسترزیس و در نتیجه تلفات بیش‌تر خواهد شد. بنابراین مقاومت در هادی‌های مغناطیسی اندکی بالاتر از مقاومت در هادی‌های غیرمغناطیسی خواهد بود.

سؤال: برای یک خط انتقال HVDC از هادی‌های AAAC استفاده شده است. کدام‌یک از عوامل زیر برروی مقاومت این خط مؤثر است؟

1) فرکانس

2) دما

3) جریان‌های مغناطیسی

4) جهت تابانده شده سیم‌ها

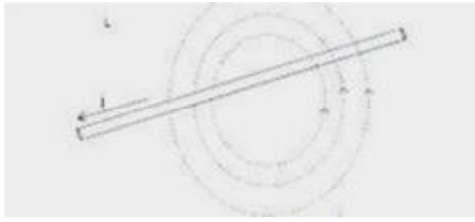
پاسخ: گزینه «2» صحیح است.

چون خط مورد نظر HVDC است پس فرکانس معنائی برای آن ندارد و چون در آن از هادی‌های مغناطیسی استفاده نشده است (برخلاف هادی‌هایی همچون ACSR) تلفات مغناطیسی هم در آن به‌وجود نمی‌آید. جهت تابانده شدن نیز تاثیری برروی مقاومت ندارد.

3-3) اندوکتانس (L)

برای خطوط انتقال مهم‌ترین پارامتر اندوکتانس است. در بسیاری از مدل‌سازی‌ها می‌توان از سایر پارامترهای خط صرف‌نظر کرد ولی تنها پارامتری که در خطوط AC هیچ‌گاه قابل صرف‌نظر کردن نیست اندوکتانس خط است.

در اثر عبور جریان از هادی در اطراف آن یک میدان مغناطیسی شکل می‌گیرد. این خطوط همان‌گونه که در شکل 3-2 نشان داده شده است به‌صورت دایره‌های هم‌مرکز می‌باشند که جهت آن‌ها با توجه به قانون دست راست تعیین می‌گردد.



شکل ۳-۳: شار ایجاد شده در اطراف هادی

در اثر تغییرات جریان (به علّت متناوب بودن آن)، شار اطرف هادی نیز تغییر می‌کند که این امر طبق قانون لنز موجب القای ولتاژی در جهت عکس ولتاژ اولیه می‌گردد. که این افت ولتاژ را می‌توان با یک اندوکتانس سری مدل کرد. مقدار این اندوکتانس را می‌توان براساس رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

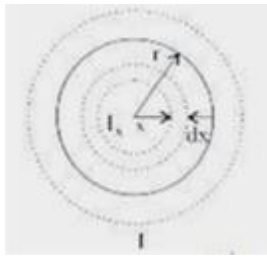
$$L = \frac{\lambda}{I} \qquad (5\text{-}3)$$

در این رابطه λ شار پیوندی و I جریان عبور از هادی است.

شار پیوندی کل (λ_{total}) شامل شار درون هادی (λ_{int}) و شار بیرون هادی (λ_{ext}).

$$\lambda_{total} = \lambda_{int} + \lambda_{ext} \qquad (6\text{-}3)$$

براساس شکل زیر می‌توان روابط مربوط به تعیین شار را محاسبه کرد.



شکل ۳-۴ شار پیوندی یک هادی بلند

$$\lambda_{int} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda_{int} = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \left(\frac{\pi x^2}{\pi r^2} \right) d\phi_x \qquad (7\text{-}3)$$

عبارت $\left(\frac{\pi x^2}{\pi r^2} \right)$ بیانگر قسمتی از جریان هادی است که $d\phi$ آن قسمت را در برمی‌گیرد.

برای فهم بهتر این قضیه بحث شار پیوندی کل λ و شار ϕ را در ماشین‌های الکتریکی یادآوری می‌کنیم. برای یک سیم‌پیچ با N دور می‌توان نوشت $\lambda = N\phi$. در حقیقت در این رابطه نیز λ را حاصل‌ضرب شار ایجاد شده (ϕ) در بخشی از هادی که آن شار (ϕ) در برمی‌گیرد در نظر گرفته‌ایم. با این تفاوت که در آن‌جا شار، N حلقه را در برمی‌گرفت و چون هر حلقه جریانی معادل همان هادی داشت پس شار ϕ، N بار هادی را در برمی‌گرفت.

از طرفی:

$$d\phi_x = B_x . \mathbf{l} . dx \qquad (8\text{-}3)$$

که B_x چگالی شار در نقطهٔ با فاصلهٔ x از مرکز و $\mathbf{l}$ طول هادی موردنظر است. در صورتی‌که بخواهیم اندوکتانس را در واحد طول محاسبه کنیم $\mathbf{l}$ را برابر 1 متر در نظر می‌گیریم، که در نهایت اندوکتانس با واحد $\frac{H}{m}$ به‌دست خواهد آمد.

$$d\phi_x = B_x dx \qquad (9\text{-}3)$$

از طرفی برای یافتن چگالی شار روابط زیر را داریم:

$$B_x = \mu H_x \qquad (10\text{-}3)$$

μ ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هادی موردنظر است. در صورتی‌که هادی غیرمغناطیسی باشد (مثل هادی‌های آلومینیومی و مسی) می‌توان آن را با ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هوا (μ_o) برابر دانست. که برای اغلب محاسبات موردنظر ما صدق می‌کند.

$$B_x = \mu_o H_x \qquad (11\text{-}3)$$

برای یافتن H_x از قانون آمپر استفاده می‌کنیم.

$$\phi H_x.d\mathbf{l} = I_x \qquad (12\text{-}3)$$

برای یک هادی استوانه‌ای همچون خطوط انتقال می‌توان H_x را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$H_x(2\pi x) = I_x \qquad (13\text{-}3)$$

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi x} \qquad (14\text{-}3)$$

که منظور از I_x جریان محور در استوانه‌ای به شعاع x در هادی است.

$$I_x = I.\frac{\pi x^2}{\pi r^2} = \frac{x^2}{r^2} I \qquad (15\text{-}3)$$

با استفاده از روابط (4-8) و (4-12) و قرار دادن آن‌ها در رابطهٔ (4-4) به رابطهٔ زیر می‌رسیم:

$$I_x = I.\frac{\mu_o I}{2\pi r^4}\int_0^r x^3.dx = \frac{\mu_o I}{8\pi}\frac{wb}{m} \qquad (16\text{-}3)$$

در نتیجه اندوکتانس ناشی از شار پیوندی داخلی برابر خواهد بود با:

$$L_{int} = \frac{\lambda_{int}}{I} = \frac{\mu_o}{8\pi}\left(\frac{H}{m}\right) = \frac{1}{2}\times 10^{-7}\left(\frac{H}{m}\right)$$

سؤال: در یک هادی استوانه‌ای به طول بی‌نهایت در صورتی‌که جریان در مقطع هادی به‌صورت یکنواخت توزیع نشده باشد از مرکز x نقطه‌ای به فاصلهٔ x شعاع هادی و r جریان هادی، I باشد، که $I_x = I\frac{(x)^3}{r^3}$ و معادلهٔ توزیع آن به‌صورت استوانه است، اندوکتانس واحد طول ناشی از شار پیوندی داخلی برای این هادی برابر خواهد بود با:

1) $\frac{\mu_o}{8\pi}\left(\frac{H}{m}\right)$ 2) $\frac{\mu_o}{10\pi}\left(\frac{H}{m}\right)$ 3) $\frac{\mu_o}{12\pi}\left(\frac{H}{m}\right)$ 4) $\frac{\mu_o}{14\pi}\left(\frac{H}{m}\right)$

پاسخ: گزینه «3» صحیح است.

رابطهٔ (4-3) در اینجا برقرار نیست چرا که $\frac{\pi x^2}{\pi r^2}$ بیانگر قسمت در برگرفته شده نیست، در اینجا قسمت در برگرفته شده از رابطهٔ $\frac{x^3}{r^3}$ به‌دست می‌آید.

$$\lambda_{int} = \int_0^r \left(\frac{x^3}{r^3} \right) (d\phi_x)$$

از طرفی به جای رابطهٔ (3-12) نیز خواهیم داشت:

$$I_x = \frac{x^3}{r^3} I$$

سایر روابط مربوط به این هادی همانند هادی با توزیع یکنواخت بار است.

$$\Rightarrow \lambda_{int} = \frac{\mu_o I}{2\pi r^6} \int_0^r x^5 dx = \frac{\mu_o I}{12\pi}$$
$$\Rightarrow L_{int} = \frac{\lambda_{int}}{I} = \frac{\mu_o}{12\pi}$$

همان‌گونه که در ابتدای این بخش گفته شد که شار پیوندی علاوه بر شار پیوندی داخلی بخش دیگری را نیز دارد که همان شار پیوندی خارجی است.

شار پیوندی خارجی، شاری است که در خارج از فضای داخلی هادی وجود دارد و کل هادی را در برمی‌گیرد. (بنابراین $\lambda = \phi$) و چون طول هادی را بی‌نهایت می‌گیریم این شار نیز از نقطهٔ $x = r$ تا $x = \infty$ اطراف هادی را در برمی‌گیرد.

$$\lambda_{ext} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda = \int_{\phi_1}^{\phi_2} (1) d\phi \qquad (17\text{-}3)$$

در این‌جا چون شار خارجی از تمام جریان ناشی می‌شود مقدار شدت میدان مغناطیسی را به‌صورت زیر خواهیم داشت:

$$H_x = \frac{I}{2\pi x} \qquad (18\text{-}3)$$

طبق روابط (4-8) و (4-6) مقدار شار پیوندی را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda_{ext} = \frac{\mu_o I}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{x} dx = 2\times 10^{-7} I \mathrm{Ln} \frac{x_2}{x_1} \frac{wb}{m} \qquad (19\text{-}3)$$

در رابطهٔ (3-17) شار پیوندی ناشی از شار خارجی موجود x_2, x_1 در نظر گرفته شده است. در صورتی‌که بخواهیم تمام شار پیوندی خارجی را محاسبه کنیم، باید r را جایگزین ∞, x_1 را به جای x_1 قرار دهیم:

$$L_{ext} = \frac{\lambda_{ext}}{I} = 2\times 10^{-7} \mathrm{Ln} \frac{x_2}{x_1} \qquad (20\text{-}3)$$

سؤال: اندوکتانس ناشی از یک هادی استوانه‌ای منفرد، با طول بی‌نهایت با جریان I برابر است با:

1) صفر 2) بی‌نهایت

3) $\frac{1}{2}\times10^{-7}$ 4) چون فاقد سیم برگشت است قابل محاسبه نیست.

پاسخ: گزینه «2» صحیح است.

همان‌طور که در رابطهٔ (4-18) برای دو نقطهٔ x_1, x_2 دیدیم:

$$L_{ext} = 2\times10^{-7}\,Ln\frac{x_2}{x_1}$$

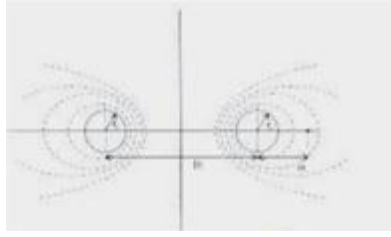
بنابراین کل اندوکتانس برابر خواهد بود با:

$$L_{ext} = 2\times10^{-7}\,Ln\frac{\infty}{r} = \infty$$

در محاسبات مربوط به اندوکتانس چون هیچ وقت فقط یک هادی نداریم اندوکتانس بی‌نهایت نمی‌شود. در ادامه برای هادی‌های تک‌فاز و سه‌فاز مشاهده خواهیم کرد که سایر هادی‌ها تأثیر شار بی‌نهایت را خنثی می‌کنند.

3-3-1 اندوکتانس خطوط تک‌فاز

فرض کنید خط تک‌فازی شامل یک هادی رفت و یک هادی برگشت مطابق شکل زیر داریم:



شکل ۳-۵: خط تک‌فاز و میدان مغناطیسی اطراف آن

شار اطراف هر هادی از دو شار سیم رفت و برگشت حاصل می‌شود. برای مثال نقطه‌ای به فاصلهٔ D_1 از هادی شمارهٔ 2 و روی خط واصل دو هادی را در نظر می‌گیریم. شار پیوندی خارجی تا این نقطه که هادی 2 را در برمی‌گیرد برابر خواهد بود با:

$$\lambda_{ext_2} = \lambda_{ext_{12}} + \lambda_{ext_{22}} = 2\times10^{-7} I_1 Ln\frac{D+D_1}{D} + 2\times10^{-7} I_2 Ln\frac{D_1}{r_2}\left(\frac{wb}{m}\right) \qquad (21\text{-}3)$$

با توجه به این‌که $I_2 = -I_1$ خواهیم داشت:

$$\lambda_{ext_{12}} = 2\times10^{-7} I_2 Ln \frac{D_1.D}{(D+D_1).r_2}\left(\frac{wb}{m}\right) \quad (22\text{-}3)$$

حال نقطهٔ D_1 را به‌سمت بی‌نهایت میل می‌دهیم تا کل شار پیوندی خارجی که هادی 2 را در برمی‌گیرد به‌دست آوریم.

$$\lambda_{ext} = \lim_{D_1\to\infty} \lambda_{ext_2} = 2\times10^{-7} I_2 Ln \frac{D}{r_2}\left(\frac{Wb}{m}\right) \quad (23\text{-}3)$$

بنابراین در این حالت اندوکتانس خارجی هادی 2 برابر خواهد شد با:

$$L_{ext_2} = \frac{\lambda_{ext}}{I_2} = 2\times10^{-7} Ln \frac{D}{r_2}\left(\frac{H}{m}\right) \quad (24\text{-}3)$$

همین رابطه برای هادی 1 نیز به‌صورت زیر برقرار است:

$$L_{ext_1} = 2\times10^{-7} Ln \frac{D}{r_1}\left(\frac{H}{m}\right) \quad (25\text{-}3)$$

حال اگر اثر اندوکتانس داخلی را نیز در نظر بگیریم، برای هر هادی تک‌فاز اندوکتانس برابر خواهد شد با:

$$L = L_{int} + L_{ext} = \left(\frac{1}{2}\times10^{-7} + 2\times10^{-7} Ln \frac{D}{r}\right)\left(\frac{H}{m}\right) \quad (26\text{-}3)$$

برای ساده‌تر شدن معادله دو جمله را با هم یکی می‌کنیم، به‌صورت زیر:

$$\frac{1}{2}\times10^{-7} = 2\times10^{-7} Lne^{\frac{1}{4}} \quad (27\text{-}3)$$

$$\Rightarrow L = 2\times10^{-7} Ln \frac{D}{r'}\left(\frac{H}{m}\right) \quad (28\text{-}3)$$

که r' را به‌صورت $r' = re^{-\frac{1}{4}}$ در نظر گرفته‌ایم. رابطهٔ (25-4) رابطه‌ای بسیار کلیدی در محاسبات مربوط به انـدوکتانس است. به r' شعاع مؤثر هندسی (GMR) نیز گفته می‌شود. مقدار $e^{-\frac{1}{4}}$ حدوداً برابر 0/7788 می‌باشد.

$(r' ; 0/7788r)$

* نکته: در بخش «یک رابطهٔ طلائی» سعی می‌کنیم یک رابطهٔ واحد برای تعیین اندوکتانس در حالت‌های مختلـف پیـدا کنیم. به این منظور پیشنهاد می‌شود به جای رابطهٔ (25-3) شکل دیگر همان رابطه به‌صورت زیر به خاطر سپرده شود:

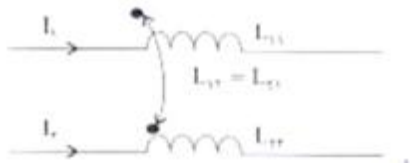
$$L = 2\times10^{-7} Ln \frac{GMD}{GMR}\left(\frac{H}{m}\right) \quad (29\text{-}3)$$

که مصداق GMR در این‌جا r' و مصداق GMD فاصلهٔ بین دو هادی (D) است.

* نکته: رابطهٔ (4-26) را نیز می‌توان باز هم ساده‌تر در نظر گرفت. در صورتی‌که بخواهیم انـدوکتانس را در واحـد $\frac{mH}{km}$ محاسبه کنیم، خواهیم داشت:

$$\boxed{L = 0/2 \text{Ln} \frac{GMD}{GMR} \left(\frac{mH}{km} \right)} \quad (30\text{-}3)$$

* توجه: در هر سیستم شار پیوندی در برگیرندهٔ هر هادی تشکیل شده است از شار پیوندی خـود کـه شـاری اسـت کـه توسط خود هادی به‌وجود می‌آید و شار پیوندی متقابل که شاری است که توسط هادی دیگر القا می‌شود. برای مثـال در یک سیستم تک‌فاز می‌توان مدار معادلی همانند شکل زیر در نظر گرفت.



شکل ۳-۶: نمایش یک خط تک‌فاز به‌صورت دو سیم‌پیچ دارای تزوی

براساس این مدل می‌توان روابط زیر را در نظر گرفت:

$$\begin{cases} \lambda_1 = L_{11} I_1 + L_{12} I_2 \\ \lambda_2 = L_{21} I_1 + L_{22} I_2 \end{cases} \quad (31\text{-}3)$$

و چون $L_{12} = L_{21}, I_2 = -I_1$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \lambda_1 = (L_{11} - L_{12}) I_1 + L_1 I_1 \\ \lambda_2 = (L_{22} - L_{12}) I_2 + L_2 I_2 \end{cases} \quad (32\text{-}3)$$

بنابراین می‌توان روابط زیر را با توجه به روابط (4-29) و (4-25) در نظر گرفت:

$$\begin{cases} L_{11} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{1}{r_1'} \\ L_{22} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{1}{r_2'} \\ L_{12} = L_{21} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{1}{D} \end{cases} \quad (33\text{-}3)$$

در حالت کلی در صورتی‌که n هادی داشته باشیم که بین آن‌ها رابطهٔ $\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$ برقرار باشد، می‌توان شار پیونـدی را از طریق ماتریس زیر محاسبه کرد:

$$\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\\ M\\ \lambda_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_{11} & L_{12} & \mathbf{L} & L_{1n}\\ L_{21} & L_{22} & \mathbf{L} & L_{2n}\\ M & M & \mathbf{O} & M\\ L_{n1} & L_{n2} & \mathbf{L} & L_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_1\\ I_2\\ M\\ I_n\end{bmatrix} \qquad (34\text{-}3)$$

که مقدار هر اندوکتانس برابر است با:

$$L_{ij}=2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{1}{D_{ij}} \qquad (35\text{-}3)$$

D_{ij} فاصله میان مراکز دو هادی i و j است در صورتی‌که $i \neq j$ و در صورتی‌که $i = j$ باشد $D_{ij} = r_i'$ خواهد بود.

رابطهٔ (4-31) به‌صورت $[\lambda]=[L][I]$ نیز نوشته می‌شود. در ایـن رابطـه $[\lambda]$ مـاتریس شـار پیونـدی هـادی‌هـا، $[L]$ ماتریس و اندوکتانس و $[I]$ ماتریس جریان هادی‌ها است.

سؤال: خط تک‌فاز زیر تشکیل شده از یک هادی رفت به شـعاع r_1 و دو هـادی برگشـت هـر کـدام بـه شـعاع r_2 اسـت. کدام‌یک از ماتریس‌های نمایش داده شده نمی‌تواند جایگزین ماتریس L در رابطهٔ $[\lambda]=[L][I]$ به‌کار می‌رود؟ (جریـان هر هادی سیم برگشت نصف جریان هادی سیم رفت است)

$$L=2\times10^{-7}\begin{bmatrix}\mathrm{Ln}\frac{1}{r_1'} & \mathrm{Ln}\frac{1}{D} & \mathrm{Ln}\frac{1}{D}\\ \mathrm{Ln}\frac{1}{D} & \mathrm{Ln}\frac{1}{r_2'} & \mathrm{Ln}\frac{1}{D}\\ \mathrm{Ln}\frac{1}{D} & \mathrm{Ln}\frac{1}{2D} & \mathrm{Ln}\frac{1}{r_2'}\end{bmatrix} \quad (1$$

$$L=2\times10^{-7}\begin{bmatrix}\mathrm{Ln}\frac{D}{r_1'} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{2}\mathrm{Ln}\frac{D}{2r_2'} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\mathrm{Ln}\frac{D}{2r_2'}\end{bmatrix} \quad (3$$

$$L=2\times10^{-7}\begin{bmatrix}\mathrm{Ln}\frac{D}{r_1'} & 0 & 0\\ 0 & \mathrm{Ln}\frac{D}{2r_2'} & 0\\ 0 & 0 & \mathrm{Ln}\frac{D}{2r_2'}\end{bmatrix} \quad (2$$

$$L=2\times10^{-7}\begin{bmatrix}\mathrm{Ln}\frac{1}{r_1'} & 0 & 2\mathrm{Ln}\frac{1}{D}\\ 0 & \mathrm{Ln}\frac{D}{2r_2'} & 0\\ \mathrm{Ln}\frac{1}{D} & 0 & \mathrm{Ln}\frac{1}{2Dr_2'}\end{bmatrix} \quad (4$$

پاسخ: گزینه «3» صحیح است.

ابتدا رابطهٔ اندوکتانس‌ها را به شکل ساده آن مطابق روابط (4-31) و (4-32) می‌نویسیم:

$$\lambda_1 = 2\times10^{-7}\left\{ I_1 Ln\frac{1}{r_1'} + I_2 Ln\frac{1}{D} + I_3 Ln\frac{1}{D} \right\}$$
$$\lambda_2 = 2\times10^{-7}\left\{ I_1 Ln\frac{1}{D} + I_2 Ln\frac{1}{r_2'} + I_3 Ln\frac{1}{2D} \right\}$$
$$\lambda_3 = 2\times10^{-7}\left\{ I_1 Ln\frac{1}{D} + I_2 Ln\frac{1}{2D} + I_3 Ln\frac{1}{r_2'} \right\}$$

بنابراین گزینه «1» صحیح است.

در گزینه «2» اثر جریان‌های سایر هادی‌ها در ماتریس اندوکتانس نیامده بنابراین باید به‌نحوی آن را معادل‌سازی کنیم.

با توجه به این‌که $I_2 = I_3 = -\frac{1}{2}I_1$ می‌توان نوشت:

$$\lambda_1 = 2\times10^{-7}\left\{ I_1 Ln\frac{1}{r_1'} - \frac{1}{2}I_1 Ln\frac{1}{D} - \frac{1}{2}I_1 Ln\frac{1}{D} \right\} = 2\times10^{-7}\left\{ I_1 Ln\frac{D}{r_1'} \right\}$$
$$\lambda_2 = 2\times10^{-7}\left\{ -2I_1 Ln\frac{1}{D} + I_1 Ln\frac{1}{r_2'} + I_2 Ln\frac{1}{2D} \right\} = 2\times10^{-7}\left\{ I_2 Ln\frac{D}{2r_2'} \right\}$$
$$\lambda_3 = \lambda_2 = 2\times10^{-7}\left\{ I_3 Ln\frac{D}{2r_2'} \right\}$$

بنابراین گزینه «2» صحیح و گزینه «3» نادرست است.

در گزینه «4» تأثیر جریان I_2 از دو هادی دیگر حذف گردیده است، خواهیم داشت:

$$\lambda_1 = 2\times10^{-7}\left\{ I_1 Ln\frac{1}{r_1'} + I_3 Ln\frac{1}{D} + I_3 Ln\frac{1}{D} \right\} = 2\times10^{-7}\left\{ I_1 Ln\frac{1}{r_1'} + 2I_3 Ln\frac{1}{D} \right\}$$
$$\lambda_2 = 2\times10^{-7}\left\{ I_2 Ln\frac{D}{2r_2'} \right\}$$
$$\lambda_3 = 2\times10^{-7}\left\{ I_1 Ln\frac{1}{D} + I_3 Ln\frac{1}{2D} + I_3 Ln\frac{1}{r_2'} \right\} = 2\times10^{-7}\left\{ I_1 Ln\frac{1}{D} + I_3 Ln\frac{1}{2Dr_2'} \right\}$$

بنابراین گزینه «4» نیز صحیح می‌باشد.

در صورتی که بخواهیم رابطهٔ میان افت ولتاژ خط و جریان فازها را به‌دست آوریم از رابطهٔ زیر بهره می‌گیریم:

$$\Delta V = j\omega L \quad I \qquad (36\text{-}3)$$

رابطهٔ (3-33) برای مدارات سه‌فاز به‌صورت رابطهٔ ماتریسی زیر درخواهد آمد:

$$\begin{bmatrix}\Delta V_a\\ \Delta V_b\\ \Delta V_c\end{bmatrix} = j\omega[L]_{3\times3}\begin{bmatrix}I_a\\ I_b\\ I_c\end{bmatrix} \qquad (37\text{-}3)$$

* **نکته مهم:** در یک خط تک‌فاز برای هر کدام از سیم‌های رفت و برگشت یک اندوکتانس مجزا به‌دست آوردیم که آن‌ها را L_x, L_y خواندیم. آن‌چه در تست‌ها به‌عنوان اندوکتانس خط انتقال تک‌فاز گفته می‌شود، مجموع این دو پارامتر یعنی $L_x + L_y$ است.

سؤال: در یک خ ط تک‌فاز مسیر رفت از دو هادی رشته‌ای x و y تشکیل شده است و مسیر برگشت شامل یک هادی رشته‌ای z است. هادی‌ها یکسان و دارای شعاع متوط هندسی D_s هستند. ترتیب هادی‌ها به‌صورت شکل زیر است. اندوکتانس خط تک‌فاز چند هانری بر متر است؟ (با توجه به تقارن هادی‌های x و y نسبت به z جریان‌ها در هادی‌های x و y باهم برابرند.)

1) $2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{D}{D_s}$

2) $2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\sqrt{\dfrac{D_s}{2D}}$

3) $2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\sqrt{\dfrac{D}{2D_s}}$

4) $10^{-7}\left(3\mathrm{Ln}\dfrac{D}{D_s}-\mathrm{Ln}2\right)$

پاسخ: گزینه «4» صحیح است:

$$L_{xy} = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{D}{\sqrt{2DD_s}}$$

$$L_z = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{D}{D_s}$$

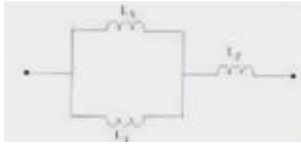
$$\Rightarrow L = L_{xy} + L_z = 2\times10^{-7}\left(\mathrm{Ln}\frac{D}{\sqrt{2DD_s}} + \mathrm{Ln}\frac{D}{D_s}\right.$$

$$= 2\times10^{-7}\left(\mathrm{Ln}\frac{D^3}{D_s\sqrt{2DD_s}}\right) = 10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{D^2}{2D_s^3} = 10^{-7}\left(3\mathrm{Ln}\frac{D}{D_s} - \mathrm{Ln}2\right)$$

بنابراین گزینه «4» صحیح است.

علت این‌که در خطوط تک‌فاز دو اندوکتانس با هم جمع می‌شوند، این است که سیم رفت و برگشت در امتداد هم هستند و در حقیقت دو اندوکتانس سری داریم که اندوکتانس خط از مجموع آن‌ها به‌دست می‌آید. این قضیه را برای خطوط سه‌فاز نمی‌توان در نظر گرفت. در آن‌جا هر فاز اندوکتانس خود را خواهد داشت و نمی‌توان آن‌ها را با هم جمع کرد و به عنوان اندوکتانس کل سیستم در نظر گرفت.

* نکته: اگر بخواهیم مدار معادلی برای تست قبل در نظر بگیریم، با توجه به این‌که x و y با هم موازی‌اند و مجموع آن دو با z سری است به مدار شکل زیر خواهیم رسید:



شکل ۳-۷: مدار معادل خط تک‌فاز با دو هادی رفت و یک هادی برگشت

برای حل سؤال قبل از روش مرسوم برای تعیین اندوکتانس واحد طول $\left(L = 2\times10^{-7}\,Ln\frac{GMD}{GMR}\right)$ پیش رفتیم، حال آن‌که می‌توان برای هر کدام از هادی‌های x و y نیز مطابق روابط قبل اندوکتانس مستقلی در نظر گرفت و در نهایت آن دو را با هم موازی کرد مثلاً می‌توان نوشت:

$$\lambda_x = 2\times10^{-7}\left\{I_x Ln\frac{1}{D_s} + I_y Ln\frac{1}{2D} + I_z Ln\frac{1}{D}\right\}$$

و با توجه به رابطهٔ $I_x = I_y = -\frac{1}{2}I_z$

$$\lambda_x = 2\times10^{-7} I_x Ln\frac{D^2}{2DD_s} = 2\times10^{-7} I_x Ln\frac{D}{2D_s}\left(\frac{H}{m}\right)$$

$$\Rightarrow L_x = \frac{\lambda_x}{I_x} = 2\times10^{-7} Ln\frac{D}{2D_s}\left(\frac{H}{m}\right)$$

اندوکتانس سیم رفت از موازی قرار دادن L_x, L_y حاصل می‌شود:

$$L_{xy} = L_x \,||\, L_y = \frac{L_x L_y}{L_x + L_y} = \frac{L_x}{2} = 2\times10^{-7} Ln\frac{\sqrt{D}}{\sqrt{2D_s}}$$

3-3-2- اندوکتانس خط سه‌فاز سه سیم متقارن

همان‌طور که در تعریف ماتریس اندوکتانس داشتیم، اگر در سیستمی $\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$، آن‌گاه ماتریس اندوکتانس مطابق رابطهٔ (3-33) محاسبه می‌شد. در یک سیستم سه‌فاز سیم نیز می‌دانیم که $I_a + I_b + I_c = 0$ خواهد شد، بنابراین می‌توان برای هر فاز شار پیوندی در واحد طول را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{cases} \lambda_a = 2\times10^{-7}\{I_a \mathrm{Ln}\frac{1}{r'_a} + I_b \mathrm{Ln}\frac{1}{D_{ab}} + I_c \mathrm{Ln}\frac{1}{D_{ac}}\}\left(\frac{wb}{m}\right) \\ \lambda_b = 2\times10^{-7}\{I_a \mathrm{Ln}\frac{1}{D_{ab}} + I_b \mathrm{Ln}\frac{1}{r'_d} + I_c \mathrm{Ln}\frac{1}{D_{ac}}\}\left(\frac{wb}{m}\right) \\ \lambda_c = 2\times10^{-7}\{I_a \mathrm{Ln}\frac{1}{D_{ac}} + I_b \mathrm{Ln}\frac{1}{D_{bc}} + I_c \mathrm{Ln}\frac{1}{r'_c}\}\left(\frac{wb}{m}\right) \end{cases} \quad (38\text{-}3)$$

رابطهٔ (3-36) رابطهٔ کلی برای شار پیوندی در هر فاز یک سیستم سه‌فاز سه سیم است. اگر بخواهیم با اضافه کردن چند شرط حالت‌های متداول‌تر این رابطه را می‌توان به‌دست آورد. مثلاً اگر فاصله سه‌فاز از یکدیگر مساوی D باشد رابطهٔ (3-35) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\begin{cases} \lambda_a = 2\times10^{-7}\{I_a \mathrm{Ln}\frac{1}{r'_a} + (I_b + I_c)\mathrm{Ln}\frac{1}{D}\}\left[\frac{wb}{m}\right] \\ \lambda_b = 2\times10^{-7}\{(I_a + I_c)\mathrm{Ln}\frac{1}{D} + I_b \mathrm{Ln}\frac{1}{r'_b}\}\left[\frac{wb}{m}\right] \\ \lambda_c = 2\times10^{-7}\{(I_a + I_b)\mathrm{Ln}\frac{1}{D} + I_c \mathrm{Ln}\frac{1}{r'_c}\}\left[\frac{wb}{m}\right] \end{cases} \quad (39\text{-}3)$$

حال اگر فرض کنیم سیستم سه‌فاز متقارن است، با کمک رابطهٔ $I_a + I_b + I_c = 0$ رابطهٔ (3-37) را با هم ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{cases} \lambda_a = 2\times10^{-7} I_a \mathrm{Ln}\frac{D}{r'_a}\left(\frac{wb}{m}\right) \\ \lambda_b = 2\times10^{-7} I_b \mathrm{Ln}\frac{D}{r'_b}\left(\frac{wb}{m}\right) \\ \lambda_c = 2\times10^{-7} I_c \mathrm{Ln}\frac{D}{r'_c}\left(\frac{wb}{m}\right) \end{cases} \quad (40\text{-}3)$$

با کمک رابطهٔ (3-38) می‌توان اندوکتانس هر فاز را محاسبه کرد.

$$\begin{cases} L_a = \dfrac{\lambda_a}{I_a} = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{D}{r'_a}\left(\dfrac{H}{m}\right) \\ L_b = \dfrac{\lambda_b}{I_b} = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{D}{r'_b}\left(\dfrac{H}{m}\right) \\ L_c = \dfrac{\lambda_c}{I_c} = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{D}{r'_c}\left(\dfrac{H}{m}\right) \end{cases} \qquad (41\text{-}3)$$

سؤال: در صورتی که در یک سیستم سه‌فاز متقارن که فاصله فازها با هم مساوی نباشد مجموع اندوکتانس‌های واحد طول سه‌فاز $L_a + L_b + L_c$ برابر خواهد بود با: (شعاع هر سه هادی برابر r در نظر گرفته شود)

1) $2\times10^{-7}\left\{\mathrm{Ln}\dfrac{D_{12}D_{13}D_{23}}{r'^3}\right\}$

2) $2\times10^{-7}\left\{3\mathrm{Ln}\dfrac{1}{r'}+\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{12}}+\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{13}}+\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{23}}\right\}$

3) $2\times10^{-7}\left\{\mathrm{Ln}\dfrac{1}{r'}+\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{12}}+\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{13}}+\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{23}}\right\}$

4) $2\times10^{-7}\left\{\mathrm{Ln}\dfrac{D_{12}D_{13}D_{23}}{r'}\right\}$

پاسخ: گزینه‌ی «1» صحیح است.

ابتدا رابطهٔ شارها را برای هر فاز می‌نویسیم:

$$\begin{cases} L_a = 2\times10^{-7}\{\mathrm{Ln}\dfrac{1}{r'}+a\,\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{12}}+a^2\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{13}}\} \\ L_b = 2\times10^{-7}\{a^2\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{12}}+\mathrm{Ln}\dfrac{1}{r'}+a\,\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{23}}\} \\ L_c = 2\times10^{-7}\{a\,\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{13}}+a^2\mathrm{Ln}\dfrac{1}{D_{23}}+\mathrm{Ln}\dfrac{1}{r'}\} \end{cases}$$

در اینجا فواصل بین فازها مساوی نیستند پس ساده‌سازی نمی‌توانیم انجام دهیم برای ساده‌سازی از خاصیت متقارن بودن سیستم استفاده می‌کنیم. اگر I_a را به عنوان مرجع در نظر بگیریم $I_b = aI_a$, $I_c = a^2I_a$ که $a = 1\angle 120^\circ$

بنابراین می‌توانیم اندوکتانس هر فاز را مطابق رابطهٔ زیر به‌دست آوریم:

رابطهٔ بالا رابطهٔ مهم و کلی برای تمام سیستم‌های سه‌فاز متقارن است.

حال طبق رابطهٔ قبل خواهیم داشت:

$$L_a + L_b + L_c = 2\times10^{-7}\left\{3\mathrm{Ln}\frac{1}{r'} + (a+a^2)\mathrm{Ln}\frac{1}{D_{12}} + (a+a^2)\mathrm{Ln}\frac{1}{D_{13}} + (a+a^2)\mathrm{Ln}\frac{1}{D_{23}}\right\}$$

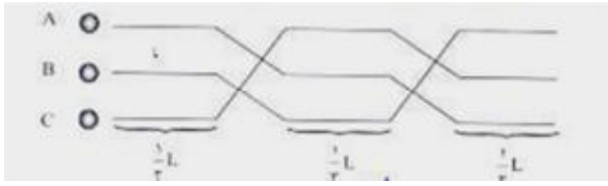
از طرفی می‌دانیم $a^2+a+1=0$، بنابراین $a^2+a=-1$ پس رابطهٔ بالا به شکل زیر ساده می‌شود:

$$L_a + L_b + L_c = 2\times10^{-7}\left\{3\mathrm{Ln}\frac{1}{r'} - \mathrm{Ln}\frac{1}{D_{12}} - \mathrm{Ln}\frac{1}{D_{13}} - \mathrm{Ln}\frac{1}{D_{23}}\right\} = 2\times10^{-7}\mathrm{Ln}\frac{D_{12}D_{13}D_{23}}{r'^3}$$

3-3-3- جابه‌جایی فازها (ترانسپوز)

همان‌طور که در بخش قبل دیدیم اگر فاصلهٔ فازها با هم مساوی نباشد اندوکتانس آن‌ها نیز متفاوت خواهد شد. بنـابراین افت ولتاژها روی فازهای مختلف، متفاوت خواهد بود که موجب از دست رفتن تقارن سیستم می‌شود.

در اکثر تجزیه و تحلیل‌های سیستم قدرت به مدل هر فاز خط انتقال نیاز است. یک روش مناسـب بـرای ایجـاد تقـارن و مدل‌سازی هر فاز، جابه‌جائی هادی‌های خط است. این جابه‌جائی به گونه‌ای است کـه در طـول مسـیر هـر فـاز بـه طـور مساوی هر کدام از موقعیت‌های قرار گرفتن فازها را تجربه می‌کند. در شکل زیر نحوهٔ ایـن جابـه‌جـائی نشـان داده شـده است.



شکل ۳-۸ خط سه‌فاز جابه‌جا شده

با توجه به این‌که در این حالت هر فاز در هر سه موقعیت قرار می‌گیرند، اندوکتانس هر فاز متوسـط انـدوکتانس سـه‌فـاز است در حالتی که تا انتهای مسیر هر فاز در محل خود باقی بماند.

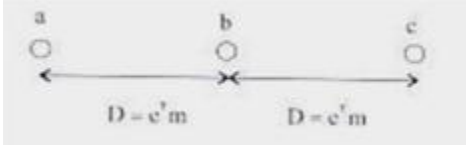
$$L = \frac{L_a + L_b + L_c}{3} \qquad (42\text{-}3)$$

در مثال قبل مجموع اندوکتانس‌های سه‌فاز را به‌دست می‌آوریم. بنابراین با قرار دادن آن در رابطهٔ (3-39) به رابطـهٔ زیـر می‌رسیم:

$$L = \frac{1}{3}\left(2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{D_{12}D_{13}D_{23}}{r'^{3}}\right) = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}}{r'} \qquad (43\text{-}3)$$

اندوکتانس هر فاز در حالت ترانسپوز شده در حالتی که شعاع هادی‌ها برابر باشد از رابطهٔ (3-40) به‌دست می‌آید.

سؤال: در خط سه‌فاز زیر نسبت اندوکتانس فاز b در حالت ترانسپوز شده به حالت ترانسپوز نشده چقدر است؟ (GMR هر هادی برابر e^{-2} است) $\mathrm{Ln}2 = 0/7$



1) 1/059

2) 1/056

3) 1

4) 1/066

پاسخ: گزینه‌ی «2» صحیح است.

در حالت ترانسپوز نشده طبق رابطهٔ (3-39) داریم:

$$L_b = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{D}{r'} = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{e^2}{e^{-2}} = 2\times10^{-7}\times(4)\left(\frac{H}{m}\right)$$

در حالت ترانسپوز شده نیز طبق رابطهٔ (3-40) داریم:

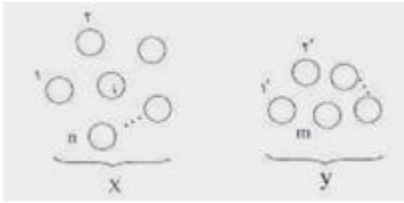
$$L_b = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{\sqrt[3]{e^2.e^2.2e^2}}{e^{-2}} = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}(e^4\sqrt[3]{3}) = 2\times10^{-7}\left(4+\frac{1}{3}\times0/7\right) = 2\times10^{-7}\times(4/23)$$

بنابراین نسبت دو اندوکتانس برابر خواهد بود با:

$$\frac{L_{b2}}{L_{b1}} = \frac{4/23}{4} = 1/056$$

3-3-4- اندوکتانس هادی‌های مرکب

بحث اندوکتانس هادی‌های مرکب را با ذکر یک مثال پیش می‌گیریم. برای یک خط تک‌فاز که دارای n هادی رفت و m هادی برگشت مطابق شکل زیر است. اندوکتانس هر فاز را محاسبه می‌کنیم.



شکل ۳-۹ خط تک‌فاز با دو هادی مرکب

از رابطهٔ (3-32) و (3-33) می‌توان برای هر کدام از هادی‌های رفت (x) بنویسیم:

$$\lambda_1 = 2\times10^{-7}\left(\left\{I_1 Ln\frac{1}{D_{11}} + I_2 Ln\frac{1}{D_{12}} + \ldots + I_n Ln\frac{1}{D_{in}}\right\} + \left\{I_{1'} Ln\frac{1}{D_{11'}} + \ldots + I_m Ln\frac{1}{D_{im}}\right\}\right) \qquad (44\text{-}3)$$

با توجه به این که فرض کرده‌ایم جریان‌های هر فاز به طور مساوی در هادی‌های آن فاز جاری هستند، جریان هر هـادی سیم رفت برابر $\frac{I}{n}$ و هر هادی سیم برگشت $-\frac{1}{m}$ خواهد بود. بنابراین رابطهٔ (3-41) به رابطهٔ زیر ساده می‌شود:

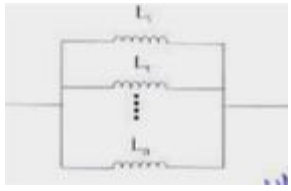
$$\lambda_1 = 2\times10^{-7}\left(\frac{1}{n}\left\{Ln\frac{1}{D_{11}} + Ln\frac{1}{D_{12}} + \ldots + Ln\frac{1}{D_{in}}\right\} - \frac{1}{m}\left\{Ln\frac{1}{D_{11'}} + \ldots + Ln\frac{1}{D_{im}}\right\}\right) \qquad (45\text{-}3)$$

بنابراین اندوکتانس هر هادی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$L_1 = \frac{\lambda_1}{\frac{I_1}{n}} = \frac{n\lambda_1}{I_1} = 2\times10^{-7}\left(Ln\frac{\left(\prod_{j=1}^{m} D_{1j}\right)^{\frac{n}{m}}}{\prod_{k=1}^{n} D_{1k}}\right) \qquad (46\text{-}3)$$

در اینجا D_{11} همان $r' = re^{-\frac{1}{4}}$ را می‌دهد.

همان‌طور که در بخش قبل برای فاز دارای 2 هادی دیدیم در این‌جا نیز مدار معادل فاز رفت (x) به شکل زیر خواهد شد:



شکل ۳-۱۰ مدار معادل یک فاز خط انتقال دارای n هادی

می‌دانیم که برای چند اندوکتانس موازی، اندوکتانس معادل از رابطهٔ $L_{eq}=\left(\sum\frac{1}{L_k}\right)^{-1}$ محاسبه می‌کننـد. در ایـن‌جـا برای ساده‌تر شدن محاسبات ابتدا یک میانگین‌گیری از مجموع اندوکتانس‌ها انجام می‌دهیم.

$\left(L_m=\frac{L_1+L_2+...+L_n}{n}\right)$ و سپس L_m را جایگزین L هـر هـادی مـی‌کنـیم، بـه ایـن ترتیـب از مـوازی شـدن n اندوکتانس به اندازهٔ L_m اندوکتانس معادل به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$L_x=L_{eq}=\frac{L_m}{n}=\frac{L_1+L_2+...+L_n}{n^2} \qquad (47\text{-}3)$$

با جایگذاری L_kها از رابطهٔ (3-44) رابطهٔ (3-45) را برای اندوکتانس سیم رفت به‌دست می‌آوریم:

$$L_x=\frac{1}{n^2}\left(2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{\left(\prod_{j=1}^{m}D_{1j}\right)^{\frac{n}{m}}\left(\prod_{j=1}^{m}D_{2j}\right)^{\frac{n}{m}}...\left(\prod_{j=1}^{m}D_{nj}\right)^{\frac{n}{m}}}{\left(\prod_{k=1}^{n}D_{1k}\right)\left(\prod_{k=1}^{n}D_{2k}\right)...\left(\prod_{k=1}^{n}D_{nk}\right)}\right) \qquad (48\text{-}3)$$

$$=2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{\sqrt[nm]{\left(\prod_{j=1}^{m}D_{1j}\right)\left(\prod_{j=1}^{m}D_{2j}\right)...\left(\prod_{j=1}^{m}D_{nj}\right)}}{\sqrt[n^2]{\left(\prod_{k=1}^{n}D_{1k}\right)...\left(\prod_{k=1}^{n}D_{nk}\right)}}$$

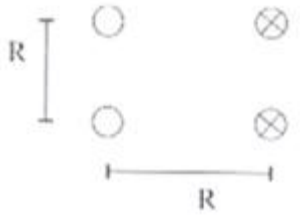
که در آن D_{kk} همان $r'=re^{-\frac{1}{4}}$ است.

* نکته: رابطهٔ (3-45) در حقیقت شکل دیگری ازرابطهٔ $L=2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{GMD}{GMR}$ اسـت کـه GMD و GMR آن بـه صورت زیر جایگذاری شده‌اند:

$$\begin{cases}GMD=\sqrt[mn]{(D_{11'}D_{12'}...D_{1m})(D_{21'}D_{22'}...D_{2m})...(D_{n1'}D_{n2'}...D_{nm})}\\ GMR_x=\sqrt[n^2]{(D_{11}D_{12}...D_{1n})(D_{21}D_{22}...D_{2n})...(D_{n1}D_{n2}...D_{nn})}\\ GMR_y=\sqrt[m^2]{(D_{1'1'}D_{1'2'}...D_{1'm})(D_{2'1'}D_{2'2'}...D_{2'm})...(D_{m1'}D_{m2'}...D_{mm})}\end{cases} \qquad (49\text{-}3)$$

* نکته: همان‌طور که در رابطهٔ (3-46) نیز نشان داده شده برای اندوکتانس سیم برگشت نیز رابطه‌ای مشابه با سیم رفت برقرار است با این تفاوت که چون وضعیت و تعداد هادی‌های سیم برگشت متفاوت است GMR_y نیز به صورت دیگـری خواهد بود.

سؤال: اندوکتانس خط روبه‌رو برابر چیست؟ (شعاع هر هادی r می‌باشد.)



1) $10^{-7}\left(4\text{LnR}+\text{Ln2}-2\text{LnrR}+\frac{1}{2}\right)$

2) $10^{-7}\left(4\text{LnR}+2\text{Ln2}-2\text{LnrR}+\frac{1}{2}\right)$

3) $10^{-7}\left(4\text{Ln}\frac{\text{R}}{\text{r}}-\text{Ln2}+\frac{1}{2}\right)$

4) $10^{-7}\left(4\text{LnR}+\text{Ln2}-2\text{LnrR}\right)$

پاسخ: گزینه‌ی «1» صحیح است.

طبق رابطهٔ (3-46) اندوکتانس سیستم را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{GMD}=\sqrt[2\times2]{(\text{R})(\sqrt{2}\text{R})(\text{R})(\sqrt{2}\text{R})}=\text{R}(2)^{\frac{1}{4}}$$

$$\text{GMR}_{\text{x}}=\sqrt[2]{(\text{r}')(\text{R})(\text{r}')(\text{R})}=(\text{Rr}')^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{GMR}_{\text{y}}=\sqrt[2]{(\text{r}')(\text{R})(\text{r}')(\text{R})}=(\text{Rr}')^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \text{L}_{\text{x}}=\text{L}_{\text{y}}=2\times10^{-7}\left\{\text{Ln}\frac{\text{R}\left(2^{\frac{1}{4}}\right)}{\text{R}^{\frac{1}{2}}\text{r}'^{\frac{1}{2}}}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{L}=\text{L}_{\text{x}}+\text{L}_{\text{y}}=2\text{L}_{\text{x}}=4\times10^{-7}\left\{\text{Ln}\frac{\text{R}\left(2^{\frac{1}{4}}\right)}{\text{R}^{\frac{1}{2}}.\text{r}^{\frac{1}{2}}.\text{e}^{-\frac{1}{8}}}\right\}=10^{-7}\left\{4\text{LnR}+\text{Ln2}-2\text{LnRr}+\frac{1}{2}\right\}$$

3-3-5- هادی‌های گروهی (باندل)

در خطوط 230kv و بالاتر از آن در هر فاز به جای یک هادی از هادی‌های گروهی (باندل) استفاده می‌شود. (در خطوط 132kv تعداد هادی‌ها در هر فاز دو تا، در خطوط 230kv تعداد هادی‌ها سه تا و برای خطوط 400kv از چهار هادی باندل استفاده می‌شود.) گروه‌بندی (باندل کردن) شعاع مؤثر هادی خط (GMR) را افزایش می‌دهد. در نتیجه در خطوط باندل اثرات زیر را خواهیم داشت.

1) کاهش میدان الکتریکی مؤثر در اطراف هادی: مهم‌ترین مزیت باندل کردن کاهش میدان الکتریکی اطراف هادی است

که این امر خود موجب کاهش تلفات کرونا، اغتشاشات صوتی و تداخل رادیویی می‌گردد.

2) کاهش راکتانس خط: به علّت افزایش شعاع مؤثر هادی (GMR) راکتانس خط کاهش می‌یابد که در نتیجه موجب بهبود عملکرد خط و افزایش توانایی انتقال قدرت خط می‌شود.

3) افزایش کاپاسیتانس (ظرفیت) خط.

4) کاهش امپدانس موجی: با افزایش شعاع مؤثر هادی (GMR) راکتانس خط کاهش و کاپاسیتانس خط افزایش می‌یابد. بنابراین امپدانس موجی (Z_c) خط نیز کاهش می‌یابد.

* نکته: هادی‌های باندل شده به وسیلهٔ جداسازهای میراکننده در فواصل مساوی از هم قرار می‌گیرند. این جداسازها به دو منظور مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی این که فاصلهٔ هادی‌ها از هم ثابت بماند و دیگر این که به علّت دارا بودن خاصیت میراکنندگی، نوسانات مکانیکی هادی را که در اثر عواملی همچون باد (نوسانات پاندولی)، سقوط برف و باران روی سیم (نوسانات گالوپینگ) و تغییرات شدید جریان (نوسانات آئولین) ایجاد می‌شود را میرا می‌کند.

نحوهٔ محاسبهٔ اندوکتانس برای هادی‌های باندل (گروهی) از همان قواعد موسوم برای محاسبهٔ اندوکتانس پیروی می‌کند.

$$L = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{GMD}{GMR} \qquad (50\text{-}3)$$

منتها با این تفاوت که در محاسبات GMR باید اثر چند هادی را لحاظ کنیم. در محاسبات مربوط به GMR مشابه کاری را انجام می‌دهیم که در بحث هادی‌های مرکب به آن اشاره شد. در آن‌جا برای محاسبهٔ GMR از رابطهٔ $GMR = \sqrt[n^2]{\prod_{j=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} D_{ij}}$ بهره گرفتیم. در این‌جا نیز دقیقاً از همین رابطه برای محاسبهٔ GMR استفاده می‌کنیم. به علّت این که در شبکه‌های قدرت عملاً تنها از سه آرایش قرار گرفتن هادی‌ها استفاده می‌شود، GMR این سه حالت را به صورت نکات 1، 2 و 3 به‌دست آورده‌ایم.

* نکته: اگر باندل به صورت 2تائی باشد، همانند شکل 3-10 الف، آن‌گاه GMR آن برابر است با:

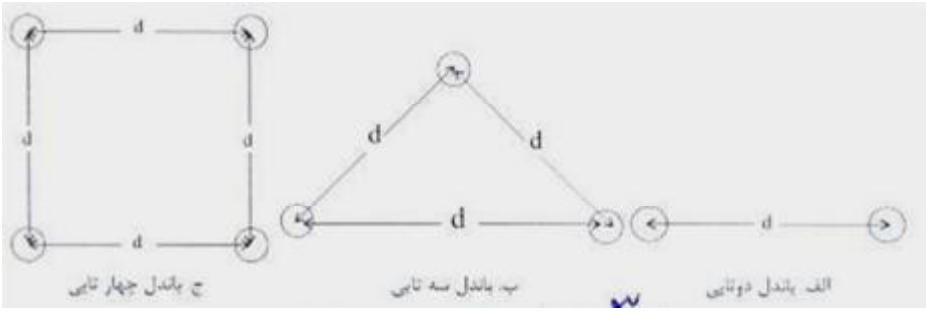
$$\boxed{GMR = \sqrt[4]{(r'd)(r'd)} = \sqrt{r'd}} \qquad (51\text{-}3)$$

* نکته: اگر باندل به صورت 3تائی باشد، همانند شکل 3-10-ب، آن‌گاه GMR آن برابر است با:

$$\boxed{GMR = \sqrt[9]{(r'd^2)(r'd^2)(r'd^2)} = \sqrt[3]{r'd^3}} \qquad (52\text{-}3)$$

* نکته: اگر باندل به صورت 4تائی باشد، همانند شکل 3-10-ج، آن‌گاه GMR برابر خواهد بود با:

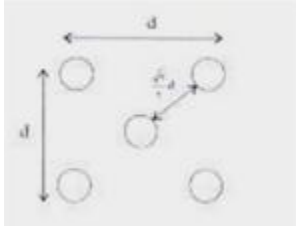
$$GMR = \sqrt[16]{(r'd.d.\sqrt{2}d)^4} = 2^{\frac{1}{8}}.\sqrt[4]{r'd^3} = 1/09\sqrt[3]{r'd^3} \qquad (53\text{-}3)$$



شکل ۳-۱۱ سه آرایش متداول برای هادی‌های گروهی

بحث دیگری که در رابطه با اندوکتانس هادی‌های گروهی باید به آن پرداخت تعیین GMD برای این هادی‌ها است. در هادی‌های گروهی فاصلهٔ بین هادی‌ها در فاز بسیار کوچک‌تر از فاصلهٔ بین هادی‌های فازها است. بنابراین به جای این‌که GMD را مطابق رابطهٔ (3-48) به‌دست بیاوریم فاصلهٔ بین مراکز هادی‌ها را در هر فاز به عنوان فاصلهٔ بین فازها و هر فاز را معادل یک هادی در نظر می‌گیریم. با ذکر چند مثال بحث هادی‌های گروهی (باندل) را بیش‌تر بررسی می‌کنیم.

سؤال: GMR مربوط به ۵ هادی به شعاع مؤثر r که به صورت شکل زیر باندل شده‌اند برابر است با:



1) $r^{\frac{1}{5}}.d^{\frac{4}{5}}.2^{-\frac{2}{25}}$

2) $r^{\frac{1}{5}}.d^{\frac{16}{25}}.2^{-\frac{2}{25}}$

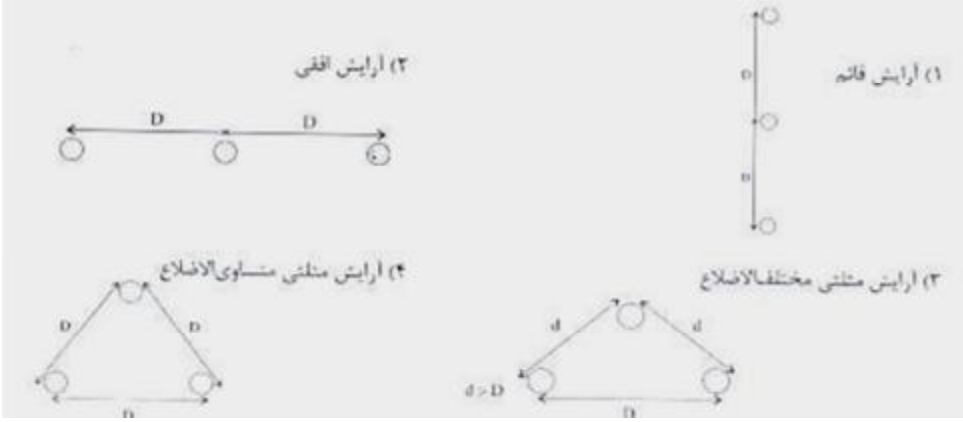
3) $r^{\frac{1}{5}}.d^{\frac{4}{5}}$

4) $r^{\frac{1}{5}}.d^{\frac{16}{25}}.2^{-\frac{1}{50}}$

پاسخ: گزینه‌ی «1» صحیح است.

$$GMR = \sqrt[25]{\left(r.d.d.\frac{\sqrt{2}}{2}d.\sqrt{2}d\right)^4\left(r\left[\frac{\sqrt{2}}{2}d\right]^4\right)} = \sqrt[25]{\left(r^5\right)\left(d^{20}\right)\left(2^{-2}\right)} = r^{\frac{1}{5}}.d^{\frac{4}{5}}.2^{-\frac{2}{25}}$$

سؤال: کدام‌یک از آرایش‌های زیر درخطوط انتقال انرژی هوائی سه‌فاز کم‌ترین اندوکتانس و بیش‌ترین ظرفیت را در واحد طول دارد؟



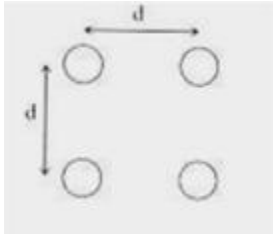
پاسخ: گزینه‌ی «4» صحیح است.

در این مثال هادی‌های هر فاز به صورت تکی هستند، یعنی GMR در چهار گزینه برابر است. گزینه‌ای کم‌ترین اندوکتانس را دارد که کم‌ترین GMD را داشته باشد. GMD برای هر گزینه مطابق زیر به‌دست می‌آید:

$$1)\ GMD = \sqrt{(D)(2D)} = D\sqrt{2}$$
$$2)\ GMD = \sqrt{D(2D)} = D\sqrt{2}$$
$$3)\ GMD = \sqrt{d^2D}$$
$$4)\ GMD = D$$

و چون $d > D$ پس GMD در گزینهٔ «4» از سایر GMD ها کوچک‌تر خواهد بود.

