بسم الله الرحمن الرحیم

POWEREN.IR

اصول مهندسی برق

اصول مهندسی برق

تالیف

جمعی از استادان دانشکده‌ی مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف

تهران

مهرماه ۱۳۸۶

POWEREN.IR

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شریف می باشد.

فهرست

فصل ۱ – مفاهیم پایه در مهندسی برق..... ۱

فصل ۲ – اصول مدارهای الکتریکی..... ۳۳

فصل ۳ – پاسخ طبیعی و پاسخ کامل مدار..... ۶۵

فصل ۴ – تحلیل AC مدارهای الکتریکی در حالت دائمی..... ۹۱

فصل ۵ – آشنایی با مدارهای الکترونیکی..... ۱۲۱

فصل ۶ – آشنایی با ادوات و سیستم‌های دیجیتال..... ۲۵۹

فصل ۷ – منابع، تبدیل، و سیستم‌های انرژی..... ۲۷۷

فصل ۸ – آشنایی با نظریه سیستم و کنترل..... ۳۸۱

فصل ۹ – آشنایی با مهندسی پزشکی..... ۴۰۳

فصل ۱: مفاهیم پایه در مهندسی برق

مهندسی برق شاخه ای وسیع و متنوع از مهندسی است که به مطالعه، بررسی و کاربرد آن دسته از پدیده های مختلف فیزیکی می پردازد که دارای ماهیت الکترومغناطیسی هستند. این رشته جذاب به عنوان یک اشتغال حرفه ای از اواخر قرن نوزدهم میلادی؛ همزمان با تجاری سازی خطوط تلگراف، پا به عرصه وجود نهاد و امروزه شامل زیر رشته های بسیاری است نظیر قدرت، الکترونیک، سیستم های کنترل و مخابرات که هر یک دارای زیرشاخه های بسیار بیشتری بوده و ارتباطات تنگاتنگی با بسیاری زمینه های دیگر نظیر علوم کامپیوتر، بیوفیزیک، لیزر، فوتونیک و ... دارند. آشنائی اولیه با این رشته از دو طریق ممکن است: اول، دیدگاه سیستمی که فارغ از بسیاری جزئیات مربوط به پیاده سازی و مسائل عملیِ مهندسی، صرفا با تجرید و نگاه از بالا به بررسی و مدل سازی می پردازد و دوم دیدگاه فیزیکی که مشکلات و محدودیت های عملیِ حین پیاده سازی را مد نظر قرار می دهد. این دو دیدگاه مختلف که در این بخش به اختصار معرفی می گردند شما را با برخی مفاهیم بنیادی و پایه ای مهندسی برق آشنا خواهد کرد.

۱-۱ مهندسی برق از دیدگاه سیستمی

مهمترین مفاهیم در بررسی سیستمی مهندسی برق عبارتند از: سیگنال ها و سیستم ها[1]. در یک کلام سیگنال ها حامل اطلاعات هستند و سیستم ها مبدل سیگنال ها. بررسی یک سیستم؛ اما، از دو طریق میسر است: اول، بررسی اظهاری[2] که به تشریح روابط مابین سیگنال های ورودی و خروجی می پردازد و دوم بررسی دستوری[3] که چگونگی فرآیند تبدیل سیگنال های ورودی و خروجی را مورد بررسی قرار می دهد. صوت به عنوان مثال یک سیگنال است که البته تشریح فیزیکی آن موضوع فیزیک صوت و آکوستیک می باشد اما می تواند به صورت معنی داری به مولفات غیر فیزیکی تجزیه شود چنانچه نوا های موسیقائی را می توان بر حسب نتها نوشت. از این قرار، تصویر نیز یک سیگنال است که البته بررسی دقیق آن مستلزم دانش اپتیک، بیوفیزیک بینائی و حتی روانشناسی (چرا؟) است اما می تواند به صورتی انتزاعی و ریاضی مدل گردد. بنابراین سیگنال مفهومی است مجرد که می تواند به مجموعه ای از حرکات دست نیز اطلاق شود. به همین ترتیب سیستم نیز می تواند مفهومی مجرد باشد که روی سیگنا ل ها عمل نموده و عموما دسته دیگری از سیگنال ها را ایجاد می نماید. به عنوان مثال یک ارکستر را تصور کنید که به عنوان یک سیستم، سیگنال های ورودی ارسالی از رهبر ارکستر (در واقع حرکات باتون، دست و حتی فیزیونومی رهبر ارکستر که می تواند نارضایتی خود را با یک نگاه سریع به نوازنده مثلا ویولن ابراز دارد) را دریافت نموده و در نهایت باله فندق شکن چایکوفسکی را اجرا می نماید. در این حالت البته سیگنال های صوتی خروجی، خود توسط مغز شما پردازش شده و می توانند احساسات متفاوتی را در شنوندگان برانگیزند. چنین دیدگاهی هرچند بسیار جالب به نظر می رسد اما زمانی مفید

[1] یا اخبار و سیستم ها

[2] declarative
[3] imperative

فایده واقع خواهدشد که منجر به مطالعه ریاضی پدیده ها شده و بتواند اطلاعات جدیدی را که پیشتر در اختیار ما نبود فراهم سازد. این اطلاعات جدید توسط ابزار های ریاضی در اختیار ما قرار خواهند گرفت.

۱-۱-۱ سیگنال ها

با توجه به آنچه گفتیم سیگنال ها توابعی هستند که حاوی اطلاعات بوده و معمولا تابعی از زمان یا مکان و یا هر دو می باشند. برای روشن شدن هرچه بیشتر سیگنال های صوتی را در نظر بگیرید که عموما توسط گوش انسان مورد پردازش قرار می گیرند. صوت در واقع همان تغییرات فشار هوا است که البته این تغییرات تابع زمان است. بنابراین سیگنال صوتی در واقع می تواند تابعی باشد که هر لحظه از زمان (یعنی یک عدد حقیقی) را با فشار مرتبط می سازد و در دیدگاه سیستمی صرفا به صورت یک تابع از اعداد حقیقی به اعداد حقیقی مورد بحث قرار می گیرد. به عنوان یک نمونه دیگر می توان به سیگنال موقعیت یک هواپیما اشاره کرد. این سیگنال در واقع تابعی است که هر لحظه از زمان (یعنی یک عدد حقیقی) را با برداری در فضای سه بعدی اقلیدسی (یعنی یک بردار در فضای $\mathbb{R}^3$) مرتبط می سازد. با توجه به اهمیت فوق العاده صورت ریاضی سیگنالها، تقسیم بندی های مختلفی نظیرسیگنال های گسسته و پیوسته و ... وجود دارند که به تدریج با آنها آشنا خواهید شد.

۱-۱-۲ سیستم ها

به همین طریق سیستم ها نیز در واقع توابعی هستند که به جای تبدیل اعداد به اعداد، توابع را به یکدیگر و در واقع سیگنال های ورودی را به سیگنال های خروجی تبدیل می نمایند. تبدیل سیگنال ها می تواند به مقاصد متعددی صورت پذیرد. به عنوان مثال شما نخواهید توانست تغییرات فشار و در واقع امواج صوتی باله فندق شکنِ نواخته شده توسط ارکستر مورد بحث در بخش قبل را ذخیره نموده و بعدا از آن

لذت ببرید. یک نوار مغناطیسی اما می تواند سیگنال صوتی ورودی را به الگوی مشخصی از میدان هـای مغناطیسی تبدیل نموده و بدین ترتیب ذخیره سازی اطلاعات را انجام دهد. به همین ترتیب یک سیسـتم می تواند برای انتقال اطلاعات، رمز کردن، بهبود کیفیت و ... مورد استفاده قرار گیرد. چنـین موضـوعاتی بیشتر مطمح نظر دروسی نظیر اخبار و سیستم ها، پردازش سیگنال گسسته، سیستم هـای مخـابرات و ... است.

سئوال: آیا می توانید راه حلی عملی برای انتقال امواج صوتی باله فندق شکن مورد بحث ازآمفی تئـاتری که این موسیقی در آن اجرا می شود به نقطه ای دوردست پیشنهاد کنید؟

مدل ریاضی یک سیستم که تبدیل انواع تابع ها به یکدیگر را مورد بحث قـرار مـی دهـد، در کنـار مـدل ریاضی سیگنال ها و ابزارهای ریاضی نظیر آنالیز، آنالیز تابعی و حساب دیفرانسیل، بسیار مفید واقع شده و می تواند نتایج قابل توجهی را؛ چنانچه خواهید دید، به بار آورد. از این قـرار و بـا توجـه بـه اهمیـت صورت ریاضی سیستمها، تقسیم بندی های مختلفی نظیر سیستم های خطـی و غیرخطـی، سیسـتم هـای تغییرپذیر با زمان و تغییرناپذیر با زمان و ... وجود دارند که به تدریج با آنها آشنا خواهید شد.

۱-۲ مهندسی برق از دیدگاه فیزیکی

شما در بخش ۱-۱ با مفهوم سیستم آشنا شدید. این مفهوم با دیدی کـلان و نگـاهی از بـالا بـه بررسـی مسائل مهندسی برق پرداخته وفارغ از بسیاری جزئیات ، مدارات و ادوات لازم را به کـار مـی انـدازد تـا نتیجه مطلوب حاصل گردد. به عنوان مثال یک سیستم مخابراتی ساده نظیر آنچـه در فصـول آتـی همـین کتابچه خواهید دید شامل میکروفن؛ برای تبدیل سیگنالِ صوتی به الکتریکی، اسیلاتور؛ برای ایجاد حامل با فرکانسِ به اندازه کافی بالا، مدولاتور؛ برای سـوار کـردن سـیگنالِ صـوتیِ تبـدیل شـده بـه سـیگنال الکتریکی روی حاملِ تولید شده بوسیله اسیلاتور، آنتن فرستنده؛ بـرای ارسـال سـیگنال مدولـه شـده بـه

صورت موج رادیوئی، آنتن گیرنده؛ بـرای دریافـت مـوج ارسـالی از فرسـتنده، مـدار آشکارسـاز؛ بـرای جداسازی سیگنال صوتی تبدیل شده به سیگنال الکتریکی از حامـل، تقویـت کننـده هـای مختلـف ودر نهایت بلندگو برای تبدیلِ سیگنالِ الکتریکیِ دریافت شده به سیگنالِ صوتی می باشد. چناچه ملاحظه می شود دیدگاه کلان ارائه شده دربدست دادن یک شمای کلی از آنچه که بایستی رخ دهـد بسـیار سـودمند است؛ اما، به تنهائی برای یک مهندس برق کافی نیست، چنانچه نقش اسـیلاتور و مـوج حامـل نـه تنهـا روشن نیست بلکه می تواند گیج کننده به نظر رسیده و سیستم را پیچیده تر نماید. بدین ترتیب دیـدگاه کلان و سیستمی ارائه شده در فصل اول بایستی در کنار دید مهندسی دقیقی قـرار بگیـرد کـه شـما را در درک محدودیت های فیزیکی در پیاده سازی عملی هر سیستمی قـادر سـازد. یکـی از محـدودیت هـای فیزیکی در سیستم های تشعشعی (آنـتن هـا) فرکـانس سـیگنالی اسـت کـه قـرار اسـت توسـط تـابش الکترومغناطیسی و به صورت موج رادیوئی ارسـال شـود. ایـن محـدودیت[۴] شـما را ناچاربـه اسـتفاده از اسیلاتور می سازد. بنابراین هدف این فصل آشنائی شما با مفاهیم پایه مهندسی بـرق از دیـدگاه فیزیکـی است. این آشنائی اولیه در طول سالیان تحصیل به تدریج شـکل کـاملتری بـه خـود گرفتـه و بسـیاری از محدودیت های فیزیکی و عملی در طراحی هرسیستمی را برای شما روشن می سازد.

۱-۲-۱ قلمرو فیزیک در حوزه مهندسی برق

انسان موجودی است با ابعاد متریک و قابلیت درکی در مقیاس زمانی ثانیه. بدین ترتیب قلمـرو فیزیکـی در حوزه تجربه روزمره انسانی همانا قلمرو نیوتنی در فیزیک کلاسیک است که قطعا با آن آشـنا هسـتید. در مهندسی برق؛ اما، نه به مقیاس زمانی ثانیه و نه به ابعاد متریک محدود نیسـتیم و طبعـا قـوانین حـوزه

[۴] بعدها خواهید دید که دلایل دیگری نیز در دست هست که ما را ملزم به استفاده از مدولاسیون میکنند که بسیاری از این دلایل از دیدگاه سیستمی نیـز قابل بررسی هستند. این قبیل محدودیت های سیستمی در دروس مخابرات ۱ و مخابرات ۲ مورد بررسی قرار می گیرند.

فیزیک کلاسیک به تنهائی برای توضیح پدیده های متنوعی که در مهندسی برق برای پیاده سازی عملی بسیاری از سیستم ها لازم داریم کافی نخواهند بود.

شکل زیر چهار قلمرو بزرگ فیزیکی در مدل سازی دنیای طبیعی را؛ که هر یک به فراخور وضعیت می توانند در شاخه های مختلف مهندسی برق مورد استفاده قرار بگیرند، به صورت شماتیک نمایش می دهد:

	فیزیک کلاسیک	مکانیک کوانتومی
افزایش سرعت ↓	نسبیت	میدان های کوانتومی

کاهش ابعاد ←

با وجود ضرورت آشنائی با مفاهیم فیزیک مدرن در مهندسی برق، بیشتر تاکید ما در این فصل روی مفاهیم فیزیک کلاسیک بوده و مفاهیم مدرن را که در آینده با آنها آشنا خواهید شد به درس های مربوطه واگذار می کنیم. اما پیش از پرداختن به جزئیات بیشتر و بررسی کمیات و مفاهیم پایه در مهندسی برق لازم است منظور خود را از قلمرو فیزیکی روشن سازیم. درحقیقت هر یک از قلمرو های فیزیکی نشان داده شده در شکل فوق به شما خواهند گفت که چطور یک *سیستم فیزیکی* به *نیروهای* متفاوت در دررژیم های مختلف – سرعت های بالا و/ یا ابعاد کوچک– پاسخ می دهد. لازم به ذکراست که *نیرو* و چنانچه خواهید دید *انرژی* دو مفهوم بنیادی هستند که پایه های فیزیک کاربردی و تمام رشته های مهندسی بر روی آن دواستوار شده است. این دو مفهوم بسیار مهم، از تمام مفاهیم انتزاعی ارائه شده در هر کتاب فیزیک کاربردی و یا مهندسی، یک رشته عملیِ قابل تجربه می سازند. بنابراین در ادامه بحث نخست به بررسی نیروها پرداخته ودر قسمت بعد وارد بحث درباره انرژی خواهیم شد.

۱-۲-۲ نیرو های چهارگانه و میدانها

نیروهای طبیعی شناخته شده به چهارگروه زیر قابل تقسیم هستند که به ترتیب بزرگی مرتب شده اند:

اول، نیروهای قوی

دوم، نیروهای الکترومغناطیسی

سوم، نیروهای ضعیف

چهارم، نیروهای گرانشی

POWEREN.IR

سئوال: نیروی اصطکاک به کدام گروه متعلق است؟

نیرو های قوی پروتون ها و نوترون ها را در هسته اتم به هم متصل نگاه داشته و قوی ترین نیروی طبیعی را تشکیل می دهد. از آنجائی که این نیرو فقط در ابعاد هسته موثر است نیروئی است با برد بسیارکوتاه، به طوری که شما هرگز تجربه ای از این نیرو نداشته اید.

نیروهای الکترومغناطیسی نه تنها پایه مهندسی برق بلکه تقریبا پایه تمام پدیده هائی هستند که شما در زندگی روزمره خود با آن سروکار داشته اید[۵]. بحث عمده ما در این کتاب به این نیروها اختصاص یافته است.

نیروهای ضعیف دارای شعاع عملکرد بلندترو قدرت کمتری نسبت به نیروهای قوی بوده و برخی پدیده های رادیو اکتیو را شرح می دهند.

در نهایت، نیروهای گرانشی ضعیف ترین نیرو ها را تشکیل می دهند و فقط در ابعاد بزرگ قابل توجه هستند به طوری که نیروی دافعه الکترومغناطیسی بین دو الکترون $۱۰^{۴۲}$ بار بزرگتر از نیروی جاذبه گرانشی بین این دو می باشد.

[۵] به استثنای نیروی گرانش

اکنون با شناختن این نیروها آماده هستیم که به بررسی کمی قلمروهـای فیزیکـی مطـرح شـده در بخـش قبل- که همانا تحلیل پاسخ *سیستم های فیزیکی* مختلف نسـبت بـه نیـرو هـای یـاد شـده فـوق اسـت، بپردازیم. سئوال این است که این کار به چه ترتیبی انجام می شود. برای انجام این کار ما به مفهوم *میـدان* احتیاج خواهیم داشت. به عنوان یک مثال فرض کنیم که تعدادی بار الکتریکی داشته باشیم، جابجا شـدن هر یک از این بارها و تغییر موقعیت آنها نسبت به یکدیگر چه تغییر یا تغییراتی در سیستم ایجاد خواهـد کرد؟ شما پیش تر با مفهوم عمل از فاصله در فیزیک کلاسیک- در برابر مفهوم عمل از طریق تمـاس در فیزیک ارسطویی- آشنا هستید و می دانید که تغییر وضعیتِ هر بار الکتریکی در مثال یاد شده منجـر بـه تغییراتی در سیستم خواهد شد. این تغییرات از طریق میدان هائی که فضای اطراف بارها و احیانا جریـان های الکتریکی را پر می کنند محاسبه می شود. بدین ترتیب میدان های هریـک از بارهـای الکتریکـی در مثال فوق، به عنوان میانجی وارد محاسبات شما شده و تغییرات سیستم را پیش بینی می نماینـد. امـا آیـا این میدان ها صرفا مفاهیمی انتزاعی و ریاضی هستند که به عنوان گام میانی محاسبات اهمیـت پیـدا مـی کنند؟ پاسخ به این سئوال با توجه به وجود *انرژی* الکترومغناطیسی منفی است بـه طـوری کـه میـدان بـه همان اندازه برای فیزیکدان معاصر واقعی است که صندلی که بر روی آن نشسته - اید برای شـما. مـا در بخش بعد به بررسی انرژی خواهیم پرداخت و بعد به طور خـاص بـه بحـث میـدان هـای الکتریکـی و مغناطیسی باز خواهیم گشت.

۱-۲-۳ انرژی و آنتروپی

برای زمانی طولانی *کار* و *توان* مفاهیم جدا نبوده و توسط یک کلمه به نام *نیـرو* تعریـف مـی شـدند. بـه تدریج با پیشرفت بشر در مطالعه سیستم های مکـانیکی مفهـوم دیگـری بـه نـام *تکانـه* شـکل گرفـت و سرانجام با اختراع موتور بخار و تبدیل گرما به کار مکانیکی بود که *انرژی* به عنـوان منبـع *تـوان* فعـال و منبع تولید *کار* معرفی شد. با پیدا شدن این مفاهیم و پیشرفت تدریجی نوع بشـر، انـواع مختلـف انـرژی

مطرح شده و مفاهیم جدیدتری نظیر انرژی شیمیائی، انرژی الکتریکی، انرژی مغناطیسی و ... به آرامی وارد فرهنگ لغات بشر شد به طوری که ما بین سالهای ۱۸۴۵ و ۱۸۴۶، در عصر رمانتیسیزم، همراه با کشف تبدیل انواع مختلف انرژی به یکدیگر و روشن شدن اهمیت هرچه بیشتر آن در زندگی روزمره، لقب ملکه جهان به آن اطلاق گرفت. اما حدود بیست سال بعد بود که دانشمندان متوجه وجود سایهٔ تاریک این ملکه، که روز بروز بلندتر می شود، شدند: در تبدیل تمام انواع انرژی بخشی به صورت حرارتی تباه شده و با انتقال به بخش سردتر در فضای بیرونی تلف می شود. میزان این تباهی انرژی توسط مفهومی به نام *آنتروپی* اندازه گیری می شود.

هر دو کلمه انرژی[6] و آنتروپی[7] کلماتی هستند یونانی متشکل از پیشوند en – εν، به معنی درون یا داخل و به ترتیب کلمات ergon – εργον، به معنای کار و trepein – τροπη، به معنای تحول یافتن و دگرگون شدن. از این قرار تغییر انرژی به میزان $\Delta E = E_1 - E_2$ در یک سیستم ایزوله، در بهترین حالت، می تواند حداکثر مقدار کار قابل حصول $\Delta E = W_{max}$ را بدست دهد. اما تغییر در آنتروپی به میزان $\Delta S = S_1 - S_2$ در همان سیستم نشان می دهد که چه مقدار از تغییر انرژی ΔE به حرارت تبدیل شده و از دست می رود. بدین ترتیب کار واقعی بدست آمده از این تبدیل انرژی برابر خواهد شد با: $W_a = W_{max} - \Delta S.T_0$ که در آن T_0 مقدار درجه حرارت محیط را نشان می دهد و $\Delta S.T_0$ میزان انرژی از دست رفته را. بنابراین تغییرات آنتروپی به نوعی تبهگنی انرژی در فرآیند تبدیل را نشان می دهد.

شایان ذکر است که علی رغم ثابت بودن حداکثر مقدار کار قابل حصول W_{max} در تغییر وضعیت از حالت ۱ به حالت ۲، میزان دقیق انرژی از دست رفته به صورت حرارتی در اثر افزایش آنتروپی، وابسته است به نوعِ پروسه تغییر وضعیت از دو حالت نامبرده ۱ و۲ و می تواند مقادیر متفاوتی را اتخاذ نماید.

---

[6] energy
[7] entropy

با این وجود از دست دادن ناگزیر انرژی به صورت گرمایی در حالی که میزان کل انرژی ثابت است موجب می شود که میزان آنتروپی؛ سایهٔ تاریک انرژی، در حال افزایش باشد.

سئوال: آیا با توجه به نکته فوق، پس از زمانی طولانی، تمام انرژی ها به حرارت تبدیل شده و شاهد توزیع یکنواخت انرژی حرارتی و دست آخر تعادل گرمائی که هر نوع تبدیل انرژی را متوقف ساخته و موجب مرگ حرارتی گیتی می شود خواهیم بود؟

بایستی توجه کنید که قانون افزایش آنتروپی؛ اولا، قانونی است حاکم بر سیستم های بسته که از بیرون انرژی دریافت نمی کنند؛ دوما، قانونی است آماری که جهت متوسط تغییر وضعیت را نشان داده و حضور تغییرات محلی کم احتمال را نفی نمی کند. در مجموع یکی از اهداف بزرگ مهندسی هدایت آنتروپی به طریق مطلوب است.

سئوال: با توجه به اینکه انسان به عنوان موجودی زنده در فرآیند متابولیسم و تبدیل انرژی، آنتروپی را کاهش می دهد چه تغییری در فضای اطراف خود ایجاد می کند؟ آیا این مسئله با تخریب طبیعت و محیط زندگی بشر ارتباطی دارد؟

خواننده علاقمند با این مباحث؛ که در هر نوع مهندسی تبدیل انرژی دارای اهمیت فوق العاده ای است، در درس ترمودینامیک آشنائی بیشتری پیدا خواهد کرد. همانطور که پیشتر نیز اشاره رفت، تمرکز ما در این جا بیشتر بر انرژی الکترومغناطیسی به صورت خاص متمرکز خواهد بود.

۱-۲-۴ کمیت های پایه الکترومغناطیسی

۱-۲-۴-۱ بار الکتریکی q

کلمه الکتریک[8] و نیز کلمه الکتریسیته[9] ، هر دو برای اولین بار توسط سر توماس براون[10]، در سال ۱۶۴۶ وارد زبان انگلیسی شدند، حال آنکه کلمه الکتریک، چهل و شش سال پیشتر از آن، یعنی در سال ۱۶۰۰

[8] electric

میلادی، توسط ویلیام گیلبرت[11] ، در رساله معروفی به نام در باب مغناطیس، کالبد های مغناطیسی و مغناطیس بزرگ زمین، *De Magnete, Magneticisque Corporibus, et de Magno Magnete Tellure*، در لاتین مدرن از کلمه الکتروم[12]، به معنی کهربا یا عنبر، با ریشه یونانی (الکترون) ηλεκτρον، به همان معنا ساخته شده بود. بدین ترتیب کلمه *الکترون* نه فقط درکتاب های درسی فیزیک جدید که در قدیمی ترین متونِ کلاسیک یونانیِ هومر، هسیود، و هرودوت نیز به چشم می آید. از این قرار ریشه استفاده از کلمه کهربا در این حقیقت نهفته است که با مالش قطعاتی از آن (یا به عبارتی همان *الکترون)*، تکه های سبک کاه جذب آن می شوند. اما این پدیده پس از طی حدود ۲۰۰۰ سال با پیدایش روش علمی مورد مطالعه دقیق قرار گرفت و در نهایت پس از پیوستن به تئوری مغناطیس و ایجاد نظریه واحد الکترومغناطیس که یکی از کامل ترین و موفق ترین شاهکار های علمی تاریخ نظریه های فیزیکی است تکمیل گردید و مفهوم بار الکتریکی شکل جدیدی بخود گرفت. ما در اینجا برای ارائه مفهوم جدیدی که از بار الکتریکی استنباط می شود از سه خاصیت بنیادی آن استفاده می کنیم و با ارائه این سه، نخست تصویری درست از آن ساخته و بعد سعی می کنیم تعریفی از آن بدست دهیم:

خاصیت اول: بار الکتریکی در دو نوع که اصطلاحا *مثبت* و *منفی* نامیده می شوند مشاهده می شود. این نامگذاری بدین دلیل صورت گرفته است که این دو نوع بار یکدیگر را خنثی می نمایند. شاید این موضوع برای شما که پیشتر با مفهوم بار الکتریکی آشنا بوده اید بدیهی ویا پیش پا افتاده به نظر برسد اما بسیار مفید خواهد بود اگربرای لحظه ای تصور کنید که ما دارای بیش از دو نوع بار الکتریکی بودیم،

---

[9] electricity
[10] Sir Thomas Browne
[11] William Gilbert
[12] electrum

همانطور که در کرومودینامیک[۱۳]، نظریه ای که پدیده های مربوط به نیرو های قـوی را شـرح مـی دهـد، دارای سه کمیت پایه نظیر بار الکتریکی می باشیم. نکته دیگر آنکه این دو نوع بـار مثبـت و منفـی *دقیقـا* قادرند که یکدیگر را خنثی کنند، به طوری که بر هم خوردن تعادل کاملِ بینِ این دو نوع بار الکتریکـی- که باعث بوجود آمدن حالت خنثی می شود، می تواند فاجعه بار باشد. به عنـوان مثـال اگـر ایـن تعـادل دارای خطائی از مرتبه یک در ده میلیارد باشد، براحتی جسمی مانند سیب زمینی را منفجر خواهد کرد.

خاصیت دوم: بار پایستار است، یعنی نمی توان آنرا نابود کرد و یا ایجاد نمود. به عبارت دقیق تر این اثـر بار مثبت است که با بار منفی خنثی می شود و بر عکس چه در غیر این صورت پایستار بودن بـار منتفـی شده است. از این خاصیت جالب؛ اما، دو نتیجه حاصل می آید: اول، قانون پایستاری عمومی که طبـق آن میزان کل بار گیتی ثابت است. دقت کنید که بدین ترتیب محتمل است که باری را در *ماکو* ناپدیـد کـرده و در *چابهار* ظاهر کنیم، حال آنکه انجام چنین کاری بدین صورت ممکـن نیسـت. در ایـن جـا اهمیـت قانون دوم، که آنرا تحت عنوانِ قانون پایستاری محلی می شناسند، روشن مـی شـود. مطـابق ایـن قـانون عملیات ناپدید کردن بار در ماکو و ظاهر کردن آن در چابهار مستلزم برقراری *جریانی* از بار است کـه از ماکو به چابهار می رود. بیان ریاضی این قانون منجر می شـود بـه معادلـه پیوسـتگی کـه بعـدها آشـنائی بیشتری با آن پیدا خواهید کرد[۱۴].

خاصیت سوم: بار کمیتی است کوانتیزه و بنابراین در اندازه های صحیحی از واحد پایه ای که همانـا بـار پروتون e+، و یا بار الکترون e-، باشد مشاهده می گردد[۱۵]. البته این موضوع در قلمرو فیزیـک کلاسـیک دارای اهمیت چندانی نیست و حتی خود ماکسول نیز از آن اطلاعی نداشت.

---

[13] chromodynamics

[۱۴] آنچه گفته شد درباره هر نوع قانون پایستاری، منجمله پایستاری انرژی، برقرار است. فکر می کنید که معادله پیوستگی انرژی چه معنا و مفهومی دارد؟

[۱۵] شایان ذکر است که پروتون ها و نوترون ها از سه کوارک تشکیل شده اند با بارهائی به اندازهٔ "*مثبت و منفی دوثلث بار الکترون*" و "*مثبت و منفی ثلث بار الکترون*"، که البته این کوارک ها به صورت آزاد مشاهده نمی شوند.

سئوال: کم اهمیت بودن موضوع اخیر در فیزیک کلاسیک را، با توجه به فرض ابعاد بزرگ و سرعت های کم، توجیه کنید.

با توجه به موارد یاد شده می توان بار الکتریکی را کمیتی تعریف کرد که با داشتن سه خاصیت یاد شده عامل اصلی اندرکنش های الکتریکی است. همانطور که پیش از این هم اشاره رفت، وجود نیرو های الکتریکی است که ما را از وجود *بار الکتریکی* مطمئن می سازد. لازم به یادآوری است که نیرو های ایجاد شده توسط این کمیت (*بار الکتریکی*)، لزوما از طریق تماس با اشیا اثر نمی گذارند. بنابراین پروسه مالش کهربا هرچند در نگاه اول نمونه ای است شاهدِ نقش موثر تماس و به نوعی اصطکاک، اما صرفا جهت تقویت اثر توزیع مجدد بار ها لازم و ضروری است.

۱-۲-۴-۲ میدان الکتریکی E

حال که عامل موثر در ایجاد نیرو های الکتریکی را شناختیم به بررسی مجدد مفهوم میدان و به طور خاص میدان الکتریکی می پردازیم. همانطور که پیشتر نیز گفتیم هدف نهائی ما پیدا کردن پاسخ این سئوال است که نیرو های الکتریکی ایجاد شده توسط بار ها با چه سازوکاری بر روی یکدیگربه طور خاص و بر روی مواد به طور عام، اثر می گذارند. شما حتما با حل مسائل الکترواستاتیک و قانون کولن که در آن نیرو های وارد بر بارهای ثابت محاسبه می شود آشنا هستید. میدان الکتریکی را می توان به صورت *حداقلی* بر مبنای نیرو ها تعریف کرد و از این قرار نیروی الکتریکی وارد بر بارآزمون را، همانطور که در دروس فیزیک پایه دیده اید، میدان الکتریکی نامید. در این تعریف *حداقلی*، میدان الکتریکی و محاسبه آن صرفا نقش *گام میانی* را عهده دار است و در نتیجه به نظر می رسد که مفهومی باشد انتزاعی در محاسبه نیرو های الکتریکی. حال آنکه میدان مفهومی است بسیار *واقعی* تر از این، به

طوری که شما می توانید آنرا به عنوان وجودی فیزیکی[۱۶] تلقی کنید که فضای اطراف بار های الکتریکی را پر می سازد[۱۷]. اما چه دلیلی برای اثبات این مدعا در دست است: انرژی الکتریکی که در فضای اطراف بار ذخیره شده است. ما بحث بیشتر در این زمینه را به دروس الکترومغناطیس و میدان ها و امواج واگذاشته و به ذکر این نکته بسنده می کنیم که در حل مسائل واقعی، محاسبه میدانها نه گام میانی بلکه اساس خود حل مسئله هستند. حالتی را تصور کنید که بار های ثابت قبلی شروع به حرکت نموده و با دینامیکی خاص به یکدیگر نیرو وارد نمایند. محاسبه نیروها در چنین حالتی، با استفاده از مفهوم میدان، که با پرکردن فضای اطراف بارها همانا میانجی[۱۸] اثر متقابل آنها است، بسیار ساده تر است از محاسبه بدون استفاده از مفهوم میدان.

۱-۲-۴-۳ جریان الکتریکی I

در بحث مربوط به پایستار بودن بار به مفهوم پایستاری محلی، حرکت بار ها و قانون پیوستگی، اشاره کردیم. جریان الکتریکی در حقیقت نرخ خالص حرکت بار مثبت را نشان می دهد، بنابراین ناپدید شدن بار مثبت در ماکو و ظاهر شدن آن در چابهار مستلزم ایجاد جریانی است از ماکو به چابهار و برعکس ناپدید شدن بار منفی در ماکو و ظاهر شدن بار آن در چابهار مستلزم ایجاد جریانی است از چابهار به ماکو، از این قرار به صورت ریاضی داریم:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

که در آن q، بار الکتریکی و I، جریان الکتریکی کل می باشند. در دستگاه اندازه گیری استادندارد جریان الکتریکی با واحد آمپر سنجیده می شود.

---

[16] Physical entity

[۱۷] در نظریه اولیه ماکسول، میدان ها مفاهیم مکانیکی استرس و کشش در فضائی به نام اتر هستند.

[18] Mediator

سئوال: چه تفاوتی است بین ناپدید شدن بار مثبت درماکو و ظاهر شدن آن در جابهار و ناپدید شدن بار منفی در چابهار و ظاهر شدن آن در ماکو؟

۱-۲-۴-۴ میدان مغناطیسی، B

ما میدان الکتریکی را به صورت وجود فیزیکی که فضای اطراف بارالکتریکی را پر می کند تعریف کردیم، بدبن ترتیب نیرو های الکتریکی، میدان های الکتریکی و جریان الکتریکی در یک زنجیره به همدیگر متصل هستند. طبیعی ترین سئوال این است که آیا چیزی تحت عنوان بار مغناطیسی وجود دارد که منجر شود به نیروی مغناطیسی و یا میدان مغناطیسی. برای پاسخ دادن به این پرسش پیش از هر چیز باید دید آیا اصولا نیروئی مغناطیسی وجود دارد یا خیر و اگر پاسخ این سئوال مثبت است منظور از آن چه نوع نیروئی است. پاسخ برخی از این سئوالات در خود کلمه مغناطیس نهفته است. مغناطیس، از کلمهٔ لاتینی مگنتوم[۱۹] ساخته شده که خود دارای ریشه ای یونانی است. در حقیقت مگنیزیا[۲۰] در زبان لاتین اشاره دارد به ناحیه ای در تسالی[۲۱]، و در واقع مگنتوم چیزی نیست مگرسنگ ناحیه مزبور، یعنی ho Magnes lithos که همان η Μαγνησισ λιθοσ به زبان یونانی است. سنگ های این ناحیه دارای خاصیت آهنربائی بوده و توجه بشر را از ازمنه باستان به خود جلب کرده اند. اما اگر به سئوال های اولیه خود بازگردیم، آیا نظیر آنچه در مورد الکتروم [کهربا] دیدیم در مورد مگنتوم [آهنربا] نیز صادق است؟ آیا می توانیم بار مغناطیسی با خواصی مشابه با آنچه در مورد بار الکتریکی دیدیم را تعریف نمائیم؟ واقعیت این است که پاسخ به این سئوال، از آنجائی که تا کنون بار مغناطیسی مشابه با بار الکتریکی مشاهده نشده، منفی است، گو اینکه می توانیم چنین مفهومی را به صورت انتزاعی و ریاضی در نظر

[19] magnetum
[20] Magnesia
[21] Thessaly

بگیریم. حال پرسش بعدی این است که چه تفاوتی وجود دارد بین الکتروم و مگنتوم که در یکی منجر می شود به پدیده های الکتریکی یعنی بار و میدان الکتریکی و در دیگری منجر می شود به پدیده های مغناطیسی یعنی میدان مغناطیسی و نه بار مغناطیسی. پاسخ این سئوال اخیر به تفصیل در درس الکترومغناطیس مورد بررسی قرار خواهد گرفت، ما در اینجا به ذکر این نکته اکتفا می کنیم که نیروی مغناطیسی مگنتوم دارای خواصی است متفاوت با نیروی الکتریکی الکتروم، به طوری که برای نمونه اولی نمی تواند به طور مستقیم کار انجام دهد حال آنکه دومی به صورت مستقیم دارای قابلیت انجام کار است.

سئوال: منظور از این که می گوئیم یک نیرو نمی تواند به طور مستقیم کار انجام دهد چیست؟

از این قرار ماهیت آهنربائی برای سالها خاصیتی بود شگفت انگیز به طوری که در متون کیمیاگری بدست آمده از قرن چهاردهم، مگنتوم عنصری اصلی سنگ فلاسفه معرفی شده است[۲۲]. در واقع بشر می بایستی تا سال ۱۸۲۰، هنگامی که پروفسور کپنهاگی هانس کریستن ارستد متوجه اثر جریان الکتریکی بر روی سوزن آهنربای مغناطیسی شد صبر کند تا ماهیت نیروی مغناطیسی روشن تر شود. از قضا آندره ماری آمپر،دو هفته بعد در پاریس، متوجه شد که سیم های حامل جریان کاملا نظیر آهنربا عمل می کنند. بدین ترتیب خاصیت مغناطیسی نه به بار مغناطیسی بلکه به بار الکتریکی در حال حرکت و یا همان جریان الکتریکی نسبت داده شد و بتدریج نظریه الکترومغناطیس شکل گرفت.