سؤال: GMR مربوط به چهار هادی باندل شده، که در رئوس یک مربع به ضلع d که هر هادی آن دارای شعاع متوسط هندسی (GMR) معادل D می‌باشد، کدام است؟



1) $2^{\frac{1}{8}}.D^{\frac{3}{4}}.d^{\frac{2}{4}}$

2) $4^{\frac{3}{4}}.D^{\frac{3}{4}}.d^{\frac{3}{4}}$

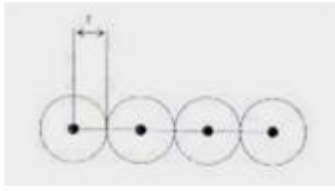
3) $4^{\frac{1}{4}}.D^{\frac{1}{4}}.d^{\frac{1}{4}}$

4) $2^{\frac{1}{8}}.D^{\frac{1}{4}}.d^{\frac{3}{4}}$

پاسخ: گزینه‌ی «4» صحیح است.

$$GMR = \sqrt[16]{\left(D.d.d.\sqrt{2}d\right)^4} = 2^{\frac{1}{8}}.D^{\frac{1}{4}}.d^{\frac{3}{4}}$$

سؤال: GMR مربوط به چهار هادی باندل شده که شعاع هر هادی برابر r است، برابر است با:



1) $r.2^{\frac{15}{16}}.3^{\frac{1}{8}}.e^{-\frac{1}{16}}$

2) $2r.3^{\frac{1}{16}}.e^{-\frac{1}{16}}$

3) $2r.3^{\frac{1}{8}}.e^{-\frac{1}{16}}$

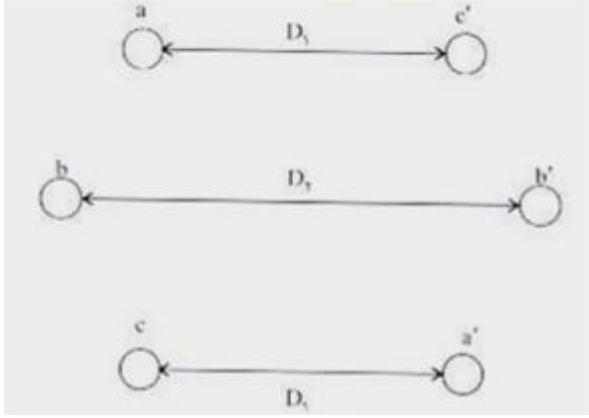
4) $r.2^{\frac{15}{16}}.3^{\frac{1}{16}}.e^{-\frac{1}{16}}$

پاسخ: گزینه‌ی «3» صحیح است.

$$GMR = \sqrt[16]{\left(re^{-\frac{1}{4}}.2r.4r.6r\right)^2\left(re^{-\frac{1}{4}}.2r.2r.4r\right)^2} = \sqrt[16]{r^{16}.e^{-1}.2^{16}.3^2} = 2r.3^{\frac{1}{8}}.e^{-\frac{1}{16}}$$

3-3-6- اندوکتانس خطوط دو مداره سه‌فاز

به منظور افزایش ظرفیت خطوط انتقال بسیاری از خطوط انتقال را به‌صورت دو مداره طراحی می‌کنند. یک خط دو مداره سه‌فاز شامل دو مدار سه‌فاز یکسان است. طرح کلی مدارات سه‌فاز در شکل زیر به نمایش درآمده است.



شکل ۳-۱۱ طرح کلی خط دو مداره

برای محاسبهٔ اندوکتانس خطوط دو مداره در صورتی که بخواهیم از رابطهٔ (3-46) استفاده کنیم بـه معادلـهٔ پیچیـده‌ای خواهیم رسید. برای جلوگیری از این امر از روش ساده‌سازی همانند بخش هادی‌های گروهی استفاده می‌کنیم. خطوط دو مداره نیز همچون خطوط قبل از ترانسپوز می‌شود بنابراین فاصلهٔ میان فازها و همین‌طور هادی‌های یک‌فاز را میانگین می‌گیریم.

در این خطوط نیز همچنان رابطهٔ طلائی $L = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{GMD}{GMR}$ برقرار است. برای محاسـبات GMR, GMD روابـط زیر را داریم:

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab}^{\gamma}.D_{ac}^{\gamma}.D_{bc}^{\gamma}} \tag{54-3}$$

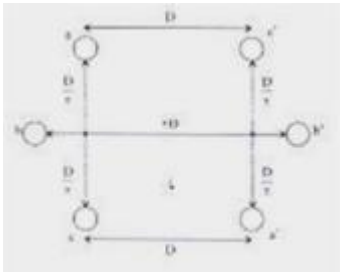
$$\begin{cases} D_{ab}^{\gamma} = \sqrt[4]{D_{ab}D_{ab'}D_{a'b}D_{a'b'}} \\ D_{ac}^{\gamma} = \sqrt[4]{D_{ac}D_{ac'}D_{a'c}D_{a'c'}} \\ D_{bc}^{\gamma} = \sqrt[4]{D_{bc}D_{bc'}D_{b'c}D_{b'c'}} \end{cases} \tag{55-3}$$

$$GMR = \sqrt[3]{D_{sa}^{y}.D_{sb}^{y}.D_{sc}^{y}} \tag{56-3}$$

$$\begin{cases} D_{ab}^{\gamma} = \sqrt[4]{D_{aa}D_{aa'}D_{a'a}D_{a'a'}} \\ D_{ac}^{\gamma} = \sqrt[4]{D_{bb}D_{bb'}D_{b'b}D_{b'b'}} \\ D_{bc}^{\gamma} = \sqrt[4]{D_{cc}D_{cc'}D_{c'c}D_{c'c'}} \end{cases} \tag{57-3}$$

منظور از D_{ab} فاصلهٔ دو هادی a و b، $D_{a'b'}$ فاصلهٔ دو هادی a', b' و... است. منظور از D_{aa} شعاع مـؤثر هـادی a و $D_{aa'}$ فاصلهٔ دو هادی a و a' است.

سؤال: برای سیستم سه‌فاز دو مداره ترانسپوز شده شکل زیر در صورتی که شعاع متوسط هندسی هر هـادی برابر D_s در نظر گرفته شود GMD را محاسبه کنید.



1) $D\dfrac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[3]{2}}$

2) $\dfrac{D}{\sqrt[3]{2}}$

3) $D\sqrt[6]{\dfrac{13}{2}}$

4) $D\sqrt[6]{\dfrac{5}{2}}$

پاسخ: گزینه‌ی «1» صحیح است.

$$GMD = \sqrt{D_{ab}^{\gamma} D_{ac}^{\gamma} D_{bc}^{\gamma}}$$

$$D_{ab}^{\gamma} = \sqrt[4]{\left(\sqrt{\left(\frac{3}{2}D\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}\right)^2 \left(\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}\right)^2} = \sqrt[4]{\left(\frac{9}{4}D^2 + \frac{D^2}{4}\right)\left(\frac{D^2}{4} + \frac{D^2}{4}\right)} = D\sqrt[4]{\frac{5}{4}}$$

$$D_{ac}^{\gamma} = \sqrt[4]{(D)^2 (D)^2} = D$$

$$D_{bc}^{\gamma} = D_{ab}^{\gamma} = D\sqrt[4]{\frac{15}{4}}$$

$$\Rightarrow GMD = \sqrt[3]{D^3\left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)} = D\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[3]{2}}$$

سؤال: در سؤال قبل GMR هر فاز با کدام گزینه برابر است؟

1) $\sqrt[4]{20}\sqrt{DD_s}$

2) $\sqrt[3]{20}\sqrt{DD_s}$

3) $\sqrt{2}.\sqrt{DD_s}$

4) $2\sqrt{DD_s}$

پاسخ: گزینه‌ی «2» صحیح است.

$$GMR_a = GMR_c = \sqrt[4]{(D_s)^2 \left(\sqrt{2}D\right)^2} = \sqrt[4]{2}.\sqrt{DD_s}$$

$$GMR_b = \sqrt[4]{(D_s)^2 (2D)^2} = \sqrt{2DD_s}$$

$$\Rightarrow GMR = \sqrt[3]{\left(\sqrt{2DD_s}\right)\left(\sqrt[4]{20}\sqrt{DD_s}\right)^2} = \sqrt[3]{2D^{\frac{3}{2}}.D_s^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[3]{2}.\sqrt{DD_s}$$

* نکته: در صورتی که در یک خط دو مداره به جای هادی‌های تکی از هادی‌های گروهی (باندل) استفاده شده باشد، تمامی روابط مربوط به تعیین GMD, GMR بدون تغییر می‌ماند. تنها در روابط تعیین GMR به جای شعاع مؤثر هادی باید شعاع متوسط هندسی هادی باندل شده (GMR_b) قرار داده شود. مثلاً اگر هادی‌ها به صورت باندل 4تائی باشند به جای D_{aa} قرار می‌دهیم:

$$D_{aa} = GMR_b = 1/091\sqrt[4]{r'd^3}$$

3-3-7- القای ولتاژ در خطوط مجاور

اگر در مجاورت یک خط انتقال، دو هاید دیگر وجود داشته باشند در اثر عبور جریان از خط انتقال بین این دو هادی

اختلاف پتانسیل به وجود خواهد آمد که اصطلاحاً به آن القای ولتاژ گفته می‌شود. نکته دیگر این که دو هادی نام برده شده می‌توانند خود خط انتقال دیگری باشند. مثال رایج و عملی این قضیه ولتاژ القا شده برروی زوج سیم‌های تلفن مجاور خطوط انتقال قدرت است.

می‌دانیم که در اثر عبور جریان از خط انتقال یک شار پیوندی اطراف خط پدید می‌آید و اگر هادی‌های دیگری نیز در نزدیکی این شار پیوندی باشند بین آن هادی‌ها اندوکتانس القائی می‌توان در نظر گرفت. در اثر عبور جریان از خط انتقال بین دو سر این اندوکتانس فرضی اختلاف پتانسیل به وجود می‌آید که به آن ولتاژ القائی گفته می‌شود.

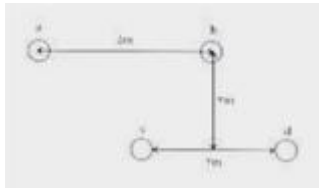
برای محاسبهٔ این اختلاف ولتاژ از دو راه می‌توان عمل کرد که در حقیقت ماهیت هر دو روش یکی است.

1- استفاده از شار پیوندی: در این روش ابتدا شار پیوندی بین دو هادی (λ_{ab})را به‌دست می‌آوریم، سپس با کمک قانون فارادی $\left(\Delta V = \frac{d\lambda_{ab}}{dt}\right)$ این اختلاف ولتاژ را محاسبه می‌کنیم.

2- استفاده از اندوکتانس: ابتدا اندوکتانس بین دو هادی (L_{ab}) را محاسبه می‌کنیم سپس ولتاژ را از قانون اهم $(V_{ab} = j\omega L_{ab} I)$ به‌دست می‌آوریم که I جریان عبوری از خط انتقال است.

برای روشن‌تر شدن مطلب با ذکر چند مثال به بررسی این اثر می‌پردازیم.

سؤال: یک خط قدرت تک‌فاز $60Hz$ مطابق شکل زیر قرار گرفته است. خط تلفن به طور متقارن و مستقیماً زیر فاز b قرار دارد. جریان rms خط قدرت $226A$ می‌باشد. فرض کنید که جریان عبوری از سیم‌های زمین نشده تلفن صفر باشد. اندازه ولتاژ القا شده در هر کیلومتر خط تلفن برابر است با:



1) $3\frac{V}{km}$

2) $4\frac{V}{km}$

3) $5\frac{V}{km}$

4) $6\frac{V}{km}$

پاسخ: گزینه‌ی «3» صحیح است.

این مسئله را از هر دو روش ارائه شده به‌دست می‌آوریم. طبق روش اوّل داریم:

$$V_{cd}=\frac{d\lambda_{cd}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\lambda_{cd}^{a}+\lambda_{cd}^{b}\right)=\frac{d}{dt}\left\{2\times10^{-7}I_a\,Ln\frac{D_{ad}}{D_{ac}}+2\times10^{-7}I_b\,Ln\frac{D_{bd}}{D_{bc}}\right\}$$

$$\Rightarrow V_{cd}=\frac{d}{dt}\left\{2\times10^{-7}\times226\sqrt{2}\cos(120\pi t)\,Ln\frac{\sqrt{36+9}}{5}\right\}$$

$$=-\left[(120\pi)\left(2\times10^{-7}\right)(226)\,Ln\frac{\sqrt{45}}{5}\right]\sqrt{2}\sin(120\pi t)$$

$$\Rightarrow V_{cd}(rms)=(120\pi)\left(2\times10^{-7}\right)(226)\,Ln\frac{\sqrt{45}}{5}\left(\frac{v}{m}\right)=5\times10^{-3}\left(\frac{v}{m}\right)=5\frac{v}{km}$$

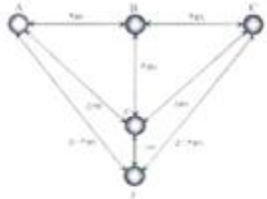
طبق روش 2 ابتدا اندوکتانس بین دو نقطهٔ a و b را ناشی از شار پیوندی خط تک‌فاز ab محاسبه می‌کنیم:

$$L_{cd}=2\times10^{-7}\left\{Ln\frac{D_{ad}}{D_{ac}}+Ln\frac{D_{bd}}{D_{bc}}\right\}=2\times10^{-7}\,Ln\frac{D_{ad}}{D_{ac}}\quad\left(\frac{H}{m}\right)$$

$$\Rightarrow V_{cd}=(j\omega L_{cd})I\Rightarrow|V_{cd}(rms)|=(2\pi\times60)\times\left(2\times10^{-7}\,Ln\frac{D_{ad}}{D_{ac}}\right)\times(226)=5\left(\frac{V}{km}\right)$$

در حقیقت با هر دو روش به یک نتیجه رسیدیم.

سؤال: شکل زیر یک خط تلفن را در مجاورت خط انتقال انرژی نشان می‌دهد. خط انتقال یک بار ستاره‌ای را تغذیه می‌کند. نقطهٔ خنثی به زمین وصل نیست. اگر فاز B قطع شود ولتاژ القائی در خط انتقال نسبت به حالت اوّل چه تغیری می‌کند؟ A، B، C: خط انتقال انرژی e و f: خط تلفن



1) زیاد می‌شود.

2) ولتاژ القائی به اندازه جریان خطوط بستگی دارد و نمی‌توان در مورد میزان تغییر آن قضاوت نمود.

3) تغییری نمی‌کند.

4) کم می‌شود.

پاسخ: گزینه‌ی «4» صحیح است.

برای حل این سؤال باید ولتاژ القائی را قبل و بعد از قطع فاز B محاسبه نمائیم. با توجه به این که در صورت سؤال اشاره شده است که نقطهٔ خنثی به زمین وصل نیست در مورد جریان‌ها می‌توان گفت که در حالت عدم قطع فاز B رابطهٔ

$I_A + I_B + I_C = 0$ بین جریان‌ها برقرار است و در حالت قطع فاز B نیز $I_A + I_C = 0$.

$$V_{ef} = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d}{dt}(\lambda_{rms}\cos\omega t) = \frac{d}{dt}\{(\Sigma LI)\cos\omega t\}$$

چون قصد مقایسه را بین دو حالت داریم پارامتر ω را در نظر نمی‌گیریم و تنها $\Sigma L_{ef} I_{rms}$ ا محاسبه می‌کنیم.

در حالت قبل از قطع فاز B:

$$\Sigma L_{ef} I_{rms} = 2\times10^{-7}\left(I_A Ln\frac{5/3}{5} + I_B Ln\frac{3/5}{3} + I_C Ln\frac{5/3}{5}\right)$$
$$= 2\times10^{-7} I_B Ln\left(\frac{5\times3/5}{3\times5/3}\right) = 2\times10^{-7} I_B Ln\frac{16/5}{15/9} > 0$$

در حالت بعد از قطع فاز B خواهیم داشت:

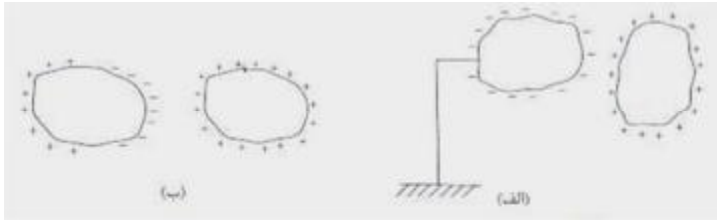
$$\Sigma L_{ef} I_{rms} = 2\times10^{-7}\left(I_A Ln\frac{5/3}{5} + I_C Ln\frac{5/3}{5}\right)$$

و با توجه به این که در این حالت $I_C = -I_A$ پس این ضریب در اینجا برابر صفر خواهد شد. پس ولتاژ القائی در حالت اوّل بزرگ‌تر از حالت دوم خواهد بود. بنابراین با قطع فاز B ولتاژ القائی کاهش می‌یابد.

* نکته مهم: در محاسبات اندوکتانس اگر هادی به صورت گرد و توپر نباشد دیگر نمی‌توان از عبارت $re^{-\frac{1}{4}}$ در محاسبات مربوط به GMR استفاده کرد، بلکه باید از اطلاعاتی که سازنده در اختیار قرار می‌دهد استفاده کرد. برای مثال برای هادی‌های رشته‌ای GMR آن‌ها توسط سازنده درج می‌شود. مثلاً اگر این هادی باندل 2تائی هم شده باشد GMR آن را به صورت $\left(GMR_b = \sqrt{GMR.d}\right)$ محاسبه می‌کنیم. این نکته در حل تست‌ها هم اهمیت دارد و ممکن است در برخی سؤالات GMR هادی گفته شود که در محاسبات مربوط باید آن را در نظر گرفت.

3-4) ظرفیت خازنی خط (کاپاسیتانس)

می‌دانیم اگر برروی یک هادی بار الکتریکی قرار داده شود، هادی‌های اطراف نیز بدون تغییر نخواهند ماند و برروی آن‌ها هم جابه‌جائی بارها صورت می‌گیرد. اگر هادی‌های مجاور زمین شده باشند، بارهای مخالف برروی هادی باقی می‌مانند و بارهای موافق به زمین منتقل می‌شوند. در غیراین‌صورت تنها جابه‌جائی بارها روی سطح هادی‌ها انجام می‌گیرد.



شکل ۳-۱۳ اثر القای بار بین دو هادی الف- هادی دوم زمین شده ب- هادی دوم زمین نشده

قرار گرفتن بارها برروی هادی موجب ایجاد اختلاف پتانسیل بین دو هادی می‌شود که این اختلاف پتانسیل با میزان بار روی هادی‌ها متناسب است $(V \propto q)$. ارتباط بین بار و ولتاژ با ظرفیت خازنی بین دو هادی نشان داده می‌شود $(q = CV)$.

بین هر دو هادی و نیز هر هادی و زمین ظرفیت خازنی وجود دارد.

خطوط انتقال از این قاعده مستثنی نیستند. بین فازهای خطوط انتقال و نیز بین فازها و زمین آن‌ها ظرفیت خازنی وجود دارد که مقدار آن متأثر از قطر هادی‌ها، فاصلهٔ فازها از یکدیگر و ارتفاع آن‌ها از زمین است.

3-4-1- محاسبهٔ ظرفیت خازنی خط تک‌فاز دو سیم

طبق تعریف ظرفیت خازنی داریم:

$$C = \frac{q}{V} \qquad (58\text{-}2)$$

برای تعیین رابطهٔ بین V, q در هادی‌های استوانه‌ای از قانون گاوس استفاده می‌کنیم.

$$\oint \vec{D}.d\vec{s} = q \qquad (59\text{-}2)$$

q کل بار محصول در فضای مورد نظر است.

شکل ۳-۱۴ سطح گوسی مناسب اطراف هادی استوانه‌ای با طول بی‌نهایت

چون عایق اطراف هوا است:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \tag{60-3}$$

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}.d\vec{s} = q \tag{61-3}$$

$$\vec{E} = |E.|\,\vec{a}_r \tag{62-3}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 |E| (2\pi r l) = q \tag{63-3}$$

$$\Rightarrow |E| = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r l} \tag{64-3}$$

اگر بخواهیم میدان الکتریکی واحد طول را برای هادی استوانه‌ای به‌دست آوریم، خواهیم داشت:

$$\boxed{E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}} \tag{65-3}$$

حال اگر بخواهیم اختلاف ولتاژ دو نقطه به فاصلهٔ D_2, D_1 از مرکز هادی را به‌دست آوریم، از رابطه $V = \int E.dr$ استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت.

$$V_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E.dr = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_2}{D_1} \tag{66-3}$$

حال اگر بخواهیم ظرفیت خازنی یک خط تک‌فاز را محاسبه کنیم. ابتدا اختلاف ولتاژها را برحسب بار روی هادی‌ها محاسبه می‌کنیم. اگر بار روی هادی رفت $+q$ باشد به دلیل شرایط مشابه همان مقدار بار امّا با علامت مخالف برروی سیم برگشت قرار گرفته است. بنابراین اختلاف ولتاژ بین دو هادی در اثر بار هر دو هادی ایجاد می‌شود.

$$V(ab) = V_a(ab) + V_b(ab) \tag{67-3}$$

اگر قطر خارجی هادی‌ها به ترتیب D_a, D_b و فاصلهٔ بین دو فاز D باشد این اختلاف ولتاژ برابر خواهد بود با:

$$V(ab) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D}{D_a} + \frac{(-q)}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D_b}{D} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} Ln \frac{D^2}{D_a D_b} \tag{68-3}$$

سؤال: در یک خط انتقال تک‌فاز با ولتاژ $400kv$ میدان الکتریکی در سطح هادی‌ها برابر است با: (شعاع هر هادی r و فاصلهٔ ۲ هادی از یکدیگر برابر d است.)

$r = 0/1m$

$d = 0/2e^2 m$

(4 $25\frac{KV}{cm}$ (3 $20\frac{KV}{cm}$ (2 $15\frac{KV}{cm}$ (1 $10\frac{KV}{cm}$

پاسخ: گزینه‌ی «2» صحیح است.

$$V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \mathrm{Ln} \frac{\frac{d}{2}}{r}$$

نقطهٔ با پتانسیل صفر در وسط دو هادی قرار دارد:

$$\Rightarrow q = \frac{2\pi\varepsilon_0 V}{\mathrm{Ln} \frac{d}{2r}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{V}{r\mathrm{Ln} \frac{d}{2r}} = \frac{400KV}{0/1m\mathrm{Ln} \frac{0/2e^2}{0/2}} = \frac{400KV}{0/2m} = 2000\frac{KV}{m} = 20\frac{KV}{cm}$$

با جای‌گذاری رابطهٔ (3-65) در رابطهٔ (3-55) ظرفیت خازنی بین دو فاز را می‌توان به صورت زیر به‌دست آورد:

$$C = \frac{q}{V(ab)} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\mathrm{Ln} \frac{D^2}{D_a D_b}} \quad \left(\frac{F}{m}\right) \tag{69-3}$$

رابطهٔ (3-66) رابطه‌ای برای تعیین ظرفیت خازنی بین دو فاز در حالتی است که در هر فاز تنها از یک هادی استفاده شده باشد. در اغلب حالت‌ها شعاع دو هادی فاز با هم برابر است $(D_a = D_b)$. بنابراین رابطهٔ متداول برای ظرفیت بین دو فاز خط انتقال تک‌فاز به صورت زیر خواهد بود:

$$\boxed{C = \frac{\pi\varepsilon_0}{\mathrm{Ln} \frac{D}{D_a}} \left(\frac{F}{m}\right)} \tag{70-3}$$

در خطوط سه‌فاز برای این که بتوانیم مدل تک خطی را به‌دست بیاوریم ناچار هستیم ظرفیت خازنی را به جای فازها بین فاز و زمین محاسبه کنیم. در این‌جا نیز اگر بخواهیم روابط را با حالت سه‌فاز مشابه کنیم ظرفیت خازنی هر فاز را نسبت به زمین محاسبه می‌کنیم. در این حالت خواهیم داشت:

$$C_{an} = \frac{q}{V_{an}}$$

$$V_{an} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o} Ln \frac{D_{an}}{D_a}$$

$$\Rightarrow C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln \frac{D_{an}}{D_a}} \left(\frac{F}{m}\right) \qquad (71\text{-}3)$$

$$C_{bn} = \frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln \frac{D_{bn}}{D_b}} \left(\frac{F}{m}\right)$$

نقطهٔ زمین یا نقطهٔ با پتانسیل صفر نقطه‌ای روی خط واصل مراکز دو هادی است.

شکل ۳-۱۵ ظرفیت خازنی بین دو فاز و بین هر فاز و زمین

همان‌طور که دیده می‌شود C_{an} , C_{bn} با هم سری هستند و اگر خازن معادلی به جای آن‌ها قرار بگیرد به همان رابطهٔ (67-3) خواهیم رسید.

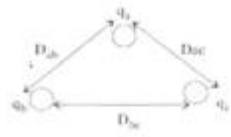
با توجه به این‌که $\varepsilon_o = 8/85\times10^{-12}\frac{F}{m}$ می‌توان روابط (68-3) و (69-3) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} C_{an} = \dfrac{0/0556}{Ln \dfrac{D}{D_a}} \left(\dfrac{\mu F}{km}\right) \\ C_{bn} = \dfrac{0/0556}{Ln \dfrac{D}{D_b}} \left(\dfrac{\mu F}{km}\right) \end{cases} \qquad (72\text{-}3)$$

3-4-2- محاسبهٔ ظرفیت خازنی خط سه‌فاز سه سیم

همان‌طور که در بخش قبل (1-4-3) بیان شد، برای خطوط سه‌فاز ظرفیت خازن را بین هر فاز و زمین محاسبه می‌کنیم. برخلاف خطوط تک‌فاز که ظرفیت خازنی آن‌ها را بین دو فاز در نظر می‌گیریم.

خط سه‌فاز با آرایش زیر را در نظر می‌گیریم:



شکل ۳-۱۶ خط انتقال سه‌فاز

می‌دانیم: $q_a + q_b + q_c = 0$.

از طرفی رابطهٔ زیر بین ولتاژهای بین فازها و بین فاز و نقطهٔ خنثی برقرار است.

$$\begin{cases} V_{ab} = V_{an}\angle 0^o - V_{an}\angle 120^o \\ V_{ac} = V_{an}\angle 0^o - V_{an}\angle -120^o \end{cases} \quad (73\text{-}3)$$

بنابراین:

$$V_{ab} + V_{ac} = (2V_{an}\angle 0) - \left(\begin{matrix} \mathbf{6\ 4\ 4\ 4\ 7\ 4\ 4\ 4\ 8} \\ V_{an}\angle 120^o + V_{an}\angle -120^o \end{matrix} \right) = 3V_{an} \quad (74\text{-}3)$$

حال V_{ab}, V_{ac} را محاسبه می‌کنیم.

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\left\{ q_a \mathrm{Ln}\frac{D_{ab}}{D_a} + q_b \mathrm{Ln}\frac{D_b}{D_{ab}} + q_c \mathrm{Ln}\frac{D_{bc}}{D_{ac}} \right\} \quad (75\text{-}3)$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\left\{ q_o \mathrm{Ln}\frac{D_{ac}}{D_a} + q_b \frac{D_{bc}}{D_{ab}} + q_c \frac{D_c}{D_{ac}} \right\} \quad (76\text{-}3)$$

با جایگذاری (3-73) و (3-74) و (3-72) به رابطهٔ زیر می‌رسیم:

$$V_{an} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\left\{ q_a \mathrm{Ln}\frac{D_{ab}D_{ac}}{D_a^2} + q_b \mathrm{Ln}\frac{D_b D_{bc}}{D_{ab}^2} + q_c \mathrm{Ln}\frac{D_c D_{bc}}{D_{ac}^2} \right\} \quad (77\text{-}3)$$

رابطهٔ (3-75) رابطه‌ای کلی برای ولتاژ V_{an} است. حال با وضع چند شرط حالت‌های متداول V_{an} را به‌دست می‌آوریم:

الف) شعاع هر سه هادی با هم برابر باشد $(D_a = D_b = D_c)$ در این حالت به رابطهٔ زیر می‌رسیم:

$$V_{an} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\left\{ q_0 \mathrm{Ln}\frac{D_{ab}D_{bc}}{D_a^2} + q_b \mathrm{Ln}\frac{D_a D_{bc}}{D_{ab}^2} + q_c \mathrm{Ln}\frac{D_c D_{bc}}{D_{ac}^2} \right\} \quad (78\text{-}3)$$

ب) علاوه بر برابری شعاع‌ها فاصله خطوط با هم مساوی است: $(D_{ab} = D_{bc} = D_{ac} = D)$

$$V_{an}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\left\{q_a\,Ln\frac{D^2}{D_a^2}+q_b\,Ln\frac{D_a}{D}+q_c\,Ln\frac{D_a}{D}\right\}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\left\{q_a\,Ln\frac{D^3}{D_a^3}\right\}=\frac{1}{2\pi\varepsilon_o}q_a\,Ln\frac{D}{D_a}\quad(79\text{-}3)$$

در این حالت می‌توان ظرفیت خازنی رابین فاز a و زمین محاسبه کرد:

$$\boxed{C_{an}=\frac{q_a}{V_{an}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{D}{D_a}}}\quad(80\text{-}3)$$

رابطهٔ (3-78) برای سایر فازها هم برقرار خواهد بود.

ج) شعاع هادی‌ها با هم برابر است و خط ترانسپوز شده است. در این حالت V_{ab}, V_{ac} میانگین‌گیری می‌شوند.

$$\begin{cases}V_{ab}^{T}=\dfrac{V_{ab}+V_{bc}+V_{ac}}{3}\\ V_{ac}^{T}=\dfrac{V_{ab}+V_{bc}+V_{ac}}{3}\end{cases}\quad(81\text{-}3)$$

پس از جای‌گذاری (4-79) در (4-73) به رابطهٔ زیر می‌رسیم:

$$V_{an}=\frac{q_a}{2\pi\varepsilon_o}Ln\frac{\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ac}}}{D_a}\quad(82\text{-}3)$$

که در این حالت ظرفیت خازنی هر فاز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\boxed{C_{an}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{\sqrt[3]{D_{ab}D_{ac}D_{bc}}}{D_a}}\left(\frac{F}{m}\right)}\quad(83\text{-}3)$$

3-4-3- رابطهٔ کلی برای محاسبهٔ ظرفیت خازنی

در قسمت محاسبهٔ اندوکتانس در نهایت به رابطه‌ای کلی رسیدیم که در تمام موادر کاربرد داشت:

$$L=2\times10^{-7}\,Ln\frac{GMD}{GMR}$$

در موارد مختلف مثل باندل کردن، هادی‌های مرکب خطوط دو مداره و خطوط دو مدارهٔ باندل شده این رابطه همواره برقرار بود. تنها نحوهٔ محاسبه GMR, GMD در حالت‌های مختلف فرق می‌کرد. این رابطه باعث می‌شد تا به جای حفظ کردن چند رابطه برای محاسبهٔ اندوکتانس یک رابطه جایگزین شود.

در قسمت قبل هم دیدیم که در محاسبات مربوط به خازن‌ها، برای آرایش‌های مختلف هادی‌ها رابطهٔ ظرفیت فرق می‌کرد.

برای این که بین این روابط دچار سردرگمی نشویم، در اینجا نیز یک رابطه واحد برای تمام حالت‌های ممکن بیان می‌کنیم.

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\dfrac{GMD}{GMR_c}}\left(\frac{F}{m}\right) \qquad (84\text{-}3)$$

این رابطه به صورت زیر هم نوشته می‌شود:

$$C = \frac{0/0556}{\mathrm{Ln}\dfrac{GMD}{GMR_c}}\left(\frac{\mu F}{km}\right) \qquad (85\text{-}3)$$

در این رابطه منظور از C ظرفیت خازنی بین فاز و نقطهٔ خنثی است و چون این رابطه هم برای خطوط تک‌فاز و هم برای خطوط سه‌فاز برقرار است باید به این نکته توجه کرد.

توجه: در خطوط تک‌فاز ظرفیت خازنی بین دو فاز مدنظر است و در سؤالات هر جا به ظرفیت خازنی اشاره شود منظور بین دوفاز است. بنابراین اگر رابطهٔ کلی (3-81) برای محاسبهٔ ظرفیت خازنی خط تک‌فاز استفاده شود باید دو ظرفیت به دست آمده برای سیم رفت و برگشت را با هم سری کرد و یک ظرفیت به‌دست آورد.

$$C = \left(C_x^{-1} + C_y^{-1}\right)^{-1} = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\dfrac{GMD^2}{GMR_c(x)\,GMR_c(y)}}\left(\frac{F}{m}\right) \qquad (86\text{-}3)$$

در رابطهٔ (3-83) GMD دقیقاً همانند GMD تعریف شده برای اندوکتانس است. تعریف GMR در اینجا نیز بسیار مشابه تعریف GMR در محاسبات اندوکتانس صورت می‌گیرد. اما تفاوت‌های اندکی که وجود دارد موجب می‌شود تا آن را به‌صورت GMR_C نشان دهیم. در تعریف GMR برای اندوکتانس در صورتی که هادی به‌صورت تکی بود از $re^{\frac{1}{4}}$ استفاده می‌شد. همچنین اگر هادی به‌صورت رشته‌ای بود GMR آن توسط سازنده مشخص می‌شد. برای خازن‌ها برای محاسبهٔ GMR_C دقیقاً از شعاع هادی استفاده می‌شود و صرف‌نظر از رشته‌ای یا توپر بودن آنچه در محاسبات قرار می‌گیرد شعاع هادی (r) است. در صورتی که خط موردنظر باندل نیز شده باشد و یا خط دو مداره باشد محاسباط مربوط GMR_C را به‌صورت زیر داریم:

الف) باندل

برای باندل 2 تایی:

$$GMR_C = \sqrt{r.d} \qquad (87\text{-}3)$$

برای باندل 3 تایی:

$$GMR_C = \sqrt{r.d^2} \qquad (88\text{-}3)$$

برای باندل 4 تایی:

$$GMR_C = /091\sqrt{rd^3} \qquad (89\text{-}3)$$

ب) برای خط دو مداره

$$GMR_C = \sqrt[3]{GMR_C(A).GMR_C(B).GMR_C(C)} \qquad (90\text{-}3)$$

$$GMR_c(A) = \sqrt{GMR_C(A).D^2_{AA}.GMR_C(A')} \qquad (91\text{-}3)$$

اگر خط دو مداره باندل نشده باشد:

$$\begin{cases} GMR_C(A) = r_A \\ GMR_C(A') = r_{A'} \end{cases} \qquad (92\text{-}3)$$

مشابه این روابط برای سایر فازها نیز برقرار است.

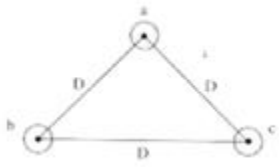
اگر خط دو مداره مثلاً باندل 2 تایی شده باشد:

$$\begin{cases} GMR_C(A) = \sqrt{r_A.d} \\ GMR_C(A') = \sqrt{r_{A'}.d} \end{cases} \qquad (93\text{-}3)$$

مشابه این روابط نیز برای فازهای دیگر برقرار است.

برای این که بحث کاملاً روشن شود در اینجا به ذکر چند مثال خواهیم پرداخت.

سؤال: خط انتقال تکفازی مطابق شکل زیر دارای هادی‌های رفت b و c و هادی برگشت a می‌باشد. هادی‌ها یکسان و دارای شعاع r می‌باشند. جریان عبوری از هر یک از هادی‌های رفت نصف جریان عبوری از هادی برگشت است. ظرفیت خازنی این خط تکفاز چند فاراد بر متر می‌باشد؟



1) $\frac{4\pi\varepsilon_o}{Ln\left(\frac{D}{r}\right)^2}$

2) $\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\left(\frac{2D}{r}\right)^2}$

3) $\frac{4\pi\varepsilon_o}{Ln\left(\frac{D}{2r}\right)^3}$

4) $\frac{4\pi\varepsilon_o}{Ln\left(\frac{D}{r}\right)^3}$

گزینه‌ی «4» صحیح است..طبق روابط مربوط به محاسبهٔ ظرفیت خواهیم داشت:

$$C_{an}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\dfrac{GMD}{GMR_C(a)}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\dfrac{D}{r}}$$

$$b_{cn}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\dfrac{GMD}{GMR_C(bc)}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\dfrac{D}{\sqrt{r}}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\sqrt{\dfrac{D}{r}}}$$

$$\Rightarrow C=\left(C_{an}^{-1}+C_{bn}^{-1}\right)=\frac{4\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\left(\dfrac{D}{r}\right)^3}$$

بنابراین گزینه‌ی «4» صحیح است.

می‌توان با استفاده از رابطهٔ (3-84) به‌طور مستقیم هم ظرفیت را به دست آورد.

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\dfrac{GMD}{GMR_C(x)GMR_C(y)}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{\text{L.n}\dfrac{D}{r\sqrt{rd}}}=\frac{4\pi\varepsilon_o}{\text{L.n}\dfrac{D}{r}}$$

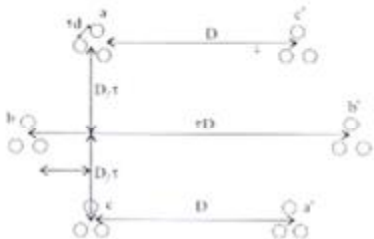
سؤال: در یک خط انتقال دو مداره که در شکل زیر نشان داده شده در هر فاز از هادی‌های رشته‌ای باندل شده ۳ تایی استفاده شده است. اگر شعاع خارجی هر هادی d و شعاع مؤثر آن d_s باشد ظرفیت خازنی این خط برابر است با (فاصله بین هادی‌ها در هر فاز ۴d است).

1) $\dfrac{2\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\dfrac{D\sqrt[3]{85}}{d\sqrt[3]{3}}}$

2) $\dfrac{2\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\dfrac{D\sqrt[3]{85}}{ds\sqrt[3]{3}}}$

3) $\dfrac{4\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\dfrac{D\sqrt[3]{85}}{d\sqrt[3]{3}}}$

4) $\dfrac{4\pi\varepsilon_o}{\text{Ln}\dfrac{D\sqrt[3]{85}}{ds\sqrt[3]{3}}}$



گزینه‌ی «3» صحیح است.

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab}^{\gamma} D_{ac}^{\gamma} D_{bc}^{\gamma}}$$

$$D_{ab}^{\gamma} = \sqrt[4]{D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'}} = \sqrt[4]{\left(\sqrt{\frac{D^2}{4} + 4D^2}\right)^2 \left(\sqrt{\frac{D^2}{4} + D^2}\right)^2} = \sqrt[4]{\left(\frac{17D^2}{4}\frac{5D^2}{4}\right)} = \frac{D}{2}\sqrt[4]{85}$$

$$D_{ac}^{\gamma} = \sqrt[4]{D_{ac} . D_{ac'} . D_{a'c} . D_{a'c'}} = \sqrt[4]{(D)^2 (D)^2} = D$$

$$D_{ac}^{\gamma} = D_{ac}^{\gamma} = \frac{D}{2}\sqrt[4]{85}$$

$$\Rightarrow GMD = \sqrt[3]{\left(\frac{D}{2}\sqrt[4]{85}\right)^2 (D)} = D^6 \sqrt{\frac{85}{16}}$$

$$GMR = \sqrt[3]{D_a D_b D_c}$$

$$D_a \sqrt[4]{D_{aa} D_{aa'} D_{a'a} D_{a'a'}}$$

$$D_{aa} = \sqrt[3]{\left(\frac{d}{2}\right)(4d)^2 = 2d}$$

$$D_{aa'} = \sqrt{2D}$$

$$D_{a'a'} = D_{aa} = 2d$$

$$\Rightarrow D_a = \sqrt[4]{(2d)^2 \left(\sqrt{2D}\right)^2} = \sqrt[4]{8d^2 D^2}$$

$$D_c = D_a = \sqrt[4]{8dD}$$

$$D_b = \sqrt[4]{D_{bb} D_{bb'} D_{b'b} D_{b'b'}} = \sqrt[4]{(2d)^2 (3D)^2} = \sqrt[4]{36d^2 D^2}$$

$$\Rightarrow GMR_C = \sqrt[3]{\left(\sqrt[4]{8d^2 D^2}\right)^2 \left(\sqrt[4]{36d^2 D^2}\right)} = \sqrt[3]{D^{\frac{3}{2}} . d^{\frac{3}{2}} . 2^2 . 3^{\frac{1}{2}}} = D^{\frac{1}{2}} . d^{\frac{1}{2}} . 2^{\frac{2}{3}} . 3^{\frac{1}{6}}$$

$$\Rightarrow \frac{GMD}{GMR} = \frac{D.5^{\frac{1}{6}} . 17^{\frac{1}{6}} . 2^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{1}{2}} . d^{\frac{1}{2}} . 2^{\frac{2}{3}} . 3^{\frac{1}{6}}} = \left(\sqrt{\frac{D}{d}}\right)\left(\sqrt[6]{\frac{85}{3}}\right) = \left[\frac{D}{d}\sqrt[3]{\frac{85}{3}}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{GMD}{GMR}} = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\frac{1}{2}Ln\frac{D}{d}\sqrt[3]{\frac{85}{3}}} = \frac{4\pi\varepsilon_o}{Ln\left(\frac{D\sqrt[3]{85}}{d^3\sqrt{3}}\right)}$$

سؤال: برای خط انتقال تکفاز زیر هادی‌های A و C مربوط به سیم رفت و هادی B مربوط به سیم برگشت می‌باشد. جریان هر کدام از هادی‌های A و C نصف جریان عبوری از هادی B است. ظرفیت خازنی این خط تکفاز چقدر است؟ (شعال خارجی هر هادی r می‌باشد)

1) $C = \dfrac{\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\left(\dfrac{D^3}{2r^3}\right)}$

2) $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\dfrac{D^3}{2r^3}}$

3) $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\left(\dfrac{D^3}{2r^3}\right)^{\frac{1}{2}}}$

4) $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\dfrac{D^3}{2r^3}}$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

$$C_x = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\dfrac{D}{\sqrt{r.2D}}}$$

$$C_y = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\dfrac{D}{r}}$$

$$\Rightarrow C = \left(C_x^{-1} + C_y^{-1}\right)^{-1} = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\dfrac{D^2}{r\sqrt{2Dr}}} = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\left(\dfrac{D^3}{r^3.2}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{4\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\dfrac{D^3}{2r^3}}$$

* نکته: از قبل می‌دانیم که:

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}} = \upsilon = 3\times10^8\,\frac{m}{s} \qquad (94\text{-}3)$$

در این رابطه υ سرعت نور می‌باشد. این رابطه در حل بعضی از تست‌ها می‌تواند به کار رود. با استفاده از این رابطه می‌توان نسبت L و C را به‌صورت زیر تعیین کرد:

$$LC = \frac{\mu_o \varepsilon_o Ln\frac{GMD}{GMR_L}}{Ln\frac{GMD}{GMR_C}} = \frac{1}{\upsilon^2}.\frac{Ln\frac{GMD}{GMR_L}}{Ln\frac{GMD}{GMR_C}} \qquad (95\text{-}3)$$

سؤال: در یک خط تکفاز با دو هادی استوانه‌ای تو خالی حاصلضرب اندوکتانس و کاپاسیتانس واحد طول را محاسبه می‌کنیم. حاصلضرب برابر است با:

1) $\frac{1}{\upsilon^2}$

2) $>\frac{1}{\upsilon^2}$

3) $<\frac{1}{\upsilon^2}$

4) بستگی به فاصله و شعاع هادی‌ها دارد.

گزینه‌ی «1» صحیح است.

برای هادی‌های تو خالی $GMR_L = GMR_C$، بنابراین در رابطه (97-3) حاصل برابر $\frac{1}{\upsilon^2}$ خواهد شد.

3-4-5- انرژی ذخیره شده توسط خطوط

خازن‌ها تجهیزات ذخیره‌کننده انرژی الکتریکی هستند. در مقابل اندوکتانس موجب ذخیره انرژی مغناطیسی می‌شود. بنابراین در اطرف خطوط انتقال شاهد ذخیره‌شدن دو نوع انرژی الکتریکی و مغناطیسی می‌باشیم.

اگر بین 2 نقطه در اطراف خطوط انتقال (و یا در حالت کلی هر هادی حامل جریان) بخواهیم انرژی مغناطیسی ذخیره شده را به‌دست بیاوریم خواهیم داشت.

$$E = \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} Id\lambda \qquad (96\text{-}3)$$

با جایگذاری $\lambda = LI$ و فرض ثابت بودن L بین دو نقطهٔ مفروض به رابطهٔ کاربردی‌تر زیر می‌رسیم:

$$E = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (97\text{-}3)$$

در رابطه‌ی (98-3) منظور از I جریان عبوری از هادی و منظور از L اندوکتانس بین دو نقط مفروض است برای هادی‌های استوانه‌ای مقدار را بین دو نقطهٔ D_2, D_1 از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$L = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{D_2}{D_1}$$

اگر جریان عبوری از هادی سینوسی باشد مقدار انرژی ذخیره شده هم سینوسی و با فرکانس دو برابر فرکانس شبکه خواهد بود. در صورتی که بخواهیم این انرژی را برای یک هادی محاسبه کنیم خواهیم داشت:

$$E = \frac{1}{2}\left(2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{D^2}{D_1}\right)\left(I_{max}\cos\omega t\right)^2 \qquad (98\text{-}3)$$

$$= \frac{1}{2}I_{max}^2\,\mathrm{Ln}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)\times10^{-7}\left[1+\cos 2\omega t\right] \qquad (96\text{-}3)$$

همان‌گونه که دیده می‌شود عبارت مربوط به انرژی دارای یک قسمت ثابت و یک قسمت متناوب است.

سؤال: یک هادی تک خطی، جریان یکنواخت سینوسی $i(t) = I_{max}\sin\omega t$ را عبور می‌دهد (جریان برگشتی در بی‌نهایت دور قرار دارد). مقدار متوسط انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی خارج هادی در محدودهٔ بین نقاط P_1 و P_2 که به ترتیب در فواصل D_1 و D_2 از مرکز هادی قرار دارند، کدام است؟ $(D_2 = 2D_1)$

1) $\frac{1}{4}(\mathrm{Ln}2)\times10^{-7}I_{max}^2$

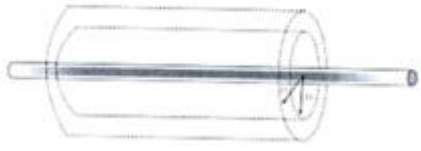
2) $2\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{2}\right)\times10^{-7}I_{max}^2$

3) $(\mathrm{Ln}2)\times10^{-7}I_{max}^I$

4) $\frac{1}{2}(\mathrm{Ln}2)\times10^{-7}I_{max}^2$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

طبق رابطهٔ (97-3) مقدار متوسط قسمت غیرسینوسی انرژی خواهد بود که گزینهٔ 4 آن را نشان می‌دهد. این انرژی مغناطیسی در لایه‌ای استوانه‌ای به شعاع داخلی D_1 و شعاع خارجی D_2 ذخیره می‌شود.



شکل ۳-۱۷ فضای در نظر گرفته شده برای ذخیره انرژی مغناطیسی و الکتریکی

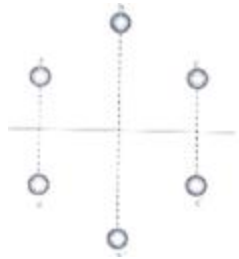
همین‌طور می‌توان بین دو نقطه D_1 و D_2 میدان الکتریکی E را درنظر گرفت کـه موجـب ذخیـره انـرژی الکتریکـی در فضای نشان داده شده در شکل 3-17 می‌شود. برای یک هادی تکی این انرژی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \qquad (97\text{-}3)$$

در این رابطه q بار محصور در واحد طول خط و C ظرفیت خازنی خط با درنظر گرفتن اثر زمین می‌باشد.

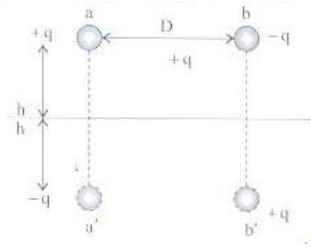
* **نکته:** در بین پارامترهای اصلی خط انتقال (G,R,C,L) زمین بیش‌ترین تأثیر را بر روی کاپاسیتانی (C) خط دارد و عملاً از تأثیر زمین بر سه پارامتر دیگر صرف‌نظر می‌شود.

برای محاسبهٔ اثر زمین در مطالعات تعیین ظرفیت خط، باید یک مدل مناسب برای آن درنظر گرفت. اثر حضور زمـین را می‌توان با استفاده از روش «بارهای فرضی[1]» که توسط «کلوین» معرفی شده است به دست آورد. علّت ایـن مـدل‌سـازی این است که در سطح زمین پتانسیل برابر صفر است که این امر با درنظر گرفتن یک هادی مشابه هادی اصلی ولی با بـار مخالف قابل توجیه است.



3-۱۸ هادی‌های سه فاز در حضور زمین و هادی‌های فرضی معادل زمین

برای یک خط تک‌فاز می‌توان ظرفیت خازنی را با حضور اثر زمین به‌صورت زیر محاسبه کرد:



شکل ۳-۱۹ خط a' تکفاز و تصویر خطوط با احتساب اثر زمین

۱. Image charged

$$V_{an} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\left\{\overbrace{q_a \mathrm{Ln}\frac{1}{r_a} + q_b \mathrm{Ln}\frac{1}{D} + q_{a'} \mathrm{Ln}\frac{1}{2h} + q_{b'} \mathrm{Ln}\frac{1}{\sqrt{D^2+4h^2}}}^{b'}\right\} \quad (104\text{-}3)$$

$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon_o} \mathrm{Ln}\frac{D.2h}{r\sqrt{D^2+4h^2}} \quad (105\text{-}3)$$

$$\Rightarrow C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\frac{D.2h}{r\sqrt{D^2+4h^2}}} \quad (106\text{-}3)$$

همین رابطه برای فاز b هم برقرار است. بنابراین ظرفیت خازنی بین دو فاز برابر است با:

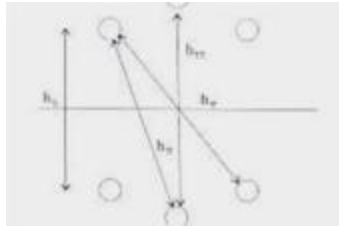
$$C = \left(C_{an}^{-1} + C_{bn}^{-1}\right)^{-1} = \frac{\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\frac{D.2h}{r\sqrt{D^2+4h^2}}} \quad (107\text{-}3)$$

همان‌طور که در قسمت محاسبهٔ کاپاسیتانس گفته شد رابطهٔ $\frac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\frac{GMD}{GMR_c}}$ تمام حالت‌های ممکن برای ظرفیت خازنی را دربر می‌گیرد. در اینجا هم این قضیه صادق است. که مقادیر GMD و GMR_C به‌صورت زیر خواهند:

$$\begin{cases} GMD = 2hD \\ GMR_C = r\sqrt{D^2+4h^2} \end{cases} \quad (108\text{-}3)$$

در صورتی که فاصلهٔ هادی‌ها از سطح زمین زیاد باشد $(h \ ? \ D)$، می‌توان در رابطهٔ GMR_C از اثر D^2 صرف‌نظر کرد و در نهایت به همان رابطهٔ قدیمی برای محاسبهٔ ظرفیت می‌رسیم.

برای خطوط سه فاز ترانسپوز شده نیز می‌توان نوشت:



$$،h_{11}\ C = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\mathrm{Ln}\frac{GMD}{GMR_C} - \mathrm{Ln}\frac{\sqrt[3]{h_{12}h_{13}h_{23}}}{\sqrt[3]{h_{11}h_{22}h_{33}}}} \quad (109\text{-}3)$$

h_{22} و h_{33} به‌ترتیب فاصله هادی‌ها 1،2،3 تا تصویر خود هستند. h_{12} فاصله هادی 1 تا تصویر هادی 2 (و یـا بـالعکس

فاصله هادی 2 تا تصویر هادی 1) است، h_{13} فاصله هادی 1 تا تصویر هادی 3 (و یا بالعکس) و h_{23} فاصله هـادی 2 تـا تصویر هادی 3 (و یا بالعکس) است.

* **نکته:** رابطهٔ (3-110) تنها در صورتی برقرار است که خط ترانسپور شده باشد.

* **نکته:** هر چه خط انتقال به زمین نزدیک تر باشد کم‌تر می‌توان از اثر هادی‌های تصویر چشم‌پوشـی کـرد و چـون اثـر آن‌ها در راستای افزایش ظرفیت خازنی است با نزدیک‌شدن خطوط انتقال به زمین ظرفیت این خطوط افزایش می‌یابد.

سؤال: در خط یک‌فاز که فاصله هادی‌ها از یکدیگر D و ارتفاع هـادی‌هـا از زمـین h باشـد، بـرای محاسـبه کاپاسیتانس خط انتقال به جای شعاع هادی r از شعاع معادل r' استفاده می‌شود، به نحوی که:

1) $r' = re^{\frac{1}{4}}$

2) $r' = r\sqrt{1+\frac{D^2}{4h}}$

3) $r' = re^{\frac{1}{4}}$

4) $r' = r\sqrt{1+\frac{D^2}{4h^2}}$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

اگر در رابطه (3-111) صورت و مخرج عبارت Ln را بر 2h تقسیم کنیم به رابطه زیر می‌رسیم:

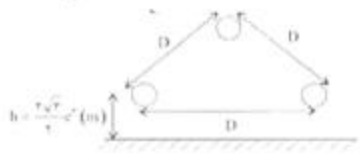
$$C = \frac{\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{D}{r\sqrt{1+\frac{D_2}{4h^2}}}}$$

بنابراین $r' = r\sqrt{1+\frac{D^2}{4h^2}}$ که نشان می‌دهد گزینهٔ 4 صحیح است.

سؤال: در خط انتقال سه فاز زیر که در هر فاز دارای یک هادی به شعاع $\left(r = 2e^{-1}m\right)$ می‌باشد نسبت ظرفیت خط انتقال با درنظر گرفتن اثر زمین و بدون درنظر گرفتن آن برابر است با:

$Ln3 = 1/2$

$\sqrt{10}$; $\frac{162}{49}$



1) 0/9 2) 0/95

3) 0/8 4) 0/85

گزینه‌ی «1» صحیح است.

$$GMD = D = 2e^{3}$$

$$GMR_C = r = 2e^{-1}$$

$$\Rightarrow Ln\frac{GMD}{GMR_C} = 4$$

$$h_{11} = 3\sqrt{3}e^{3}$$

$$h_{22} = h_{11} + 2\left(\sqrt{D^2 - \frac{D^2}{4}}\right) = h_{11} + \sqrt{3D} = 3\sqrt{3}e^{3} + 2\sqrt{3}e^{+3} = 5\sqrt{3}e^{3}$$

$$h_{33} = h_{11} = 3\sqrt{3}e^{3}$$

$$h_{12} = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(h_{11} + \sqrt{D^2 - \frac{D^2}{4}}\right)^2} = \sqrt{e^6 + \left(3\sqrt{3}e^{3} + \sqrt{3}e^{3}\right)^2} = 7e^{3}$$

$$h_{13} = \sqrt{h_{11}^2 + D^2} = \sqrt{27e^6 + 3e^6} = e^{3}\sqrt{30}$$

$$h_{23} = h_{12} = 7e^{3}$$

$$\Rightarrow Ln\frac{\sqrt[3]{h_{12}h_{13}h_{23}}}{\sqrt[3]{h_{11}h_{22}h_{33}}} = \frac{1}{3}Ln\frac{h_{12}h_{13}h_{23}}{h_{11}h_{22}h_{23}} = \frac{1}{3}Ln\frac{49\sqrt{30}e^{9}}{54\sqrt{3}e^{9}} = \frac{1}{3}Ln\frac{49\sqrt{10}}{54} = \frac{1}{3}Ln3 = 0/4$$

$$\Rightarrow Ln\frac{GMD}{GMR_C} - Ln\frac{\sqrt[3]{h_{12}h_{13}h_{23}}}{\sqrt[3]{h_{11}h_{22}h_{23}}} = 4 - 0/4 = 3/6$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{3/6}{4} = 0/9$$

5-3 هدایت (کنداکتانس)

در مدل‌سازی خطوط، جریان‌های نشتی بین فازها و نیز بین فاز و زمین وا ثر کرونا موجب به‌وجـود آمـدن تلفـات اهمـی می‌شود که متفاوت از تلفات سری خط می‌باشد. علّت این تفاوت در این است که تلقات سری خط متناسب با جریان خط است $\left(P_{loss} = RI^2\right)$ در حالی که جریان‌های نشتی با ولتاژ خط متناسب‌اند $\left(P_{loss} \propto V^2\right)$. در نتیجه نمی‌تـوان آن‌هـا را به‌صورت یک مقاومت سری مدل کنیم. عنصری که برای مدل‌سازی این خاصیت استفاده می‌شود هدایت (کنداکتانس) یا همان مقاومت موازی است. مقاومت موازی را با G نشان می‌دهند که در این حالت تلفات جریان‌های نشـتی را مـی‌تـوان به‌صورت $\left(P_{loss} = GV^2\right)$ در نظرگرفت.

* نکته: در خطوط انتقال رابطهٔ بین فاز و زمین در دکل‌ها و از طریق مقره‌ها صورت مـی‌پـذیرد. سـطح مقـره‌هـا در اثـر عواملی چون رسوب نمک، آلودگی و رطوبت خاصیت عایقی خود را تـا حـد زیـادی از دسـت مـی‌دهـد و موجـب ایجـاد جریان‌های نشتی بین فاز و زمین (دکل) می‌شود.

به علّت این که در نقاط مختلف در اثر تفاوت شرایط آب و هوایی، آلودگی و... جریـان‌هـای نشـتی متفـاوت اسـت مقـدار هدایت را نمی‌توان مانند سایر پارامترها تنها به خود هادی‌ها نسبت داد. لذا محاسبهٔ G مقدار متفاوتی در شرایط مختلف خواهد داشت.

6-3) کرونا

ولتاژ شکست هوا در دما و فشار طبیعی تقریباً $30\frac{kv}{cm}$ است. در صورتی‌که در اثر عواملی این ولتـاژ فـراهم شـود، هـوای اطراف هادی یونیزه می‌شود که این یونیزه شدن موجب ایجاد تلفات کرونـا، اغتشـاش صـوتی، تولیـد اوزون و اخـتلال در امواج رادیو و تلویزیون می‌شود. به این پدیده یونیزه شدن اصطلاحاً کرونا گفته مـی‌شـود. عوامـل مـؤثر بـر شـدت کرونـا عبارتند از:

1- قطر هادی

2- آرایش هادی‌های خط

3- نوع هادی

4- شرایط محیطی

در توضیح شرایط محیطی می‌توان به این نکته اشاره کرد که عواملی مانند چگالی هوا، رطوبت، باد و آلودگی‌های سطحی

هادی تأثیر شدیدی بر روی کرونا دارند. در بین عوامل شرایط محیطی تأثیر آلودگی‌های سطحی هادی بسیار زیاد است. همان‌گونه که در بخش قبل توضیح داده شده، تلفات کرونا را با هدایت (G) مدل می‌کنیم. همان‌گونه که گفته شد و نیز در مدل‌سازی کرونا نشان داده شد تلفات کرونا با افزایش ولتاژ خط به شدت افزایش می‌یابد. افزایش قطر هادی و افزایش تعداد هادی‌های باندل شده از جمله کارهایی است که می‌توان برای کاهش اثر کرونا انجام داد. به‌طوری که در ولتاژهای بالاتر در 230kv مبنای طراحی قطر هادی‌ها تنها اثر کرونا می‌باشد.