سئوال: با توجه به اینکه میدان مغناطیسی را به جریان الکتریکی نسبت دادیم، میدان مغناطیسی آهنربا را چگونه توجیه می کنید؟

سئوال: از آنجائیکه جریان الکتریکی همان حرکت بار الکتریکی است، برای ناظر متحرک میدان مغناطیسی ناظر ساکن چه مفهومی خواهد داشت؟

---

[۲۲] ردپای این تفکرات حتی در نظریات قرن نوزدهمی فرانتز مسمر نیز مشاهده می شود.

اما حلقه ارتباطی بین میدان های الکتریکی و میدان های مغناطیسی بسیار محکم تر از آن چیزی است که در نگاه اول به نظر می رسد به طوری که تغییرات میدان الکتریکی باعث بوجود آمدن میدان مغناطیسی می شود و برعکس تغییرات میدان مغناطیسی باعث بوجود آمدن میدان الکتریکی، که این خاصیت اخیر در بسیاری از ادوات الکتریکی مورد استفاده قرار می گیرد.

۱-۲-۴-۵ ولتاژ الکتریکی V

مفهوم ولتاژ دارای اصالتی همانند مفهوم میدان نیست، با این وجود مفهومی است بسیار مفید به طوری که بخش اعظم سروکار شما به عنوان مهندس برق با ولتاژ الکتریکی خواهد بود تا با میدان الکتریکی. اما برای اینکه منظور خود از این مفهوم را روشن تر سازیم به ذکر یک مثال می پردازیم، فرض کنید از شما بپرسند که ارتفاع شهر تهران چقدر است، دز این صورت پاسخ شما چه خواهد بود؟ در واقع پاسخ این سئوال بستگی دارد به این که شما ارتفاع شهر تهران را نسبت به کجا می سنجید، سطح دریا، نوک قله دماوند و یا هر نقطه جغرافیائی دیگری که به عنوان مرجع انتخاب شده است. بنابراین *اختلاف* ارتفاع و نه خود ارتفاع است که دارای معنائی است مشخص. به طور مشابه، ولتاژ مفهومی است نظیر ارتفاع، بدین معنی که ما همیشه از *اختلاف* ولتاژ صحبت می کنیم مگر آنکه نقطه مرجعی به صورت پیش فرض تعریف شده باشد که می تواند مثلا زمین باشد. اما پرسش بعدی این است که *اختلاف* ولتاژ مذکور چه چیزی را نشان می دهد. برای پاسخ دادن به این سئوال به مثال قبلی خود باز می گردیم. اختلاف ارتفاع از نظر فیزیکی مرتبط است با میدان گرانشی و انرژی پتانسیل گرانشی به طوری که اشیاء در ارتفاع بالاتر دارای قابلیت یا همان پتانسیل به حرکت در آمدن و جنبش بیشتری دارند. به عبارت دیگر وقتی شما سنگی را به بالای سطح شیبدار می رسانید، انرژی صرف شده به صورت انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره می شود. به همین ترتیب وقتی که بار الکتریکی از پتانسیل الکتریکی پائین تر به پتانسیل الکتریکی

بالاتری جابجا می شود دارای *قابلیت* برقراری *جریان* خواهد بود. دقت کنید، همانطور که اختلاف ارتفاع خود اختلاف انرژی نیست، اختلاف ولتاژ الکتریکی نیز خود اختلاف انـرژی پتانسـیل الکتریکـی نیسـت بلکه از طریق بار به طور مستقیم با آن در ارتباط است. به عبارت دقیقتر ولتـاژ الکتریکـی در واقـع برابـر است با نرخ تغییرات انرژی بر حسب بار.

این که چه ارتباطی بین ولتاژ الکتریکی و جریان الکتریکی وجود دارد بسته به وضعیت متفـاوت خواهـد بود، همینقدر می توان گفت که وجود ولتاژ قابلیت برقراری جریان را نشان می دهد و بر قـراری جریـان موجب پیدایش اختلاف ولتاژ می شود. در واقع تعیین ارتباط دقیق بین این دو در هر وضعیت مشخصی، از جمله مهارت های لازم برای یک مهندس برق است. ما در بخش بعدی به سه حالت مشخص و ایـده آل چنین ارتباطی می پردازیم.

۱-۲-۴-۶ سه المان ایده آل مداری، مقاومت، خازن و سلف

همانطور که پیشتر اشاره کردیم، تعیین ارتباط دقیق بین ولتاژ و جریان در حالـت کلـی ممکـن نیسـت و کاملا بستگی دارد به وضعیت خاصِ هر مسئلهٔ در دست. البته انجام دادن این کار در هر حالت خاص هر چند ساده، کاری است محتاج به استفاده از تقریب های مختلـف و در نهایـت ظریـف و دقیـق. در ایـن بخش ما به بررسی سه وضعیت ایده آل، که فقط در حالتهای انتزاعی مشاهده مـی شـوند، مـی پـردازیم. سپس خواهیم دید که این وضعیت های ایده آل برای مدل سازی وضعیت های واقعی تر مفیـد خواهنـد بود.

مقاومت ایده آل:

در حالتی که ارتباط مستقیمِ خطی، بین ولتاژ V و جریان I دو سر یک المان برقرار باشد، بـه طـوری کـه داشته باشیم:

$$V = RI$$

با یک مقاومت ایده آل به مقدار R سروکار خواهیم داشت.

مطابق با آزمایشاتی که فیزیکدان آلمانی، گئورگ سیمون اهم، در مورد ارتباط بین ولتاژ و جریان دو سر سیم های فلزی انجام داد، ما شاهد چنین رابطه ای، که به قانون اهم معروف است، برای فلزات، در واقع رسانا ها به طور عام، هستیم. دقت کنید که قانون اهم برای مواد مختلف قانونی است تجربی و طبعا تقریبی، حال آنکه همین قانون در حالت انتزاعی برای آنچه که مقاومت ایده آل خوانده می شود رابطه‌ای است دقیق و ریاضی. بدین ترتیب مقاومت ایده آل که با R نشان داده می شود همان نسبت بین اختلاف ولتاژ دو سر المان و جریانی است که از آن می گذرد. مقاومت ایده آل در دستگاه اندازه گیری استاندارد با واحد اهم سنجیده می شود.

نام مقاومت الکتریکی؛ اما، از آنرو به چنین عنصری اطلاق شده است که حرکت بار ها در این المان با مقاومت روبرو می شود، به طوری که به جای حرکت شتابدارِ بارها بر اثر اختلاف ولتاژ، در واقع اختلاف انرژی پتانسیل الکتریکی، شاهد حرکت بار ها با سرعت ثابت هستیم، همانطور که سقوط برخی اجرام در هوا و یا سایر سیالات می تواند با مقاومت روبرو شده و به جای حرکت شتابدار با سرعت ثابت انجام پذیرد. بحث بیشتر در مورد شتابدار نبودن حرکت بار ها را به دروس الکترومغناطیس و فیزیک الکترونیک واگذار می کنیم.

البته به طور معادل می توانیم هدایت الکتریکی G را نیز به صورت:

$$I = GV$$

تعریف کنیم که در دستگاه اندازه گیری استاندارد با واحد زیمنس سنجیده می شود.

خازن ایده آل:

خارن ایده ال، المانی است که جریان برقرار شده از طریق آن با مشتق اختلاف ولتاژ اعمال شده بر دو سر آن متناسب است به طوری که در مجموع می توانیم بنویسیم:

$$I = C\frac{dV}{dt}$$

که در آن مقدار خازن با C نشان داده شده است. از این قرار مقدار خازن یعنی C متناسب است با نسبت جریان به نرخ تغییرات ولتاژ که در دستگاه اندازه گیری استاندارد با واحد فاراد سنجیده می شود. اما معنای این رابطه ریاضی با انتگرال گیری از طرفین معادله بیشتر روشن می شود، به طوری که خواهیم داشت:

$$q = \int Idt = CV$$

بنابریان، خازن ایده آل المانی خواهد بود که اعمال ولتاژ مشخص بر دو سر آن، بار مشخصی به مقدار CV را ذخیره می کند. همین نکته روشن می شازد که این المان بایستی قاعدتا فاقد توانائی هدایت الکتریکی، بر خلاف رسانا ها، باشد. اگر چنانچه دو صفحه و یا الکترود فلزی را با عایق از هم جدا سازید یک خازن خواهید داشت که علی رغم ایده ال نبودن تقریب بسیار خوبی برای آن به حساب خواهد آمد.

سلف ایده آل:

سلف ایده آل المانی است که ولتاژ دو سر آن متناسب باشد با نرخ تغییرات جریانی که از آن عبور می کند به طوری که داشته باشیم:

$$V = L\frac{dI}{dt}$$

که در آن مقدار سلف با L نشان داده شده است و در دستگاه اندازه گیری استاندارد با واحد هانری سنجیده می شود.

برای توضیح رفتار این المان بایستی توجه کنیم که جریان الکتریکی باعث بوجود آمدن میدان مغناطیسی می شود و از این قرار هر نوع تغییر در جریان موجبِ تغییراتی در میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط

همان جریان. از طرفی، تغییرات میدان مغناطیسی خود تغییرات میدان الکتریکی را سبب می شود و بدین ترتیب اختلاف ولتاژی را القا می نماید که مقدار آن متناسب است با حاصلضرب مقدار القای مغناطیسی سلف یا همان L و نرخ تغییرات جریان. پس برای پیاده سازی یک سلف بایستی ساختاری داشته باشیم که با برقراری جریان میزان قابل ملاحظه ای میدان مغناطیسی ایجاد نماید که برای انجام آن می توان از یک سیم پیچ استفاده کرد. بدین ترتیب یک سیم پیچ دارای عملکردی است *نزدیک* به سلف ایده آل. توجه داشته باشید که هر سلفی به ناچار دارای خاصیت مقاومتی است و هر مقاومتی به ناچار دارای خاصیت سلفی.

سئوال: خاصیت سلفی یک مقاومت مثلا یک تکه سیم فلزی را چگونه توجیه می نمائید؟

۱-۲-۵ انرژی و توان الکترومغناطیسی

همانطور که بارها اشاره شد مهمترین کمیات برای ما انرژی و توان الکترومغناطیسی هستند. توان P که همانا نرخ تغییرات انرژی W است از رابطه زیر بدست می آید:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

که البته می تواند به صورت زیر نیز نوشته شود:

$$P = \frac{dW}{dq} \times \frac{dq}{dt}$$

در این رابطه اخیر $\frac{dW}{dq}$؛ نرخ تغییرات انرژی بر حسب بار، همان ولتاژ الکتریکی V است و $\frac{dq}{dt}$، نرخ تغییرات بار الکتریکی بر حسب زمان همان جریان الکتریکی یا I است به طوری که می توانیم بنویسیم:

$$P = V \times I$$

۱-۲-۵-۱ بازبینی المان های ایده آل مداری

اگر چنانچه این رابطه را برای یک مقاومت ایده آل مورد بررسی قرار دهیم به رابطه زیر می رسیم:

$$P = R \times I^2 = G \times V^2$$

این توان، که همواره عددی است مثبت، در واقع نشان دهنده میزان توانی است که توسط منبعِ انرژیِ فراهم کننده اختلاف ولتاژ/جریان الکتریکی، به مقاومت الکتریکی منتقل شده است ومعمولا همان اتلاف حرارتیِ مقاومت است.

سئوال: آیا امکان دارد که توان مذکور عددی باشد منفی؟ چطور؟

اما اگر همین محاسبه را برای سلف و یا خازن انجام داده ولی این بار با انتگرال گیری از رابطه بدست آمده انرژی را محاسبه نمائیم، خواهیم دید که:

$$W = \frac{1}{2}CV^2$$

میزان انرژی فراهم شده توسط منبع ولتاژ[۲۳] است برای خازن ایده آل و

$$W = \frac{1}{2}LI^2$$

میزان انرژی فراهم شده توسط منبع جریان[۲۴] است برای سلف ایده آل.

بدین ترتیب، خازن (سلف) ایده آل عنصری است که انرژی کل تحویل داده شده به آن بستگی دارد به مربع ولتاژ (جریان) نهائیِ المان، به طوری که اگر در یک سیکل، از ولتاژ (جریان) صفر شروع کرده و با افزایش آن به میزانِ V (I) معلوم، انرژی مشخصی را به سیستم تحویل دهیم، پس از صفر شدن ولتاژ (جریان) در پایان سیکل، انرژی تحویلی کل به المان صفر خواهد بود؛ یعنی، انرژی تحویل داده شده برای افزایش ولتاژ (جریان) از صفر به میزانِ V (I) معلوم در نیم سیکل ابتدائی، هنگامی که ولتاژ

[۲۳] رجوع شود به بخش ۲-۵-۲.

[۲۴] رجوع شود به بخش ۲-۵-۲.

(جریان) در طی نیم سیکل پایانی از V (I) به صفر کاهش می یابد از المان پس گرفته می شود. بنابراین، ملاحظه می کنیم که این المانها در حقیقت انرژی را ذخیره کرده و بر خلاف مقاومت تلف نمی کنند.

سئوال: بحثی که در مورد انرژی تحویل شده به خازن و سلف انجام دادیم در مورد انرژی تحویلی به مقاومت چه صورتی پیدا خواهد کرد؟

این انرژی در مورد خازن به صورت الکتریکی؛ در واقع در میدان الکتریکی، و در مورد سلف به صورت مغناطیسی؛ در واقع در میدان مغناطیسی، ذخیره می شود. به عبارتی می توان مدعی شد که در هر نقطه ای از فضا که انرژی الکتریکی ذخیره شده است، یک خازن ایده آل و در هر نقطه ای که انرژی مغناطیسی ذخیره شده یک سلف ایده آل داریم. به همین ترتیب مقدار خازن یعنی C متناسب است با قابلیت ذخیره انرژی الکتریکی در اثرِ جدا سازی بارها به میزان $q = CV$، با فرض اینکه ولتاژ V اعمال شده باشد و همینطور مقدار سلف یعنی L متناسب است با قابلیت ذخیره انرژی مغناطیسی در اثرِ عبور جریان I. حال اگر مایل باشیم مقاومت الکتریکی را از این راه تعریف کنیم بایستی بگوئیم که مقدار مقاومت یعنی R اندازه ای است از توانائی سیستم برای تلف انرژی به صورت برگشت ناپذیر[۲۵].

با توجه به تعریف این المان ها از دیدگاه انرژی، اگر بخواهیم ما به ازای این عناصر ایده آل را در حوزه مکانیک مورد بررسی قرار دهیم، می توانیم به جرم و قابلیتش در حمل انرژی جنبشی، فنر و قابلیتش در ذخیره انرژی الاستیک، دمپر[۲۶] و نقش آن در اتلاف انرژی ناشی از اصطکاک، اشاره کنیم. از طرف دیگر جالب است که مسئله لختی (و یا اینرسی) را همانطور که پیشتر در مکانیک دیده اید مورد توجه قرار دهیم. قانون اینرسی یا لختی هر گونه تغییرات ناگهانی را، از آنجائی که انرژی ذخیره شده متناسب است با مشتق توان و در نتیجه هر نوع تغییر ناگهانی مستلزم صرف توان بی نهایت خواهد بود، نفی می کند. ما به ازای این لختی مکانیکی در واقع لختی مغناطیسی برای سلف و لختی الکتریکی برای خازن خواهد

[۲۵] رجوع شود به بحث انرژی و افزایش آنتروپی در همین فصل

[26] Damper, Dashpot

بود، به طوریکه هر گونه تغییر ناگهانیِ انرژی ذخیره شده در سلف یعنی $\frac{1}{2}LI^2$ و انرژی ذخیره شـده در خازن یعنی $\frac{1}{2}CV^2$ به دلیل مشابهی منتفـی خواهـد شـد. بـا توجـه بـه ایـن روابـط لختـی مغناطیسـی (الکتریکی) برای سلف (خازن) موجب می شود که تغییراتِ ناگهانیِ جریان (ولتاژ) برای سلف (خـازن) منتفی باشد.

۱-۲-۵-۲ منابع ولتاژ و جریان

المان های ایده آلی که تا کنون بررسی کردیم، یعنی مقاومت، خازن و سلف همگی المان های غیر فعـال و پسیوی بودند که انرژی را ذخیره و یا تلف می نمودند. در برابر این المان ها می تـوان بـه المـان هـای دیگری اشاره داشت که المان های فعال و یا اکتیو بوده و می توانند به صورت منبع انـرژی عمـل کننـد. بحث در مورد منابع انرژی به طور مفصل در فصل هشتم انجـام خواهـد گرفـت. در ایـن جـا هـدف مـا جداسازی دو نوع منبع انرژی الکتریکی به صورت انتزاعی و ایده آل است که از یکی به عنوان منبع ولتاژ و از دیگری به عنوان منبع جریان یاد می کنیم. لازم است دقت کنید که هر منبع انرژی الکتریکی در واقع تامین کننده ولتاژ و جریان هردو می باشد. با این وجود دو کلاس منبع ولتاژ و منبـع جریـان قابـل تمیـز هستند: الف) منبع ولتاژ، که ولتاژ تامین شده توسط آن در حالت ایده آل مستقل اسـت از میـزان جریـانی که از آن کشیده می شود و ب) منبع جریانی که جریان تامین شده توسط آن در حالـت ایـده آل مسـتقل است از میزان ولتاژ دو سر آن.

با توجه به بحث کلی که در مورد انرژی وآنتروپی انجام دادیم، می دانیم که بخشی از انرژی تـامین شـده به صورت یک طرفه و غیرقابل بازگشتی از دست خواهد رفت. بدین ترتیب می توانیم به منـابع ایـده آل

خود یک مقاومت داخلی اضافه کنیم که نمایانگر بخشی از انرژی از دست رفته و تا حدی وابستگی ولتاژ و جریان دو سر منابع به یکدیگر باشد.

۱-۲-۶ مدل و دنیای واقعی

در دو بخش قبلی با المان های ایده آل آشنا شدیم و دیدیم که چگونه سه عملگر ریاضیِ ضرب جبری، مشتق گیری، و انتگرال گیری توسط المان های ایده آل پیاده سازی می شوند. بدین ترتیب این المان ها نه فقط در هر جائی که به این عملیات ریاضی احتیاج داشته باشیم اهمیت پیدا می کنند، بلکه می توانند به صورت یک مدل الکتریکی، برای هر نوع مسئله ای که قوانین حاکم بر آن تحت چارچوب معادلات انتگرال-دیفرانسیل خطی اداره می شوند، عمل نمایند. ازآنجائی که رفتار الکتریکی هر سیستمی خود عموما توسط معادلات انتگرال-دیفرانسیل کنترل می شود، هر نوع تلاش ما برای ساخت المان های ایده آل و یا هر المان الکتریکی دیگری، دست آخر منجر می شود به سیستمی که خود توسط مجموعه ای از المان های ایده آل مدل می شود. از این قرار المان های ایده آل دارای دو نقش متفاوت در مهندسی برق هستند که از یک طرف برای مدل سازی و درک هر چه بیشتر و بهتر پدیده های مختلف قابل استفاده اند و از طرف دیگر می توانند با در کنار هم قرار گرفتن به صورت صحیح، منجر شوند به طراحی سیستمی برای انجام عملیات مورد نظر شما؛ که البته این عملیات خود مجموعه ای است از مشتق ها و انتگرال ها یا به عبارتی سلف ها و خازن ها. این نکته اخیر؛ اما، مستلزم داشتن المان هائی است که در عمل تقریب بسیار خوبی باشند از المان های ایده آل و بتوانند؛ بدون وارد کردن خطای زیادی، جایگزینِ المان های ایده آل در طراحی اولیه شما شده و سیستم مورد نظر را در عمل پیاده سازی نمایند. اما این المان های واقعی، در مقایسه با المان های ایده آل، چه هستند؟ همانطور که پیشتر نیز گفتیم، رساناهای الکتریکی، با

برقراری جر یان، می توانند نقش مقاومت و یا سلف را، بسته به موقعیت هندسی و توپولوژیکی[۲۷] خـود، بازی نمایند، حال آنکه برای پیاده سازی خازن احتیاج داریم به عناصر نارسانا به طوری که با جداسـازی بارها بتوانیم انرژی را در میدان الکتریکی ذخیره نمائیم. با کمی دقت در این نکات مشاهده می کنـیم کـه کلید اصلی در ساخت هر یک از این المان ها در هدایت و رسانائی الکتریکی نهفته است، به طـوری کـه با کنار هم قرار دادن مجموعه ای از عناصر با رسانائی های مختلف می تـوانیم مجموعـه ای از مقاومـت ها، سلف ها و خازن ها را داشته باشیم. همینجا است که نقش حیاتی نیمه رسانا هـا یـا نیمـه هـادی هـا درمهندسی برق روشن می شود. ما این مسئله را دربخش بعد مورد بررسی قرار می دهیم.

۱-۲-۷ رسانائی مواد در حالت جامد

در مهندسی برق می توان مواد را بر حسب بزرگی رسانائی یا به عبارت دیگر میـزان مقاومـت الکتریکـی آنها به چهار گروه بزرگ تقسیم نمود: رسانا ها، عایق ها، نیمه رسانا ها و ابررسانا ها. این چهار گروه در این بخش به اختصاز معرفی شده اند:

۱-۲-۷-۱ رساناها

رسانا ها، همانطور که از نام ایشان پیداست، موادی هستند با رسانائی الکتریکی زیاد و بـه عبـارت دیگـر مقاومت الکتریکی کم که عموما از قانون اهم پیروی می نمایند. به صورت فیزیکی رسـانا هـا دارای بـار آزادی هستند که در حضور میدان الکتریکی اعمالی که عموما به صورت اختلاف ولتاژ اعمال می شود به حرکت در آمده و البته در حین حرکت با مقاومت روبرو می شوند. عموما رساناها مواد فلزی هستند امـا می توان گرافیت، محلول نمک و پلاسما[۲۸] را نیز رسانای الکتریکی به حساب آورد. ما این دسته از مـواد

[۲۷] مثلا یک سیم فلزی می تواند راست باشد و یا به صورت سیم پیچ پیچیده شود.

[۲۸] البته محلول نمک و پلاسما محیط های پیچیده تری هستند.

را که از قانون اهم تبعیت می نمایند؛ با توجه به بحث قبلی در مورد این قانون، مورد بررسی بیشتر قـرار نمی دهیم.

۱-۲-۷-۲ نارسانا ها

نارسانا ها و یا عایق ها؛ همانطور که از نام این دسته از مواد پیداسـت، فاقـد رسـانائی الکتریکـی بـوده و بنابراین مقاومت الکتریکی بسیاربزرگی از خود نشان می دهند. در مقابل رساناها، در ایـن مـواد الکتـرون آزادی برای حرکت در حضور میدان وجود ندارد و عمده این مواد را ترکیبات غیر فلزی، سرامیک هـا و یا اکسید ها تشکیل می دهند. البته می توان به گازها و مایعات غیر یونیزه و یا چوب نیز اشاره کرد. نکتـه دیگرآنکه مقاومت بالای نارسانا ها در ولتاژهای عموما بزرگ شکسته شده و شاهد عبور جریان خـواهیم بود. از آنجائی که عمده کاربرد این دسته از مواد در عایق بندی است پدیده شکست؛ که معمولا همراه بـا تغییرات برگشت ناپذیر شیمیائی و یا فیزیکی نیز هست، اثری غیر مطلوب به شمار می آید.

سئوال: ما در مورد حد بالای ولتاژ الکتریکی در نارساناها بحث کردیم. آیا حد بالائی برای رساناها وجود دارد؟

۱-۲-۷-۳ نیمه رسانا ها

همانطور که از نام نیمه هادی پیداست، ما با عناصری سروکار داریم که رسانائی آنها نه به بزرگـی رسـانا ها است و نه به کوچکی نا رسانا ها[۲۹]. این عناصر که در صورت ساده خود در گروه چهار جدول عناصر قرار گرفته اند[۳۰]، دارای یک خاصیت بسیار قابل توجه هستند: هـدایت الکتریکـی آنهـا بـا اضـافه کـردن

[۲۹] در درس فیزیک الکترونیک تعریف دقیق تری را که بر حسب دیاگرام باند انرژی مواد است یاد خواهید گرفت.

[۳۰] می توانیم نیمه رساناهای ترکیبی متشکل از عناصر گروه ۳-۵، ۲-۶، و یا ترکیبات پیچیده تری نیز داشته باشیم.

مقداری ناخالصی یا اصطلاحا آلاینده *قابل کنترل* است و *قابلیت کنترل* دقیقا همان چیزی است که در مهندسی بدنبال آن هستیم.

معروف ترین نیمه هادی ها سیلیکون است که علاوه بر خواص بسیار جالب الکتریکی دارای مشخصات بسیار جالب دیگری از جمله برخی خواص قابل توجه مکانیکی نیز هست. حال اگر به سیلیکون به عنوان یک نیمه هادی گروه چهار جدول عناصر مقداری ناخالصی از عناصر گروه ۳ و یا گروه ۵ اضافه کنیم، همانطور که در دروس فیزیک مدرن و فیزیک الکترونیک خواهید دید، شاهد افزایش قابل ملاحظه ای در هدایت الکتریکی خواهیم شد با این تفاوت که در حالت اول این کار از طریق نوعی حامل الکتریکی به نام حفره که معادلا دارای بار مثبت است انجام می پذیرد و در حالت دوم از طریق حامل های الکتریکی عادی که همانا الکترون ها هستند. بنابراین ما می توانیم دارای دو نوع نیمه رسانای سیلیکون با هدایت الکتریکی قابل توجه باشیم، یکی نوع n با آلاینده ای از گروه ۵ ودیگری نوع p با آلاینده ای از گروه ۳[۳۱] جدول عناصر.

کنار هم قرار دادن نیمه هادی ها که در آن انواع مختلفی از آلاینده ها در کنار یکدیگر به کار رفته باشد؛ در ابعاد بسیار کوچک- از مرتبه زیر مایکرو متر، به راحتی قابل انجام است و خود می تواند منجر شود به پدید آمدن بسیاری از المان های جدید. این خانواده جدید المان ها که بخش قابل توجهی از بازار الکترونیک را بخود اختصاص داده اند دارای تفاوت های بنیادی با المان های ایده آل می باشند که از جمله مهمترین این تفاوت ها رفتار غیر خطی آنها است. از آنجائی که عناصر ایده آل خطی هستند، هر مدلی که برای این کلاسِ المان ها پیشنهاد شود فقط در رژیم مشخصی قابل استفاده خواهد بود. شما با انواع این مدل ها در دروس الکترونیک ۱، ۲ و ۳ آشنا خواهید شد.

[۳۱] در واقع در هر نیمه هادی خالصی الکترون ها و حفره ها هر دو به یک میزان حضور دارند و وارد کردن آلاینده ها، بدلایلی که بعدا خواهید دید، تعادل جمعیتی بین الکترون ها و حفره ها را بر هم زده و در نهایت دو نوع نیمه هادی که در یکی الکترون ها (حفره ها) و در دیگری حفره ها (الکترون ها) اکثریت (اقلیت) دارند، بوجود می آید.

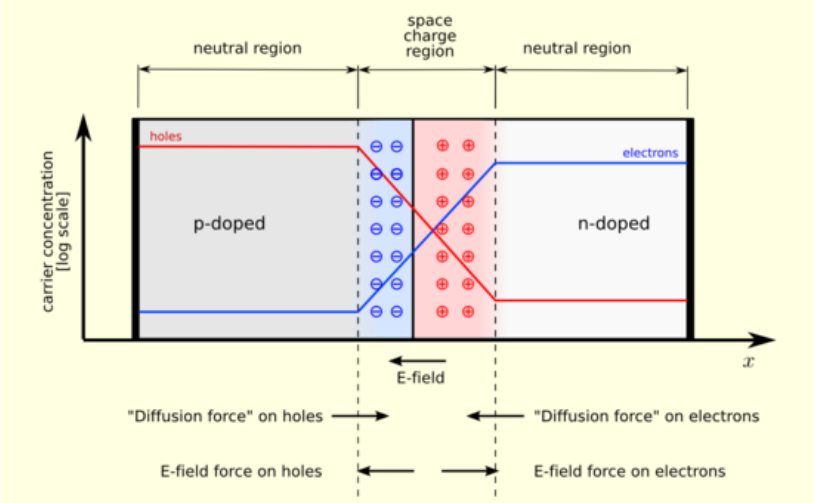
ما در اینجا به ساده ترین نوع از انواع مختلف این ادوات که همانا دیود باشد می پـردازیم. ویلیـام هنـری اکلز در سال ۱۹۱۹ برای اولین بار از این کلمه؛ که با ریشه یونـانی دی- بـه معنـی دو و اُدُس-بـه معنـی مسیر ساخته شده است، برای توصیف چیزی استفاده کرد که پیشتر تحت عنوان یکسوساز شـناخته شـده بود. دیود در ساده ترین حالت خود از اتصال یک نیمه هادی نوع n و نوع p در کنار یکدیگر ساخته می شود. رفتار این اتصال پایه در نوع خود بسیار قابل توجه است به طوری که در نهایـت عنصـری بدسـت می دهد که اجازه عبور جریان با جهت و یا به عبارتی پلاریته مشخصی را به شما خواهد داد و می تواند بصورت یکسوساز مورد استفاده قرار گیرد. در حالی که نیمه هادی نوع n و نوع p هر یـک بـه تنهـائی اجازه عبور جریان با هر علامتی را از هر دو طرفِ خودمی دهند یک دیود یا به عبـارتی دو نیمـه هـادی نوع n و نوع p در کنار همدیگر رفتاری بسیار متفاوت از خود نشان می دهند[۳۲].

برای درک این مسئله بایستی توجه کنیم که عدم تعادل جمعیتی الکترون ها و حفره ها در نیمه هادی نوع n و نوع p باعث می شود که وقتی این دو به طرز درستی در مجاورت یکدیگر قرار بگیرند – با توجـه به تمایل طبیعت برای پیشروی به سمت تعادل – شاهد مهاجرت الکتـرون هـا از نـوع n بـه نـوع p و مهاجرت حفره ها از نوع p به نوع n باشیم.این تمایل زیر عنوان نیروی نفوذ[۳۳] برای الکترون ها و حفره ها در شکل یک نشان داده شده است. اما مهاجرت حامل های اکثریت (الکترون ها) از نوع n به نوع p و برعکس مهاجرت حامل های اکثریت (حفره ها) از نوع p به نوع n تعادل بـاری در هـر یـک ازنیمـه هادی ها را بر هم زده مقداری بار مثبت در نیمه هادی نوع n و مقداری بار منفی در نیمه هادی نوع p ایجاد خواهد کرد. میدان الکتریکی ایجاد شده توسط این بار ها طبعا با مهاجرت بیشتر حامل ها مخالفت کرده و مانع از حرکت الکترون ها از نوع n به نوع p و حفره ها از نوع p به نوع n خواهد شد.

---

[۳۲] اشتباه نکنید شما نمی توانید این دو نیمه هادی را مثلا با دست کنار هم قرار داده و یک دیود اتصال pn بسازید، فرایند های ساخت یک دیود را در درس فیزیک الکترونیک یاد خواهید گرفت.

[33] Diffusion force



شکل ۱-۱ دیود اتصال pn در تعادل ترمودینامیکی: جمعیت الکترون ها در نوع n (خط آبی) و جمعیت حفره ها (خط قرمز) در نوع p بیشتر است، بدین ترتیب شاهد بوجود آمدن ناحیه تخلیه یا ناحیه بار فضائی خواهیم بود.[۳۴]

این نکته نه تنها عامل اصلی در یکسوسازی جریان در این المان است بلکه حضور یک عامل خازنی قابل توجه در آن را نیز توضیح می دهد.

سئوال: آیا می توانید انتخاب نام ناحیه تخلیه و ناحیه بار فضائی را توضیح دهید؟

حال اگر چنانچه اختلاف ولتاژ خارجی با عاملِ مخالفِ با مهاجرتِ حامل های اکثریت، یعنی میدان داخلی ایجاد شده در داخل دیود، مخالفت نماید شاهد مهاجرت بیشتری از حامل ها و برقراری جریان اصطلاحا مستقیمی خواهیم بود. در غیر این صورت فقط جریان بسیار کوچکِ اصطلاحا معکوس ناشی از مهاجرت حامل های اقلیت یعنی حفره ها از نوع n به نوع p و الکترون هااز نوع p به نوع n برقرارخواهد شد. در حالی که جریان مستقیم می تواند بسیار بزرگ باشد ولی جریان معکوس به میزان اشباع بسیار کوچکی محدود است که با صفر فرض کردن آن به عملکرد یکسو ساز ایده آل بسیار نزدیک

[۳۴] شکل از آدرس http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Pn-junction-equilibrium.png برداشته شده است.

می شویم. شما در فصول بعدی با عملکرد مداری دیود و بسیاری ادوات نیمه هادی دیگر آشنا خواهید شد.

۱-۲-۷-۴ ابر رسانا ها

ایجاد درجه حرارت های بسیار پایین در اوایل قرن بیستم یک چالش تکنولوژیکی به شمار می آمد که معدودی از پژوهشگران و دانشمندان در مراکز تحقیقاتی به آن دسترسی داشتند. یکی از این دانشمندان به نام هایکه کامرلینگ انس[۳۵] که پژوهشگر دما های پائین به حساب می آمد در حین مطالعه هدایت الکتریکی جیوه متوجه پدیده بسیار قابل توجهی شد: مقاومت جیوه در دمای ۴/۲ درجه کلوین به صفر رسید! بدین ترتیب وی موفق به کشف پدیده ای شد که خود هیچ تصوری از اهمیت و چگونگی آن نداشت. البته کم شدن مقاومت الکتریکی با پایئن آمدن درجه حرارت پدیده ای است قابل انتظار (چرا؟)، اما صفر شدن ناگهانی آن به سادگی قابل توجیه نیست. بدین ترتیب ابر رساناها مواد با مقاومت صفر هستند[۳۶] که عموما در درجه حرارت های پائین قابل دسترسی بوده و خواص منحصر به فردی از خود نشان می دهند. برخی از این خواص نظیر قابلیت ایجاد میدان های مغناطیسی بزرگ که فعلا در درجه حرارت های پائین قابل دسترسی هستند از آنچنان اهمیتی برخوردارند که رویای بدست آوردن ابررسانا های درجه حرارت اتاق یکی از موضوعات مورد علاقه نویسندگان داستانهای علمی تخیلی بوده است.

مراجع

[1] E. A. Lee, and P. Varaiya, *Structure and Interpretation of Signals and Systems*, Addison Wesley, 2002.

---

[35] Heike Kamerlingh Onnes

[۳۶] البته صفر شدن مقاومت تنها خاصیت جالب ابررسانا ها نیست. در واقع عبور جریان و حضور میدان مغناطیسی خود طیف دیگری از پدیده ها را موجب می‌شود.

[2] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, Benjamin Cummings, 1998.

[3] R. J. Smith, and R. C. Dorf, Circuits, *Devices and Systems: A First Course in Electrical Engineering*, Wiley, 1991.

[4] G. N. Alekseev, *Energy and Entropy*, Mir Publishers Moscow, 1986.

[5] Online Etymology Dictionary, Douglas Harper, http://www.etymonline.com/

[6] Wikipedia, The Free Encyclopedia, http://www.wikipedia.org/

[7] SOED, New Shorter Oxford English Dictionary, 1993.

فصل ۲: اصول مدارهای الکتریکی

۲-۱ مقدمه

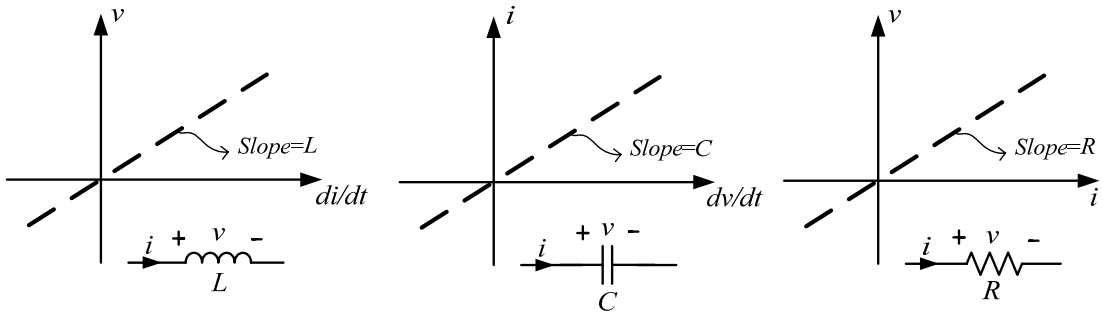
یک مدار الکتریکی متشکل از ترکیبی از ادوات الکتریکی و یا المانهای مداری می‌باشد. با توجه به ماهیت و تعداد المانهای مداری موجود در ترکیب مزبور پیچیدگی قابل ملاحظه‌ای می‌تواند در مدار ایجاد شود که در اینصورت به مدار الکتریکی اصطلاحاً یک شبکه الکتریکی گوئیم. وقتی ترکیبی از المانها را در یک مدار شاهد هستیم مشخصه‌های جریان و ولتاژ المانها هر مقداری را نمی‌تواند به خود بگیرد و با توجه به محدودیت‌هائی که به آنها اصول حاکم بر مدار گوئیم تعیین می‌شود. این اصول در حالت کلی منجر به قضایائی در شبکه‌های الکتریکی می‌گردد که برخی از این قضایا به منظور ساده‌سازی شبکه‌های پیچیده است و برخی دیگر در ارتباط با شناخت رفتار شبکه می‌باشد. نظر به اینکه مدارهای الکتریکی و اصول حاکم بر آن از اهمیت بسیار زیادی در مهندسی برق برخوردار است و پایه‌های آنالیز و طراحی سیستم‌های الکتریکی و الکترونیکی را تشکیل می‌دهد لذا در این فصل به این موضوع خواهیم

پرداخت. شایان ذکر است بحث پیشرفته‌تر و کامل‌تر در این ارتباط به تدریج در دروس دیگر در ترمهای آتی خواهد آمد.

۲-۲ آشنایی با المانهای مداری پایه و انواع آنها

همان‌گونه که در فصل گذشته اشاره گردید ادوات الکتریکی در دنیای واقعی می‌تواند پیچیدگی‌های خاصی داشته باشد. حال آنکه در بحث تئوری مدارهای الکتریکی همواره از المانهای مداری که در واقع مدل‌های ساده‌شده‌ای از المانهای واقعی می‌باشند استفاده می‌گردد و المانهای واقعی را نیز با استفاده از ترکیبی از المانهای مداری مدل می‌نمایند. در هر مدل‌سازی سعی بر آن است که مدل با تقریب بسیار خوبی رفتار المان واقعی را نشان دهد ضمن آنکه تجزیه و تحلیل آن به سادگی صورت پذیرد. شایان ذکر است که در شرایط متفاوت می‌توان مدل‌های متفاوتی از یک المان فیزیکی را در نظر گرفت چرا که برحسب شرایط برخی از جزئیات فیزیکی المان واقعی از اهمیت بسیار کمی برخوردار است و لحاظ نمودن آنها فقط موجب پیچیدگی بیشتر در تجزیه و تحلیل خواهد شد. نمونه‌هایی از این موضوع در مدل‌سازی المانهای الکترونیکی در آینده روشن خواهد شد. در ادامه مروری بر المانهای مداری که در واقع مدل‌های پایه در بحث مدل‌سازی المانهای واقعی می‌باشند میپردازیم.

اصولاً آنچه که المانهای مداری را از یکدیگر تمیز می‌دهد مشخصه **i-v** آنها می‌باشد، یعنی بازای اختلاف پتانسیل‌های متفاوت در دو سر المان چه جریانی از المان خواهد گذشت. این تعریف اگرچه برای یک المان با دو سر مناسب است ولی قابل تعمیم به المانهایی با بیش از دو سر نیز می‌باشد. همان طور که در فصل گذشته اشاره گردید سه المان مداری پایه عبارتند از مقاومت، خازن و سلف (خودالقاء). در یک مقاومت مشخصه **i-v** مطابق قانون اهم یک رابطه خطی است (شکل ۲-۱-الف)



ج ب الف

شکل ۲-۱ مشخصه i-v برای سه المان مداری پایه

در حالی که در یک خازن جریان به طور خطی با مشتق ولتاژ متناسب است که ضریب تناسب ظرفیت خازن می‌باشد (شکل ۲-۱-ب) و در یک سلف ولتاژ با مشتق جریان تناسب خطی دارد و ضریب تناسب ظرفیت سلفی می‌باشد (شکل ۲-۱-ج). شایان ذکر است مشخصه‌های نشان‌داده شده در شکل ۲-۱ همگی خطی می‌باشند یعنی یک خط راست که از مبدأ می‌گذرد. لازم به تذکر است که در موردخازن و سلف روابط ذیل را خواهیم داشت:

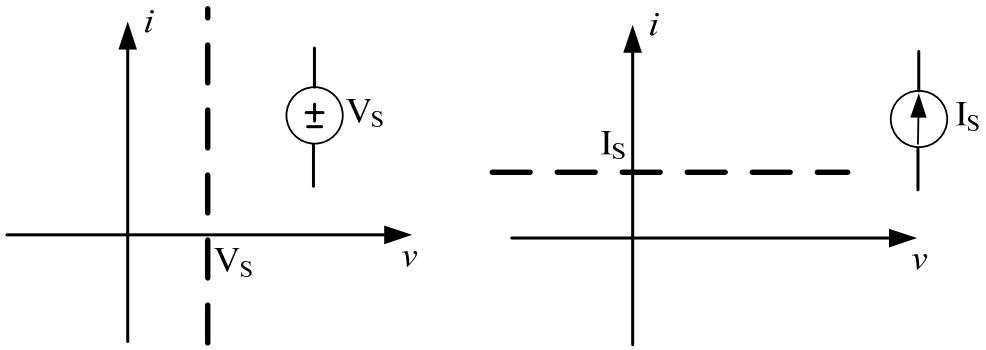
$$\begin{aligned} i_C(t) &= C\frac{dv_C}{dt} \Rightarrow v_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_C(u)du + v_C(0)\ , \\ v_L(t) &= L\frac{di_L}{dt} \Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v_L(u)du + i_L(0) \end{aligned} \qquad (۱-۲)$$

همان‌گونه که از روابط فوق‌الذکر نتیجه می‌شود اگر سلف و یا خازن متناظراً دارای جریان اولیه و یا ولتاژ اولیه باشند رابطه خطی بین ولتاژ و جریان نخواهیم داشت، به عبارت دیگر اگر جریان k برابر گردد ولتاژ k برابر نخواهد شد.

اگرچه در بحث مدارهای الکتریکی وقتی صحبت از مقاومت، خازن و سلف می‌شود مشخصه‌هایی مانند شکل ۲-۱ مورد نظر می‌باشد ولی این مشخصه‌ها مربوط به المانهای خطی تغییر ناپذیر با زمان می‌باشند. گاهی اوقات مشخصه‌های شکل ۲-۱ با زمان تغییر می‌یابند (شیب خط تغییر می‌یابد) که در این صورت

المانهای مزبور را خطی تغییرپذیر با زمان گوییم. همچنین گاهی مشخصه i-v برای المانهای مزبور مانند شکل ۲-۱ خطی نیست که در این صورت المانها را غیر خطی گوییم. در تئوری مدارهای الکتریکی معمولاً مدارهای شامل المانهای خطی تغییرناپذیر با زمان مورد بحث قرار می‌گیرد چراکه در آینده خواهیم دید که ابزار تجزیه و تحلیل بسیار قوی و آسان برای اینگونه از مدارات وجود دارد و در بسیاری از موارد جهت تجزیه و تحلیل مدارات شامل المانهای غیر خطی و یا تغییرپذیر با زمان نیز با تقریب‌های مناسبی از مدارهای خطی تغییرناپذیر با زمان استفاده می‌گردد.

دسته مهم دیگری از المانهای پایه منابع انرژی می‌باشند که شامل منبع نابسته (مستقل) ولتاژ و منبع نابسته (مستقل) جریان می‌شود. مشخصه i-v برای منابع نابسته در شکل ۲-۲ آمده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود در یک منبع نابسته ولتاژ بازای هر جریان گذرنده از منبع اختلاف پتانسیل ثابتی در دو سر آن ایجاد می‌گردد. همچنین در یک منبع جریان نابسته صرفنظر از اختلاف پتانسیل دو سر آن همواره جریان ثابتی در آن جاری می‌شود. شایان ذکر است که منابع نابسته ولتاژ و جریان المانهای مداری می‌باشند و در دنیای واقعی امکان تحقق ندارند (چرا؟). همچنین با توجه به مشخصه‌های شکل ۲-۲ ممکن است یک منبع نابسته همچون یک منبع انرژی عمل نکرده و انرژی جذب نماید (چگونه؟) که در آینده این موضوع روشن خواهد شد.



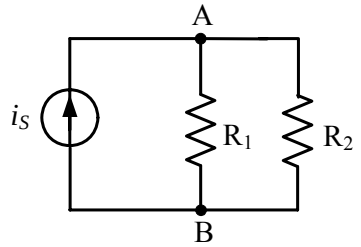
شکل ۲-۲ مشخصه i-v برای منابع نابسته ولتاژ و جریان

علیرغم آنکه مشخصه **i-v** برای یک منبع نابسته یک خط راست گذرنده از مبدأ نمی‌باشد ولی آنها را در زمره المانهای خطی تغییرناپذیر با زمان در نظر می‌گیریم. نکته دیگر آنکه اگر یک منبع نابسته عملی را در نظر بگیریم نوعی وابستگی میان ولتاژ و جریان وجود دارد (به عبارتی دیگر مشخصه **i-v** یک خط راست موازی با محور افقی یا عمودی نمی‌باشد). به طور مثال یک باطری ساده نمونه‌ای از یک منبع نابسته ولتاژ در واقعیت می‌باشد و در این حالت هرچه جریان بیشتری از آن کشیده شود ولتاژ دو سر باطری افت بیشتری می‌کند. در ادامه این فصل مدل مداری برای یک باطری را خواهیم دید.

نوع دیگری از منابع، منابع وابسته می‌باشند. در یک منبع وابسته دو موضوع اهمیت دارد، یکی آنکه منبع از نوع ولتاژ یا جریان می‌باشد و دیگر آنکه وابستگی منبع به چیست. بر حسب نوع منبع و وابستگی آن به ولتاژ یا جریان بخش دیگری از مدار، چهار نوع منبع وابسته شامل منبع وابسته ولتاژ کنترل‌شونده با ولتاژ، منبع وابسته ولتاژ کنترل‌شونده با جریان، منبع وابسته جریان کنترل‌شونده با ولتاژ، و منبع وابسته جریان کنترل‌شونده با جریان خواهیم داشت. واژه کنترل‌شوندگی بیانگر همان وابستگی است. منابع وابسته امکان مدل‌سازی را برای بسیاری از المانهای الکترونیکی فراهم می‌آورد که نمونه‌هایی از آن را در فصل پنجم خواهید دید.

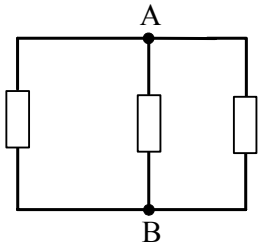
۲-۳ معرفی یک مدار ساده و بیان قوانین KCL,KVL

یک مدار ساده به شکل ۲-۳ را در نظر می‌گیریم. همان‌گونه که گفته شد یک مدار متشکل از ترکیبی از المانها می‌باشد که در شکل ۲-۳ المانهای مزبور عبارتند از یک منبع نابسته جریان و دو مقاومت. با



شکل ۲-۳ یک مدار ساده

عنایت به ترکیب المانها در یک مدار لازم است اصطلاحاتی را تعریف نمائیم. یک گره محل اتصال دو یا بیشتر از المانها می‌باشد. در شکل ۲-۳ دو گره A , B داریم. شایان ذکر است که گره صرفاً یک نقطه نیست بلکه بخشهایی از مدار را که در اتصال مزبور نقش دارند شامل می‌شود. به طور مثال نقاط هاشورخورده در شکل ۲-۳ همگی جزء گره A می‌باشند. همچنین به بخشی از یک مدار که شامل دو پایانه جهت اتصال به بخشهای دیگر می‌باشد شاخه گفته می‌شود. معمولاً به ماهیت المان واقع بر روی شاخه کاری نداریم بنابراین می‌توانیم شکل ۲-۴ را نیز که همان شکل ۲-۳ می‌باشد در نظر بگیریم که از سه شاخه و دو گره تشکیل یافته‌است.



شکل ۲-۴ نمایش مدار ساده شکل ۲-۳ به صورت مجموعه‌ای از شاخه‌ها و گره‌ها

اصطلاح دیگر در یک مدار حلقه است. حلقه یک مسیر بسته است که از تعدادی شاخه‌های متصل به‌هم تشکیل یافته‌است، به طوری که در این مسیر بسته هیچ گره‌ای بیش از یک بار مرور نشود. نوجه به یک نکته حائز اهمیت است که در یک مدار حتماً چند شاخه و گره و حداقل یک حلقه خواهیم داشت. حال هدف ما در مواجهه با یک مدار الکتریکی یافتن متغیرهای ولتاژ و جریان در هر شاخه می‌باشد. برای این منظور نیاز به دو مجموعه معادلات داریم. مجموعه اول معادلات مربوط به محدودیت‌هایی است که از مشخصه‌های i-v مربوط به المانها بدست می‌آید. به‌طور مثال برای هر شاخه که از یک مقاومت تشکیل شده‌است قانون اهم بیان کننده رابطه موجود میان ولتاژ و جریان آن شاخه خواهد بود (محدودیت ناشی از مشخصه المان). مجموعه دوم معادلات به اصول حاکم بر مدار و ترکیب المانها بر میگردد و ارتباط به ماهیت المانها ندارد. به عبارت دیگر در نوشتن معادلات این مجموعه فقط کافی است گره‌ها و شاخه‌ها

(ونه ماهیت المانها) را درنظر بگیریم. اصول حاکم بر مدارها نیز عمدتاً به دو قانون مهم تجربی بر میگردد که در نتیجه آزمایشهای یک استاد آلمانی بنام *گوستاو کیرشف* در حدود ۱۵۰۰ سال پیش، قوانین جریان و ولتاژ *کیرشف* نامیده شده‌است.

قانون جریان کیرشف (KCL): مجموع جبری جریانهای واردشونده به هر گره در هر لحظه از زمان برابر با صفر است.

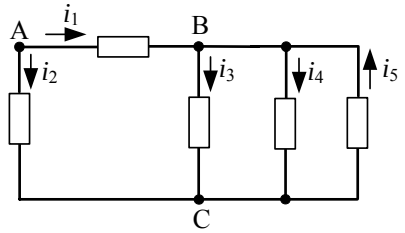
قانون ولتاژ کیرشف (KVL): مجموعه جبری ولتاژهای شاخه‌های موجود در یک حلقه در هر لحظه از زمان برابر با صفر است.

حال به بیان دقیق‌تر این قوانین می‌پردازیم. قانون KCL در واقع همان قانون پایستگی بار می‌باشد. برای این که این قانون را توضیح دهیم از یک مثال استفاده می‌نمائیم. یک چشمه آب را در نظر بگیرید که متصل به نهرهای متعددی است که آب هر نهر پس از عبور از مسیر و بستره آن به محل آبیاری گیاهانی می‌رسد و جذب می‌شود. نهرها با یکدیگر متفاوتند، برخی پهن‌تر و در مسیر هموارتری قرار دارند و برخی دیگر باریک‌تر و در مسیر ناهمواری قرار دارند. می‌توان در یک تمثیل ساده، چشمه را به مثابه منبع جریان الکتریکی تلقی نمود و نهرها را به مثابه المانهای مقاومتی، به طوری هر نهری که پهن‌تر و مسیر هموارتری داشته باشد مشابه مقاومت کوچکتری است. آب جاری شده نیز به مثابه جریان الکتریکی است. واضح است که آب بیشتر در نهرهایی که هموارترند جاری خواهد گشت. همچنین در محل جدا شدن نهرها از چشمه مجموع آب رسیده از طرف چشمه به محل اتصال نهرها، برابر با مجموع آبهای وارد شده به نهرها می‌باشد. بیان اخیر در واقع همان KCL در مدارهای الکتریکی میباشد. با عنایت به این دو خاصیت می‌توانیم جریانهای جاری‌شده در مقاومت‌های R_1, R_2 را به صورت ذیل در نظر بگیریم (مدار مقسم جریان):

$$\begin{cases} i_{R_1} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} i_S \\ i_{R_2} = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} i_S \end{cases} \qquad (۲-۲)$$

(شایان ذکر است جهت تکمیل این تمثیل می‌توان مجموعه چشمه‌ها و نهرها را نیز یک حلقه بسته در نظر گرفت به طوری که آب جاری‌شده پس از عبور از نهرها در نهایت به زمین رفته و به صورت چشمه دوباره بر می‌گردد.)

بنابراین می‌توان بطور ساده گفت که KCL بیان می‌دارد مجموع جریانهای واردشونده به هر گره برابر با مجموع جریانهای خارج‌شونده از آن گره می‌باشد. البته بیان اول یعنی بیان به فرم مجموع جبری در مدارهای پیچیده‌تر کارآمدتر است زیرا در مدارهای پیچیده تشخیص اینکه در هر شاخه جهت جریان واقعی چگونه است ممکن است مشکل باشد. نکته دیگر اینست که در بحث مجموع جبری جریانهای واردشونده را با علامت منفی و جریانهای خارج‌شونده را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم ولی این علامات با توجه به جهات قراردادی در نظر گرفته‌شده برای جریانهای جاری شده در هر شاخه می‌باشد. اگر جهت جریانها مشخص نشده باشند می‌توان به راحتی جهات اختیاری را برای جریانهای شاخه‌ها درنظر گرفت. باید توجه داشت که این جهات بیان کننده آنچه که واقعاً در مدار رخ می‌دهد نمی‌باشد بلکه فقط برای نوشتن معادلات مفید است. در نهایت اگر پاسخ بدست آمده برای جریان شاخه‌ای مثبت شد جهت اختیاری جهت واقعی را نشان می‌دهد و اگر منفی شد بیان کننده آن است که جهت واقعی بر خلاف جهت اختیاری است.



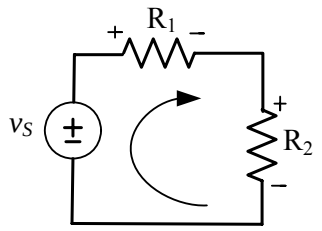
شکل ۲-۵ مدار مربوط به مثال ۲-۱

مثال۲-۱ در مدار شکل ۲-۵ اگر $i_1 = 4A$ ، $i_3 = 1A$ و $i_4 = 2A$ مطلوب است i_5, i_2 .

حل- کافی است که معادلات KCL را برای گره‌های A , B بنویسیم:

$$\Rightarrow i_2 = -4A \text{ , } i_5 = -1A \begin{matrix} KCL \ \ at \ \ Node \ A: -i_1 - i_2 = 0; \\ KCL \ \ at \ \ Node \ B: i_1 - i_3 - i_4 + i_5 = 0 \text{ ;} \end{matrix}$$

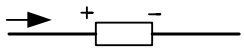
بنابراین جریانهای واقعی i_5, i_2 بر خلاف جهات نشان داده شده می‌باشند. موضوع مهم آن است که در این حالت KCL در گره C نیز برقرار است و هیچ اطلاعات اضافی به ما نمی‌دهد. به طور کلی می‌توان گفت در یک مدار که شامل N گره میباشد به تعداد (N-1) معادله KCL مستقل داریم. دو معادله



شکل ۲-۶ یک مدار ساده برای بیان KVL

KCL را مستقل گوئیم هرگاه یکی از آنها شامل حداقل یک متغیر باشد که در دیگری وجود ندارد. ضمناً باید توجه داشت که معادلات KCL معادلات خطی همگن می‌باشد که ضریب هر متغیر (جریان شاخه) ۱+ یا ۱- یا صفر می‌باشد. برای بیان قانون KVL نیز از روش مشابهی بهره می‌بریم. قانون KVL در واقع بیان اصل پایستگی انرژی می‌باشد. به طور مثال اگر مدار شکل ۲-۶ را در نظر بگیریم کاری که باطری v_S در واحد زمان انجام می‌دهد برابر با مجموع گرمائی است که روی مقاومتهای R_1, R_2 در واحد زمان تولید می‌شود. به عبارت دیگر می‌توان گفت که وقتی روی حلقه‌ای از یک نقطه با سطح پتانسیل مشخص حرکت کرده و در نهایت به همان سطح پتانسیل می‌رسیم بایستی مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌ها روی شاخه‌های موجود در این حلقه برابر با صفر باشد. در اینجا نیز از لفظ مجموع

جبری استفاده نموده‌ایم. در واقع بایستی برای ولتاژ هر شاخه (و یا متناظراً اختلاف پتانسیل دو سر شاخه) یک جهت در نظر بگیریم. این جهات اختیاری است و بیان کننده واقعیت فیزیکی نمی‌باشد و پس از حل مدار است که متوجه می‌شویم آیا جهت در نظر گرفته شده صحیح بوده است یا خیر. معمولاً جهات اختیاری جریان و ولتاژ را هماهنگ انتخاب می‌کنند به طوری که روی هر شاخه جریان از سمت پتانسیل بالاتر به سمت پتانسیل پایین‌تر جاری می‌شود (شکل ۲-۷) بنابراین از بین جهات قراردادی برای ولتاژ و جریان هر شاخه، فقط کافی است یکی را انتخاب نمائیم. این نوع جهت را در اصطلاح جهت قراردادی غیرفعال (پسیو) نیز می‌گویند یعنی این جهات متناظر با این است که المان واقع روی شاخه توان $p(t)$ $(p(t)=v(t)i(t))$ را جذب می‌کند. واضح است برای برخی المانها مانند منابع ولتاژ و جریان در حالت کلی این موضوع صحیح نمی‌باشد چرا که آنها می‌توانند نقش فعال (اکتیو) یعنی دهنده توان را داشته باشند. حال پس از مشخص نمودن جهات قراردادی برای اختلاف پتانسیل هر شاخه، کافی است جهتی به عنوان جهت حلقه در نظر بگیریم و هر گاه در این جهت به سر مثبت شاخه‌ای رسیدیم ولتاژ آن شاخه را مثبت و در غیر اینصورت منفی در نظر بگیریم. به طور مثال معادله KVL در شکل ۲-۶ چنین خواهد بود: $-v_S + v_{R1} + v_{R2} = 0$



شکل ۲-۷ جهت قراردادی پسیو برای شاخه

که اگر از رابطه اهم نیز برای بیان محدودیت ناشی از هر المان بهره بگیریم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v_{R_1} = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} v_S \\ v_{R_2} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} v_S \end{cases} \qquad (۲-۳)$$

در اصطلاح به این مدار مقسم ولتاژ گوئیم چرا که ولتاژها به نسبت مقاومتها تقسیم شده‌اند.

در مدار شکل ۲-۶ می‌توان گفت روی شاخه‌ای که دارای مقاومت بیشتری است در هنگام عبور جریان کار بیشتری مصرف می‌شود و یا به عبارتی دیگر اختلاف پتانسیل دو سر شاخه‌ای با مقاومت بیشتر بالاتر است. در واقع شکلهای ۲-۳ و۲-۶ را می توان نمونه‌هایی از تضفیف کننده ساده برای جریان و ولتاژ دانست.

مثال۲-۲ در مدار شکل ۲-۸ اگر

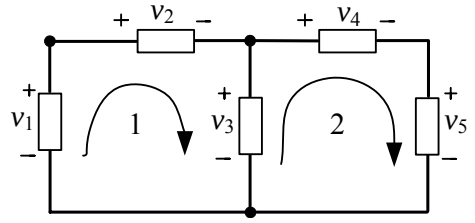
$v_1 = 5v$, $v_2 = -3v$, $v_4 = 10v$ باشد v_5, v_3 را بیابید.

حل- با نوشتن KVL برای حلقه (۱) داریم:

$$-v_1 + v_2 + v_3 = 0 \Rightarrow v_3 = 8v$$

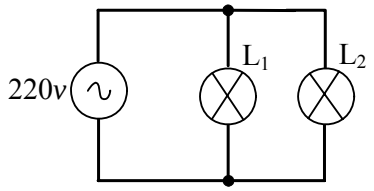
با نوشتن KVL در حلقه (۲) داریم:

$$-v_3 + v_4 + v_5 = 0 \Rightarrow v_5 = -2v$$



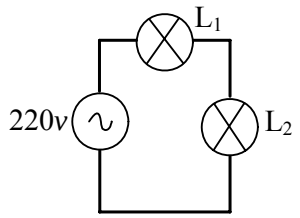
شکل ۲-۸ مدار مربوط به مثال ۲-۲

KVL در حلقه (۲) هیچ اطلاعات جدیدی را به ما نمی‌دهد. در حالت کلی می‌توان گفت اگردر مداری به تعداد B شاخه (و یا المان دو پایانه‌ای) و N گره داشته باشیم، به تعداد B-N+1 معادله KVL مستقل خواهیم داشت. شایان ذکر است که دو معادله KVL موقعی استقلال دارند که متغیری در یکی باشد که در دیگری وجود نداشته باشد.



شکل ۲-۹ اتصال موازی دو لامپ

اتصال سری و موازی: دو نوع اتصالی که در مدارات الکتریکی زیاد اتفاق می‌افتد، اتصال سری و موازی است. اگر دو المان به گونه‌ای به یکدیگر متصل شده باشند که بدون لحاظ کردن هیچ شاخه دیگری تشکیل یک حلقه بدهند و یا به عبارت دیگر پایانه‌های دو المان مزبور به هم متصل باشند به طوری که



شکل ۲-۱۰ اتصال سری دو لامپ

اختلاف پتانسیل‌های دو سر هر المان برابر با دیگری باشد آنها را دو المان موازی می‌گوئیم. می‌توان اتصال موازی را به بیش از دو المان نیز تعمیم داد. به طور مثال در مدار شکل ۲-۹ دو لامپ L_2, L_1 که از لحاظ مداری به صورت دو مقاومت مدل می‌شوند به صورت موازی وصل شده‌اند. تمامی وسایل برقی در منزل بصورت موازی وصل می‌شوند چرا که ولتاژ $220v$ بایستی به همه آنها متصل باشد. یکی از مزایای عمده اتصال موازی آن است که اگر یک شاخه به هر دلیلی قطع گردید (مثلاً لامپی سوخت) خللی در شاخه‌های دیگر ایجاد نمی‌شود.

از طرفی دیگر اگر دو المان به گونه‌ای متصل باشند که فقط یک گره مشترک داشته باشند به طوری که شاخه دیگری به آن گره متصل نباشد آن دو المان را سری گوئیم. واضح است که به دلیل KCL در گره

مشترک جریانهای جاری شده در دو المان سری یکسان می‌باشند. این تعریف را نیز می‌توانیم به بیش از دو المان تعمیم دهیم. اگر دو لامپ را سری با یکدیگر قرار دهیم (شکل ۲-۱۰) اشکال عمده آن است که هر لامپ روشنایی نرمال خود را ندارد (زیرا طبق بحث مدار مقسم ولتاژ، ولتاژ کمتر از $220v$ برروی هر لامپ ظاهر خواهد شد) و نیز اگر لامپی بسوزد تمام لامپهای دیگر نیز خاموش خواهند شد.

۲-۴ آشنایی با روشهای تجزیه و تحلیل گره ومش برای مدارهای مقاومتی

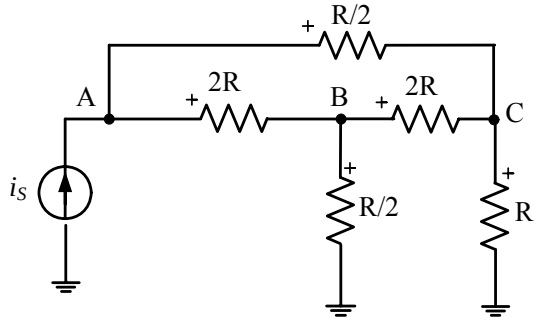
در بخش قبل با دو قانون بسیار مهم حاکم بر مدار آشنا شدیم و با مثال‌های ساده کاربرد آنها را نیز دیدیم. اگرچه در مثالهای مطرح شده، یا از KVL و یا از KCL استفاده نمودیم ولی گاهی نیاز به استفاده توأم از آنها می‌باشیم که حل مداری مدارات مقسم ولتاژ و مقسم جریان نمونه‌ای از آن است. حال می‌خواهیم ببینیم اگر یک مدار پیچیده و یا به عبارتی دیگر یک شبکه داشته باشیم از کدامیک از معادلات KCL،KVL بایستی استفاده نمائیم. برای این منظور روشهای منظمی جهت تجزیه و تحلیل شبکه‌های الکتریکی مطرح گشته است که بحث مفصل درباره آنها در درس تئوری مدارهای الکتریکی خواهد آمد. در این بخش به طور مختصر با دو روش تجزیه وتحلیل گره (ولتاژ گره) و تجزیه و تحلیل مش (جریان مش) برای مدارهای مقاومتی آشنا خواهیم گشت.

۲-۴-۱ روش تجزیه و تحلیل گره (ولتاژ گره)

در این روش تجزیه و تحلیل، ولتاژ گره‌ها را به عنوان متغیرهای اصلی در نظر می‌گیریم. همان طور که در بخش قبل مطرح گردید هدف از تجزیه و تحلیل یک مدار یافتن ولتاژها و جریانهای شاخه‌ها می‌باشد. بنابراین بایستی بتوانیم با استفاده از ولتاژ گره‌ها، ولتاژ و جریان شاخه‌ها را بدست آوریم. در این روش ابتدا ولتاژ یکی از گره‌ها را صفر می‌گیریم (گره مرجع یا گره زمین) و ولتاژ گره‌های دیگر را نسبت به این گره در نظر می‌گیریم. واضح است که هر شاخه را که در نظر بگیریم یا یکی از دو پایانه آن

به گره مرجع وصل شده است و یا هیچ ارتباطی با آن ندارد که واضح است در هر دو مورد با داشتن ولتاژ گره‌ها، ولتاژ شاخه بدست می‌آید و با داشتن ولتاژ شاخه با استفاده از محدودیت مشخصه **i-v** برای المان واقع روی آن شاخه، جریان شاخه مزبور نیز بدست می‌آید.

در مرحله بعد معادلات KCL را برای (N-1) گره غیر مرجع می‌نویسیم و در هر مرحله جریان هر شاخه را با توجه به رابطه اهم یعنی حاصل ضرب رسانایی المان واقع در این شاخه در ولتاژ شاخه (که با توجه به مرحله قابل نوشتن به صورت ترکیب خطی از ولتاژهای گره‌ها میباشد) نوشته می‌شود. بنابراین N-1 معادله KCL خواهیم داشت که متغیرها، N-1 ولتاژ گره می‌باشد. حال با مرتب کردن این N-1 معادله کافی است با استفاده از روشهای حل دستگاه معادلات خطی (روش جایگزینی و یا دترمینان (کرامر)) متغیرها را بیابیم.



شکل ۲-۱۱ مدار مربوط به مثال ۲-۳

مثال ۲-۳ مطلوب است معادلات حاکم بر مدار شکل ۲-۱۱ به روش تجزیه و تحلیل گره.

حل-

$$KCL\ at\ Node\ A: \frac{1}{2R}(v_A - v_B) + \frac{1}{R/2}(v_A - v_C) = i_S,$$

$$KCL\ at\ Node\ B: \frac{1}{R/2}v_B + \frac{1}{2R}(v_B - v_A) + \frac{1}{2R}(v_B - v_C) = 0,$$

$$KCL\ at\ Node\ C: \frac{1}{R}v_C + \frac{1}{2R}(v_C - v_B) + \frac{1}{R/2}(v_C - v_A) = 0,$$

در نتیجه پس از مرتب کردن معادلات خواهیم داشت:

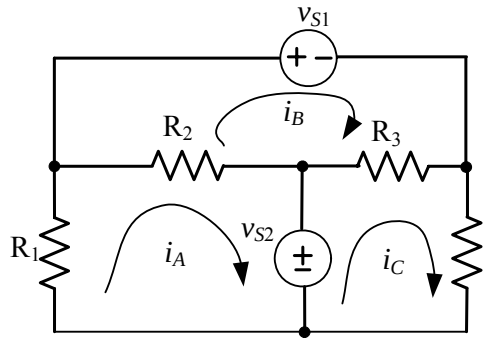
$$\begin{cases} 2.5G\,v_A - 0.5G\,v_B - 2G\,v_C = i_S \\ -0.5G\,v_A + 3G\,v_B - 0.5G\,v_C = 0 \\ -2.5G\,v_A - 0.5G\,v_B = 3.5G\,v_C = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2.5G & -0.5G & -2G \\ -0.5G & 3G & -0.5G \\ -2G & -0.5G & 3.5G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \equiv \quad AX = B$$

اگر در معادلات فوق دقت نمائیم خواهیم دید که در نوشتن معادلات KCL هر جریان خارج شونده را با علامت مثبت و جریان وارده شونده را با علامت منفی در نظر گرفته‌ایم (اگر عکس این حالت را در نظر بگیریم مانند آن است که تمام معادلات در یک علامت منفی ضرب شود). همچنین اگر در ماتریس A دقت نمائیم عناصر واقع بر روی قطر اصلی با علامت مثبت و سایر درایه‌ها با علامت منفی است و نیز ماتریس A از یک فرم متقارن برخوردار است. در درس تئوری مدارهای الکتریکی طرز نوشتن معادله ماتریسی فوق را بدون نوشتن معادلات KCL و مرتب کردن آنها خواهید آموخت.

۲-۴-۲ روش تجزیه و تحلیل مش (جریان مش)

در این روش متغیرهای روش تجزیه و تحلیل جریانهای مش می‌باشد. مش در واقع حالت خاصی از حلقه است که هیچ المانی در داخل آن حلقه وجود نداشته باشد. با توجه به بحثهای انجام شده قبلی باید بتوانیم ولتاژها و جریانهای شاخه‌ها را بر حسب جریانهای مش بیابیم. باید به یک نکته ظریف توجه داشت و آن اینکه جریانهای مش‌ها متغیرهای فیزیکی قابل اندازه‌گیری نیستند بلکه منغیرهائی هستند که به متغیرهای فیزیکی (جریانهای شاخه‌ها) ارتباط دارند. در این حالت واضح است که اگر یک شاخه، فقط در یک مش باشد جریان آن شاخه با جریان مش مزبور برابر است در غیر اینصورت آن شاخه بین دو مش مشترک خواهد بود و لذا جریان شاخه را می توان با ترکیب خطی جریانهای دو مش مزبور نوشت. معمولا جهت ایجاد نظم در نوشتن معادلات جهت عقربه‌های ساعت (CW) را برای جریانهای مش در نظر می‌گیریم و بنابراین ترکیب خطی مزبور به صورت تفاضل جریانهای دو مش خواهد بود.

حال کافی است که معادلات KVL را برای مشهای مزبور نوشت و ولتاژ هر شاخه در هر مش را بر حسب جریان آن شاخه و یا به عبارت دقیق‌تر جریانهای مشها نوشت. در نهایت به تعداد B-N+1 معادله KVL مستقل همزمان بر حسب جریانهای مش‌ها بدست می‌آید که پس از مرتب کردن آنها با استفاده از روش کرامر و یا جایگزینی، جریانهای مش‌ها قابل حصول است.



شکل ۲-۱۲ مدار مربوط به مثال ۲-۴

مثال ۲-۴ در مدار شکل ۲-۱۲ معادلات تجزیه و تحلیل مش را بنویسید.

$$R_1 = R_4 = 2k\Omega \ , \ R_2 = R_3 = 4k\Omega$$

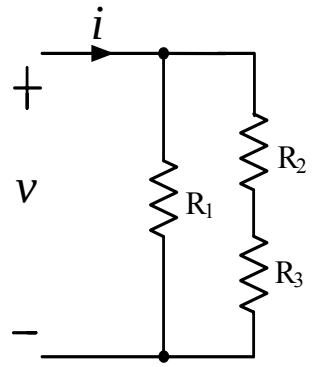
حل-

$$\begin{aligned}
&KVL\ at\ Mesh\ A: (R_1 + R_2)i_A - R_2 i_C + v_{S2} = 0,\\
&KVL\ at\ Mesh\ B: (R_3 + R_4)i_B - R_3 i_C - v_{S2} = 0,\\
&KVL\ at\ Mesh\ C: (R_2 + R_3)i_C - R_2 i_A - R_3 i_B + v_{S1} = 0,
\end{aligned}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} 6000 & 0 & -4000 \\ 0 & 6000 & -4000 \\ -4000 & -4000 & 8000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_{S2} \\ v_{S2} \\ -v_{S1} \end{bmatrix} \equiv \ AX = B$$

در رابطه با نوع شبکه‌هایی که روش تجزیه و تحلیل مش قابل اعمال می‌باشد، همچنین طریقه اعمال روشهای فوق به مدارهای کلی‌تر و شامل المانهای مقاومتی و غیر مقاومتی در درس تئوری مدارهای الکتریکی مطرح خواهد گردید.