* نکته: برای کاهش اثر کرونا از حلقه‌ای موسوم به «حلقه کرونا» در جاهایی که تمرکز الکترون زیاد است استفاده می‌شود. در هر زنجیرهٔ مقره یک یا دو حلقهٔ کرونا برای این منظور استفاده می‌شود.

سؤال: تأثیر اثر پوستی (Skin effect) بر تلفات کرونا چگونه است؟

1) باعث افزایش اثر کرونا می‌شود.

2) باعث کاهش اثر کرونا می‌شود.

3) در فرکانس 50Hz تأثیر بیش‌تری نسبت به فرکانس 60Hz دارد.

4) تأثیری برروی کرونا ندارد.

پاسخ: گزینه‌ی «1» صحیح است.

اثر پوستی باعث می‌شود مقاومت مؤثر هادی افزایش یابد، لذا گرادیان ولتاژ نیز در سطح هادی بیش‌تر می‌شود که موجب افزایش اثر کرونا می‌شود.

خلاصهٔ فصل سوم

در فصل سوم به بحث دربارهٔ پارامترهای خط پرداختیم که خلاصهٔ این نکات به صورت موارد زیر آورده شده است.

1- خطوط انتقال انرژی چهار پارامتر اصلی دارند، مقاومت (R)، اندوکتانس (L)، کاپاسیتانس (C)، و هدایت (G).

2- تلفات اکتیو ناشی از جریان، با مقاومت سری (R) مدل می‌شود. مقاومت سری در حالت ولتاژ متناوب نسبت به ولتاژ ثابت اندکی افزایش می‌یابد که به آن اثر پوستی گفته می‌شود. سایر پارامترهای مؤثر بر اندازهٔ مقاومت عبارتند از: دما، فرکانس، تاباندن و جریان هادی در هادی‌های مغناطیسی.

3- رابطهٔ اصلی برای محاسبهٔ اندوکتانس سری خط به‌صورت $L = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{GMD}{GMR_L}\left(\dfrac{H}{m}\right)$ می‌باشد. در شرایط مختلف یافتن GMR, GMD بسیار مهم است.

4- رابطهٔ اصلی برای محاسبهٔ خازن موازی به‌صورت $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\mathrm{Ln}\dfrac{GMD}{GMR_C}}\left(\dfrac{F}{m}\right)$ بیان می‌شود. تفاوت GMR_L, GMR_C این است که در محاسبات خازن شعاع هادی اهمیت دارد ولی در محاسبات اندوکتانس شعاع مؤثر آن

5- برای افزایش ظرفیت انتقال خط، کاهش راکتانس، کاهش تلفات کرونا و.. هادی‌ها را باندل می‌کنند و در صورت نیاز نیز از خطوط دو مداره استفاده می‌کنند.

6- در اثر خاصیت سلفی خط، به اندازهٔ $E = \frac{1}{2}LI^2$ انرژی مغناطیسی و نیز $E = \frac{1}{2}CV^2$ انرژی الکتریکی در اطراف هادی‌ها ذخیره می‌شود.

7- زمین بیش‌ترین تأثیر را برروی خازن‌های خط دارد و در مدل‌سازی خازن خط باید به اثر زمین توجه نمود.

سؤالات پایانی فصل سوم

۱- خطوط انتقال، توزیع جریان در مقطع سیم‌ها به طرف $(f)1-$ می‌دانیم که طبق اثر پوستی با افزایش فرکانس $I_x = I.\left(\frac{x}{r}\right)^{0/1f-3}$ از مرکز هادی به‌صورت x لبه‌ها کشیده می‌شود. اگر فرض کنیم رابطهٔ جریان در فاصلهٔ باشد در این‌صورت اندوکتانس ناشی از شار پیوندی «داخلی» در واحد طول برابر است با:

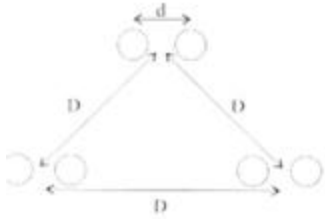
1) $\frac{\mu_o}{\pi(0/2f-6)}\left(\frac{H}{m}\right)$

2) $\frac{\mu_o}{\pi(\mu_o 0/1f-8)}\left(\frac{H}{m}\right)$

3) $\frac{\mu_o}{\pi(0/2f-10)}$

4) $\frac{\mu_o}{\pi(0/4f-12)}\left(\frac{H}{m}\right)$

۲- برای شبکهٔ سه‌فاز زیر که از هادی‌های با باندل ۲تائی استفاده شده است، در صورتی‌که هادی‌ها به‌صورت پوسته‌های توخالی با دیواره‌های بسیار نازک در نظر گرفته شوند که شعاع هر کدام برابر $\frac{1}{13}m$ است و فاصله بین هادی‌های گروهی (d) برابر $\frac{1}{3}m$ و فاصله بین فازها (D) برابر $\sqrt{2}m$ باشد، اندوکتانس هر فاز در هر کیلومتر برابر خواهد بود با: $\left(e^{-\frac{1}{4}}=0/78\right)$



1) $0/1Ln78\left(\frac{mH}{km}\right)$

2) $0/2Ln10\left(\frac{mH}{km}\right)$

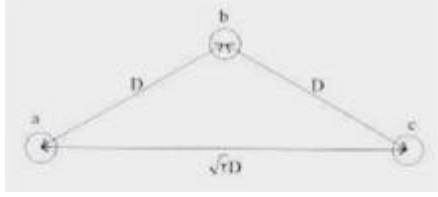
3) $0/4Ln10\left(\frac{mH}{km}\right)$

4) $0/2Ln78\left(\frac{mH}{km}\right)$

۳- در خط انتقال تک‌فاز شکل زیر هادی A مربوط به سیم رفت و هادی‌های B مربوط به سیم برگشت می‌باشند. اگر جریان در هر هادی سیم برگشت نصف جریان هادی سیم رفت باشد و شعاع هر هادی را r در نظر بگیریم. کدام ماتریس زیر را نمی‌توان به عنوان ماتریس [L] جایگزین رابطه $[\lambda]=[L][I]$ برای خط انتقال در نظر گرفت؟

1) $L=2\times10^{-7}\begin{bmatrix}\ln\frac{1}{r'} & \ln\frac{1}{D} & \ln\frac{1}{2D}\\ \ln\frac{1}{D} & \ln\frac{1}{r'} & \ln\frac{1}{D}\\ \ln\frac{1}{2D} & \ln\frac{1}{D} & \ln\frac{1}{r'}\end{bmatrix}$

2) $L=2\times10^{-7}\begin{bmatrix}\ln\frac{1}{r'} & 0 & \ln\frac{1}{2D^2}\\ 0 & \ln\frac{D}{r'} & 0\\ \ln\frac{1}{2D} & \ln\frac{1}{D} & \ln\frac{1}{r'}\end{bmatrix}$

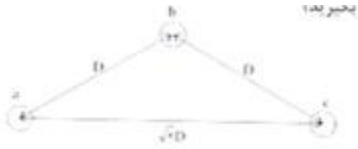


3) $L=2\times10^{-7}\begin{bmatrix}\ln\frac{1}{r'} & \ln\frac{1}{2D^2} & 0\\ \ln\frac{1}{D} & \ln\frac{1}{r'} & \ln\frac{1}{D}\\ 0 & \ln 2 & \ln\frac{D}{r'}\end{bmatrix}$

4) $L=2\times10^{-7}\begin{bmatrix}\ln\frac{\sqrt{D}}{r'} & 0 & \ln\frac{1}{2D}\\ 0 & \ln\frac{2}{r'} & \ln\frac{1}{D}\\ \ln\frac{1}{2D} & \ln\frac{1}{D} & \ln\frac{D}{r'}\end{bmatrix}$

۴- در خط سه‌فاز زیر نسبت اندوکتانس فاز b در حالت ترانسپوز شده به حالت ترانسپوز نشده چقدر است؟

(شعاع هر هادی را برابر $\ln 2, e^{-1}$ را برابر ۰/۷ در نظر بگیرید.)



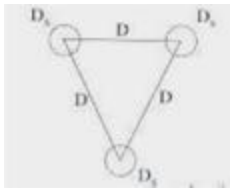
1) 1/062 2) 1/077

3) 1/055 4) 1/031

۵- هدف اصلی از استفاده از خطوط باندل (Boundled) در خطوط انتقال انرژی چیست؟

1) کاهش راکتانس سلفی خط
2) کاهش شدت میدان الکتریکی مؤثر اطراف هادی
3) کاهش شدت میدان مغناطیسی مؤثر اطراف هادی
4) کاهش مقاومت خط

۶- با توجه به این که از خط سه‌فاز روبه‌رو، جریان‌های متعادل یا نامتعادل می‌تواند جاری شود، اندوکتانس هر فاز خط کدام عبارت است؟ (GMR) شعاع متوسط هندسی هادی:

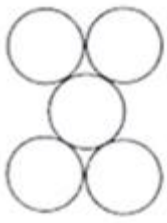


1) در توالی فاز acb فقط به پارامتر D بستگی دارد.
2) در توالی فاز acb هم به پارامتر D و هم به نوع جریان متعادل یا نامتعادل بستگی دارد.
3) در توالی فاز abc هم به پارامترهای D و D_s و هم به نوع جریان متعادل یا نامتعادل بستگی دارد.
4) در توالی فاز abc فقط به پارامترهای D و D_s بستگی دارد.

۷- برای خط انتقال سه‌فاز ترانسپوز نشده شکل زیر تفاضل اندوکتانس واحد طول فاز A نسبت به فاز B عبارت است از: (شعاع مؤثر هر فاز برابر D_s می‌باشد.)

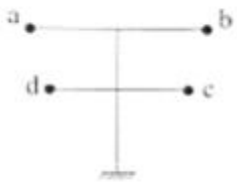
1) 0
2) $2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln2}\left(\frac{H}{m}\right)$
3) $10^{-7}\,\mathrm{Ln2}\left(\frac{H}{m}\right)$
4) $-4\times10^{-7}\,a\mathrm{Ln2}$

۸- اگر شعاع هر کدام از هادی‌های باندل شده زیر را r در نظر بگیریم. مقدار GMR هادی رشته‌ای زیر برای محاسبات مربوط به اندوکتانس برابر خواهد بود با:



1) $r\left(2^{\frac{25}{26}}.e^{-\frac{1}{50}}\right)$
2) $r\left(2^{\frac{24}{25}}.3^{\frac{2}{25}}.e^{-\frac{1}{50}}\right)$
3) $r\left(2^{\frac{20}{25}}.3^{\frac{2}{25}}.e^{-\frac{1}{25}}\right)$
4) $r\left(e^{\frac{20}{25}}.3^{\frac{14}{25}}.e^{-\frac{1}{25}}\right)$

۹- یک خط تک‌فاز با هادی‌های a و b و یک خط تلفن با هادی‌های c و d مطابق شکل روی یک پایه قرار گرفته‌اند. اندوکتانس متقابل در واحد طول بین مدار $a-b$ و $c-d$ کدام است؟



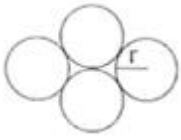
1) $2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{D_{ad}}{D_{ac}}$

2) $2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{D_{ad}D_{bd}}{D_{ac}D_{bc}}$

3) $4\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{\sqrt{D_{ad}D_{bd}}}{\sqrt{D_{ac}D_{bc}}}$

4) $4\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\dfrac{D_{ad}}{D_{ac}}$

۱۰- شعاع متوسط هندسی (GMR) را در شکل زیر برحسب شعاع هر رشته (r) محاسبه کنید.



1) $1/25r$

2) $1/175r$

3) $1/69r$

4) $1/725r$

۱۱- در تعیین پارامترهای خط انتقال اثر کرونا چگونه منظور می‌شود؟

1) توسط مقاومت سری R

2) توسط مقاومت موازی G

3) توسط اندوکتانس سری L

4) توسط کاپاسیتانس موازی C

۱۲- در سطح ولتاژ 400kv قطر هادی‌های انتقال نیرو با توجه به کدام عامل تعیین می‌گردد؟

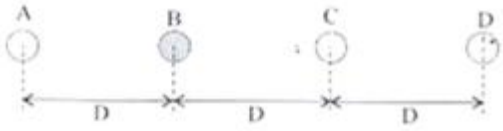
1) کرونا

2) ظرفیت حرارتی هادی

3) افت ولتاژ و رگولاسیون

4) تلفات کرونا و ظرفیت حرارت هادی

۱۳- در شکل زیر B هادی رفت و هادی‌های A، B و D هادی‌های برگشت می‌باشند. جریان هر کدام از هادی‌های A، C و D یک سوم جریان هادی B است. ظرفی خازنی سیم برگشت (مجموعه A، C و D) نسبت به نقطهٔ خنثی برابر با چند فاردار برمتر می‌باشد (شعاع هادی‌های برابر r است.)



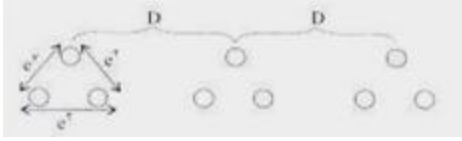
1) $\frac{6\pi\varepsilon_o}{\ln\frac{2D}{r\sqrt[3]{36}}}$

2) $\frac{2\pi\varepsilon_o}{\ln\frac{2D}{r\sqrt[3]{36}}}$

3) $\frac{6\pi\varepsilon_o}{\ln\frac{2D}{r\sqrt[3]{72}}}$

4) $\frac{2\pi\varepsilon_o}{\ln\frac{2D}{r\sqrt[3]{72}}}$

۱۴- برای آرایش هادی‌های زیر D چقدر باشد تا حاصل‌ضرب اندوکتانس و کاپاسیتانس واحد طول برابر 10^{-8} شود؟ (شعاع هادی‌ها را $e^{3/4}$ و هادی‌ها را به‌صورت باندل ۳تایی همانند شکل زیر در نظر بگیرید) $\ln 2 \cong \frac{3}{4}$



1) $D = e^3$

2) $D = 2e^2$

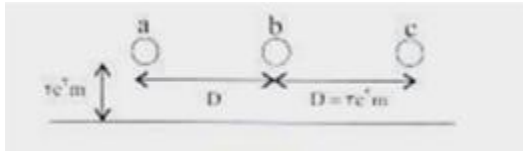
3) $D = 3e^2$

4) $D = 2e^3$

POWEREN.IR

۱۵- در خط انتقال سه‌فاز سر سیستم ترانسپور شده زیر شعاع هر هادی فاز $r = \sqrt[3]{2m}$ و فاصله بین فازها $D = 3e^2m$ می‌باشد اگر فاصله هادی‌ها تا زمین $2e^2$ متر باشد نسبت ظرفیت خازنی هر فاز بدون در نظر گرفتن اثر زمین به ظرفیت آن با در نظر گرفتن اثر زمین برابر خواهد بود:

$Ln2 = 0/7$
$Ln3 = 1/1$
$Ln5 = 1/6$
$Ln12 = 2/2$



1) 0/9
2) 1/1
3) 0/8
4) 0/85

۱۶- در خط انتقال سه‌فاز ترانسپوز شده زیر شعاع هادی‌های هر فاز (r) برابر $e^{0/23}$ متر و فاصلهٔ بین هادی‌ها (D) برابر e^2 متر است. ارتفاع هادی فاز a از سطح زمین $4e^2$ متر است. نسبت ظرفیت خازنی هر فاز بدون درنظر گرفتن اثر زمین به ظرفیت آن با در نظر گرفتن اثر زمین برابر است با: $Ln2 = 0/7$

1) 1/8
2) 0/9
3) 1/9
4) 0/8

۱۷- یک خط تک‌فاز با یک سیم رفت و یک سیم برگشت هر کدام به شعاع r و فاصله d از یکدیگر برروی سطح زمین قرار دارند. اگر دو سیم را با سرعت یکنواخت V از سطح زمین به طرف بالا حرکت دهیم به طوری که در حین این کار فاصلهٔ سیم‌ها از هم d باقی بماند، نرخ تغییرات معکوس ظرفیت $\left(\frac{1}{C}\right)$ در هر لحظه برابر است با:

1) $\frac{dc^{-1}}{dt} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{d^2}{(d^2 + 4v^2t^2)}$

2) $\frac{dc^{-1}}{dt} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{d^2}{t(d^2 + 4v^2t^2)}$

3) $\frac{dc^{-1}}{dt} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o} \frac{d^2}{t(d^2 + 4v^2t^2)}$

4) $\frac{dc^{-1}}{dt} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o} \frac{v^2}{t(d^2 + 4v^2t^2)}$

پاسخ سؤالات پایانی فصل سوم

1- گزینه‌ی «4» صحیح است.

$$\lambda_{int} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda = \int_0^r \left(\frac{x}{r}\right)^{0/1f-3} .d\phi_x$$

$$d\phi_x = \mu_o H_x dx$$

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi x} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{x^{0/1f-4}}{r^{0/1f-3}}\right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{int} = \frac{\mu_o I}{2\pi r^{0/2f-6}} \int_0^r x^{0/2f-v} dx = \frac{\mu_o I}{2(0/2f-6)\pi}$$

$$\Rightarrow L_{int} = \frac{\lambda_{int}}{I} = \frac{\mu_o}{\pi(0/4f-12)}$$

2- گزینه‌ی «1» صحیح است.

$$L_a = 0/2Ln\frac{GMD}{GMR}\ \frac{mH}{km}$$

$$GMD = D = \sqrt{2}m$$

با توجه به این‌که هادی‌ها استوانه‌ای توخالی هستند فاقد شار داخلی هستیم و در نتیجه عبارت $e^{-\frac{1}{4}}$ در شعاع هادی ضرب نخواهد شد.

$$GMR = \sqrt{rd} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{13}\right)} = \frac{1}{\sqrt{39}}$$

$$\Rightarrow L_a = 0/2Ln\frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{39}}} = 0/2Ln\sqrt{78} = 0/1Ln78\left(\frac{mH}{km}\right)$$

3- گزینه‌ی «4» صحیح است.

ابتدا رابطهٔ مربوط به شارهای هر هادی را می‌نویسیم.

در نتیجه گزینه‌ی «1» صحیح می‌باشد. حال می‌توان از رابطهٔ $I_2 = I_3 = -\frac{1}{2}I_1$ و جای‌گذاری جریان‌ها به روابط دیگری رسید. راه بهتر این است که ابتدا تمام روابط برحسب یکی از جریان‌ها بازنویسی کنیم، سپس هر گزینه را نیز برحسب همان جریان مربوطه بنویسیم. در اینجا، I_2 را انتخاب می‌کنیم:

$$\begin{cases}\lambda_1 = 2\times10^{-7}\left\{I_2 Ln\dfrac{r'^2}{D.2D}\right\} = 2\times10^{-7} I_2 Ln\dfrac{r'^2}{2D^2}\\ \lambda_2 = 2\times10^{-7}\left\{I_2 Ln\dfrac{D^2}{Dr'}\right\} = 2\times10^{-7} I_2 Ln\dfrac{D}{r'}\\ \lambda_3 = 2\times10^{-7}\left\{I_2 Ln\dfrac{4D^2}{D.r'}\right\} = 2\times10^{-7} I_2 Ln\dfrac{4D}{r'}\end{cases}$$

در گزینه‌ی «2» داریم:

$$\begin{cases}\lambda_1 = 2\times10^{-7}\left\{I_2 Ln\dfrac{1}{r'} + I_2 Ln\dfrac{1}{2D^2}\right\} = 2\times10^{-7} Ln\dfrac{r'^2}{2D^2}\\ \lambda_2 = 2\times10^{-7}\left\{0 + I_2 Ln\dfrac{D}{r'} + 0\right\} = 2\times10^{-7} Ln\dfrac{D}{r'}\\ \lambda_3 = 2\times10^{-7}\left\{I_1 Ln\dfrac{1}{2D} + I_2 Ln\dfrac{1}{D} + I_3 Ln\dfrac{1}{r'}\right\} = 2\times10^{-7} Ln\dfrac{4D}{r'}\end{cases}$$

بنابراین گزینه‌ی «2» نیز می‌تواند در رابطهٔ $[\lambda]=[L][I]$ به‌کار رود.

با تکرار همین روند برای گزینه‌ی «3» نیز به این نتیجه می‌رسیم که این ماتریس هم قابل قبول است.

در گزینه‌ی «4» برای هادی سوم خواهیم داشت:

$$\lambda_3 = 2\times10^{-7}\left\{I_1 Ln\frac{1}{2D} + I_2 Ln\frac{1}{D} + I_3 Ln\frac{D}{r'}\right\} = 2\times10^{-7} I_2 Ln\frac{4D^2}{r'}$$

که غیرقابل قبول است. بنابراین گزینه‌ی«4» نمی‌تواند به عنوان ماتریس اندوکتانس این خط در نظر گرفته شود.

4- گزینه‌ی «3» صحیح است.

$$r' = r.e^{-\frac{1}{4}} = e^{-\frac{5}{4}}$$

در حالت ترانسپوز نشده اندوکتانس برابر خواهد بود با:

$$L_b = 2\times10^{-7} Ln\frac{D}{r'} = 2\times10^{-7} Ln\frac{e^{\frac{6}{8}}}{e^{-\frac{5}{4}}} = 2\times10^{-7} Lne^2 = 2\times10^{-7}(2)\left(\frac{H}{m}\right)$$

در حالت ترانسپوز شدن اندوکتانس برابر خواهد بود با:

$$L_b = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{\sqrt[3]{D^3\sqrt{2}}}{r'} = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{D\times 2^{\frac{1}{6}}}{r'}$$

$$= 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{e^{\frac{6}{8}}.2^{\frac{1}{6}}}{e^{-\frac{5}{4}}} = 2\times10^{-7}\left(\mathrm{Lne}^2 + \frac{1}{6}\mathrm{Ln}2\right)$$

$$= 2\times10^{-7}(2+0/11) = 2\times10^{-7}(2/11)\left(\frac{H}{m}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{L_{b_2}}{L_{b_1}} = \frac{2/11}{2} = 1/055$$

5- گزینه‌ی «2» صحیح است.

هر چند تمام چهار گزینه از مزایای باندل شدن هستند، اما کاهش شدت میدان الکتریکی در اطراف هادی‌ها مهم‌ترین انگیزه باندل کردن خطوط می‌باشد.

6- گزینه‌ی «4» صحیح است.

در خط سه‌فاز نشان داده شده سیم چهارم وجود ندارد. لذا چه در حالت جریان متعادل و چه در حالت جریان نامتعادل رابطهٔ $I_a + I_b + I_c = 0$ برقرار است، لذا می‌توان برای هر فاز نوشت:

$$L_a = 2\times10^{-7}\,\mathrm{Ln}\frac{D}{D_s} = L_b = L_c$$

توالی فازها تأثیری برروی اندوکتانس ندارد لذا اندوکتانس هر فاز فقط به پارامترهای D_s, D مرتبط می‌شود.

7- گزینه‌ی «4» صحیح است.

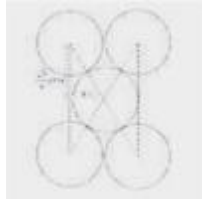
اندوکتانس فاز A و B به ترتیب برابرند با:

$$\lambda_A = 2\times10^{-7}\left(I_a \mathrm{Ln}\frac{1}{D_s} + I_b \mathrm{Ln}\frac{1}{D} + I_c \mathrm{Ln}\frac{1}{2D}\right)$$
$$= 2\times10^{-7} I_a\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{D_s} + a^2\mathrm{Ln}\frac{1}{D} + a\mathrm{Ln}\frac{1}{2D}\right)$$
$$\Rightarrow L_A = 2\times10^{-7}\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{D_s} + a^2\mathrm{Ln}\frac{1}{D} + a\mathrm{Ln}\frac{1}{2D}\right) = 2\times10^{-7}\left(\mathrm{Ln}\frac{1}{D_s} + a^2\mathrm{Ln}\frac{1}{D} + a\mathrm{Ln}\frac{1}{D} + a\mathrm{Ln}\frac{1}{2}\right)$$
$$= 2\times10^{-7}\left(\mathrm{Ln}\frac{D}{D_s} + a\mathrm{Ln}\frac{1}{2}\right)$$
$$L_B = 2\times10^{-7}\mathrm{Ln}\frac{D}{D_s}$$
$$\Rightarrow L_A - L_B = 2\times10^{-7}\left(a\mathrm{Ln}\frac{1}{2}\right) = -2\times10^{-7} a\mathrm{Ln}2$$

8- گزینه‌ی «2» صحیح است.

چهار هادی بالایی و پایینی دقیقاً وضعیت یکسانی دارند.

روابط مربوط به GMR برای این هادی‌ها به‌صورت زیر است:



$$GMR = \sqrt[25]{(re^{-\frac{1}{4}}.2r.2r.4r.2\sqrt{3}r)^4 (re^{-\frac{1}{4}}.2r.2r.2r.2r)}$$
$$= \sqrt[25]{r^{25}.2^{24}.3^2.e^{-\frac{1}{2}}} = r.2^{\frac{24}{25}}.3^{\frac{2}{25}}.e^{-\frac{1}{50}}$$

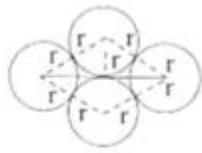
9- گزینه‌ی «4» صحیح است.

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{1}{I}(L_a I_a + L_b I_b) = \frac{1}{I}(L_a I - L_b I) = L_a - L_b$$
$$= 2\times10^{-7}\left(\mathrm{Ln}\frac{D_{ad}}{D_{ac}} - \mathrm{Ln}\frac{D_{bd}}{D_{bc}}\right) = 2\times10^{-7}\mathrm{Ln}\frac{D_{ad}D_{bc}}{D_{bd}D_{ac}} \qquad I_a = I_b$$
$$D_{ad} = D_{bc} \quad , \quad D_{bd} = D_{ac}$$
$$\Rightarrow L = 4\times10^{-7}\mathrm{Ln}\frac{D_{ad}}{D_{ac}}$$

10- گزینه‌ی «3» صحیح است.

در هادی ابتدا و انتها وضعیت یکسان و دو هادی وسط نیز وضعیت یکسان دارند.

فاصله دو هادی انتهائی از یکدیگر برابر است با: $2\sqrt{(2r)^2-r^2}=2\sqrt{3}r$



$$\Rightarrow GMR=\sqrt[16]{\left(r'.2r.2r.2r\right)^2\left(r'.2r.2r.2\sqrt{3}r\right)^2}=\sqrt[8]{r^8.2^6.3^{\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}}}$$

$$=r.\underset{1/68}{2^{\frac{3}{4}}}.\underset{1/44}{3^{\frac{1}{16}}}.e^{-\frac{1}{16}}=1/69r$$

11- گزینه‌ی «2» صحیح است.

12- گزینه‌ی «1» صحیح است.

13- گزینه‌ی «1» صحیح است.

$$C_y=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{GMD}{GMR_c(y)}}$$

$$GMD=\sqrt[3]{D.D.2D}=D\sqrt[3]{2}$$

$$GMR_c(y)=\sqrt[9]{(r.2D.3D)(r.D.2D)(r.D.3D)}=\sqrt[9]{r^2D^6.36}$$

$$C_y=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{D.2^{\frac{1}{3}}}{r^{\frac{1}{3}}.D^{\frac{2}{3}}.36^{\frac{1}{9}}}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{D^{\frac{1}{3}}.2^{\frac{1}{3}}}{r^{\frac{1}{3}}(36)^{\frac{1}{9}}}}=\frac{6\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{2D}{r\sqrt[2]{36}}}$$

14- گزینه‌ی «1» صحیح است.

$$L=\frac{\mu_o}{2\pi}Ln\frac{GMD}{GMR}=\frac{\mu_o}{2\pi}Ln\frac{D\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{e^{\frac{3}{4}}.e^{-\frac{1}{4}}.e^4}}=\frac{\mu_o}{2\pi}Ln\frac{D\sqrt[3]{2}}{e^{\frac{3}{2}}}$$

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{D\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\frac{3}{e^4}.e^4}}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{D\sqrt[3]{2}}{\frac{19}{e^{12}}}}$$

$$\Rightarrow LC=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Ln\frac{D\sqrt[3]{2}}{\frac{3}{2}}}{Ln\frac{D\sqrt[3]{2}}{\frac{19}{e^{12}}}}=\frac{\left\{LnD+\frac{1}{3}Ln2-\frac{3}{2}\right\}}{\left(9\times10^{16}\right)\left[LnD+\frac{1}{3}Ln2-\frac{19}{12}\right]}=\frac{LnD-\frac{5}{4}}{LnD-\frac{4}{3}}=\frac{7}{6}\times10^{-17}$$

$$\Rightarrow\frac{LnD-\frac{5}{4}}{LnD-\frac{4}{3}}=\frac{21}{20}$$

$$\Rightarrow LnD=3\Rightarrow D=e^3$$

15- گزینه‌ی «1» صحیح است.

$$Ln\frac{GMD}{GMR_C}=Ln\frac{D\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}=LnD=Ln3e^2=2+Ln3=3/1$$

$$\frac{1}{3}Ln\frac{h12h_{13}h_{23}}{h_{11}h_{22}h_{33}}=\frac{1}{3}Ln\frac{\left(5e^2\right)\left(\sqrt{52}e^2\right)\left(5e^2\right)}{\left(4e^2\right)\left(4e^2\right)\left(4e^2\right)}=\frac{1}{3}Ln\frac{25\sqrt{52}}{4^3}$$

$$=\frac{1}{3}\left[2Ln5+\frac{1}{2}Ln4+\frac{1}{2}Ln13-6Ln2\right]=\frac{1}{3}\left[3/2+0/7+1/1-4/2\right]=0/3$$

$$\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{3/1-0/31}{3/1}=0/9$$

16- گزینه‌ی «4» صحیح است.

$$C_1=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{GMD}{GMR_C}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{D\sqrt[3]{2}}{r}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{2+\frac{1}{3}(0/7)-0/23}\cong\pi40$$

$$C_2=\frac{2\pi\varepsilon_o}{2-\frac{1}{3}Ln\frac{(2h+D)(2h+2D)(2h+3D)}{(2h)(2h+2D)(2h+4D)}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{2-\frac{1}{3}\left[\left(\frac{99}{80}\right)\right]}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{2-0/4125}$$

$$\Rightarrow\frac{C_1}{C_2}=\frac{2-0/4125}{2}\cong0/79\approx0/8$$

17- گزینه‌ی «3» صحیح است.

ظرفیت در لحظهٔ t برابر است با:

$$C(t)=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{GMD}{GMR_C}}=\frac{2\pi\varepsilon_o}{Ln\frac{2hd}{r\sqrt{4h^2+d^2}}}$$

$$h=v.t$$

$$\Rightarrow c^{-1}(t) = \frac{\operatorname{Ln}\dfrac{2dvt}{r\sqrt{d^2+4v^2t^2}}}{2\pi\varepsilon_o}$$

$$\Rightarrow \frac{dc^{-1}}{dt} = \frac{1}{\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{r\sqrt{d^2+4v^2t^2}}{2dvt}\cdot\frac{(2dv)(r)\left(\sqrt{d^2+4v^2t^2}\right)-(2dvt)\left(\dfrac{4v^2t}{\sqrt{d^2+4v^2t^2}}\right)}{\left(r\sqrt{d^2+4v^2t^2}\right)}$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{(2dvr)\left(\dfrac{d^2}{\sqrt{d^2+4v^2t^2}}\right)}{(2dvt)\left(r\sqrt{d^2+4v^2t^2}\right)} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{d^2}{t\left(d^2+4v^2t^2\right)}$$

فصل چهارم - مدل و عملکرد خط انتقال

4-1) مقدمه

خطوط انتقال انرژی الکتریکی از اجزاء یک سیستم به هم پیوسته می‌باشند و برای تعیین جریان‌های، ولتاژها، قدرت‌ها، افت ولتاژها، تلفات و دیگر کمیت‌های خطوط باید سیستم به هم پیوسته را حل نمود. خطوط انتقال توسط مدار معادل و با پارامترهای مناسب براساس هر فاز نمایش داده می‌شود و از آن‌جا که خطوط انتقال انرژی معمولاً بارهای سه‌فاز متعادل را تغذیه می‌کنند، سیستم سه‌فاز به سیستم معادل یک‌فاز کاهش می‌یابد.

مدل به کار گرفته شده برای محاسبه ولتاژها، جریان‌ها و پخش توان‌ها به «طول خط» بستگی دارد که این مدل‌ها به سه دسته کوتاه، متوسط و بلند تقسیم می‌شوند. خطوطی که طول آن‌ها:

1- کمتر از 80km می‌باشد خطوط کوتاه 2- بین 80km تا 240km خطوط متوسط

3) بیش‌تر از 240km خطوط بلند نامیده می‌شوند.

برای تشخیص مقدار پارامترها در واحد طول و کل خط از علائم اختصاری استفاده می‌کنیم:

امپدانس سری هر فاز در واحد طول $z =$

ادمیتانس موازی هر فاز در واحد طول $y =$

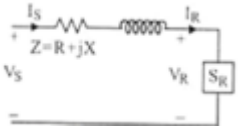
طول خط انتقال $\mathbf{l} =$

امپدانس سری هر فاز $Z = z.\mathbf{l}$

ادمیتانس موازی هر فاز $Y = y.\mathbf{l}$

4-2) مدل خط کوتاه

همان‌طور که اشاره شد اگر طول خط کم‌تر از 80km باشد، خط کوتاه است و در این نوع خطوط از ادمیتانس مربوط به کاپاسیتانس خط در فرکانس 50HZ صرف‌نظر می‌شود و مدار معادل چنین خطی در شکل (4-1) ارائه شده است. در این شکل I_s , V_s ولتاژ و جریان سمت فرستنده و I_r , V_r ولتاژ و جریان سمت گیرنده می‌باشد.



شکل (۱-۴)

مقادیر V_r , V_s ولتاژهای یک فاز نسبت به نقطه خنثی می‌باشند.

امپدانس سری خط : $Z = (r + j\omega L) \times \mathbf{l}$

$= R + jX$

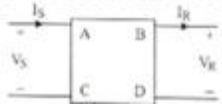
ولتاژ فاز در ابتدای خط برابر است با:

$$V_S = V_R + ZI_R$$

و چون از خازن خط چشم‌پوشی شده است جریان ابتدا و انتهای خط برابر می‌باشد.

$$I_S = I_R$$

خط انتقال معمولاً با یک شبکه دو قطبی مدل می‌شود مطابق شکل (2-4) و روابط مربوط به پارامترهای خط با ثابت‌های ماتریس انتقال که ABCD نامیده می‌شوند نشان داده می‌شود. توصیه می‌شود دانشجویان ماتریس انتقال در درس مدار و خواص آن را به خوبی یاد بگیرند حه. کمک شایانی د. این فصل خواهد کرد.



شکل ۲ـ۴

$$V_S = AV_R + BI_R$$
$$I_S = CV_R + DI_S$$
$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

بنابراین برای خط انتقال کوتاه داریم:

$$A = 1 \quad B = Z \quad C = 1 \quad D = 0$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$ ماتریس انتقال خط کوتاه

درصد تنظیم ولتاژ یک خط از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\%VR = \frac{|V_{ro}| - |V_r|}{|V_r|} \times 100$$

در این رابطه $|V_{ro}|$ ولتاژ انتهی خط در بی‌باری و $|V_r|$ ولتاژ انتهای خط در بار کامل می‌باشد. در بی‌باری

$|V_S| = A|V_{r_0}|, I_R = 0$ می‌باشد.

پس داریم: $|V_{ro}| = \frac{|V_s|}{A}$ پس در مدل خط کوتاه که $A = 1$ می‌باشد، «درصد تنظیم ولتاژ برابر خواهد بود با»:

$$\%V.R = \frac{|V_S| - |V_R|}{|V_r|} \times 100$$

نکته 1: تنظیم ولتاژ معیاری از افت ولتاژ خط بوده و به ضریب قدرت بار بستگی دارد، برای بار با ضریب قدرت پس‌فاز تنظیم ولتاژ مثبت و برای بارهای خازنی تنظیم ولتاژ منفی خواهد بود.

نکته 2: بهبودی تنظیم ولتاژ (کاهش تنظیم ولتاژ) با افزاش ضریب توان در حالت پس‌فاز شروع شده و در وضعیت پیش‌فازی به صفر می‌رسد.

نکته مهم: تنظیم ولتاژ خط در مدل خط کوتاه از رابطه زیر نیز حاصل می‌شود:

$$|V_S| = |V_r| + |I|(R\cos\varphi \pm \sin\varphi)$$

که X, R مربوط به امپدانس سری خط و $\cos\varphi$ ضریب قدرت بار می‌باشد. علامت مثبت برای بارهای پس‌فاز و علامت منفی برای بارهای پیش‌فاز می‌باشد.

سؤال: در شبکه سه‌فاز شکل مقابل $R = \frac{10\Omega}{\text{phase}}$, $X = 40\frac{\Omega}{\text{phase}}$ و از ظرفیت خازنی خط صرف‌نظر شده است. افت ولتاژ خط چند درصد است؟

$(V = 100^{KV}, S = 50MVA, \cos\varphi = 0/8 lag)$

1) ٪8

2) ٪19

3) ٪16

4) ٪24

حل: چون از خازن خط صرف‌نظر شده است پس مطابق تعریف خط کوتاه می‌باشد.

$$|I_R| = \frac{|S_R|}{3|V_R|} = \frac{50\times10^6}{3\times\frac{100}{\sqrt{3}}\times10^3} = \frac{500}{\sqrt{3}}$$

$$V_R = \frac{100KV}{\sqrt{3}}$$

$$V_S = V_R + ZI_R \Rightarrow |V_S| - |V_R| \models |I|(R\cos\varphi + X\sin\varphi) = \frac{500}{\sqrt{3}} \times 32$$

راه‌حل این تست از فرمول اصلی افت ولتاژ وقت‌گیر بوده و هدف طراح کنکور هم استفاده از فرمول فوق می‌باشد.

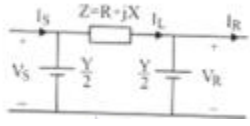
$$\%V.R = \frac{|V_S| - |V_R|}{|V_a|} = \frac{\frac{500}{\sqrt{3}} \times 32}{\frac{100}{\sqrt{3}} \times 1000} \times 100 = 16\%$$

3-4) مدل خط متوسط

با افزایش طول خط، جریان شارژینگ خط بیش‌تر شده و باید ظرفیت خازنی موازی را در نظر گرفت. برای خطوط با طول متوسط دو مدل T, π داریم:

الف) مدل π:

در مدل π نصف ظرفیت خازنی موازی به صورت متمرکز (فشرده) در دو طرف خط قرار می‌گیرد مطابق شکل (4-3):



شکل (۳-۴)

$$Y = (g + j\omega c)\mathbf{l}$$

در شرایط عادی، رسانایی (g) موازی که ناشی از جریان نشتی مقره‌ها و پدیده کرونا می‌باشد قابل چشم‌پوشی و g برابر صفر فرض می‌شود. برای به‌دست آوردن ثابت‌های خط انتقال داریم:

$$kcl = I_L = I_R + \frac{Y}{2}V_R$$
$$KVL: V_S = V_R + ZI_L$$

با جایگزینی I_L در $kv\mathbf{l}$ داریم:

$$V_S = V_R + Z(I_R + \frac{Y}{2}V_R) = (1 + \frac{ZY}{2})V_R + ZI_R$$

جریان ابتدای خط

$$I_S = I_L + \frac{Y}{2}V_S = Y(1+\frac{ZY}{4})V_R + (1+\frac{ZY}{2})I_R$$

بنابراین:

$$A = 1+\frac{YZ}{2}, B = Z, C = Y(1+\frac{ZY}{4}), D = 1+\frac{ZY}{2}$$

ماتریس انتقال خط متوسط:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{YZ}{2} & Z \\ Y(1+\frac{ZY}{4}) & 1+\frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

دانشجویان عزیز بهتر است روند kvl, kcl بازی برای به‌دست آوردن ثابت‌های خط انتقال را یاد بگیرند و تنها بـه حفـظ فرمول اکتفا نکنند زیرا گاهی اوقات نیاز به رفتن از راه اصلی می‌باشد.

نکته ۱: ماتریس خط انتقال یک ماتریس متقابل باشد یعنی دترمینان ماتریس برابر یک می‌باشد.

$$|T| = 1 = AD - BC = 1$$

نکته ۲: ماتریس خط انتقال یک ماتریس متقارن می‌باشد یعنی $A = D$

نکته ۳: روابط موجود بین در آرایه‌های ماتریس انتقال:

$$\begin{cases} 1)\ B = Z \\ 2)\ C = \frac{A^2 - 1}{B} \\ 3)\ Y = \frac{2(A-1)}{B} \end{cases}$$ (ادمیتاس خط انتقال)

نکته ۴: در حالتی که انتهای خط باز می‌باشد امپدانس مدار باز برابر است با:

$$\begin{matrix} V_S = AV_R + BI_R \\ I_S = CV_R + DI_R \end{matrix} \Rightarrow I_R = 0 \Rightarrow \begin{matrix} V_S = AV_R \\ I_S = CV_R \end{matrix},\ Z_{o.c} = \frac{V_S}{I_S} = \frac{A}{C}$$

و زمانی که انتهای خط اتصال کوتاه می‌باشد امپدانس اتصال کوتاه برابر است با:

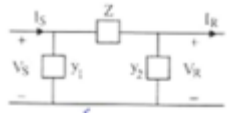
$$V_R = 0 \Rightarrow \begin{matrix} V_S = BI_R \\ I_S = DI_R \end{matrix} \Rightarrow Z_{s,c} = \frac{V_S}{I_S} = \frac{B}{D}$$

نکته مهم: امپدانس مشخصه به‌طور کلی واسطه هندسی بین امپدانس مـدار بـاز و اتصـال کوتـاه مـی‌باشـد. «امپـدانس

مشخصه در بخش بعدی معرفی خواهد شد.»

$$Z_c = \sqrt{Z_{o.c}.Z_{sc}} = \sqrt{\frac{A}{C}.\frac{B}{D}} \underset{A=D}{\Rightarrow} Z_c = \sqrt{\frac{B}{C}}$$

نکته: در یک ماتریس انتقال با مدل π مطابق شکل (4-4) داریم:



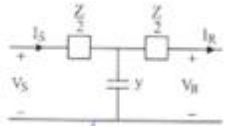
شکل ۴ـ۴

$$\begin{cases} Z = B \\ y_1 = \dfrac{D-1}{B} \ , \ \ y_2 = \dfrac{A-1}{B} \end{cases}$$

البته این نکته برای دانشجویان است که علاقه‌مند به فرمول می‌باشد در غیراین‌صورت راه حل اصلی در این‌گونه مسائل نیز چاره‌ساز می‌باشد.

ب) مدل T:

در این مدل کاپاسیتانس خط را در وسط خط به‌طور متمرکز در نظر می‌گیریم و اندوکتانس خط را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم مطابق شکل (4-5):



شکل (۵-۴)

با استفاده از kcl, kvl و برای جلوگیری از تکرار داریم:

$$\begin{cases} A = 1 + \dfrac{ZY}{2} \\ B = Z(1 + \dfrac{ZY}{4}) \\ C = Y \ , \quad D = 1 + \dfrac{ZY}{2} \end{cases} \Rightarrow T = \begin{bmatrix} 1 + \dfrac{ZY}{2} & Z(1 + \dfrac{ZY}{4}) \\ Y & 1 + \dfrac{ZY}{2} \end{bmatrix}$$

نکته: در رابطه با تنظیم ولتاژ خط چون $A = 1 + \dfrac{ZY}{2}$ می‌باشد پس باید در فرمول لحاظ شود پس داریم:

$$\%V.R = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_R|}{|V_R|} \times 100$$

نکته مهم: زمانی که دو ماتریس انتقال مطابق شکل (6-4) به‌طور متوالی پشت سر هم قرار می‌گیرند ماتریس انتقال کل از حاصل‌ضرب ماتریس‌های انتقال هر شبکه حاصل می‌شود:

شکل ۶-۴

$$T = T_1.T_2$$

سؤال: یک ناحیه توسط خط کوتاه که مدل تک‌فاز آن شکل زیر است تغذیه می‌گردد. برروی پایین این ناحیه یک خازن ثابت نصب است. کدام‌یک از روابط زیر صحیح است.

1) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+ZY & 1 \\ Z & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$

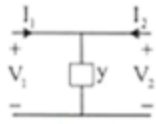
2) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+ZY & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+ZY & 1 \\ Y & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+ZY & Y \\ Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$

حل: سؤال بسیار ساده می‌باشد تنها باید ماتریس‌های انتقال را بیابیم.

به‌طور کلی ماتریس انتقال یک عنصر موازی به‌صورت مقابل است:



شکل (۷-۴)

$$T_1 : \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$T_2 : \text{ماتریس مدل خط کوتاه} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow T = T_1 \times T_2$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+ZY & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

نمونه: در یک خط انتقال بلند امپدانس دیده شده در ابتدای خط موقعی که انتهای خط باز است برابر است با عکس امپدانس دیده شده در ابتدای خط موقعی که انتهای خط اتصال کوتاه است. در این خط کدام‌یک از روابط زیر بین پارامترهای خط (عناصر ماتریس انتقال) برقرار است؟

1) $A+B=\frac{1}{A-B}$ 2) $A+B=\frac{1}{B-A}$ 3) $A=\sqrt{1-B^2}$ 4) $A=\sqrt{B^2-1}$

حل: طبق صورت سؤال $\frac{A}{C}=\frac{1}{\frac{B}{D}}=\frac{D}{B}$: بنابراین

$$\left.\begin{aligned} Z_{oc}&=\frac{1}{Z_{sc}}\\ Z_{oc}&=\frac{A}{C}\\ Z_{sc}&=\frac{B}{D}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

و چون ماتریس متقارن است $A=D$ می‌باشد:

$$\frac{A}{C}=\frac{D}{B},\overset{A=D}{\Rightarrow} B=C$$

و از تقابل ماتریس انتقال نتیجه می‌شود:

$$AD-BC=1\underset{B=C}{\overset{A=B}{\Rightarrow}} A^2-B^2=1$$

$$(A-B)(A+B)=1\Rightarrow A+B=\frac{1}{A-B}$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

نمونه: اگر تعدادی خازن سری با ثابت B_c، در وسط یک خط انتقال بلند، که ثابت‌های هر یک از دو قسمت آن مساوی و برابر ABCD است قرار گیرد ثابت B_{eq} معادل برای کل خط انتقال عبارت خواهد بود با:

1) $A^2+C(AB_c+B)$ 2) $BC+D(B_cC+D)$

3) $AB+D(AB_c+B)$ 4) $AC+C(B_cC+D)$

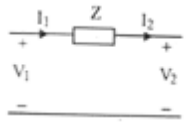
حل: در این‌گونه مسائل باید تعداد ماتریس‌های انتقال را تشخیص دهیم و سپس چون به‌صورت متوالی قرار گرفته‌اند به ترتیب در یکدیگر ضرب کنیم:

ماتریس سوم ماتریس دوم ماتریس اول

نیمه دوم خط خازن سری نیمه اول خط

ماتریس انتقال یک عنصر سری به‌طور کلی: (مطابق شکل (8-4))

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



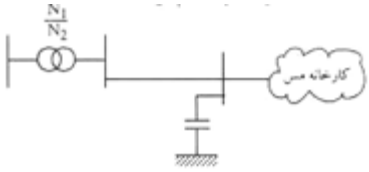
شکل (۸-۴)

چون صورت سؤال فقط در آیه B_{eq} را خواسته پس تنها همین در آیه را به‌دست می‌آوریم:

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & B_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & AB_c + B \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$
$$= AB + D(AB_c + B)$$

لذا گزینه‌ی «3» صحیح است.

سؤال: برای برق‌رسانی به یک کارخانه مس سیستم انتقال قدرت زیر طراحی شده است. خط انتقال قدرت به کار رفته، یک خط انتقال کوتاه با امپدانس Z است. با توجه به اینکه این کارخانه قصد دارد به جهت اصلاح ضریب توان از یک خازن با ادمیتانس Y در مدخل کارخانه استفاده کند، کدام‌یک از گزینه‌های زیر ماتریس T این سیستم می‌باشد؟



(1 $\begin{pmatrix} \frac{N_1}{N_2} + ZY\frac{N_1}{N_2} & Y\frac{N_1}{N_2} \\ Z\frac{N_1}{N_2} & \frac{N_2}{N_1} \end{pmatrix}$

(2 $\begin{pmatrix} \frac{N_1}{N_2} + ZY\frac{N_1}{N_2} & Z\frac{N_1}{N_2} \\ Y\frac{N_2}{N_1} & \frac{N_2}{N_1} \end{pmatrix}$

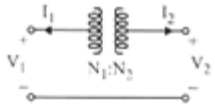
(3 $\begin{pmatrix} Z\frac{N_1}{N_2} + Y\frac{N_1}{N_2} & Z\frac{N_1}{N_2} \\ Y\frac{N_2}{N_1} & \frac{N_2}{N_1} \end{pmatrix}$

(4 $\begin{pmatrix} \frac{N_1}{N_2} + ZY\frac{N_2}{N_1} & Z\frac{N_2}{N_1} \\ Y\frac{N_1}{N_2} & \frac{N_2}{N_1} \end{pmatrix}$

حل: با نگاه به شکل متوجه خواهیم شد که سه ماتریس انتقال در شبکه موجود می‌باشد:

مطابق شکل (4-10)

$$1)\begin{cases}\frac{N_1}{N_2}=a\\ \frac{V_1}{V_2}=a\\ \frac{I_1}{I_2}=\frac{1}{a}\end{cases}\Rightarrow$$



شکل (۱۰-۴)

$$T_1=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & \frac{1}{a}\end{pmatrix}$$

2) خط کوتاه $T_2=\begin{bmatrix}1 & Z\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

3) خازن موازی $T_3=\begin{bmatrix}1 & 0\\ y & 1\end{bmatrix}$

$$\Rightarrow T=T_1\times T_2\times T_3$$

$$T=\begin{bmatrix}a & 0\\ 0 & \frac{1}{a}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & z\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ y & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a+aYZ & aZ\\ \frac{1}{a}Y & \frac{1}{a}\end{bmatrix}$$

با جایگزینی $a=\frac{N_1}{N_2}$، گزینه‌ی «2» صحیح است.

مثال: خط با ثابت‌های عمودی $\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}$ در اختیار است. برای بهبود عملکرد خط در دو انتهای خط راکتور شنت با راکتانس X_L می‌گذاریم. ثابت‌های جدید خط چیست؟

(1
$$\begin{bmatrix}A-j\frac{B}{X_L} & B\\ C-\frac{B}{X_L^2}-j\frac{C+B}{X_L} & C-\frac{jB}{X_L}\end{bmatrix}$$

(2
$$\begin{bmatrix}A-j\frac{B}{X_L} & B\\ C-\frac{B}{X_L^2}-j\frac{A+D}{X_L} & C-\frac{jB}{X_L}\end{bmatrix}$$

(3
$$\begin{bmatrix}A-j\frac{B}{X_L} & B\\ B-\frac{C}{X_L^2}-j\frac{A+D}{X_L} & C-\frac{jA}{X_L}\end{bmatrix}$$

(4
$$\begin{bmatrix}A-j\frac{B}{X_L} & B\\ C-\frac{B}{X_L^2}-\frac{jA+D}{X_L} & C-\frac{jA}{X_L}\end{bmatrix}$$

حل: با سیستمی مطابق شکل مقابل روبه‌رو هستیم، بنابراین 3 ماتریس انتقال داریم:

راکتور شنت موازی 1، خط انتقال 2، راکتور شنت موازی 3 در اینجا باید کمی دقت کنید زیرا ضرب 3 ماتریس در این مسئله وقت‌گیر خواهد بود اما درگزینه‌ها با به‌دست آوردن در آیه سوم می‌توان گزینه درست را تشخیص داد:

$$T=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\frac{j}{X_L} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\frac{j}{X_L} & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B\\ -\frac{jA}{X_L}+C & \frac{-j}{X_L}B+D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{-j}{X_L} & 1\end{bmatrix}$$

$$T=\begin{bmatrix}A-j\frac{B}{X_L} & B\\ C-\frac{B}{X_L^2}-j\frac{A+D}{X_L} & C-\frac{jA}{X_L}\end{bmatrix}$$

بنابراین گزینه‌ی «4» صحیح است.

سؤال: ثابت‌های مربوط به خط انتقال سه‌فاز بدون تلفاتی به‌صورت ABCD می‌باشد. اگر به دو طرف هر فاز خط انتقال خازن‌های سری با $\frac{X_c}{2}$ اضافه کنیم، ثوابت جدید انتقال چیست؟

$$\begin{bmatrix}A' & B'\\ C' & D'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{-jX_c}{2} & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{-jX_c}{2} & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix} \quad (1$$

$$\begin{bmatrix}A' & B'\\ C' & D'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{-jX_c}{2} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{-jX_c}{2} & 1\end{bmatrix} \quad (2$$

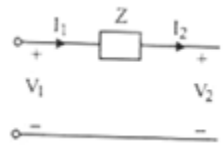
$$\begin{bmatrix}A' & B'\\ C' & D'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & \frac{-jX_c}{2}\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \frac{-jX_c}{2}\\ 0 & 1\end{bmatrix} \quad (3$$

$$\begin{bmatrix}A' & B'\\ C' & D'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & \frac{-jX_c}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & \frac{-jX_c}{2}\end{bmatrix} \quad (4$$

حل: ماتریس انتقال یک عنصری مطابق روبه‌رو برابر است با:

بنابراین ماتریس انتقال کل برابر است با:

$$T_1=\begin{bmatrix}1 & Z\\ 0 & 1\end{bmatrix}\rightarrow T_1=\begin{bmatrix}1 & \frac{-jX_c}{2}\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

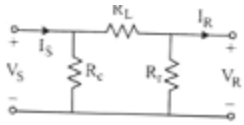


$$T'=T_1\times T\times T_2=\begin{bmatrix}1 & -jX_c\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \frac{-jX_c}{2}\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

گزینه‌ی «3» صحیح است.

سؤال: در یک سیستم انتقال مطابق شکل زیر ضرایب B,A در ماتریس انتقال چیست؟

$$\begin{cases}R_c=600\Omega\\ R_r=1k\Omega\\ R_L=80\Omega\end{cases}$$



1) $A=1/07, B=90\Omega$

2) $A=1/07, B=80\Omega$

3) $A=1/08, B=90\Omega$

4) $A=1/08, B=80\Omega$

حل: ابتدا با روش kvl, Kcl مسئله را حل کرده، سپس با استفاده از فرمول‌های گفته شده برای این‌گونه مسائل، جواب را تعیین می‌کنیم:

$$V_S=AV_R+BI_R$$

$$I_L=I_R+\frac{V_R}{R_r}$$

$$V_S=R_LI_L+V_R=R_L(I_R+\frac{V_R}{R_r})+V_R=(1+\frac{R_L}{R_r})V_R+R_LI_R$$

$$\begin{cases}A=1+\frac{R_L}{R_r}=1+\frac{80}{1000}=1/08\\ B=R_L=80\Omega\end{cases}$$

$$y_1=\frac{D-1}{B}\ ,\ y_2=\frac{A-1}{B}$$

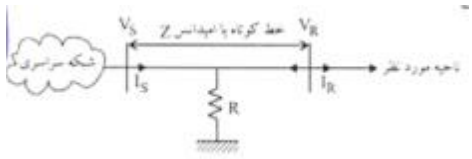
با استفاده از فرمول داریم:

$$Z = B \ , \frac{1}{R_c} = \frac{D-1}{B} \ , \ \frac{1}{R_r} = \frac{A-1}{B}$$

$$B = 80\Omega \ , \ \frac{1}{1000} = \frac{A-1}{180} \Rightarrow A = 1/08$$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

سؤال: یک ناحیه توسط خط انتقال انرژی سه‌فاز کوتاه که مدل تک‌فاز (perphase) آن در زیر آمده است، تغذیه می‌شود. در وسط خط یک بار مقاومتی (R) وصل می‌کنیم. کدام‌یک از روابط زیر صحیح است؟



1) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R+Z & Z(R+Z) \\ Z & R+Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+Z & Z(R+Z) \\ Z & R+Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{Z}{2R} & Z(\frac{1}{2}+\frac{Z}{4R}) \\ \frac{1}{R} & 1+\frac{Z}{2R} \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{Z}{2R} & Z(1+\frac{Z}{2R}) \\ \frac{1}{R} & 1+\frac{Z}{4R} \end{bmatrix}$

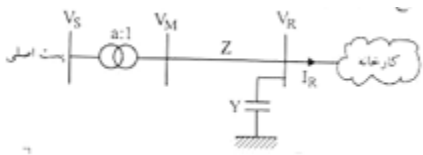
حل:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \ , \ T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \ , \ T_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{کل} \ \ T = T_1 \times T_2 \times T_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{Z}{2R} & Z(\frac{1}{2}+\frac{Z}{4R}) \\ \frac{1}{R} & 1+\frac{Z}{2R} \end{bmatrix}$$

گزینه‌ی «3» صحیح است.

نمونه: یک کارخانه توسط یک ترانس ایده‌آل با نسبت تبدیل a و یک خط کوتاه با امپدانس Z تغذیه شده و در مدخل کارخانه یک خازن با ادمیتانس Y جهت اصلاح ضریب توان نصب شده است، کدام رابطه صحیح است؟



1) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+YZ & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+YZ & Y \\ Z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+YZ & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+YZ & Y \\ Z & 1 \end{bmatrix}$

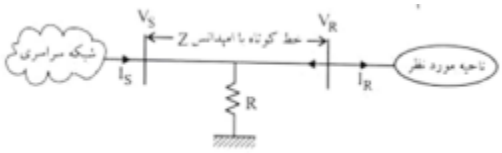
حل: ماتریس انتقال یک ترانس ایده‌آل برابر است با:

$$T_1 = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix}$$

کل $T = T_1 \times T_2 \times T_3 = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+YZ & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix}$

گزینه‌ی «3» صحیح است.