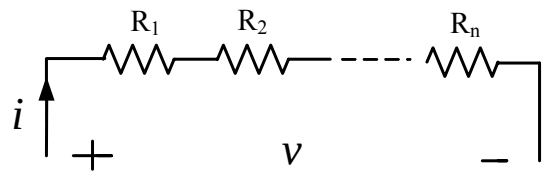


شکل ۲-۱۳ یک مدار مقاومتی برای بیان مفهوم مدار معادل

۲-۵ مفهوم مدار معادل

در بسیاری از موارد خصوصاً مواردی که می‌خواهیم دو مدار را به یکدیگر وصل نمائیم با واژه مدار معادل سر و کار خواهیم داشت. اگر یک مدار مقاومتی را در نظر بگیریم که دو سر از آن بیرون آمده است (شکل۲-۱۳) اگر مشخصه **i-v** دو سر آن برای ما اهمیت داشته باشد می‌توانیم بجای قسمت سمت چپ مدار (در شکل نشان داده نشده است)، یک مدار معادل بگذاریم که همان مشخصه **i-v** را به ما بدهد. بنابراین می‌گوئیم دو مدار با یک دهنه مشخص شده (یک دهنه شامل دو سر می‌باشد که جریان ورودی از یک سر با جریان خروجی از سر دیگر برابر است) معادل هستند اگر مشخصه **i-v** یکسانی در آن دو سر داشته باشند. به عبارتی دیگر اگر منبع جریانی را به آن دو سر وصل نمائیم و ولتاژ دو سر آن را از روشهای تجزیه و تحلیل بیابیم و سپس این عملیات را برای مقادیر متفاوت منبع جریان (i) انجام دهیم، مشخصه یکسانی از **i-v** بدست آید (البته می توانیم همین عمل را با قراردادن یک منبع ولتاژ **v** و

اندازه گیری جریان انجام دهیم.). این نکته حائز اهمیت است که یک مدار می‌تواند از دید دهنه‌های متفاوت، مدار معادل متفاوتی داشته باشد. شبکه‌های دو دهنه از اهمیت و کاربرد زیادی برخوردارند که با تفصیل بیشتری در درس تئوری مدارهای الکتریکی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. نمونه ساده‌ای از مدار

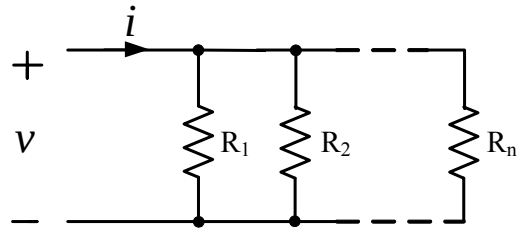


شکل ۲-۱۴ مجموعه‌ای از مقاومتهای سری

معادل که عمدتاً برای ساده‌سازی در تجزیه و تحلیل و یا طراحی استفاده می‌شوند در یافتن مقاومت معادل برای مجموعه مقاومتهای سری و یا مجموعه مقاومتهای موازی است.

شکل ۲-۱۴ مجموعه مقاومتهای سری را نشان می‌دهد. با توجه به قانون KVL وKCL و قانون اهم داریم:

$$v = v_{R1} + v_{R2} + \cdots + v_{Rn} = i\,(R_1 + R_2 + \cdots + R_n) = iR_{eq}$$
$$\Rightarrow R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

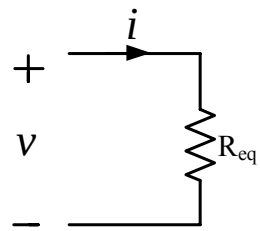


شکل ۲-۱۵- مجموعه‌ای از مقاومتهای موازی

و یا در حالت موازی (شکل ۲-۱۵) داریم:

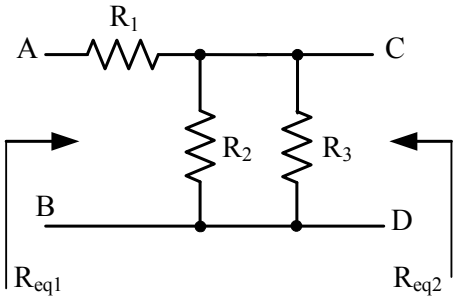
$$i = i_{R1} + i_{R2} + \cdots + i_{Rn} = v\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}\right) = \frac{v}{R_{eq}}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$$



شکل ۲-۱۶- مدار معادل برای مقاومتهای سری و موازی

بنابراین می‌توانیم مدار ساده‌ای (شکل ۲-۱۶) را به عنوان مدار معادل در شکلهای ۲-۱۴ و۲-۱۵ بکار ببندیم چرا که مشخصه **i-v** یکسانی دارند. اگر ترکیب مقاومتها به سادگی مدارات فوق نبود باید از ترکیبی از اتصالات سری و موازی بهره جست.



شکل ۲-۱۷ مدار مربوط به مثال ۲-۵

مثال ۲-۵ در شکل ۲-۱۷ مقاومت معادل را از دید سرهای A,B و بار دیگر سرهای D,C بدست آورید.

حل- با عنایت به مطالب گفته شده خواهیم داشت:

$$R_{eq1} = R_1 + R_2 \parallel R_3 = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_2 + R_3}$$

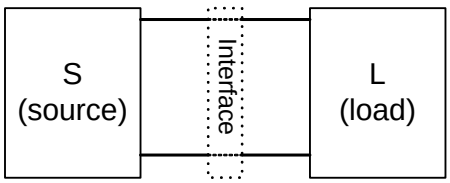
$$R_{eq2} = R_2 \parallel R_3 = \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}$$

باید توجه داشت که در حالت یافتن مقاومت معادل از دید D,C مقاومت R_1 داخل نمی شود چرا که سرهای A,B مدار باز می‌باشد و بالطبع جریانی از R_1 عبور نخواهد نمود.

تا اینجا بحث مدار معادل عملاً به مقاومت معادل منجر گردید چرا که مدار اولیه، یک مدار پسیو متشکل از تعدادی مقاومت بود. به همین ترتیب اگر در مداری علاوه بر مقاومت، منابع ولتاژ و یا جریان نیز داشته باشیم می‌توانیم مدار معادلی داشته باشیم. برای این منظور در بخش بعد بحث قضیه مدار معادل تونن[1] و نورتن[2] را مطرح می‌کنیم.

۲-۶ مدار معادل تونن ونورتن

قضیه مدار معادل تونن و نورتن یکی از قضایای پر کاربرد در تجزیه و تحلیل و نیز طراحی مدار می‌باشد. این قضیه خصوصاً در موردی که طراحی مدار واسطه بین دو مدار مطرح است کاربرد دارد (شکل ۲-۱۸). گاهی اوقات ممکن است مدار واسطه فقط یک اتصال ساده باشد. در اینگونه موارد، بجای بخش S در شکل ۲-۱۸ که خود یک مدار می‌باشد یک مدار معادل در نظر می‌گیرند به طوری که مشخصه i-v در دو سر خارج شده از S تغییری نیابد. یک نوع مدار معادل در طی قضیه زیر مطرح می‌گردد.



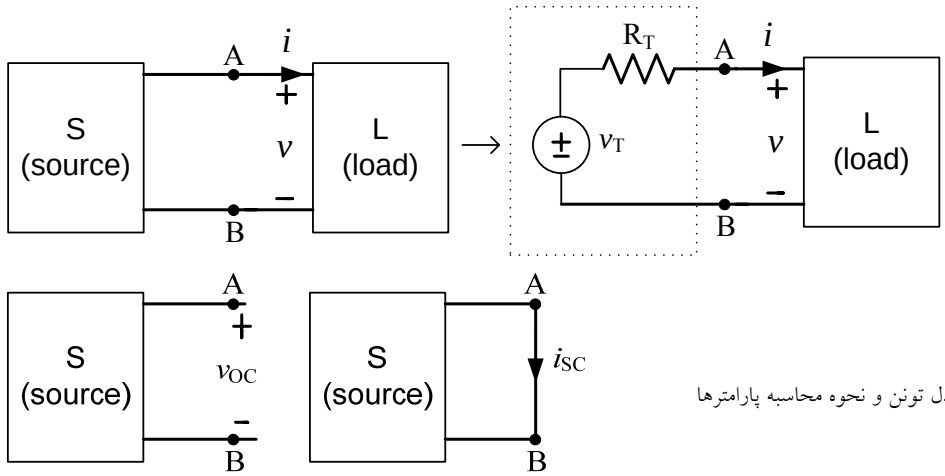
شکل ۲-۱۸ شکل عمومی یک مدار برای بیان مدار معادل تونن و نورتن

[1] Thevenin
[2] Norton

قضیه مدار معادل تونن:

مادامی که مشخصه i-v در دو سر بار مطرح است (در واقع در شکل ۲–۱۸، بخش واسطه را یک اتصال ساده در نظر می‌گیریم) هر شبکه یک دهنه‌ای متشکل از مقاومت‌ها و منابع انرژی (منبع مستقل ولتاژ و جریان) می‌تواند با مداری متشکل از منبع ولتاژ v_T سری با مقاومت R_T مدل گردد که به آن مدار معادل تونن گوئیم. v_T عبارت است از ولتاژ اتصال باز در دو سر S و R_T عبارت است از نسبت ولتاژ اتصال باز به جریان اتصال کوتاه (شکل ۲–۱۹) یعنی: $v_T = v_{OC}\ ,\ R_T = \dfrac{v_{OC}}{i_{SC}}$

همانگونه که مشاهده می‌شود در قضیه مدار معادل تونن هیچ محدودیت خاصی بر روی بار نمی‌گذاریم و بار می‌تواند شامل المانهای غیر خطی و یا المانهای ذخیره کننده انرژی نیز باشد. ولی بخش منبع فقط شامل المانهای خطی است. همان‌گونه که در بخش قبل مطرح گردید در بحث مدار معادل هدف آن است که مشخصه i-v یکسان با مدار اصلی داشته باشیم بنابراین در توجیه روابط فوق اگر بار را اتصال باز بگذاریم (معادل با i=0) باید به ولتاژهای یکسانی برسیم. همچنین اگر بار را اتصال کوتاه نمائیم (v=0) باید به جریانهای یکسانی برسیم (پس $v_T = R_T i_{SC}$) و چون مشخصه i-v خطی است (زیرا S متشکل از المانهای مقاومتی و منابع انرژی است) داشتن دو نقطه از مشخصه i-v برای بدست آوردن کل



شکل ۲–۱۹مدار معادل تونن و نحوه محاسبه پارامترها

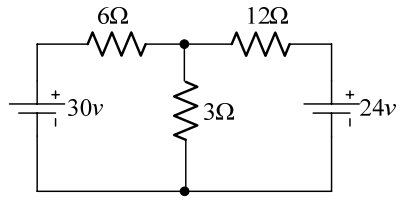
مشخصه کافی می‌باشد. گاهی اوقات ممکن است که یافتن i_{SC} برای محاسبه R_T مشکل باشد. می‌توان برای یافتن R_T از این روش نیز بهره جست که اثر تمامی منابع انرژی مستقل داخل مدار S را از بین ببریم (منبع ولتاژ را اتصال کوتاه و منبع جریان را اتصال باز نمائیم) و سپس مقاومت معادل دیده شده در S را از سمت سرهای A,B بیابیم. بحث پیرامون بیان کاملتر قضیه مدار معادل تونن و شرایط آن و نیز اثبات قضیه در درس تئوری مدارهای الکتریکی خواهد آمد . حال مثالی را مطرح می‌نمائیم.

مثال ۲-۶ مطلوب است جریان گذرنده از مقاومت 3Ω در شکل ۲-۲۰.

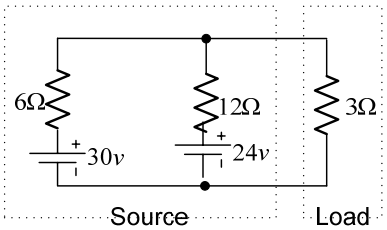
حل- برای این منظور مقامت 3Ω را به عنوان بار در نظر می‌گیریم (شکل ۲-۲۱) و مدار معادل تونن رابدست می‌آوریم (شکل ۲-۲۲). با کمی دقت واضح است که در مدار شکل ۲-۲۱ داریم:

$$v_{OC} = v_T = 28v,\ \ i_{SC} = 7A \Rightarrow R_T = 4\Omega$$

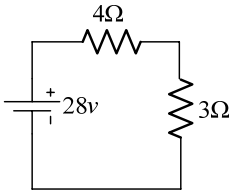
بنابراین با استفاده از مدار معادل تونن به شکل ۲-۲۲ می‌رسیم، که جریان مقاومت 3Ω براحتی بدست می‌آید: $i_{3\Omega} = \dfrac{28}{(3+4)} = 4A$



شکل ۲-۲۰ مدار مربوط به مثال ۲-۶



شکل ۲-۲۱ مدار مربوط به حل مثال ۲-۶



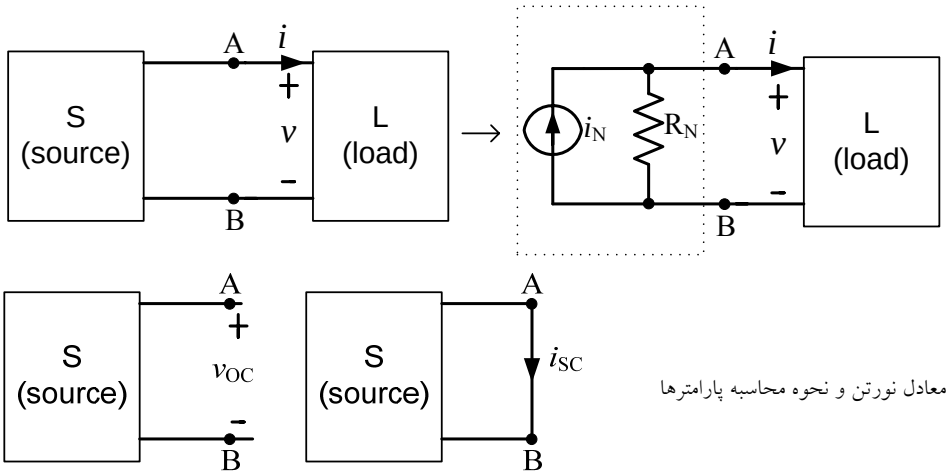
شکل ۲-۲۲ مدار معادل تونن برای مثال ۲-۶

در همین جا نکته ظریفی را باید توجه نمود. اگر توان تحویل داده شده توسط منابع انرژی را در مدار اصلی و مدار معادل مقایسه نمائیم خواهیم دید که در مدار اصلی $114W$ و در مدار معادل $112W$ است. بنابراین همان‌گونه که در صورت قضیه مطرح گردید هدف از مدار معادل تونن رسیدن به مشخصه یکسان i-v در دو سر بار است یعنی مدار معادل تونن تضمین نمی‌کند که شرایط بار عوض

نخواهد شد ولی به شرایط داخلی مدار S، کار ندارد. حال به بیان یک مدار معادل دیگر در قالب قضیه زیر می‌پردازیم.

قضیه مدار معادل نورتن:

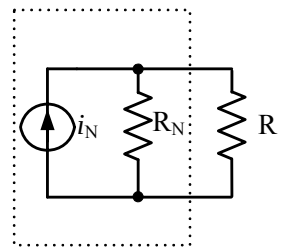
مادامی که مشخصه i-v در دو سر بار مطرح است(در واقع در شکل ۲-۱۵، بخش واسطه را یک اتصال ساده در نظر می‌گیریم) هر شبکه یک دهنه‌ای متشکل از مقاومت‌ها و منابع انرژی (منابع مستقل ولتاژ و جریان) می‌تواند با مداری متشکل از یک منبع جریان i_N موازی با مقاومت R_N مدل گردد که به آن مدار معادل نورتن گوئیم. i_N عبارت است از جریان اتصال کوتاه در دو سر S و R_N نسبت ولتاژ اتصال باز به جریان اتصال کوتاه است (شکل ۲-۲۳) یعنی داریم: $i_N = i_{SC}$, $R_N = \frac{v_{OC}}{i_{SC}}$



شکل ۲-۲۳ مدار معادل نورتن و نحوه محاسبه پارامترها

شرایط قضیه مدار معادل نورتن مانند قضیه مدار معادل تونن است و لذا از بازگوئی آنها اجتناب می‌ورزیم. در اینجا نیز در توجیه این قضیه باید گفت که چون مدار S را حاوی المانهای مقاومتی خطی و منابع مستقل ولتاژ و جریان در نظر گرفته‌ایم پس مشخصه i-v آن خطی است و کافی است دو نقطه از این مشخصه در دو مدار (اصلی و معادل) یکی باشد که با بیان قضیه در نقطه مزبور بازای , i=0

v=0 بدست می‌آید. در اینجا نیز R_N را می‌توان مقاومت دیده شده از دو سر S در نظر گرفت وقتی که اثر منابع مستقل را از بین می‌بریم.



شکل ۲-۲۴ مدار مربوط به مثال ۲-۷

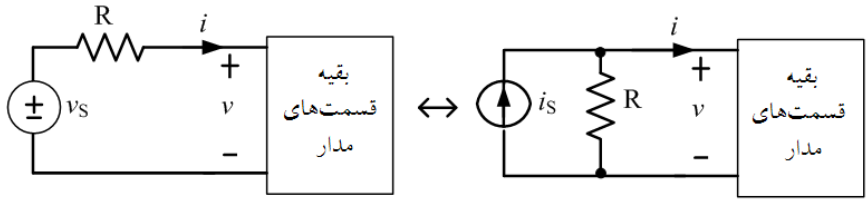
مثال ۲-۷ در شکل ۲-۲۰ مدار معادل نورتن را بدست آورید. (R=3Ω)

حل- با استفاده از نتایج بدست آمده در مثال قبل و نیز بیان قضیه مدار معادل نورتن شکل۲-۲۴ را داریم. بنابراین:

$$i_N = i_{SC} = 7A \text{ , } R_N = R_T = 4\Omega \Rightarrow i_{3\Omega} = \frac{R_N i_N}{R_N + 3} = 4A$$

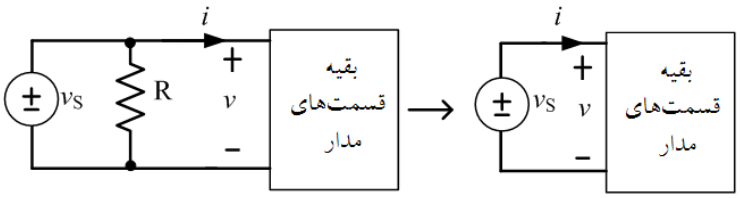
در اینجا نیز واضح است که توان تحویل داده شده توسط منبع i_N برابر با $84W$ است که متفاوت از توان تحویل داده شده توسط منابع انرژی در مدار اصلی است. در واقع آنچه که مدار معادل نورتن تضمین می‌کند مشخصه i-v در دو سر بار می‌باشد.

واضح است اگر برای مداری یک بار مدار معادل نورتن و بار دیگر مدار معادل تونن را بدست آوریم این دو مدار معادل نیز معادل یکدیگرند. با استفاده از این موضوع می‌توان یکی از کاربردهای قضیه مدار معادل تونن و نورتن را تبدیل منبع دانست. اگر در قسمتی از مدار یک منبع ولتاژ سری با یک مقاومت (که می‌تواند بیانگر یک منبع ولتاژ واقعی باشد) داشته باشیم می‌توانیم بقیه مدار را همچون یک بار در نظر بگیریم و مدار معادل نورتن را بدست آوریم. (شکل ۲-۲۵)



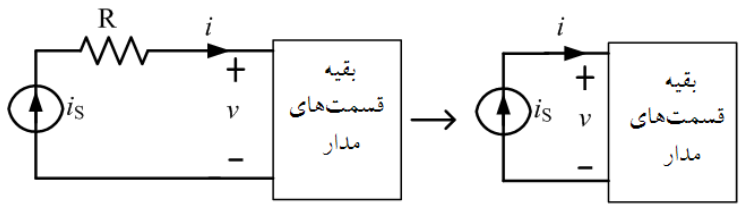
شکل ۲-۲۵ تبدیل منبع

در این حالت واضح است که $i_s = \frac{v_s}{R_1}, R_1 = R_2$. به همین ترتیب می‌توانیم یک منبع جریان موازی با یک مقاومت را نیز با بدست آوردن مدار معادل تونن تبدیل به یک منبع ولتاژ سری با مقاومت نمائیم. همچنین اگر مداری به شکل ۲-۲۶ داشته باشیم مدار معادل تونن آن به فرم ذیل بدست می‌آید.



شکل ۲-۲۶ منبع ولتاژ موازی با مقاومت

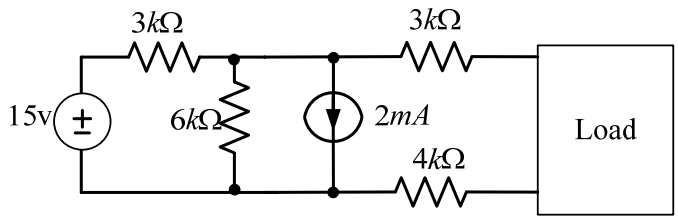
با کمی دقت واضح است که در این حالت مدار معادل نورتن وجود ندارد و می‌توان گفت که اگر منبع ولتاژ موازی با المانی باشد می‌توان آن المان را حذف نمود. تنها تفاوت بین این دو مدار آن است که توان تحویلی از منبع در دو حالت متفاوت است. به همین ترتیب اگر منبع جریانی سری با یک مقاومت باشد (و یا در حالت کلی‌تر یک المان) می‌توان آن المان را حذف نمود. در این حالت نیز مدار معادل تونن برای این شاخه نداریم (شکل ۲-۲۷).



شکل ۲-۲۷ منبع جریان سری با مقاومت

مثال زیر کاربرد دیگری از قضیه مدار معادل نورتن و تونن را بیان می‌دارد:

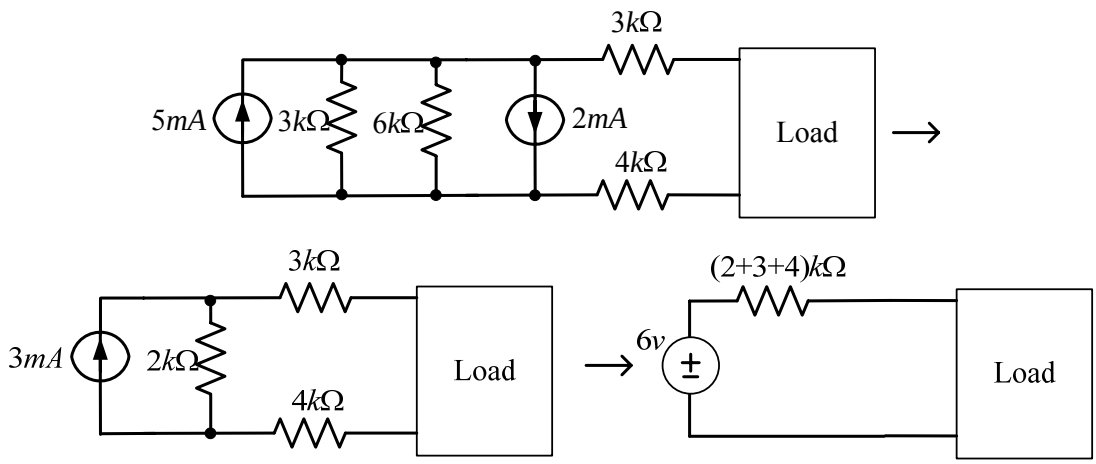
مثال ۲-۸ در شکل ۲-۲۸ مدار معادل تونن را بدست آورید.



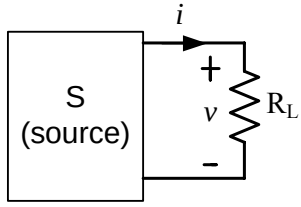
شکل ۲-۲۸ مدار مربوط به مثال ۲-۸

حل- ابتدا منبع ولتاژ $15v$ سری با $3k\Omega$ را تبدیل به یک منبع جریان موازی با $3k\Omega$ می‌نمائیم. سپس می‌توانیم منابع جریان موازی را یکی کرده و مقاومتهای $6k\Omega, 3k\Omega$ را نیز موازی نموده و سپس دوباره تبدیل منبع انجام می‌دهیم. این مراحل در شکل ۲-۲۹ دیده می‌شود.

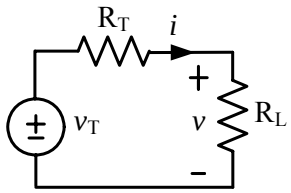
از دیگر کاربردهای قضیه معادل تونن در ارتباط با محاسبه مقدار بار جهت انتقال ماکزیمم توان میباشد. شکل ۲-۳۰ را در نظر بگیرید. حال اگر مدار معادل تونن را بجای S قرار دهیم واضح است که عملاً به مدار شامل یک منبع ولتاژ و دو مقاومت سری می‌رسیم (شکل ۲-۳۱) و طبق رابطه مقسم ولتاژ خواهیم داشت:



شکل ۲-۲۹ مراحل حل مثال ۲-۸



شکل ۲-۳۰ مداری برای محاسبه
ماکزیمم انتقال توان



شکل ۲-۳۱ مدار معادل تونن برای محاسبه
ماکزیمم انتقال توان

$$v = \frac{R_L}{R_L + R_T} v_T$$

واضح است که $v_{\max}$ بازای $R_L \to \infty$ بدست می‌آید و مقدار آن نیز v_T است. از طرفی دیگر $i = \frac{v_T}{R_T + R_L}$، پس ماکزیمم جریان بازای $R_L \to 0$ بدست می‌آید و برابر است با $i_{\max} = \frac{v_T}{R_T}$. حال بررسی می‌کنیم که برای رسیدن به ماکزیمم توان انتقالی، مقدار R_L چه مقدار است. برای این منظور خواهیم داشت:

$$p = v.i = \frac{R_L v_T^2}{(R_L + R_T)^2} \Rightarrow \frac{dp}{dR_L} = 0 \Rightarrow R_L = R_T \Rightarrow p_{\max} = \frac{{v_T}^2}{4R_T} = \frac{v_{OC}}{2}.\frac{i_{SC}}{2}$$

بنابراین انتقال توان ماکزیمم موقعی صورت می‌پذیرد که مقاومت بار با مقاومت معادل تونن تطبیق داشته باشد و در این حالت ماکزیمم توان برابر با حاصل ضرب نصف ولتاژ اتصال باز در نصف جریان اتصال کوتاه است.

۲-۷ قضیه جمع آثار

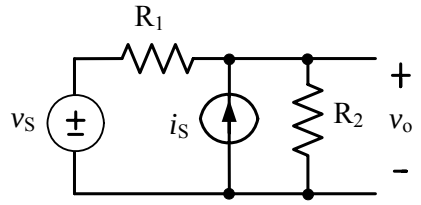
قضیه جمع آثار یکی از قضایای جالب و پرکاربرد در شبکه‌های خطی است یعنی شبکه‌هایی که از المانهای خطی (با مشخصه i-v خطی) تشکیل یافته است. این قضیه بیان می‌دارد که اگر چند منبع نابسته (ولتاژ و یا جریان) در یک مدار متشکل از مقاومتهای خطی داشته باشیم برای بدست آوردن ولتاژها و جریانهای شاخه‌ها و یا به عبارتی دیگر تجزیه و تحلیل مدار کافی است که اثر تمام منابع را به غیر از یکی از بین ببریم و مدار را تجزیه و تحلیل نمائیم و سپس این عمل را برای هر کدام از منابع دیگر انجام دهیم و در نهایت نتایج را با یکدیگر جمع نمائیم. به مثال زیر دقت نمائید.

مثال ۲-۹ می‌خواهیم v_o را در مدار شکل ۲-۳۲ بیابیم.

حل-

$$KCL\ at\ node\ A: \frac{v_A - v_S}{R_1} - i_S + \frac{v_A}{R_2} = 0 \Rightarrow$$

$$v_o = v_A = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_S + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_S$$



شکل ۲-۳۲ مدار مربوط به مثال ۲-۹

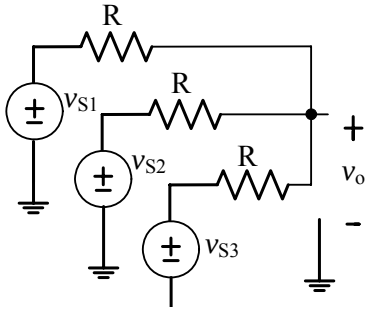
حال اگر یکبار اثر منبع جریان i_s را حذف نمائیم یعنی منبع جریان مزبور را اتصال باز نموده، v_o برابر خواهد بود با: $v_o\Big|_{v_S=0}=\dfrac{R_2}{R_2+R_1}v_S$ و اگر اثر منبع ولتاژ v_S را حذف نمائیم یعنی منبع ولتاژ را اتصال کوتاه نمائیم خواهیم داشت: $v_o\Big|_{i_S=0}=(R_1 \parallel R_2)i_S=\dfrac{R_1R_2}{R_2+R_1}i_S$ و در نتیجه: $v_o=v_o\Big|_{v_S=0}+v_o\Big|_{i_S=0}$

قضیه جمع آثار را برای تعداد بیشتری منبع مستقل نیز می‌توان اعمال نمود.

مثال ۲-۱۰ در مدار روبرو نشان دهید v_o مجموع وزن‌دار (با وزنهای یکسان)از منابع ولتاژ می‌باشد.

حل-

$$v_o=v_o\Big|_{v_{S1}=0,v_{S2}=0}+v_o\Big|_{v_{S1}=0,v_{S3}=0}+v_o\Big|_{v_{S3}=0,v_{S2}=0}=$$
$$=\frac{R/2}{R/2+R}(v_{S1}+v_{S2}+v_{S3})=\frac{1}{3}(v_{S1}+v_{S2}+v_{S3})$$

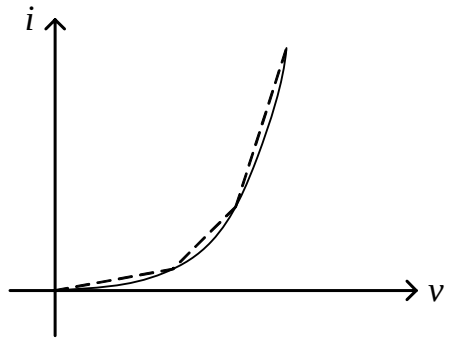


شکل ۲-۳۳ مدار مربوط به مثال ۲-۱۰

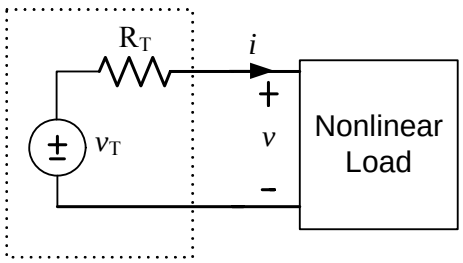
۲-۸ شبکه‌های غیر خطی

اگر در یک شبکه الکتریکی المانهای غیر خطی داشته باشیم شبکه مزبور را غیر خطی گوئیم. ساده‌ترین نوع آن متشکل از مقاومتهای غیر خطی می‌باشد. در یک مقاومت غیر خطی مشخصه i-v به صورت خطی نمی‌باشد. به عبارت دیگر اگر ولتاژ المان مزبور k برابر شود، جریان آن k برابر نمی‌شود. خاصیت غیر خطی اگر چه آنالیز مدارها را مشکل می‌کند ولی گاهی وجود خاصیت غیر خطی بسیار لازم و مفید

است. به عنوان مثال در ساخت مدارهای چند برابر کننده فرکانس و یا نوسان‌سازها خاصیت غیر خطی بسیار لازم است. شایان ذکر است مشخصه فیزیکی المانهای خطی نیز در واقع کاملاً خطی نمی‌باشد و گاهی نیز خاصیت خطی برای محدوده‌هایی از ولتاژ و جریان برقرار است. اگرچه روشهای تجزیه و تحلیل پیچیده‌ای در حالت کلی برای شبکه‌های غیر خطی وجود دارد ولی معمولاً از تقریبهایی در تجزیه و تحلیل آنها استفاده می‌شود. به طور مثال گاهی از تقریبهای تکه‌ای خطی بهره می‌بریم (شکل ۲-۳۴) تا در نهایت از روشهای تجزیه و تحلیل خطی در محدوده‌های مختلف استفاده نمائیم.



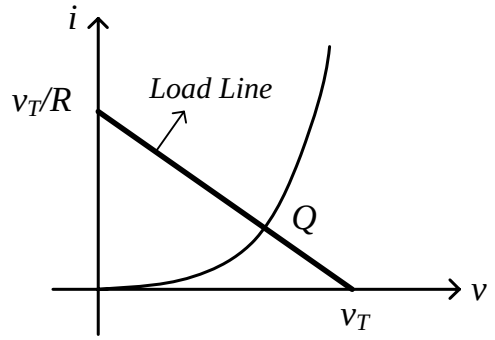
شکل ۲-۳۴ مشخصه غیر خطی i-v و تقریب تکه‌ای خطی



شکل ۲-۳۵ مدار معادل تونن وقتی که بار یک مدار غیر خطی است.

با برخی از این تقریبها در مباحث الکترونیک آشنا خواهید گشت. گاهی اوقات نیز بخش غیر خطی فقط از یک المان تشکیل یافته است که در اینگونه موارد بخش غیر خطی تحت عنوان بار در نظر گرفته می‌شود و اگر هدف از تجزیه و تحلیل، یافتن ولتاژ و جریان شاخه بار غیر خطی باشد با استفاده از مدار معادل تونن و یا نورتن به مداری شبیه به شکل ۲-۳۵ می‌رسیم.

حال دو نوع محدودیت یکی ناشی از بخش سمت چپ یعنی $v = v_T - R_T i$ و دیگری ناشی از مشخصه i-v بار غیر خطی را توأماً در نظر می‌گیریم. به مشخصه اول در اصطلاح خط بار گفته می‌شود که البته بطور صحیح‌تر بایستی به آن خط منبع گفت چرا که محدودیتی است که ناشی از اعمال



شکل ۲-۳۶ مشخصه غیر خطی i-v و خط بار و نقطه کار

منبع و مقاومت معادل تونن بدست می‌آید. پس از مشخص شدن نقطه تلاقی دو منحنی، ولتاژ و جریان بار غیر خطی بدست می‌آید (شکل ۲-۳۶). نقطه تلاقی را در اصطلاح نقطه کار (Q) می‌گوییم که بیانگر آن است که جریان و ولتاژ بار غیر خطی چه مقدار می‌باشند. نمونه‌ای از آنالیز به روش خط بار در فصول آینده خواهدآمد.

مراجع

[1] R. E. Thomas and A. J. Rosa, *The analysis and design of linear circuits*, John Wiley & Sons, 4th Ed., 2003.

[2] R. J. Smith and R. C. Dorf, *Circuits, devices and systems*, John Wiley & Sons, 5th Ed., 2002.

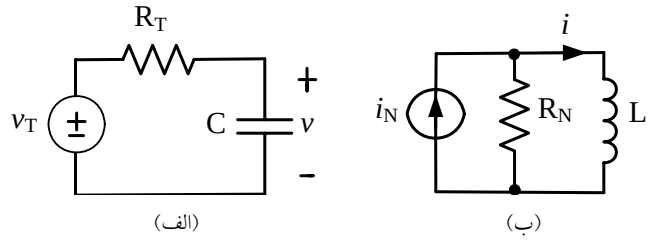
فصل ۳: پاسخ طبیعی و پاسخ کامل مدار

۳-۱ مقدمه

در فصل گذشته با اصول حاکم بر مدارهای الکتریکی و برخی از قضایای شبکه آشنا شدیم. اگر چه در فصل پیش همواه مدارهای متشکل از منابع مستقل و مقاومتهای خطی مورد نظر قرار گرفت ولی لازم به ذکر است که اصول KVL و KCL برای تمامی مدارات فشرده (یعنی مداراتی که ابعاد المانها در مقایسه با طول موج بسیار ناچیز است) اعم از خطی و غیر خطی و نیز مدارهای متشکل از المانهای غیرمقاومتی (مانند سلف و خازن) برقرار است. همچنین قضایای مطرح شده نیز (قضیه مدار معادل تونن و نورتن و قضیه جمع آثار) با تغییر مناسب در بیان، قابل اعمال به مدارات خطی متشکل از المانهای مقاومتی و غیر مقاومتی می‌باشد. در این فصل چند نوع ساده از مدارات متشکل از مقاومتها و یک خازن و یک سلف خطی را مورد بررسی قرار می‌دهیم و مفاهیم جدیدی را که در این ارتباط مطرح می‌شوند بررسی می‌نمائیم.