مثال: یک ناحیه توسط خط انتقال انرژی سه‌فاز کوتاهی که مدل تک‌فاز آن در زیر آمده است تغذیه می‌شود. در وسط خط یک بار مقاومتی با مقدار R متصل می‌گردد. اگر ولتاژ شبکه سراسری برابر $V_s = (\frac{5}{4}V_R + I_R) + j(\frac{V_R}{4} + \frac{5}{4}I_R)$ باشد، آن‌گاه امپدانس خط Z برابر است با:



1) $1 + j0/5$

2) $0/5 + j0/5$

3) $0/5 + j1$

4) $2 + j2$

حل:

$$V_s = AV_R + BI_R \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{5}{4} + j\frac{1}{4} \\ B = 1 + j\frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\text{کل } T = \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+\frac{Z}{2R} & Z\left(\frac{1}{2}+\frac{Z}{4R}\right) \\ \frac{1}{R} & 1+\frac{Z}{2R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{Z}{2R} & Z(\frac{1}{2}+\frac{Z}{4R}) \\ \frac{1}{R} & 1+\frac{Z}{2R} \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{5}{4} + j\frac{1}{4} = 1 + \frac{Z}{2R} \quad , \quad B = 1 + j\frac{5}{4} = Z\left(\frac{1}{2} + \frac{Z}{4R}\right)$$

$$Z = r + jx \Rightarrow A = 1 + \frac{r+jx}{2R} = \frac{5}{4} + j\frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} 1 + \frac{r}{2R} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{r}{2R} = \frac{1}{4} \\ \frac{x}{2R} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

بنابراین گزینه 1 و 3 نادرست است.

$$\Rightarrow r = x$$

$$B = 1 + j\frac{5}{4} = (r+jx)\left(\frac{1}{2} + \frac{r+jx}{4R}\right)$$

$$\begin{cases} 1 = \frac{r}{2} + \frac{r^2}{4R} - \frac{x^2}{4R} \overset{x=r}{\Rightarrow} 1 = \frac{r}{2} \Rightarrow \begin{cases} r = 2 \\ x = 2 \end{cases} \\ \frac{5}{4} = \frac{x}{2} + \frac{xr}{4R} \end{cases}$$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

سؤال: پارامترهای یک خط انتقال به قرار زیر می‌باشند:

$$A = 1\angle 0 \quad , \quad B = 40\angle 90 \quad , \quad C = 0/003\angle 90^\circ$$

در صورتی که یک مقاومت 10 اهمی به‌صورت سری فرستنده اضافه گردد، پارامتر A خط معادل چقدر خواهد شد؟ (سراسری 88)

1) $1 - j0/03$ 2) $1 + j0/03$ 3) $1 - j0/3$ 4) $1 + j0/3$

حل: پارامتر A ماتریس انتقال کل برابر است با:

$$T = T_1 \times T_2 = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1\angle 0 & 40\angle 90^\circ \\ 0/003\angle 90 & 1\angle 0 \end{bmatrix}$$

کل $A = 1 + j0/03$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

نکته مهم: همان‌طور که می‌دانیم جریان شارژینگ خط در حالت بی‌باری از خازن خط عبور می‌کند این جریان برحسب پارامترهای ABCD برای مدل π برابر می‌باشد با:

مدل π:

$$I_{s,charge} = \frac{2(A-1)}{AB}$$

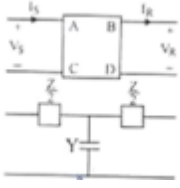
و برای مدل T با توجه به شکل (9-4)

شکل (۹-۴)

$$I_{s,charge} = I_s\big|_{I_R=0} = YV_R$$

$$\begin{cases} V_s = AV_R \\ A = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \end{cases} \text{در حالت بی‌باری} \Rightarrow I_{s,charge} = \frac{Y}{1 + \frac{YZ}{2}} V_s$$

مثال: یک خط انتقال انرژی سه‌فاز متعادل به طول ۱۵۰km مفروض است (شکل زیر) اگر کل امپـدانس سـری خط Zو کل ادمیتانس خازنی آن Y باشد (برحسب $\frac{\Omega}{\text{Phase}}$، $\frac{\text{زیمنس}}{\text{Phase}}$) جریان شارژ خط چیست؟



شکل (۱۰ـ۴)

1) $I_{s,charge} = ZV_R (1 + 0/5YZ)^{-1}$

2) $I_{s,charge} = YV_S (1 + 05YZ)^{-1}$

3) $I_{s,charge} = ZV_S (1 + 0/5YZ)^{-1}$

4) $I_{s,charge} = YV_R (1 + 0/5YZ)^{-1}$

حل: طبق نکته گفته شده جریان شارژ برای مدل T:

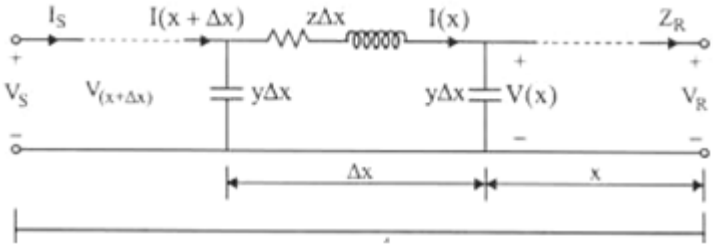
$$I_{s,clorge} = YV_S\left(1+0/5YZ\right)^{-1}$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

4-4 مدل خط بلند

در یک خط انتقال بلند نمی‌توان پارامترها را به‌صورت متمرکز درنظر گرفت در چنین خطوطی پارامترها به‌صورت یکنواخت در طول خط پخش شده‌اند و ولتاژ و جریان باید برای هر نقطه خط به‌دست آید.

شکل (4-11) مدار معادل یک فاز خط انتقال بلند به طول L کیلومتر را نشان می‌دهد.



شکل ۱۱-۴

قسمت خیلی کوچکی از این خط به طول Δx را در فاصله x از انتهای خط درنظر بگیرید از قانون ولتاژ داریم:

$$V\left(x+\Delta x\right) = V\left(x\right) + z\Delta x I\left(x\right)$$

یا:

$$\frac{V\left(x+\Delta x\right)-V\left(x\right)}{\Delta x} = zI\left(x\right)$$

با گرفتن حد وقتی که $\Delta x \to 0$، خواهیم داشت:

$$\frac{dV\left(x\right)}{dx} = zI\left(x\right) \qquad (1)$$

و به همین ترتیب برای جریان داریم:

$$\frac{dI\left(x\right)}{dx} = yV\left(x\right) \qquad (2)$$

باز مشتق‌گیری از رابطه اول و جایگزینی در رابطه دوم داریم:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2}=\frac{zdI(x)}{dx}=zyV(x)$$

با فرض تساوی زیر:

$$\gamma^2=zy$$

خواهیم داشت:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2}-\gamma^2V(x)=0$$

فرمول مهم:

$$V(x)=A_1e^{\gamma x}+A_2e^{-\gamma x}$$

و با حل این معادله داریم:

در آن γ ثابت انتشار نامیده شده و با عبارت مختلط زیر بیان می‌گردد:

$$\gamma=\alpha+jB=\sqrt{zy}=\sqrt{(r--+j\omega L)(g+j\omega C)}$$

قسمت حقیقی α «ثابت تضعیف» و مؤلفه موهوی β «ثابت فاز» نامیده می‌شوند. مؤلفه β بر حسب رادیـان در واحـد طول می‌باشد.

و برای جریان داریم:

$$I(x)=\frac{1}{z}\frac{dV(x)}{dx}=\sqrt{\frac{y}{z}}\left(A_1e^{\gamma x}-A_2e^{-\gamma x}\right)$$

فرمول مهم

$$I(x)=\frac{1}{Z_c}\left(A_1e^{\gamma x}-A_2e^{-\gamma x}\right)$$

تعریف: Z_c امپدانس مشخصه نامیده شده و عبارتست از:

$$Z_c=\sqrt{\frac{z}{y}}$$

پس از بررسی بیشتر معادلات به فرمول‌های مهم هیپربولیکی زیر می‌رسیم:

$$V(x) = \cosh \gamma x V_R + Z_c \sinh \gamma x I_R$$
$$I(x) = \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma x V_R + \cosh \gamma x I_R$$

و از آنجا که ولتاژ و جریان ابتدای خط را می‌خواهیم $x = \mathbf{l}$ را درنظر می‌گیریم و داریم:

$$I(x = \mathbf{l})$$

دقت کنید L کل طول خط می‌باشد.

$$I(x = \lambda) = I_s \quad , \quad V(x = \mathbf{l}) = V_{\backslash s}$$

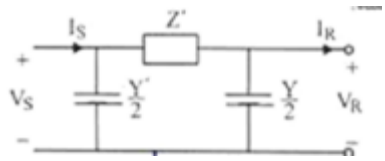
پس داریم:

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \qquad \left\{ \begin{array}{ll} A = \cosh \gamma \mathbf{l} & B = Z_c \sinh \gamma \mathbf{l} \\ C = \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma \mathbf{l} & D = \text{chosh} \gamma \mathbf{l} \end{array} \right\}$$

توجه: دقت داشته باشیم که در اینجا هم $A = D$ و $AD - BC = 1$ می‌باشد.

نتیجه‌گیری مهم: برای تعیین مدار معادل یک خط انتقال بلند، یک مدال π مشابه شکل (12-4) را درنظر می‌گیریم، با این تفاوت که به جای Z از Z' و به‌جای Y و Y' استفاده می‌نمائیم. Z' و Y' به ترتیب امپدانس سری و ادمیتانس موازی خط انتقال می‌باشند.

$$V_s = \left(1 + \frac{Z'Y'}{2}\right) V_R + Z' I_R$$



شکل (۱۲-۴)

مقایسه این روابط با روابی هیپوبولیکی مشخص می‌کند که:

$$\boxed{\begin{array}{l} Z' = Z_c \sinh \gamma \mathbf{l} \\ \frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma \mathbf{l}}{2} \end{array}}$$

(Y' به راحتی از روی فرمول‌های هیپولیکی حاصل می‌شود (اثبات آن به عهده‌ی خوانندگان عزیز)

نکته مهم: روابط بین امپدانس مشخصه و ثابت انتشار به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} \gamma Z_c = \sqrt{zy} \times \sqrt{\dfrac{z}{y}} = z \quad \text{یا} \quad Z_c = \dfrac{z.\mathbf{l}}{\gamma.\lambda} = \dfrac{Z}{\gamma.\lambda} \\ \dfrac{\gamma}{Z_c} = \dfrac{\sqrt{zy}}{\sqrt{\dfrac{z}{y}}} = y \quad \text{یا} \quad \dfrac{1}{Z_c} = \dfrac{y}{\gamma} = \dfrac{y.\mathbf{l}}{\gamma.\mathbf{l}} = \dfrac{Y}{\gamma.\mathbf{l}} \end{cases}$$

$\mathbf{l}$ طول خط می‌باشد.

روابط بالا را به‌خاطر داشته باشید.

پس با توجه به نکته بالا می‌توان Y', Z' را بدین صورت نوشت:

$$Z' = Z_c \sinh \gamma = Z \frac{\sinh \gamma \mathbf{l}}{\gamma \mathbf{l}}$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh \gamma \mathbf{l} = \frac{Y}{2} \frac{\tanh \frac{\gamma \mathbf{l}}{2}}{\frac{\gamma \mathbf{l}}{2}}$$

نتیجه: با مفاهیم زیر آشنا شدیم:

1- ثابت انتشار (γ):

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z.Y}$$

که α ثابت تضعیف و β ثابت فاز بر حسب رادیان برمتر می‌باشد.

2- امپدانس مشخصه (Z_c):

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}}$$

3- فرمول‌های ولتاژ و جریان در هر نقطه‌ی خط:

$$V(x) = A_1 e^{\alpha x} e^{j\beta x} + A_2 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_c} \frac{dv_x}{dx} = \frac{1}{Z_c} (A_1 e^{\gamma x} - A_2 e^{-\gamma x})$$

نکته: اگر ثابت فاز در بازه‌های زیر باشد باید برای طول خط از متر یا کیلومتر استفاده شود دقت کنید:

واحد x کیلومتر $\rightarrow$ واحد β اگر $10^{-3} < \beta < 10^{-6}$ $\rightarrow rad/km$

واحد x متر $\rightarrow$ واحد β اگر $10^{-6} < \beta < 10^{-5}$ $\rightarrow rad/km$

خط انتقال بلند بدون تلفات

با چشم‌پوشی از تلفات خط، یعنی $r=0, g=0$ قسمت حقیقی ثابت انتشار $\alpha=0$ بوده و ثابت فاز از رابطه روبه‌رو حاصل می‌شود:

$$\beta = \sqrt{z.y} = \sqrt{(\omega L)(\omega C)} = \omega\sqrt{LC}$$

و همچنین امپدانس مشخصه اهمی خالص بوده و از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

که به این امپدانس، امپدانس موجی می‌گویند.

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

و ماتریس انتقال خط بلند به‌صورت زیر می‌شود:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\beta x & jZ_c \sin\beta x \\ j\frac{1}{Z_c}\sin\beta x & \cos\beta x \end{bmatrix}$$

دقت شود که:

$$\begin{pmatrix} \cosh j\beta x = \cos\beta x \\ \sinh j\beta x = j\sin\beta x \end{pmatrix}$$

مثال: در یک خط بلند بدون تلفات $V(x) = 3\times10^5 e^{j10^{-5}\pi x} + 10^5 e^{-j10^{-5}\pi x}$ اگر طول خط ۴۰۰km و امپدانس مشخصه آن نیز ۴۰۰ اهم باشد مطلوبست (I_s) را تعیین کنید؟

حل: نمی‌توان از ماتریس انتقال استفاده کرد چون I_R را نداریم، پس از فرمول اصلی استفاده می‌کنیم داریم:

$$V(x)|_{x=0} = V_R$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_c}\frac{dV_{(x)}}{dx} = \frac{1}{Z_c}(A_1 e^{+jBx} - A_2 e^{-jBx})$$

$$I(x) = \frac{1}{400}(3\times10^5 e^{j10^{-5}\pi x} - 10^5 e^{-j10^{-5}x})$$

چون $\beta = 10^{-5}$ می‌باشد پس در بازه $10^{-6} < \beta < 10^{-5}$ می‌باشد پس x برحسب متر می‌باشد:

$$x = 400\times10^3 = 4\times10^5 m$$

$$I_s = |_{x=l} = \frac{1}{400}(3\times10^5 e^{+j4\times10^5 10^{-5}\pi} - 10^5 e^{-j4\times10^5\times10^{-5}\pi}) = 500A$$

نکته بسیار مهم: به‌طور کلی در خط بلند بدون تلفات اگر $k\pi = \beta \mathbf{l}$ باشد ماتریس انتقال تبدیل به ماتریس واحد می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \cos\beta\mathbf{l} & jZ_c \sin\beta\mathbf{l} \\ \frac{j}{Z_c}\sin\beta\mathbf{l} & \cos\beta\mathbf{l} \end{bmatrix} \underset{Bl=k\pi}{\Rightarrow} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} |V_s| = |V_R| \\ |I_s| = |I_R| \end{matrix}$$

و به چنین خطی، خط «تنظیم شده» گفته می‌شود که در آن ولتاژ ابتدای خط و انتهای خط و همچنین جریان ابتدای خط و انتهای خط با یکدیگر برابرند و افت ولتاژی در خط نخواهیم داشت و این ایده‌آل‌ترین و بهترین خط می‌باشد. برای حصول این نتیجه داریم:

$$\begin{cases} K\pi = \beta\mathbf{l} \\ \beta = \omega\sqrt{Lc} \\ \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3\times10^8 \end{cases} \rightarrow \mathbf{l} = \frac{3\times10^8}{100}k \ , \ (k = 1,2,\ldots)$$

$$\mathbf{l} = 2000, 6000, 9000, \ldots, km$$

بنابراین اگر خطوط انتقال بی‌تلفی با طول‌های 3000 و 6000 و... داشته باشیم، خط تنظیم شده می‌باشد. عملاً طراحی و استفاده از چنین خطوطی طولانی غیرممکن است و طول خط از چند صد کیلومتر تجاوز نمی‌کند. بنابراین همان‌طور که در بخش‌های بعدی توضیح داده خواهد شد برای این منظور از جبران ازها استفاده می‌کنیم.

4-5) شکل موج‌های ولتاژ و جریان

در حوزه فازور معادله ولتاژ خط از رابطه:

$$V(x) = A_1 e^{\alpha x}, e^{j\beta x} + A_2 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

حاصل می‌شود و با بردن از حوزه‌ی فازور به زمان معادله‌ای برحسب مکان و زمان به‌دست می‌آید:

$$V(t,x) = V_1(t,x) + V_2(t,x)$$

که جمله اول موج رفت نامیده می‌شود و به علت وجود $e^{\alpha x}$ افزایش می‌یابد و جمله دوم موج برگشت نامیده می‌شود که به علت وجود $e^{-\alpha x}$ کاهش می‌یابد.

تعریف:

سرعت انتشار موج در طول خط از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\boxed{V=\frac{\omega}{\beta}=\frac{2\pi f}{\beta}}$$

تعریف:

به طولی از خط که در آن موج یک دورهٔ تناوب خود را طی می‌کند «طول موج» خط می‌گویند و عبارت است از:

$$\boxed{\lambda=\frac{2\pi}{\beta}}$$

برای سرعت انتشار و طول موج داریم:

$$\begin{cases} v=\dfrac{\omega}{\omega\sqrt{LC}}=\dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ \lambda=\dfrac{2\pi}{2\pi f\sqrt{LC}}=\dfrac{1}{f\sqrt{LC}} \end{cases}$$

نکته مهم: طول موج با فرکانس نسبت عکس دارد یعنی هر چه فرکانس بیش‌تر باشد طول موج کم‌تر می‌شود.

اگر $L=\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{GMD}{GMR_c}, C=\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{GMD}{GMR_c}}$ باشد هنگامی که از شار پیوندی داخلی یک هادی چشم‌پوشی شود

$GMR_C=GMR_L$ بوده و پس از جایگزینی داریم:

پس موج با سرعت نور در طول خط انتشار می‌یابد.

$$\boxed{\begin{aligned} &v\ ;\ \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=3\times10^8\,m/sec \\ &\lambda=\frac{1}{f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \end{aligned}}$$

نکته مهم: اگر $f=50^{HZ}$ باشد $\lambda=6000^{km}$ و اگر $f=60^{HZ}$ باشد $\lambda=5000^{km}$ می‌باشد.

(این دو مقدار را حفظ کنید که در مسائل مفید می‌باشند و دقت کنید زمانی که شار پیوندی صرف‌نظر شده باشد و β را نداشته باشیم از این مقادیر استفاده خواهیم کرد.)

نکته مهم: امپدانس مشخصه نیز با صرف‌نظر از شار پیوندی از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\boxed{Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = 60\ln\frac{GMD}{GMR}}$$

سؤال: در یک خط انتقال انرژی الکتریکی طویل اگر $Z_{s.c}$ را امپدانس اتصال کوتاه دیده شده از ابتـدای خـط، موقعی که انتهای خط اتصال کوتاه شده باشد و اگر $Z_{o.c}$ را امپدانس مدار باز دیده شده از ابتدای خط، موقعی که انتهای خط مدار باز باشد بنامیم آن‌گاه امپدانس مشخصه خط از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

1) $Z_c = Z_{o.c} - Z_{sc}$ 2) $Z_c = Z_{sc} - Z_{oc}$ 3) $Z_c = \sqrt{Z_{o.c}.Z_{sc}}$ 4) $Z_c = \frac{1}{2}(Z_{oc} + Z_{sc})$

حل: مطابق نکته گفته شده، امپدانس مشخصه واسطه هندسی امپدانس مدار باز و اتصال کوتاه می‌باشد. لذا گزینه‌ی «3» صحیح است.

مثال: یک خط انتقال بلند بدون تلفات را در نظر بگیرید. اگر زاویه ولتاژی انتهای خـط را θ فـرض کنـیم، در چه فاصله از ابتدای خط برحسب km، می‌توان ادعا نمود که زاویـه ولتـاژ در آن نقطـه $\theta+\frac{\pi}{4}$ خواهـد بـود؟

$(f = 60^{HZ})$

1) 225 2) 525 3) 625 4) 725

حل: به صورت سؤال دقت کنید از ما خواسته است که ببینیم زمانی که موج $\frac{\pi}{4}$ رادیان اختلاف فـاز پیـدا مـی‌کنـد چـه مسافتی را پیموده است. می‌دانیم که زمانی که موج 2π رادیان اختلاف فاز داشته باشد λ کیلومتر پیموده اسـت (طبـق تعریف طول موج) پس با یک تناسب ساده مسئله را حل می‌کنیم. چون β را نداده است پس برای:

$$f = 60HZ \rightarrow \lambda = 5000km$$

$$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = \frac{\lambda}{x = ?} \rightarrow \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = \frac{5000km}{x = ?} \rightarrow x = 625km$$

گزینه‌ی «3» صحیح است.

مثال: در خط انتقالی به طول $\mathbf{l}$، چنانچه داشته باشیم $|V_s|=|V_R|,|I_s|=|I_R|$ در این صورت حاصل‌ضرب LC خط برابر است با: $(R\ ;\ 0)$

1) $\left(\frac{n\pi}{\omega \mathbf{l}}\right)^2$ 2) $\frac{x\pi}{\omega \mathbf{l}}$ 3) $\frac{2n\pi}{\omega \mathbf{l}}$ 4) $\frac{n\pi}{2\omega \mathbf{l}}$

حل: می‌توانیم زمانی خط تنظیم شده است که $\beta \mathbf{l} = n\pi$ باشد و از طرف دیگر:

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \Rightarrow \beta^2 = \omega^2 LC \Rightarrow \begin{cases} LC = \dfrac{\beta^2}{\omega^2} \\ \beta = \dfrac{n\pi}{\mathbf{l}} \end{cases} \rightarrow LC = \left(\frac{n\pi}{\omega L}\right)^2$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

مثال: در یک خط انتقال به طول $\frac{1}{6}$ کیلومتر، ۵۰ هرتز، بدون تلف، در حالت بی‌باری ولتاژ انتهای خط دو برابر ولتاژ ابتدا خط می‌باشد. در این صورت حاصل‌ضرب LC این خط انتقال برابر است با:

1) 4×10^{-9} 2) 4×10^{-4} 3) 4×10^{-11} 4) 10^{-10}

حل: در حالت بی‌باری داریم:

$$V_s = AV_R \rightarrow \frac{V_s}{V_R} = \frac{1}{2} = A$$

$$A = \cos\beta \mathbf{l} = \frac{1}{2} \rightarrow \beta \mathbf{l} = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{l=\frac{1}{6}^{km}} \beta = 2\pi$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} = 2\pi \rightarrow 2\pi\times 50\sqrt{LC} = 2\pi \rightarrow LC = \frac{1}{2500} = 4\times10^{-4}$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

نمونه: اگر خطی را باندل کنیم، کدام‌یک از موارد زیر صحیح می‌باشد؟

1) باندل کردن سلف خط و خازن خط را کم کرده و امپدانس مشخصه خط را تغییر نمی‌دهد.

2) باندل کردن سلف خط را زیاد، خازن خط را کم و امپدانس مشخصه خط را زیاد می‌کند.

3) باندل کردن سلف خط را کم و خازن خط را زیاد و امپدانس مشخصه خط را کم می‌کند.

4) باندل کردن سلف خط و خازن خط را زیاد کرده و امپدانس مشخصه را تغییر نمی‌دهد.

حل: همان‌طور که از فصل گذشته می‌دانیم سلف و خازن همیشه در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند و باندل کردن باعث کاهش سلف خط و افزایش خازن خط می‌شود و طبق رابطه:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \begin{matrix} L\downarrow \\ C\uparrow \end{matrix}$$

امپدنس مشخصه کاهش می‌یابد.

گزینه‌ی «3» صحیح است.

مثال: خط انتقال بلندی را در نظر بگیرید. در این خط امپدانس دیده شده در ابتدای خط هنگامی که خط مدار باز است معکوس امپدنس دیده شده از ابتدای خط هنگامی که اتصال کوتاه است می‌باشد. با فرض بی‌اتلاف بودن خط و صرف‌نظر از شار درونی هادی‌ها مقدار اندوکتانس خط برابر است با:

1) $300\frac{\mu H}{m}$ 2) $\frac{1}{300}\frac{\mu H}{m}$ 3) $300\frac{H}{m}$ 4) $\frac{1}{300}\frac{H}{m}$

حل: به دو عبارت اشاره شد در سؤال دقت فرمایید: 1- خط بی‌اتلاف 2- از شار درونی هادی‌ها صرف‌نظر شده است. پس از آنجایی که مسئله اطلاعات بیش‌تری نداده است داریم:

$$Z_c = 60\ln\frac{GMD}{GMR} \qquad \begin{cases} Z_{oc} = \frac{1}{Z_{sc}} \\ \frac{A}{C} = \frac{D}{B} \xrightarrow{A=D} B = C \end{cases}$$

$$B = C \rightarrow \frac{1}{Z_c}\sin\beta l = Z\sin\beta l \rightarrow \begin{cases} Z_c = 1 \\ Z_c = 60\ln\frac{GMD}{GMR} \end{cases}$$

$$\ln\frac{GMD}{GMR} = \frac{1}{60} \quad , \quad L = 0/2\ln\frac{GMD}{GMR}\frac{\mu H}{m}$$

$$L = 0/2\times\frac{1}{60}\frac{\mu H}{m} = \frac{1}{300}\frac{\mu H}{m}$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

سؤال: طول موج یک خط انتقال هوایی بدون تلف در فرکانس 25Hz برابر است با:

1) 10000km 2) 12000km 3) 5000km 4) 6000km

حل: می‌دانیم در خط بی‌تلف، طول موج در فرکانس 50^{HZ}، برابر 6000^{km} می‌باشد و از آنجایی که طول موج با فرکانس نسبت عکس دارد (طبق رابطه $\lambda \approx \frac{1}{f\sqrt{LC}}$) لذا در فرکانس $25Hz$، طول موج به 12000^{km} می‌رسد.

گزینه‌ی «2» صحیح است.

نکته مهم: زمانی که در مسئله فقط اطلاعات مربوط به ولتاژ و جریان ابتدا و انتهای خط را داده باشند روابط زیر مفید هستند:

$$A = \frac{V_s I_s + V_r I_r}{V_s I_r + V_r I_s} \quad , \quad B = \frac{V_s^2 - V_r^2}{V_s I_r + V_r I_s}$$

مثال: یک خط انتقال قدرت در سمت فرستنده دارای ولتاژی برابر $500KV$ و جریانی برابر با $250A$ آمپر می‌باشد. اگر در نقطه‌ای از خط انتقال مقدار ولتاژ و جریان به ترتیب $400KV$ کیلوولت و ۲۰۰ آمپر گزارش شود مقدار پارامتر B را محاسبه کنید؟

1) $4/5\times10^{-2}$ 2) $4/5\times10^{2}$ 3) 6×10^{2} 4) 6×10^{-2}

حل: با توجه به نکته گفته شده داریم:

$$B = \frac{V_s^2 - V_r^2}{V_s I_r + V_2 I_s} = \frac{(500)^2 - (400)^2}{500^k \times 200 + 400^k \times 250} = \frac{9\times10^{10}}{2\times10^{8}} = 4/5\times10^{2}$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

نکته مهم: تنظیم ولتاژ خط بلند نیز:

$$V_R(NL) = \frac{V_s}{A} = \frac{V_s}{\cos\beta l}$$

$$\%V_R = \frac{V_{N_L} - V_{R(FL)}}{V_{R(FL)}}$$

نکته مهم: بهترین حالت برای یک خط انتقال بی‌تلف زمانی است که خط تنظیم شده باشد که قبلاً نکات مربوط به آن گفته شد.

$$|V_s| = |V_R|$$
$$|I_s| = |I_R|$$

بدترین حالت برای یک خط انتقال بی‌تلف زمانی است که خط ماکزیمم جریان را از سمت فرستنده بکشد:

$$I(x)=\frac{1}{Z_c}\frac{dV(x)}{dx}=\frac{1}{Z_c}(A_1e^{j\beta x}-A_2e^{-j\beta x})$$

$$\cos\beta x=0$$

یا $$\frac{dI(x)}{dx}=0\rightarrow e^{j\beta x}+e^{-j\beta x}=0\Rightarrow$$

$$\rightarrow \beta x=\frac{\pi}{2}$$

$$x=\mathbf{l}\Rightarrow\beta\mathbf{l}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow \qquad \beta\mathbf{l}=\left(\frac{2\pi-1}{2}\right)\pi \text{ یا}$$

$$\begin{bmatrix}V_s\\I_s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & jZ_c\\ \frac{j}{Z_c} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_R\\I_R\end{bmatrix}$$

در این حالات $I_s=\frac{jV_R}{Z_c}$ و از آنجایی که V_R مقدار بسیار بزرگ و Z_c در حدود چند صد اهم می‌باشد I_s بسیار زیاد بوده و برای شبکه خطرناک می‌باشد.

مثال: در یک خط بلند بدون تلفات با ولتاژ $V(x)=A(e^{j\beta x}+e^{-j\beta x})$ ، $\beta=\frac{\pi}{800}$، طول خط چقدر باشد تا جریان سمت منبع ماکزیمم شود؟

حل: طبق نکته گفته شده:

$$\beta\mathbf{l}=\frac{\pi}{2}\rightarrow\frac{\pi}{800}\times\mathbf{l}=\frac{\pi}{2}\rightarrow\mathbf{l}=400^{km}$$

یعنی به ازای $\mathbf{l}=400km$ بدترین حالت برای خط اتفاق می‌افتد.

مثال تشریحی مهم: یک خط انتقال انرژی سه‌فاز به طول $400km$ مفروض است. ولتاژ در ابتدای خط $220KV$ بوده و پارامترهای هر کیلومتر خط در فرکانس $50HZ$ به شرح زیر هستند:

$$r=0/125\Omega$$
$$x=0/4\Omega$$
$$y=2/8\times10^{-6}(\Omega^{-1})$$

الف) حداکثر طول مجاز خط را طوری حساب کنید که ولتاژ انتهای خط در حالت مدار (باز) از $235KV$ تجاوز نکند.

ب) ماکزیمم فرکانس مجاز را طوری محاسبه کنید که ولتاژ در انتهای خط در حالت بی‌باری(مدار باز) از 250kv تجاوز نکند.

حل: پدیده افزایش ولتاژ انتهای خط را در حالتی که خط مدار باز می‌باشد را تحت عنوان «اثر فرانتی» در بخش‌های جلوتر بررسی خواهیم کرد اما می‌دانیم که در حالت بی‌باری:

$$|V_s| = |A||V_R| \Rightarrow |A| = \frac{|V_s|}{|V_R|} = \frac{220}{235} = 0/936$$

$$\begin{cases} Z = R + jX = \mathbf{l}(r + jx) \\ Y = y\mathbf{l} \end{cases} \Rightarrow A = 1 + \frac{ZY}{2} = 1 + \frac{(\mathbf{l})^2 (jy)(r + jx)}{2}$$

$$A = 1 + \frac{1}{2}\mathbf{l}^2 \times j2/8 \times 10^{-6} \times (0/125 + j0/4)$$

$$A = (1 - 0/56 \times 10^{-6}\mathbf{l}^2) + j0/175 \times 10^{-6}\mathbf{l}^2$$

$\mathbf{l}$: (طول برحسب کیلومتر)

چون مقدار موهومی ناچیز است لذا با تقریب خوبی داریم:

$$|A| = 1 - 0/56 \times 10^{-6}\mathbf{l}^2 = 0/936$$

بنابراین:

$$\mathbf{l}^2 = \frac{1 - 0/936}{0/56 \times 10^{-6}} \Rightarrow \mathbf{l} = 338\text{km}$$

بنابراین برای داشتن اضافه ولتاژ خواسته شده طول خط باید $\mathbf{l} = 338\text{km}$ باشد، البته در بخش جبران‌سازی خواهید دید که توسط راکتورها می‌توان این طول را کاهش داد و در فاصله‌ی کم‌تری به مقدار اضافه ولتاژ مطلوب رسید.

ب) باید دقت کنید که راکتانس و ادمیتانس داده شده در فرکانس 50HZ می‌باشند پس ابتدا باید اندوکتانس و کاپاسیتانس را به‌دست آوریم و سپس با فرکانس مجهول در معادله $|A|$ قرار دهیم:

$$\begin{cases} A = 1 + \dfrac{ZY}{2} \\ |A| = \dfrac{220}{250} = 0/88 \end{cases}$$

$$x = \omega L \Rightarrow 0/4 = (100\pi)(L) \Rightarrow (L) = 1/27 \times 10^{-3}\,(H)$$

$$y = \omega C \Rightarrow 2/8 \times 10^{-6} = (100\pi)(C) \Rightarrow C = 0/891 \times 10^{-8}\,(F)$$

$$A = 1 + \frac{ZY}{2}$$

$$Z = R + jX = \left[1/27 \times 10^{-3}\, j \times (\omega) + 0/125\right] \times 400 = 50 + j0/508\omega$$

$$Y = yl = 3/564 \times 10^{-6}\,\omega\left[50 + j0/508\omega\right]$$

$$A = 1 - 0/905\omega^2 \times 10^{-6} + j89/1 \times 10^{-8}\,\omega$$

با صرف‌نظر از قسمت موهومی داریم:

$$0/88 = 1 - 0/905 \times 10^{-6}\,\omega^2 \Rightarrow \omega = 364/138$$

$$f = 57/95(HZ)$$

سؤال: در یک خط انتقال انرژی هوایی سه‌فاز تک مداره با طول متوسط و برای مدل π داریم: $Z = R + jX, \frac{Y}{2} = j\frac{B}{2}$ اگر در این خط با معلوم بودن ولتاژ در انتهای خط (V_R) برای محاسبه ولتاژ ابتدای خط (V_s) از مدل خط کوتاه استفاده کنیم خطای محاسبات نسبت به وقتی که از مدل π استفاده کنیم چقدر است؟

1) $|\Delta V_s| < \dfrac{BR}{\sqrt{2}} |V_R|$

2) $|\Delta V_s| < \dfrac{BX}{\sqrt{2}} |V_R|$

3) $|\Delta V_s| < \dfrac{\sqrt{R^2 + X^2}}{\sqrt{2}} |V_R|$

4) $|\Delta V_s| < \dfrac{B\sqrt{R^2 + X^2}}{\sqrt{2}} |V_R|$

حل: در مدل خط کوتاه داریمک

$$V_S = V_R + ZI_R$$

و در مدل π داریم:

$$V_s' = \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) V_R + ZI_R$$

$$\Delta V_s = V_s' - V_s = \frac{ZY}{2} \Rightarrow |\Delta V_s| = \frac{B\sqrt{R^2 + X^2}}{2} |V_R|$$

در گزینه‌ها چنین پاسخی نیست اما از آنجایی که کسر گزینه «4» در مخرج دارای $\sqrt{2}$ می‌باشد لذا می‌توان نوشت:

$$|\Delta V_s| = \frac{B\sqrt{B^2+X^2}}{2}|V_R| < \frac{B\sqrt{R^2+X^2}}{\sqrt{2}}|V_R|$$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

سؤال: ادمیتانس موازی یک خط انتقال 300km برابر $6\times10^{-6}\frac{\mu s}{km}$ است، ماتریس انتقال راکتور موازی که قادر به جبران ۵۰٪ ادمیتانس موازی کل باشد کدام است؟

1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -j0/0009 & 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 & j0/009 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j0/0018 & 1 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 1 & j0/0018 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

حل: جبران‌سازی 50٪ به معنای:

$$Y_L = -\frac{Y_c}{2} = -\frac{j}{2}\times6\times10^{-6}\frac{\mu s}{km} = -3\times10^{-6}\frac{\mu s}{km}$$
$$Y_L = -j3\times300\times10^{-6} = -j0/0009\mu s$$

ماتریس انتقال راکتور موازی:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_L & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -j0/0009 & 1 \end{bmatrix}$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: در هر خط انتقال حاصل‌ضرب LC آن چند است؟

1) 22 2) 11 3) 1/1 4) 2/2

حل: در خطوط انتقال بی‌تلف سرعت موج با سرعت نور برابر فرض می‌شود لذا:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3\times10^8 \Rightarrow LC = \frac{10^{-16}}{9}$$

اگر L را برحسب میکروهانری و C را برحسب پیکو فاراد بنویسیم (که باید در صورت سؤال اشاره می‌شد) داریم:

$$L_{(\mu H)}C_{(PF)} = \frac{100}{9} \approx 11$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

سؤال: در یک خط انتقال بدون تلفات ضریب القاء هر متر خط $1mH$ و ظرفیت هر متر خط $10\mu F$ است، امپدانس مشخصه خط چند اهم است؟

1) 50 2) 20 3) 100 4) 80

حل:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{10^{-3}}{10^{-5}}} = 10$$

هیچ‌کدام از گزینه‌های صحیح نیست.

4-6) بارگذاری امپدانس موجی

در ابتدا توجه شود که امپدانس موجی حالت خاصی از امپدانس مشخصه است که فقط اهمی خالص می‌باشد و با Z_s نمایش داده می‌شود. اگر باری که در انتهای خط انتقال وصل می‌شود برابر با امپدانس موجی (مشخصه) باید جریان سمت دریافت برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases} I_R = \frac{V_R}{Z_S}, Z_s = \sqrt{\frac{L}{C}} & \text{اهمی خالص } Z_c = Z_s \end{cases}$$

و بار مربوط به امپدانس موجی در ولتاژ نامی که «بارگذاری امپدانس موجی (SIL)» نایمده می‌شود عبارت است از:

$$SIL = 3V_R I_R^* = \frac{3|V_R|^2}{Z_S}$$

و از آنجایی که $V_R = \frac{V_{L(rated)}}{\sqrt{3}}$ می‌باشد، SIL برحسب MW:

$$\boxed{SIL = \frac{(KV_{Lrated})^2}{Z_s} MW}$$

نتایج مهم

نتیجه اول:

همان‌طور که گفته شد موج ولتاژ (جریان) از دو قسمت رفت و برگشت تشکیل شده است و اگر خط با امپدانس موجی بارگذاری شود اثبات می‌شود که موج برگشت برای ولتاژ (و جریان) حذف می‌شود. چنین خطی به خط «بی‌نهایت» معروف است. علت به‌کار بردن کلمه بی‌نهایت این است که یک خط با طول بی‌نهایت نمی‌تواند دارای موج برگشت باشد.

نتیجه دوم:

با جایگزینی I_R در روابط $V(x), I(x)$ داریم:

$$I(x) = (\cos\beta x + j\sin\beta x)I_R \qquad \text{و} \qquad V(x) = \cos\beta x + j\sin\beta x)V_R$$

$$I(x) = I_R\angle\beta x = |I_R|e^{j\beta x} \qquad V(x) = V_R\angle\beta x = |V_R|e^{j\beta x}$$

این معادلات نشان می‌دهند که در خط بدون تلفات در بارگذاری امپدانس موجی، اندازه ولتاژ و جریان در هر نقطه از خط ثابت بوده و متناظر با مقادیر آن‌ها در سمت ارسال خطوط می‌باشند.

$$|I_R| = |I_S| = |I(x)| \qquad |V_R| = |V_s| = |V(x)|$$

دقت شود زوایای ولتاژ و جریان تغییر می‌کنند به‌طوری که هرچه به ابتدای خط نزدیک‌تر می‌شویم این زوایا بیش‌تر می‌شوند (زاویه: $\angle\beta X$)

شکل (۱۳-۴)

نتیجه سوم:

از آنجایی که Z_s (امپدانس موجی) مؤلفه‌ی راکتیو ندارد (اهمی خالص می‌باشد)، توان راکتیوی در خط وجود نداشته و $Q_s = Q_R = 0$. این موضوع نشان می‌دهد که درباری معادل SIL، تلفات راکتیو در اندوکتانس خط دقیقاً با توان راکتیو تحویل شده توسط ظرفیت خازنی موازی خنثی می‌گردد:

$$\begin{cases} \omega L|I_R|^2 = \omega C|V_R|^2 \\ Z_s^2 = \dfrac{L}{C} \rightarrow Z_c = Z_s = \sqrt{\dfrac{L}{C}} \end{cases}$$

نتیجه چهارم:

ضریب قدرت $(P.F)$ از دید همه نقاط خط واحد می‌باشد و امپدانس دیده شده از هر نقطه از خط با امپدانس موجی برابر می‌باشد.

$$\frac{V_s}{I_s}=\frac{V(x)}{I(x)}=\frac{V_R}{I_R}=Z_s$$

4-7) بارگذاری امپدانس مشخصه

در این حالت خط بی‌تلف نیست و $\alpha\neq 0$ (ثابت تضعیف) می‌باشد پس به دو عبارت امپدانس مشخصه و امپدانس موجی در حالت بی تلف و با اتلاف توجه کرده و برای آن‌ها تفاوت قائل شوید:

1) ولتاژ و جریان در طول خط:

$$V_s=V_R(\cosh\gamma\mathbf{l}+Z_c\sinh\gamma\mathbf{l})=V_Re^{\gamma\mathbf{l}}$$
$$I_s=I_R(\cos\gamma\mathbf{l}+\sinh\gamma\mathbf{l})=I_Re^{\gamma\mathbf{l}}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}V(x)=V_Re^{\gamma\mathbf{l}}\\I(x)=I_Re^{\gamma\mathbf{l}}\end{cases}$$

و از آنجایی که $\gamma=\alpha+j\beta$ می‌باشد داریم:

$$|V_s|=|V_R|e^{\alpha\mathbf{l}}$$
$$|V_s|=|I_R|e^{\alpha\mathbf{l}}$$

همان‌طور که می‌بینیم دیگر ولتاژ ابتدا و انتهای خط برابر نیستند و این به خاطر مقاومت خط می‌باشد که باعث تضعیف ولتاژ و جریان شده است.

2) در این حالت ضریب توان پیش‌فاز می‌باشد.

3) توان سمت فرستنده برابر است با:

$$S_s=V_sI_s^*=(V_Re^{\gamma\mathbf{l}})(I_Re^{\gamma\mathbf{l}})^*$$
$$=V_RI_R^*e^{\alpha\mathbf{l}}e^{j\beta}.e^{\alpha\mathbf{l}}.e^{-j\beta}=S_Re^{2\alpha\mathbf{l}}$$

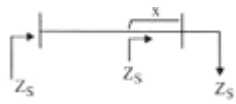
$$\rightarrow\frac{S_s}{S_R}=e^{2\alpha\mathbf{l}}\qquad\text{یا}\qquad\boxed{S_R=e^{-2\alpha\mathbf{l}}S_s}$$

نکته مهم: دقت کنید این موضوع نشان دهنده این است که مقاومت خط باعث تضعیف توان ارسال شده می‌باشد یعنی اثرهای خازنی و سلفی خط انتقال هیچ تأثیری برروی این موضوع ندارند و اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند.

سؤال: یک خط انتقال در انتها به امپدانس مشخصه‌اش Z_c وصل شده است. اگر امپدانس سری خط $Z_L = R + j\omega L$ باشد امپدانس ورودی در ابتدای خط انتقال برابر است با:

1) Z_c 2) $Z_c + Z_L$ 3) $Z_c - Z_l$ 4) $\sqrt{Z_L Z_c}$

حل: از آنجایی که خط با امپدانس موجی (مشخصه) بارگذاری شده است لذا در تمامی نقاط خط ولتاژ و جریان مقادیر ثابتی دارند و لذا امپدانس نیز از هر نقطه خط همان امپدانس مشخصه خط می‌باشد:



$$Z_s = \frac{V_R}{I_R} \ , \ \begin{matrix} |V_X| = |V_R| = |V_S| \\ |I_x| = |I_R| = |I_S| \end{matrix} \rightarrow Z_x = Z_s = \frac{V_x}{I_x} = \frac{V_S}{I_S}$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: در انتهای یک خط انتقال انرژی به امپدانس مشخصه $Z_c = 1 - j$ باری به امپدانس $Z_L = 1 + j$ قرار گرفته است. اگر کلید ابتدای خط وصل شود، کدام عضو راکتیوی با بار موازی شود تا دامنه ولتاژ برگشت صفر گردد؟

1) خازن با راکتانس 0/5 2) خازن با راکتانس 1 3) سلف با راکتانس 0/5 4) سلف با راکتانس 1

حل: نداشتن موج برگشت به معنای بی‌نهایت بودن خط و بارگذاری با امپدانس مشخصه می‌باشد لذا امپدانس بار باید با امپدانس مشخصه برابر شود پس داریم:

$$Y_L = \frac{1}{1+j} = \frac{1-j}{2} \quad , \quad Y_C = \frac{1}{1-j} = \frac{1+j}{2} = \frac{1}{Z_C}$$

$$Y_C = Y_L + Y_x \rightarrow \frac{1+j}{2} = \frac{1-j}{2} + Y_x \rightarrow Y_x = j \Rightarrow Z_x = -j$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

مثال: در یک خط انتقال 300kv اگر اندوکتانس واحد طول خط $10^{-6}\ H/m$ باشد برای این که جریان در تمام خط هم اندازه باشد چه باری باید در انتهای خط به آن وصل شود؟

1) 200MW 2) 300MW 3) 350MW 4) 450MW

حل: از آنجایی که به اطلاعات خاصی (مانند βو...) در صورت مسئله اشاره نشده است پس:

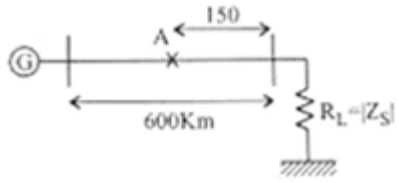
$$Z_c = 60\ln\frac{GMD}{GMR}\ ,\ L = 0/2\ln\frac{GMD}{GMR}\,mH/km$$

$$2\times10^{-7}\ln\frac{GMD}{GMR} = 10^{-6} \rightarrow \ln\frac{GMD}{GMR} = 5$$

$$Z_c = 60\times5 = 300\Omega\ ,\ SIL = \frac{\left(300\times10^3\right)^2}{300} = 300MW$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

مثال: در خط انتقال بدون تلف زیر که در آن بارگذاری امپدانس موجی شده است. اگر بدانیم که ولتاژ در انتهای خط $220\angle0$ ولت و همچنین جریان بار ۲۰ امپر است. فازور ولتاژ در نقطه A، $\left(\overline{V_A}\right)$ و همچنین اندازه امپدانس دیده شده از نقطه A، $(|Z_A|)$ چقدر است؟ $(\lambda = 1200km)$



1) $\overline{V_A} = 220\angle\frac{\pi}{4}$, $|Z_A| = 11(\Omega)$

2) $\overline{V_A} = 200\angle0$, $|Z_A| = 11(\Omega)$

3) $\overline{V_A} = 220\angle\frac{\pi}{2}$, $|Z_A| = 13/75(\Omega)$

4) $\overline{V_A} = 220\angle\frac{\pi}{4}$, $|Z_A| = 13/75(\Omega)$

حل: از آنجا که خط بارگذاری با امپدانس موجی شده است امپدانس در تمام خط برابر Z_c می‌باشد و همچنین فاز در ولتاژ برابر است با: $|V_R|\angle\beta x$

$$\lambda = 1200^{km} \rightarrow \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{600}$$

$$Z_s = \frac{V_R}{I_R} = \frac{220}{20} = 11\Omega$$

$$V_A = V_R\angle Bx = 200\angle\frac{\pi}{600}\times150 = 220\angle\frac{\pi}{4}$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

مثال: در یک خط انتقال می‌دانیم $Z_{oc} - Z_{sc} = Z_c$ با این فرض، کدام‌یک از روابط زیر در مورد ثابت‌هـای خـط انتقال صادق می‌باشد؟

Z_{oc} = امپدانس مدار باز

Z_{sc} = امپدانس اتصال کوتاه

Z_c = امپدانس مشخصه

1) $Z_C = AB$ 2) $Z_C = \frac{A}{B}$ 3) $Z_C = \frac{AB}{AD-DC}$ 4) $Z_c = \frac{AD-DC}{AB}$

حل:

$$\begin{cases} Z_C = \sqrt{\frac{B}{C}} \\ Z_{oc} = \frac{A}{C} \Rightarrow \frac{A}{C} - \frac{B}{D} = \sqrt{\frac{B}{C}} \\ Z_{sc} = \frac{B}{C} \end{cases}$$

$$\frac{AD-BD}{DC} = \sqrt{\frac{B}{C}} \ , \ AD - BC = 1$$

$$\rightarrow \frac{1}{DC} = \sqrt{\frac{B}{C}} \rightarrow \frac{1}{D} = \sqrt{BC} \rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{BC}}$$

طرفین را در B ضرب می‌کنیم:

$$\sqrt{\frac{B}{C}} = AB \rightarrow Z_c = AB$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

مثال: کدام‌یک از عبارت زیر غلط است؟

1) اگر خطی بدون تلف به امپدانس مشخصه‌اش ختم شده باشد، این خط، خط بی‌نهایت است.

2) اگر خطی با تلف به امپدانس ضربه‌اش ختم شده باشد، این خط، خط بی‌نهایت است.

3) اگر خطی بدون تلف به امپدانس ضربه‌اش ختم شده باشد این خط، خط بی‌نهایت است.

4) اگر دامنه ولتاژ موج برگشت صفر باشد این خط، خط بی‌نهایت است.

حل: هدف سؤال دانستن تفاوت بین امپدانس موجی و امپدانس مشخصه می‌باشد، گزینه اول درست می‌باشد چرا که امپدانس موجی حالت خاصی از امپدانس مشخصه می‌باشد و در خطوط بی‌اتلاف منظور از امپدانس مشخصه همان امپدانس موجی (ضربه) می‌باشد. گزینه 3 و 4 نیز تعاریف امپدانس موجی (ضربه) می‌باشند، اما گزینه 2 نادرست است زیرا در خط با اتلاف امپدانس موجی مطرح نمی‌شود بلکه امپدانس مشخصه مطرح است.

گزینه‌ی «2» صحیح است.

مثال: کدام گزینه در مورد بارگذاری به اندازه امپدانس موجی (SIL) صحیح نیست؟

1) در خط بی‌تلف امپدانس موجی با امپدانس مشخصه برابر می‌باشد.

2) بار امپدانس موجی، یک مقدار حقیقی است.

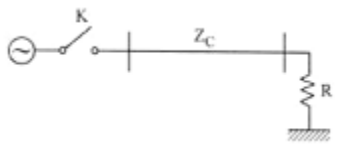
3) اگر خطی را با امپدانس موجی بارگذاری کنیم، توان راکتیو ارسالی و دریافتی در خط صفر است.

4) اگر خطی را با امپدانس موجی بارگذاری کنیم، تلفات خالص توان راکتیو خط صفر می‌باشد.

حل: گزینه‌های 1 و 2 از نکات امپدانس موجی می‌باشد و صحیح هستند اما بین گزینه‌های 3 و 4 نکته ظریفی است که باید دقت کنید؛ در گزینه 3 توان ارکتیو ارسالی صفر در نظر گرفته شده است در حالی که اگر خطی را با امپدانس موجی بارگذاری کنیم، Q سمت دریافت صفر است چون در حقیقت $Q_L = Q_C$ در طول خط می‌باشد، به عبارتی خازن و سلف اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند اما دلیلی ندارد Q طرف ارسال نیز صفر باشد، لذا این گزینه نادرست است. به همین دلیل ذکر شده در فوق، تلفات خالص توان راکتیو در طول خط صفر است چون $Q_L = Q_C$ در طول خط می‌باشد.

گزینه‌ی «3» صحیح است.

سؤال: در سیستم شکل زیر، خط انتقال بلند بدون تلفات با امپدانس مشخصه Z_c، ژنراتور ایده‌آل با ولتاژ مؤثر $|V|$, R بار اهمی خالصی به قدرت یک SIL است. حداکثر ولتاژ پس از بسته شدن کلید K چقدر است؟



1) $|V|$

2) $\sqrt{2}|V|$

3) $2\sqrt{2}|V|$

4) با اطلاعات داده شده قابل محاسبه نیست.

حل: از آنجایی که بار با امپدانس موجی بارگذاری شده است لذا اندازهٔ ولتاژ در تمام طول خط ثابت می‌باشد و البته:

$$V_m = \sqrt{2}V_{rms} = \sqrt{2}\,|V|$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

سؤال: یک خط انتقال انرژی با ثابت انتشار $\gamma = \alpha + jB$ و طول l بار با امپدانس مشخصه Z_c را در انتهای خط تغذیه می‌کند. اگر توان تولیدی مولد $1pu$ باشد توان تحویلی به بار چند pu است؟

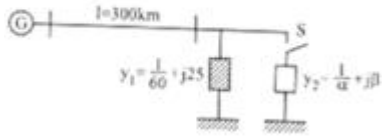
1) $2e^{-2\alpha\gamma}$ 2) $e^{-\alpha l}$ 3) $e^{-2\alpha l}$ 4) $2e^{\beta l}$

حل: مطابق نکته گفته شده در متن درس می‌داریم:

$$\frac{S_s}{S_R} = e^{2\alpha l}$$
$$S_R = S_s e^{-2\alpha l}\,|_{S_s=1} = e^{-2\alpha l}$$

گزینه‌ی «3» صحیح است.

مثال: مطابق شکل، خطی به طول $300km$ به باری با ادمیتانس y_1 ختم شده است. ولتاژ در طول خط به صورت $\bar{V}(x) = A_1 e^{\frac{jx}{1000}} + A_2 e^{\frac{jx}{1000}}$ می‌باشد که x برحسب km است. اگر امپدانس واحد طول خط برابر $0/03\frac{\Omega}{km}$ باشد، مقدار β, α برای ادمیتانس y_2 را چنان تعیین کنید که با اتصال کلید s، مؤلفه منعکس شده در موج ولتاژ نداشته باشیم:



1) $\left.\begin{matrix}\alpha = 60\\ \beta = 25\end{matrix}\right\}$

2) $\left.\begin{matrix}\alpha = \frac{1}{30}\\ \beta = -\frac{1}{25}\end{matrix}\right\}$

3) $\left.\begin{matrix}\alpha = 60\\ \beta = -25\end{matrix}\right\}$

4) $\left.\begin{matrix}\alpha = \frac{1}{60}\\ \beta = -25\end{matrix}\right\}$

حل: نداشتن مؤلفه منعکس شده در موج ولتاژ به معنای بی‌نهایت بودن خط می‌باشد، بنابراین باید خط با امپدانس مشخصه خود بارگذاری شود تا این امر حاصل شود و از آنجایی که خط بی‌تلف می‌باشد امپدانس موجی را خواهیم داشت:

با توجه به موج ولتاژ $\Rightarrow \beta = 10^{-3}$

امپدانس مشخصه از رابطه روبه‌رو حاصل می‌شود:

$$Z_c.\gamma = z$$

$$Z_c.\beta = z \Rightarrow Z_c = \frac{z}{\beta} = \frac{0/03}{10^{-3}} = 30\Omega$$

حال با توجه به اینکه با امپدانس موجی سر و کار داریم که اهمی خالص می‌باشد باید:

$$y_1 + y_2 = y_s = \frac{1}{Z_s} = \frac{1}{30} \Rightarrow \begin{cases} \beta = -25 \\ \alpha = 60 \end{cases}$$

گزینه‌ی «3» صحیح است.

سؤال: در یک خط انتقال انرژی بدون تلفات اگر فرکانسی کار از 50HZ به 60HZ افزایش یابد اما ولتاژ خط تغییری نکند، کدام عبارت صحیح است؟

1) امپدانس سری خط زیاد، ادمیتانس موازی و بار طبیعی خط کاهش می‌یابد.

2) امپدانس سری خط زیاد، ادمیتانس موازی و بار طبیعی خط زیاد می‌شوند.

3) امپدانس سری خط افزایش، ادمیتانس موازی خط افزایش و بار طبیعی خط ثابت می‌ماند.

4) اندوکتانس خط زیاد، کاپاسیتانس خط کم و بار طبیعی خط زیاد می‌شود.

حل:

امپدانس سری و ادمیتانس موازی برابر هستند با:

$$Z = j\omega L = j(2\pi f)C$$

لذا با افزایش فرکانس هر دو افزایش می‌یابند:

$$Y = j\omega c = j(2\pi f)C$$

بار طبیعی خط (SIL) برابر است با:

$$\begin{cases} SIL = \dfrac{V_L^2}{Z_C} \\ Z_C = \sqrt{\dfrac{Z}{Y}} = \sqrt{\dfrac{L}{C}} \end{cases}$$

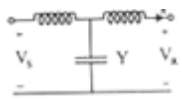
بنابراین با ثابت ماندن ولتاژ، SIL خط مستقل از فرکانس بوده و ثابت می‌ماند.

گزینه‌ی «3» صحیح است.

8-4) اثر فرانتی

در حالت بی‌باری $V_S = AV_R \rightarrow V_{R_{(NL)}} = \dfrac{V_s}{\cos\beta l}$ به وضوح مشخص است که در حالت بی‌باری ولتاژ سمت دریافت از سمت ارسال بیش تر می‌شود و هر چه طول خط افزایش می‌یابد βl افزایش و $\cos\beta l$ کاهش می‌یابد و ولتاژ سمت دریافت افزایش می‌یابد. این اثر از آنجا ناشی می‌شود که در حالت بی‌باری، جریان خط به‌طور کامل ناشی از جریان باردهی خازنی آن بوده و سبب تولید توان راکتیو می‌شود که نتیجه آن بالا رفتن سطح ولتاژ در انتهای خط می‌باشد.

نکته ۱: به این گونه نیز می‌توان اثر فرانتی را توجیح کرد که در حالت مدار باز برای مدل T، مطابق شکل (4-14) داریم:



شکل (۴-۱۴)

در بی‌باری

$Q_L = \omega L(x) I^2(x) \xrightarrow[I_R=0]{} Q_L = 0$ توان اکتیو ناشی از سلف خط

ولی از آنجایی که در بی‌باری ولتاژ داریم پس توان راکتیو ناشی از خازن خط وجود دارد که باعث پیش‌فاز شدن جریان خط و تنظیم ولتاژ منفی می‌شود.

$$Q_c(x) = \omega C(x) V^2(x)$$

نکته ۲: با افزایش ولتاژ خط یا پیش‌فاز شدن جریان خط، ژنراتور خاصیت سلفی از خود نشان می‌دهد و در حالت زیر تحریک به کار خود ادامه می‌دهد. در واقع بار توان راکتیو در خط تولید می‌کند و ژنراتور مصرف‌کننده توان راکتیو خواهد شد.