۳-۲ معادله حاکم بر مدار RL و RC

ابتدا فرض می‌کنیم که در یک مدار تعدادی منابع مستقل (نابسته) ولتاژ و جریان و مقاومت خطی داریم و یک المان ذخیره کننده انرژی (سلف یا خازن) نیز در مدار داریم. اگر این المان را به عنوان بار در نظر



شکل ۳-۱ مدارات مرتبه اول RC و RL

بگیریم آنگاه می‌توانیم مدار معادل تونن (در حالت وجود خازن به عنوان المان ذخیره‌کننده انرژی) و یا مدار معادل نورتن (در حالت وجود سلف به عنوان المان ذخیره‌کننده انرژی) را برای بار مزبور بدست آوریم. بنابراین به مدار شکل ۳-۱ می‌رسیم. ابتدا ولتاژ بار (v) را در شکل ۳-۱-الف به عنوان متغیر خروجی در نظر می‌گیریم. از آنجا که شباهت بسیار زیادی بین مباحث مطرح شده در مورد شکل ۳-۱-الف وقتی که ولتاژ v متغیر مورد نظر است و شکل ۳-۱-ب وقتی که جریان i متغیر مورد نظر است، وجود دارد لذا معادله لازم برای بدست آوردن v در شکل ۳-۱-الف را بطور مفصل مطرح می‌کنیم و سپس معادله و نتایج مدار شکل ۳-۱-ب را به طور مختصر بیان می‌نمائیم. با نوشتن KVL در مدار شکل ۳-۱-الف داریم:

$$-v_T + v_{R_T} + v = 0 \Rightarrow v + v_{R_T} = v_T$$

از طرفی طبق قانون اهم می‌دانیم: $v_{R_T} = R_T i$. جریان i نیز همان جریان خازن می‌باشد. از مطالب فصول گذشته می‌دانیم که $i(t) = C\dfrac{dv(t)}{dt}$ بنابراین به معادله روبرو میرسیم:

$$v(t) + CR_T \frac{dv(t)}{dt} = v_T(t) \qquad (۱-۳)$$

همانگونه که ملاحظه می‌شود بر خلاف مثالهای فصل پیش که مدارهای مقاومتی مطرح بود و معادلات بدست آمده معادلات جبری خطی بود، در اینجا به معادله‌ای رسیدیم که مشتق یک متغیر نیز ظاهر شده است. به معادله بدست آمده، یک معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت از مرتبه اول گوئیم چرا که ضرائب وابستگی زمانی ندارند و نیز اگر $v_T(t)$ را به عنوان ورودی و $v(t)$ را به عنوان خروجی در نظر بگیریم خواص جمع‌پذیری و هم‌نسبتی برقرار است. به عبارتی دیگر اگر $v_{T2}(t), v_{T1}(t)$ را جداگانه به عنوان ورودی در نظر بگیریم به طوری که متناظراً ولتاژهای $v_2(t), v_1(t)$ در دو سر خازن ایجاد گردد و در مرحله دیگر ورودی را $v_{T2}(t)+v_{T1}(t)$ در نظر بگیریم ولتاژ خازن در این حالت برابر با $v_2(t)+v_1(t)$ خواهد بود (خاصیت جمع‌پذیری). همچنین اگر در ورودی $Kv_{T1}(t)$ را در نظر بگیریم ولتاژ $Kv_1(t)$ در دو سر خازن بدست می‌آید (خاصیت هم‌نسبتی). توجه به این نکته لازم است که معادله فوق الذکر معادله KVL می‌باشد که در هر لحظه از زمان برقرار است. بنابراین معادله فوق الذکر که ارتباط بین ورودی $v_T(t)$ و خروجی (متغیر) $v(t)$ را در اختیار می‌گذارد یک رابطه خطی است. همچنین این معادله دیفرانسیل از مرتبه اول می‌باشد زیرا مشتق مرتبه اول متغیر در معادله ظاهر شده است.

اگر برای شکل ۳-۱-ب نیز معادله KCL را بنویسیم و از قانون اهم برای برقراری ارتباط بین ولتاژ و جریان مقاومت استفاده نمائیم و نیز رابطه $i(t)=L\dfrac{dv(t)}{dt}$ را نیز در معادله اعمال نمائیم به رابطه $i(t)+\dfrac{L}{R_N}\dfrac{di(t)}{dt}=i_N(t)$ می‌رسیم. این معادله نیز یک معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت از مرتبه اول می‌باشد. معادله KCL فوق نیز در هر لحظه از زمان برقراراست.

اگر در معادله دیفرانسیل فوق دقت نمائیم در هر لحظه از زمان برای نوشتن معادله KVL فقط دانستن v_T, v در آن لحظه از زمان کافی نیست بلکه به دلیل وجود مشتق، در رابطه KVL در هر لحظه

از زمان مقدار ولتاژ خازن در لحظه $t-\Delta t$ نیز لازم است بنابراین نوعی حافظه در مدار وجود دارد. این حافظه به این دلیل است که اگر مدار را در هر لحظه نگاه کنیم مقدرای انرژی الکتریکی در خازن ذخیره شده است و ولتاژ خازن یعنی $v(t)$ دقیقاً میزان انرژی ذخیره شده در هر لحظه از زمان را مشخص می‌نماید. در مدار شکل ۳-۱-الف به $v(t)$ در اصطلاح متغیر حالت می‌گوئیم. در مدار۳-۱-ب نیز بحث مشابهی وجود دارد به طوری که جریان $i(t)$ مشخص می‌کند که انرزی مغناطیسی ذخیره شده در سلف چه مقدار می‌باشد و به آن نیز متغیر حالت گوئیم. در درس تئوری مدارهای الکتریکی به طور مفصل در ارتباط با متغیرهای حالت و خصوصیات آن بحث خواهد شد.

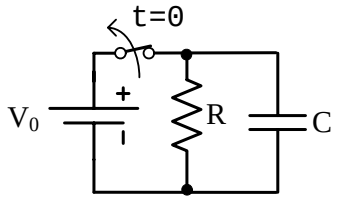
در ارتباط با حل معادله دیفرانسیل، و روشهای آن در درس معادلات دیفرانسیل بحث خواهد شد. شایان ذکر است که معادلات حاکم بر مدار خطی در حالت کلی معادلات انتگرال-دیفرانسیل و یا معادلات دیفرانسیل با مرتبه بالاتر از یک می‌باشد که در ارتباط با این موضوع در درس تئوری مدارهای الکتریکی بحث خواهد گردید. در بخش بعد راجع به خصوصیات پاسخ معادله دیفرانسیل مرتبه اول فوق الذکر بحث می‌نمائیم.

۳-۳ پاسخ طبیعی[1] مدار RC و RL

در مدارهای مقاومتی که در فصل پیش بررسی گردید واضح است که اگر منابع نابسته انرژی را صفر نمائیم ولتاژها و جریانهای تمام شاخه‌ها صفر خواهد شد. در حالی که در یک مدار حاوی المانهای ذخیره کننده انرژی اگر منابع نابسته صفر باشند ولی انرژی در المانهای مربوطه ذخیره شده باشد ولتاژها و جریانهای شاخه‌ها می‌تواند غیر صفر باشد. به عبارت دیگر در اینگونه مدارات در حالت کلی بدون آنکه تحریک خارجی داشته باشیم، طبیعت مدار اقتضا می‌کند که بر روی شاخه‌های مدار ولتاژها و

[1] Natural response

جریانهای غیر صفر داشته باشیم. به همین دلیل به آن پاسخ طبیعی گوییم. شایان ذکر است که انرژی ذخیره شده بر روی المانهای مدار نیز خود حاصل تأثیر ورودیهایی می‌باشد که در زمانهای گذشته‌تر اعمال شده‌اند و از لحظه‌ای به بعد اثر آنها از بین رفته است. اگر چه در اینگونه حالات پاسخ طبیعی ناشی از تحریک شدن مدار توسط انرژی ذخیره شده در المانهای سلف و خازن می‌باشد ولی اهمیت پاسخ طبیعی بیش از این است. در واقع پاسخ طبیعی برای هر یک از ولتاژها و جریانهای هر شاخه بیان می‌کند که انرژی ذخیره شده اولیه با چه رفتاری در طی زمان بر روی آن شاخه ظاهر می‌شود (توجه کنید که انرزی انتگرال توان و توان نیز در هر لحظه برابر با حاصل ضرب ولتاژ و جریان در آن لحظه می‌باشد). واضح است که اگر المانی که همواره توان الکتریکی جذب می‌کند و آنرا به فرم دیگری از انرژی تبدیل می‌نماید (مانند مقاومت که آنرا به صورت گرما تلف می‌کند) در مدار داشته باشیم در حالت کلی پس از مدتی انرژی ذخیره شده از بین خواهد رفت.



شکل ۳-۲ مدار مرتبه اول RC در حالتی که پس از بازشدن کلید فقط یک ولتاژ اولیه داریم.

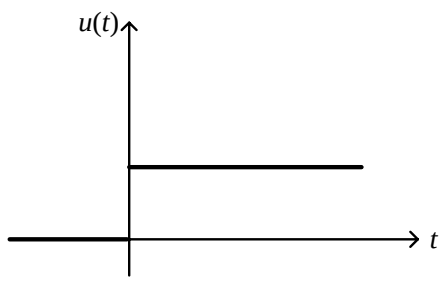
حال برای مدار شکل ۳-۱-الف و معادله دیفرانسیل مربوطه در حالتی که اثر ورودیهای قبلی که منجر به انرژی ذخیره شده گردیده است (شکل ۳-۲) از بین رفته است، ولتاژ اولیه‌ای روی خازن خواهیم داشت. در این حالت پاسخ معادله یعنی فرم زمانی v را می‌یابیم.

در شکل ۳-۲، تا قبل از لحظه $t=0$ وضعیت کلید بسته است و در نتیجه ولتاژ خازن V_0 می‌باشد و در لحظه $t=0$ که کلید باز می‌شود عملاً یک مدار RC، مانند شکل ۳-۱-الف داریم که ورودی آن از

بین رفته باشد. بنابراین معادله KVL (رابطه (۳-۱)) به فرم $v(t)+RC\frac{dv(t)}{dt}=0$ در می‌آید که یک معادله دیفرانسیل خطی همگن است. جهت حل این معادله دیفرانسیل باید تابعی را بجای $v(t)$ گذاریم که پس از مشتق‌گیری باز هم به فرم تابع اولیه درآید که در نهایت بتوانیم از فرم مزبور فاکتورگیری نمائیم. برای این منظور $v(t)=Ke^{st}$ تنها انتخاب است (توجه کنید که $v(t)=0$ نیز یک جواب بدیهی است ولی این جواب به دلیل آنکه $v(0^+)=V_0$ می‌باشد صحیح نمی‌باشد). در نتیجه داریم:

$$Ke^{st}+KsRCe^{st}=0\Rightarrow K(1+sRC)e^{st}=0\Rightarrow s=\frac{-1}{RC}\Rightarrow v(t)=Ke^{-t/RC}\quad ;\quad t\geq 0 \qquad (۳-۲)$$

با عنایت به اینکه معادله دیفرانسیل مربوطه که همان معادله KVL است برای تمام زمانها برقرار است بنابراین بایستی شرایط اولیه در لحظه $t=0^+$ (یعنی درست پس از باز شدن کلید) در رابطه بدست آمده صدق نماید، یعنی:



شکل ۳-۳ تابع پله

$$v(0^+)=V_0=K\Rightarrow v(t)=V_0\,e^{-t/RC}\ ;\ t\geq 0 \qquad (۳-۳)$$

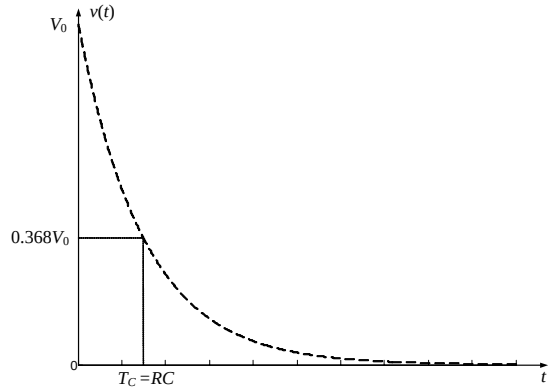
به منظور حذف شرط $t\geq 0$ معمولاً از تابع پله[1] $u(t)$ (شکل ۳-۳) استفاده میشود یعنی:

$$v(t)=V_0\,e^{-t/RC}u(t)\ ;\ t\geq 0$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود برای رسیدن به پاسخ، معادله $1+sRC=0$ را حل کردیم، مانند آن است که در معادله دیفرانسیل بدست آمده بجای اپراتور $\frac{d}{dt}$، s بگذاریم و $v(t)$ را نیز حذف نمائیم. به این

[1] Step function

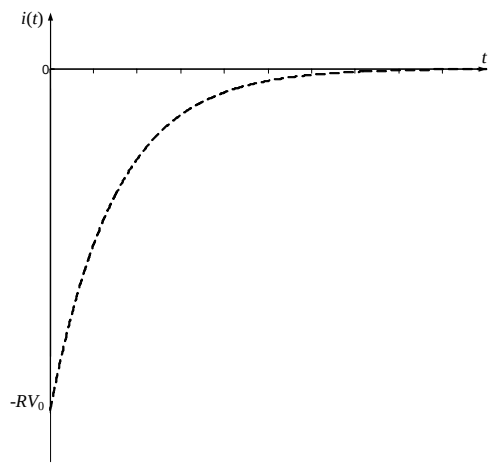
معادله که ریشه آن مشخصه کننده نمای تابع زمانی پاسخ می‌باشد معادله مشخصه گوئیم. همچنین اگر به فرم پاسخ زمانی، e^{st} دقت نمائیم واضح است که اگر s یک عدد موهومی خالص باشد یعنی فرم $e^{j\omega t}$ را داشته باشیم در پاسخ یک فرم نوسانی خواهیم داشت که فرکانس نوسان ω است (زیرا بر اساس رابطه اولر داریم: $e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$). بر همین اساس در اصطلاح s را فرکانس طبیعی گوئیم چرا که از پاسخ طبیعی بدست می‌آید (شایان ذکر است واحد s، عکس ثانیه یعنی هرتز است). توجه به این نکته لازم است که در محاسبه s و یا فرکانس طبیعی، سمت چپ معادله دیفرانسیل که ناشی از المانهای مدار و چیدمان آنها (طبیعت مدار) می‌باشد نقش دارد. در مدار مرتبه اول که فقط یک المان ذخیره کننده انرژی داریم معادله KVL و یا KCL به فرم معادله دیفرانسیل مرتبه اول می‌باشد. در این حالت یک فرکانس طبیعی نیز بیشتر نداریم. بحث کامل راجع به مرتبه مدار و تعداد فرکانسهای طبیعی در درس تئوری مدارهای الکتریکی خواهد آمد. حال به فرم $v(t)$ و رابطه (۳-۳) برمی‌گردیم. اگر در شکل ۳-۴ دقت نمائیم مشاهده می‌شود که $v(t)$ در $t=RC$ به 0.368 (و یا به طور تقریبی 37%) مقدار اولیه می‌رسد. این بازه زمانی را ثابت زمانی[1] گوئیم و با T_C نشان می‌دهیم. از طرفی در نهایت ولتاژ به صفر می‌رسد. علت نیز واضح است زیرا در اثر عبور جریان از مقاومت، مرتباً انرژی تلف می‌شود. بنابراین خازن نقش یک منبع و یا دهنده توان و مقاومت نقش گیرنده و یا مصرف کننده توان را بازی می‌کنند.



شکل ۳-۳ پاسخ طبیعی ولتاژ در مدار شکل ۳-۱-الف

[1] Time constant

اگر منحنی $i(t) = C\frac{dv}{dt} = -RV_0 e^{-t/RC}u(t)$ را رسم نمائیم (شکل ۳-۵) واضح است که توان خازن منفی است که نشان می‌دهد خازن توان به بقیه مدار می‌دهد. نکته جالب دیگر آنکه اگر چه فرکانس طبیعی ولتاژ $v(t)$ ، $\frac{-1}{RC}$ می‌باشد همین فرکانس طبیعی بر روی جریان نیز ظاهر می‌شود (همین بحث در مورد ولتاژ و جریان مقاومت نیز صادق است). بنابراین توان به فرم تابع زمانی $e^{-2t/RC}$ خواهد بود و همان‌گونه که گفته شد فرکانس طبیعی نشان‌دهنده آن است که انرژی ذخیره شده اولیه چگونه در طی زمان بر روی شاخه‌های دیگر ظاهر می‌شود.

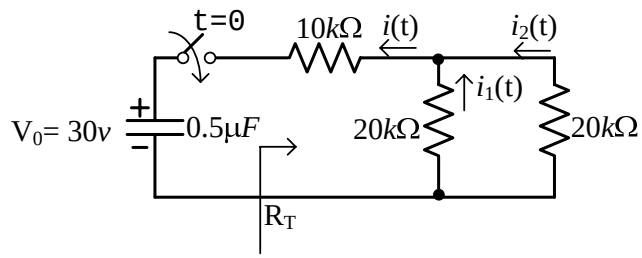


شکل ۳-۴ پاسخ طبیعی جریان در مدار شکل ۳-۱-الف

همچنین فرم $e^{-2t/RC}$ فرم زمانی توان تلفاتی روی مقاومت نیز می‌باشد). بحث مشابهی در مورد مدار RL (شکل ۳-۱-ب) نیز قابل بیان است. در این حالت جریان سلف به فرم $i(t) = I_0 e^{-tR_N/L}u(t)$ خواهد بود. به دلیل مشابهت بسیار از توضیح در مورد مدار RL صرفنظر می‌شود. در اینجا نیز ثابت زمانی $L/R_N = LG_N$ می‌باشد.

با عنایت به شکل ۳-۴ می‌توان گفت که مقدار نهایی ولتاژ خازن برابر با صفر است. از آنجا که پس از $5T_C$ مقدار $v(t)$ به 0.995 مقدار نهائی می‌رسد این معیار زمانی یعنی 5 برابر ثابت زمانی را به عنوان معیاری برای رسیدن تابع نمایی به مقدار نهائی خود درنظر می‌گیرند.

مثال ۳-۱ مطلوب است پاسخ $i_2(t), i_1(t), i(t), v_C(t)$ برای $t \geq 0$ در شکل ۳-۶.



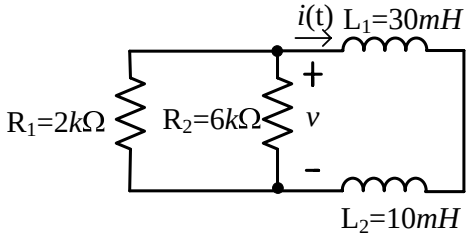
شکل ۳-۶ مدار مربوط به مثال ۳-۱

حل-

$$R_T = 10 + (20 \,||\, 20) = 20k\Omega, \quad T_C = R_T C = 10ms, \quad V_0 = 30v \Rightarrow v_C(t) = 30e^{-100t}u(t)\ v,$$

$$i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt} = -1.5\times10^{-3}e^{-100t}u(t)\,A,\ i_1(t) = i_2(t) = \frac{20}{20+20}i(t) = -0.75\times10^{-3}e^{-100t}u(t)\,A$$

مثال ۳-۲ پاسخ زمانی $i(t)$ را در شکل ۳-۷ بیابید.



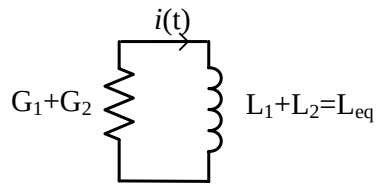
شکل ۳-۷ مدار مربوط به مثال ۳-۲

حل- واضح است که چون سلفها سری میباشند جریانهای آنها یکی است. بنابراین اگر ولتاژ کل را در نظر بگیریم، داریم:

$$v(t) = v_{L_1}(t) + v_{L_2}(t) = L_1\frac{di(t)}{dt} + L_2\frac{di(t)}{dt} = (L_1 + L_2)\frac{di(t)}{dt}$$

بنابراین رابطه $v(t)$ و $i(t)$ نشان می‌دهد که حاصل سری کردن سلفها، یک سلف معادل با اندوکتانسی برابر با مجموع اندوکتانهاست. شکل ۳–۸ مدار معادل با مدار شکل ۳–۷ را نشان می‌دهد. بنابراین داریم :

$$G_N = G_1 + G_2 = \frac{2}{3}\times 10^{-3}\, s \Rightarrow T_C = L_{eq}G_N = \frac{1}{37500}\, s \Rightarrow i(t) = I_0 e^{-t/G_N L_{eq}} u(t) = 0.1 e^{-37500t} u(t)\, A$$

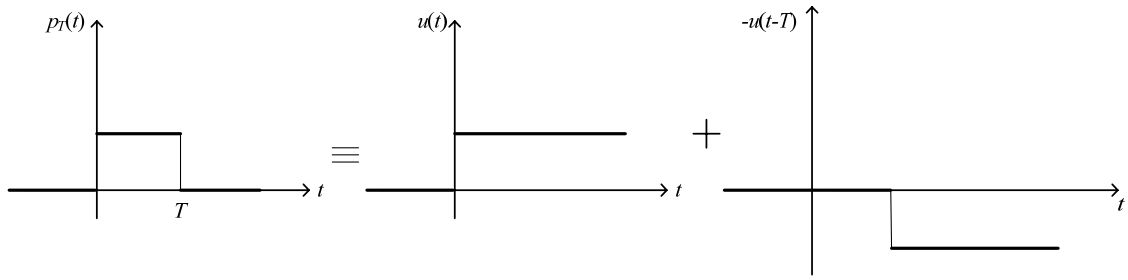


شکل ۳–۸ مدار معادل برای مدار شکل ۳–۷

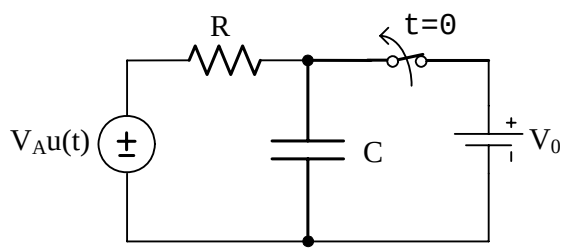
۳–۴ پاسخ کامل[1] مدار RL و RC به تحریک پله واهمیت پاسخ طبیعی

در بخش پیشین بررسی نمودیم که در یک مدار RL و RC که مقداری انرژی ذخیره شده داشته باشیم ولتاژ جریان شاخه‌ها چگونه تغییر می‌یابند که برای این منظور معادله دیفرانسیل اولیه (رابطه (۳–۱)) به فرم همگن درآمد. در این بخش مجدداً به شکل ۳–۱ و معادله دیفرانسیل مربوطه باز می‌گردیم و مدار را در حالت کلی‌تر که هم شرایط اولیه و هم تحریک خارجی (منبع نابسته انرژی) داریم مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای این منظور تحریک پله را در نظر می‌گیریم یعنی منبع نابسته در لحظه $t=0$ به مدار اعمال می‌شود. بررسی رفتار مدار در پاسخ به تحریک پله از جایگاه ویژه‌ای در تئوری مدارهای الکتریکی برخوردار است که بحث آن در آینده روشن خواهد شد. از لحاظ عملی نیز از آنجا که پس از طراحی مدار و ساخت آن، در یک زمان منبع نابسته به آن وصل می‌شود و یا در بسیاری از کاربردهای عملی مواجه با تحریک پالسی (شکل ۳–۹) هستیم، که در هر دو حالت قابل بیان بوسیله تابع پله می‌باشند، پاسخ پله از اهمیت خاصی برخوردار است.

[1] Complete response



شکل ۳-۹ تحریک پالسی و تجزیه آن به دو تابع پله



شکل ۳-۱۰ مدار RC در حالتی که هم ولتاژ اولیه و هم تحریک خارجی داریم.

همچنین تابع پله و یا پالس توابعی هستند که با تقریب بسیار خوبی در آزمایشگاه قابل تولید می‌باشند. در حالتی که درست قبل از اعمال منبع نابسته، انرژی اولیه روی خازن ذخیره شده است می‌توان به طور مثال مداری به فرم شکل ۳-۱۰ را متصور شد. حال با معادله $v(t)+RC\frac{dv(t)}{dt}=V_A u(t)$ مواجه هستیم. پاسخ $v(t)$ در این حالت را که هم شرایط اولیه و هم یک تحریک خارجی داریم پاسخ کامل می‌گویند. برای حل چنین معادله‌ای یک روش آن است که بگوییم انرژی ذخیره شده در خازن خود قابل مدل سازی با تحریک و یا منبع نابسته است و در نتیجه چون مدار خطی است از قضیه جمع آثار استفاده نمائیم. یک بار تحریک خارجی را اعمال نمائیم و شرایط اولیه را صفر بگیریم و بار دیگر اثر تحریک خارجی را از بین ببریم و پاسخ به انرژی ذخیره شده را بیابیم سپس پاسخها را جمع نمائیم. در ضمیمه این فصل این نوع مدل‌سازی بیان شده است.

یک روش دیگر حل آن است که بگوییم وقتی یک تحریک خارجی به مدار اعمال می‌شود به طور حسی ولتاژها و جریانهای شاخه‌ها در نهایت فرم زمانی تحریک خارجی را به خود می‌گیرند. بنابراین پاسخ را

حاصل جمع دو بخش در نظر می‌گیریم: $v(t)=v_N(t)+v_F(t)$ که $v_N(t)$ همان فرم پاسخ طبیعی را دارد و $v_F(t)$ پاسخ اجباری[1] میباشد، یعنی در نهایت ولتاژ خازن به اجبار و به تبعیت از ورودی این فرم زمانی را به خود می‌گیرد. در درس معادلات دیفرانسیل به $v_F(t)$ پاسخ خصوصی و به $v_N(t)$ پاسخ همگن و یا پاسخ عمومی (زیرا در بدست آوردن آن سمت راست معادله را صفر کرده و معادله دیفرانسیل همگن را حل می‌نمائیم) گفته می‌شود. بنابراین:

(۳-۳)

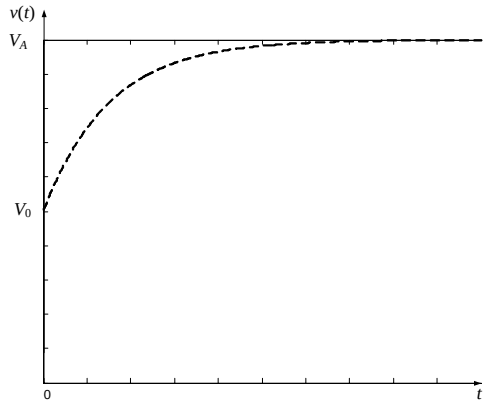
$$\left.\begin{array}{l} v_N(t)+RC\dfrac{dv_N(t)}{dt}=0 \Rightarrow v_N(t)=Ke^{-t/RC}\ ;\ t\geq 0 \\ v_F(t)+RC\dfrac{dv_F(t)}{dt}=V_A \Rightarrow v_F(t)=V_A \end{array}\right\} \Rightarrow v(t)=V_A+Ke^{-t/RC}\ ;\ t\geq 0$$

حال شرایط اولیه را اعمال می‌نمائیم. باید توجه داشت که شرایط اولیه در نظر گرفته شده درست در لحظه پس از اعمال تحریک یعنی $t=0$ می‌باشد چرا که معادله دیفرانسیل کامل نوشته شده معادله KVL برای زمانهای $t>0$ می‌باشد. به این صورت داریم:

$$V_0=V_A+K \Rightarrow v(t)=(V_0-V_A)e^{-t/RC}u(t)+V_Au(t) \qquad (۴-۳)$$

به این ترتیب پاسخ به شکل ۳-۱۱ می‌باشد ($V_A>V_0$ فرض شده است) بنابراین ولتاژ خازن در نهایت فرم تحریک ورودی را به خود گرفته است. در $t\to\infty$ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت صفر است و جریان مقاومت و خازن صفر خواهد شد. در بحث فوق توجه به دو نکته ضروری است. اول آنکه درست پیش و پس از $t=0$ ولتاژ خازن را V_0 در نظر گرفتیم. اصولاً ولتاژ خازن و یا جریان سلف کمیاتی پیوسته‌اند و باز و بسته شدن کلید تأثیری در آنها ندارد (در ارتباط با حالات خاصی که ممکن است جهش داشته باشند در درس تئوری مدارهای الکتریکی بحث خواهد شد).

[1] Forced response



شکل ۳-۱۱ پاسخ کامل ولتاژ در مدار شکل ۳-۱-الف با تحریک پله

نکته دیگر آنکه اگر شرایط اولیه در مدار نداشته باشیم $(V_0 = 0)$ نباید چنین تصور شود که در روش فوق فقط پاسخ خصوصی می‌ماند. واضح است که از لحاظ فیزیکی نیز این بحث صحیح نیست چرا که با توجه به ماهیت ورودی ولتاژ خازن بایستی به صورت پیوسته تغییر یابد و نمی‌تواند ناگهانی به مقدار نهایی خود جهش یابد (به دلیل وجود مقاومت) و اگر دقت نمائیم برای محاسبه K از بررسی پاسخ کامل در $t = 0$ بهره جستیم. تفسیر بیشتر این موضوع به این صورت است که خازن در ابتدا دارای پتانسیل صفر می‌باشد پس اعمال ورودی در لحظه $t = 0$ معادل با قرارگرفتن اختلاف پتانسیل V_A در روی مقاومت R و ایجاد جریان $\frac{V_A}{R}$ می‌باشد که این جریان موجب تجمع تدریجی بار روی خازن خواهد شد. البته به دلیل پیوستگی ولتاژ در $t = 0$ ، $v(0^+) = 0$ خواهد بود که با جایگذاری به K=-V_A می‌رسیم و جواب نهایی در این حالت $v(t) = V_A(1 - e^{-t/RC})u(t)$ می‌باشد. در این حالت که شرایط اولیه در مدار نداریم پاسخ مدار به تحریک پله را پاسخ پله می‌گوییم.

مطلب دیگر آن است که اگر در عبارت پاسخ کامل دقت کنیم یک بخش مربوط به تابع زمانی $(V_0 - V_A)e^{-t/RC}$ می‌باشد که پس از گذشت $5T_C$ از بین میرود و در نهایت آنچه می‌ماند $v_F(t)$ است.

بنابراین می‌توان گفت که پاسخ کامل حاصل جمع دو بخش پاسخ گذرا[1] و پاسخ حالت دائمی[2] است. نکته جالب آنست که در پاسخ گذرا هم شرایط اولیه و هم تحریک خارجی تأثیر می‌گذارند. در حالی که در پاسخ حالت دائمی در اینجا ولتاژ اولیه بی‌تأثیر است ولی می‌توان مداراتی را مطرح نمود که پاسخ حالت دائمی متأثر از شرایط اولیه نیز باشد (نمونه‌های آن در درس تئوری مدارهای الکتریکی مطرح خواهد گردید). اگر پاسخ کامل بدست آمده را به فرم

$$v(t) = V_0\, e^{-t/RC} u(t) + V_A (1 - e^{-t/RC}) u(t) \qquad (۵-۳)$$

بنویسیم می توان تفسیر دیگری را از پاسخ مطرح نمود که عملاً راه حل دیگری برای حل معادله دیفرانسیل است. در این حالت یک ترم در پاسخ فقط متأثر از ولتاژاولیه است و ترم دیگر فقط متأثر از تحریک خارجی. به این ترتیب پاسخ کامل حاصل جمع پاسخ ورودی صفر[3] و پاسخ حالت صفر[4] است (برخی مراجع پاسخ حالت صفر را پاسخ اجباری می‌نامند). پاسخ ورودی صفر همان پاسخ طبیعی می‌باشد (پاسخ ورودی صفر عملاً پاسخ مدار به ورودیهای اعمالی قبل از لحظه $t = 0$است که بصورت شرایط اولیه (انرژی ذخیره شده) در مدار تجلی یافته است). مزیت روش اخیر این است که پاسخها کاملاً جدا بدست می‌آید یعنی لازم نیست $v(0^+)$ را بیابیم و سپس ضریب مجهول (K) را بدست آوریم بلکه در محاسبه پاسخ ورودی صفر شرایط اولیه همان $v(0^-)$ (یعنی درست قبل از اعمال ورودی) و یا V_0 است و ورودی را نیز در نظر نمی‌گیریم (سمت راست معادله دیفرانسیل را صفر می‌کنیم) و در محاسبه پاسخ حالت صفر شرایط اولیه را صفر قرار می‌دهیم (در این حالت ورودی را در نظر می‌گیریم). این روش در واقع همان قضیه جمع آثار است که قبلاً به شکلی دیگر اشاره گردید.

---

[1] Transient response
[2] Steady-state response
[3] Zero-input response
[4] Zero-state response

نکته جالب آنکه همان فرکانس طبیعی مطرح شده در پاسخ طبیعی در پاسخ حالت صفر نیز ظاهر شده است. بنابراین اهمیت پاسخ طبیعی و فرکانسهای طبیعی فقط دراین نیست که مشخص کند انرژی ذخیره شده در مدار چگونه برروی شاخه‌های مدار ظاهر می‌شود بلکه در توزیع انرژی اعمال شده از خارج (توسط منابع نابسته) نیز مؤثر است. در واقع باید گفت که پاسخ طبیعی در پاسخ حالت صفر هم تأثیر مستقیم دارد. چرا که وقتی یک تحریک خارجی را به مدار اعمال می‌نمائیم می‌توانیم بگوییم با گذشت زمان مرتباً انرژی در المانهای ذخیره کننده انرژی ذخیره می‌شود و بنابراین می‌توان پاسخ مدار در این حالت را معادل با پاسخ مداری دانست که در لحظه دلخواه t_0، انرژی اولیه‌ای دارد و یک تحریک نیز (که همان تابع زمانی مربوط به تحریک ورودی است) به آن اعمال شده است و بنابراین باز هم پاسخ طبیعی و یا پاسخ ورودی صفر خود را نشان می‌دهد.

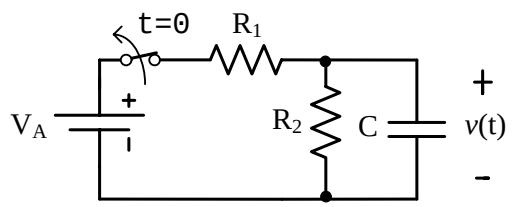
*روش دیگری را نیز می‌توانیم برای یافتن پاسخ معادله دیفرانسیل مطرح نمائیم. رابطه (۳-۵) را می‌توان به فرم ذیل نوشت:

$$v_C(t) = (v_C(0) - v_C(\infty))e^{-t/RC} + v_C(\infty)$$

در این روش حل، ضرائب با عنایت به شرایط حدی مدار تعیین می‌شود. یافتن ثابت زمانی مانند گذشته است (حل معادله مشخصه) ولی برای یافتن مقادیر اولیه و نهایی چنین رفتار می‌کنیم که در یک مدار RC و RL پس از گذشت $5T_C$ مدار به حالت دائمی خود رسیده است که در این حالت اگر تحریک dc باشد، خازن اتصال باز (چرا که جریان آن به صفر رسیده) و سلف اتصال کوتاه (زیرا ولتاژ آن به صفر رسیده است) می‌باشد و به این ترتیب با قرار دادن اتصال باز و اتصال کوتاه متناظر با خازن و سلف می‌توانیم ولتاژ اتصال باز و جریان اتصال کوتاه را بیابیم، که در واقع شرایط حدی در $t \to \infty$ است. برای یافتن شرایط اولیه نیز به طور مشابه رفتار می‌کنیم. از آنجا که شرایط اولیه معمولاً ناشی از وضعیتهای دیگری در مدار بوده که در $t = 0$ تغییر کرده است بایستی وضعیتهای حالت دائمی را برای

$t<0$ در نظر بگیریم و در نتیجه شرایط نهایی در وضعیت گذشته ($t<0$) شرایط اولیه برای وضعیت جدید ($t>0$) خواهد بود. البته در این بحث فرض شده است که مدار در وضعیت $t<0$ به مدت کافی بوده است.

***مثال ۳-۳** هدف یافتن $v(t)$ در مدار ۳-۱۲ است. فرض نمائید که کلید برای مدت کافی بسته بوده است و در $t=0$ باز می‌شود.



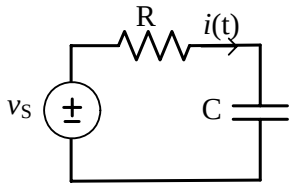
شکل ۳-۱۲ مدار مربوط به مثال ۳-۳

حل- طبق بحث اخیر کافی است $v(\infty)$ را در وضعیت باز کلید و سپس وضعیت بسته کلید بیابیم:

$$Switch\ open: v(\infty)=0\ ,\ \ Switch\ closed: v(\infty)=V_A\frac{R_2}{R_1+R_2}\equiv S\ open: v(0)=V_A\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

$$\Rightarrow v(t)=V_A\frac{R_2}{R_1+R_2}e^{-t/RC}u(t)$$

***مثال ۳-۴** در مدار شکل ۳-۱۳ که ساده شده یک مدار الکترونیکی میباشد $v_S(t)=V_A\big(u(t)-u(t-T)\big)$ که در آن $V_A=5v, T=10ns$ می‌باشد. حضور پالس موقعی تشخیص داده می‌شود که $v(t)>3.7v$ باشد. اگر $RC=10ns$ باشد آیا حضور پالس تشخیص داده می‌شود (ولتاژ اولیه خازن صفر است)؟



شکل ۳-۱۳ مدار مربوط به مثال ۳-۴

حل- در اینجا ابتدا یک ورودی $v_{S1}(t)=5u(t)$ به مدار اعمال می‌گردد و سپس وضعیت مدار پس از زمان T تغییر می‌یابد. از آنجا که $T=10ns<<5RC$ لذا در وضعیت اول مدار به حالت دائمی خود نمیرسد. می‌توان گفت در لحظه $t=T$ ولتاژی برای خازن وجود خواهد داشت که از آن لحظه به بعد مدار به فرم یک مدار RC با آن ولتاژ اولیه و بدون تحریک خواهد بود.

روش دیگر آن است که بگوئیم به مدار دو ورودی اعمال می‌شود یکی $v_{S1}(t)=5u(t)$ و دیگری $v_{S2}(t)=-5u(t-T)$ و پاسخ حاصل جمع خروجیهای دو مرحله است. در واقع در این روش از قضیه جمع آثار بهره می‌بریم. بنابراین:

$$v_1(t)=V_A(1-e^{-t/RC})u(t)=5(1-e^{-10^8 t})u(t)$$

$$v_2(t)=-V_A(1-e^{-(t-T)/RC})u(t-T)=-5(1-e^{-10^8(t-10^{-8})})u(t-T)=-v_1(t-T)$$

طبق قضیه جمع آثار داریم: $v(t)=v_1(t)+v_2(t)$

از آنجا که در $t=10ns$، $v_1(t)$ به مقدار 3.16 میرسد و از آنجا که از این لحظه به بعد $v_2(t)$ نیز با $v_1(t)$ جمع می‌شود چون $v_2(t)$ منفی است پس ماکزیمم $v_1(t)$ در $t=T$ اتفاق می‌افتد که همان 3.16 است پس حضور پالس تشخیص داده نمی‌شود. اگر T افزایش یابد امکان تشخیص حضور پالس وجود خواهد داشت.

برای این منظور بایستی داشته باشیم: $5(1-e^{-10^8 t})>3.7 \Rightarrow T>1.347\times10^{-8}$

بنابراین اگر $T=13.5ns$ باشد پالس اعمالی توسط مدار تشخیص داده می‌شود.

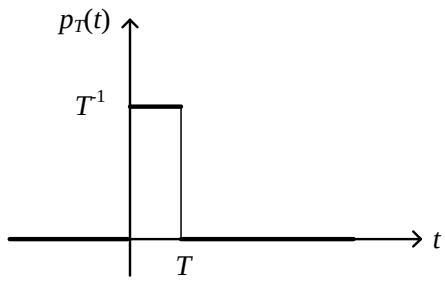
در مورد مدار RL نیز بحثهای کاملا مشابهی قابل طرح است. در این حالت نیز در حالت کلی که جریان اولیه $I_\circ$ در سلف باشد و تحریک پله $I_A u(t)$ را به عنوان منبع نابسته جریان داشته باشیم، پاسخ کامل برابر است با:

$$i(t) = I_0 e^{-t/G_N L} u(t) + I_A (1 - e^{-t/G_N L}) u(t) \qquad (۶-۳)$$

به طور مشابه می‌توان در مورد پاسخهای گذرا، حالت دائمی، و غیره نیز.بحث نمود.

*۳-۴-۱ پاسخ ضربه برای مدارهای RL و RC

یکی از تحریکات ورودی که از لحاظ بحثهای تئوری ارزش بسیار زیادی دارد تحریک ضربه است. تابع ضربه به صورت حدی تعریف می‌شود یعنی:

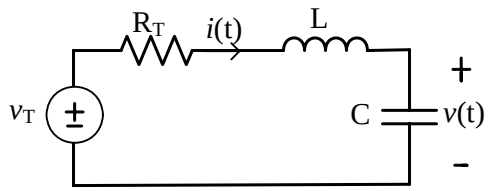


شکل ۳-۱۴ تابع پالس با مساحت واحد

$$\delta(t) = \lim_{T \to 0} p_T(t) \qquad (۷-۳)$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود تابع ضربه دارای مساحت واحد می‌باشد و این ویژگی مهم آن است. همچنین می‌توان نشان داد که تابع ضربه عملاً مشتق تابع پله است. تابع ضربه را یک تابع ویژه می‌گویندو اصولاً یک تابع قابل ساخت در عمل نیست ولی به دلیل کاربردهای تئوریک فراوانی که دارد مورد اهمیت ویژه‌ای است. ویژگیهای تابع ضربه و پاسخ ضربه (پاسخ مدار بدون شرایط اولیه به تحریک ضربه) در درس تئوری مدارهای الکتریکی و درس سیگنالها و سیستمها بحث خواهد گردید. در اینجا به طور مختصر راجع به پاسخ ضربه بحث می‌کنیم. تابع ضربه در واقع تحریکی است که بعد از $t = 0^-$ شروع می‌شود و تا قبل از $t = 0^+$ از بین می‌رود. بنابراین با اعمال آن به یک مدار RC سری بدون انرژی ذخیره شده مانند آن است که در زمان بسیار کوتاهی انرژی به مدار منتقل گردد، که بخشی از این

انرژی در مقاومت تلف می‌شود و بخشی دیگر نیز در خازن ذخیره می‌شود. بنابراین اگر $v(0^+)$ را بیابیم می‌توانیم بگوییم برای زمانهای $t > 0^+$ که دیگر ورودی ضربه از بین رفته است مدار RC با انرژی ذخیره شده در خازن تحریک خواهد گردید. در واقع هنگام تحریک ضربه یکی از مواردی است که ولتاژ خازن جهش پیدا می‌کند و پیوستگی آن حفظ نمی‌شود (توجه نمائید که تابع ضربه یک تابع قابل ساخت نیست). در واقع با اعمال تحریک ضربه جریان ناگهانی بسیار زیادی (بصورت ضربه) در مدار ایجاد می‌شود که منجر به ایجاد انرژی در روی خازن و یا ولتاژ اولیه روی آن می‌شود. برای یافتن پاسخ ضربه روشهای متعددی مانند یافتن پاسخ مدار به تحریک پالس (مانند مثال مطرح شده) و سپس حدگیری از پاسخ و یا استفاده از مشتق پاسخ پله وجود دارد که در اینجا به آن نمی‌پردازیم.



شکل ۳-۱۵ مدار RLC سری

۳-۵ مدار مرتبه دوم RLC سری و RLC موازی

در بخش پیشین مداراتی که حاوی یک سلف یا یک خازن بود بررسی گردید و مشاهده نمودیم که در این حالت که تعداد المانهای ذخیره کننده انرژی مستقل یک می‌باشد معادله KVL و یا KCL منجر به یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول می‌شود. در این بخش مداراتی که حاوی دو المان مستقل ذخیره کننده انرژی است مورد بررسی قرار می‌گیرند. از آنجا که تعداد زیادی مدار در این زمره می‌گنجد دو مدار کلاسیک RLC سری و RLC موازی مورد بررسی مختصر قرار می‌گیرند. از آنجا که مفاهیم مربوط به پاسخ مدار را در بخش قبل به طور کامل توضیح دادیم در این بخش معادله دیفرانسیل مربوطه را به طور

مختصر مطرح می‌نمائیم. همچنین در اینجا نیز مدار RLC سری که متشکل از دو المان سری C,L و مدار معادل تونن برای سایر قسمتها (که البته از مقاومتهای خطی و منابع نابسته تشکیل یافته است) می‌باشد را به طور کامل‌تر مطرح می‌نمائیم و مدار RLC موازی یعنی حالتی که دو المان موازی C,L و مدار معادل نورتن برای سایر قسمتها را داریم مختصراً بررسی می‌نمائیم. ضمناً در خلال بحث پاسخ کامل به تحریک پله را نیز مورد بررسی قرار می‌دهیم. مدار شکل ۳–۱۵ را در نظر می‌گیریم. اگر معادله KVL را برحسب ولتاژ خازن بنویسیم خواهیم داشت:

(۳–۸)

$$v_T(t) = v_{R_T}(t) + v_L(t) + v_C(t)\ ,\ v_C(t) = v(t),$$
$$v_{R_T}(t) = R_T i(t) = R_T C\frac{dv(t)}{dt},\ v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} = LC\frac{d^2v(t)}{dt^2}$$
$$\Rightarrow v_T(t) = v(t) + R_T C\frac{dv(t)}{dt} + LC\frac{d^2v(t)}{dt^2}$$

بنابراین مشاهده می‌شود که به یک معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم با ضرایب ثابت میرسیم. اگر معادله KVL را برحسب متغیر $i(t)$ بنویسیم به یک معادله انتگرال–دیفرانسیل می‌رسیم که باز هم با اعمال یک مشتق به یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم منجر می‌شود. نظر به مشابهت دو معادله متغیر را همان $v(t)$ در نظر می‌گیریم. واضح است که با یافتن $v(t)$ سایر متغیرها نیز بدست می‌آید. ضمناً در اینجا دو المان ذخیره کننده انرژی داریم. بنابراین $i(t),v(t)$ که یکی ولتاژ خازن و دیگری جریان سلف می‌باشد در هر لحظه از زمان حالتهای مدار را مشخص می‌کنند که در اصطلاح آنها را متغیرهای حالت گوئیم. بنابراین در اینجا که دو المان مستقل ذخیره کننده انرژی داریم تعداد متغیرهای حالت نیز دو می‌باشد. در این مدار فرض می‌کنیم که انرژی اولیه برروی المانهای C,L ذخیره شده است. بطوری که:

$$.v_C(0^+) = v_C(0^-) = V_0\ ,\ i_L(0^+) = i_L(0^-) = I_0$$

باید توجه داشت که در اینجا نیز ولتاژ خازن و جریان سلف به دلیل پیوستگی در $0^+,0^-$ یکی می‌باشند.

با توجه به سری بودن المانهای سلف و خازن و ارتباط بین جریان و ولتاژ خازن داریم:

$$\frac{dv_C(0^-)}{dt}=\frac{dv_C(0^+)}{dt}=\frac{I_0}{C}$$

حال مشابه با مطالب بخش گذشته پاسخ را حاصل جمع دو پاسخ ورودی صفر و پاسخ حالت صفر می‌دانیم و ابتدا پاسخ طبیعی یعنی پاسخ ورودی صفر را بدست می‌آوریم. برای این منظور معادله همگن روبرو را در نظر می‌گیریم:

$$v(t)+R_TC\frac{dv(t)}{dt}+LC\frac{d^2v(t)}{dt^2}=0$$

در اینجا $v(t)$ بایستی به فرم تابع زمانی ke^{st} باشد تا مشقات آن هم چنین شکلی را داشته باشند. با جایگذاری در معادله داریم (واضح است که حالت k=0 یک جواب بدیهی است که با عنایت به شرایط اولیه در معادله صدق نمی‌کند):

$$ke^{st}(LCs^2+R_TCs+1)=0 \Rightarrow LCs^2+R_TCs+1=0 \qquad (۹-۳)$$

این همان معادله مشخصه می‌باشد که با جایگذاری اپراتور $\frac{d}{dt}$ با s و حذف متغیر $v(t)$ از معادله دیفرانسیل قابل حصول است. این معادله در حالت کلی دو ریشه دارد که بر حسب دلتای معادله سه حاالت مختلف را تمیز می دهیم.

حالت A: $(R_TC)^2-4LC>0$ که در نتیجه دو ریشه حقیقی غیر مساوی داریم و هر دو نیز منفی می‌باشند.

$$s_1=-\alpha_1, s_2=-\alpha_2$$

حالت B: $(R_TC)^2-4LC=0$ که در نتیجه دو ریشه حقیقی منفی و برابر خواهیم داشت (ریشه مضاعف).

$$s_1=s_2=-\alpha$$

حالت C: $(R_T C)^2 - 4LC < 0$ که در نتیجه دو ریشه مزدوج مختط خواهیم داشت.

$$s_1 = -\alpha - j\beta \quad , \quad s_2 = -\alpha + j\beta$$

در نتیجه دو جواب $k_1 e^{s_1 t}$, $k_2 e^{s_2 t}$ بدست می‌آید که پاسخ را بایستی ترکیب خطی آنها بدانیم. یعنی:

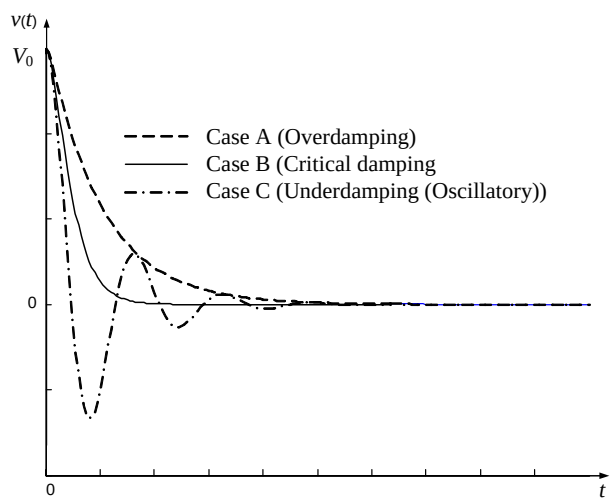
$$v(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} \qquad (۱۰-۳)$$

در اینجا نیز شکل زمانی توابع توسط s_2, s_1 تعیین می‌شوند که ریشه‌های معادله مشخصه می‌باشند. بنابراین آنچه پاسخ طبیعی و یا به عبارتی دیگر فرکانسهای طبیعی (s_2, s_1) را مشخص می‌نماید مقادیر المانها و چیدمان آنهاست. ضرائب k_2, k_1 با استفاده از ولتاژ اولیه و جریان اولیه بدست می‌آید:

$$V_0 = k_1 + k_2 \, , \, \frac{I_0}{C} = k_1 s_1 + k_2 s_2 \qquad (۱۱-۳)$$

با جایگذاری k_2, k_1 و s_2, s_1 پاسخ $v(t)$ در حالتهای متفاوت بدست می‌آید:

حالت A: $v(t) = (k_1 e^{-\alpha_1 t} + k_2 e^{-\alpha_2 t})u(t)$ ، حالت B: $v(t) = (k_1 e^{-\alpha t} + k_2 t e^{-\alpha t})u(t)$

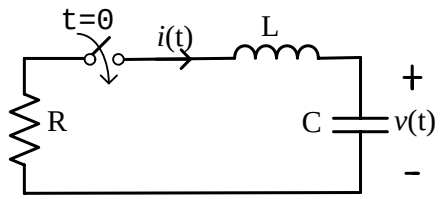


شکل ۳-۱۶ پاسخ طبیعی ولتاژ در مدار شکل ۳-۱۵

حالت C: $v(t) = (k_1 e^{-\alpha t} \cos\beta t + k_2 e^{-\alpha t} \sin\beta t)u(t)$

در یافتن پاسخ در حالت (C) از رابطه اولر ($e^{j\beta} = \cos\beta + j\sin\beta$) استفاده نموده‌ایم. واضح است که s, β, α که در t ضرب شده‌اند بایستی واحد معکوس ثانیه و یا هرتز را داشته‌باشند. بنابراین آنها از نوع فرکانس می‌باشند. در حالت کلی s فرکانس مختلط، α فرکانس نپر و β فرکانس رادیویی می‌باشند. اگر منحنی $v(t)$ را رسم نمائیم به صورت شکل ۳-۱۶ در می‌آید.

همانطور که ملاحظه می‌شود در تمام حالات یک ترم $e^{-\alpha t}$ داریم که $t \to \infty$ به سمت صفر می‌رود و می‌توان نتیجه گرفت که ولتاژ خازن در نهایت به صفر می‌رسد. البته چنین انتظاری داریم زیرا با عنایت به وجود مقاومت R به تدریج انرژی‌های ذخیره شده در خازن و سلف در مقاومت به حرارت تبدیل می‌شود تا در نهایت هیچ انرژیی در مدار باقی نماند. حالت A را در اصطلاح میرائی شدید گوئیم. حالت B را میرائی بحرانی و حالت C را میرائی ضعیف گوئیم. در حالت آخر میرائی به حدی ضعیف است که نمی‌تواند جلوی نوسان را بگیرد.



شکل ۳-۱۷ مدار مربوط به مثال ۳-۵

مثال ۳-۵ در مدار شکل ۳-۱۷ اگر کلید در $t = 0$ بسته شود و $V_0 = 15v,\ I_0 = 0A,\ C = 0.25\mu F,\ L = 1H$، در حالتهای $R = 1k\Omega, 4k\Omega, 8.5k\Omega$ ، $v(t)$ را بیابید.

حل- حالت ۱: اگر $R = 8.5k\Omega$ حالت A را خواهیم داشت و $s_2 = -8000, s_1 = -500$. با استفاده از شرایط اولیه داریم: $k_2 = 16, k_1 = -1$ در نتیجه:

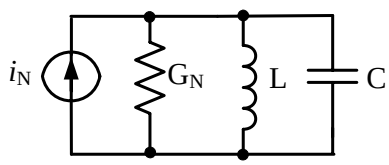
$$v(t) = (16e^{-500t} - e^{-8000t})u(t)$$

حالت ۲: اگر $R = 4k\Omega$ حالت B را خواهیم داشت و $s_2 = s_1 = -200$. با استفاده از شرایط اولیه داریم: $k_2 = 2000 \times 15, k_1 = 15$ در نتیجه:

$$v(t) = (15e^{-2000t} + 15 \times 2000\, t\, e^{-2000t})u(t)$$

حالت ۳: اگر $R = 1k\Omega$ حالت C را خواهیم داشت و $s_1, s_2 = -500 \pm j500\sqrt{15}$. با استفاده از شرایط اولیه داریم: $k_2 = \sqrt{15}, k_1 = 15$ در نتیجه:

$$v(t) = (15e^{-500t}\cos(500\sqrt{15}t) + \sqrt{15}\, e^{-500t}\sin(500\sqrt{15}t))u(t)$$



شکل ۳–۱۸ مدار RLC موازی

حال یک مدار RLC موازی مانند شکل ۳–۱۸ را در نظر می‌گیریم. در این حالت نیز به معادله $i_L(t) + G_N L\frac{di_L(t)}{dt} + LC\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} = i_N(t)$ می‌رسیم. در واقع همان بحثهای قبلی با اعمال تغییرات مناسب و جایگذاری v_C با i_L، C با L، L با C، R_T با G_N، و v_T با i_N به همان نتایج قبلی می‌رسیم که از توضیح آن صرفنظر می‌نمائیم.

پاسخ پله مدار RLC از حل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم $a_0 y(t) + a_1\frac{dy(t)}{dt} + a_2\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = Au(t)$ در حالت کلی بدست می‌آید که با تعریف مناسب ضرائب a_i می‌توانیم به هر کدام از مدارات RLC سری یا موازی برسیم. در اینجا نیز همان بحثهای بخش پیش در ارتباط با روشهای حل معادله دیفرانسیل مانند پاسخ همگن و پاسخ اجباری و پاسخ حالت صفر و پاسخ ورودی صفر قابل طرح می‌باشد.

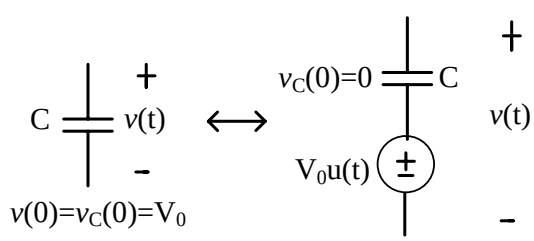
نکته مهم آن است که اگر در این مدار $R=0$ باشد یک نوسانی خالص خواهیم داشت و فرکانس طبیعی در این حالت دقیقاً مفهوم حسی فرکانس را دارد. باید توجه داشت که این حالت مانند پاندول یا تابی می‌ماند که در حالت نوسان است و اگر هیچ عامل اصطکاکی نباشد به نوسان خود ادامه می‌دهد. حال اگر با همین آهنگ نوسان انرژی وارد کنیم مرتباً دامنه نوسان افزایش می‌یابد تا در نهایت یک ناپایداری و ویرانی را خواهیم داشت. جالب آن است که در حالت عدم اصطکاک، اعمال هر تحریک ورودی منجر به همین نوسان خواهد شد ضمن آنکه اثری از ورودی را نیز در خروجی خواهیم دید.

***ضمیمه: نحوه مدل‌سازی شرایط اولیه با منابع نابسته**

در بخش ۳-۴ مطرح نمودیم که برای یافتن پاسخ کامل می‌توانیم شرایط اولیه را با منابع نابسته مدل نمائیم و سپس از قضیه جمع آثار استفاده کنیم. این موضوع را می‌توان چنین در نظر گرفت که یک خازن با ولتاژ اولیه V_0 را می‌توان حاصل سری همان خازن بدون ولتاژ اولیه و یک منبع V_0 که از لحظه $t=0$ به بعد وجود دارد در نظر گرفت (شکل ۳-۱۹). علت نیز واضح است . کافی است نشان دهیم جریان و ولتاژ این دو شاخه برای $t \geq 0$ همواره یکی است.

KVL در شاخه سمت چپ: $v(t)=\frac{1}{C}\int_0^t i(t')dt'+v(0^-)=\frac{1}{C}\int_0^t i(t')dt'+V_0 \;\; ; \;\; t \geq 0$

KVL در شاخه سمت راست: $v(t)=V_0u(t)+\frac{1}{C}\int_0^t i(t')dt'; \; t \geq 0$

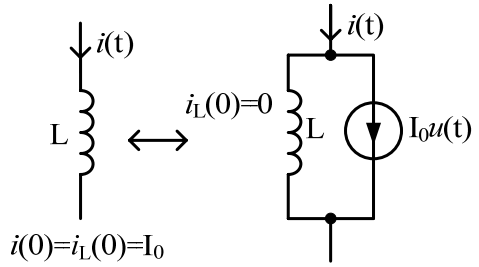


شکل ۳-۱۹ مدل‌سازی یک خازن با ولتاژ اولیه با یک خازن بدون ولتاژ اولیه و یک منبع نابسته ولتاژ

بنابراین مشاهده می‌شود که با $i(t)$ یکسان، $v(t)$ در دو حالت برابر می‌باشد. بنابراین هرگاه یک خازن با ولتاژ اولیه داشته باشیم می‌توان آنرا با شاخه سمت راست در شکل ۳-۱۹ که از یک خازن بدون ولتاژ اولیه تشکیل یافته است جایگزین نمائیم. همین مطلب در مورد سلف نیز صحیح است (شکل ۳-۲۰).

KCL در شاخه سمت چپ: $i(t)=\frac{1}{L}\int_0^t v(t')dt'+i(0^-)=\frac{1}{L}\int_0^t v(t')dt'+I_0 \;\; ; \;\; t\geq 0$

KCL در شاخه سمت راست: $i(t)=I_0u(t)+\frac{1}{L}\int_0^t v(t')dt'; \; t\geq 0$



شکل ۳-۲۰ مدل‌سازی یک سلف با جریان اولیه با یک سلف بدون جریان اولیه و یک منبع نابسته جریان

مراجع

[1] R. E. Thomas and A. J. Rosa, *The analysis and design of linear circuits*, John Wiley & Sons, 4th Ed., 2003.

[2] R. J. Smith and R. C. Dorf, *Circuits, devices and systems*, John Wiley & Sons, 5th Ed., 2002.

[۳] *نظریه اساسی مدارها و شبکه‌ها*، ترجمه و تکمیل: دکتر پرویز جبه‌دار ، انتشارات دانشگاه تهران، ویرایش دوم، ۱۳۸۰.

فصل ۴: تحلیل AC مدارهای الکتریکی در حالت دائمی

۴-۱ مقدمه

در فصل گذشته در ارتباط با پاسخ کامل برای یک مدار خطی بحث نمودیم و دیدیم که پاسخ کامل حاصل جمع پاسخ ورودی صفر (پاسخ طبیعی) و پاسخ حالت صفر می‌باشد که پاسخ طبیعی متأثر از انرژی ذخیره شده و ماهیت المانهای مدار است و معمولاًدر مدارات پایه (مانند مدارات پسیو که المان مقاومتی دارند) به سمت صفر می‌رود و آنچه می‌ماند (پاسخ حالت دائمی یا ماندگار) بخشی از پاسخ حالت صفر است که معمولاًشکل ورودی را به خود می‌گیرد. به عبارتی دیگر دیدیم که می‌توان پاسخ کامل را حاصل جمع پاسخ گذرا و پاسخ حالت دائمی دانست. در این ارتباط پاسخ مدار RC , RL, RLC به تحریک پله را بررسی نمودیم که در این حالت پاسخ حالت دائمی (که همان پاسخ خصوصی معادله دیفرانسیل مربوطه بود) یک مقدار ثابت را به خود می‌گرفت. در این فصل راجع به پاسخ حالت دائمی وقتی که ورودی یک تحریک سینوسی می‌باشد بحث خواهیم نمود که به آن پاسخ AC گفته می‌شود.

۲-۴ پاسخ حالت دائمی به تحریک سینوسی و اهمیت آن

همان طور که در بالا اشاره شد در یک مدار خطی پایدار که پاسخ طبیعی آن در $t \to \infty$ از بین می‌رود (مانند آنچه که در فصل پیشین مشاهده نمودیم) پاسخ حالت دائمی به تحریک سینوسی به فرم سینوسی با همان فرکانس خواهد بود. از آنجا که در این حالت فرکانس یکسان داریم می‌توان از ابزار خاصی جهت تجزیه و تحلیل مدار بهره جست که در بخش بعد به آن می‌پردازیم. در فصل گذشته مختصراً توضیح داده شد که پاسخ پله و پاسخ ضربه از جایگاه ویژه‌ای برخودار است که اولی ارزش عملی فراوان دارد و در دومی از لحاظ تئوری بسیار ارزشمند است و جالب آنکه پاسخ پله و پاسخ ضربه برای یک مدار خطی به هم مرتبط می‌باشند. بحث بیشتر در این ارتباط در درس تئوری مدارهای الکتریکی خواهد آمد. شایان ذکر است که پاسخ حالت دائمی سینوسی نیز از اهمیت و جایگاه ویژه‌ای برخوردار است که به مواردی در این بخش اشاره می‌نماییم. نکته اول آنکه همانگونه که گفته شد پاسخ حالت دائمی سینوسی برای یک مدار خطی که پاسخ طبیعی گذرا دارد باز هم یک سینوسی با همان فرکانس تحریک ورودی ولی با دامنه و فاز متفاوت می‌باشد.

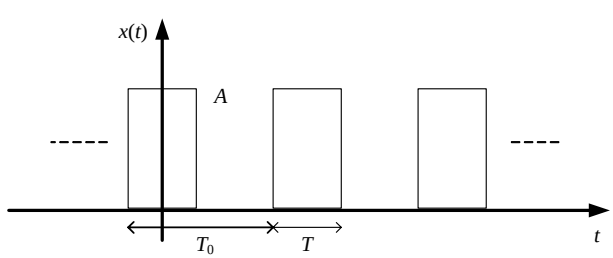
نکته دوم آنکه پاسخ دائمی سینوسی را می‌توان براحتی در آزمایشگاه مشاهده نمود. برای این منظور کافی است یک مولد سیگنال سینوسی را به عنوان منبع نابسته ورودی به مدار مورد نظر اعمال نمائیم و سیگنال خروجی را روی اسیلوسکوپ مشاهده نمائیم و دامنه و اختلاف فاز سیگنال را نسبت به ورودی اندازه‌گیری نماییم وقتی که این عمل را برای همه فرکانسهای تحریک سینوسی اعمال نمائیم با رسم نسبت دامنه سیگنال سینوسی خروجی به دامنه سیگنال سینوسی اعمال شده (خروجی مولد سیگنال) و نیز اختلاف فاز دو سیگنال به منحنیهایی می‌رسیم که در اصطلاح پاسخ فرکانسی نام دارد. دانستن پاسخ فرکانسی از اطلاعات بسیار مفید و کاربردی در مدارهای الکتریکی می‌باشد، چرا که با دانستن آن می‌توان نتیجه گرفت که مدار مزبور چه رفتاری را در فرکانسهای مختلف از خود نشان می‌دهد (در حالت

دائمی). به طور مثال اگر در پاسخ فرکانسی بدست آمده برای یک خروجی از مدار (مثلاً ولتاژ یک شاخه) برخی از محدوده‌های فرکانسی تضعیف شود و برخی عبور داده شود عملاً مدار نقش یک صافی یا فیلتر را بازی می‌کند. فیلترها یکی از بخشهای پرکاربرد در تجزیه و تحلیل و طراحی سیستمهای الکترونیکی می‌باشند.

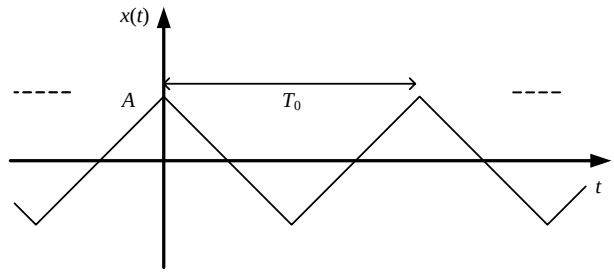
نکته سوم آنکه اگر پاسخ حالت دائمی مدار به تحریکات سینوسی با فرکانسهای متفاوت را بدانیم در بسیاری از موارد می‌توانیم پاسخ حالت دائمی به منابع نابسته دیگر غیر سینوسی را نیز بدست آوریم. در واقع برخی از توابع در ریاضی هستند که بسیاری از توابع ریاضی دیگر قابل بیان بوسیله ترکیب خطی آنها می‌باشند. توابع سینوسی در این میان از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است. این موضوع اساس بحثی را تحت عنوان آنالیز فوریه و سری فوریه مطرح می‌کنند که به طور مفصل در درس سیگنالها و سیستمها به آن پرداخته می‌شود. برای روشن شدن موضوع به مثالهای زیر که می‌توانید با یک برنامه نرم‌افزاری ساده آنها را تست نمائید توجه کنید. (در ضمیمه دستور آزمایش (۱) توضیحات مفیدی آمده است).

مثال ۴-۱

$$x(t) = \frac{AT}{T_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2A}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi T}{T_0}\right) \cos\left(\frac{2n\pi}{T_0} t\right)$$



شکل ۴-۱ شکل موج مربوط به مثال ۴-۱



شکل ۴-۲ شکل موج مربوط به مثال ۴-۲

مثال ۴-۲

$$x(t) = \sum_{\substack{n=1 \\ n:odd}}^{\infty} \frac{8A}{(n\pi)^2} \cos\left(\frac{2n\pi}{T_0} t\right)$$

حال اگر یک منبع نابسته با تابع زمانی مثال ۴-۱ را به یک مدار خطی تغییرناپذیر با زمان اعمال نمائیم با استفاده از قضیه جمع آثار برای مدارات خطی می‌توانیم ورودی را به صورت مجموعه‌ای از ورودی‌ها (با استفاده از مثال ۴-۱) در نظر بگیریم و سپس با استفاده از پاسخ فرکانسی، خروجی نهائی را که عملاً یک ترکیب خطی از توابع سینوسی است (در حالت دائمی) بدست آوریم.

شایان ذکر است که ثابت می‌شود سیگنالهای متناوب را در حالت کلی می‌توان با یک ترکیب خطی از سینوسی‌ها با همان فرکانس (فرکانس سیگنال متناوب) و هارمونیهای آن نوشت که در اصطلاح به آن سری فوریه می گوئیم (البته حالات خاصی وجود دارد که چنین امکانی برای نمایش سیگنال متناوب وجود ندارد.). همچنین برای سیگنالهای غیر متناوب نیز چنین امکانی وجود دارد که در این حالت ترکیب خطی از سینوسی‌ها با فرکانسهای متفاوت (که به صورت پیوسته تغییر می‌کنند) را که در واقع به صورت انتگرال نوشته می‌شود خواهیم داشت که به آن تبدیل فوریه گوئیم. در ارتباط با نحوه برقراری ارتباط بین سیگنال در حوزه زمان و نمایش با سینوسی‌هایی با فرکانسهای متفاوت در درس سیگنالها و سیستمها به طور مفصل بحث خواهد شد. اگر سیگنالی را به این صورت تجزیه نمائیم و پاسخ یک مدار

خطی تغییرناپذیر با زمان به هر یک از تحریکات سینوسی را در همه فرکانسها بدانیم (پاسخ فرکانسی در اختیار باشد) براحتی می‌توانیم با استفاده از قضیه جمع آثار خروجی نهائی را بدست آوریم. این روش یافتن پاسخ که از تجزیه سیگنال به سیگنالهای سینوسی و سپس استفاده از پاسخ فرکانسی بدست می‌آید آنالیز فوریه و یا آنالیز در حوزه فرکانس نام دارد که یکی از ابزار کارا جهت تجزیه و تحلیل و طراحی سیستمها و مدارات الکترونیکی می‌باشد. در واقع در این روش آنالیز بجای اینکه سیگنال را در حوزه زمان در نظر بگیریم آنرا در حوزه فرکانس (یعنی اینکه در تجزیه فوریه مؤلفه‌های فرکانسی دارای چه دامنه و فازی می‌باشند) مورد بررسی قرار می‌دهیم. بنابراین هر سیگنال دارای یک محتوای فرکانسی می‌باشد که طیف آنرا تشکیل می‌دهد. در فصول آتی (به عنوان مثال فصل ۹) نمونه‌هایی از اهمیت روش آنالیز فوق را خواهیم دید. جزئیات بیشتر در این ارتباط در دروس آتی خواهد آمد.

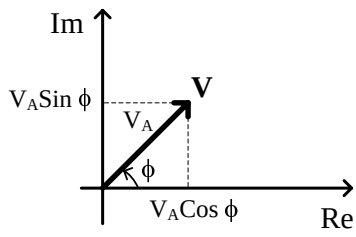
با عنایت به اهمیت پاسخ دائمی سینوسی، در بخش بعد به معرفی ابزاری جهت یافتن پاسخ مزبور بدون حل کامل معادلات دیفرانسیل می‌پردازیم.

۳-۴ نمایش فازوری و آنالیز فازوری[1]

فازور یک مفهوم اساسی در تجزیه و تحلیل حالت دائمی سینوسی است. فازور یک عدد مختلط می‌باشد که دامنه و فاز یک تابع سینوسی را نشان می‌دهد ولی هیچ اطلاعی راجع به فرکانس در اختیار نمی‌گذارد. همان طور که می‌دانیم طبق رابطه اولر داریم:

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \Rightarrow \cos\theta = \mathrm{Re}\left\{e^{j\theta}\right\},\ \sin\theta = \mathrm{Im}\left\{e^{j\theta}\right\}$$

[1] Phasor analysis



شکل ۴-۳ دیاگرام فازوری

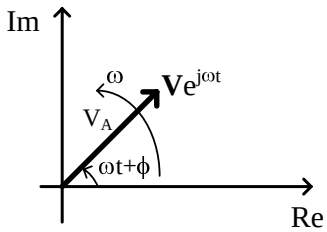
بنابراین اگر یک تابع سینوسی را در نظر بگیریم می‌توانیم بنویسیم:

$$v(t) = V_A \cos(\omega t + \phi) = V_A \operatorname{Re}\left\{e^{j(\omega t+\phi)}\right\} = V_A \operatorname{Re}\left\{e^{j\omega t} e^{j\phi}\right\} = \operatorname{Re}\left\{(V_A e^{j\phi}) e^{j\omega t}\right\} \qquad (۱-۴)$$

حال فازور V متناظر با $v(t)$ را به صورت $\mathbf{V}=V_A e^{j\phi}$ در نظر می‌گیریم. واضح است که با دانستن فازور V و فرکانس ω می‌توانیم $v(t)$ را بدست آوریم. برای نمایش فازور از دیاگرام فازوری که مشخص کننده اندازه و فاز است بهره می‌بریم (شکل ۴-۳). گاهی اوقات فازور V را به صورت $V_A\angle\phi$ نیز نشان می‌دهیم که عملاً فرم قطبی نمایش آن است. همان طور که گفته شد هیچ نوع اطلاعات فرکانسی در فازور وجود ندارد. از آنجا که در یک مدار خطی تغییرناپذیر با زمان پاسخ حالت دائمی تمام متغیرهای مدار به تحریک سینوسی با فرکانس ω، سینوسی با همان فرکانس ω خواهد بود بنابراین اطلاعات فرکانسی لازم نمی‌باشد. نکته دیگر آنکه حذف اطلاعات فرکانسی در فازور همراه با حذف ترم متغیر با زمان است یعنی فازور هیچگونه وابستگی زمانی ندارد. بنابراین می‌توان گفت که آنالیز فازوری روش تجزیه و تحلیل در حوزه زمان نمی‌باشد ولی ارتباط تنگاتنگی با حوزه زمان دارد، چرا که با دانستن V می‌توانیم $v(t)$ را اینچنین بیابیم: $v(t)=\operatorname{Re}\{\mathbf{V}e^{j\omega t}\}=V_A\cos(\omega t+\phi)$

به بیان دیگر می‌توان گفت که اگر می‌خواستیم $v(t)$ را مستقیماً نشان دهیم با دیاگرام شکل ۴-۴ مواجه بودیم که عملاً برداری با سرعت زاویه‌ای ω در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کند و در هر

لحظه مقدار حقیقی آن، $v(t)$ می‌باشد، ولی در بحث فازور در یک لحظه دلخواه تمام بردارهای مربوطه را نگه می‌داریم و آنالیز را انجام می‌دهیم یعنی ارتباط بین بردارهای متفاوت را پیدا می‌کنیم.