نکته ۳: توان راکتیو تولیدی ناشی از خازن خط در حالت بی‌باری (اثر فرانتی):

$$\begin{matrix} V_s = AV_R \\ I_S = CV_R \end{matrix} \rightarrow S_s = V_S I_S^* = A.C^* V_R^2 = (\cos\beta\mathbf{l})(\frac{-j}{Z_c})\sin\beta\mathbf{l} V_R^2$$

$$\rightarrow Q_s = S_s = -\frac{j\sin^2\beta\mathbf{l}}{2Z_c} V_R^2$$

$$\text{یا } Q_s = S_s = -\frac{j}{Z_c} tg\beta\mathbf{l} V_s^2$$

نکات دیگر

الف) در این حالت (پدیده فرانتی) توان راکتیو از خط انتقال به سمت منبع، جریان دارد (از مصرف‌کننده به سوی منبع)

ب) اضافه ولتاژ بی‌باری برروی خطوط بلند بیش‌تر از خطوط کوتاه است. (زیرا $\beta\mathbf{l}$ افزایش یافته و توان راکتیو تولیدی ناشی از خازن خط نیز افزایش می‌یابد مطابق با رابطه توان راکتیو تولیدی به‌دست آمده در فرمول بالا.)

ج) با اتصال راکتورهای موازی (سلف‌های موازی) به خط انتقال در محل مصرف کننده که باعث جاری شدن توان راکتیو برروی خط انتقال (از سوی منبع)، این اضافه ولتاژ کاهش یافته یا جبران می‌شود.

د) در شبکه‌ها به‌هم پیوسته، راکتورهای جبران کننده در دو سر خطوط انتقال نصب می‌شوند.

ه) این پدیده در شرایط کم‌باری نیز که جهت عبور توان راکتیو به سمت منبع است، اتفاق می‌افتد.

ت) می‌توان با ارائه الگوهای مصرف، منحنی بار را در شبانه‌روز تغییر داده و دوره کم باری را کاهش داد.

مثال: شبکه در حالت کم‌بار (Light load)، دچار اضافه ولتاژ می‌شود (Over Voltage) که بسیار خطرناک است و مقره‌ها را می‌سوزاند برای رفع این مشکل عمداً بار اضافه می‌کنند مثلاً در روز چراغ‌ها، بزرگراه‌ها را روشن می‌کند!

نکته بسیار مهم: در شرایط کمبود تولید (کم باری) اپراتورهای سیستم قدرت معمولاً سه راه دارند:

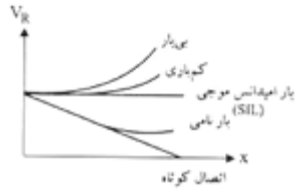
1- خرید قدرت از شبکه همسایه (که بیش از 300MW نمی‌توانند بخرند)

2- کاهش فرکانس

3- حذف بار

نتیجه: بارگذاری امپدانس موجی (SIL) معیار مناسب از ظرفیت خط انتقال می‌باشد، زیرا نشان دهنده بارگذاری است که نیاز توان راکتیو آن کم می‌باشد. در بارهایی که به نحو قابل توجهی بیش‌تر از SIL خط می‌باشند، دچار افت ولتاژ در

شبکه هستیم و برای بارهایی که به نحو قابل توجهی کم‌تر از SIL خط می‌باشند دچار اضـافه ولتـاژ در شـبکه هسـتیم. (مطابق شکل (15-4))



شکل (۱۵-۴)

سؤال: در یک خط انتقال انرژی بلند، اثر فرانتی چیست و در چه شرایطی رخ می‌دهد؟

1) افزایش ولتاژ آخر خط در حالت کم باری

2) افزایش ولتاژ آخر خط در حالت پر باری

3) افزایش ولتاژ آخر خط در حالت اتصال کوتاه

4) افزایش ولتاژ آخر خط در حالت کم باری و بار متوسط

حل: گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: در یک خط انتقال انرژی الکتریکی بلند، کدام عبارت صحیح است؟

1) اگر خط در انتهای خود 5٪ بار نامی را تغذیه کند ولتاژ در انتهای خط بالا می‌رود.

2) اگر خط در انتهای خود 105٪ بار نامی را تغذیه کند ولتاژ در ابتدای خط بالا می‌رود.

3) با نصب کندانسور سنکرون در انتهای خط می‌توان پروفیل ولتاژ را در طول خط مسطح نمود.

4) در چیدمان فازها چه به صورت افقی نسبت به زمین، چه به صورت قائم نسبت به زمین ولی با فواصـل یکسـان از همدیگر امپدانس مشخصه تغییر نمی‌کند.

حل: گزینه 1 که به وضوح نشان دهندهٔ اثر فرانتی می‌باشد و گزینهٔ صحیح می‌باشد. گزینه 2 غلط می‌باشد چرا که شبکه در این حالت دچار افت ولتاژ در انتهای خط است و در گزینه 3 کندانسور سنکرون همان موتور سنکرون می‌باشد کـه در حالت بی‌باری برای کنترل توان راکتیو شبکه متصل می‌شود نه تغییر سطح ولتاژ شبکه.

گزینه 4: در چیدمان افقی و قائم اندوکتانس تغییر نمی‌کند ولی خازن خط به دلیل تغییر ارتفاع نسبت بـه زمـین تغییـر می‌کند و باعث تغییر امپدانس مشخصه می‌شود.

لذا گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: مطالعاتی پخش بار در حالت بی‌باری در شبکه برای چه منظوری انجام می‌شود؟

1) تعیین نقاط ضعف ولتاژ و نصب خازن

2) تعیین نقاط پرباری در شبکه قدرت

3) افزایش ولتاژ و محاسبات ایزولاسیون

4) تعیین نقاط ضعف ولتاژ و محاسبات پرشدگی خطوط

حل: می‌دانیم زمانی که شبکه کم بار باشد، خط دچار اضافه ولتاژ خواهد شد لذا در این حالـت مطالعـات پخـش بـار بـه منظور شناسایی نقاطی که دچار اضافه ولتاژ شده‌اند انجام می‌شود و در صورت لـزوم قطـع بـار یـا ایزولاسـیون از شـبکه صورت می‌گیرد. بنابراین گزینه‌ی «3» صحیح است.

سؤال: در یک خط انتقال انرژی سه‌فاز به طول 200km , $X_1 = 0/3\frac{\Omega}{\text{km}}$, $Y_c = 4\frac{\mu}{\text{km}}$ **است. اگر ولتاژ ابتـدای خط** 500KV **باشد، در شرایط بی‌باری توان راکتیو تولیدی خط چقدر است؟**

1) در این حالت توان راکتیو تولیدی و مصرفی خط با یکدیگر برابر است.

2) بیش‌تر از 200MVAr

3) کم‌تر از 200MVAr

4) 200MVAr

حل: همان‌طور که در متن درس بیان شد، توان راکتیو تولیدی در حالت بی‌باری برابر است با:

$$\begin{cases} Q_S = \left(\frac{C}{A}\right)^* V_s^2 \\ C = Y\left(1+\frac{ZY}{4}\right) \Rightarrow Q_S = \left[\frac{j4\times10^{-6}\times200\left(1-\frac{4\times0/3\times10^{-6}\times(200)^2}{4}\right)}{1-\frac{4\times0/3\times10^{-6}\times(200)^2}{2}}\right]^* \times\left(500\times10^3\right)^2 \\ A = 1+\frac{ZY}{2} \end{cases}$$

گزینه 1 نادرست است، و با توجه به بقیه گزینه‌ها دیگر نیاز به محاسبه کامل توان راکتیو نداریم زیرا در کسر $\left(\frac{C}{A}\right)$، مخرج کسر کوچک‌تر از صورت کسر می‌باشد بنابراین عدد حاصله بزرگ‌تر از یک شده و با توجه به گزینه‌ها که عدد 200MVAr در تمام گزینه‌ها آمده، گزینه 2 صحیح خواهد شد، اما به‌طور دقیق:

$$Q_S = -231/58 MVAr$$

سؤال: در یک خط انتقال هوایی $400kV, 50Hz$ **با طول** $z = 0/4j\,\Omega/km$, $200km$, $Y = j2/5\times10^{-6}\,S/km$ **می‌باشد. در صورت بی‌باری این خط ژنراتور ابتدای خط چقدر توان راکتیو از خط جذب می‌کند؟ برای حل مسئله،** $tg0/2^{rad} = 0/203$ **در نظر بگیرید.**

1) 197/04MVAr 2) 27/07MVAr 3) 65/68MVAr 4) 81/20MVar

حل: همان‌طور که در متن درس گفته شد توان راکتیوی تولیدی ناشی از خازن خط در حالت بی‌باری برابر است با:

$$Q_S = \left(\frac{C}{A}\right)^* |V_S|^2$$

$$C = \frac{j}{Z_C}\sin\beta l \quad , \quad A = \cos\beta l \Rightarrow \begin{cases} Q_S = -j\frac{1}{Z_C}tg\beta l \times |V_S|^2 \\ \beta = \sqrt{ZY} = \sqrt{0/4\times2/5\times10^{-6}} = 10^{-3}\,rad/km \\ X_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{0/4}{2/5\times10^{-6}}} = \frac{2}{5}\times10^3\,\Omega \end{cases}$$

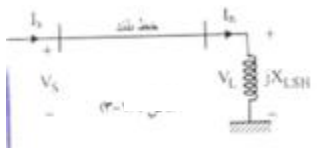
$$Q_S = -j\times25\times10^{-3}\times tg(10^{-3}\times200)\times|400\times10^3|^2 = -j81/2 MVar$$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

۹-۴) جبران‌سازی خط با راکتورهای موازی

در خطوط انتقال بلند، بارهای خیلی کم‌تر از SIL باعث افزایش ولتاژ در سمت دریافت خط می‌شوند. راکتورهای موازی به‌طور وسیعی برای کاهش اضافه ولتاژ در بارهای کم یا شرایط مدار باز به کار گرفته می‌شوند.

راکتوری با راکتانس X_{Lsh} را که در سمت دریافت خط یک خط انتقال بلند مطابق شکل (4-16) وصل شده است در نظر بگیرید:



شکل (۱۶-۴)

برای محاسبه X_{Lsh} به‌طور کلی داریم:

$$I_R = \frac{V_R}{jX_{Lah}}$$

$$V_S = V_R(\cos\beta\mathbf{l} + \frac{Zc}{X_{Lsh}}\sin\beta\mathbf{l}) \rightarrow \boxed{X_{Lsh} = \frac{\sin\beta\mathbf{l}}{\frac{V_s}{V_R} - \cos\beta\mathbf{l}} Z_C}$$

که این فرمول کلی می‌باشد و اگر $V_S = V_R$ باشد:

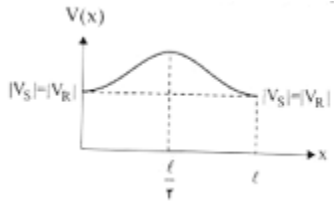
$$\boxed{X_{Lsh} = \frac{\sin\beta\mathbf{l}}{1-\cos R\mathbf{l}} Z_C \ , \ V_S = V_R}$$

و با جایگزینی در روابط داریم:

$$V_S = V_R \rightarrow \begin{cases} I_S = -I_R \\ I\left(\frac{\mathbf{l}}{2}\right) = 0 & \text{جریان در وسط خط انتقال صفر باشد} \\ V_m = \frac{V_R}{\cos\frac{\beta\mathbf{l}}{2}} & \text{ماکزیمم ولتاژ در وسط خط رخ می‌دهد و مقدار} \end{cases}$$

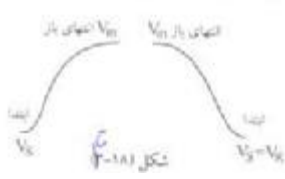
نتیجه‌گیری

در ابتدا دقت داشته باشید که سه فرمول آخر فقط به ازای $V_S = V_R$ برقرار هستند و برای بقیه حالات باید محاسبه شوند. پروفیل ولتاژ در حالت $V_S = V_R$ به‌صورت (شکل 17-4) می‌باشد.



شکل (۱۷-۴)

همان طور که می‌بینیم در وسط خط ولتاژ دارای بیش‌ترین مقدار بوده که مقدار آن $V_R = \frac{V_R}{\cos\frac{\beta \mathbf{l}}{2}}$ می‌باشد به‌گونه‌ای دیگر می‌توان این خط را تعبیر کرد بدین صورت که مسئله را می‌توان تبدیل به دو خط انتقال با انتهای باز به طول $\frac{\mathbf{l}}{2}$ در نظر گرفت. مطابق شکل (18-4)، دلیل این موضوع آن است که جریان در وسط خط انتقال صفر می‌باشد.



شکل (۱۸-۴)

نکته مهم: اگر یک راکتور در انتهای خط قرار دادیم و بخواهیم راکتور دیگری در طول خط قرار دهیم بهترین مکان وسط خط انتقال می‌باشد زیرا بیش‌ترین مقدار ولتاژ را دارد.

نکته مهم: جریان انتهای خط نسبت به ولتاژ انتهای خط پس‌فاز می‌باشد زیرا $V_R = jX_{Lsh}I_R$ ولی جریان ابتدا خط نسبت به ولتاژ ابتدا خط، پیش‌فاز می‌باشد (در حالت $V_S = V_R$) زیرا:

$$|V_S| = |V_R| \rightarrow I_S = -I_R = -I_R \rightarrow I_S = -\frac{V_R}{jX_L} = j\frac{V_R}{X_L}$$

$$I_S = j\frac{V_S}{X_L} \rightarrow$$ که نشان دهنده پیش‌فازی بودن جریان نسبت به ولتاژ می‌باشد.

نتیجه‌گیری بسیار مهم

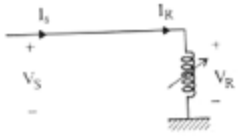
اگر به خاطر داشته باشید گفته شد زمانی می‌توان یک خط تنظیم شده داشته باشیم که طول خط ..., 6000^{km} , 3000^{km} باشد که به‌طور عملی غیرممکن است ولی در واقع با قرار دادن یک راکتور (یا خازن موازی)، اندوکتانس و یا کاپاسیتانس خط کاهش یافته که موجب کاهش $\beta = \omega\sqrt{LC}$ (ثابت فاز) می‌شوند و نتیجه $\sin\beta\mathbf{l} \rightarrow 0$ به سمت صفر میل می‌کند و این موجب می‌شود تا ولتاژ و جریان در ابتدای خط با ولتاژ و جریان در انتهای خط مساوی شوند به بیان دیگر استفاده از جبران کننده راکتور موازی طول الکتریکی خط $(\beta\mathbf{l})$ را کاهش می‌دهد.

ماتریس خط تنظیم شده:

$$T=\begin{bmatrix}\cos\beta l & jz_c\sin\beta l\\ \frac{j}{Z_c}\sin\beta l & \cos\beta l\end{bmatrix}\xrightarrow{\beta l\to 0}T=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

سؤال: در انتهای خط انتقال انرژی با مقاومت ناچیز یک راکتور قابل تنظیم نصب می‌گردد. مقدار راکتور طوری میزان می‌شود که ولتاژ ابتدا و انتهای خط مساوی می‌شوند. در آن صورت جریان در ابتدای خط:

1) برابر با صفر است.



2) با ولتاژ هم‌فاز است.

3) نسبت به ولتاژ 90^o پس‌فاز است.

4) نسبت به ولتاژ 90^o پیش‌فاز است.

حل: طبق نکته گفته شده گزینه 4 درست است و برای بقیه گزینه‌ها داریم:

گزینه 1← جریان در وسط خط صفر است.

گزینه 3← پس‌فاز است. 90^o جریان انتهای خط نسبت به ولتاژ

سؤال: یک خط انتقال بلند سه‌فاز 50^{HZ} با مدار معادل π و امپدانس متوالی $j200^{\Omega}$ و ادمیتانس کل $j0/001^{(\Omega^{-1})}$ مفروض است. در انتهای این خط انتقال وقتی بی‌بار است یک راکتور قرار داده می‌شود تا ولتاژ خط برابر با ولتاژ ابتدای خط گردد. اندوکتانس این راکتور برحسب هانری برابر است با:

1) $\frac{1}{\pi}$ 2) $\frac{2}{\pi}$ 3) $\frac{15}{\pi}$ 4) $\frac{20}{\pi}$

حل: در انتهای خط یک راکتور نصب شده است پس:

$$I_R=\frac{V_R}{jX_L}$$

$$V_S=(1+\frac{ZY}{2})V_R+Z.\frac{V_R}{jX_L}\to 1=1+\frac{ZY}{2}-\frac{jZ}{X_L}$$

$$\to 1=1+\frac{(j200)(j0/001)}{2}+\frac{200}{X_L}\to 0/1=\frac{200}{2\pi\times 50\times L}\to L=\frac{20}{\pi}$$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

سؤال: در هر دو سوی یک خط انتقال بی‌بار، $400kV, 50Hz$ به طول $600km$ دو ژنراتور با دامنه ولتاژ یکسان قرار دارد. در این خط $z = j0/5 \Omega/km$ ، $Y = j8\times10^{-6}\ S/km$ می‌باشد. دامنه حداکثر ولتاژ فاز به زمین در این خط چقدر است؟

$(\cos 0/6rad = 0/825)$

1) $253/4kv$ 2) $279/8kv$ 3) $232/7kv$ 4) $283/4kv$

حل: با وجود داشتن دو ژنراتور با دامنه ولتاژ یکسان در خط به معنای $V_S = V_R$ می‌باشد و می‌دانیم زمانی که خط بی‌بار است و $V_S = V_R$ باشد ماکزیمم ولتاژ در وسط خط انتقال رخ می‌دهد که برابر است با:

$$V_m = \frac{V_R}{\cos\beta\frac{l}{2}}$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} \rightarrow \text{خط بی‌تلف} \quad \rightarrow \beta = \sqrt{0/5\times8\times10^{-6}} = 2\times10^{-3}\ \frac{rad}{km}$$

$$\beta\frac{l}{2} = 2\times10^{-3}\times300 = 0/6rad$$

مطابق فرض مسئله $\cos 0/4 = 0/825$ در نتیجه:

$$(\text{فاز})\ V_p = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230/940kV \Rightarrow V_m = \frac{230/940}{0/825} = 279/8kv$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

سؤال: یک خط انتقال طویل بدون تلف با امپدانس مشخصه Z_C و طول l مفروض است. می‌خواهیم با نصب یک راکتور موازی در انتهای خط، ولتاژ انتهای خط را در حالت بی‌باری، در مقدار ولتاژ ابتدای خط (E_s) تثبیت کنیم. مقدار X مربوط به راکتور موازی از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

1) $X = \frac{Z_C}{\cos\beta l}$ 2) $X = Z_C\frac{\cos\beta l}{1-\cos\beta l}$ 3) $X = Z_C tg\beta l$ 4) $X = Z_C^2\frac{\sin^2\beta l}{1-\cos^2\beta l}$

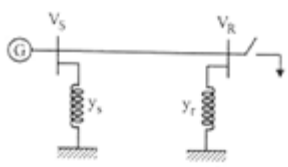
حل: زمانی که $V_S = V_R$ باشد، راکتور موازی جهت تثبیت ولتاژ از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$X = \frac{\sin\beta l}{1-\cos\beta l} Z_C$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

نکته مهم: در واقع یک راکتور، چون خاصیت سلفی دارد توان راکتیو تولید شده ناشی از خازن خط در حالت بی‌باری (یا کم باری) که باعث افزایش ولتاژ می‌شود را جذب می‌کند، پس بسته به میزان راکتور نصبی می‌توان تمام این توان راکتیو تولیدی یا بخشی از آن را جبران (یا جذب) کرد.

مثال: در یک خط انتقال به طول $1250km$ و مشخصات $L = 16\times10^{-7}\frac{H}{m}$, $C = 10^{-11}\frac{F}{m}$، برای تنظیم ولتاژ ابتدا و انتهای خط روی $1p.u$، مقدار راکتوری که باید در ابتدا و انتهای خط وصل شود عبارت است از: (در حالت بی‌باری فرض می‌شود خط بی‌تلفات است.)



1) $y_s = y_r = -j25\times10^{-4}$

2) $y_s = y_r = -15\times10^{-4}$

3) $y_s = y_r = -5\times10^{-4}$

4) $y_s = y_r = -25\times10^{-3}$

حل: دقت کنید در حالتی که یک راکتور در انتهای خط نصب می‌کنیم از ابتدای خط تا انتهای خط دچار اضافه ولتاژ هستیم و فقط در انتهای خط است که این اضافه ولتاژ جبران می‌شود پس بهتر است برای این‌که خط از ابتدا با ولتاژ مواجه نشود راکتور دیگری نیز در ابتدا خط نصب شود. برای اینکه $|V_S| = |V_R|$ باشد باید کل توان راکتیو تولیدی ناشی از خازن خط توسط راکتورها جبران شود یعنی به همان میزان راکتورها توان راکتیو جذی کنند پس:

$$y_s = y_r = -\frac{Y'}{2}$$

که Y' همان خازن خط می‌باشد. در واقع باید $Q_C + Q_L = 0$ باشد.

$$\frac{Y'}{2} = \frac{i}{Z_C} tg\frac{\beta l}{2} \rightarrow \begin{cases} \beta = \omega\sqrt{LC} = 100\pi\sqrt{16\times10^{-18}} = 4\pi\times10^{-7} \\ Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{16\times10^{-7}}{10^{-11}}} = 400\Omega \end{cases}$$

چون $10^{-6} < \beta < 1^{-5}$ می‌باشد پس واحد آن rad/m می‌باشد.

$$\beta \mathbf{l} = 4\pi \times 10^{-7} \times 1250 \times 10^{3} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{j}{400} \times \tan(\frac{\pi}{4}) = +j(25 \times 10^{-4})$$

$$\rightarrow y_s = y_r = -\frac{Y'}{2} = -j(25 \times 10^{-4})$$

پس گزینه‌ی «1» صحیح است.

مثال: در یک خط انتقال با ماکزیمم ولتاژ قابل تحمل 400KV، در حالت بی‌باری انتهای خط دچار اضافه ولتاژ شده و ژنراتور ابتدای خط نیز توانایی جذب توان راکتیو لازم را ندارد. آرایش راکتورهای خط انتقال را چنان تعیین کنید که ولتاژ ابتدای و انتهای خط 250KV بوده و خط اضافه ولتاژ نداشته باشد؟

$$\mathbf{l} = 300^{km}, \beta = \frac{\pi}{450} \frac{rad}{km}$$

حل: در صورت سؤال گفته شده که $|V_S| = |V_R|$ و خط هیچ‌گونه اضافه ولتاژی نداشته باشد پس با توجه به مثال قبل باید دو راکتور یکی در انتها و دیگری در ابتدای خط قرار گیرد و از طرف دیگر گفته شد پس از نصب راکتور ماکزیمم ولتاژ در وسط خط رخ می‌دهد پس حالا بررسی می‌کنیم که ولتاژ در وسط خط از حد مجاز فراتر می‌رود یا نه:

$$V_m = \frac{V_R}{\cos\frac{\beta l}{2}} \rightarrow \begin{cases} V_R = 250KV \\ \frac{\beta \mathbf{l}}{2} = \frac{\pi}{450} \times 300 = \frac{\pi}{3} \rightarrow V_m = 500KV \end{cases}$$

با توجه به این که ماکزیمم ولتاژ قابل تحمل 400KV پس در وسط خط دچار اضافه ولتاژ هستیم لذا با نصب یک راکتور در وسط خط این اضافه ولتاژ را جبران می‌کنیم. پس گزینه‌ی «4» صحیح است.

مثال: خط انتقال بلند بدون تلفات با طول $\mathbf{l}$ را در نظر بگیرید، با استفاده از یک راکتور جبران‌ساز شرایطی ایجاد کرده‌ایم که ولتاژ ابتدای خط بر $(1+\sin\beta\mathbf{l})$ برابر ولتاژ انتهای خط است. در نقطه‌ای که حداکثر افزایش ولتاژ را داریم مقدار عبارت $(\mathrm{tg}\beta x-\mathrm{tg}\frac{\beta\mathbf{l}}{2})$ چقدر خواهد بود؟ (x فاصله موردنظر از انتهای خط است)

1) 0 2) 0/25 3) 1 4) 0/5

حل: شاید بعضی از دانشجویان از آنجا که فکر می‌کنند ماکزیمم افزایش ولتاژ در وسط خط رخ می‌دهد و $\mathrm{tg}\frac{\beta\mathbf{l}}{2}-\mathrm{tg}\frac{\beta\mathbf{l}}{2}=0$ می‌شود سریعاً گزینه 1 را انتخاب کنید که قطعاً گزینه غلطی است. دقت کنید که گفته شد ماکزیمم ولتاژ در وسط خط تنها در حالتی است که $|V_R|=|V_S|$ باشد رخ می‌دهد در این‌گونه مسائل باید با استفاده از روابط اصلی جواب را به‌دست آوریم:

$$\left.\begin{aligned}|V_S|&=(1+\sin\beta\mathbf{l})|V_R|\\ X_L&=\frac{\sin\beta\mathbf{l}}{\frac{V_S}{V_R}-\cos\beta\mathbf{l}}Z_c\end{aligned}\right\}\rightarrow X_L=\frac{\sin\beta\mathbf{l}}{1+\sin\beta\mathbf{l}-\cos\beta\mathbf{l}}Z_C$$

$$V(x)=V_R(\cos\beta x+Z_c\frac{\sin\beta x}{X_L})$$

$$\frac{dV(x)}{dx}=0\rightarrow\beta V_R(-\sin\beta x+Z_C\frac{\cos\beta x}{X_L})=0$$

با جایگذاری X_L داریم:

$$\sin\beta x=Z_c\frac{\cos\beta x(1-\cos\beta\mathbf{l}+\sin\beta\mathbf{l})}{Z_C\sin\beta\mathbf{l}}\rightarrow\mathrm{tg}\beta x=1+\frac{1-\cos\beta\mathbf{l}}{\sin\beta\mathbf{l}}=1+\mathrm{tg}\frac{\beta\mathbf{l}}{2}$$

پس در فاصله‌ی $\mathrm{tg}\beta x=1+\mathrm{tg}\frac{\beta\mathbf{l}}{2}$ ماکزیمم ولتاژ رخ می‌دهد لذا:

$$\mathrm{tg}\beta x-\mathrm{tg}\frac{\beta\mathbf{l}}{2}=1+\mathrm{tg}\frac{\beta\mathbf{l}}{2}-\mathrm{tg}\frac{\beta\mathbf{l}}{2}=1$$

پس گزینه‌ی «3» صحیح است.

سؤال: مقدار امپدانس سری و هر کدام از ادمیتانس‌های موازی در مدل π یک خط متوسط برحسب پریونیت به ترتیب عبارتند از $Z=1\angle\frac{\pi}{4}$, $y=1\angle-\frac{\pi}{4}$ اگر ولتاژ فاز در انتهای خط $V_R=1\angle\frac{\pi}{4}$ پریونیت بوده و انتهای خط به یک بار سلفی خالص با راکتانس $jX = j2p.u$ متصل گردد. جریان ابتدای خط برحسب pu کدام‌یک از مقادیر زیر خواهد بود؟

1) $\frac{10+3\sqrt{2}}{8}-j\frac{3\sqrt{2}}{8}$ 2) $\frac{4+3\sqrt{2}}{8}-j\frac{3\sqrt{2}}{8}$ 3) $\frac{3\sqrt{2}-4}{8}-j\frac{3\sqrt{2}}{8}$ 4) $\frac{10+3\sqrt{2}}{4}-j\frac{3\sqrt{2}}{4}$

حل:

$$I_R=\frac{V_R}{jX}\rightarrow I_s=CV_R+DI_R=\left[Y(1+\frac{YZ}{4})+(1+\frac{ZY}{2}\times\frac{1}{jX})\right]V_R$$

$$I_S=\left[1\angle-\frac{\pi}{4}(1+\frac{1}{4})+(1+\frac{1}{2})\times\frac{1}{2}\angle-\frac{\pi}{2}\right]\times1\angle\frac{\pi}{4}$$

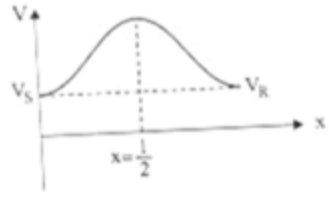
$$I_S=\frac{5}{4}+\frac{3}{4}\angle-\frac{\pi}{4}=\frac{5}{4}+\frac{3}{8}\sqrt{2}-j\frac{3}{8}\sqrt{2}=\frac{10+3\sqrt{2}}{8}-j\frac{3\sqrt{2}}{8}$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

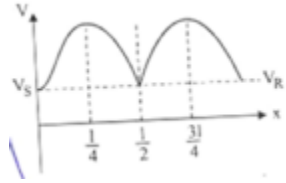
مثال: یک خط انتقال به طول $1200km$ موجود است. برای تنظیم ولتاژ ابتدا و انتهای خط در حالت بی‌باری روی $1p.u$، دو راکتور در دو سر خط قرار می‌دهیم. مشاهده می‌شود که در وسط خط نیز اضافه ولتاژ غیرمجاز داریم. بنابراین در وسط خط هم یک راکتور قرار می‌دهیم. در این حالت طول الکتریکی خط چقدر است؟

1) 200 2) 400 3) 600 4) 300

حل: همان‌طور که گفته شد راکتور، طول الکتریکی خط یعنی βl را کاهش می‌دهد. زمانی که با نصب راکتور در ابتدا و انتهای خط $V_S = V_R$ می‌شود پروفیل ولتاژ به شکل روبه‌رو است:



و می‌دانیم در حالت $V_S = V_R$، جریان وسط خط صفر می‌باشد و خط به دو قسمت تقسیم می‌شود، در واقع طول الکتریکی خط به نصف کاهش می‌یابد. حال در این مثال با نصب راکتور سوم در وسط خط پروفیل ولتاژ به شکل زیر خواهد شد:



$$V_S = V_R = V\left(\frac{\mathbf{l}}{2}\right) = |v|$$

همان‌طور که در شکل مشخص است ماکزیمم ولتاژ در طول‌های $\frac{3\mathbf{l}}{4}, \frac{\mathbf{l}}{4}$ رخ می‌دهد و در واقع در این طول‌ها، جریان خط صفر خواهد شد. بنابراین خط به 4 قسمت تقسیم خواهد شد یعنی طول الکتریکی خط $(\beta\mathbf{l})$ به $\frac{1}{4}$ کاهش می‌یابد

بنابراین داریم:

$$\mathbf{l} = 1200^{km} \rightarrow \text{طول الکتریکی جدید خط } \mathbf{l}' = \frac{1200}{4} = 300\text{km}$$

بنابراین گزینه‌ی «4» صحیح است.

نکته مهم: باید دقت کنید که در مثال قبل چون $V_S = V_R$ بود توانستیم بدون محاسبه بگوییم که طول الکتریکی خط به نصف کاهش یافته است و همچنین چون با نصب راکتور سوم $V_S = V_R = V(\frac{\mathbf{l}}{2})$ بود، طول الکتریکی خط به $\frac{1}{4}$ طول اولیه کاهش پیدا کرد. اما اگر با نصب راکتور $V_S \neq V_R$ باشد باید کاهش طول الکتریکی خط را محاسبه کنیم و دیگر مستقیماً نمی‌توانیم اظهارنظر کنیم.

4-10) جبران‌سازی با خازن موازی

در مدارهای با ضریب قدرت پس‌فاز ناشی از بارهای سنگین از خازن‌های موازی استفاده می‌شود. که همان‌طور که در فصل اول گفته شده یکی از وظایف این خازن‌ها تصحیح ضریب توان بود. اثر دیگر خازن‌های موازی تأمین توان راکتیو لازم برای حفظ ولتاژ سمت دریافت خط در یک سطح رضایت‌بخش است. دقت کنید زمانی که بار شبکه به‌طور قابل ملاحظه‌ای از SIL خط بیش‌تر است در انتهای خط دچار افت ولتاژ شدید خواهیم بود و برای این منظور خازن به شبکه وصل می‌کنیم که توان راکتیو تولید می‌کند و توان راکتیو جذبی ناشی از سلف خط را جبران می‌کند.

نتیجه‌گیری مهم

1- سلف توان راکتیو جذب می‌کند پس برای جبران‌سازی توان راکتیو تولید شده ناشی از خازن خط و کاهش افزایش ولتاژ به‌کار می‌رود.

2- خازن توان راکتیو تولید می‌کند پس برای جبران‌سازی توان راکتیو جذب شده ناشی از سلف خط و افزایش ولتاژ در حالت پرباری به‌کار می‌رود.

سؤال: SIL **یک خط انتقال انرژی بدون تلفات** 400KV **معادل** 100MW **است. ظرفیت خازنی، هر فاز خط مذکور برحسب** F/m **کدام‌یک از مقادیر زیر می‌باشد؟**

1) $\frac{10^{-10}}{144}$ 2) $\frac{10^{-10}}{48}$ 3) $\frac{10^{-10}}{24}$ 4) $\frac{10^{-10}}{16}$

حل:

$$SIL = \frac{(V_{Lrated})^2}{Z_C} \rightarrow 100\times10^6 = \frac{16\times10^{10}}{Z_C} \rightarrow Z_C = 1600\Omega$$

با فرض:

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow 1600 = \frac{10^{-8}}{3C}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3\times10^8 \\ LC = \frac{10^{-16}}{9} \rightarrow \sqrt{L} = \frac{10^{-8}}{3}\frac{1}{\sqrt{C}} \end{cases}$$

$$C = \frac{10^{-10}}{48}$$

POWEREN.IR

گزینه‌ی «2» صحیح است.

11-4) پخش توان مختلط در خطوط انتقال

این بخش از مهم‌ترین بخش‌های درس بررسی سیستم‌های قدرت بوده و سؤالات زیادی در کنکور را به خود اختصاص داده است پس به‌طور مفصل راجع به آن بحث خواهیم کرد.

در ابتدا توان مختلط سمت ارسال و دریافت را به‌دست می‌آوریم:

فرض می‌کنیم که:

$A = |A| \angle \theta_A \quad , \quad V_S = |V_S| \angle \delta$ ولتاژ سمت ارسال

$B = |B| \angle \theta_B \quad , \quad V_R = |V_R| \angle 0$ ولتاژ سمت دریافت

پس I_R را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$I_R = \frac{|V_S| \angle \delta - |A| \angle \theta_A |V_R| \angle 0}{|B| \angle \theta_B}$$

و می‌دانیم توان مختلط در سمت دریافت خط برابر است با:

$$S_{R(3\varphi)} = P_{R(3\varphi)} + jQ_{R(3\varphi)} = 3V_R I_R^*$$

پس از جایگزینی روابط داریم:

$$\begin{cases} P_{R(3\varphi)} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\cos(\theta_B - \delta) - \frac{|A||V_{R(L-L)}|^2}{|B|}\cos(\theta_B - \theta_A) \\ Q_{R(3\varphi)} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\sin(\theta_B - \delta) - \frac{|A||V_{R(L-L)}|^2}{|B|}\sin(\theta_B - \theta_A) \end{cases}$$

توان سمت ارسال خط:

$$S_{s(3\varphi)} = P_{s(3\varphi)} + jQ_{s(3\varphi)} = 3V_S I_S^*$$

$$\begin{cases} P_{S(3\varphi)} = \frac{|A||V_{S(L-L)}|^2}{|B|}\cos(\theta_B - \theta_A) - \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{|B|}\cos(\theta_B + \delta) \\ Q_{S(3\varphi)} = \frac{|A||V_{S(L-L)}|^2}{|B|}\sin(\theta_B - \theta_A) - \frac{|V_S||V_R|}{|B|}\sin(\theta_B + \delta) \\ Q \end{cases}$$

روابط سمت دریافت و ارسال را به‌طور کامل به خاطر بسپارید.

در خط بدون تلفات $A = \cos\beta l$, $\theta_B = 90^\circ$, $\theta_A = 0$, $B = jx'$ بوده و توان حقیقی انتقال یافته برابر است با:

$$\boxed{P_R 3\varphi = \frac{|V_{s(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{X'}\sin\delta}$$

و توان راکتیو سمت دریافت خط عبارت است از:

$$Q_{R(3\varphi)} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{X'}\cos\delta - \frac{|V_{R(L-L)}|^2}{X'}\cos\beta \mathbf{1}$$

دو رابطه اخیر را باید به‌طور کامل به خاطر داشته باشید.

نکات مهم:

1- همان‌طور که مشخص است در سیستمی که با ولتاژ ثابت بهره‌برداری می‌شود، توان انتقال یافته با $\sin\delta$ متناسب است.

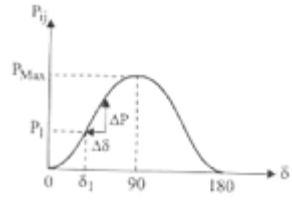
2- با افزایش بار، δ افزایش می‌یابد.

3- در خط بدون تلفات، حداکثر توانی که می‌توان در شرایط پایداری ماندگار انتقال داد، در زاویه توان 90° حاصل می‌گردد:

$$P_{max_R} = \frac{|V_R||V_S|}{X'}$$

و واضح است که برای افزایش توان انتقالی باید راکتانس خط X کاهش یابد و این عمل با استفاده از خطوط دو مداره و در موارد ضروری استفاده از خازن‌های سری امکان‌پذیر است.

4- شکل (19-4) منحنی تغییرات توان انتقالی خط را برحسب δ نشان می‌دهد:



شکل (۱۹-۴)

در نقطه کاری مانند P_1 با زاویه δ_1 بر اثر افزایش جزئی در زاویه δ به میزان $\Delta\delta$، قدرت انتقالی به میزان ΔP افزایش می‌یابد.

طبق تعریف نسبت ΔP_{ij} به $\Delta\delta$ را «ضریب سنکرونیزه» کننده خط انتقال می‌نامند، که در فاصله بسیار کوچک داریم:

$$T_{ij} = \frac{\Delta P_{ij}}{\Delta\delta}$$

$$T_{ij} = \frac{dP_{ij}}{d\delta} = P_{max}\cos\delta$$

همان‌طور که مشخص است با افزایش δ ضریب سنکرونیزه یا شاخص پایداری کاهش می‌یابد و در $\delta = 90^{o}$ به صفر می‌رسد که نشان‌دهنده این است که با افزایش بیش‌تر از 90^{o} سیستم دچار ناپایداری می‌شود.

5- با وجود این که P_{max} به ازای $\delta = 90^{o}$ حاصل می‌شود، اما سیستم انتقال با ماشین‌های سنکرون آن باید قادر باشد بدون از دست دادن پایداری، تغییرات ناگهانی در تولید و بار و وقوع خطا را تحمل نماید. برای اطمینان از کافی بودن «حاشیه پایداری» در عمل زاویه بار در حال کار معمولاً بین 35^{o} تا 45^{o} تغییر می‌نماید.

6- جاری شدن توان اکتیو در خط به زاویه توان (δ) یعنی اختلاف زاویه بین ولتاژ فرستنده و ولتاژ گیرنده بستگی دارد: $(\delta = \delta_S - \delta_R)$ و به اندازهٔ ولتاژ خط بستگی ندارد.

7- جاری شدن توان راکتیو در خط به افت ولتاژ بستگی داشته و از زاویه ولتاژ δ مستقل است. در ضمن با افزایش دامنه ولتاژ شین ابتدایی $(|V_S|)$ قدرت راکتیو جاری شده از این شین افزایش می‌یابد.

8- دقت کنید توان‌های راکتیو سمت دریافت و ارسال را در حال بی‌تلف معمولاً به‌این گونه می‌نویسیم:

$$\boxed{\begin{aligned} Q_R &= \frac{V_R}{X}(V_S \cos\delta - V_R) \\ Q_S &= \frac{V_S}{X}(V_S - V_R \cos\delta) \end{aligned}}$$

این دو رابطه را به خاطر بسپارید.

نکته مهم: توان راکتیو جاری شده در طول خط میانگین توان راکتیو دریافتی و ارسالی می‌باشد:

$$Q_{AVe} = \frac{Q_R + Q_s}{2} = \frac{V_S^2 - V_R^2}{2X}$$

دقت کنید این رابطه را می‌توان به این‌گونه نوشت:

$$Q_{AVe} = \frac{(V_S - V_R)(V_S + V_R)}{2X}$$

از این رابطه نیز می‌توان نتیجه گرفت که:

1) زمانی که $V_S > V_R \rightarrow Q_{ave} > 0$

یعنی توان راکتیو جاری شده از سمت ژنراتور به سمت بار مثبت بوده و ژنراتور توان راکتیو تولید می‌کند (حالت فوق تحریک) و بار سلفی بوده و توان راکتیو جذب می‌کند.

2) زمانی که $V_S < V_R$ (حالت بی‌باری یا کم باری) $\rightarrow Q_{ave} > 0$

یعنی توان راکتیو جاری شده از سمت ژنراتور به سمت بار منفی بوده و ژنراتور توان راکتیو جذب می‌کند (حالت زیر تحریک) و بار نقش خازنی داشته و توان راکتیو تولید می‌کند.

9- از روابط کامل توان اکتیو (حالت با اتلاف) نتیجه می‌گیریم که ماکزیمم توان دریافتی خط زمانی حاصل می‌شود که:

$$\frac{dP}{d\delta}=0\Rightarrow \frac{|V_S||V_R|}{|B|}\sin(\theta_B-\delta)=0$$

پس در زاویه توان $\theta_B=\delta$ توان دریافتی خط ماکزیمم می‌شود.

$$\rightarrow \boxed{\theta_B=\delta}$$

و توان راکتیو دریافتی در این حالت برابر است با:

$$Q_R=\frac{|V_S||V_R|}{|B|}\sin(\theta_B-\delta)-\frac{|A||V_R|^2}{|\delta|}\sin(\theta_B-\theta_A)|_{\theta_B=\delta}\rightarrow$$

$$\boxed{Q_R<0}\quad Q_R=\frac{|V_S||V_R|^2}{|B|}\sin(\theta_B-\theta_A)\Rightarrow$$

و توان راکتیو ارسالی خط در این حالت برابر است با:

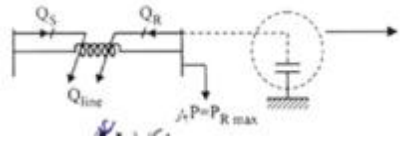
$$Q_R=\frac{|A||V_S|^2}{|B|}\sin(\theta_B-\theta_A)-\frac{|V_S||V_R|}{|B|}\sin(\theta_B-\delta)\Big|_{\theta=\delta}\rightarrow$$

$$Q_S=\frac{|A||V_S|^2}{|B|}\sin(\theta_B-\theta_A)-\underbrace{\frac{|V_S||V_R|}{|B|}\sin 2B\Big|_{\beta=90^\circ}}_{0}=\frac{A}{B}V_s^2\sin(\theta_B-\theta_A)^\circ$$

$$\rightarrow Q_S>0$$

نتیجه‌گیری بسیار مهم:

یعنی برای اینکه توان ماکزیمم به بار برسد باید $\delta=\theta_B$ باشد که در این حالت Q_R منفی می‌باشد. یعنی مطابق شکل (4-20) جهت توان راکتیو از سمت بار به سمت خط تغییر می‌کند و همانند یک بار خازنی مقداری از ظرفیت راکتیو خط را تأمین کرده و ظرفیت تولیدی ژنراتور را برای تولید توان راکتیو کاهش داده و به همان میزان ظرفیت تولیدی ژنراتوری برای تولید توان اکتیو را افزایش می‌دهد به همین دلیل ماکزیمم به بار انتقال می‌یابد.



شکل (۲۰-۴)

این خازن وجود ندارد وجهت مدل کردن بار نمایش داده شده است.

10) برای ماکزیمم توان ارسال خط داریم:

$$\frac{dP_S}{d\delta}=0\rightarrow\frac{|V_S||V_R|}{|B|}\sin(\theta_B+\delta)=0$$

پس برای زاویه توان $\delta=\pi-\theta_B$ ماکزیمم توان ارسالی رخ می‌دهد.

$$\boxed{\rightarrow\theta_B+\delta=\pi}$$

12-4) قابلیت انتقال توان

قابلیت انتقال توان یک خط به حد 1- بارگذاری حرارتی، 2- حد پایداری آن محدود می‌گردد:

1- حد پایداری:

توان حقیقی در خط بدون تلفات:

$$P_{R(3\varphi)}=\frac{|V_S||V_R|}{Z_C\sin\beta\mathbf{l}}\sin\delta$$

یا

$$P_{R(3\varphi)}=\frac{|V_S||V_R|}{Z_C\sin(\frac{2\pi\mathbf{l}}{\lambda})}=\sin\delta \qquad \text{و}$$

اگر $\theta=\frac{2\pi\mathbf{l}}{\lambda}$ باشد آن‌گاه:

زاویه θ: اختلاف فازی است که در طول خط بین موج‌های ابتدا و انتهای خط ایجاد می‌شود و δ اختلاف فاز بین ولتاژ ابتدا و انتهای خط است که شبکه آن را ایجاد می‌کند.

نکته مهم: از محاسبات پایداری به‌دست می‌آید که θ نمی‌تواند بیش‌تر از δ باشد و حداکثر می‌تواند با آن مساوی باشد و نقاط کار با زاویه بزرگ‌تر از θ نقاط تعادل ناپایدار محسوب می‌شوند بنابراین در حالت تئوری که ماکزیمم توان انتقالی به ازای $\delta=90^\circ$ حاصل می‌شود:

$$P_{R(3\varphi)max}=\frac{V_S V_R}{Z_C\sin\theta}\sin\delta\Big|_{\delta=90^\circ}$$

باید $0 \le \delta \le \frac{\pi}{2}$ باشد.

اگر $\theta_{max} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \theta_{max} = \frac{2\pi \mathbf{l}_{max}}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \mathbf{l}_{max} = \frac{\lambda}{4}$

بنابراین اگر طول خط از $\frac{\lambda}{4}$ بیش‌تر باشد در حالت پایداری تئوریک خط دچار ناپایداری می‌شود و برای فرکانس‌های مختلف داریم:

$$\begin{cases} \text{اگر } f = 50^{HZ} \rightarrow \lambda = 6000^{km} \rightarrow \mathbf{l}_{max} = 1500Km \\ \text{اگر } f = 60^{HZ} \rightarrow \lambda = 5000 \rightarrow \mathbf{l}_{max} = 1250Km \end{cases}$$

ولی همان‌طور که قبلاً گفته شده برای حفظ سنکرونیزاسیون ژنراتورهای سنکرون شبکه به‌طور عملی زاویه توان از 45° درجه فراتر نمی‌رود و در این حالت داریم:

$$\delta_{max} = 45^{\circ} \rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{2\pi \mathbf{l}_{max}}{\lambda} = \frac{\pi}{4}$$
$$\rightarrow \mathbf{l}_{max} = \frac{\lambda}{8}$$

پس به‌صورت عملی ماکزیمم طول خط $\frac{\lambda}{8}$ بوده و اگر از آن بیش‌تر شود شبکه دچار ناپایداری می‌شود و در فرکانس‌های مختلف داریم:

$$\begin{cases} \text{اگر } f = 50^{HZ} \rightarrow \lambda = 6000^{km} \rightarrow \mathbf{l}_{max} = 750Km \\ \text{اگر } f = 60^{HZ} \rightarrow \lambda = 5000 \rightarrow \mathbf{l}_{max} = 625Km \end{cases}$$

نتیجه:

پس در عمل طول خط نمی‌تواند از 750Km فراتر رود که امروزه در تمامی شبکه‌های برق دنیا برای خطوط با برق AC هیچ‌گونه خطی بیش‌تر از 750Km نداریم و به فرض برای خطی به طول 1500km باید در طول 750Km یک پست دیگر احداث کنیم و از آنجا تا انتهای خط، انتقال برق را انجام دهیم.

راه دیگر استفاده از خطوط HVDC (High Voltage DC) می‌باشد که می‌توان برای مسافت‌های طولانی از آن بهره جست که البته از لحاظ تجهیزات بسیار گران‌تر از خطوط AC می‌باشد!

در برنامه‌ریزی و منظورهای دیگر، بیان فرمول توان برحسب SIL و رسم منحنی بارپذیری خط مفیدتر است، برای خط بی‌تلف داریم:

$$P_{R(3\varphi)} = \left(\frac{|V_S|}{V_{rated}}\right)\left(\frac{|V_R|}{V_{rated}}\right)\left(\frac{V_{rated}^2}{Z_C}\right)\frac{\sin\delta}{\sin\beta\mathbf{l}}$$

پس داریم:

$$\boxed{P_{R(3\varphi)} = \frac{|V_{Spu}||V_{Rpu}|SIL}{\sin\beta\mathbf{l}}\sin\delta}$$

این فرمول را به خاطر بسپارید.

2- حد بارگذاری حرارتی

افزایش درجه حرارت‌های ناشی از تلفات توان حقیقی موجب افزایش طول هادی‌ها می‌شود. این موضوع افزایش شکم خطوط انتقال در بین دکل‌ها را به دنبال خواهد داشت. در دماهای بالاتر، این مسأله ممکن است موجب افزایش طول غیرقابل برگشت گردد. حد حرارتی با ظرفیت حمل جریان هادی که از اطلاعات سازندگان در دسترس می‌باشد، مشخص می‌شود. اگر ظرفیت حمل جریان با جریان حرارتی $I_{thermal}$ نشان داده می‌شود: حد بارگذاری حرارتی خط برابر است با:

$$\boxed{S_{thermal} = 3R_{\varphi reted}I_{thermal}}$$

نتیجه‌گیری مهم:

منحنی بارپذیری خط توان انتقالی برحسب طول خط که برای یک خط انتقال حد تعیین کننده برابر است با:

$P_{R\max} = \min$ (حد پایداری و حد حرارتی)

و لذا همان‌طور که از روی نمودار بارپذیری خط مشخص است برای:

1- خطوط کوتاه و متوسط حد حرارتی تعیین‌کننده حداکثر توان انتقالی است.

2- برای خطوط بلند حد پایداری تعیین‌کننده حداکثر توان انتقالی است.

سؤال: در خطوط بلند، محدودیت‌های زیر علت اصلی محدودیت انتقال توان می‌باشد.

1) محدودیت انتقال مرتبط با پایداری حالت مانا

محدودیت انتقال مرتبط با پایداری ولتاژ

2) محدودیت حرارتی هادی خطوط انتقال

محدودیت انتقال مرتبط با پایداری حالت مانا

3) محدودیت حرارتی هادی خطوط انتقال

محدودیت انتقال مرتبط با پایداری ولتاژ

4) محدودیت توان طبیعی خط انتقال

محدودیت انتقال مرتبط با پایداری ولتاژ

حل: در خطوط بلند، محدودیت انتقال توان مرتبط با پایداری حالت مانا می‌باشد، البته پایداری حرارتی نیز عامل محدودکننده می‌باشد اما عامل اصلی همان پایداری حالت مانا است، لذا با توجه به گزینه‌ها، گزینه 2 بهترین گزینه می‌باشد.

نمونه: در یک خط انتقال طویل 400KV، به طول $300km$ و $z = j0/5\Omega/km$ و $Y = j2\times10^{-6}\ S/km$ می‌باشد. جریان بار چقدر باید باشد تا در همه نقاط خط انتقال، دامنه ولتاژ یکسان باشد؟ ضریب قدرت در وسط خط در این حالت چقدر است؟

1) $I_R = 531/2A$, $\cos\varphi = 0/25Lag$

2) $I_R = 503/1A$, $\cos\varphi = 0/25Lead$

3) $I_R = 461/1A$, $\cos\varphi = 1/0$

4) $I_R = 432/2A$, $\cos\varphi = 0/0$

حل: زمانی پروفیل ولتاژ در تمام طول خط ثابت می‌باشد که بار با امپدانس مشخصه بارگذاری شود که در اینجا چون خط بی‌تلف می‌باشد، با امپدانس موجی که اهمی خالص می‌باشد سر و کار داریم:

$$Z_s = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{0/5}{2\times10^{-6}}} = 500\Omega$$

$$I_R = \frac{V_L}{\sqrt{3}Z_s} = \frac{400\times10^3}{\sqrt{3}\times500} = 461/1A$$

و از آنجایی که بار اهمی خالص می‌باشد، $\cos\varphi = 1$ می‌باشد.

گزینه‌ی «3» صحیح است.

سؤال: در یک خط انتقال بلند بدون تلف، $400kV, 50Hz$ با طول $400km$، $Y = j2/5\times10^{-6}\ S/km, z = j0/4\Omega/km$ می‌باشد. حد انتقال توان اکتیو در خط با حفظ پایداری حالت مانا چقدر است؟

در این مسئله $\sin0/4^{rad} = 0/390 \leftarrow$

1) 1025/64MW

2) 624/12MW

3) 156/25MW

4) 924/58MW

حل: می‌دانیم در یک خط بلند بی‌تلف ماکزیمم توان اکتیو انتقالی برابر است با:

$$P_{12}^{max} = \frac{|V_1||V_2|}{Z_C \sin\beta l}$$

$$\beta = \sqrt{ZY} = \sqrt{0/4 \times 2/5 \times 10^{-6}} = 10^{-3}\ {}^{rad}/_{km} \rightarrow \beta l = 0/4 rad$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{0/4}{2/5 \times 10^{-6}}} = 400\Omega$$

$$P_{12}^{max} = \frac{\left(400 \times 10^3\right)^2}{400 \times 0/39} = 1025/64 mw$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: هم‌زمان با باندل کردن هادی‌های یک خط انتقال طویل، ارتفاع دکل را نیز افزایش می‌دهیم. کدام‌یک از عبارت‌های زیر در این مورد صحیح است؟

1) تلفات کرونا کاهش می‌یابد.
حد توان قابل انتقال افزایش می‌یابد.
توان شارژ خط در حالت بی‌باری کاهش می‌یابد.

2) تلفات کرونا کاهش می‌یابد.
حد توان قابل انتقال کاهش می‌یابد.
توان شارژ خط در حالت بی‌باری کاهش می‌یابد.

3) تلفات کرونا افزایش می‌یابد.
حد توان قابل انتقال افزایش می‌یابد.
بار طبیعی خط افزایش می‌یابد.

4) تلفات کرونا افزایش می‌یابد.
حد توان قابل انتقال کاهش می‌یابد.
بار طبیعی خط افزایش می‌یابد.

حل: از آنجایی که در صورت سؤال مقادیر داده نشده است لذا به‌صورت تقریبی مسئله را در نظر می‌گیریم:

1- با افزایش ارتفاع، خازن خط کاهش می‌یابد.

2- با باندل کردن خط، تلفات کرونا کاهش می‌یابد، اندوکتانس خط کاهش می‌یابد ولی خازن خط افزایش می‌یابد.

3- حد توان انتقالی در خطوط بی‌تلف به‌صورت روبه‌رو می‌باشد:

$$P_{max} = \frac{|V_1||V_2|}{Z_C \sin\beta l}$$

$\beta = \omega\sqrt{LC}$ از آنجایی که خازن خط در مورد 1 کاهش و در مورد 2 افزایش می‌یابد به‌طور تقریبی C ثابت می‌ماند، لذا با کاهش L، β نیز کاهش می‌یابد و همچنین $Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$ با ثابت ماندن C و کاهش L، Z_C نیز کاهش می‌یابد. بنابراین P_{max} افزایش می‌یابد.

4- توان شارژ خط ناشی از خازن خط می‌باشد که در اینجا به‌طور دقیق مشخص نیست که برای خازن خط چه اتفاقی رخ می‌دهد، لذا با توجه به گزینه‌ها، گزینه 1 صحیح می‌باشد. زیرا دارای 2 مورد صحیح می‌باشد و تنها در این گزینه این موارد موجود است.

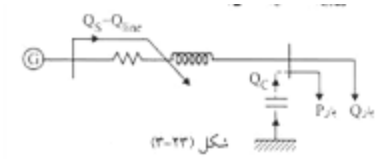
گزینه‌ی «1» صحیح است.

بررسی حالات مختلف توان راکتیو در خط

حالت اول:

اگر مطابق شکل (4-22) توان راکتیو ارسالی از سمت فرستنده به اندازه‌ای باشد ک هم بتواند توان راکتیو خط را تأمین کند و هم توان راکتیو بار را، شبکه نیازی به جبران‌سازی ندارد.

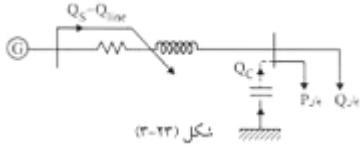
دقت داشته باشید که عبور توان راکتیو از خط انتقال به سمت بار باعث پایین آمدن دامنه V_R می‌شود.



شکل(4-22)

حالت دوم:

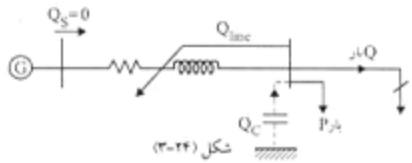
مطابق شکل (4-23) در این حالت تمام توان راکتیو ارسالی از سمت ژنراتور در خط مصرف می‌شود و دیگر توان راکتیو به بار نمی‌رسد. در این حالت خازنی با ظرفیت Q_C در سمت دریافت برای تولید توان راکتیو نصب می‌شود که $Q_C = Q_{Load}$ می‌باشد.



شکل (۲۳-۴)

حالت سوم:

در این حالت مطابق شکل (4-24) تـوان راکتیـو ارسـالی از سـمت ژنراتـور صـفر مـی‌باشـد و خـازن نصـب شـده بـرای جبران‌سازی باید هم توان راکتیو مصرفی خط و هم توان راکتیو بار را تأمین نماید.



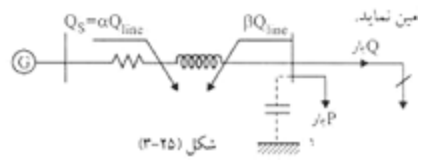
شکل (۴-۲۴)

شکل (۴-۲۴)

$$Q_C = Q_{line} + Q_{Load}$$

حالت چهارم:

در این حالت مطابق شکل (4-25) توان راکتیو ارسالی بخشی از توان راکتیو خط را تأمین می‌کند لذا خازن نصـب شـده برای جبران‌سازی باید علاوه بر بخش باقیمانده از توان راکتیو مصرفی خط، توان راکتیو بار را نیز تأمین نماید.



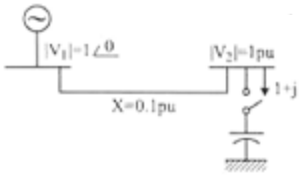
شکل (۴-۲۵)

شکل (۴-۲۵)

$$Q_C = Q_{Load} + \beta Q_{line}$$

سؤال: در شبکه زیر اگر بخواهیم $|V_1|=|V_2|=1p.u$ باشد، قدرت راکتیو تولیدی مورد نیاز توسط خازن برحسب p.u چقدر باید باشد؟

(با فرض $\cos\sin^{-1}0/1=0/995$**)**



1) 1/05

2) 1/15

3) 1/5

4) 2/2

حل:

نکته اول: چون صورت مسئله خواسته است $|V_1|=|V_2|=1^{pu}$ گردد پس باید تمام توان راکتیو مصرفی خط و توان راکتیو مصرفی بار توسط توان راکتیو تولیدی خازن جبران شود تا هیچ‌گونه افت ولتاژی در خط نداشته باشیم. زیرا کمبود یا اضافه توان راکتیو است که به ترتیب سبب کاهش یا اضافه ولتاژ می‌شود.