شکل ۴-۴ نمایش قطبی عدد مختلط متناظر با $v(t)$

حال به خواص فازور می‌پردازیم. نکته مهمی که بایستی به آن توجه داشت آن است که در خواص ذیل که ترکیبی از فازورها مطرح می‌گردد همواره فرض می‌شود که توابع زمانی متناظر با این فازورها همگی دارای یک فرکانس می‌باشد چرا که ترکیب فازورها که معادل با فرکانسهای مختلفی می‌باشند در حالت کلی بیمعنی است.

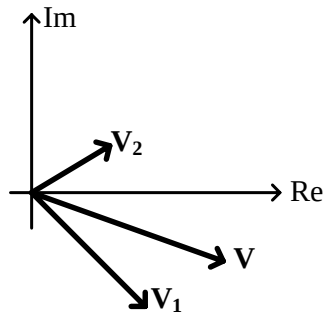
خاصیت جمع‌پذیری: اگر چند تابع سینوسی هم فرکانس با دامنه‌های مختلف و فازهای متفاوت را با هم جمع کنیم معادل آن است که فازورهای متناظر را با یکدیگر جمع کرده باشیم.

$$\begin{aligned} &v(t) = v_1(t) + v_2(t) + \cdots + v_n(t)\ ,\ v_i(t) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_i e^{\ j\omega t}\right\} \\ &\Rightarrow v(t) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_1 e^{\ j\omega t}\right\} + \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_2 e^{\ j\omega t}\right\} + \cdots + \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_n e^{\ j\omega t}\right\} \\ &\Rightarrow v(t) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V} e^{\ j\omega t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{(\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \cdots + \mathbf{V}_n) e^{\ j\omega t}\right\} \Rightarrow \mathbf{V} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{V}_i \end{aligned} \qquad (۲-۴)$$

خاصیت مشتق زمانی: در این ارتباط داریم:

$$\begin{aligned} &v(t) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V} e^{\ j\omega t}\right\} \Rightarrow \frac{d}{dt} v(t) = \frac{d}{dt} \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V} e^{\ j\omega t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V} \frac{d}{dt} e^{\ j\omega t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{(j\omega \mathbf{V}) e^{\ j\omega t}\right\} \\ &j\omega \mathbf{V} = (\omega e^{\ j90})(V_A e^{\ j\phi}) = \omega V_A\, e^{\ j(90+\phi)} \end{aligned} \qquad (۳-۴)$$

بنابراین مشتق در حوزه زمان معادل با ضرب اندازه فازور مربوطه در ω و چرخش فاز در خلاف جهت عقربه‌های ساعت به اندازه 90° می‌باشد. مثالهای زیر کاربردهایی از دو خاصیت فوق می‌باشد.



شکل ۴-۵ دیاگرام برداری مربوط به مثال ۴-۳

مثال ۴-۳ حاصل جمع $v_2(t) = 5\cos(1000t+30^o)$

$v_1(t)=10\cos(1000t-45^o)$, را با استفاده از حوزه فازور بدست آورید.

حل- همان طور که مشاهده می‌شود فرکانسها یکی است و لذا می‌توان از خواص فازور بهره جست.

$$\mathbf{V}_1 = 10e^{-j45}, \mathbf{V}_2 = 5e^{j30} \Rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 = 7.07 - j7.07 + 4.33 + j2.5 = 11.4 - j4.57 = 12.3e^{-j21.8} \Rightarrow$$
$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) = 12.3\cos(1000t - 21.8^o)$$

مثال ۴-۴ با استفاده از نمایش فازوری مجموع سه جریان ذیل را بدست آورید.

$i_A(t)=5\cos(377t+50^o)$, $i_B(t) = 5\cos(377t+170^o)$, $i_C(t) = 5\cos(377t-70^o)$

حل- باز هم فرکانسها یکسان است و می‌توان از خواص فازوری بهره جست.

$$\mathbf{I}_A = 5e^{j50}, \mathbf{I}_B = 5e^{j170}, \mathbf{I}_C = 5e^{-j70} \Rightarrow$$
$$\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C = (3.21 - 4.92 + 1.71) + j(3.83 + 0.87 - 4.70) = 0 + j0 \Rightarrow i_A(t) + i_B(t) + i_C(t) = 0$$

سه بردار مربوطه را که همگی با دامنه‌های یکسان و با فازهای مختلف با اختلاف 120° نسبت به هم هستند یک مجموعه بردار سه فاز متعادل گویند که مجموع آنها صفر است.

۴-۴ آنالیز فازوری و مفهوم امپدانس و ادمیتانس

در فصل دوم مطرح نمودیم که جهت تجزیه و تحلیل مدار همواره بایستی دو دسته محدودیت را توجه داشت. یکی در ارتباط با محدودیتهای ناشی از مشخصه‌های المانها، و دیگری قوانین KVL و KCL . با توجه به بحث بخشهای پیش آنالیز فازور موقعی قابل اعمال است که ورودی اعمال شده به مدار سینوسی بوده باشد و پاسخ طبیعی نیز در $t \to \infty$ به صفر برود و در نتیجه خروجی حالت دائمی سینوسی خواهد بود. از آنجا که دو دسته محدودیت‌های فوق الذکر در هر لحظه از زمان برقرار است بنابراین می‌توان گفت همان محدودیتها در حالت دائمی ($t \to \infty$) نیز برقرار می‌باشد و در نتیجه می‌توان محدودیتهای مزبور را در حوزه فازور نیز اعمال نمود، چرا که ارتباط یک به یک بین فازوزها و توابع زمانی وجود دارد. به این ترتیب با توجه به خاصیت جمع پذیری فازورها و نیز بیان KVL و KCL خواهیم داشت:

مجموع فازورهای ولتاژ در هر حلقه برابر با صفر است و نیز مجموع فازورهای جریان در هر گره برابر با صفر میباشد.

حال به بررسی مشخصه i-v در مورد سه نوع المان پسیو پایدار یعنی مقاومت، سلف و خازن در حوزه فازور می‌پردازیم. می‌دانیم طبق قانون اهم $v_R(t)=R\ i_R(t)$ بنابراین اگر در حالت دائمی سینوسی باشیم باز هم این رابطه برقرار است ضمن آنکه می‌توانیم از حوزه فازور نیز بهره جوئیم یعنی :

$$\mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_R e^{j\omega t}\right\} = R\,\mathrm{Re}\left\{\mathbf{I}_R e^{j\omega t}\right\} \Rightarrow \mathbf{V}_R = R\,\mathbf{I}_R = R\,I_{R_A} e^{j\phi} \qquad (۴-۴)$$

که $\mathbf{V}_R$ و $\mathbf{I}_R$ فازورهای ولتاژ و جریان مقاومت می‌باشند. اگر دو فازور دارای فازهای یکسان باشند آن دو فازور را هم فاز گوئیم پس فازورهای ولتاژ و جریان در مورد یک مقاومت هم فاز است. حال خازن و سلف را بررسی می‌نمائیم:

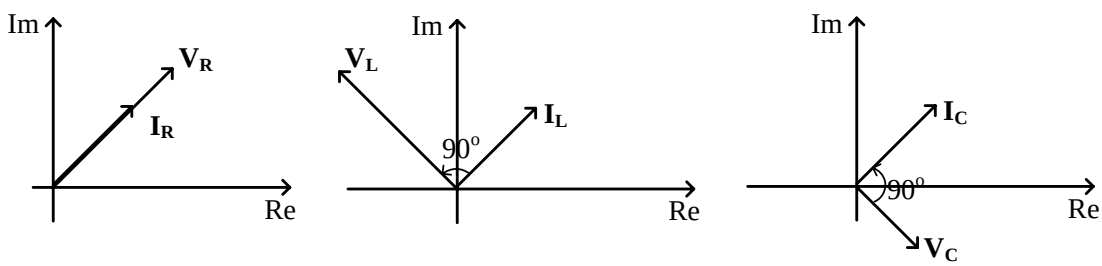
$$v_L(t) = L\frac{d}{dt}i_L(t) \Rightarrow \mathrm{Re}\{\mathbf{V}_L e^{j\omega t}\} = L.\mathrm{Re}\{j\omega \mathbf{I}_L e^{j\omega t}\} \Rightarrow \mathbf{V}_L = j\omega L\mathbf{I}_L = \omega L I_{L_A} e^{j(\omega+90)} \quad (۵-۴)$$

بنابراین در مورد یک سلف فازورهای ولتاژ و جریان غیر هم‌فاز می‌باشند به طوری که فازور ولتاژ 90° در جهت عقربه‌های ساعت جلوتر از فازور جریان است. به همین دلیل در اصطلاح گفته می‌شود که ولتاژ سلف نسبت به جریان آن 90° پیش فاز[1] است و یا تقدم فاز دارد. همچنین در مورد خازن داریم :

$$i_C(t) = C\frac{d}{dt}v_C(t) \Rightarrow \mathrm{Re}\{\mathbf{I}_C e^{j\omega t}\} = C.\mathrm{Re}\{j\omega \mathbf{V}_C e^{j\omega t}\} \Rightarrow \mathbf{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\mathbf{I}_C = \frac{1}{\omega C} I_{C_A} e^{j(\phi-90)} \quad (۶-۴)$$

بنابراین فازور ولتاژ خازن نسبت به فازور جریان آن 90° پس فاز[2] است یعنی تأخیر فاز دارد. نکته مهم دیگر در مورد المانهای سلف و خازن آن است که نسبت اندازه‌های فازور ولتاژ به فازور جریان وابسته به فرکانس می‌باشد و در فرکانسهای کم و زیاد رفتاری کاملاً متفاوت دارند دیاگرام شکل ۴-۶ وضعیت فازورهای ولتاژ و جریان را در موارد فوق نشان می‌دهد.

اگر در روابط فازوری بدست آمده دقت نمائیم مشاهده می‌کنیم که با در نظر گرفتن جهت‌های



شکل ۴-۶ دیاگرام فازوری ولتاژ و جریان برای مقاومت، سلف و خازن

قراردادی (که روابط فوق نیز بر همین اساس نوشته شده است) می‌توان گفت که برای المانهای پسیو رابطه $\mathbf{V}=Z\mathbf{I}$ برقرار است که Z نسبت فازور ولتاژ به فازور جریان است و بنام امپدانس[3] نامیده می‌شود. بنابراین برای سه نوع المان پسیو خواهیم داشت:

---

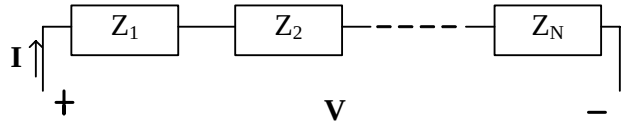
[1] Phase lead
[2] Phase lag
[3] Impedance

$$Z_R = R\,,\ Z_L = j\omega L,\ Z_C = \frac{1}{j\omega C} \qquad (۷-۴)$$

باید توجه داشت اگرچه Z یک عدد مختلط است ولی فازور نیست زیرا هیچ معادل زمانی نـدارد. رابطـه مربوطه از دیگر مزایای آنالیز در حوزه فازور است که می‌تـوان آن را بـرای هـر مـدار خطـی متشـکل از المانهای دوپایانه‌ای خطی تغییرناپذیربازمان و فاقد منابع نابسته مطرح نمود و مشاهده می‌شود که شباهت زیادی با قانون اهم دارد. در واقع واحد Z را نیز اهم در نظر می‌گیریم. توجه به این نکته ضـروری اسـت که رابطه فوق در حوزه زمان فقط برای مقاومت قابل نوشتن است. بنابراین نکته جالب در بحث فـوق آن است که وقتی بحث مشخصه‌های **i-v** المانها را در حوزه زمان در نظر می‌گیریم اگر تعدادی المان از یک نوع (مقاومت، سلف و یا خازن) اتصال سری یا اتصال موازی داشته باشند می‌توان یـک المـان معـادل را برای آنها در نظر گرفت که آن نیز از همان نوع می‌باشد. حـال آنکـه اتصـال سـری یـا مـوازی المانهـای نامتجانس هیچ المان معادلی در حوزه زمان ندارد. در حالی که در حوزه فازور یعنی وقتی حالـت دائمـی سینوسی را مطرح می‌کنیم هر سه نوع المان مقاومت، سلف و خازن از یک رابطه مشـابه **V=ZI** تبعیـت می‌کنند و به نوعی این المانها در حوزه فازور متجانس شده‌اند پس می‌توان برای چند امپدانس سـری یـا موازی امپدانس معادل تعریف نمود. در حالت اتصال سری شکل ۴-۷ داریم :

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \cdots + \mathbf{V}_n = Z_1\mathbf{I} + Z_2\mathbf{I} + \cdots + Z_n\mathbf{I} \Rightarrow Z_{eq} = \sum_i Z_i \qquad (۸-۴)$$

واضح است که در جمع امپدانسها بخشهای حقیقی با هم و بخشهای موهومی با یکدیگر جمع می‌شوند. بخش حقیقی امپدانس را مقاومت و بخش موهومی آن را راکتانس[1] گوئیم. در مورد مدارات پسیو،

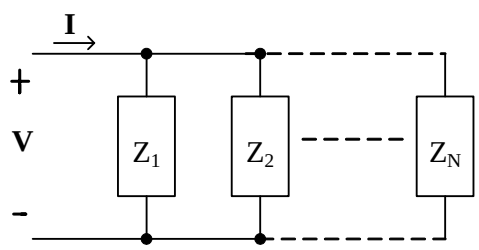


شکل ۴-۷ مجموعه‌ای از امپدانس‌های سری

[1] Reactance

مقاومت همیشه مثبت است حال آنکه راکتانس می‌تواند مثبت یا منفی باشد. راکتانس مثبت بـه معنـی آن است که امپدانس مزبور سلفی است (دارای خاصیت سلفی است) و راکتانس منفی دلیل بر این است کـه امپدانس مزبور خازنی است (دارای خاصیت خازنی است) زیرا راکتانس سـلف (ωL) همیشـه مثبـت و راکتانس خازن ($-1/\omega C$) همیشه منفی است. واضح است که می‌تـوانیم مقسـم ولتـاژ را نیـز در ترکیـب سری فوق اعمال نمائیم یعنی ولتاژ امپدانس k–ام برابـر اسـت بـا: $\mathbf{V}_k = Z_k \mathbf{I} = \frac{Z_k}{Z_{eq}} \mathbf{I}$ همچنـین بحـث مشابهی را می‌توان در مورد ترکیب موازی چندین امپدانس مطرح نمود:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \cdots + \mathbf{I}_n = \frac{\mathbf{V}}{Z_1} + \frac{\mathbf{V}}{Z_2} + \cdots + \frac{\mathbf{V}}{Z_n} = \frac{\mathbf{V}}{Z_{eq}} \Rightarrow \frac{\mathbf{1}}{Z_{eq}} = \sum_i \frac{\mathbf{1}}{Z_i} \qquad (۹-۴)$$



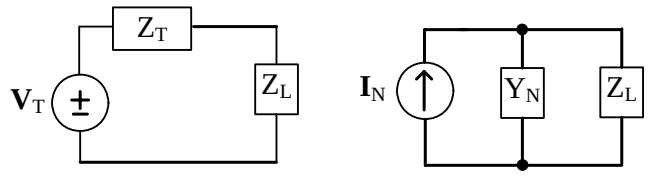
شکل ۴–۸ مجموعه‌ای از امپدانس‌های موازی

معکوس امپدانس را ادمیتانس[1] گوییم یعنی:

$\mathbf{V} = Z\mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{I} = Y\mathbf{V}$ و در نتیجه در مورد اتصال موازی داریم: $Y_{eq} = \sum_i Y_i$ و نیز جریان شاخه k–ام برابر است با (مقسم جریان): $\mathbf{I}_k = Y_k \mathbf{V} = \frac{Y_k}{Y_{eq}} \mathbf{I}$ بخش حقیقی ادمیتانس را رسانائی[2] و بخش موهومی آن را سوسپتانس[3] گوییم که واحد هر یک S [4] می‌باشد.

[1] Admittance
[2] Conductance
[3] Suceptance
[4] Siemens

بنابراین مشاهده می‌نمائیم که در حوزه فازور روابط ساده‌تر و با قابلیت انعطاف بیشتری برای تجزیه و تحلیل مدار وجود دارد. ضمناً از آنجا که قضایای شبکه مطرح شده در فصل دوم برای هر لحظه از زمان برقرار است پس می‌توانیم آنها در حوزه فازور به کار ببریم. قضیه جمع آثار چنین بیان می‌شود که اگر چند منبع نابسته ورودی با فرکانس یکسان داشته باشیم و آنها را به یک مدار خطی تغییرناپذیربازمان اعمال نمائیم می‌توانیم پاسخ حالت دائمی را حاصل جمع پاسخهای حالت دائمی ناشی از هر یک از منابع به تنهایی (و با صفر کردن اثر سایر منابع) بدست آورد و در هر مورد نیز از آنالیز فازوری بهره جست و در نهایت نیز فازورها را جمع نمود. البته اگر منابع با فرکانسهای یکسان نباشد باز هم قضیه جمع آثار قابل اعمال می‌باشد ولی دیگر نمی‌توان در نهایت فازورهای خروجی متناظر با هر یک از ورودیها را جمع نمود، بلکه بایستی آنها را به حوزه زمان برگردانیم و سپس جمع نمائیم. قضیه مدار معادل تونن و نوتن نیز براحتی قابل اعمال است (شکل ۴-۹).



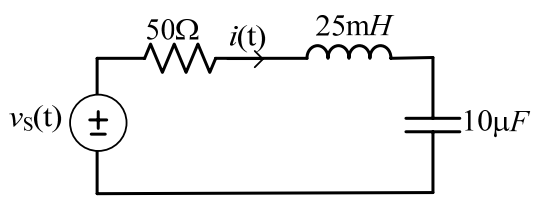
شکل ۴-۹ مدار معادل تونن و نرتن در حالت فازوری

در واقع بیان قضیه و محدودیت‌های مربوطه دقیقاً شبیه به آنچه که در فصل دوم بیان گردید می‌باشد. با این تفاوت که در اینجا $\mathbf{V}_T,\mathbf{I}_N$ همگی فازور می‌باشند و بجای مقاومت معادل از امپدانس معادل استفاده می‌نمائیم. Z_L نیز می‌تواند امپدانس یک بار دلخواه باشد که در این حالت که از واژه امپدانس استفاده می‌نمائیم بالطبع بار را خطی فرض نموده‌ایم به طوری که در حالت دائمی سینوسی برای ولتاژ و جریان بار بتوانیم از فازور استفاده نماییم. طبق قضیه مدار معادل تونن و نوتن و شکل ۴-۹ داریم:

$$\mathbf{V}_{OC} = \mathbf{V}_T = \mathbf{I}_N Z_T \ , \mathbf{I}_{SC} = \frac{\mathbf{V}_T}{Z_T} = \mathbf{I}_N \ , \ Z_T = \frac{1}{Y_N} = \frac{\mathbf{V}_{OC}}{\mathbf{I}_{SC}} \qquad (۱۰-۴)$$

که $\mathbf{V}_{OC}$ و $\mathbf{I}_{SC}$ فازورهای ولتاژ و جریان می‌باشند. مدار معادل تونن و نرتن که برای یک بار مشخص خودشان نیز با یکدیگر معادلند می‌تواند روشی برای تبدیل منبع جریان به ولتاژ و یا برعکس باشد که در روشهای تجزیه و تحلیل گره و مش کاربرد دارد. روشهای تجزیه و تحلیل مطرح شده در فصل دوم نیز که برای مدارهای مقاومتی مطرح گردید در حالت فازوری قابل اعمال به مدارات کلی‌تر شامل سلف و خازن می‌باشد که بحث در این ارتباط در درس تئوری مدارهای الکتریکی مفصلاً مطرح می‌شود. حال به بیان چند مثال در این ارتباط می‌پردازیم.

مثال ۴-۵ مدار شکل ۴-۱۰ در حالت دائمی سینوسی است. جریان $i(t)$ را بیابید.

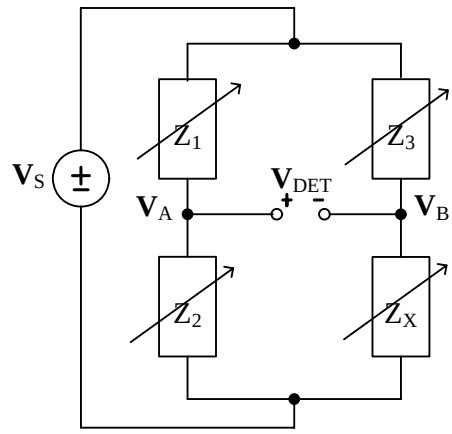


شکل ۴-۱۰ مدار مربوط به مثال ۴-۵

حل- $Z_R = 50\Omega, Z_L = j25\Omega, Z_C = -j100\Omega \Rightarrow \quad Z_{eq} = 50 - j75 = 90.1\angle -56.3^o\ \Omega$ و در نتیجه:

$$I = \frac{V_S}{Z_{eq}} = \frac{35\angle 0^o}{90.1\angle -56.3^o} = 0.388\angle 56.3^o \Rightarrow i(t) = 0.388\cos(1000t + 56.3^o)A$$

مثال ۴-۶ در این مثال با یک مدار پل امپدانس آشنا می‌شویم (شکل ۴-۱۱). هدف اندازه‌گیری امپدانس مجهول Z_X می‌باشد. این مدار از دو مقسم ولتاژ به طور موازی استفاده می‌کند ولی اگر پل در حالت تعادل باشد $\mathbf{V}_{DET}=0$ است. با دانستن Z_1, Z_2, Z_3 و تنظیم آنها می‌توان پل را به تعادل رساند.



شکل ۴-۱۱ مدار مربوط به مثال ۴-۶

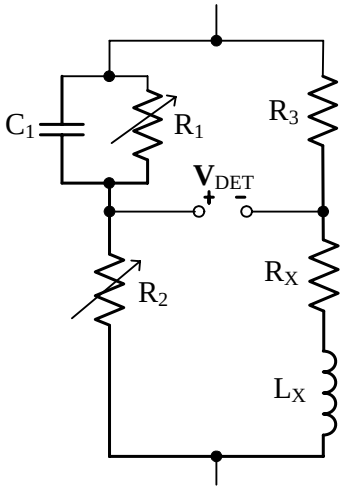
در این حالت $Z_1Z_X=Z_2Z_3$ زیرا:

$$\mathbf{V}_{DET} = \mathbf{V}_A - \mathbf{V}_B = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\mathbf{V}_S - \frac{Z_X}{Z_X+Z_3}\mathbf{V}_S = \frac{Z_2Z_3}{(Z_1+Z_2)(Z_3+Z_X)}\mathbf{V}_S$$

$$\xrightarrow{\textit{in Balanced Situation}} Z_X = R_X + jX_X = \frac{Z_2Z_3}{Z_1}$$

بنابراین جهت رسیدن به حالت تعادل باید حداقل دو امپدانس قابل تنظیم باشند.

اگر پلی قادر باشد راکتانسهای مثبت را اندازه‌گیری نماید به آن پل سلفی و اگر قادر باشد فقط راکتانسهای منفی را اندازه‌گیری نماید به آن پل خازنی گوئیم (این موضوع به این برمی‌گردد که در چه شرایطی پل به تعادل می‌رسد). به طور مثال شکل ۴-۱۲ پل سلفی ماکسول را نشان می‌دهد. با تنظیم مناسب R_1 و R_2 در حالت تعادل پل داریم:



شکل ۴-۱۲ پل سلفی ماکسول

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1 + \frac{1}{R_1}} \text{ , } Z_2 = R_2 \text{ , } Z_3 = R_3 \Rightarrow Z_X = R_X + j\omega L_X = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1}$$

$$\Rightarrow R_X = \frac{R_2 R_3}{R_1}, \; L_X = R_2 R_3 C_1$$

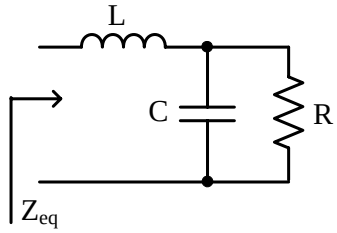
پس با تنظیم R_1 ، R_X بدست می‌آید و سپس با تنظیم C_1 می‌توان L_X را نیز اندازه گرفت.

مثال ۴-۷ همان‌گونه که گفته شد امپدانس معادل برای یک مدار متشکل از المانهای مقاومت، سلف و خازن به صورت کلی $Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq}$ می‌باشد که $R_{eq} \geq 0$ می‌باشد ولی X_{eq} بنا به ماهیت مدار می‌تواند مثبت (خاصیت سلفی) و یا منفی (خاصیت خازنی) باشد.

ضمناً باید توجه داشت از آنجا که امپدانسهای سلف و خازن به فرکانس ω وابسته‌اند، R_{eq}, X_{eq} نیز در حالت کلی به ω وابسته‌اند. اگر در فرکانس ω_0 ، $X_{eq} = 0$ باشد یعنی امپدانس معادل، مقاومتی خالص خواهد بود. این فرکانس را در اصطلاح فرکانس تشدید (نوسان)[1] می‌گوئیم و مدار را در این حالت در وضعیت تشدید می‌نامیم. به طور مثال در شکل ۴-۱۳ اگر امپدانس معادل را که از دو سر نشان داده شده به مدار نگاه می‌کنیم بیابیم برابر است با:

$$Z_{eq} = Z_L + Z_{RC} = \frac{1}{Y_C + Y_R} + Z_L \;\; , \;\; Z_{RC} = \frac{1}{1 + j\omega RC} =$$

$$= \frac{1}{1 + j\omega RC} \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{R}{1 + (\omega RC)^2} - j\frac{\omega R^2 C}{1 + (\omega RC)^2} \Rightarrow$$



شکل ۴-۱۳ مدار مربوط به مثال ۴-۷

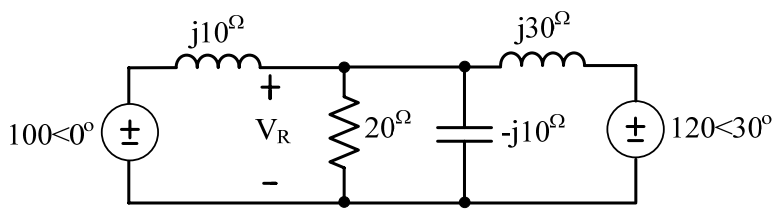
[1] Resonant frequency

$$Z_{eq} = \frac{R}{1+(\omega RC)^2} + j\left[\omega L - \frac{\omega R^2 C}{1+(\omega RC)^2}\right] \Rightarrow$$

$$R_{eq} = \frac{R}{1+(\omega RC)^2} \ , \ X_{eq}(\omega_0) = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{(RC)^2}}$$

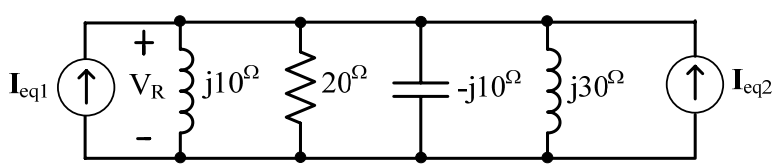
به ازای $\omega > \omega_0$، Z_{eq} از نوع سلفی- مقاومتی است (یعنی دارای راکتانس مثبت و خاصیت سلفی است) و بازای $\omega > \omega_0$، Z_{eq} از نوع خازنی- مقاومتی است (یعنی دارای راکتانس منفی و خاصیت خازنی است).

مثال ۴-۸ هر دو منبع در شکل ۴-۱۴ در فرکانس ω=5000rad/s کار می‌کنند. v_R(t) را در حالت دائمی سینوسی بیابد.



شکل ۴-۱۴ مدار مربوط به مثال ۴-۸

حل- برای این منظور از روش تبدیل منبع استفاده می‌کنیم تا به شکل ۴-۱۵ برسیم.



شکل ۴-۱۵ مدار شکل ۴-۱ پس از تبدیل منبع

$$\mathbf{I}_{eq} = \mathbf{I}_{eq1} + \mathbf{I}_{eq2} = 0 - j10 + 2 - j3.46 = 13.6\angle -81.5^o$$

$$Z_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{-j10} + \frac{1}{j10} + \frac{1}{j30}} = 16.6\angle 33.7^o \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_R = Z_{eq}\mathbf{I}_{eq} = \left(13.6\angle -81.5^o\right)\left(16.6\angle 33.7^o\right) = 226\angle -47.8^o \Rightarrow v_R(t) = 226\cos(5000t - 47.8^o)$$

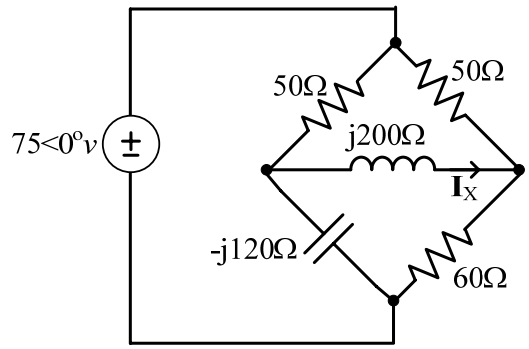
مثال ۴-۹ مطلوب است محاسبه $\mathbf{I}_X$ در مدار پل شکل ۴-۱۶

حل- از مدار معادل تونن استفاده می‌کنیم به طوری که بار را سلف با امپدانس $j200^{\Omega}$ قرار می‌دهیم.

$$Z_T = \frac{1}{\frac{1}{50} + \frac{1}{-j120}} + \frac{1}{\frac{1}{50} + \frac{1}{60}} = 69.9 - j17.8 \Rightarrow$$

$$\mathbf{I}_X = \frac{\mathbf{V}_T}{Z_1 + j200} = 0.18\angle -118^o \quad A$$

$$\mathbf{V}_T = \mathbf{V}_A - \mathbf{V}_B = \frac{-j120}{-j120 + 50}75\angle 0^o - \frac{60}{60 + 50}75\angle 0^o = 23 - j26.6$$



شکل ۴-۱۶ مدار مربوط به مثال ۴-۹

۴-۵ توان در حالت دائمی سینوسی

در این بخش به کمیت‌های توان و انرژی در حالت دائمی سینوسی می‌پردازیم. به این جهت ابتدا المانهای مقاومت، خازن و سلف را در نظر می‌گیریم و سپس در حالت کلی برای یک امپدانس Z بحث را مطرح می‌نماییم. همان طور که می‌دانیم توان لحظه‌ای برابر با حاصل ضرب جریان و ولتاژ در همان لحظه

می‌باشد. حال فرض می‌کنیم که جریان $i_R(t) = I_A \cos\omega t$ از یک مقاومت می‌گذرد. بنابراین $v_R(t) = RI_A \cos\omega t$ و در نتیجه:

$$p_R(t) = v_R(t)\, i_R(t) = RI_A^2 \cos^2 \omega t = \frac{RI_A^2}{2}(1+\cos 2\omega t) \qquad (۱۱-۴)$$

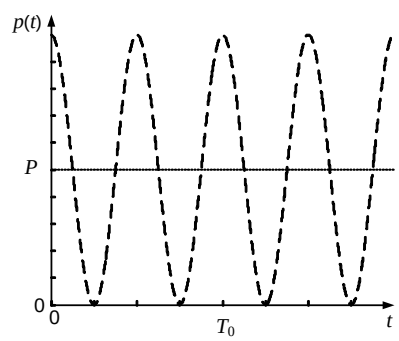
$w_R(t)$ انرژی تلف شده روی مقاومت تا لحظه t می‌باشد که برابر است با:

$$w_R(t) = \int_0^t p_R(t')dt' = RI_A^2 \cos^2 \omega t = \frac{RI_A^2}{2}t + \frac{RI_A^2}{4\omega}\sin 2\omega t \qquad (۱۲-۴)$$

همچنین توان متوسط برابر است با:

$$P_R(t) = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} p_R(t')dt' = \frac{RI_A^2}{2}\ ,\ T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (۱۳-۴)$$

به این ترتیب توان تلفاتی همواره مثبت است و دارای مقدار متوسط مثبت می‌باشد (شکل ۴-۱۷). ضمناً یک ترم متغیر با زمان نیز در توان تلفاتی وجود دارد که با فرکانس 2ω می‌باشد. $w_R(t)$ نیز همواره افزایشی است که نشان می‌دهد مقاومت فقط توان تلف می‌کند.



شکل ۴-۱۷ توان لحظه‌ای در مقاومت

در مورد یک سلف داریم:

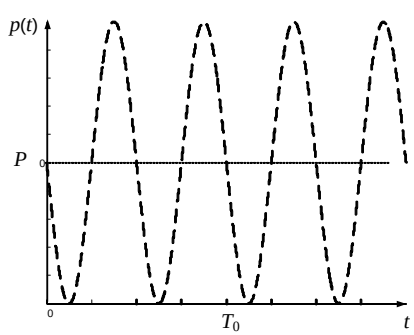
$$w_L(t) = \int_0^t p_L(t')dt' = \int_0^t L\frac{di_L(t')}{dt'}i_L(t')dt' = \frac{1}{2}Li_L^2(t) = \frac{1}{4}LI_A^2(1+\cos 2\omega t) \qquad (۱۴-۴)$$

$$p_L(t) = v_L(t)\,i_L(t) = \frac{d}{dt}w_L(t) = \frac{-\omega L I_A^2}{2}\sin 2\omega t \ , \ P_L = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} p_L(t)dt = 0 \qquad (۱۵-۴)$$

همان طور که ملاحظه می‌شود توان لحظه‌ای یک سینوسی با فرکانس 2ω و با متوسط صفر است (شکل ۴-۱۸) و انرژی مغناطیسی ذخیره شده نیز یک سینوسی با فرکانس 2ω و با متوسط $\frac{1}{4}LI_A^2$ می‌باشد. ضمناً مقدار انرژی هیچگاه منفی نمی‌شود. بنابراین اگر چه به طور لحظه‌ای سلف در نیمی از پریود توان جذب می‌کند و در نیمی دیگر از پریود به مدار توان تحویل می‌دهد ولی هیچگاه انرژی خالص به مدار تحویل نمی‌دهد (یعنی المان پسیو است). همچنین انرژی محدود به $\frac{1}{2}LI_A^2$ است که نشان می‌دهد اتلاف انرژی در سلف نداریم و فقط تبدیل انرژی بین صورتهای الکتریکی و مغناطیسی داریم. حال یک خازن را در نظر می‌گیریم.

$$w_C(t) = \int_0^t p_C(t')dt' = \int_0^t C\frac{dv_C(t')}{dt'}v_C(t')dt' = \frac{1}{2}Cv_C^2(t) = \frac{1}{4}LV_A^2(1+\cos 2\omega t) \qquad (۱۶-۴)$$

$$p_C(t) = v_C(t)\,i_C(t) = \frac{d}{dt}w_L(t) = \frac{-\omega C V_A^2}{2}\sin 2\omega t \ , \ P_C = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} p_C(t)dt = 0 \qquad (۱۷-۴)$$



شکل ۴-۱۸ توان لحظه‌ای در سلف و خازن

در اینجا نیز مشاهده می‌شود که انرژی ذخیره شده روی خازن محدود به $\frac{CV_A^2}{2}$ است یعنی خازن نیز انرژی تلف نمی‌کند و مقدار متوسط آن $\frac{CV_A^2}{4}$ است. همچنین انرژی همواره مثبت است یعنی خازن

انرژی به مدار تحویل نمی‌دهد (پسیو است). ضمناً توان لحظه‌ای یک سینوسی با فرکانس 2ω است یعنی در نیمی از پریود مثبت (جذب و ذخیره انرژی) و در نیمی دیگر منفی است (شکل ۴-۱۸) یعنی انرژی جذب شده را به مدار تحویل می‌دهد.