نکته دوم: خازن هیچ‌گونه توان اکتیوی تولید نمی‌کنند پس توان اکتیو بار تغییری نمی‌کند لذا داریم:

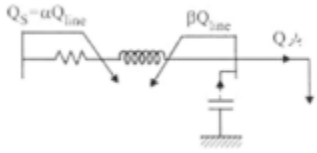
$$P_R=1^{pu}\rightarrow P_R=\frac{|V_S||V_R|}{X}\sin\delta\rightarrow 1=\frac{1\times 1}{0/1}\sin\delta\rightarrow\delta=\sin^{-1}0/1$$

حال باید توان راکتیو دریافتی خط را در این زاویه توان به‌دست آوریم تا متوجه شویم که خط چه مقدار توان راکتیو برای جبران‌سازی نیاز دارد؟

$$Q_R=\frac{|V_R|}{X}(|V_S|\cos\delta-|V_R|)=\frac{1}{0/1}(0/995-1)=-0/05p.u$$

پس می‌بینیم که نه تنها خط به بار توان راکتیو نمی‌رساند بلکه خود نیز $0/05p.u$ توان راکتیو مصرف می‌کند یعنی حالت چهارم در بررسی توان راکتیو: (علامت منفی ظاهر شده بیانگر مصرف خط می‌باشد)

$$Q_C=Q_{line}+Q_{Load}=1+0/05=1/05pu$$



پس گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: در شکل مقابل مقادیر Q,P برحسب pu چقدر هستند؟

(با فرض $\sin 15^\circ = 0/25 \ , \ \cos 15^\circ = 0/96$)

1) $P = 0/5pu$ و $Q = 0/08pu$

2) $P = 0/8pu$ و $Q = 0/5pu$

3) $P = 0/8pu$ و $Q = -0/5pu$

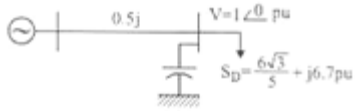
4) $P = 0/5pu$ و $Q = -0/08pu$

حل: همان‌طور که مشخص است توان اکتیو دریافتی و توان راکتیو دریافتی خواسته شده است:

$$P_R = \frac{V_R V_S}{X}\sin\delta = \frac{1\times 1}{0/5}\sin(0+15^\circ) = 2\sin 15^\circ = 0/5pu$$
$$Q_R = \frac{V_R}{X}(V_S\cos\delta - V_R) = \frac{1}{0/5}(0/96-1) = 0/08pu$$

لذا گزینه‌ی «4» صحیح است.

مثال: سیستم انتقال مقابل را در نظر بگیرید. خازن‌هایی با قدرت $0/5pu$ در اختیار است. اگر تنظیم ولتاژ ۲۰٪ مطلوب باشد، در این صورت در انتهای خط انتقال کوتاه بدون تلفات چه تعداد خازن باید نصب گردد؟



1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

حل: دقت داشته باشید که تنظیم ولتاژ 20٪ به معنای $V_S = 1/2$ می‌باشد که در اکثر مسائل این‌گونه مطرح می‌شود.

حال توان راکتیو را به‌دست می‌آوریم تا میزان جبران‌سازی توسط خازن حاصل شود:

$$P_R = \frac{V_R}{X}(V_S\cos\delta - V_R) = \rightarrow \delta = ?$$
$$P_R = \frac{V_R V_S}{X}\sin\delta \rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{5} = \frac{1/2\times 1}{0/5}\sin\delta \rightarrow \delta = 60^\circ$$
$$Q_R = \frac{1}{0/5}(1/2\times\frac{1}{2}-1) = -0/8pu$$

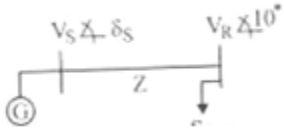
چون $Q_R < 0$ می‌باشد پس با حالت چهارم بررسی توان روبه‌رو هستیم که خازن هم باید توان راکتیو بار و هم بخشی از

توان راکتیو خط را جبران نماید:

$$Q_C = Q_{بار} + Q_{خط} = 0/7 + 0/8 = 1/5pu$$

پس 3 خازن برای این تنظیم ولتاژ نیازمندیم، گزینه‌ی «2» صحیح است.

مثال: خط انتقال زیر را در نظر بگیرید. اگر ماتریس خط انتقال فوق به صورت $\begin{bmatrix} A\mathbf{R}\alpha & B\mathbf{R}\beta \\ C\mathbf{R}h & D\angle\gamma \end{bmatrix}$ **باشد و بدانیم** $\beta = 90^o$**، اگر بخواهیم حداکثر توان به ابتدای خط تزریق شود باید** δ_s **برابر باشد با:**



1) $\delta_s = 130^o$

2) $\delta_s = 110^o$

3) $\delta_s = 30^o$

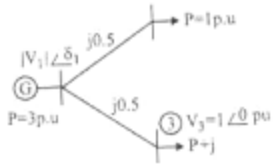
4) $\delta_s = 75^o$

حل: می‌دانیم زمانی حداکثر توان به ابتدای خط تزریق می‌شود که باشد لذا:

$$\beta + \delta = \pi \ , \ \delta = \delta_S$$
$$\delta_S - \delta_R = 180 - 60 = 120^o \rightarrow \delta_S = 110^o$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

مثال: در سیستم قدرت زیر می‌خواهیم درصد تنظیم ولتاژ ۵۰٪ باشد، مقدار توان راکتیو مورد نیاز برای رسیدن به این هدف کدام است؟ (توان راکتیو به شین قابلیت تزریق دارد.)



1) $\frac{1}{3}$

2) 3

3) $3-\sqrt{5}$

4) $3+\sqrt{5}$

حل: این‌گونه سؤالات در کنکورهای مختلف اکثراً مطرح می‌شود. در این‌گونه سؤالات باید روابط مربوط به توان‌های اکتیو که مقدار آن‌ها مشخص است را نوشته و از روی آن‌ها زوایای توان مربوطه را به‌دست آورید و از آن‌ها برای دیگر توان‌های اکتیو و راکتیوی که مجهول هستند استفاده نمایید:

تنظیم ولتاژ $= 50\% \rightarrow |V_1| = 1/5 p.u$

و از آنجایی که خطوط بی‌تلف هستند

$$P_1 = P_2 + P_3 \rightarrow P_3 = 3 - 1 = 2 p.u$$

$$P_{31} = 2 = \frac{|V_1||V_3|}{X} \sin\delta_1 \rightarrow 2 = \frac{1/5}{0/5} \sin\delta_1 \rightarrow \sin\delta_1 = \frac{2}{3}$$

$$\sin^2\delta_1 + \cos^2\delta_1 = 1 \rightarrow \cos_1 = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

پس حال باید توان راکتیو دریافتی شین 3 را محاسبه کنیم و میزان جبران‌سازی را تعیین کنیم:

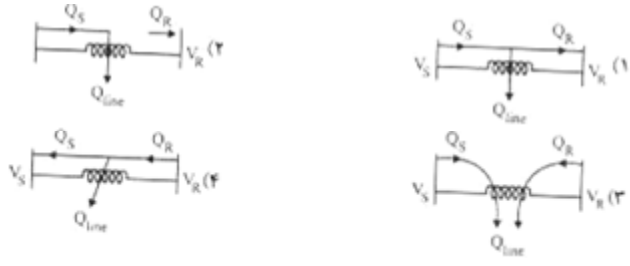
$$Q_{R_3} = \frac{|V_3|}{X}(|V_1|\cos\delta_1 - |V_3|) \rightarrow Q_{R_3} = \frac{1}{0/5}\left(\frac{\sqrt{5}}{3} \times 1/5 - 1\right) = \sqrt{5} - 2$$

همان‌طور که مشخص $Q_{R_3} > 0$ می‌باشد پس بخشی از توان راکتیو بار توسط خط تأمین می‌شود و باقی‌مانده آن باید توسط خازن جبران شود:

$$Q_C = Q_L - Q_R = 1 - \sqrt{5} + 2 = 3 - \sqrt{5}$$

گزینه‌ی «3» صحیح است.

مثال: در یک خط انتقال، توان دریافتی از خط انتقال را ماکزیمم کرده‌ایم. اگر پیکان‌ها جهت انتقال توان را نشان دهند و همچنین توان راکتیو مصرفی خط انتقال با نماد ... نشان داده شود کدام گزینه می‌تواند شکل خط انتقال و نحوه پخش توان در خط مذکور را نشان دهد؟



حل: همان‌طور که قبلاً در نکات بیان شده، زمانی ماکزیمم توان به بار می‌رسد که بخشی از توان راکتیو خط توسط توان راکتیو دریافتی بار تأمین شود یعنی جهت توان راکتیو دریافتی عوض شود و به سمت خط برگردد و این باعث می‌شود که ظرفیت ژنراتورها برای تولید توان اکتیو بیش‌تر شده و بخشی از توان راکتیوی که باید ژنراتور تولید کند توسط خط تأمین می‌شود. لذا گزینه‌ی «3» صحیح است.

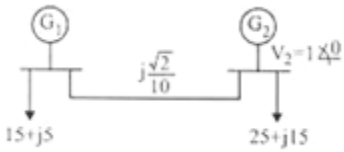
مثال: دو نیروگاه ۱ و ۲ توسط خط انتقالی با راکتانس $\frac{\sqrt{2}}{10}$ مطابق شکل به هم متصل‌اند. می‌خواهیم ولتاژ در دو نیروگاه $|V_1|=|V_2|=1p.u$ باشند. فرض بر آن است که توان حقیقی بارها حتی الامکان به نسبت مساوی بین نیروگاه‌ها تقسیم می‌گردد. ضریب توان نیروگاه ۱ چقدر خواهد بود؟

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



حل: حل این سؤال دقت بالایی می‌خواهد. وقتی که این‌گونه بیان می‌شود که توان حقیقی بارها مساوی تقسیم می‌شود باید عددی را حدس زده و بررسی کنیم که این خواسته مسئله را برآورده می‌کند یا خیر.

اگر توان اکتیو تولیدی G_1 را $20p.u$ در نظر بگیریم آن‌گاه $15p.u$ آن صرف شین 1 و بقیه آن چون خط بی‌تلف است به شین 2 می رسد که با $20p.u$ تولیدی توسط ژنراتور دم G_2 مجموعاً $25p.u$ را به شین 2 تحویل می‌دهد پس:

$$P_{G_1}=P_{G_2}=20p.u$$

چون ضریب توان نیروگاه 1 را خواسته پس باید Q_{G_1} را به‌دست آوریم:

$$S_{G_1}=P_{G_1}+jQ_{G_1}$$

مرحله اول: یافتن δ_1:

$$P_{12}=5pu=\frac{V_1V_2}{X}\sin\delta_1\rightarrow 5=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{10}}\sin\delta_1$$

$$\delta_1=45^\circ$$

مرحله دوم: بار $Q1+Q_{S_1}=Q_{G_1}$ یعنی کل توان راکتیو تولیدی نیروگاه اول برابر مجموع توان راکتیو ارسالی شین 1 و توان راکتیو بار متصل به شین (1) می‌باشد.

$$Q_{S_1} = \frac{V_1}{X}(V_1 - V_2\cos\delta_1) = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{10}}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 5\sqrt{2}-5$$

$$Q_{G_1} = Q_{S_1} + Q_{\text{بار}} = 5\sqrt{2}-5+5 = 5\sqrt{2} \rightarrow S_{G_1} = 20+ j5\sqrt{2} \rightarrow$$

$$\cos\varphi = \frac{P_1}{S_1} = \frac{20}{15\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

لذا گزینه‌ی «4» صحیح است.

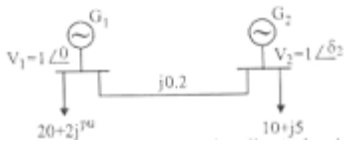
مثال: در شبکه مقابل توان اکتیو تولیدی ژنراتور G_1 برابر $16/5p.u$ است. توان راکتیو تولیدی ژنراتور ۲ چقدر است؟

1) 3/5

2) 8/5

3) 6/5

4) 11/5



حل: از آنجایی که توان اکتیو مورد نیاز برای بار شین 1، $20p.u$ می‌باشد پس:

$$P_{1_{\text{بار}}} = P_{G_1} + P_{12} \rightarrow 20 = 16/5 + P_{12} \rightarrow P_{12} = 3/5p.u$$

یعنی توان اکتیوی که ژنراتور دوم به سمت شین 1 ارسال می‌کند:

$$P_{12} = \frac{V_1V_2}{X}\sin\delta_2 \rightarrow 3/5 = \frac{1}{0/2}\sin\delta_2 \rightarrow \sin\delta_2 = 0/7 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\rightarrow \delta_2 = 45^\circ$$

و توان راکتیو تولیدی شین 2:

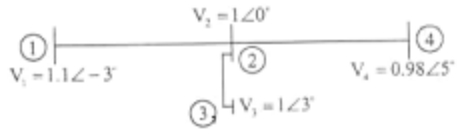
$$Q_{G_2} = Q_{2_{\text{بار}}} + Q_{S_2}$$

$$Q_{S_2} = \frac{V_2}{X}(V_2 - V_1\cos\delta_2) = \frac{1}{02}(1-0/7) = 1/5p.u$$

$$Q_{G_2} = 5+1/5 = 6/5p.u$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

سؤال: در شبکه قدرت چهار با سه زیر، جهت انتقال توان اکتیو و راکتیو در خطوط عبارتند از:



1) جهت انتقال توان اکتیو از باس 2 به باس 1، از باس 3 به باس 2 و از باس 4 به باس 2 می‌باشد.

جهت انتقال توان راکتیو از باس 1 به باس 2، از باس 2 به باس 4 بوده و توان راکتیو بین باس‌های 2 و 3 مبادله نمی‌گردد.

2) جهت انتقال توان اکتیو از باس 1 به باس 2، از باس 3 به باس 1 و از باس 2 به باس 4 می‌باشد.

جهت انتقال توان راکتیو از باس 2 به باس 1، از باس 2 به باس 4 و از باس 3 به باس 2 می‌باشد.

3) جهت انتقال توان اکتیو از باس 1 به باس 2، از باس 2 به باس 4 بوده و توان اکتیو بین باس‌های 2 و 3 مبادله نمی‌گردد.

جهت انتقال توان راکتیو از باس 2 به باس 1، از باس 3 به باس 1 و از باس 4 به باس 2 می‌باشد.

4) جهت انتقال توان اکتیو از باس 2 به باس 1، از باس 2 به باس 4 و از باس 2 به باس 3 می‌باشد.

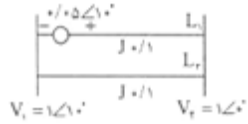
جهت انتقال توان راکتیو از باس 1 به 2، از باس 4 به 2 و از باس 3 به 1 می‌باشد.

حل: می‌دانیم توان اکتیو از زاویه توان بیش‌تر به سمت زاویه توان کم‌تر انتقال پیدا می‌کند و توان راکتیو از شین با اندازه ولتاژ بیش‌تر به سمت شین دیگر با اندازه ولتاژ بیش‌تر به سمت شین دیگر بااندازه ولتاژ پایین‌تر شارش می‌یابد لذا:

توان اکتیو از باس 2 به باس 1، از باس3 به باس 2 و از باس 4 به باس 2 انتقال می‌یابد) و توان راکتیو از باس 1 به باس 2، از باس 2 به باس 4 و با توجه به مساوی بودن اندازه ولتاژ باس‌های 2 و 3 بین دو این شین توان راکتیو مبادله نمی‌شود.

گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد توان راکتیو جاری روی خطوط L_1, L_2 صحیح است؟



1) توان راکتیو جاری روی خط L_1 بزرگ‌تر از توان راکتیو جاری روی خط L_2 است. (ارسال شده از طرف باس 1)

2) توان راکتیو جاری روی خط L_2 صفر است و توان راکتیو جاری روی خط L_1 صفر نیست (ارسال شده از طرف باس 1)

3) توان راکتیو جاری روی دو خط L_1, L_2 برابر است. (ارسال شده از طرف باس 1)

4) توان راکتیو جاری روی خط L_2 بزرگ‌تر از توان راکتیو جاری روی خط L_1 است. (ارسال شده از طرف باس 1)

حل: همان‌طور که می‌دانیم توان راکتیو از شین با اندازه ولتاژ بیش‌تر به سمت شین دیگر با اندازه ولتاژ کم‌تر انتقال می‌یابد. لذا خط L_1 که ولتاژ باس (1) در آن برابر $1/05^{pu}$ می‌باشد توان راکتیو بزرگ‌تری از خط L_2، که باس 1 در این خط دارای ولتاژ 1pu می‌باشد جاری می‌کند، بنابراین گزینه 1 صحیح است. اما در صورت سؤال اشاره به توان راکتیو جاری روی خط شده است و می‌دانیم توان راکتیو جاری روی خط میانگین توان راکتیو دریافتی و ارسالی می‌باشد که برابر است با:

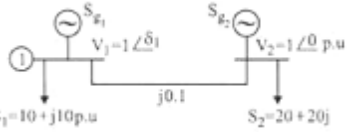
$$Q_{ave} = \frac{V_s^2 - V_R^2}{2X} \begin{cases} \text{خط } L_1 : Q_{ave} = \dfrac{(1/05)^2 - 1}{0/5} \\ \text{خط } L_2 \quad Q_{ave} = \dfrac{1^2 - 1^2}{0/2} = 0 \end{cases}$$

بنابراین توان راکتیو جاری روی خط L_2 صفر می‌باشد و توان راکتیو جاری روی خط L_1 صفر نیست، لذا گزینه 2 نیز می‌تواند صحیح باشد.

گزینه 1 و 2 صحیح است.

سؤال: در سیستم زیر توان اکتیو تولیدی دو ژنراتور برابر می‌باشند. توان راکتیو تولیدی ژنراتور اول برحسب پریونیت چقدر است؟

$(\cos 60^\circ = 0/5 \ , \ \cos 30^\circ = 0/87)$



1) 18/7
2) 16/3
3) 11/3
4) 8/7

حل: اگر توان اکتیو تولیدی ژنراتورها را 15p.u انتخاب کنیم در شین 1، 10p.u آن صرف توان اکتیو بار و 5p.u آن به سمت شین 2 جاری می‌شود که با 15p.u ژنراتور دوم توان اکتیو شین دوم را تأمین می‌کند پس:

$$P_{12} = 5 = \frac{V_1 V_2}{X}\sin\delta_1 \rightarrow 5 = \frac{1}{0/1}\sin\delta_1 \rightarrow \delta_1 = 30^\circ$$

$$Q_{G_1} = Q_{\text{بار}} + Q_{S_1}\ ,\ Q_{S_1} = \frac{V_1}{X}(V_1 - V_2\cos\delta_1) = \frac{1}{0/1}(1-\frac{\sqrt{3}}{2}) = 10-5\sqrt{3}$$

$$Q_{G_1} = 10+10-5\sqrt{3} = 20-5\sqrt{3} = 11/3$$

گزینه‌ی «3» صحیح است.

سؤال: حداکثر قدرت اکتیو قابل تحویل در انتهای یک خط بلند $P=100MW$ می‌باشد. در صورتی که «اندازه» پارامترهای A, B خط به نصف کاهش یابند، کدام رابطه در مورد مقدار جدید P صادق است؟ (مقادیر ولتاژ گیرنده و فرستنده ثابت فرض شده‌اند)

1) $P_R > 200$ 2) $P_R < 500$ 3) $P_R = 200$ 4) $P_R = 50$

حل: رابطه توان اکتیو دریافتی عبارت است از:

$$P_R = \frac{|V_S||V_R|}{|B|}\text{Cos}(\theta_B - \delta) - \frac{|A||V_R|^2}{|B|}\text{Cos}(\theta_R - \theta_A)$$

حال اگر A, B نصف شوند جملهٔ اول 2 برابر و جملهٔ دوم ثابت می‌ماند یعنی:

$$P_1 = A_1 - A_2 = 100\ ,\ P_2 = 2A_1 - 2A_2 = 200$$

و چون جملهٔ A_2 ثابت مانده است پس $P_2 = 2A_1 - A_2 > 200$ خواهد شد.

گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: در یک خط انتقال کوتاه، اندازه ولتاژ طرف فرستنده $|V_S| = 1p.u$ و امپدانس خط $Z = j0/1p.u$ است و امکان کنترل اندازه ولتاژ در طرف گیرنده وجود ندارد، در صورتی که ضریب توان بار در طرف گیرنده $p.f = 1$ باشد، حداکثر توانی که می‌توان از خط عبور داد چقدر است و این توان در کدام زاویه انتقالی (δ) رخ می‌دهد؟

1) $\delta_{max} = 45^\circ\ ,\ P_{max} = 5p.u$ 2) $\delta_{max} = 90^\circ\ ,\ P_{max} = 5p.u$

3) $\delta_{max} = 90^\circ\ ,\ P_{max} = 10p.u$ 4) $\delta_{max} = 45^\circ\ ,\ P_{max} = 10p.u$

حل: تست بسیار جالب و البته نکته‌داری است ولی در این‌جا داریم:

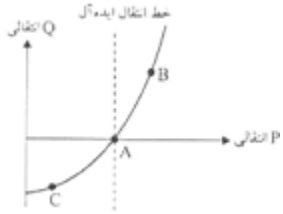
برای $p.f=1$ باشد باید $Q_R=0$ باشد لذا:

$$Q_R=\frac{V_R}{X}(V_S\cos\delta-V_R)=0\rightarrow V_S\cos\delta=V_R$$

$$P_R=\frac{V_SV_R}{X}\sin\delta|_{V_R=V_S\cos\delta}=\frac{V_s^2\cos\delta\sin\delta}{X}=\frac{\sin2\delta}{2X}=5\sin2\delta$$

پس برای P_{Max} باید $\begin{cases}2\delta=90\\\delta=45\end{cases}$ باشد که در این صورت $P_{Max}=5p.u$ می‌باشد.

گزینه‌ی «1» صحیح است.



مثال: با توجه به شکل زیر کدام گزینه نادرست می‌باشد؟

1) در ناحیه کاری B، خاصیت سلفی خط غالب است.

2) در ناحیه کاری C، خاصیت خازنی خط غالب است.

3) تمام نقاط روی خط چین نقاط کاری حالت بارگذاری امپدانس موجی هستند.

4) در ناحیه کاری C، توان راکتیو تولیدی توسط خازن خط، به ژنراتور برمی‌گردد.

حل: در ناحیه کاری B چون توان اکتیو انتقالی بیش از SIL خط می‌باشد لذا دچار افت ولتاژ در خط می‌باشیم که ناشی از خاصیت سلفی بودن خط است و در ناحیه کاری C چون توان انتقالی کم‌تر از SIL می‌باشد لذا دچار اضافه ولتاژ هستیم که ناشی خاصیت خازنی خط می‌باشد (اثر فرانتی). پس گزینه 1 و 2 صحیح است. گزینه 4 نیز بیان‌گر اثر فرانتی می‌باشد و صحیح است اما در مورد گزینه 3 باید دقت کرد که فقط در نقطهٔ A که در آن $Q=0$ است، بارگذاری با امپدانس موجی صورت می‌گیرد و لذا گزینه 3 نادرست است.

مثال: حداکثر توان انتقالی یک خط بلند بدون تلفات 300KV,50HZ به طول 500km چند برابر بار امپدانس موجی آن خط است اگر حداکثر ولتاژ نهایی و ابتدایی خط ۴۵ درجه بـا هـم اخـتلاف فـاز داشـته باشـند؟

$(f = 50HZ)$

1) 2 2) $\sqrt{2}$ 3) 4 4) $\sqrt{3}$

حل: برای حل این تست باید از فرمول $P_{R(3\varphi)} = \frac{|V_S|_{p.u.}|V_R|_{p.u}\,SIL}{\sin\beta\mathbf{l}}\sin\delta$ استفاده کنیم. از آنجایی که فرکانس 50HZ داده شده است پس داریم:

$$\lambda = 6000km \ , \ |V_S| = |V_R| = 1p.u \qquad P_{R_{3\varphi}} = \frac{1^{p.u}\times 1^{p.u}\,SIL}{\sin\left(\frac{2\pi\times 500}{6000}\right)}\cos 45^{\circ}$$

$$P_{R(3\varphi)} = \sqrt{2}SIL$$

لذا گزینه‌ی «2» صحیح است.

مثال: در یک خط انتقال 400kv به طول 300Km و با فرکانس 60HZ برای آن‌که توان راکتیو تولید شـده در ابتدای خط دقیقاً در خط مصرف شود. اختلاف فاز بین ابتدا و انتهای خط چقدر باید باشد؟ (از اخـتلاف ولتـاژ صرف‌نظر شود.)

1) $0/1\pi$ 2) $0/12\pi$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{3}$

حل: منظور سؤال این است که هیچ مقدار توان راکتیو به انتهای خط نرسد یعنی:

$$Q_R = 0$$

$$Q_R = 0 \Rightarrow Q_R = \frac{|V_S||V_R|}{Z_C\sin\beta\mathbf{l}}\cos\delta - \frac{|V_R|^2}{Z_C\sin\beta\mathbf{l}}\cos\beta\mathbf{l} = 0$$

و چون از اختلاف ولتاژ صرف‌نظر شده $|V_S| = |V_R|$:

$$\Rightarrow \cos\beta\mathbf{l} = \cos\delta \rightarrow \delta = \beta\mathbf{l} \ , \ \delta = \frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{l} = \frac{2\pi}{5000}\times 300 = 0/12\pi$$

لذا گزینه‌ی «3» صحیح است.

مثال مهم:

در یک خط بلند بدون تلفات اگرد ه درصد افت ولتاژ داشته باشیم ماکزیمم تـوان راکتیـو دریـافتی انتهـای خـط در چـه طولی به‌دست می‌آید؟

حل:

$$Q_{R(3\varphi)}=\left[\frac{|V_S|_{p.u}|V_R|_{p.u}}{\sin\beta\mathbf{l}}\cos\delta-\frac{|V_R|^2_{p.u}}{\sin\beta\mathbf{l}}\cos\beta\mathbf{l}\right]SIL$$

فرمول بالا تغییر یافته‌ی توان راکتیو دریافتی برحسب SIL می‌باشد که بهتر است به خاطر داشته باشید. بـرای دریافـت ماکزیمم توان راکتیو داریم:

$$\frac{\delta Q_{R(3\varphi)}}{\delta\mathbf{l}}=0|_{\substack{V_S=1p.u\\V_R=0/9p.u}}=\frac{-0/9s\delta(\beta Cos\beta\mathbf{l})}{\sin^2\beta\mathbf{l}}-\frac{0/81(-\beta\sin^2\beta\mathbf{l}-\beta\cos^2\beta\mathbf{l})}{\sin^2\beta\mathbf{l}}=0$$

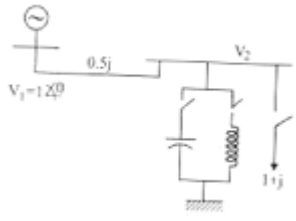
$$\Rightarrow\cos\delta\cos\beta\mathbf{l}=0/9\Rightarrow\mathbf{l}=\frac{1}{\beta}Arc\cos\left(\frac{0/9}{\cos\delta}\right)$$

نتیجه‌گیری:

زمانی ماکزیمم توان راکتیو دریافت می‌شود که:

ولتاژ انتهای خط برحسب p.u = درصد افت ولتاژ در طول خط $\cos\delta\cos\beta\mathbf{l}=1-$

مثال: در سیستم زیر می‌خواهیم در حالب بی‌باری، ولتاژ شین بار (۲) به مقدار ۰/۵ پریونیت کاهش یابد. ایـن عمل توسط یک سلف انجام می‌شود. در حالت بارداری نیز با بار $1+j(p.u)$، توسط یک خازن با تزریـق تـوان راکتیو، ولتاژ شین (۲)، در مقدار $1(p.u)$، تنظیم می‌شود. نسبت توان راکتیو تزریقی خازن در حالت بـارداری، به توان راکتیوی که سلف در حالت بی‌باری جذب می‌کند، چقدر است؟



1) $6-2\sqrt{3}$

2) $1/5-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $6+2\sqrt{3}$

4) $3+\sqrt{3}$

حل: سؤال جالبی است در حالت بی‌باری می‌خواهیم با اتصال یک سلف، ولتاژ $0/5p.u$ کاهش یابد که در حالت پریونیت به معنای این است که توان راکتیو جذب شده توسط سلف همان $0/5p.u$می‌باشد چون:

$$P=\frac{V_1V_2}{x}\sin\delta\to1=\frac{1\times0/5}{0/5}\sin\delta\to\delta=\frac{\pi}{2}$$
$$Q_R=\frac{V_R}{X}(V_S\cos\delta-V_R)=\frac{0/5}{0/5}(0-0/5)=-0/5$$

پس توان راکتیو جذب شده سلف در حالت بی‌باری $0/5p.u$ می‌باشد.

در حالت بارداری می‌خواهیم با تزریق توان راکتیو توسط خازن ولتاژ شین 1 را در $1p.u$ تنظیم کنیم:

$$P=\frac{V_1V_2}{X}\sin\delta\to1=\frac{1\times1}{0/5}\sin\delta\to\delta=30^\circ$$
$$Q_R=\frac{V_2}{X}(V_1\cos\delta-V_2)=\frac{1}{0/5}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)=\sqrt{3}-2<0$$

بنابراین توان راکتیوی که خاطن باید تولید کند هم باید توان راکتیو بار و هم توان راکتیو باقی‌مانده از خط را جبران نماید:

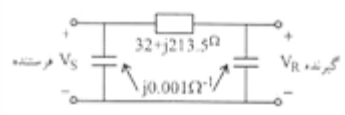
$$Q_C=Q_{\text{بار}}+Q_{\text{باقیمانده خط}}=1+2-\sqrt{3}=(3-\sqrt{3})p.u$$

و در آخر داریم:

$$\frac{Q_C}{Q_L}=\frac{3-\sqrt{3}}{0/5}=6-2\sqrt{3}$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

نمونه: مدار معادل هر فاز یک خط 200 کیلوولتی به‌صورت زیر است. فرض کنید توان مبنا برابر $100MVA$ باشد در صورتی که ولتاژ فرستنده $1p.u$ و توان گیرنده برابر صفر باشد $(S_R=P_R+jQ_R=0)$ و بخواهیم ولتاژ گیرنده نیز $1p.u$ باشد، امپدانس جبران‌کننده موازی مورد نیاز در انتهای خط چه باید باشد؟



1) $j0/4p.u$

2) $-j0/4p.u$

3) $j2/5p.u$

4) $-j2/7p.u$

حل: در ابتدا ممکن است صورت سؤال کمی مبهم باشد ولی سؤال جالبی است:

توان گیرنده در حالت p.u : $S_R = V_R.I_R^* = 0$

از آنجایی که $V_R = 1p.u$ می‌باشد پس حتماً $I_R = 0$ می‌باشد، این بدان معنا می‌باشد که باید انتهای خط مدار باز باشد یعنی ادمیتانس موازی باید صفر شود تا امپدانس بی‌نهایت شده و خط مدار باز شود پس:

$$Y_C + Y_{\text{جبران‌ساز}} = 0 \rightarrow Y_{\text{جبران‌ساز}} = -j0/001\Omega^{-1}$$

$$Z_{\text{جبران‌ساز}} = j1000, Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} = \frac{(200\times10^3)^2}{100\times10^6} = 400$$

$$\rightarrow Z_{C(p.u)} = \frac{1000}{400} = j2/5p.u$$

لذا گزینه‌ی «3» صحیح است.

مثال مهم:

می‌خواهیم 900MW توان را توسط خطوط انتقال به فاصله‌ی 625km برسانیم. اگر اختلاف فاز ماکزیمم ابتدا و انتهای خط برای حفظ سنکرونیزاسیون شبکه 45 درجه و فرکانس 60HZ باشد و سمت دریافت 90 درصد ولتاژ ابتدای خط را دریافت کند کدام‌یک از خطوط زیر مناسب‌تر است؟

a) خط 300KV , $Z_C = 400\Omega$, $I_{th} = 850 A/ph$ (جریان مجاز حرارتی)

b) خط 400KV , $Z_C = 300\Omega$, $I_{th} = 1700 A/ph$ (جریان مجاز حرارتی)

حل: همان‌طور که گفته شد:

حد تعیین‌کننده برای انتقال توان ماکزیمم یک خط: (مینیمم حد پایداری و حد حرارتی) می‌باشد.

پس برای هر خط حد حرارتی و حد پایداری را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{a خط } P_{R(3\varphi max)} = \left(\frac{|V_S|_{pu}|V_R|_{pu}\sin\delta_{max}}{\sin\frac{2\pi l}{\lambda}}\right)SIL$$

$$\text{حد پایداری} \rightarrow P_{R_{3\varphi max}} = \left(\frac{1\times0/9\times\sin\frac{\pi}{4}}{\sin\frac{2\pi\times625}{5000}}\right)\left(\frac{(300KV)^2}{400}\right) = 202/5MW$$

$$\rightarrow P_{R3\varphi(th)} = \sqrt{3}V_L I_{th} = \sqrt{3}\times 300KV\times 850 = 433MW$$

$$\min: \text{(حد پایداری، حد حرارتی)} = 202/5MW \quad \text{خط a}$$

پس برای خط a حد پایداری تعیین‌کننده می‌باشد.

$$\text{حد پایداری} \rightarrow P_{R3\varphi max} = \left[\frac{1\times 0/9\times \sin\frac{\pi}{4}}{\sin\left(\frac{2\pi\times 625}{5000}\right)}\right]\left(\frac{(400^K)^2}{300}\right) = 480MW \quad \text{: خط b}$$

$$\text{حد حرارتی}: P_{R3\varphi th} = \sqrt{3}V_L I_{th} = \sqrt{3}\times 400^K \times 1700 = 1200MV$$

$$\min\left\{1200^{MW}, 480^{MW}\right\} = 480MW \quad \text{: خط b}$$

پس برای خط b هم حد پایداری حد تعیین کننده می‌باشد.

حال می‌خواهیم 900MW را انتقال دهیم برای این منظور در خطوط b,a:

5 خط 3 فاز برای انتقال توان نیاز داریم:

$$a: \left[\frac{900^{MW}}{202/5}\right]+1 = 5$$

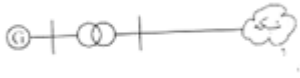
2 خط 3 فاز برای انتقال توان نیاز داریم:

$$b: \left[\frac{900}{480}\right]+1 = 2$$

پس خط b با داشتن تعداد خطوط کم‌تری مناسب‌تر می‌باشد.

سؤال: در شبکه شکل زیر خط بلند است و بار زیادی به شبکه منتقل می‌کند وقتی خط کم بار است:

1) مولد باید فوق تحریک شده و خازن وارد مدار شود.



2) مولد به حالت قبلی مانده و خازن وارد مدار شود.

3) مولد از شبکه قطع شود.

4) مولد باید زیر تحریک شده و راکتور وارد مدار شود.

حل: در حالت بی‌باری خازن خط تولید توان راکتیو کرده لذا باید این توان راکتیو جبران شود پس راکتور وارد مدار می‌شود و مولد در حالت زیر تحریک کار می‌کند تا توان راکتیو جذب کند.

گزینه‌ی «4» صحیح است.

نکته: در یک خط انتقال کوتاه با امپدانس $(Z = R + jX)$ اهم در هر فاز ولتاژهای ابتدا و انتهای خط به ترتیب V_R , V_S ثابت هستند. حداکثر قدرت قابل انتقال از خط از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$P_{max} = \frac{V_R^2}{|Z|^2}\left(\frac{|Z|V_S}{V_R} - R\right), \quad |Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

و در این حالت توان راکتیو دریافتی از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$Q = -\frac{V_R^2 X}{R^2 + X^2}$$

دقت دارید که در این حالت باز هم برای ارسال توان اکتیو ماکزیمم، توان راکتیو منفی می‌شود که به معنای تغییر جهت توان راکتیو از سمت بار به سمت خط می‌باشد تا به کمک مولد مقداری از توان راکتیو خط را جبران کرده و ظرفیت بیش‌تری برای تولید توان اکتیو ایجاد کند.

مثال: امپدانس خط کوتاه، $4 + j3\Omega$ است. حداکثر توان قابل انتقال در خط چقدر است، اگر ولتاژ انتهای خط $400V$ باشد و حداکثر تنظیم ولتاژ قابل قبول برای خط ۵٪ باشد؟

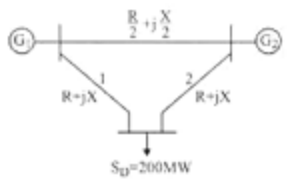
1) 8kw　　2) 10kw　　3) 12kw　　4) 16kw

حل: با توجه به نکته گفته شده داریم:

$$P_{max} = \frac{V_R^2}{|Z|^2}\left(\frac{|Z|V_S}{V_R} - R\right) = \left(\frac{400}{5}\right)^2 (1/05 \times 5 - 4) = 8kw$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: در شبکه سه شینه شکل زیر $V_1 = V_2 = V_3 = 1p.u$ و توان تولیدی دو مولد برابرند اگر تلفات خطوط ۱ و ۲ هر کدام به ازای $1MW , S_D = 100MW$ باشد تلفات کل سیستم به ازای بار $200MW$ چند MW است؟



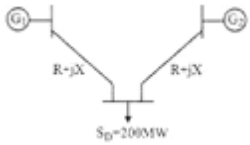
1) 2

2) 8

3) 4

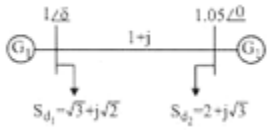
4) 6

حل: با توجه به متقارن بودن مدار می‌توان از خط 3 صرف‌نظر کرد. به ازای 100MW تلفات هر یک از خطوط 1MW است. به ازای 200MW جریان هر خط 2 برابر شده و با دو برابر شدن جریان تلفات آن 4 برابر می‌شود $(P_{loss} = RI^2)$ پس در این حالت تلفات هر خط 4MW و مجموع آن 8MW می‌شود.



گزینه‌ی «2» صحیح است.

سؤال: در سیستم شکل زیر δ چقدر باشد تا حداکثر توان حقیقی از شین۱ به ۲ منتقل گردد؟



1) 36°

2) 54°

3) 90°

4) 45°

حل: مطابق نکته گفته در متن درست زمانی حداکثر توان حقیقی به بار انتقال می‌یابد که:

$$\delta = \beta \quad , \quad Z = |Z| \angle B = \sqrt{2} \angle 45^\circ \Rightarrow \delta = 45^\circ$$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

نمونه: یک مولد سنکرون نیروگاه بخاری 100MVA و 14KV، $X_d = 1pu, 50HZ$ توان 80MWA را در ولتاژ 1pu با نیروی محرکه داخلی 1/25pu تأمین می‌کند، توان راکتیو این مولد چند pu است؟

1) 0/9 2) 0/96 3) 1 4) 0/8

حل:

$$S_R = 80MVA \Rightarrow S_{R(p.u)} = \frac{80}{100} = 0/8pu$$

$$P_R = \frac{V_1 V_2}{X_d} \sin\delta = 1/25 \sin\delta$$

$$Q_R = \frac{V_2}{X}(V_1 \cos\delta - V_2) = 1/25\cos\delta - 1$$

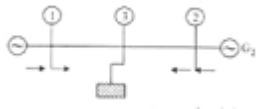
$$S_R^2 = P_R^2 + Q_R^2 \Rightarrow 0/64 = 1/5625\sin^2\delta + 1/5625\cos^2\delta + 1 - 2/5\cos\delta$$

$$\Rightarrow \cos\delta = 0/769$$

$$Q_R = -0/03875 p.u$$

هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

سؤال: در شبکه با مشخصات داده شده در شکل زیر از مقاومت و خازن خطوط صرف‌نظر شده و امپدانس سری خطوط مساوی هستند، $|V_1|=|V_2|=|V_3|$ کدام عبارت صحیح است؟ Q_C یک جبران کننده توان راکتیو می‌باشد.



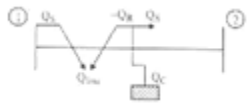
1) توان راکتیو در خط بین 1 و 3 صفر است.

2) توان راکتیو در خط بین 2 و 3 صفر است.

3) نیمی از توان راکتیو مصرفی در خط بین 2 و 3 توسط ژنراتور (1) تولید می‌شود.

4) نیمی از توان راکتیو مصرفی در خط بین 1 و 3 توسط ژنراتور (1) تولید می‌شود.

حل: مطابق شکل مقابل توان راکتیو تولید ناشی از خازن برابر است با:



$$Q_C = Q_S - Q_R$$

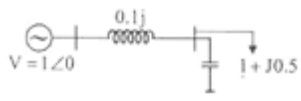
$$Q_S = \frac{V_3}{X}(V_3 - V_2\cos\delta) = \frac{V}{X}(1-$$

$$Q_R = \frac{V_3}{X}(V_1\cos\delta - V_3) = \frac{V}{X}(\cos\delta - 1) = -A$$

$$Q_{C=2A} \quad , \quad Q_{line} = 2A$$

بنابراین توان راکتیوی که خط مصرف می‌کند دو برابر توان راکتیو تولیدی توسط ژنراتور (1) می‌باشد. که نیمی از این توان راکتیو توسط خازن شین (3) و نیمی دیگر توسط ژنراتور (1) تأمین می‌شود. لذا گزینه‌ی «4» صحیح است.

سؤال: درسیستم قدرت زیر، ولتاژ باس ۲، با نصب یک دستگاه خازن در 1pu تثبیت شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



1) $Q_C = 0/65$

2) $Q_C = 0/55$

3) $Q_C = 0/5$

4) $Q_C = 0/6$

حل: ابتدا زاویهٔ δ_2 را به‌دست آوریم:

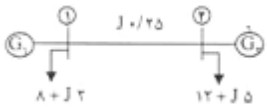
$$P_{12}=\frac{V_1V_2}{X}\sin(\delta_1-\delta_2)\Rightarrow 1=\frac{1\times 1}{0/1}\sin(0-\delta_2)$$
$$-\sin\delta_2=0/1\Rightarrow\cos^2\delta=1-\sin^2\delta=1-0/01=0/99$$
$$\cos\delta=0/995$$
$$Q_R=\frac{V_2}{X}(V_1\cos\delta_2-V_2)=\frac{1}{0/1}(0/995-1)=-0/05<0$$

بنابراین خازن باید هم توان راکتیو خط و هم توان راکتیو بار تأمین نماید لذا:

$$Q_C=Q_L+|Q_R|=0/5+0/05=0/55$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

سؤال: در شکل مقابل ولتاژ شینه‌ها $|V_1||V_2|=1pu$ است. توان حقیقی بارها به‌صورت یکسان توسط منابع تأمین می‌شود. اختلاف فاز بین منابع چقدر است؟



1) 30° 2) 75°

3) 60° 4) 45°

حل: چون توان حقیقی از سوی منابع یکسان تغذیه می‌شود لذا این توان برابر است با:

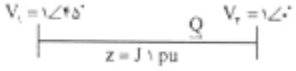
$$P_{G_1}=P_{G_2}=10pu$$

بنابران توان اکتیو انتقالی بین خطوط برابر است با:

$$P_{12}=\frac{V_1V_2}{X}\sin\delta\Rightarrow 2=\frac{1}{0/25}\sin\delta\Rightarrow\delta=30^\circ$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

سؤال: سیستم قدرت زیر تحت شرایط مشخص شده در شکل در حال کار است. در این شرایط، بدون آن که تغییری در توان حقیقی انتقال و اندازه ولتاژ باس ۲ رخ دهد، اندازه ولتاژ در باس ۱ به مقدار $0/1pu$ افزایش می‌یابد. چه تغییری در توان راکتیو تحویلی به باس ۲ رخ می‌دهد.



1) $-0/1\frac{\sqrt{2}}{2}pu$ 2) $0/1\sqrt{2}pu$

3) $-0/1\sqrt{2}pu$ 4) $0/1\frac{\sqrt{2}}{2}pu$

حل: از آنجایی که توان حقیقی انتقالی ثابت مانده اما اندازه ولتاژ باس 1 افزایش یافته است لذا طبق رابطه $P_{12}=\frac{V_1V_2}{X}\sin\delta$، حتماً δ تغییر یافته است، پس ابتدا مقدار جدید δ را باید محاسبه کنیم:

$$P_{12}=\frac{V_1V_2}{X}\sin\delta \Rightarrow P_{12}=\frac{1\times1}{1}\sin(45-0)=\frac{\sqrt{2}}{2}\,pu$$
$$P_{12}=\frac{V_1'V_2}{X}\sin\delta' \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1/1\times1}{1}\times\sin\delta' \Rightarrow \sin\delta'=\frac{5\sqrt{2}}{11}$$

حالت اول:

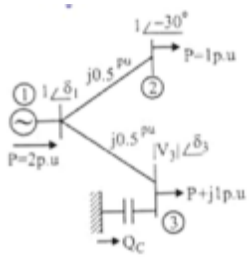
$$Q_R=\frac{V_2}{X}(V_1\cos\delta-V_2)=\frac{1}{1}(1\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1)=\frac{\sqrt{2}}{2}-1=0/3pu$$
$$\cos^2\delta=1-\sin^2\delta'=1-\frac{50}{121}=\frac{71}{121}\Rightarrow\cos\delta'=\frac{\sqrt{71}}{11}$$

حالت دوم:

$$Q_R'=\frac{V_2}{x}(V_1'\cos\delta'-V_2)=\frac{1}{1}(1/1\times\frac{\sqrt{71}}{11}-1)=-0/15$$
$$Q_R'-Q_R=-0/15-(-0/3)=0/15\approx0/1\sqrt{2}pu$$

گزینه‌ی «2» صحیح است.

سؤال: در سیستم قدرت زیر $|V_1|=|V_2|=1p.u$ می‌باشد. اگر بخواهیم دامنه ولتاژ شین ۳ برابر 1pu شود مقدار توان راکتیوی که لازم است در شین ۳ تزریق شود چقدر خواهد بود؟



1) $3-\sqrt{3}$

2) $2-\sqrt{3}$

3) $\sqrt{3}-1$

4) $\sqrt{3}$

حل: ابتدا باید زاویه δ_1 را به‌دست آوریم برای این منظور داریم:

$$P_{12} = \frac{|V_1||V_2|}{X}\sin(\delta_1 - \delta_2) = \frac{1}{0/5}\sin(\delta_1 + 30) = 1 \Rightarrow \delta_1 = 0$$

$$P_{13} = 1 = \frac{V_1 V_2}{X}\sin(\delta_1 - \delta_3) = \frac{1}{0/5}\sin(-\delta_2) = 1 \Rightarrow \delta_2 = -30^\circ$$

$$Q_{R_3} = \frac{|V_2|}{X}(V_1\cos\delta - V_3)$$

$$Q_{R_3} = \frac{1}{0/5}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) = \sqrt{3} - 2 < 0$$

$$Q_C = Q_{L_3} + |Q_{R_3}|$$

$$Q_C = 3 - \sqrt{3}$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

13-4) جبران‌سازی با خازن سری

مطابق فرمول توان حقیقی:

$$P_{3\varphi} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{X}\sin\delta$$

برای افزایش ظرفیت خط می‌توان:

1- ولتاژ را بالا برد اما این امر از لحاظ اقتصادی به صرفه نیست چرا که در این حالت باید هادی‌ها قطورتر باشند و این امر باعث افزایش پدیده کرونا می‌شود و همچنین هادی‌ها سنگین‌تر می‌شوند پس دکلی که نصب می‌کنیم باید دارای قدرت بیش‌تری باشد و بازوهای دکل‌ها (فاصلهٔ بین هادی‌ها) بزرگ‌تر شده و گران‌تر می‌شود و در کل هزینه بالا می‌رود.

2- استفاده از خطوط دو مدار برای کاهش راکتانس X

3- استفاده از خازن سری برای کاهش راکتانس که این روش نسبت به روش دوم هزینه کم‌تری به دنبال دارد.

بنابراین استفاده از خازن سری یک روش مناسب برای افزایش انتقال توان خواهد بود این خازن‌ها معمولاً در وسط خط قرار می‌گیرند و علاوه بر مزیت گفته شده دارای مزایا زیر می‌باشند:

1- پایداری گذرا و حالت ماندگار را بهبود می‌دهد.

2- بارگذاری اقتصادی‌تر می‌شود.

3- افت ولتاژ بین شین‌های بار حداقل می‌گردد.

4- تولید توان راکتیو خازن‌های سری همزمان با بارگذاری خط تغییر می‌نماید.

5- اضافه نمودن خازن‌های سری در خطوط انتقال EHV (Extra High Voltage) می‌تواند حد بـار پایـداری گـذرای خط انتقال بلند را نسبت به هزینه احداث یک خط انتقال جدید، تا بیش از دو برابر افزایش دهد.

رابطه توان انتقالی در یک خط بدون تلفات با قرار گرفتن یک خازن سری با راکتانس X_C برابر است با:

$$P_{3\varphi} = \frac{|V_{S(L-L)}||V_{R(L-L)}|}{X - X_{cser}} \sin\delta$$

درصد جبران‌سازی:

برابرا ست با نسبت $\frac{X_{cser}}{X}$ که برحسب درصد بیان می‌شود محدوده درصد جبران‌سازی بین 25 تا 70 درصد می‌باشد.

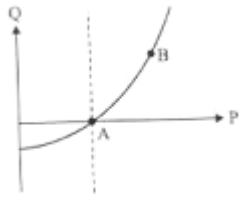
چرا که مقدار کم‌تر از 25 درصد اقتصادی نیست و مقدار بیش‌تر از 70 درصد هم به دلیـل افـزایش بسـیار زیـاد گشـتاور سنکرون کننده مشکل‌ساز است یعنی:

گشتاور سنکرون‌کننده:

$$T = \frac{dP}{d\delta} = \frac{V_S V_R}{X - X_{cser}} \cos\delta$$

در این حالت مخرج کسر به سمت صفر میل می‌کند و گشتاور به سمت بی‌نهایت می‌رود در این حالت دو شین کـاملاً بـا هم سنکرون می‌شوند طوری که تغییر در یکی فوراً باعث تغییر در دیگری می‌شود و این باعث می‌شود جریـان زیـادی از خط بگذرد که حتی ممکن است از حد حرارتی هم بیش‌تر باشد.

مثال: نمودار توان‌های انتقالی در یک خط را به‌صورت زیر در نظر بگیرید. برای انتقال دادن نقطه کار B برروی نقطه کـار A چه پیشنهادی دارید:



1) سری کردن سلف

2) سری کردن خازن

3) موازی کردن راکتور در دو انتها

4) هیچ‌کدام

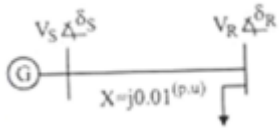
حل: مشخص است که برای قرار گرفتن نقطه B روی نقطه A باید توان اکتیو کاهش یابد بنابراین خـازن سـری کـاری از پیش نمی‌برد زیرا باعث افزایش توان اکتیو انتقالی است موازی کردن راکتور نیز تأثیری برروی تـوان انتقـالی نـدارد ولـی

مطابق رابطه توان انتقالی اگر سلف با راکتانس X_L را سری کنیم مخرج کسر را افزایش داده و باعث کاهش تـوان اکتیـو می‌شود:

$$P_{3\varphi} = \frac{V_S V_R}{X + X_{Lser}} \sin\delta$$

پس به ظاهر گزینه یک صحیح است اما، سلف توان راکتیو جذب می‌کند بنابراین هیچ‌گاه نمی‌توان به نقـط A کـه در آن Q صفر می‌باشد رسید و مقدار Q، به‌خاطر سلف اضافه شده همیشه مثبت خواهد بود. لذا گزینه‌ی «4» صحیح است.

مثال: خط انتقال زیر را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم توان اکتیو عبوری از خط انتقال P_1 باشد اگر یک خـازن با ظرفیت C فاراد را با خط انتقال سری کنیم توالی انتقالی در این حالت P_2 ، $\frac{3}{2}$ برابر حالـت قبـل مـی‌شـود. مطلوب است اندازه C؟ $(f = 50HZ)$



1) $C = \frac{\pi}{3}(F)$

2) $C = \frac{\pi}{2}(F)$

3) $C = \frac{2}{\pi}(F)$

4) $C = \frac{3}{\pi}(F)$

حل: همان‌طور که در صورت سؤال هم مشخص است افزایش خازن سری باعث افزایش توان انتقالی شده است:

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{|V_S||V_R|}{X}\sin\delta \\ P' &= \frac{|V_S||V_R|}{X'}\sin\delta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{3}{2} = \frac{X}{X'} \Rightarrow X' = \frac{1}{150}\text{p.u}$$

$$X' = X - X_C = \frac{1}{100} - X_C = \frac{1}{150} \Rightarrow X_C = \frac{1}{300}\text{p.u}$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{300}{100\pi} = \frac{3}{\pi}(F)$$

گزینه‌ی «4» صحیح است.

سؤال: یک خط انتقال به طول 200km دارای $z = j0/05 \Omega/km$, $Y = j4\times10^{-6}\ S/km$ می‌باشد. یک دستگاه خازن سری برای جبران ۵۰٪ راکتانس خط در انتهای خط نصب می‌گردد. پارامترهای ABCD خط به همراه خازن سری چقدر می‌باشد؟

1) $A=1/0 \quad B=4/5j$, $C=4/3\times10^{-5}j \quad D=1/0$

2) $A=1/2 \quad B=4/05j$, $C=4/3\times10^{-4}j \quad D=1/0$

3) $A=0/996 \quad B=5/02j$, $C=7/98\times10^{-4}j \quad D=1/004$

4) $A=0/95 \quad B=5j$, $C=8\times10^{-4}j \quad D=1/0$

حل:

ماتریس انتقال داریم بنابراین ماتریس انتقال کل برابر است با:

$$T_{کل} = T_1 \times T_2 = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -jX_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = 1+\frac{ZY}{2} = 1-\frac{0/05\times4\times10^{-6}\times(200)^2}{2} = 0/996$$

$$B = Z = j0/05\times200 = j10$$

$$C = Y\left(1+\frac{ZY}{4}\right) = j4\times10^{-6}\times200\left(1-\frac{0/05\times4\times10^{-6}\times(200)^2}{4}\right) = j7/98\times10^{-4}$$

$$D = A$$

$$T_{کل} = \begin{bmatrix} A & AZ+B \\ C & CZ+D \end{bmatrix}$$

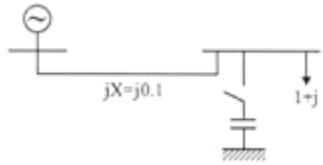
$$\Rightarrow B' = AZ+B = (0/996)\times(-j0/25\times200)+(j0/5\times200) = j5/02$$

$$D' = CZ+D = (j7/98\times10^{-4})(-j0/25\times200)+0/996 = 1/004$$

$$T' = \begin{bmatrix} 0/996 & j5/02 \\ j7/98\times10^{-4} & 1/004 \end{bmatrix}$$

گزینه‌ی «3» صحیح است.

مثال: در شبکه زیر اگر بخواهیم $|V_1|=|V_2|=1p.u$ باشد لازم است در شین ۲، خازنی بـا قـدرت Q_C نصـب شود اگر در وسط خط انتقال یک خازن سری با جبران‌سازی ۵۰ درصد قرار دهیم آن‌گاه میزان صـرفه‌جـویی در قدرت Q_C برحسب p.u چقدر خواهد بود؟



$|V_1|=1\angle 0$

$\cos\sin^{-1}0/2=0/98$

$\cos\sin^{-1}0/1=0/995$

$\cos\sin^{-1}0/05=0/998$

1) 0/01 2) -0/01 3) 0/02 4) -0/02

حل: سؤال جالبی است، در واقعی این سؤال یکی از ویژگی‌های خازن سری را که با تولید تـوان راکتیـو بـه تـأمین تـوان راکتیو خط کمک کرده و ظرفیت انتقال توان اکتیو را بیش‌تر می‌کند نشـان مـی‌دهـد. پـس همـان‌طـور کـه گفتـه شـد خازن‌های سری می‌توانند افت ولتاژ شین‌ها را نیز کاهش دهند:

حالت اول: بدون جبران‌سازی خازن سری:

$$P=\frac{|V_1||V_2|}{X}\sin\delta_1 \Rightarrow 1=\frac{1\times 1}{0/1}\sin\delta_1$$

$$\delta_1=\sin^{-1}0/1$$

حال در این حالت توان راکتیو دریافتی برابر است با:

$$Q_{R_1}=\frac{|V_2|}{X}(|V_1|\cos\delta_1-|V_2|)$$

$$Q_{R_1}=\frac{1}{0/1}(0/995-1)=0/05$$

بنابراین توان راکتیو خازن موازی برابر است با:

$$Q_{C_1}=1+0/05=1/05p.u$$

حالت دوم: با جبران سازی خازن سری: در این حالت راکتانس خط از 0/1 به 0/05 کاهش می‌یابد پس:

$$P_2=\frac{|V_1||V_2|}{X_2}\sin\delta_2 \Rightarrow 1=\frac{1\times 1}{0/05}\sin\delta_2 \Rightarrow \delta_2=\sin^{-1}0/05$$

$$Q_{R_2}=\frac{|V_2|}{X_2}(|V_1|\cos\delta_2-|V_2|)=\frac{1}{0/05}(0/998-1)=-0/04$$

توان راکتیو خازن سری:

$$Q_{C_3} = 1+0/04 = 1/04 p.u$$

پس میزان صرفه‌جویی برابر است با:

$$\Delta Q_C = 1/05 - 1/04 = 0/01 p.u$$

گزینه‌ی «1» صحیح است.

نکته: یکی از معایب عمده جبران‌سازی با خازن سری این است که یک مدار رزونانسی با سلف شبکه ایجاد می‌کند و در اثر این اختلال جریان اتصال کوتاه بسیار شدیدی از شبکه عبور می‌کند که می‌تواند خسارت قابل ملاحظه‌ای به سیستم توربین – ژنراتور وارد کند.

اگر L' اندوکتانس فشرده خط و C_{scr} خازن سری در نظر گرفته شده باشد، فرکانس نوسانات زیر سنکرون برابر است با:

$$f_r = f_s\sqrt{\frac{1}{L'C_{ser}}}$$

که در آن f_s فرکانس سنکرون می‌باشد.

مثال: اگر یک سیستم انتقال با راکتانس خط $0/4654\,\Omega/km$ و طول $500km$ و ولتاژ $230KV$ داشته باشیم و بخواهیم مقدار توان اکتیو انتقالی را از $227/4MW$ به $358/5MW$ افزایش دهیم به‌دست آورید:

الف) مقدار درصد جبران‌سازی در خط توسط خازن سری

ب) مقدار توان راکتیو خازن سری (با فرض جریان عبوری 960 آمپر از امپدانس سری خط)

ج) مقدار فرکانس زیر سنکرون (f_r) در صورتی که فرکانس سنکرون شبکه $f_s = 60HZ$ و مقدار کل اندوکتانس فشرده‌ی خط $L' = j400\Omega$ باشد.

حل:

الف) می‌دانیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{X_1}{X_2} \Rightarrow \frac{358/5MW}{227/4MW} = \frac{X_1}{X_2}$$
$$X_1 = 0/4654 \times 500km = 232/7\Omega \Rightarrow X_2 = 147/6\Omega$$

حالت دوم با جبران‌سازی خط می‌باشد لذا:

$$X_2 = X_1 - X_C = 232/7 - X_C = 147/6 \Rightarrow X_C = 85/1\Omega$$
$$\Rightarrow \%comp = \frac{X_{cser}}{X_1} = \frac{85/1}{232/7} \times 100 = 36/6\%$$

ب) مقدار توان راکتیو خازن سری:

$$Q_C = I^2 X_C = (0/9)^2 \times (85/1) = 68/9MVar$$
$$V_C = IX_C = 76/6KV$$

ج) فرمول $f_r = f_s\sqrt{\frac{1}{L'C_{ser}}}$ را بدین گونه نیز می‌توان نوشت: که در آن X کل اندوکتانس فشرده شبکه می‌باشد.

$$f_r = f_s\sqrt{\frac{X_c}{X}}$$

$$f_r = 60\sqrt{\frac{85/1}{400}} = 27/7HZ$$

سؤال: با قرار دادن خازن سری در یک خط انتقال انرژی:

1) پایداری بهبود یافته و بار طبیعی خط کاهش می‌یابد.

2) پایدار بهبود یافته و تلفات کاهش می‌یابد.

3) تلفات کاهش یافته و افت ولتاژ افزایش می‌یابد.

4) باعث فرورزنانس خواهد شد.

حل: همان‌طور که گفته شد از مزایای خازن سری، افزایش پایداری، افزایش توان انتقالی و کاهش تلفات خط می‌باشد. لذا گزینه‌ی «2» صحیح است.

14-4) اثرات جبران‌سازی سری و موازی برروی در آیه‌های ماتریس انتقال

۱- ثابت عمومی انتقال $|A|: \bar{A}: \mathbf{R}\alpha, \bar{A}$:

در خطوط مختلف مقدار A برابر است با:

$A = Cosh\gamma\mathbf{l}$	$= \cos\beta\mathbf{l}$	$= 1 + \frac{ZY}{2}$	$= 1$	
خط گسترده	خط بدون تلف (گسترده)	خط متوسط	خط کوتاه	

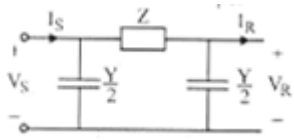
طبق تعریف:

$$A \overset{\Delta}{=} \frac{V_S}{V_R}|_{I_R=0} \Rightarrow V_S = AV_R$$

و همان‌طور که می‌دانیم که در حالت بی‌باری به دلیل اثر فرانتی:

$$|V_S| \leq |V_R| \Rightarrow |A| \leq 1$$

بنابراین هدف از جبران‌سازی خط باید افزایش مقدار A تا یک باشد تا اثر فرانتی به‌طور مطلوب از بین برود. فرض کنید خط انتقالی بدون تلف با طول متوسط مطابق شکل (4-26) داریم، آن‌گاه:

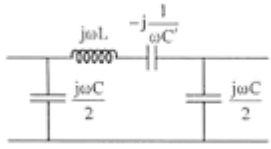


شکل (۲۶-۴)

$$\overline{A} = 1 + \frac{\overline{Z}\overline{Y}}{2} = 1 + \frac{(j\omega L)(j\omega C)}{2} = (1 - \frac{\omega^2 LC}{2}) < 1$$

همان‌طور که مشخص است حاصل کوچک‌تر از یک می‌باشد:

الف) اگر در خط انتقال جبران‌سازی سری انجام دهیم تأثیر آن برروی A به‌صورت زیر می‌باشد، (مطابق شکل (4-27):



شکل (۲۷-۴)

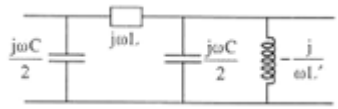
در ابتدا دقت داشته باشید که در خطوط انتقال همواره $L > C$ می‌باشد و همچنین $|C| ? |C'|$ می‌باشد.

$$A = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} \rightarrow A' = 1 + \frac{(j\omega L - \frac{j}{\omega C'})(j\omega C)}{2} \rightarrow$$

$$A' = (1 - \frac{\omega^2 LC}{2}) + \frac{1}{2}\frac{C}{C'} = A + \frac{1}{2}\frac{C}{C'}$$

از آنجایی که $\frac{C}{C'}$ مقدار بسیار کوچکی می‌باشد عملاً در جبران‌سازی با خازن سری مقدار A تغییر چندانی نمی‌کند.

ب) اگر در خط انتقال جبران‌سازی موازی انجام دهیم تأثیر آن برروی A عبارت است از: (مطابق شکل (28-4)):



شکل (۲۸-۴)

دقت داشته باشید که $|L'|<|L|$ می‌باشد بنابراین:

$$A' = 1 + \frac{j\omega L\left(j(\omega C - \frac{1}{L'\omega})\right)}{2} = (1 - \frac{\omega^2 LC}{2}) + \frac{1}{2}\frac{L}{L'}$$

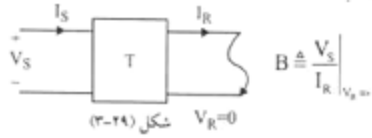
و از آنجایی که $\frac{L}{L'}$ عدد بزرگی می‌باشد مقدار A افزایش یافته و بسته به میزان جبران‌سازی به عدد یک نزدیک می‌شود.

بنابراین جبران‌سازی موازی در مقدار A به‌طور کامل مؤثر است و می‌تواند اثر فرانتی را جبران نماید.

$|V_R| \text{ به } |V_S| \text{ نزدیک می‌شود} \rightarrow$ $|V_S| = |A'||V_R| \rightarrow |A'| \text{ افزایش می‌یابد}$

2- ثابت عمومی انتقال B:

$B = |B| \angle\beta$ طبق تعریف مقدار B برابر است با:



شکل (۲۹-۴)

شکل (۲۹-۴)

$$B = Z \qquad R + jX \rightarrow |B| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

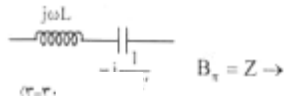
خط گسترده

و اگر خط را بی‌تلف در نظر بگیریم $|R| = 0$ آن‌گاه:

$$|B| = X$$

الف) اگر در خط انتقال جبران‌سازی سری انجام دهیم تأثیر آن برروی B عبارت است از:

اگر مدل π خط انتقال را در نظر بگیریم داریم:



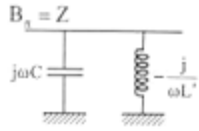
شکل (۴-۳۰)

$$B'_\pi = j(\omega L - \frac{1}{\omega C'}) = j\omega L - \frac{j}{\omega C'} = B_\pi = -\frac{j}{\omega C'}$$

بنابراین اثر جبران‌سازی سری بر ثابت B باعث کاهش آن شده و باعث افزایش توان انتقال عبوری می‌شود. دقت داشته باشید که اگر مدل T را هم در نظر بگیریم باز هم مقدار B' کاهش می‌یابد و نتیجه یکسان است.

ب) اگرد ر خط انتقال جبران‌سازی موازی صورت گیرد تأثیر آن برروی B عبارت است از:

در مدل π مقدار B برابر است با:



شکل (۴-۳۱)

بنابراین در این حالت $B'_\pi = B_\pi$ برابر خواهد بود و مقدار B تغییری نمی‌کند. در مدل T داریم:

$$B_T = Z(1+\frac{ZY}{4})$$

$$B'_T = j\omega L\left(1-\frac{\omega L(\omega C-\frac{1}{\omega L'})}{4}\right)\rightarrow$$

$$B'_T = j\omega L(1-\frac{\omega^2 LC}{4}) + j\frac{1}{4}\omega\frac{L^2}{L'} = B_T + j\frac{1}{4}\omega\frac{L^2}{L'}$$

پس در مدل T مشاهده می‌شود که B'_T افزایش یافته است پس توان انتقالی خط کاهش می‌یابد.

توجه: برحسب مدل انتخاب شده در صورت سؤال باید به سؤال پاسخ داد. البته این مورد فقط در مورد مقدار B در جبران‌سازی موازی مطرح است.

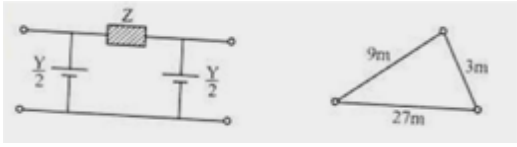
مثال: یک خط انتقال با ارایش هندسی زیر بین دو شین قرار دارد. این خط انتقال دارای انـدوکتانس کـل L و کاپاسیتاتس کل C و طول ۱۰۰۰ متر و فرکانس نامی ۵۰ هرتز می‌باشد. اگر مدل π نامی این خـط مطـابق زیـر باشد، مقدار خازن واحد طول چقدر باشد تا در حالت بی‌باری این خط انتقال، امپـدانس ورودی خـط انتقـال صفر باشد؟ (شعاع هادی = $9e^{-\frac{1}{4}}$متر)

1) $\frac{2}{\pi^2}\times10^{-3}$

2) $\frac{2}{\pi}\times10^{-3}$

3) 2×10^{-3}

4) $\pi^2\times10^{-3}$



حل: در حالت بی‌باری امپدانس ورودی خط انتقال برابر است با:

$$Z_{O.C}=\frac{A}{C}=\frac{+\frac{ZY}{2}}{2(1+\frac{ZY}{4})}$$

در حالت بی‌تلف $A=1+\frac{(j\omega L)(j\omega C)}{2}=1-\frac{\omega^2LC}{2}$ می‌باشد که اگر صفر باشد امپدانس دیده شده نیز صفر خواهد بود:

$$A=0=1-\frac{\omega^2LC}{2}\Rightarrow C=\frac{2}{\omega^2L}=\frac{2}{(100\pi)^2L}$$

و برای به‌دست آوردن L داریم:

$$L=2\times10^{-7}\ln\frac{GMD}{GMR}=2\times10^{-7}\ln\frac{9}{9e^{-\frac{1}{2}}}=10^{-7}\ H/m$$

$$GMD=\sqrt[3]{27\times9\times3}=9\Rightarrow L=10^{-7}\times10^{3}=10^{-4}(H)$$

$$C=\frac{2}{\pi^2\times10^{4}\times10^{-4}}=\frac{2}{\pi^2}(F)\Rightarrow C=\frac{2}{\pi^2}\times10^{-3}(F/m)$$

دقت کنید که مقدار خازن در واحد طول را خواسته است.

گزینه‌ی «1» صحیح است.

مثال: کدام‌یک از حالات جبران‌سازی معمول‌ترین است؟

1) جبران‌سازی موازی با خازن
2) جبران‌سازی سری با سلف
3) جبران‌سازی موازی با سلف
4) جبران‌سازی سری با خازن

حل: دقت داشته باشید که مطلوب‌ترین حالت جبران‌سازی زمانی است که مقدار $|A|$ افزایش یافته و مقدار $|B|$ کاهش می‌یابد که به ترتیب موجب کاهش افت ولتاژ و افزایش توان اکتیو انتقالی خواهد بود.

جبران‌سازی با خازن سری: در این حالت مقدار $|B|$ کاهش یافته و مقدار $|A|$ نیز اندکی افزایش می‌یابد پس مطلوب‌ترین حالت است (بسیارخوب)

جبران‌سازی با سلف موازی:در این حالت مقدار $|A|$ افزایش می‌یابد و مقدار $|B|$ تغییر نمی‌کند (خوب)

جبران‌سازی با خازن موازی: در این حالت مقدار $|A|$ کاهش می‌یابد و مقدار $|B|$ تغییری نمی‌کند (بد)

جبران‌سازی با سلف سری: مقدار $|B|$ افزایش یافته و مقدار $|A|$ نیز اندکی کاهش می‌یابد (بسیار بد)

گزینه‌ی «4» صحیح است.

مثال: یک خط انتقال با ثوابت $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. در حالت ۱ ابتدا جبران‌سازی سری از طریق سرد کردن یک خازن با ثابت B_C انجام می‌دهیم. در حالت ۲ همین خازن را به منظور تأمین توان راکتیو به‌صورت محلی در انتهای خط به‌صورت موازی قرار می‌دهیم. B_{eq} معادل خط در حالت ۱ و ۲ نسبت به B به ترتیب:

1) B_{eq} در حالت 1 نسبت به B افزایش می‌یابد، B_{eq} در حالت 2 نسبت به B تغییر نمی‌کند.
2) B_{eq} در حالت 1 نسبت به B کاهش می‌یابد، B_{eq} در حالت 2 نسبت به B تغییر نمی‌کند.
3) در هر دو حالت B_{eq} نسبت به B کاهش پیدا می‌کند.
4) در هر حالت B_{eq} نسبت به B افزایش پیدا می‌کند.

حل: همان‌طور که در متن درس اشاره شد نصب خازن سری سبب کاهش راکتانس سری خط و لذا کاهش B_{eq} نسبت به B خواهد شد و نصب خازن موازی تغییری در B_{eq} ایجاد نمی‌کند و روی مقدار $|A|$تأثیر می‌گذارد. لذا گزینه‌ی «2» صحیح است.

مثال: یک خط انتقال بدون تلف در حالت بی‌باری دارای ولتاژ آخر خط بیش‌تر از ابتدای خط می‌باشد. اگر کل ادمیتانس خط انتقال با طول متوسط برابر j و کل امپدانس سری خط برابر j باشد، اگر امپدانسی برابر ۰/۵j با

خط انتقال سری کنیم، در این صورت نسبت ولتاژ انتهای خط در حالت دوم چند برابر ولتـاژ انتهـای خـط در حالت اول می‌باشد، در صورتی که ولتاژ ابتدای خط ثابت می‌باشد.

1) 1 2) 2 3) 4 4) 0/5

حل: در واقع یک سلف سری را در خط انتقال قرار داده‌ایم:

در حالت اول:

$$V_S = AV_{R_1} \Rightarrow V_{R_1} = \frac{V_S}{A} = \frac{V_A}{1+\frac{ZY}{2}}$$

$$V_{R_1} = \frac{2V_S}{2+YZ}\Big|_{\substack{Y=j\\Z=j}} = \frac{2V_S}{2-1} = 2V_S$$

و در حالت دوم:

$$V_{R_2} = \frac{2V_S}{2+YZ}\Big|_{\substack{Y=j\\Z=1/5j}} = \frac{2V_S}{2-1/5} = 4V_S$$

بنابراین نسبت افزایش ولتاژ برابر است با:

$$\frac{V_{R_2}}{V_{R_1}} = \frac{4V_S}{2V_S} = 2$$

همان‌طور که مشخص است جبران‌سازی سری با سلف اصولاً مناسب نیست. زیرا علاوه بر کاهش توان اکتیو انتقالی باعث افزایش ولتاژ بیش‌تر آخر خط نیز خواهد شد.

سؤالات پایان فصل چهارم

۱- دریک خط انتقال انرژی با پارامترهای ABCD برای کاهش اثر فرانتی چه عنصری را باید به مدار افزود و پارامترهای خط انتقال در این حالت به چه صورت خواهد بود؟ (امپدانس عنصر مورد نظر را X در نظر بگیرید.)

1) راکتور ، $\begin{bmatrix} A+\frac{B}{X} & B \\ C+\frac{D}{X} & D \end{bmatrix}$

2) راکتور، $\begin{bmatrix} A & AX+B \\ C & CX+D \end{bmatrix}$

3) خازن، $\begin{bmatrix} A+\frac{B}{X} & B \\ C+\frac{D}{X} & D \end{bmatrix}$

4) خازن، $\begin{bmatrix} A & AX+B \\ C & CX+D \end{bmatrix}$

۲- در یک خط انتقال با طول 120km که طبق مدل π دارای پارامترهای ABCD است، کدام گزینه برابر اندازهٔ جریان شارژ خط است؟ (ولتاژ ابتدای خط را 1p.u در نظر بگیرید.)

1) $I_{S,charge}=\frac{2(A-1)}{B}$ 2) $I_{S,charge}=\frac{2(A-1)}{AB}$ 3) $I_{S,charge}=\frac{2A}{1+A}$ 4) $I_{S,charge}=\frac{2AB}{1-A}$

۳- خطوط تنظیم شده $(\text{Tuned}-\text{Power Line's})$ به خطوطی گفته می‌شود که همواره $|V_S|=|V_R|\,,|I_S|=|I_R|$ باشد. در یک خط تنظیم شده بدون تلفات حداقل طول خط برحسب کیلومتر در فرکانس ۵۰ هرتز کدام است؟

1) 500km 2) 1500km 3) 3000km 4) 6000km

۴- ماتریس انتقال یک خط بدون تلفات دارای پارامترهای $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0/7 & j0/25 \\ j2/04 & 0/7 \end{bmatrix}$ برحسب پریونیت می‌باشد. راکتانس سلفی که در شرایط بی‌باری برای قرار دادن تنظیم ولتاژ در عدد ۱ به کار می‌رود و نیز ماکزیمم توان قابل عبور از این خط به ترتیب برحسب پریونیت برابرند با: (ولتاژ سمت دریافت و ارسال را 1p.u در نظر بگیرید)

1) $4\text{p.u}\,,0/83\text{p.u}$ 2) $4\text{p.u}\,,0/357\text{p.u}$

3) $1/205\text{p.u}\,,0/83\text{p.u}$ 4) $1/205\text{p.u}\,,0/357\text{p.u}$

۵- دریک خط انتقال انرژی سه‌فاز به طول $200km$**،** $x_1 = 0/3\frac{\Omega}{km}$ **و** $y_c = 4\frac{\mu}{km}$ **است. اگر ولتاژ ابتدای خط** $500kv$ **باشد، در شرایط بی‌باری توان راکتیو تولیدی خط چقدر است؟**

1) در این حالت توان راکتیو تولیدی و مصرفی خط با هم برابر است.

2) بیش‌تر از $200MVA$

3) کم‌تر از $200MVA$

4) $200MVA$

۶- برای یک خط انتقال بدون تلف با نصب جبران‌ساز راکتور موازی ولتاژ ابتدا و انتهای خط را در شرایط بی‌باری مساوی کرده‌امی توان راکتیو ارسالی ابتدای خط چند پریونیت می‌باشد؟

1) $\sin\frac{\beta l}{2}$ 2) $\tan\frac{\beta l}{2}$ 3) $-\tan\frac{\beta l}{2}$ 4) $\cot\frac{\beta l}{2}$

۷- در کی خط انتقال به طول $750km$ **جریان در طول خط به‌صورت** $I(x) = I_1 e^{j\frac{x}{750}} + I_2 e^{-j\frac{x}{750}}$ **می‌باشد. در آیه** T_{22} **ماتریس انتقال خط با کدام گزینه برار است؟**

1) $j\sin 1$ 2) $j\cos 1$ 3) $\sinh j$ 4) $\cosh j$

۸- کدام‌یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ امواج متحرک در خطوط بدون تلف صحیح نمی‌باشد؟

1) امواج متحرک طبق رابطهٔ $V(x,t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt)$ در خطوط انتقال حرکت می‌کنند.

2) در خطوطی که انتهای باز دارند به علّت این که جریان عبور نمی‌کند موج جریان نیز به‌وجود نمی‌آید.

3) در خطوط با انتهای اتصال کوتاه موج ولتاژ پس از رخورد با انتهای خط با مقدار منفی مقدار اوّلیه منعکس می‌شود.

4) سرعت حرکت امواج ولتاژ و جریان با هم برابر است.

۹- یک خط انتقال با پارامترهای $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & j100 \\ \frac{j}{400} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$ بار $1000MVA$ را با ضریب قدرت $0/8$ پس‌فاز در ولتاژ $400kv$ تغذیه می‌کند. توان راکتیو تولیدی خازن موازی که باید در انتهای مدار نصب شود تا تنظیم ولتاژ برابر ۱ شود برابر است با:

1) $746MVAR$ 2) $224MVAR$ 3) $424MVAR$ 4) $600MVAR$

۱۰- یک خط انتقال بلند سه‌فاز $50Hz$ با مدار معادل π و امپدنس متوالی $j200\Omega$ و ادمیتانس کل $j0/0011\Omega^{-1}$ مفروض است، در انتهای این خط انتقال وقتی بی‌بار است یک راکتور قرار داده می‌شود تا ولتاژ انتهای خط برابر با ولتاژ ابتدای خط گردد. اندوکتاسن این راکتور برحسب هانری برابر است با:

1) $\frac{1}{\pi}$ 2) $\frac{2}{\pi}$ 3) $\frac{15}{\pi}$ 4) $\frac{20}{\pi}$

۱۱- در یک خط انتقال با پارامترهای $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/8 & j120 \\ j0/003 & 0/8 \end{bmatrix}$ برای بهبود عملکرد آن در دو طرف خط خازن‌های سری نصب شده‌اند. اگر X_C مجموع راکتانس خازن‌های سری باشد و $X_C = 100\Omega$ باشد پارامترهای خط پس از جبران‌سازی برابر خواهند بود با:

1) $\begin{bmatrix} 0/8 & j200 \\ j0/003 & 0/5 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 0/8 & j40 \\ j0/003 & 1/1 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 0/65 & j192/5 \\ j0/003 & 0/65 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 0/95 & j32/5 \\ j0/003 & 0/95 \end{bmatrix}$

۱۲- حداکثر قدرت اکتیو قابل تحویل در انتهای یک خط بلند $P = 10MW$ می‌باشد. د صورتی که اندازهٔ پارامترهای A, B خطبه نصف کاهش یابند، کدام رابطه در مورد مقدار جدید **P** صادق است؟ (مقادی ولتاژ فرستنده و گیرنده ثابت فرض شده‌اند)

1) $P_R > 200$ 2) $P_R < 50$ 3) $P_R = 200$ 4) $P_R = 50$

۱۳- در یک خط انتقال بلند بدون تلف $400kv, 50Hz$ و به طول $1500km$، اگر بخواهیم در حالت بی‌باری ولتاژ ابتدای خط $\frac{9}{10}$ ولتاژ انتهای خط باشد، اندازهٔ توان راکتیوی که توسط راکتور جبران‌ساز باید مصرف شود چند برابر بار امپدانس موجی خط است؟

1) $1SIL$ 2) $\frac{SIL}{9}$ 3) $\frac{10}{9}SIL$ 4) $\frac{9}{10}SIL$

۱۴- معادلهٔ موج ولتاژ در طول یک خط انتقال به صورت زیر است:

$$V(x,t) = 300\sqrt{3}\cos(10^3 t + 0/5x + 16^\circ) + \frac{100}{\sqrt{2}}\cos(10^3 t - 0/5x + 14^\circ)$$

در صورتی که این خط $200km$ طول داشته باشد پس از چند ثانیه موج ولتاژ حرکت کرده از ابتدای خط دوباره به ابتدای خط باز می‌گردد؟

1) $100s$ 2) $200s$ 3) $2000s$ 4) $1000s$

۱۵- کدام عنصر و تحت چه شرایطی می‌تواند پروفیل ولتاژ غیرمسطح در طول خط را کاملاً تخت (مسطح) کند؟

1) راکتور موازی در شرایط بی‌باری

2) خازن موازی در شرایط پرباری

3) خازن سری در پرباری

4) هیچ‌گاه پروفیل را نمی‌توان با جبران‌سازی به‌طور کامل مسطح نمود.

پاسخ سؤالات پایانی فصل چهارم

1- گزینه‌ی «1» صحیح است.

برای رفع اثر فرانتی تنها می‌توان از یک مصرف‌کننده توان راکتیو به‌صورت موازی استفاده کرد. بنابراین مدار معادل شبکه در این شرایط به‌صورت زیر است:

همان‌طور که قبلاً اشاره شد برای یک عنصر موازی امپدانس X پارامترهای انتقال به‌صورت $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{X} & 1 \end{bmatrix}$ خواهد بود. با ضرب دو ماتریس انتقال به گزینهٔ 1 خواهیم رسید.

2- گزینه‌ی «2» صحیح است.

* نکته: همواره برای محاسبهٔ جریان شارژ خط باید از مدل T استفاده کنیم.

$$I_{S,charge} = I_S|_{I_R=0} = yV_R = \frac{y}{1+0/5yz} V_S$$

از طرفی می‌دانیم در مدل π:

$$B = Z$$

$$A' = 1+\frac{yz}{2}$$

$$\Rightarrow 1+0/5yz = A \quad , \quad y = \frac{2(A-1)}{B}$$

$$\Rightarrow I_{s,charge} = \frac{\frac{2(A-1)}{B}}{A} = \frac{2(A-1)}{AB}$$

3- گزینه‌ی «3» صحیح است.

* نکته: خطوط تنظیم شده در هر باری شرایط $|V_S| = |V_R|, |I_S| = |I_R|$ را محقق می‌کنند و تغییر بار تأثیری برروی این شروط نخواهد داشت. می‌دانیم:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta l & jz_c \sin\beta l \\ \frac{j\sin\beta l}{z_c} & \cos\beta l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

درصورتی که $\beta \mathbf{l} = k\pi$ شود، آن‌گاه $\sin\beta\mathbf{l}, \cos\beta\mathbf{l}$ بنابراین شرط صورت مسئله محقق می‌شود. از طرفی می‌دانیم $\beta = \omega\sqrt{LC} = \frac{2\pi f}{C^*}$ که C^* سرعت نور می‌باشد بنابراین خواهیم داشت:

$$\beta \mathbf{l} = k\pi \Rightarrow \frac{2\pi f}{C^*}\mathbf{l} = k\pi$$

$$\Rightarrow \mathbf{l} = \frac{k.C^*}{2f} = \frac{3\times10^5 \frac{km}{s}.k}{2\times50} = 3000k \ \ k.m$$

بنابراین کم‌ترین طول خط به ازای $k=1$ به‌دست می‌آید و $\mathbf{l} = 3000km$.

4- گزینه‌ی «1» صحیح است.

برای تعیین ماکزیمم توان راکتیو قابل عبور از رابطهٔ $P_{max} = \frac{|V_S|.|V_R|}{|B|} = \frac{|X|}{0/25} = 4p.u$ استفاده می‌کنیم. با اضافه کردن راکتانس سلف نیز می‌دانیم ماتریس انتقال به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{bmatrix} 0/7 & j0/25 \\ 2/04 & 0/7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{jX} & 1 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم برای آن‌که در بی‌باری $|V_S| = |V_R|$ شود باید پارامتر A ماتریس انتقال جدید برابر 1 شود. لذا:

$$0/7 + \frac{j0/25}{jX} = 1 \Rightarrow X = 0/83$$

5- گزینه‌ی «2» صحیح است.

برای حل این سؤال از دو روش استفاده می‌کنیم. روش اول روش تحلیلی است و روش دوم تستی. در روش تحلیلی مشابه روندی که برای تعیین جریان شارژ خازن‌ها طی شد، عمل می‌کنیم.

$$Q_C = yV_C^2 = y\left(\frac{1}{1+0/5zy}.V_S\right)^2$$

$$y = j4\frac{\mu\mathbf{J}}{km}\times200km = j8\times10^{-4}\ \mathbf{J}$$

$$z = j0/3\frac{\Omega}{km}\times200km = j60\Omega$$

$$Q_C \approx 220MVA$$

در روش تستی این‌گونه در نظر می‌گیریم که توان راکتیو تولیدی توسط خازن‌ها با ولتاژ خط متناسب است $\left(Q \propto V^2\right)$

حال می‌دانیم که در شرایط بی‌باری بدون جبران‌سازی ولتاژ در طول خط نسبت به ولتاژ ابتدای خط بالاتر است.

$\left(V_L \geq V_S\right)$ در شرایطی که ولتاژ را حداقل، یعنی 500kv فرض کنیم توان راکتیو تولیدی برابر خواهد بود با:

$$Q_C = (500\text{kV})^2 \left(4\times10^{-6}\times200\right) = 200\text{MVA}$$

بنابراین چون ولتاژ در طول خط از 500kv بیش‌تر است توان راکتیو تولیدی نیز بیش‌تر از 200MVA خواهد بود.

6- گزینه‌ی «3» صحیح است.

در شرایطی که ولتاژ در ابتدا و انتهای خط مساوی باشند می‌توان گفت $V_S = V_R$ از قبل می‌دانیم در چنین شرایطی $I_S = -I_R$، لذا:

$$|Q_R| = |Q_S| = |V_R I_R \sin\theta|$$

پس در چنین شرایطی راکتیو در دو طرف خط با هم برابر است. با توجه به جهت جریان‌ها نیز می‌توان گفت توان راکتیو هم در ابتدا و هم انتهای خط مصرف می‌شود. بنابراین $Q_S < 0$

برای تعیین اندازهٔ این توان راکتیو، توان راکتیو مصرفی توسط راکتور انتهای خط را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_R = \frac{V_R^2}{X_{Lsh}}$$

از طرفی داریم:

$$V_S = V_R\left(\cos\beta\mathbf{l} + \frac{jZ_C\sin\beta\mathbf{l}}{jX_{Lsh}}\right)$$

$$X_{Lsh} = \frac{1-\cos\beta\mathbf{l}}{Z_c\sin\beta\mathbf{l}}$$

بنابراین:

$$Q_R = \frac{|V_R|^2}{\frac{1-\cos\beta\mathbf{l}}{z_c\sin\beta\mathbf{l}}} = \frac{|V_R|^2}{z_c}.\frac{2\sin\frac{\beta\mathbf{l}}{2}\cos\frac{\beta\mathbf{l}}{2}}{2\sin\frac{\beta\mathbf{l}}{2}} = \text{SIL}.\tan\frac{\beta\mathbf{l}}{2}$$

$$\Rightarrow Q_R(\text{p.u}) = \tan\frac{\beta\mathbf{l}}{2}$$

بنابراین توان راکتیو ارسالی از ابتدای خط برابر است با:

$$Q_S = -\tan\frac{\beta \mathbf{l}}{2}$$

7- گزینه‌ی «4» صحیح است.

$$T_{22} = D = A = \cos\beta \mathbf{l}$$

می‌دانیم در خطوط بدون تلف جریان از رابطهٔ $I(X) = \frac{I_R + \frac{V_R}{Z_C}}{2} e^{j\beta x} + \frac{I_R - \frac{V_R}{Z_C}}{2} e^{-j\beta x}$ پیروی می‌کند و لذا با سافتاده

از داده‌های صورت مسئله $\beta = \frac{1}{750}$. پس خواهیم داشت:

$$T_{22} = \cos\left(\frac{750}{750}\right) = \cos 1$$

از طرفی براساس روابط میان توابع مثلثاتی $\cosh j = \cos 1$ پس گزینه‌ی «4» صحیح است.

8- گزینه‌ی «2» صحیح است.

9- گزینه‌ی «4» صحیح است.

می‌خواهیم $V_S = V_R$ شود.

$$V_S = AV_R + BI_R$$

$$\begin{cases} P_{load} = 0/8 \times 1000 MVA = 800 MW \\ Q_{load} = 0/6 \times 1000 MVA = 600 MW \end{cases}$$

$$P_R = \frac{|V_S| . |V_R|}{|B|} \sin\delta$$

در شرایط جبران‌سازی کامل:

$$800 MVA = \frac{(400 KV)^2}{100} \sin\delta$$

$$\Rightarrow \delta = 30^\circ$$

$$\Rightarrow Q_R = \frac{|V_S| . |V_R|}{|B|} \cos\delta - \frac{|A| . |V_R|^2}{|B|} = \left(\frac{(400)^2}{100}\right) \cos 30^\circ - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \frac{(400)^2}{100} = 0$$

بنابراین در این شرایط حتماً باید توان راکتیو مصرفی به‌طور کامل توسط خازن جبران شود که در نتیجه خازن می‌بایست 600MVAR توان تولید کند.

راه‌حل دیگری نیز برای حل این مسئله وجود دارد:

می‌دانیم $A=\cos\beta l$, $B=jz_c\sin\beta l$. پس چون $\beta l=30^\circ$، پس $A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ و در نتیجه چون $B=j100$ پس در نتیجه بار SIL خط برابر است با:

$$SIL=\frac{(400)^2}{200}=800MW$$

که همان توان حقیقی مصرفی بار انتهای خط است. پس هدف تنها حذف سمت سلفی (راکتیو) از بار است تا بار باقی‌مانده برابر SIL شود و درن تیجه پروفیل ولتاژ ثابت بماند. بنابراین خازن می‌بایست دقیقاً توان مصرفی بار را جبران نماید.

$$\Rightarrow Q_C=600MVAR$$

10- گزینه‌ی «4» صحیح است.

اگر راکتانس جبران‌ساز مفروض X_{Lsh} باشد، خواهیم داشت:

$$V_S=V_R\left(A+\frac{B}{jX_{Lsh}}\right)$$
$$\Rightarrow A+\frac{B}{jX_{Lsh}}=1\Rightarrow X_{Lsh}=\frac{jB}{A-1}$$

از طرفی $B=Z, A=1+\frac{zy}{2}$ پس:

$$X_{Lsh}=\frac{-200}{-0/11}=\frac{200}{0/11}$$
$$\Rightarrow L=\frac{X_{Lsh}}{2\pi f}=\frac{200}{2\times50\times\pi\times0/11}=\frac{2}{0/11\pi}\approx\frac{20}{\pi}$$

11- گزینه‌ی «4» صحیح است.

چون جبران‌سازی از نوع خازنی است، پس $Z=-jX_C$ از طرفی چون راکتانس در دو طرف خط قرار گرفته‌اند ماتریس انتقال جدید از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix}A' & B'\\ C' & D'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & \frac{-j}{2}X_C\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \frac{-j}{2}X_C\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

با جای‌گذاری $\frac{X_C}{2}=50$ و مقادیر ABCD به گزینهٔ 4 خواهیم رسید.

12- گزینه‌ی «4» صحیح است.

حداکثر توان قابل تحویل یک خط از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$P_{max} = \frac{|V_S|.|V_R|}{|B|}\sin\delta - \frac{|A|.|V_R|^2}{|B|}$$

اگر در حالت اول $P_{max} = 100MW$ باشد، اگر B, A نصف شوند خواهیم داشت:

$$P_{max}(new) = \frac{2|V_S|.|V_R|}{|B|} - \frac{|A||V_R|^2}{|B|} > \underbrace{\frac{2|V_S|.|V_R|}{|B|} - \frac{2|A|.|V_R|^2}{|B|}}_{2P_{max}(old)}$$

لذا $P_{max}(new) > 200MW$

13- گزینه‌ی «4» صحیح است.

$$V_S = V_R\left(\cos\beta\mathbf{l} + \frac{jZ_c\sin\beta\mathbf{l}}{jX_{Lsh}}\right)$$

$$\Rightarrow 0/9 = \cos\beta\mathbf{l}\,\frac{jZ_c\sin\beta\mathbf{l}}{jX_{Lsh}}$$

$$\beta = 2\pi f\sqrt{LC} = \frac{100\pi}{3\times10^8} = \frac{\pi}{3\times10^6} \Rightarrow \beta\mathbf{l} = \frac{\pi}{3\times10^6}\times15\times10^5 = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 0/9 = 0 + \frac{Z_C}{X_{Lch}} \Rightarrow Q_{Lsh} = \frac{V}{X_{Lsh}} = \frac{V}{Z_C}.\frac{Z_C}{X_{Lsh}} = SIL(0/9)$$

14- گزینه‌ی «2» صحیح است.

در حالت کلی معادلهٔ ولتاژ در طول خط به‌صورت زیر است:

$$V(x,t) = f_1(x,\nu t) + f_2(x+\nu t)$$

در نتیجه سرعت حرکت موج در طول خط ذکر شده از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\nu = \frac{10^3}{0/5} = 2000\frac{m}{s}$$

بنابراین مدت زمان لازم برای رفت و برگشت خط برابر خواهد بود با:

$$t = \frac{2\times200km}{2000\left(\frac{m}{s}\right)} = 200s$$

15- گزینه‌ی «3» صحیح است.

* نکته: همان‌طور که قبلاً دیدیم پروفیل ولتاژ تنها در شرایط کاملاً مسطح می‌شود که بار خط SIL باشد. یک راه سودمند برای مسطح کردن پروفیل ولتاژ تغییر پارامترهای خط به گونه‌ای است که بار در هر لحظه برابر SIL شود.

می‌دانیم که $SIL = \frac{|V_R| . |V_S|}{Z_C}$ با فرض $|V_R| = |V_S| = 1$ که تقریباً همواره برقرار است. اگر بتوانیم $Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$ خط را تغییر دهیم بار SIL همراه آن تغییر می‌کند.

تنها عنصری که می‌تواند Z_C را تغییر دهد خازن سری است که با تغییر در L سری خط Z_C را تغییر می‌دهد. بنابراین خازن سری قادر به مسطح کردن پروفیل ولتاژ در تمام طول خط خواهد بود.

فصل پنجم – آشنایی با شبکه‌های توزیع

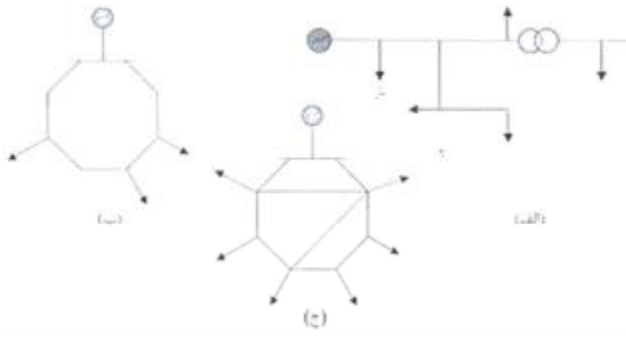
مقدمه

خطوط با ولتاژ 20kv و پایین‌تر در محدوده توزیع قرار می‌گیرند. این شبکه‌ها از طرف یک پست توزیع تغذیه می‌شوند. این پست‌ها ولتاژهای 63kv را به 20kv تبدیل می‌کنند. شبکه‌های توزیع چند تفاوت اصلی با شبکه‌های انتقال دارند. اولاً پیکربندی‌های متفاوتی نسبت به خطوط انتقال دارند. این پیکربندی‌ها در قسمت بعد معرفی خواهند شد. دومین تفاوت شبکه‌های توزیع با شبکه‌های انتقال این است که مقاومت این شبکه‌ها نسبت به مقاومت خطوط انتقال بالاتر است و بنابراین برخلاف بعضی از ساده‌سازی‌های خطوط انتقال که اثر مقاومت سری حذف می‌شد در شبکه‌های توزیع مجاز به این کار نیستیم. با توجه به این تفاوت‌ها برای شبکه‌های توزیع مسائل متفاوتی به‌وجود می‌آید. در مبحث اصلی که در این شبکه‌ها وجود دارد یکی محاسبه افت ولتاژ در این شبکه‌ها و دیگری تعیین نقطه ژرف که در بخش‌های بعد تعریف خواهد شد می‌باشد.

این فصل در تمام سال‌ها مورد توجه طراحان کنکور بوده است و در هر سال یک سؤال از این فصل طرح گردیده است.

5-1) انواع شبکه‌های توزیع

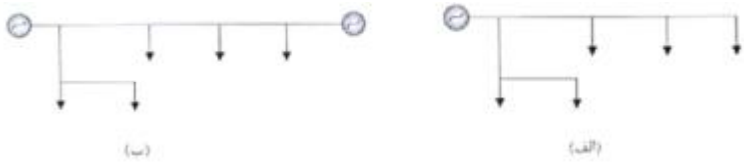
شبکه‌های توزیع را می‌توان از دو جنبه تقسیم‌بندی کرد. یکی براساس ساختار پیکربندی و دیگری براساس تعداد منابع تغذیه، براساس ساختار پیکربندی (توپولوژی) شبکه‌های توزیع به دو نوع شبکه‌های باز (یا همان شبکه‌های شعاعی و یا درختی) و شبکه‌های بسته تقسیم‌بندی می‌شوند. شبکه‌های بسته خود به دو نوع شبکه‌های حلقوی و شبکه‌های غربالی تقسیم‌بندی می‌شوند. در شکل زیر ساختار این سه نوع شبکه نشان داده شده است.



شکل ۵-۱: انواع توپولوژی شبکه‌های توزیع. الف) شبکه باز ب) شبکه حلقوی ج) شبکه غربالی

از جنبه تعداد منابع تغذیه شبکه‌های توزیع دو ساختار اصلی شبکه‌های از یک سو تغذیه و شبکه‌های از چند سو تغذیه را شامل می‌شود.

در این فصل به مطالعه شبکه‌های از یک سو تغذیه و شبکه‌های از دو سو تغذیه به‌عنوان شکل رایج‌تر شبکه‌های از چندسو تغذیه خواهیم پرداخت، در شکل زیر ساختار این دو شبکه نشان داده شده است.



شکل ۵-۲: ساختار شبکه‌های توزیع الف) شبکه از یک سو تغذیه ب) شبکه از دو سو تغذیه

5-1-1) شبکه‌های شعاعی (درختی)

همان‌طور که از شکل 5-1. الف دیدیم در این شبکه‌ها بارها تنها از یک طرف تغذیه می‌شوند. مزیت اصلی این شبکه‌ها ساختار ساده، محاسبات ساده‌تر در افت ولتاژ و سطح مقطع هادی‌ها و نیز سهولت شناسایی محل وقوع خطا است. اشکال اصلی این شبکه‌ها این است که در صورت ایجاد خرابی در هر نقطه از خط، نقاط پایین‌تر از آن نیز فاقد برق خواهند شد. همچنین چون تمام جریان‌های عبوری از نقاط مختلف از خطوط ابتدای شبکه توزیع ناشی می‌شوند افت ولتاژ زیادی روی شبکه ایجاد می‌شود و نیز به خطوط با ظرفیت زیادی در ابتدای شبکه نیاز خواهیم داشت.

5-1-2) شبکه‌های حلقوی

ساختار این شبکه‌ها در شکل 5-1. ب نشان داده شد. در این شبکه‌ها بارها از دو طرف تغذیه می‌شوند و لذا در صورت ایجاد خرابی در یک طرف بار، تغذیه بارها قطع نخواهد شد. بنابراین قابلیت اطمینان این شبکه‌ها بسیار بالاتر از شبکه‌های شعاعی است. از طرفی افت ولتاژ در این شبکه‌ها نیز به علّت کاهش جریان عبوری از خطوط کم‌تر از شبکه‌های شعاعی است. گرچه پیچیدگی این شبکه‌ها نیز بیش‌تر از شبکه‌های شعاعی است.

5-1-3) شبکه‌های غربالی

مطابق شکل5-1.ج در این شبکه بارها از نقاط مختلفی تغذیه می‌شوند و بنابراین امکان قطع بار بسیار کم‌تر و یا قابلیت اطمینان شبکه بسیار بالاتر از دو شبکه قبل است. گرچه به همین نسبت پیچیدگی طراحی این شبکه‌ها نیز دشوارتر است.

2-5) محاسبه افت ولتاژ در شبکه‌های توزیع

در این قسمت رابطه جدیدی برای تعیین افت ولتاژ در شبکه‌های توزیع ارائه می‌دهیم. نخست باید اشاره کرد که در صورتی‌که جریان‌ها و امپدانس‌ها برروی شبکه توزیع مشخص شده باشند محاسبه افت ولتاژ از روش‌های موسوم انجام می‌شود ولی به دلیل آن‌که در بسیاری از موارد به جای استفاده از جریان، توان‌های حقیقی و راکتیو را داریم می‌بایست رابطه‌ای بر اساس توان‌ها برای افت ولتاژ پیدا کنیم.

شکل ۵-۳: مدل تک‌فاز یک شبکه توزیع

در یک خط توزیع مطابق شکل بالا می‌توانیم روابط ولتاژ و جریان را مطابق زیر بنویسیم.

شکل ۵-۴: نمودار ولتاژ و جریان

$$P = V_R I_R \cos\varphi \qquad (1\text{-}5)$$

$$Q = V_R I_R \sin\varphi \qquad (2\text{-}5)$$

$$\vec{V}_s = \vec{V}_R + R\vec{I}_R + JX\vec{I}_R \qquad (3\text{-}5)$$

از فصل قبل به یاد داریم که همواره سعی ما بر این بود که ضریب توان برابر یک شود و شرایط بهره‌برداری از شبکه باید به گونه‌ای باشد که اختلاف فاز ولتاژ و جریان کوچک شود. در این شرایط می‌توان رابطه ولتاژ را به‌صورت زیر ساده کرد:

$$|V_S| = |V_R| + R|I_R|\cos\varphi + X|I_R|\sin\varphi \qquad (4\text{-}5)$$

در نتیجه افت ولتاژ برابر خواهد بود با:

$$|\Delta V| = |V_S| - |V_R| = R|I_R|\cos\varphi + X|I_R|\sin\varphi \qquad (5\text{-}5)$$

با کمی تغییر در رابطه بالا می‌توان نوشت:

$$|\Delta V| = \frac{R|V_R||I_R|\cos\varphi + X|V_R|.|I_R|\cos\varphi}{|V_R|} \qquad (6\text{-}5)$$

پس:

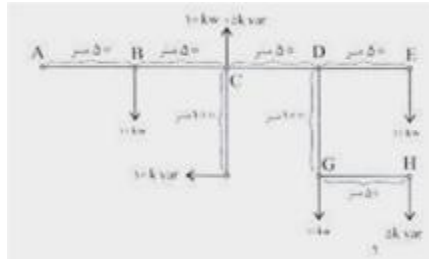
$$\boxed{|\Delta V| \frac{RP + XQ}{|V_R|}} \qquad (7\text{-}5)$$

این رابطه یک رابطه بسیار کلیدی در محاسبه افت ولتاژ شبکه‌های توزیع است.

سؤال: برای خط انتقال زیر با ولتاژ نامی 1000V و مشخصه‌های داده شده افت ولتاژ در نقطه H را بیابید.

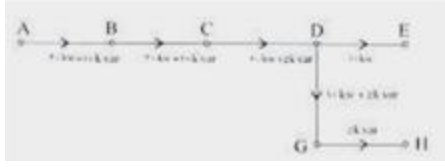
$$CF\begin{cases} r = 0/019\frac{\Omega}{m} \\ x = 0/017\frac{\Omega}{m} \end{cases} \qquad DH\begin{cases} r = 0/02\frac{\Omega}{m} \\ x = 0/02\frac{\Omega}{m} \end{cases}$$

$$AE\begin{cases} r = 0/01\frac{\Omega}{m} \\ x = 0/02\frac{\Omega}{m} \end{cases}$$



1) 105 ولت 2) 90 ولت 3) 85 ولت 4) 92/5 ولت

پاسخ: ابتدا برروی نمودار توان‌های عبوری از هر خط را مشخص می‌کنیم.



بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta u_{AH} = \Delta u_{AB} + \Delta u_{CD} + \Delta u_{D\delta} + \Delta u_{GH}$$
$$= \frac{(40k \times 0/01 \times 50) + (10k \times 0/02 \times 50)}{1000} + \frac{(30k \times 0/01 \times 50) + (10k \times 0/02 \times 50)}{1000}$$
$$+ \frac{(20k \times 0/01 \times 50) + (5k \times 0/02 \times 50)}{1000} + \frac{(10k \times 0/02 \times 100) + (5k \times 0/02 \times 100)}{1000}$$
$$+ \frac{5k \times 0/02 \times 50}{1000} = 30 + 25 + 15 + 30 + 5 = 105V$$

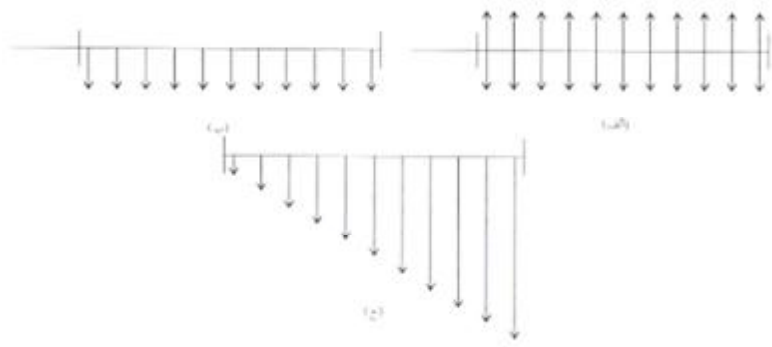
بنابراین گزینه «1» صحیح است.

* **توجه:** در مسائلی که در چند بازه از طول خط مقاومت راکتانس ثابت است برای سادگی محاسبات بهتر است از فاکتورگیری استفاده کنیم. برای سؤال در مسئله بالا می‌توان نوشت:

$$\Delta u_{AH} = \frac{(100\frac{W}{KW})\times 50m}{1000}[(40+30+20)\times 0/01+(10+10+5)\times 0/02+(10)\times 0/02\times 2+((5\times 2)+5\times 0/02] = 105V$$

3-5) بارهای گسترده

در بسیاری از موارد بارهای مصرفی به جای آن که در یک نقطه متمرکز شده باشند، در طول یک خط پخش شده‌اند. به این بارها، بار گسترده گفته می‌شود این بارها موجب می‌شوند محاسبات افت ولتاژ اندکی پیچیده‌تر شود. در شکل زیر نمایش این بارها نشان داده شده است:



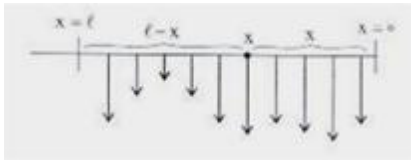
شکل ۵-۵: نمایش‌های مختلف بارهای گسترده

بارهای گسترده می‌توانند دارای توزیع یکنواخت باشند. همانند موارد الف و ب شکل قبل و یا می‌توانند تابعی از طول خط باشند. همانند مورد ج شکل قبل. در این بخش به محاسبه افت ولتاژ در طول خطوط دارای توزیع پیوسته بار خواهیم پرداخت. و برای مواردی که اولاً جریان و بعد توان توزیع شده‌اند روابط مربوط به افت ولتاژ را به‌دست خواهیم آورد.

1-3-5) توزیع پیوسته بار

اگر فرض کنیم مطابق شکل زیر جریان با رابطه $I(x)$ در طول خط گسترده شده است که مفهوم آن این است که جریان تابعی از x (فاصله نقطه موردنظر تا انتهای خط) باشد. می‌توان افت ولتاژ را به‌صورت مجموعی از افت ولتاژها از ابتدای

خط تا نقطه x در نظر گرفت.



شکل ۵-۶: توزیع پیوسته و غیریکنواخت جریان در طول خط

$$\Delta u(x) = \int_{x=x}^{l} du(x) \tag{8-5}$$

$$du(x) = ZI(x)dx \tag{9-5}$$

در رابطه بالا Z امپدانس واحد طول خط است. بنابراین رابطه اصلی برای افت ولتاژ در نقطه x برابر خواهد بود با:

$$\boxed{\Delta u(x) = \int_{x}^{l} ZI(x)dx} \tag{10-5}$$

رابطه بالا یک رابطه کلیدی برای محاسبه افت ولتاژ برای بارهای پیوسته است.

$I(x) = \int_{x}^{l} I'(x)\,dx$ در این رابطه $I'(x)$ جریان بار در هر نقطه است.

* **توجه:** در رابط بالا منظور از $I(x)$ جریان عبوری ازطول dx خط است نه جریان بار در آن نقطه.

* **نکته:** در بسیاری از مسائل راکتانس خط صرف‌نظر می‌شود. در این شرایط رابط (10-5) به‌صورت زیر تغییر می‌کند.

$$\Delta u(x) = \int_{s}^{l} rI(x)dx \tag{11-5}$$

* **نکته:** در اغلب مسائل توزیع بار به‌صورت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. در این شرایط می‌توان نوشت:

$$I(x) = \int_{x}^{l} I_0 dx = I_0 x \tag{12-5}$$

و لذا رابطه (10-5) به‌صورت زیر تغییر می‌کند.

$$\Delta u(x) = \int_{x}^{l} ZI_0 x dx = \frac{1}{2} ZI_0(l^2 - x^2) \tag{13-5}$$

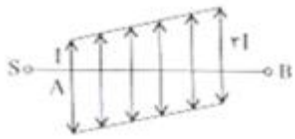
و در صورتی‌که از راکتانس خط صرف‌نظر شده باشد:

$$\Delta u(x) = \frac{1}{2} rI_0(l^2 - x^2) \tag{14-5}$$

* **نکته:** افت ولتاژ در طول خطی با توزیع یکنواخت بار که از راکتانس آن صرف نظر شده است از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta u(x) = \frac{1}{2} r I_0 \mathbf{l}^2 \qquad (15\text{-}5)$$

سؤال: مقدار افت ولتاژ ناشی از بارگسترده به طول $AB = \mathbf{l}$ (برحسب متر) مطابق شکل زیر، در انتهای خط توزیع از یک سو تغذیه به مقاومت واحد طول r عبارت است از: (از طول SA صرف‌نظر شود.)



1) $2L\mathbf{l}^2 r$

2) $3I\mathbf{l}^2 r$

3) $4I\mathbf{l}^2 r$

4) $5I\mathbf{l}^2 r$

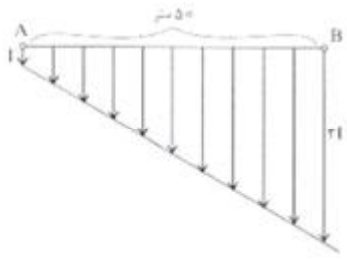
حل: با توجه به اینکه توزیع بار به‌صورت یکنواخت در طول خط انجام شده است و جریان واحد طول برابر $3l + I = 4I$ می‌باشد افت ولتاژ را به راحتی از رابطه (15-5) می‌توان به‌دست آور.

$$\Delta u = \frac{1}{2} r \mathbf{l}^2 (4I) = 2I\mathbf{l}^2 r$$

بنابراین گزینه «1» صحیح است.

سؤال: افت ولتاژ از نقطه A به B برابر کدام گزینه است؟

$$I = 20\frac{A}{m}$$
$$r = 10\frac{\Omega}{m}$$



1) 583/4KV

2) 500KV

3) 622/7KV

4) 432/8KV

پاسخ: براساس رابطه 6-11 داریم:

$$\Delta u(x) = \int_{x=0}^{\mathbf{l}} rI(x)dx$$

$$I(x) = \int_0^x I'(x)dx = \int_0^x (3I - \frac{2Ix}{\mathbf{l}})dx$$

$$= 3Ix - I\frac{x^2}{\mathbf{l}} \Rightarrow \Delta u(x) = \int_{x=0}^{\mathbf{l}} (3Ix - I\frac{x^2}{\mathbf{l}})dx$$

$$\Delta u(x) = \frac{3}{2} rIx^2 - \frac{1}{3} rI\frac{x^2}{\mathbf{l}}|_{x=0}^{\mathbf{l}} = rI(\frac{3\mathbf{l}^2}{2} - \frac{\mathbf{l}^2}{3})$$

$$= (20\times 30)(\frac{7\mathbf{l}^2}{6}) = 583/4KV$$

بنابراین گزینه «1» صحیح خواهد بود.

5-3-2- توزیع پیوسته توان

در بسیاری از مسائل به جای جریان، توان در طول خط گسترده شده است. برای یافتن افت ولتاژ در این مسائل از رابطه (5-7) استفاده می‌کنیم. اگر $Q(x), P(x)$ به ترتیب توان حقیقی و راکتیو عبوری از طول dx باشد بافت ولتاژ در طول dx برابر خواهد بود با:

$$du(x) = \frac{rP(x)dx + XQ(x)dx}{|V|} \qquad (16\text{-}5)$$

بنابراین افت ولتاژ در طول خط برابر خواهد بود با:

$$\boxed{\Delta u = \int_{x=0}^{\mathbf{l}} du(x) = \int_{x=x}^{\mathbf{l}} \frac{rP(x) + XQ(x)}{|V|} dx} \qquad (17\text{-}5)$$

* **توجه:** با فرض اینکه افت ولتاژ در طول خط چشمگیر نیست می‌توان $|V|$ را در طول خط ثابت فرض کرد و مقدار آن را برابر ولتاژ ابتدای خط قرار داد.

* **توجه:** منظور از $Q(x), P(x)$ توان عبوری از طول dx است و نه توان مصرفی در آن نقطه. اگر $Q'(x), P'(x)$ به ترتیب توان حقیقی و راکتیو مصرفی در نقطه x خط باشند می‌توان نوشت:

$$P(x) = \int_0^x P'(x)dx \qquad (18\text{-}5)$$

$$Q(x) = \int_0^x Q'(x)dx \qquad (19\text{-}5)$$

اگر توزیع توان در طول خط یکنواخت باشد می‌توان نوشت:

$$P(x) = \int_0^x P_0 dx = P_0 x \qquad (20\text{-}5)$$

$$Q(x) = \int_0^X Q_0 dx = Q_0 x \qquad (21\text{-}5)$$

بنابراین افت ولتاژ برابر خواهد بود با:

$$\Delta u(x) = \int_x^l \frac{rP_0 + XQ_0}{|v|} x dx = \frac{rP_0 + XQ_0}{2|v|}(l^2 - x^2) \qquad (22\text{-}5)$$

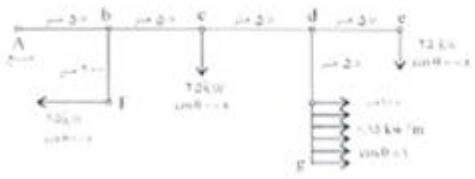
بنابراین افت ولتاژ در طول خط برابر خواهد بود با:

$$\Delta u = \frac{rP_0 + XQ_0}{2|v|} l^2 \qquad (23\text{-}5)$$

سؤال: یک خط سه‌فاز ۳۸۰ ولت مطابق شکل زیر مفروض است، مشخصات قسمت‌های مختلف خط به‌صورت زیر می‌باشد:

$$dg\begin{cases} r = 1/27 \frac{\Omega}{km} \\ x = 0/345 \frac{\Omega}{m} \end{cases} \qquad bf\begin{cases} r = 1/96 \frac{\Omega}{km} \\ x = 0/358 \frac{\Omega}{km} \end{cases} \qquad Ae\begin{cases} r = 0/63 \frac{\Omega}{km} \\ x = 0/225 \frac{\Omega}{km} \end{cases}$$

ولتاژ در نقطه g چقدر است؟



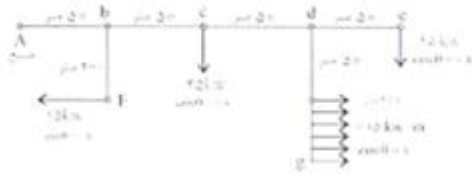
1) $\Delta u_{Ag} = 19V$

2) $\Delta U_{Ag} = 20V$

3) $\Delta U_{Ag} = 23V$

4) $\Delta U_{Ag} = 25V$

پاسخ: برای حل این سؤال ابتدا توان‌های جاری شده برروی خط را برروی نمودار نشان می‌دهیم.



$$\Delta u_{Ag} = \Delta U_{Ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{cd} + \Delta U_{dh} + \Delta U_{hg}$$

$$\Delta U_{Ab} = \frac{(80k \times 0/63) + (48/75k \times 0/325)}{380} \times (\frac{50m}{1000m}) = 8/716V$$

$$\Delta U_{bc} = \frac{(65k \times 0/63) + (37/5k \times 0/325)}{380} \times (\frac{50m}{1000m}) = 6/991V$$

$$\Delta U_{cd} = \frac{(40k \times 0/63) + (18/75k \times 0/325)}{380} \times (\frac{50m}{1000m}) = 4/117V$$

$$\Delta U_{dh} = \frac{(15k \times 1/27) + (0 \times 0/345)}{380} \times (\frac{50m}{1000m}) = 2/5V$$

$$\Delta U_{hg} = (\frac{Pr + QX}{V})(\frac{\mathbf{l}^2}{2}) = 2/5V$$

$$\Delta U_{Ag} = 204/824$$

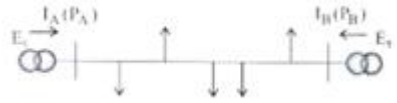
نزدیک‌ترین گزینه به جواب گزینه «4» خواهد بود.

* **توجه:** علت پیچیدگی محاسباتی این سؤال مجاز بودن استفاده از ماشین حساب در کنکور 1386 می‌باشد.

5-4) محاسبه افت ولتاژ در شبکه‌های دو سو تغذیه

شبکه‌های دو سو تغذیه شبکه‌هایی هستند که جریان و توان مورد نیاز بارهای مصرفی توسط دو منبع تغذیه مستقل تأمین می‌شود.

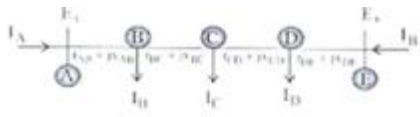
در شکل زیر نمونه‌ای از این شبکه‌ها نشان داده شده است.



شکل ۵-۷: طرح کلی یک شبکه از دو سو تغذیه

مسائل مربوط به محاسبه افت ولتاژ این شبکه‌ها از روابط مشابه با شبکه‌های یک سو تغذیه پیروی می‌کند. مشابه با شبکه‌های از یک سو تغذیه بارهای مصرفی را هم می‌توان با جریان مصرفی و هم توان مصرفی نمایش داد. در محاسبه ولتاژ نیز می‌بایست این نکته رعایت شود. تفاوت اصلی این شبکه‌ها با شبکه‌های یک سو تغذیه این است که هر کدام از منابع تغذیه سهمی در تأمین بارهای مصرفی دارند. که چون مقدار آن نامشخص است محاسبات افت ولتاژ را پیچیده‌تر می‌کند.

برای ورود به این بحث شبکه شکل 5-7 را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:



شکل ۵-۸: شبکه دوسو تغذیه

با استفاده از روابط مربوط به افت ولتاژ شبکه‌های یک سو تغذیه می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U_{AE} = \Delta u_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DE} \quad (24\text{-}5)$$

$$= Z_{AB}(I_A) + Z_{BC}(I_A - I_B) + Z_{CD}(I_A - I_B - I_C) + Z_{DE}(I_A - I_B - I_C - I_D) \quad (25\text{-}5)$$

از طرفی با مشخص بودن ولتاژ دو سمت خط انتقال اختلاف ولتاژ پارامتر معلوم خواهد شد.

$$\Delta u_{AE} = E_1 - E_2 \quad (26\text{-}5)$$

اگر رابطه (5-25) را ساده‌تر کنیم به این نتیجه می‌رسیم:

$$\Delta u_{AE} = I_A(Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CD} + Z_{DE}) - I_B(Z_{BC} + Z_{CD} + Z_{DE}) \\ -I_C(Z_{CD} + Z_{DE}) - I_D(Z_{DE}) \quad (27\text{-}5)$$

با ترکیب رابطه (5-27) و (5-26) پارامتر مجهول I_A را به‌دست می‌آوریم:

$$I_A = \frac{(E_1 - E_2) + I_B(Z_{BC} + Z_{CD} + Z_{DE}) + I_C(Z_{CD} + Z_{DE}) + I_D Z_{DE}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CD} + Z_{DE}} \quad (28\text{-}5)$$

رابطه بالا ظاهراً برای حالت خاصی به‌دست آمده است ولی با کمی دقت می‌توان آن را برای تمام موارد مشابه تعمیم دارد.

از طرفی طبق اصل بقای جریان، مجموع جریان‌های تولیدی و مصرفی باید با هم برابر باشند که از این طریق جریان I_B نیز به‌دست خواهد آمد.

$$I_B = (\sum_{i=1}^{n} I_{Li}) - I_A \quad (29\text{-}5)$$

* **توجه:** جریان I_B را دقیقاً از رابطه‌ای مشابه محاسبه I_A نیز می‌توان به‌دست آورد.

5-4-1) نقطه ژرف

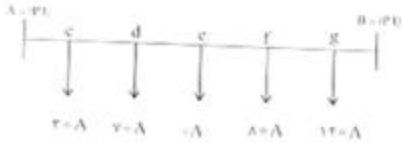
برای شبکه‌های از چند سو تغذیه چون بارها توسط دو منبع تغذیه می‌شوند دور شدن از یک منبع لزوماً به معنای افزایش افت ولتاژ نیست. چرا که نزدیک شدن به منبع دیگر را در پی دارد، عموماً در این شبکه‌ها با دور شدن از یک

منبع ولتاژ کاهش می‌یابد سپس در نقطه‌ای که نقطه ژرف نام دارد ولتاژ به کم‌ترین حد خود می‌رسد پس از آن مجدداً ولتاژ شروع به افزایش می‌کند. بنابراین نقطه ژرف در یک شبکه از دو سو تغذیه نقطه‌ای است که کم‌ترین ولتاژ را دارد. چون نقطه ژرف کم‌ترین ولتاژ را در شبکه دارا است بالطبع ولتاژ کم‌تری از دو گره مجاور خود دارد و لذا از هر دو گروه مجاور جهت جریان به طرف نقطه ژرف می‌باشد. در شکل زیر جهت جریان‌ها در حوالی نقطه ژرف فرضی نشان داده شده است.

شکل ۵-۹: جهت‌های عبور جریان در نقطه ژرف

بنابراین نقطه ژرف از طریق تغییر جهت جریان‌ها نیز قابل شناسایی است.

سؤال: در شکل زیر نقطه ژرف برابر کدام گزینه است؟ (طول خطوط و مقاومت واحد طول آن‌ها با هم برابر است)



1) e

2) f

3) d

4) e

پاسخ: ابتدا جهت‌های جریان را برروی شکل مشخص می‌کنیم.

براساس محاسبات افت ولتاژ داریم:

$$V_A - V_B = 0$$

اگر مقاومت هر قسمت از خط را r در نظر بگیریم می‌توانیم بنویسیم:

$$r(I_A)+r(I_A-30)+r(I_A-100)+r(I_A-100)+r(I_A-100)+r(I_A-180)+r(I_A-300)=0$$
$$\Rightarrow 6I_A=710\Rightarrow I_A=\frac{710}{6}=118/3A$$
$$\Rightarrow I_{ef}=18/3A$$
$$\Rightarrow I_{fg}=-61/7A$$

با توجه به این تغییر جهت جریان می‌توان گفت نقطه f نقطه ژرف می‌باشد.

سؤال: در شبکه شکل زیر چند نقطه ژرف وجود دارد؟ (طول خطوط و مقاومت طول آن‌ها با یکدیگر برابر است.)

1) یک نقطه

2) دو نقطه

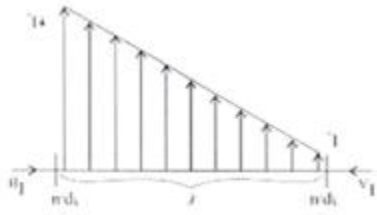
3) بی‌نهایت نقطه

4) نقطه ژرفی وجود ندارد.

پاسخ: براساس شکل کاملاً مشخص است به دلیل تقارن جریان‌های سمت A و B با هم برابر است. در نتیجه جریانی از بین ناحیه دو بار مصرفی عبور نمی‌کند و لذا تمام طو خط بین دو بار مصرفی نقطه ژرف خواهد بود . و لذا گزینه «3» صحیح می‌باشد.

* **نکته:** با توجه به این سؤال می‌توان دریافت نقطه ژرف می‌تواند یک گره و یا بازه‌ای از طول خط باشد.

سؤال: در شبکه شکل زیر مقاومت واحد طول خط را r در نظر بگیرید. در صورتی‌که بار به‌صورت پیوسته در طول خط گسترده شده باد و به‌صورت خطی از I_0 به $4I_0$ افزایش یابد. فاصله محل نقطه ژرف تا ابتدای خط با کدام گزینه برابر است؟



1) $\frac{2(\sqrt{7}-1)}{3}\mathbf{l}$

2) $\frac{2(\sqrt{7}+1)}{3}\mathbf{l}$

3) $\frac{4}{5}\mathbf{l}$

4) $\frac{(\sqrt{7}-1)}{3}\mathbf{l}$

پاسخ: برای تعیین محل نقطه ژرف افت ولتاژ را در فاصله dx به‌دست آوریم:

$$du(x) = rI(x)dx$$

از طرفی اگر جریان ابتدای خط را I_A بنامیم در فاصله x از ابتدای خط می‌توان گفت:

$$I(x) = I_A - \int_0^x I'(x)dx$$
$$I'(x) = I_0 + \frac{3x}{\mathbf{l}} I_0 = I_0\left(1 + \frac{3x}{\mathbf{l}}\right)$$
$$I(x) = I_A + I_0 x - \frac{3}{2\mathbf{l}} I_0 x^3$$
$$du(x) = r(I_A - I_0 x - \frac{3I_0}{2\mathbf{l}} x^2)dx$$

از طرفی افت ولتاژ از ابتدا تا انتهای خط باید صفر باشد. پس:

$$\int_0^{\mathbf{l}} du(x) = 0$$
$$I_A \mathbf{l} = \frac{1}{2} I_0 \mathbf{l}^2 + \frac{I_0}{2\mathbf{l}} \mathbf{l}^2$$
$$I_A = I_0 \mathbf{l}$$

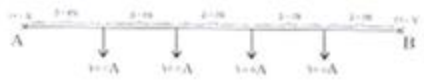
نقطه ژرف نقطه‌ای است که جهت جریان عوض می‌شود و چون در اینجا بار پیوسته است جریان صفر می‌شود.

$$I(x) = 0 \Rightarrow I_A = \int_0^x I_0(1 + \frac{3x}{\mathbf{l}})dx$$
$$\Rightarrow I_0 \mathbf{l} = I_0(x + \frac{3}{2}\frac{x^2}{\mathbf{l}})$$
$$\Rightarrow X + \frac{3}{2\mathbf{l}} x^2 = \mathbf{l} \Rightarrow x^2 + \frac{2\mathbf{l}}{3} x - \frac{2}{3}\mathbf{l}^2 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} \frac{\sqrt{7}-1}{3} & \text{ق ق} \\ \frac{-\sqrt{7}-1}{3} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین گزینه «4» صحیح می‌باشد.

* **نکته:** برای محاسبه افت ولتاژ در نقطه ژرف، پس از تعیین نقطه ژرف سهم هر منبع را در تغذیه نقطه ژرف به‌دست می‌آوریم. سپس شبکه را در نقطه ژرف جدا کرده و به‌صورت دو شبکه مجزای یک سو تغذیه درمی‌آوریم. مشابه روش‌های محاسبه افت ولتاژ در شبکه‌های شعاعی یک سو تغذیه با استفاده از هر کدام از دو شبکه افت ولتاژ در نقطه ژرف به‌دست می‌آید.

سؤال: در شبکه از دو سو تغذیه شکل زیر مقاومت کل خط $R=0/2$ اهم می‌باشد. کم‌ترین ولتاژ خـط (نقطـه ژرف) چقدر است؟ (خط تک‌فاز است)



1) 218 ولت

2) 212 ولت

3) 215 ولت

4) 225 ولت

پاسخ: براساس روابط به‌دست آمده ابتدا I_A را مشخص می‌کنیم.

$$rI_A + r(I_A - 100) + r(I_A - 200) + r(I_A - 300) + r(I_A - 4000) = 10V$$

در این رابطه r برابر است با:

$$r = \frac{0/2}{5} = 0/04\Omega$$

$$\Rightarrow 5I_A = (\frac{10}{0/04} + 1000)$$

$$\Rightarrow I_A = 250A$$

بنابراین نقطه ژرف نقطه C می‌باشد. سهم منبع A در تأمین بار نقطه C برابر است با:

$$250 - 100 - 100 = 50A$$

حال دو مدار را به‌صورت مجزا در نظر می‌گیریم.

براساس مدار دوم که ما را سریع‌تر به جواب می‌رساند داریم:

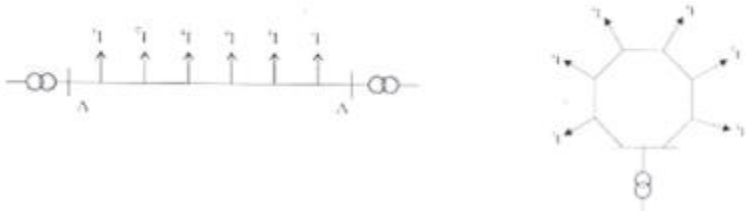
$$\Delta u = 220 - U_d$$

$$\Delta u = (150 \times 0/04) + (50 \times 0/04) = 8V$$

$$\Delta u = 212V$$

5-5) محاسبه افت ولتاژ در شبکه‌های حلقوی

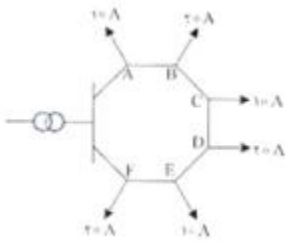
شبکه‌های حلقوی مشابه شبکه‌های دو سو تغذیه در حالتی که ولتاژ ابتدا و انتهای خط برابر باشد رفتار می‌کنند. بـر ایـن اساس معادل یک شبکه حلقوی را می‌توان به‌صورت یک شبکه دو سو تغذیه مطابق شکل زیر دانست.



شکل ۵-۱۰: یک شبکه حلقوی و معادل گسترده آن

برای شبکه‌های دو سو تغذیه ژرف و افت ولتاژ در آن نقطه قابل محاسبه بود. این بحث دقیقاً به همان صورت برای شبکه‌های حلقوی برقرار است. در سؤال‌های زیر نحوه محاسبه نقطه ژرف و افت ولتاژ برروی آن نشان داده شده است.

سؤال: در شکل زیر نقطه ژرف کدام‌یک از نقاط داده شده می‌باشد؟ (طول تمام خطوط باهم برابر و مقاومت واحد طول هرکدام نیز یکسان است.)



1) C

2) E

3) B

4) D

پاسخ: طرح گسترده این شبکه مطابق شکل زیر خواهد بود:

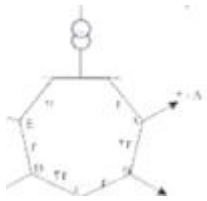
$$rI_A + r(I_A - 10) + r(I_A - 30) + r(I_A - 40) + r(I_A - 60) + r(I_A - 70) + r(I_A - 90) = 0$$
$$\Rightarrow VI_A = 300 \Rightarrow I_A = 42/85$$

پس نقطه D نقطه ژرف خواهد بود.

* **نکته:** بهترین نقطه برای قطع شبکه حلقوی نقطه ژرف می‌باشد. یعنی اگر قرار باشد شبکه از نقطه‌ای قطع شود و کم‌ترین افت ولتاژ در شبکه به‌وجود بیاید، بهترین نقطه، نقطه ژرف است.

* **نکته:** بدترین نقطه برای قطع شبکه نقطه‌ای است که بیش‌ترین جریان از آن عبور کند. در شبکه‌های حلقوی این نقطه همواره یا نقطه ابتدایی و یا انتهایی شبکه است. در صورت قطع شبکه از این نقطه بیش‌ترین افت ولتاژ در شبکه به‌وجود می‌آید.

سؤال: در شبکه شکل زیر بهترین و بدترین نقطه برای قطع شبکه به ترتیب کدام است؟



1) D، بالاتر از نقطه A

2) C، بالاتر از نقطه A

3) B، بالاتر از نقطه E

4) C، بالاتر از نقطه E

پاسخ: براساس مدل گسترده جریان ابتدایی خط را به‌دست می‌آوریم.

$$rI_A + 2r(I_A - 30) + r(I_A - 80) + 3r(I_A - 120) + r(I_A - 140) + r(I_A - 190) = 0$$
$$10I_A = 60 + 80 + 360 + 140 + 380$$
$$I_A = 120A$$

بنابراین نقطه A نقطه ژرف خواهد بود.

برای محاسبه بدترین نقطه قطع جریان انتهای خط را به‌دست می‌آوریم.

$$I_B = 190 + 102 = 88A$$

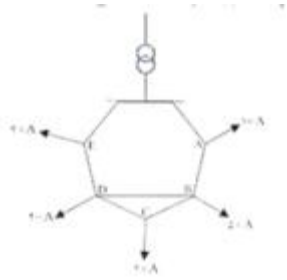
بنابراین چون $I_A > I_B$ بدترین نقطه برای قطع، نقاط بالاتر از نقطه A می‌باشند.

بنابراین گزینه «2» صحیح می‌باشد.

5-6) محاسبات افت ولتاژ در شبکه‌های غربالی

در شبکه‌های غربالی محاسبات افت ولتاژ پیچیده‌تر از محاسبه افت ولتاژ در شبکه‌های حلقوی خواهد شد. در سؤال زیر محاسبات مربوط به تعیین نقطه ژرف در یک شبکه غربالی ساده نشان داده شده است.

سؤال: در شبکه شکل زیر امپدانس تمام خطوط با هم برابر است. نقطه ژرف کدام‌یک از نقاط شبکه می‌باشد.



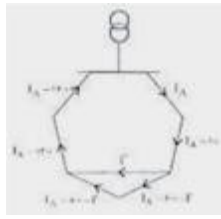
1) A

2) B

3) C

4) D

پاسخ: برای حل این سؤال ابتدا جریان خطوط را براساس جریان ابتدای خط می‌نویسیم. در ضمن جریان بین دو نقطه B و D را I' در نظر می‌گیریم.



حال با نوشتن معادلات حلقه برای حلقهٔ BCD جریان I'را به‌صورت متغیری از I_A به‌دست می‌آوریم.

$$rI' = r(I_A - 60 - I') + r(I_A - 80 - I')$$

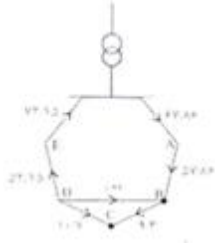
حال با استفاده از معادله حلقه ABDE , I_A را به‌دست می‌آوریم.

$$rI_A + r(I_A - 10) + r(I')r(I_A - 120) + r(I_A - 140) = 0$$

با جای‌گذاری $I' = \frac{2I_A - 140}{3}$ و ساده کردن رابطه بالا به رابطه زیر می‌رسیم.

$$\frac{14}{3} I_A = \frac{950}{3}$$
$$I_A = 67/86A$$

بر این اساس مقدار I' به میزان $-1/43A$ خواهد شد. مجدداً جریان‌ها را برروی شکل نمایش می‌دهیم.



با توجه به جهت جریان در خطوط نقطه C نقطه ژرف خواهد بود. علّت این امر آن است که براساس جریان جاری شده در خطوط می‌توان گفت ولتاژ A از B بزرگ‌تر است. از طرفی ولتاژ B نیز از C بزرگ‌تر است چرا که جریان از B به C جاری می‌شود. ولتاژ سایر نقاط نیز از C بیش‌تر است. پس نقطه ژرف تنها می‌تواند نقطه C باشد.

* **نکته**: با توجه به مسئله بالا می‌توان گفت در شبکه‌های غربالی نیز نقطه ژرف، نقطه‌ای است که تنها به آن جریان وارد می‌شود.

* **توجه:** محاسبات مربوط به افت ولتاژ و تعیین نقطه ژرف در شبکه‌های غربالی پیچیده‌تر با استفاده از معادلات حلقـه و گره به کار گرفته شده در سؤال بالا قابل انجام است.

$$\Rightarrow 3I' = 2I_A - 140 \Rightarrow I' = \frac{2I_A - 140}{3}$$

5-7) انتخاب مناسب تجهیزات شبکه توزیع

همان‌طور که در محاسبات مربوط به افت ولتاژ دیده شد، افت ولتاژ با مشخصات خطوط توزیع بسیار مرتبط است. به این دلیل انتخاب خطوط مناسب برای داشتن افت ولتاژ کم بسیار ضروری است. با این توضیح و با توجه بـه اینکـه در اغلـب محاسبات افت ولتاژ از اثر راکتانس خطوط صرف‌نظر می‌شود تعیین مقاومت خطوط اهمیت زیادی خواهد داشت.

رابطه تعیین مقاومت همان‌گونه که در فصل دوم اشاره شد به‌صورت زیر می‌باشد:

$$R = \frac{1}{\sigma}.\frac{\mathbf{l}}{A} \qquad (30\text{-}5)$$

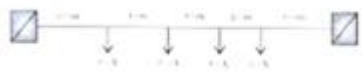
در رابطه بالا $\mathbf{l}$ طول خط برحسب (متـر (m))، A سـطح مقطـع برحسـب میلـی مترمربـع $\left(mm^2\right)$ و σ رسـاناهایی برحسب متر بر اهم میلی مترمربع $\left(\frac{m}{\Omega mm^2}\right)$ می‌باشد. رسانایی را گاهی با علامت x نیز نشان می‌دهند.

در بسیاری از مسائل طول خط و جنس هادی مورد استفاده از قبل مشخص شده است و متغیر اصلی مسئله سطح مقطع مناسب برای هادی است.

در شبکه‌های توزیع مشابه بحث تنظیم ولتاژ، حداکثر افت ولتاژ مجاز از قبل تعریف می‌شود که معمولاً بین 4٪ و یـا 5٪ متغیر است. در این شرایط با تعیین مشخصه مناسب برای خطوط (برای سؤال سطح مقطع مناسب) می‌بایست افت ولتاژ را در مقدار مجاز نگه داشت.

* **نکته مهم:** رابطه $R = \frac{1}{\sigma}.\frac{\mathbf{l}}{A}$ برای تعیین مقاومت برای هادی برقرار است. در مسائلی که شبکه از نوع سـه‌فـاز اسـت برای تعیین مقاومت هر فاز از همین رابطه استفاده می‌شود. ولی بـرای خطـوط دارای هـادی‌هـای رفـت و برگشـت بایـد مقاومت هر دو هادی را مدنظر قرار داد. در این مورد مقاومت خط را به‌صورت $R = \frac{2}{\sigma}.\frac{\mathbf{l}}{A}$ محاسبه می‌کنیم.

سؤال: در سیستم توزیع زیر، اگر سطح مقطع هادی در کل سیستم، $A=50mm^2$ انتخـاب شـود نقطـه ژرف سیستم کدام نقطه است و از دو طرف چه جریان‌هایی به نقطه ژرف جاری است؟



1) نقطه $35A, 65A, C$

2) نقطه $25A, 75A, C$

3) نقطه $14A, 26A, D$

4) نقطه $17A, 23A, D$

پاسخ: چون جنس خطوط یکسان است، مقاومت تنها به طول خط بستگی خواهد داشت. r را مقاومت واحد طول خط در نظر می‌گیریم،

$$100rI_A + 80r(I_A - 30) + 70r(I_A - 130) + 50r(I_A - 170) + 100r(I_A - 220) = 0$$
$$\Rightarrow I_A = 105A$$

بنابراین نقطه C ژرف است. جریان تأمین شده برای نقطه C برابر خواهد بود با:

$$105 - 30 = 75A$$
$$100 - 75 = 25A$$

پس گزینه «2» صحیح است.

سؤال: در مسئله قبل اگر $x = 55$ باشد، افت ولتاژ از نقطه A تا نقطه ژرف چند درصد خواهد بود؟

1) 2/5 درصد　　2) 3/5درصد　　3) 4 درصد　　4) 3 درصد

پاسخ: در این شرایط با معلوم بودن I_A پس از محاسبه مقاومت واحد طول خواهیم داشت:

$$r = \frac{1}{\sigma A} = \frac{2}{55 \times 50} = 7/26 \times 10^{-4}$$
$$\Rightarrow \Delta u = (7/26 \times 10^{-4} \times 100 \times 105) + (7/26 \times 10^{-4} \times 80 \times 75) = 12V$$

پس افت ولتاژ برابر خواهد بود با، $\frac{1}{400} = 0/03$ در نتیجه گزینه «4» صحیح است.

خلاصهٔ فصل پنجم

در این فصل نکات زیر مورد بررسی قرار گرفت:

1- چهار شبکه اصلی توزیع در این فصل مورد بررسی قرار گرفت که عبارتند از شبکه‌های یک سو تغذیه، دو سو تغذیه، حلقوی و غربالی.

2- تفاوت اصلی شبکه‌های توزیع و شبکه‌های انتقال در بالاتر بودن نسبت $\frac{R}{X}$ شبکه‌های توزیع است.

3- دو روش برای محاسبه افت ولتاژ در شبکه‌های توزیع مورد بررسی قرار گرفت. روش اول براساس جریان و استفاده از رابطه $\overline{\Delta u} = \overline{ZI}$ و روش دوم براساس توان و با استفاده از رابطه ساده شده $\Delta u = \frac{PR + QX}{U}$ می‌باشد. طبیعی است روش دوم به دلیل ساده‌سازی‌های انجام شده اندکی خطا خواهد شد.

4- بارهای گسترده بارهایی هستند که به‌صورت پیوسته در طول یک خط پراکنده شده‌اند. در صورتی‌که جریان (و یا توان) درنقطه dx به‌صورت $(S'(x))I'(x)$ باشد افت ولتاژ را می‌توان از روابط $I(x) = \int_0^x I'(x)dx$ و $\Delta u = \int_0^1 ZI(x)dx$ و در حالت استفاده از توان $S(x) = \int_0^x S'(x)dx$, $I(x) = \int_0^1 \frac{P(x)R + Q(x)X}{u}$ محاسبه کرد. در روابط بالا Z، R و X به ترتیب امپدانس، مقاومت و راکتانس واحد طول خط می‌باشند. منظور از $S(x)$ در روابط بالا توان ظاهری خط می‌باشد. $(S(x) = P(x) + jQ(x))$

5- در حالت خاص اگر جریان به‌صورت یکنواخت در طول خط گسترده شده باشد افت ولتاژ برابر خواهد بود با $\Delta u = \frac{1}{2} rI\mathbf{I}^2$ در صورتی‌که توان نیز به‌صورت یکنواخت در طول خط گسترده شده باشد. افت ولتاژ برابر خواهد بود با $\Delta u = \frac{rP + xQ}{2u}\mathbf{I}^2$. در این روابط Q, P, X, r و I تماماً مقادیر واحد طول خط می‌باشند.

6- در شبکه‌های توزیع نقطه ژرف به عنوان نقطه با کم‌ترین ولتاژ تعریف می‌شود. این نقطه بهترین محل برای قطع کردن شبکه است.

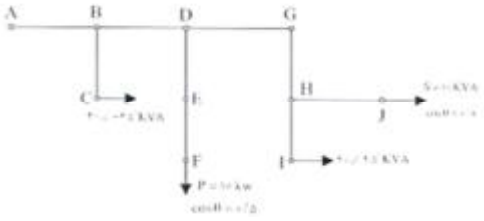
7- بدترین نقطه برای قطع شبکه نقطه‌ای است که بیش‌ترین جریان از آن عبور می‌کند.

سؤالات پایانی فصل پنجم

۱- برای خط انتقال با مشخصات داده شده در زیر افت ولتاژ در نقطه E برابر است با:

(ولتاژ نامی خط ۱۰ کیلووات است)

$$BC, HI = \begin{cases} L = 48km \\ R = 0/1\frac{\Omega}{km} \\ X = 0/2\frac{\Omega}{km} \end{cases} \qquad BD, DG, DE = \begin{cases} L = 50km \\ R = 0/01\frac{\Omega}{km} \\ X = 0/02\frac{\Omega}{km} \end{cases} \qquad AB, GH, HJ, EF = \begin{cases} L = 100km \\ R = 0/02\frac{\Omega}{km} \\ X = 0/03\frac{\Omega}{km} \end{cases}$$



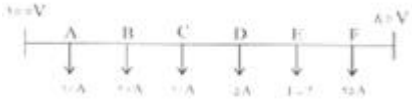
1) 1/3 ولت

2) 11/3 ولت

3) 21/3 ولت

4) 31/3 ولت

۲- در مدار شکل زیر نقطه ژرف در E قرار دارد. جریان کشیده شده در نقطه E با کدام گزینه می‌تواند برابر باشد. (طول همه قسمت‌ها با هم برابر و مقاومت همه قسمت‌ها نیز $0/1\Omega$ است.)



1) 5A

2) 10A

3) 20A

4) 30A

۳- افت ولتاژ در نقطه ژرف شبکه توزیع زیر چند ولت است؟ (نقطه تغذیه متساوی الفاصله و هر قطعه خط 100m و مقاومت هر متر خط $10^{-4}\Omega$ است)

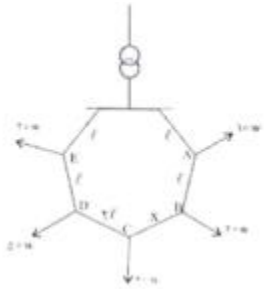
1) 5/7

2) 4/6

3) 3/9

4) 2/3

۴- برای اینکه در شبکه شکل زیر توان تزریق شده از سمت راست، ۲۵٪ توان مورد نیاز در نقطه C باشد طول X برابر خواهد بود با: (مقاومت واحد طول خطوط با یکدیگر برابر و خطوط فاقد راکتانس می‌باشند.)



1) $12\mathbf{l}$

2) $24\mathbf{l}$

3) $16\mathbf{l}$

4) نقطه C نمی‌تواند نقطه ژرف باشد.

۵- در مدار شکل زیر بار به‌صورت گسترده و با توزیع سینوسی در طول حلقهٔ AB به شعاع a قرار گرفته است. در صورتی که جریان ماکزیمم برابر I_0 و مقاومت واحد طول خط r باشد افت ولتاژ از نقطه A به B برابر خواهد بود با: $(I'(\varphi) = I_0 \sin\varphi)$

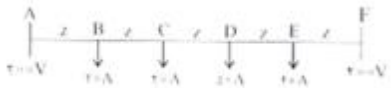
1) $\pi r a I_0$

2) $\frac{\pi r a I_0}{2}$

3) $\pi r a^2 I_0$

4) $\frac{\pi r a^2 I_0}{2}$

۶- در شبکه دو سو تغذیه شکل مقابل در صورت تساوی فواصل و امپدانس‌ها جریان عبوری بین دو نقطه A و B برحسب آمپر چقدر است؟



1) 122A

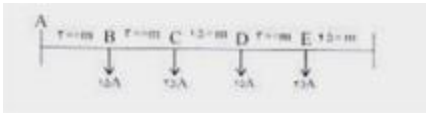
2) 62A

3) 82A

4) 102A

POWEREN.IR

۷- شبکه توزیع زیر را در نظر بگیرید. چند درصد از توان بار در نقطه ژرف شبکه توسط منبع تغذیه A تأمین می‌شود؟ (مقاومت واحد طول خطوط با هم برابر است)



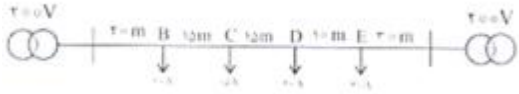
1) ٪11

2) ٪9

3) ٪22

4) ٪33

۸- در شبکه توزیع شکل زیر، برای داشتن حداکثر افت ولتاژ ۴٪، حداقل سطح مقطع سیم مسی را به‌دست آورید. $(\sigma = 60\frac{\mathbf{J}\,\mathrm{m}}{\mathrm{mm}^2})$



1) $2/5\mathrm{mm}^2$

2) $3/5\mathrm{mm}^2$

3) $4/5\mathrm{mm}^2$

4) $5\mathrm{mm}^2$

۹- در شبکه دو سو تغذیه شکل زیر، در صورتی که ولتاژ انتهای خط ۱۰۰ ولت باشد و ولتاژ و جریان ابتدای خط را به ترتیب I_A, V_A **بنامیم. رابطه بین ولتاژ و جریان ابتدای خط به چه صورت خواهد بود؟ (مقاومت واحد طول خطوط برابر** $\mathbf{l} = 100\mathrm{m}, 0/01\frac{\Omega}{\mathrm{m}}$ **است)**

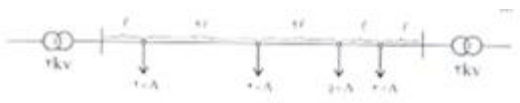
1) $V_A = 16I_A - 80$

2) $V_A = 6I_A + 80$

3) $V_A = 5I_A - 180$

4) $V_A = 4I_A - 110$

۱۰- در شبکه شکل زیر در صورتی که افت ولتاژ مجاز ۴٪ باشد ولتاژ منبع ۱ و ۲ چند درصد باید تغییر کنـد؟ (امپدانس واحد طول خطوط برابر $l = 50m, 0/01\frac{\Omega}{m}$ می‌باشد.)



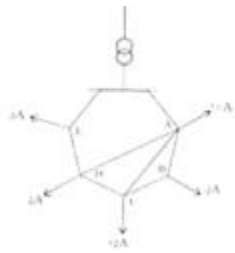
1) $+\%4/375$

2) $-\%9/375$

3) $+\%9/375$

4) غیرممکن

۱۱- در شبکه غربالی شکل زیر مقاومت تمام خطوط با یکدیگر برابر است. نقطه ژرف کدام است؟



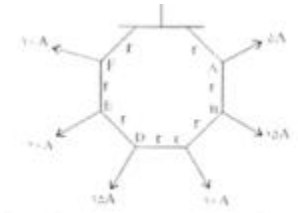
1) A

2) B

3) C

4) D

۱۲- بهترین نقطه و بدترین نقطه برای قطع در شبکه حلقوی زیر کدام‌اند؟



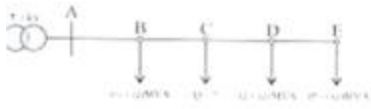
1) C، نقاط بالاتر از نقطه A

2) C، نقاط بالاتر از نقطه F

3) D، نقاط بالاتر از نقطه A

4) D، نقاط بالاتر از نقطه F

۱۳- برای کاهش افت ولتاژ شبکه شکل زیر یک خازن در نقطه C قرار می‌دهیم. توان راکتیوی که این خـازن تأمین می‌کند $10MVAR$ می‌باشد ولتاژ در نقطه D پس از افزودن خازن چقدر افـزایش مـی‌یابـد؟ (در تمـام خطوط $Z = 1 + j1\Omega$ می‌باشد.)



1) 1/38%

2) 5%

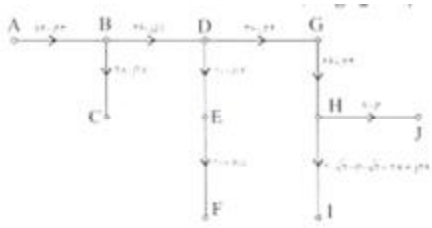
3) 2/32%

4) 381%

پاسخ سؤالات پایانی فصل پنجم

۱- گزینه «۴»

در ابتدا توان ها را برروی خطوط نشان می‌دهیم.



براین اساس افت ولتاژها را در دو خط به‌دست می‌آوریم و در نهایت با هم جمع می‌کنیم.

$$\Delta u_{AE} = \Delta u_{AB} + \Delta u_{BD} + \Delta u_{DE}$$
$$= \left(\frac{(74)(2)+(23)(3)}{10^4} + \frac{(46)(0/5)+(51)(1)}{10^4} + \frac{(10)(0/5)+(17)(31)}{10^4}\right)\times 10^3$$
$$= 31/3V$$

بنابراین گزینه «4» صحیح می‌باشد.

۲- گزینه «۴»

براساس معادله افت ولتاژ می‌توانیم بنویسیم:

$$100-80=20=0/1[I_A+(I_A-10)+(I_A-30)+(I_A-40)+(I_A-45)+(I_A-45-I)+(I_A-70-I)]$$
$$\Rightarrow 200=7I_A-2I-220\Rightarrow 420=7I_A-2I$$

به علاوه شرط دیگری که باید برقرار شود این است که جریان در مسیر DE باید بزرگ‌تر از صفر و در مسیر EF کوچک‌تر از صفر شود و لذا:

$$I_A > 45$$
$$I_A > 45+I$$

از طرفی طبق رابطه اول به‌دست آمده

$$420=7I_A-2I$$
$$I_A > 60$$

پس دو گزینه اول و دوم حذف می‌شوند. چرا که اگر $I<15$ باشد به تناقض در روابط خواهیم رسید.

با قرار دادن $I=20A$ به رابطه زیر می‌رسیم:

$$420 = V(I_A) - 40 \Rightarrow I_A = 65/7A$$

که شرط $I_A < 45 + I$ را برقرار نمی‌کند. لذا گزینه «4» صحیح است.

۳- هیچ‌کدام

ابتدا نقطه ژرف را به‌دست می‌آوریم:

$$100 - 70 > 0$$
$$100 - 70 - 40 < 0$$

پس نقطه دوم از قسمت چپ نقطه ژرف خواهد بود. افت ولتاژ در این نقطه برابر خواهد بود با:

$$(100)(10^{-2}) + (30)(10^{-2}) = 1/3$$

از طرفی اگر افت ولتاژ را نسبت به منبع سمت راست به‌دست بیاوریم خواهیم داشت:

$$(140)(10^{-2}) + (90)(10^{-2}) + (10)(10^{-2}) + (10)(10^{-2}) = 2/5V$$

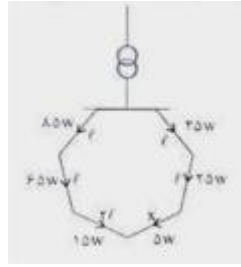
در هر حالت پاسخ در میان گزینه‌های وجود ندارد.

۴- گزینه «۲»

براساس داده‌های مسئله توان‌های جاری شده را برروی خطوط نشان می‌دهیم.

حال معادلات مربوط به افت ولتاژ را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta u = 0 \Rightarrow \frac{1}{V}[P_1R_1 + P_2R_2 + P_3R_3 + P_4R_4 + P_5R_5 + P_6R_6] = 0$$



چون مقاومت واحد طول خطوط برابر است داریم:

$$35r\mathbf{l} + 25r\mathbf{l} + 5rx - 15r(2\mathbf{l}) - 65r\mathbf{l} - 85r\mathbf{l} = 0$$
$$5x = 120\mathbf{l} \Rightarrow x = 24\mathbf{l}$$

بنابراین گزینه «2» صحیح است.

۵- گزینه «۳»

در این مسئله باید ابتدا جریان $I'(x)$ و سپس $I(x)$ و در نهایت افت ولتاژ را تعیین کنیم.

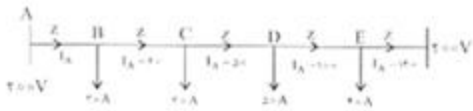
در اینجا از تبدیلات بردارها استفاده می‌کنیم:

$$dx = \alpha d\varphi$$
$$\Rightarrow I'(x) = I_0 \sin\varphi$$
$$\Rightarrow I(x) = \int_0^x I_0 \sin\varphi dx = \int_0^\varphi aI_0 \sin\varphi\, d\varphi = -aI_0 \cos\varphi\Big|_0^\varphi = aI_0(1-\cos\varphi)$$
$$\Rightarrow \Delta u = \int_0^l rI(x)\,dx = \int_0^\pi raI_0(1-\cos\varphi)ad\varphi = 2a^2I_0(\varphi-\sin\varphi)\Big|_0^\pi = \pi ra^2I_0$$

بنابراین گزینه «3» صحیح است.

۶- گزینه «۲»

براساس رابطهٔ افت و ولتاژ I_A را به‌دست می‌آوریم.



$$z(I_A + I_A - 20 + I_A - 50 + I_A - 100 + I_A - 140) = 0$$
$$\Rightarrow 5I_A = 310 \Rightarrow I_A = 62A$$

بنابراین گزینه «2» صحیح است.

۷- گزینه «۴»

در ابتدا نقطهٔ ژرف را به‌دست می‌آوریم.

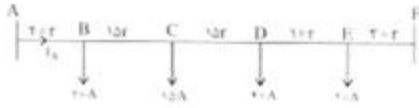
$$r[2I_A + 2(I_A - 15) + (I_A - 40) + 2(I_A - 55) + 3(I_A - 90)] = 0$$
$$\Rightarrow 10I_A = 450 \Rightarrow I_A = 45A$$

بنابراین نقطهٔ سوم از سمت چپ نقطهٔ ژرف خواهد بود که 5 آمپر آن توسط منبع تغذیه A تأمین می شود.

بنابراین 33٪ از توان مصرفی در نقطهٔ ژرف از منبع A حاصل می‌شود. بنابراین گزینه «4» صحیح است.

۸- گزینه «۲»

مقاومت واحد طول را r در نظر می‌گیریم. ابتدا نقطهٔ ژرف را تعیین می‌کنیم.



$$20rI_A + 15r(I_A - 20) + 15r(I_A - 35) + 10r(I_A - 75) + 30r(I_A - 95) = 0$$
$$\Rightarrow I_A = 49/17$$

بنابراین نقطهٔ D نقطهٔ ژرف است. افت ولتاژ در این نقطه برابر است با:

$$r(20I_A + 15(I_A - 20) + 15(I_A - 35)) = 1633/5r = 0/04 \times 200 = 8V$$

در نتیجه r باید برابر باشد با:

$$r = \frac{8}{1633/5} = 4/9 \times 10^{-3}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{60A} = 4/9 \times 10^{-3} \Rightarrow A = 3/4mm^2$$

بنابراین نزدیک‌ترین گزینه، گزینه «2» خواهد بود.

۹- گزینه «۱»

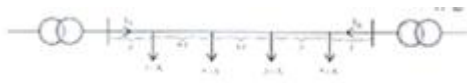
ابتدا رابطهٔ مربوط به افت ولتاژ را می‌نویسیم.

$$(v_A - 100) = rl(I_A) + 2rl(I_A - 10) + rl(I_A - 40) + 2rl(I_A - 60)$$
$$\Rightarrow v_A - 100 = 6I_A - 180 \Rightarrow v_A = 6I_A - 80$$

بنابراین گزینه «1» صحیح است.

۱۰- گزینه «۳»

در ابتدا برای شرایط فعلی نقطهٔ ژرف را به‌دست می‌آوریم:



$$20 = (50) \times (0/10)[I_B + (I_B - 30) + 2(I_B - 80) + 3(I_B - 120) + (I_B - 140)]$$
$$\Rightarrow 8I_B - 690 = 40 \Rightarrow I_B = 91/25$$

بنابراین نقطهٔ ژرف سومین گره از سمت راست خواهد بود.

با افزایش ولتاژ منابع 1 و 2 تغییری در اندازهٔ I_A, I_B به‌وجود نمی‌آید. لذا افت ولتاژ در هر حالت برابر خواهد بود با:

$$0/5[(91/25)+(61/25)+2(11/25)]=87/5v$$

برای اینکه حداکثر افت ولتاژ مجاز 4٪ برابر 87/5 ولت شود باید:

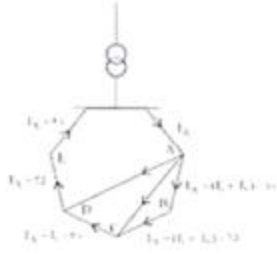
$$87/5=0/04v_{1,2}\Rightarrow v_{1,2}=2187/5v$$

بنابراین ولتاژ منابع می‌بایست 187/5 ولت معادل 9/375٪ افزایش یابد.

بنابراین گزینه «3» صحیح است.

۱۱- گزینه «۳»

در این حالت شکل کلی‌تری را نسبت به مثال حل شده در نظر گرفته‌ایم. ابتدا جریان AD را I_1 و جریان AC را I_2 می‌نامیم. خواهیم داشت:



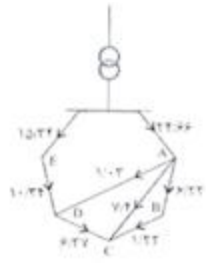
حال مقادیر I_1, I_2 را براساس معادلات حلقه برحسب I_A به‌دست می‌آوریم.

$$V_{AD}=V_{AC}+V_{CD}\Rightarrow 2I_1=rI_2+r(I_A-I_1-30)$$
$$\Rightarrow 2I_1=I_2-30+I_A\Rightarrow I_2=2I_1+30-I_A$$
$$V_{AC}=V_{AB}+V_{BC}\Rightarrow rI_2=r(I_A-I_1-I_2-10)+r(I_A-I_1-I_2-15)$$
$$\Rightarrow 3I_2=2I_A-2I_1-25$$
$$\Rightarrow 3(2I_1+30-I_A)=2I_A-2I_1-25$$
$$\Rightarrow 8I_1=5I_A-115\Rightarrow I_1=\frac{5}{8}I_A-\frac{115}{8}$$

حال B براساس حلقهٔ ADE می‌توان نوشت:

$$rI_A+rI_1+r(I_A-35)+r(I_A-40)=0$$
$$\Rightarrow \frac{29}{8}I_A=\frac{715}{8}\Rightarrow I_A=24/66$$
$$\Rightarrow I_1=1/03 \qquad I_2=7/4$$

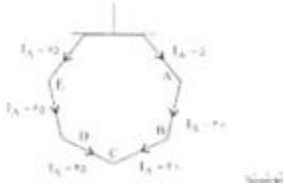
بر این اساس برروی مدار جریان‌ها را نشان می‌دهیم.



کاملاً مشخص است که نقطهٔ ژرف در این حالت نقطه C می‌باشد.

۱۲- گزینه «۴»

بهترین نقطه برای قطع نقطهٔ ژرف و بدترین نقطه، نقطهٔ با بالاترین جریان خواهد بود. لذا ابتدا باید جریان‌ها را بـه‌دسـت بیاوریم.



به دلیل برابری مقاومت خطوط می‌توان نوشت:

$$r(I_A + I_A - 5I_A - 30 + I_A - 45 + I_A - 65 + I_A - 75) = 0$$
$$\Rightarrow 7I_A = 240 \Rightarrow I_A = 34/3A$$

بنابراین نقطهٔ D نقطهٔ ژرف خواهد بود.

برای تعیین بدترین نقطهٔ I_B را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$I_B = 75 - 34/3 = 40/7A$$

پس نقاط بالاتر از نقطهٔ F بدترین نقاط برای قطع هستند.

در نتیجه گزینه «4» صحیح خواهد بود.

۱۳- گزینه «۱»

در ابتدا قبل از افزدون خازن ولتاژ نقطهٔ D برابر خواهد بود با:

$$\Delta u_{AD} = \Delta u_{AB} + \Delta u_{BD}$$
$$\Rightarrow \Delta u_{AD} = \left(\frac{(35)(1)+(25)(1)}{40k} + \frac{(25)(2)+(20)(2)}{40k} \right) \times 10^6 = 3750V$$
$$\Rightarrow U_D = 40000 - 3750 = 36250V$$

اگر خازن به اندازهٔ 10MVAR توان راکتیو به نقطهٔ C تزریق کند ولتاژ نقطهٔ D برابر خواهد بود با:

$$\Delta u_{AD} = \left(\frac{(35)(1)+(15)(1)}{40k} + \frac{(25)(1)+(10)(1)}{40k} + \frac{(25)(1)+(20)(1)}{40k} \right) \times 10^6 = 3250V$$
$$\Rightarrow U_D = 40000 - 3250 = 36750V$$
$$\Rightarrow \Delta U_D = \frac{36750 - 36250}{36250} = \%1/38$$

بنابراین گزینه «1» صحیح است.

* توجه: در محاسبهٔ افت ولتاژ خازن به‌صورت یک مصرف کننده توان راکتیو منفی وارد محاسبات می‌شود.

POWEREN.IR

واژه‌نامه انگلیسی - فارسی

acceleration factor	ضریب شتاب
active power	توان مؤثر
admittance	ادمیتانس
ampedance	امپدانس
area control error	خطای کنترل وظیفه
attenuation constant	ثابت تضعیف
augented matrix	ماتریس افزوده
automatic generation control	کنترل اتوماتیک تولید
average fuel cost	هزینهٔ میانگین سوخت
back substitution	پس=جایگذاری
base case	مورد مبنا، حالت مبنا
base value	مقدار مبنا
bias	پیشقدر
bipolar	دوقطبی
block diagram	نمودار خانه‌ای
branch admittance	ادمیتانس شاخه
brush	جاروبک
building algorithm	الگوریتم تشکیل
building-block matrix	ماتریس تشکیل دهندهٔ بلوک
bundled conductor	هادی دسته‌ای
bus	شین
bus impedance matrix	ماتریس امپدانس شین
capacitance	ظرفیت خازنی
capacitive	خازنی
condenser	ازن (نام قدیمیcapacitor
Damper winding	سیم‌پیچ میراکننده
Deceleration	واشتاب
Decoupled	واتزویج شده
Deionization	یونزدایی
Demagnetizitn	مغناطیس‌زدایی
Direct axis	محور مستقیم
Discharge, to	دشارژردن، تخلیه کردن
Distributed constant	ثابت‌های گسترده
Disturbance	اختلال
Drivitn-poitn admittance	ادمیتانس نقطهٔ رانش
Economi dispatch	توزیع اقتصادی
Eddy current	جریان‌گردابی
Efficiency	بازدهی
Electric utility system	سیستم برق عمومی
Electromotive force	نیروی محرک الکتریکی
Energized	انرژی‌دار، برق‌دار
Equivalent mesh circuit	مدار مش معادل
Estimator	تخمین‌زن
Expected value	امید ریاضی
Extrapolation	برونیابی

characteristic impedance	امپدانس صفحه
charge	شارژ، بار (الکتریکی)
charge, to	شارژ کردن
charging current	جریان شارژکننده
circuit breaker	مدارشکن
circuit diagram	نمودار مدار
classical stability model	مدل پایداری کلاسیک
classical stability studies	مطالعات پایداری کلاسیک
coil	پیچک، سیم لوله
component	مؤلفه، جزء
computer based system	سیستم مبتنی بر رایانه
condencing turbine	توربین تراکمی
conductance	هدایت، رسانایی
conductor	هادی، رسانا
connection matrix	ماتریس اتصال
contingency analysis	تحلیل پیشامد احتمالی
coupled	ترویج‌شده
covariance matrix	ماتریس کوواریانس
critical clearing angle	زاویهٔ حذف بحرانی
critical clearing time	زمان حذف بحرانی
current-injection distribution factor	ضریب توزیع جریان تزریقی
current-shift distribution factor	ضریب توزیع جابه‌جایی جریان
curue fittint	برازش منحنی
curve envelope	پوش منحنی
hermitian matrix	ماتریس هرمیتی
Hunting	نوسات پاندولی
Identity matrix	ماتریس همانی
Image charges	بارهای تصویری
Imaginary	انگاری
Incidence matrix	ماتریس تلاقی
Incident voltage	ولتاژ بازتاب
Incident wave	موج تابش
Incremental fuel cost	هزینهٔ نمو جزئی سوخت
Incremental loss	نمو جزئی تلفات
Independent bus	شین نابسته، شین مستقل
Inductance	اندکتانس، القا
Inductive	القایی، اندوکتیو
Inductive reactance	راکتانس القایی
Infinite bus	شین بی‌نهایت
Initial symmetrical current	جریان اولیهٔ متقارن
Injected current	جریان تزریقی
Instantaneous	لحظه‌ای
Interpolation	درونیابی
Interrupting	جریان قطع موقت

Interrupting rating	مقدار نامی قطع موقت
Interrupting time	زمان قطع موقت
Inverter	وارونگر
Ionization	یونیدگی
Ionized	یونیذه
Iteration	مرحلهٔ تکرار
Lag, to	پس‌افت داشتن
Lagging power factor	ضریب توان پس‌افتی
Lagrange multiplier	ضریب لاگرانژ، تکثیرن لاگرانژ
Large-scale power system	سیستم قدرت در مقیاس بزرگ
Lattice diagram	نمودار ضربدری
Lead, to	پیش‌افت داشتن
Leading power factor	ضریب توان پیش‌افتی
Load bus	شین بار
Load-tap-changing transformer	ترانسفور ماتور با تعویض انشعاب با بار
Per-unit	در – واحد
Percent regulation	درصد تغییر (ولتاژ)
Period	دورهٔ تناوب
Periodic	متناوب، تناوبی
Permeability	قابلیت هدایت مغناطیسی،نفوذپذیری مغناطیسی
Permitivitg	(ضریب)نفوذپذیری الکتریکی
Permittivity	ضریب نفوذپذیری الکتریکی
Phase constant	ثابت فاز
Phase shift	تغییر فاز، جابه‌جایی فاز
Phasor	فازبردار
Piecewise method	روش تکه‌ای
Pivot	پاشنه
Polarity	قطبیّت، پلاریته
Polyphase	چندفازه
Positive-sequence components	مؤلفه‌های توالی مثبت
Positive-sequence network	شبکهٔ توالی مثبت
Postmultiplying	پس ضرب کردن
Power factor	ضریب توان
power flow	پخش توان
Power invariant	نامتغیر با توان
Power transmission line	خط انتقال نیرو
Premultiplying	پیش‌ضرب کردن
Prime	اولیه، یکمین
Prime mover	محرک اصلی
Primitive admittance	ادمیتانس اصلی
Primitive admittance matrix	

Fault bus	شین معیوب
Field winding	سیم‌پیچ میدان
Flash over	تخلیهٔ الکتریکی سطحی
Flat start	شروع یکسان
Forward elimination	حذف پیش‌سو
Frequency bias setting	تثبیت پیشقدر بسامد
Fuel efficiency	بازدهی سوخت
Gussian elimination	حذف گوسی
Generalized circuit constant	ثابت عمومی مدار
Generator	ژنراتور
Governeer	تنظیم‌کننده
Ground wire	سیم‌زمین
Ground, to	زمین کردن، به زمین وصل کردن، زمین شدن، به زمین وصل شدن
Heat rate	نرخ گرما
Loading capability	قابلیت باردهی
Loop impedance	امپدانس حلقه
Magnetomotive force	نیروی محرک مغناطیس
Manipulation	برزش
Minimum cumulative cost	هزینهٔ جمعی حداقل
Mismatch	عدم تطابق
Moment of inertia	ممان اینرسی
Momentary current	جریان آنی
Monopolar	تک‌قطبی
Mutual admittance	ادمیتانس متقابل
Mutual coupling	تزویج متقابل
Mutually coupled branches	شاخه‌های با تزویج متقابل
Negative-sequence components	مؤلفه‌های توالی منفی
Nameplate	پلاک مشخصات
Negative-sequence network	شبکهٔ توالی منفی
Neutral point	نقطهٔ خنثی
Nodal admittance matrix	ماتریس ادمیتانس گره
Nominal	نامی
Nominal π	π ی نامی
Nonsalient machine	ماشین(باقطب‌های)نابرجسته
Normal excitation	تحریک عادی
Notation	نشانه‌گذاری، اختصار
Objective function	تابع هدف
Off line	قطع خط
On line	وصل-خط

	ماتریس اصلی ادمیتانس
Primitive impedance	امپدانس اصلی
Primitive impedance matrix	ماتریس اصلی امپدانس
Propagation constant	ثابت انتشار
Quadrature axis	محور ربع
Random variable	متغیر تصادفی
Rated interrupting time	زمان نامی قطع موقت
Rated maximum voltage	ولتاژ نامی حداکثر
Slip rings	حلقه‌های لغزان
Sparse	پراکنده
Sparsity technique	روش پراکندگی
Squirrel cage winding	سیم‌پیچ قفس سنجابی
Standard deviation	انحراف معیار

Optimal ordering	ترتیب بهینه
Optimal power flow	پخش توان بهینه
Orthogonality	تعامد
Overexcited	با تحریک اضافی، فوق تحریک
Overhead line	خط هوایی
Passive	غیرفعال
Path impedance	امپدانس مسیر
Peak value	مقدار اوج
rated voltage range factor	ضریب نامی محدودهٔ ولتاژ
Rating	مقدار نامی
Ratings	مقادیر اسمی
Reactive	واکنشی، غیر مؤثر، راکتیو

منابع :

1- بررسی سیستم‌های قدرتع جان گرنیگر – ویلیام اتسیونسون، انتظارات شهرآب 1389

2- بررسی سیستم‌های قدرت، چارلز.ا.گراس، انتشارات دانشگاه امیرکبیر 1363

3- سیستم‌های توزیع انرژی الکتریکی، محمد قربانی، انتشاران نیلوفر1372

4- مهندسی تأسیسات الکتریکی، حسن کلهر، شرکت سهامی انتشار، 1370

5- سیستم‌های قدرت الکتریکی، احد کاظمی، انتشارات دانشگاه علم و صنعت، 1374

6- بررسی سیستم‌های قدرت 1، هادی سعادت، انتشارات دانشگاه علم وصنعت، 1384

7- تئوری و مسائل بررسی سیستم قدرت، سید.آ.نصر، ترجمه دکتر حمید لسانی، مهندس محمدعلی دوزبخشیان، انتشارات قائم، 1378

8- بررسی و طراحی سیستم‌های قدرت، جی بری، گلاور، م سارما، مترجمین محمود رضاحقی فام، کیومرث روزبهی، انتشارات دانشگاه امام رضا، 1380

9- بررسی سیستم‌های درون انرژی الکتریکی، ناگرات و کوتاری، ترجمه دکتر مهرداد عابدی، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، 1368

POWEREN.IR