حال فرض کنید که یک امپدانس دلخواه را به عنوان بار در نظر گرفته‌ایم $Z_L=R_L+jX_L$، در این حالت اگر فازور جریان بار $\mathbf{I}_L$ و فازور ولتاژ بار $\mathbf{V}_L$ باشد توان متوسط جذب شده توسط بار برابر است با: $P=\frac{1}{2}R_L|\mathbf{I}_L|^2$ چرا که بخش موهومی توانی را جذب نمی‌کند. حال برای همین امپدانس دلخواه فرض نمائید که $i_A(t)=I_A\cos\omega t\ ,\ v(t)=V_A\cos(\omega t+\theta)$، در نتیجه توان لحظه‌ای برابر است با:

$$p(t)=V_AI_A\cos(\omega t+\theta)\cos(\omega t)=(V_AI_A\cos\theta)\cos^2(\omega t)-(V_AI_A\sin\theta)\cos(\omega t)\sin(\omega t)=$$
$$=\frac{V_AI_A\cos\theta}{2}+\left(\frac{V_AI_A\cos\theta}{2}\right)\cos 2\omega t-\left(\frac{V_AI_A\sin\theta}{2}\right)\sin 2\omega t$$
(۱۸-۴)

بنابراین توان لحظه‌ای در حالت کلی یک ترم dc دارد و یک ترم ac که ترم ac یک نوسانی با فرکانس 2ω می‌باشد. بنابراین متوسط توان همان ترم dc است چرا که متوسط گیری در یک پریود انجام می‌شود. پس: $P=\frac{V_AI_A}{2}\cos\theta$. اگر $p(t)$ را به فرم زیر بنویسیم عملاً دو ترم در $p(t)$ وجود دارد. یک ترم که همواره مثبت است و یک ترم دیگر که هم مثبت و هم منفی می‌شود. به عبارتی دیگر:

$$p(t)=P(1+\cos 2\omega t)-Q\sin 2\omega t\ ;\ Q=\frac{V_AI_A}{2}\sin\omega t\Rightarrow W=\int_0^T p(t)dt=PT\ ;\ T=\frac{2\pi}{\omega}$$
(۱۹-۴)

همان طور که ملاحظه می‌شود ترم اول در $p(t)$ که همواره مثبت است منجر به یک انرژی خالص می‌شود ولی ترم دوم یعنی $Q\sin 2\omega t$ در طول یک پریود هیچ انرژی خالصی را نتیجه نمی‌دهد. باید توجه داشت که چون انتگرال را در طول یک پریود در نظر گرفته‌ایم انرژی محاسبه شده (W) متناسب با توان متوسط می‌باشد. Q در اصطلاح توان موهومی (راکتیو) نام دارد. در واقع ترم $Q\sin 2\omega t$ حاکی از

آن است که در طی زمان بار مربوطه مرتباً انرژی را جذب کرده و در بخش خازن یا سلف ذخیره می‌کند و سپس دوباره به سایر قسمتهای مدار انرژی تحویل می‌دهد به طوری که هیچ انتقال انرژی خالصی نداریم. از طرفی دیگر انرژی خالص بسته به P یا توان متوسط دارد، که اگر $-90^o \le \theta \le 90^0$ باشد (که عملاً برای مدارات پسیو اینگونه است) آنگاه همواره مثبت است در نتیجه یک بار پسیو همواره انرژی مثبتی را جذب می‌کند که به صورت حرارت در بخش مقاومتی تلف می‌شود. شایان ذکر است علت اینکه $p(t)$ را به صورت دو ترم مثبت و نوسانی به فرم رابطه (۴-۱۹) نوشتیم آن است که اگر یک بار مقاومتی خالصی داشته باشیم یعنی $\theta = 0$ فقط ترم $P(1+\cos 2\omega t)$ را خواهیم داشت. بنابراین ترمی که بواسطه وجود خازن یا سلف در بار در $p(t)$ ظاهر شده است $-Q\sin 2\omega t$ می‌باشد. اگر چه P, Q هر دو از یک جنس هستند ولی از آنجا که بیانگر اثرات متفاوتی می‌باشند واحد P وات (W) و واحد Q ولت آمپر راکتیو (VAR) در نظر گرفته می‌شود. از آنجا که در حالت دائمی سینوسی ولتاژ و جریان را با فازور نشان می‌دهند، لذا توان را نیز می‌توان با استفاده از فازورها بیان نمود. برای این منظور در بیان فازور بجای دامنه شکل موج سینوسی متناظر، مقدار موثر (rms)[1] را در نظر می‌گیریم و این صرفاً برای ساده شدن روابط می‌باشد. بنابراین :

$$\mathbf{V} = V_{rms}e^{j\phi_V},\ \mathbf{I} = I_{rms}e^{j\phi_I},\ \theta = \phi_V - \phi_I,\ P = \frac{V_A I_A}{2}\cos\theta = V_{rms}I_{rms}\cos\theta,\ Q = V_{rms}I_{rms}\sin\theta \quad (۴-۲۰)$$

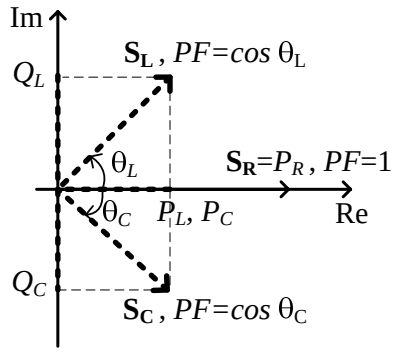
همچنین توان مختلط را چنین تعریف می‌کنیم:

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}\mathbf{I}^* = V_{rms}I_{rms}e^{j(\phi_V - \phi_I)} = V_{rms}I_{rms}\cos\theta + jV_{rms}I_{rms}\sin\theta = P + jQ \quad (۴-۲۱)$$

باید توجه داشت $\mathbf{S}$ یک عدد مختلط است ولی فازور نمی‌باشد زیرا هیچ متناظر زمانی ندارد. همچنین اندازه $\mathbf{S}$ را توان ظاهری[2] گوئیم ($|\mathbf{S}|=V_{rms}I_{rms}$) که واحد آن VA (ولت آمپر) است. نسبت توان

[1] Root-Mean-Square
[2] Apparent power

متوسط به توان ظاهری را ضریب توان[1] (PF) گوئیم یعنی: $PF = \frac{P}{|\mathbf{S}|} = \cos\theta$ و θ را زاویه ضریب توان (ویا فاز امپدانس) گوئیم. بایستی توجه داشت که PF بین صفر و یک است و هر چه به یک نزدیکتر باشد به این معنی است که بار مقاومتی‌تر است یعنی راکتانس آن در مقایسه با مقاومت خیلی



شکل ۴-۱۹ توان مختلط، توان حقیقی و توان موهومی برای مقاومت، سلف و خازن

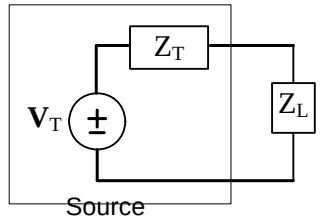
کوچک است. با توجه به اینکه P توان متوسط جذب شده توسط بار است همواره ترجیح داده می‌شود که تا حد امکان Q کوچکتر باشد. اگر $Q > 0$ باشد یعنی $0 < \theta < 90^o$ و یا به عبارتی دیگر ولتاژ نسبت به جریان جلوتر باشد در اصطلاح بار را پس فاز گوئیم (ماهیت سلفی دارد) و اگر $Q < 0$ باشد یعنی $-90^o < \theta < 0$ و یا به عبارتی دیگر ولتاژ نسبت به جریان عقب‌تر باشد در اصطلاح بار را پیش فاز گوئیم (ماهیت خازنی دارد). در همین ارتباط رابطه زیر نیز گویای این مطلب است:

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}\mathbf{I}^* = Z\mathbf{I}\mathbf{I}^* = Z|\mathbf{I}|^2 = (R + jX)I_{rms}^2 = P + jQ \Rightarrow R = \frac{P}{I_{rms}^2},\ X = \frac{Q}{I_{rms}^2} \qquad (۲۲-۴)$$

به این ترتیب ارتباط بین Q, X و P, R روشن می‌شود.

همان طور که در فصل دوم توضیح داده شد در یک مدار مقاومتی اگر بخواهیم ماکزیمم توان به یک بار مقاومتی انتقال یابد بایستی بار با مقاومت معادل دیده شده از دو سربار یکی باشد. حال در حالت

[1] Power factor



شکل ۴-۲۰ مدار معادل تونن برای
محاسبه توان منتقل شده به بار

دائمی سینوسی که در حالت کلی بار یک امپدانس $Z_L=R_L+jX_L$ می‌باشد این مطلب را بررسی می‌نمائیم. همان طور که دیدیم توان متوسط که جذب بار می‌شود برابر است با : $P=\frac{1}{2}R_L|\mathbf{I}|^2=\frac{1}{2}R_L I_A^2$ (فازور را با دامنه ماکزیمم در نظر گرفته‌ایم). اگر مدار معادل تونن را برای سایر قسمتهای مدار (به عنوان منبع) در نظر بگیریم (شکل ۴-۲۰) داریم:

$$|\mathbf{I}|=\left|\frac{\mathbf{V}_T}{Z_L+Z_T}\right|=\frac{|\mathbf{V}_T|}{\sqrt{(R_T+R_L)^2+(X_T+X_L)^2}}\Rightarrow$$

$$P=\frac{1}{2}\frac{R_L|\mathbf{V}_T|^2}{(R_T+R_L)^2+(X_T+X_L)^2}$$

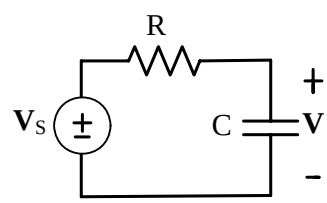
می‌خواهیم بار را به گونه‌ای انتخاب کنیم که ماکزیمم توان از منبع جذب بار شود. واضح است که بایستی تا حد امکان مخرج را کوچک نمائیم (بازای هر R_L) یعنی $X_L=-X_T$. از آنجا که راکتانس می‌توان مثبت یا منفی باشد این امر امکان‌پذیر است. بنابراین راکتانس مجموع صفر خواهد شد و بایستی R_L را طوری بیابیم که $P=\frac{1}{2}\frac{|\mathbf{V}_T|^2}{(R_L+R_T)^2}$ ماکزیمم گردد. ولی این رابطه همان فرم حالت تمام مقاومتی را دارد و در نتیجه به ازای $R_L=R_T$ توان جذب شده توسط بار (P) ماکزیمم خواهد شد. بنابراین کافی است داشته باشیم $Z_L=Z_T^*$ که در اصطلاح به آن تطبیق امپدانس[1] به صورت مزدوج مختلط گوئیم و در

[1] Impedance matching

این حالت توان جذب شده (ماکزیمم) برابر است با: $P_{\max} = \frac{1}{8}\frac{|\mathbf{V}_T|^2}{R_T^{\ 2}}$ که $|\mathbf{V}_T|$ دامنه سینوسی متناظر با فازور $\mathbf{V}_T$ می‌باشد. اگر بار ثابت باشد نیز باید به طور مشابه Z_T را به صورت مزدوج مختلط بار قرار دهیم تا تطبیق به درستی صورت بگیرد و ماکزیمم توان انتقال یابد.

۴-۶ پاسخ فرکانسی مدارهای RLC, RL, RC

در این بخش با استفاده از تجزیه و تحلیل فازوری می‌خواهیم رفتار حالت دائمی سینوسی چند مدار ساده را در فرکانسهای مختلف بررسی نمائیم. برای این منظور ابتدا یک مدار RC را در نظر می‌گیریم (شکل ۴-۲۱). خروجی ولتاژ دوسر خازن می‌باشد. $v_S(t)$ یک تحریک سینوسی با فرکانس ω می‌باشد و هدف تجزیه و تحلیل حالت دائمی است. نکته جالب آن است که به ازای $\omega = 0$ عملاً به همان پاسخ در حالت دائمی تحریک پله می‌رسیم که در فصل سوم بحث شد.



شکل ۴-۲۱ مدار RC سری در حالت دائمی سینوسی

با توجه به بحثهای پیشین داریم: $\mathbf{V} = \dfrac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}\mathbf{V}_S$ و یا به عبارتی دیگر :

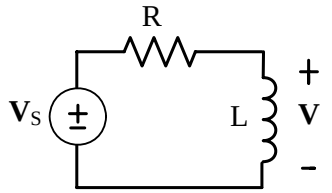
$$\mathbf{V} = \frac{1}{1 + j\omega RC}\mathbf{V}_S \Rightarrow |\mathbf{V}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}|\mathbf{V}_S| \qquad (۴-۲۳)$$

واضح است که در ωهای خیلی کوچک فازورهای $\mathbf{V}$ و $\mathbf{V}_S$ بسیار شبیه به هم خواهند بود چرا که امپدانس خازن بسیار بزرگ است و عملاً تمام ولتاژ منبع روی خازن می‌افتد. از طرفی دیگر در فرکانسهای خیلی بزرگ مقدار ولتاژ $\mathbf{V}$ خیلی کم می‌شود زیرا امپدانس خازن به دلیل رابطه معکوس با ω بسیار کوچک خواهد شد و خروجی را به حد اتصال کوتاه می‌آورد. به این ترتیب ملاحظه می‌شود که عملاً در خروجی در فرکانسهای پایین ولتاژ $\mathbf{V}_S$ ظاهر می‌شود و در فرکانسهای بالا ولتاژ $\mathbf{V}_S$ تضعیف شدید می‌یابد. این رفتار مدار که محدوده‌ای از فرکانسها را عبور و محدوده‌ای را تضعیف می‌کند در اصطلاح صافی یا فیلتر گفته می‌شود که چون فرکانسهای پایین به خوبی عبور می‌کنند (یعنی در خروجی ظاهر می‌شوند) عملاً یک فیلتر پایین گذر[1] (LP) خواهیم داشت.

همچنین در فرکانسهای خیلی بزرگ می‌توان از 1 در برابر $j\omega RC$ صرفنظر نمود و رابطه فوق را به طور تقریبی به فرم $\mathbf{V} = \frac{1}{j\omega RC}\mathbf{V}_S$ در نظر گرفت و مانند آن است که در فرکانسهای بزرگ انتگرال ورودی (با توجه به خاصیت مشتق زمانی در فازورها) در خروجی ظاهر می‌شود و در نتیجه 90° تأخیر فاز را نیز در خروجی نسبت به ورودی خواهیم داشت.

حال اگر یک مدار RL (شکل ۴-۲۲) در نظر بگیریم خواهیم داشت:

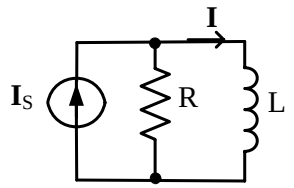
$$\mathbf{V} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}\mathbf{V}_S = \frac{1}{1 - j\frac{R}{\omega L}}\mathbf{V}_S \Rightarrow |\mathbf{V}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{\omega^2 L^2}}}|\mathbf{V}_S| \quad (۲۴-۴)$$



شکل ۴-۲۲ مدار RL سری در حالت دائمی سینوسی

[1] Low-pass filter

همانگونه که مشاهده می‌شود در اینجا به ازای ωهای کوچک مقدار امپدانس سلف کوچک است و فازور $\mathbf{V}$ بسیار کوچک خواهد بود (مانند آن است که $\mathbf{V}_S$ شدیداً تضعیف شده است) حال آنکه در فرکانسهای بزرگ امپدانس سلف بزرگ می‌شود و فازور $\mathbf{V}_S$ در خروجی با تضعیف بسیار کمی ظاهر می‌شود. بنابراین در این مدار برخلاف مدار RC فرکانسهای بزرگ عبور داده می‌شود و فرکانسهای کوچک شدیداً تضعیف می‌گردد. این رفتار مربوط به یک فیلتر بالاگذر[1] (HP) است. می‌توان در فرکانسهای کوچک از 1 در برابر $R/j\omega L$ صرفنظر نمود و در نتیجه به رابطه $\mathbf{V} = \frac{j\omega L}{R}\mathbf{V}_S$ دست یافت که بیانگر ظاهر شدن مشتق ورودی در خروجی است و خروجی نیز 90° نسبت به ورودی تقدم فاز خواهد داشت.



شکل ۴-۲۳ مدار RL موازی در حالت دائمی سینوسی

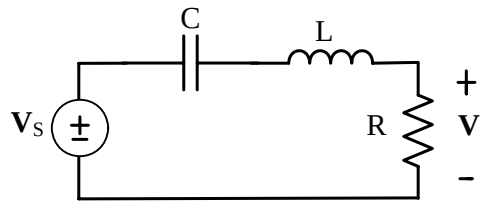
در یک مدار RL موازی که با منبع جریان I_S تحریک می‌شود اگر خروجی را جریان سلف در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$\mathbf{I} = \frac{R}{R + j\omega L}\mathbf{I}_S = \frac{1}{1 + j\omega\frac{L}{R}}\mathbf{I}_S$$

مشاهده می‌شود به رابطه‌ای مشابه با مدار RC سری رسیدیم. در فصل سوم نیز مشاهده نمودیم که مدار شکل ۴-۲۳ و مدار شکل ۴-۲۱ با تغییرات مناسب دارای معادلات مشابه و رفتار مشابه می‌باشد. در واقع اگر دو مدار چنان باشند که با تغییرات مناسب (تبدیل منبع ولتاژ به منبع جریان و برعکس، تبدیل سلف

[1] High-pass filter

به خازن و برعکس، تبدیل مقاومت به رسانائی و برعکس، تبدیل ادمیتانس به امپدانس و برعکس، تبدیل اتصال موازی به سری و برعکس، و ...) دارای معادلات یکسان شوند آن دو مدار را دوگان[1] یکدیگر گوئیم. در مدارهای دوگان می‌توان براحتی نتایج آنالیز یک مدار را به دیگری تعمیم داد.



شکل ۴-۲۴ مدار RLC سری در حالت دائمی سینوسی

حال یک مدار مرتبه دوم را در نظر بگیرید. در این مدار داریم:

$$\mathbf{V} = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}\mathbf{V}_S = \frac{1}{1 + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})\frac{1}{R}}\mathbf{V}_S \Rightarrow$$

$$|\mathbf{V}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 \frac{1}{R^2}}}|\mathbf{V}_S| \qquad (۲۵-۴)$$

مشاهده می‌شود که در فرکانسهای خیلی کوچک و خیلی بزرگ ولتاژ $\mathbf{V}_S$ با تضعیف زیادی روی مقاومت ظاهر می‌شود ولی در فرکانسهای میانی میزان تضعیف کمتر است به طوری که در فرکانسی که مدار مقاومتی است (فرکانس تشدید که مجموع راکتانسهای L و C برابر با صفر است) یعنی: $\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ، $|\mathbf{V}_R|$ به ماکزیمم خود یعنی $|\mathbf{V}_S|$ میرسد.

همچنین واضح است که در فرکانسهای کمتر از ω_0 مدار خاصیت خازنی دارد و در فرکانسهای بیشتر از ω_0 مدار خاصیت سلفی پیدا می‌کند. با توجه به رفتار خروجی که عملاً در فرکانسهای خیلی بالا و خیلی پایین تضعیف زیادی از ورودی را به همراه دارد و در محدوده‌ای از فرکانسهای میانی ورودی به

[1] Dual

خروجی با تضعیف کم منتقل می‌شود عملاً نوعی فیلتر میان گذر[1] (BPF) خواهیم داشت. بحث کامل راجع به پاسخ فرکانسی مدارهای مرتبه اول و دوم را در دروس دیگر در آینده خواهید دید.

مراجع

[1] R. E. Thomas and A. J. Rosa, *The analysis and design of linear circuits*, John Wiley & Sons, 4th Ed., 2003.

[2] R. J. Smith and R. C. Dorf, *Circuits, devices and systems*, John Wiley & Sons, 5th Ed., 2002.

[1] Band-pass filter

فصل ۵: آشنایی با مدارهای الکترونیکی

در این فصل به طور مختصر با عناصر پایه‌ای الکترونیک، یعنی دیود، ترانزیستور و تقویت کننده عملیاتی، و برخی از کاربردهای آن‌ها آشنا می‌شوید. امروزه این عناصر به‌کمک نیمه‌هادی‌ها[1] ساخته می‌شوند[2]. نیمه هادی‌های متداول عبارتند از: ژرمانیم[3]، سیلیسیوم[4]، گالیوم آرسنید[5]، ... . در این درس، با عناصری آشنا می‌شوید که در ساختمان آن ها از سیلیسیوم استفاده شده است، مگر اینکه خلاف آن ذکر شود.

بعضی از بخش‌ها این فصل با علامت ستاره (*) مشخص شده‌اند. این قسمت‌ها جزو برنامه درسی نبوده جهت اطلاع بیشتر علاقمندان، و به منظور مطالعه آزاد، در نظر گرفته شده است.

---

[1] Semiconductor

[2] رک فصل ۱-؟-؟

[3] Germanium

[4] Silicium, Silicon

[5] Gallium-Arsenide

۵-۱ دیود

دیود یک عنصر دو قطبی است که مشخصه I-V آنرا می‌توان برای یک دیود نیمه‌هادی[۱] بصورت تقریبی طبق رابطه (۵-۱) تعریف کرد.

$$i_D \approx I_s\left(e^{v_D/nv_T}-1\right) \qquad (۱-۵)$$

در این رابطه، I_s جریان اشباع[۲] یا ضریب مقیاس[۳] دیود نام دارد. این مقدار برای یک دیود مشخص در دمای ثابت تقریباً ثابت است[۴] و برای دیودهای معمولی $I_s \approx 10^{-14}A$ در نظر گرفته می شود. (برای انواع مختلف دیود $I_s \approx 10^{-17}...10^{-3}A$).

V_T، ولتاژ حرارتی[۵] نام دارد و مقدار آن از رابطه (۵-۲) قابل محاسبه است.

$$V_T = \frac{k.T}{q} \qquad (۲-۵)$$

که در این رابطه: $k = 1.38\times10^{-23}J/K$، ثابت بولتزمن، T، دما بر حسب کلوین و $q = 1.6\times10^{-19}As$، بار الکترون میباشد. در دمای اتاق ($25^{\circ}C \equiv 298K$)، $V_T = 25.7mV$. در محاسبات، برای سادگی –در صورتی که دما مشخص نشده باشد– $V_T = 25mV$ در نظر گرفته میشود. این ولتاژ معادل دمای $T = 290K$ است. موقع استفاده از برنامه اسپایس در پنجره مربوط به گزینه دما، آنرا ۱۷ (T = 17ºC) وارد کنید (مقدار پیش‌فرض در این برنامه ۲۷ (300K) است). بالاخره n یک ضریب ثابت است که مقدار آن به نوع و جنس دیود بستگی دارد. برای اکثر دیودها $n \approx 0.5 \ldots 3.5$، برای دیودهای معمولی سیلیسیومی، $n \approx 1.8$. برای سادگی محاسبات، در صورتیکه مقدار آن در مسائل داده نشده باشد، $n = 1$

---

[۱] علاوه بر دیود نیمه‌هادی (Semiconductor-Diode) معمولی، دیودهای دیگری نیز وجود دارد که مشخصه آن‌ها به فُرم‌های دیگری ظاهر می‌شود. امروزه، در الکترونیک –تا زمانیکه نوع دیود مشخص نشده باشد– منظور همان دیود نیمه‌هادی معمولی است.

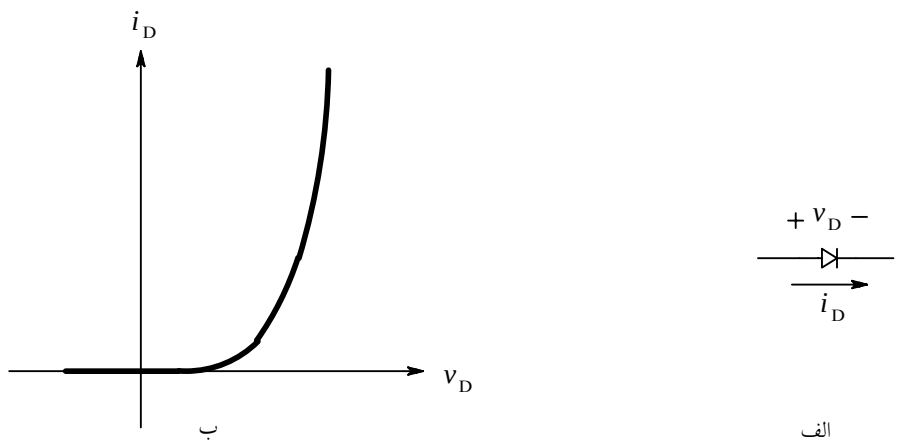
[2] Saturation Current

[3] Scaling Factor

[۴] این ضریب بشدت به دما وابسته است، بطوریکه با افزایش هر 10°C .. 5، مقدار آن دو برابر میشود.

[5] Thermal Voltage

فرض می‌شود. همانطور که از رابطه (۵-۱) نتیجه میشود، دیود یک المان غیر خطی (تابع نمـائی) اسـت. شکل ۵-۱ نماد و مشخصه یک دیود را نمایش میدهد.



شکل ۵-۱ الف - نماد ب - منحنی مشخصه یک دیود

در صورتیکه جریان گذرنده از دیود را ثابت نگهداریم، با افزایش دما، به ازاء هر درجه سانتیگراد ولتـاژ دو سر دیود حدوداً ۲ میلی ولت کم میشود[۱].

$$V_D(T_2) = V_D(T_1) - \frac{2mV}{K}\ (T_2 - T_1) \qquad , I_D = Const \qquad (۳-۵)$$

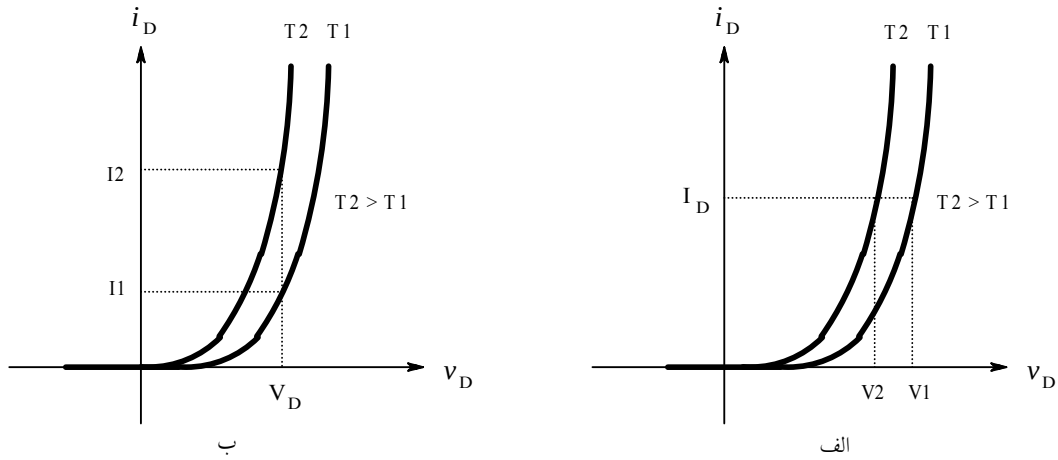
$$\left.\frac{\Delta V_D}{\Delta T}\right|_{I_D} \cong -2mV/K \qquad (۳-۵ \text{ الف})$$

اگر ولتاژ دو سر یک دیود را ثابت نگه داریم، با افزایش هر $10^\circ C$، جریـان دیـود حـدوداً دو برابـر (بازاء هر $30^\circ C$ حدوداً ده برابر) میشود[۱].

[۱] این خاصیت را می توان در ساخت دماسنج الکترونیکی بکار برد البته مقدار $-2mV/^\circ C$ یک مقدار فرضـی اسـت میـزان آن در دیودهـای مختلف و در جریانهای متفاوت معمولاً $\frac{\Delta V_D}{\Delta T} \approx -1.6 \cdots -2.5mV/^\circ C$ است.

$$I_D(T_2) = I_D(T_1).2^{(T_2-T_1)/10K} \quad ,V_D = Const \qquad (۴-۵)$$

شکل ۵-۲ وابستگی مشخصه دیود به دما را نمایش میدهد.



شکل ۵-۲ وابستگی مشخصه دیود به دما الف - جریان ثابت ب - ولتاژ ثابت

بالاخره اگر دمای دیود ثابت نگهداشته شود بازاء هر ۶۰ میلی ولت افزایش ولتاژ دو سر دیود، جریان آن حدوداً ده برابر میشود.

* **استدلال:** با فرض $V_D >> nV_T$ از (۵-۱):

$$i_D = I_s e^{v_D / nV_T} \qquad (۵-۱ \text{ الف})$$

به عبارت دیگر:

$$v_D = nV_T \ln(i_D / I_s) \qquad (۵-۵)$$

با توجه به اینکه $\ln(x) = 2.3\log(x)$ و با فرض $nV_T = 26mV$، داریم:

$$v_D = 60mV.\log\left(\frac{i_D}{I_s}\right) \qquad (۵-۵ \text{ الف})$$

[1] برای کسب اطلاعات بیشتر در این زمینه‌ها به درس فیزیک الکترونیک مراجعه نمایید.

اگر جریان دیود $i_D = I_1$ باشد:

$$V_1 \approx 60mV \log\left(\frac{I_1}{I_s}\right)$$

اگر جریان دیود $i_D = I_2$ شود:

$$V_2 \approx 60mV \log\left(\frac{I_2}{I_s}\right)$$

در نتیجه:

$$V_2 - V_1 \approx 60mV \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \qquad (۶-۵)$$

۵-۱-۱ تحلیل DC مدارهای دیودی

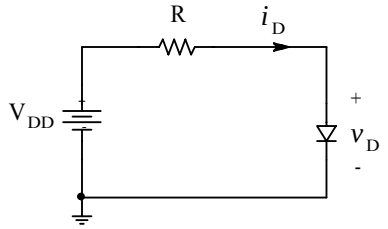
در شکل ۵-۳ یک مدار ساده دیودی نمایش داده شده است. با فرض اینکه مشخصات دیـود (I_S, T, n) و مقادیر V_{DD}, R معلوم باشند، می خواهیم I_D و V_D را بدسست آوریم.

داریم:

$$\begin{cases} V_{DD} = i_D.R + v_D \\ i_D \cong I_s e^{v_D / n.V_T} \end{cases}$$

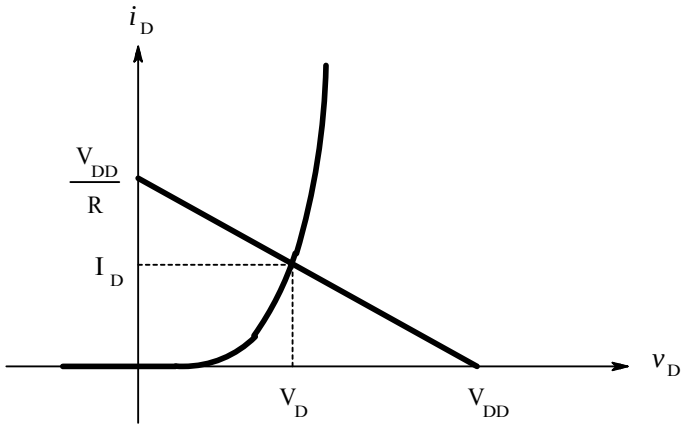
بنابراین با حل سیستم دو معادله و دو مجهولی فوق، مقادیر I_D و V_D بدست می آید:

$$V_{DD} - v_D - I_s R.e^{v_D / n.V_T} = 0, \qquad i_D = \frac{V_{DD} - v_D}{R} \qquad (۷-۵)$$



شکل ۵-۳ مدار ساده دیودی

ولی از آن‌جائی‌که معادله حاصله یک تابع نمـائی اسـت، حـل آن در حالـت کلـی از روشـهای ریاضـی تحلیلی، براحتی قابل محاسبه نمی باشد. اصولاً برای حل این گونه مسائل، دو روش ترسیمی[1] یا سـعی و خطا[2] بکار گرفته می شود.



شکل ۵-۴ روش ترسیمی حل مدار شکل ۵-۳

۵-۱-۱-۱ روش ترسیمی*

در این روش -همانطور که از نامش پیداست- دو معادله را در یک سیستم مختصات رسـم مـی نماینـد (شکل ۵-۴) از شکل ۵-۳ داریم:

$$i_D = \frac{1}{R}\left(V_{DD} - v_D\right)$$

که معادله خطی است با شیب $s = -\frac{1}{R}$. این خط محور v_D را در V_{DD} و محور i_D را در $\frac{V_{DD}}{R}$ قطـع می کند به این خط اصطلاحاً خط بار[3] گویند معادله دیگر- مشخصه دیود- نیز در شکل ۵-۴ رسم شده است. محل تلاقی دو منحنی را نقطه کار[4] گوینـد. مختصـات ایـن نقطـه (I_D و V_D)، ولتـاژ و جریـان

[1] Graphical Analysis
[2] Trial and Error (Iterative), آزمون و خطا
[3] Load Line
[4] Operating (Quiescent) Point

مطلوب مدار می باشد. اشکال این روش در این است که باید مشخصه دیود در دسترس باشد، گذشته از آن مقادیر بدست آمده دقیق نیستند. بکارگیری این روش می تواند برای درک بهتر مطلب مفید باشد.

۵-۱-۱-۲ روش سعی و خطا*

در این روش در ابتدا یک مقدار اولیه برای V_D (x_1) فرض کرده بکمک آن I_D (y_1) محاسبه می شود. بکمک مقدار حاصله (y_1) می توان V_D جدیدی را بدست آورد (x_2). حال اگر این عمل را یکبار دیگر تکرار کنیم به x_3 خواهیم رسید.

در سیستمهای همگرا[1]، x_2 از x_1 و x_3 از x_2 (همچنین y های متناظر) به مقدار واقعی نزدیکترند. این عمل را آنقدر ادامه میدهند تا خطا به یک حد قابل قبولی برسد برای روشنتر شدن این روش، به ذکر مثالی می پردازیم:

مثال ۵-۱: با فرض اینکه در مدار شکل ۵-۳، $V_{DD} = 12V$ و $R_D = 10k\Omega$ و برای دیود $I_s = 10^{-14} A$ و $nV_T = 25mV$ فرض شود، مقادیر I_D و V_D را محاسبه نمائید.

حل: از شکل ۵-۳:

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_D}{R} = \frac{12V - V_D}{10k\Omega} \qquad \text{(الف)}$$

از رابطه (۵-۵ الف):

$$V_D = 60mV.\log\left(\frac{I_D}{10^{-11} mA}\right) \qquad \text{(ب)}$$

حال با فرض یک مقدار اولیه برای V_D، معادله (الف) را حل می کنیم:

[1] مدارهای الکترونیکی، تا زمانیکه فیدبک مثبت به آنها اعمال نشده باشد، همگرا (Convergent) هستند.

با انتخاب[1] $V_{D_0}=0$:

$$I_{D1}=\frac{12V-V_{D_0}}{10k\Omega}=1.2mA$$

و قرار دادن I_{D_1} در رابطه (ب):

$$V_{D_1}=60mV.\log\left(\frac{I_{D_1}}{10^{-11}mA}\right)=60mV.\log\left(\frac{1.2}{10^{-11}}\right)=664.7517mV$$

حال یک بار دیگر این عمل را تکرار می کنیم:

$$I_{D_2}=\frac{12V-V_{D_1}}{10k\Omega}=\frac{12V-0.66475V}{10k\Omega}=1.1335mA$$
$$V_{D_2}=60mV.\log\left(\frac{I_{D_2}}{10^{-11}mA}\right)=60mV.\log\left(1.1335\times10^{11}\right)=663.27mV$$

در اینجا، چون اختلاف بین مقادیر بدست آمده در دور سوم، با مقادیر متناظر دور دوم چندان محسوس نیست (خطای I_D کمتر از ۰.۰۰۶٪ و خطای V_D کمتر از ۰.۱۱٪ (چرا؟)) می توان جواب مسئله را $I_D=1.1336mA$, $V_D=664mV$ در نظر گرفت.

چنانچه دقت بیشتری مد نظر باشد تعداد تکرارها را بیشتر می کنیم(جدول ۵-۱)

جدول ۵-۱ بکارگیری روش سعی و خطا برای محاسبه نقطه کار مدار شکل ۵-۳

j	$V_j[mV]$	$E_{r_{max}}(V)\ [\%]$	$I_j[mA]$	$E_{r_{max}}(I)\ [\%]$
1	0	-	1.2	-
2	664.7517	-	1.13353	-2.8
3	663.2666	-0.1117	1.13367	+0.006
4	…	…	…	…

تذکر: در این مثال هر قدر V_{DD} و R بزرگتر باشند زودتر به جواب می‌رسیم (چرا؟).

تمرین: مثال فوق را برای $V_{DD}=1V$ و $R=100\Omega$ تکرار کنید.

[1] انتخاب مقدار اولیه نقشی در مقدار جواب نهائی ندارد، فقط اگر بتوان مقدار نهائی را حدوداً تخمین زد و این مقدار را بعنوان مقدار اولیه در نظر گرفت، تعداد تکرارها کمتر میشود.

۵-۱-۱-۳ محاسبه تقریبی مدار

بـرای اکثـر دیودهـای معمـولی $I_s \approx 10^{-15}...10^{-13} A$ و در اکثـر مـدارهای دیـودی، در نقطـه کـار $I_D = 10\mu A \cdots 10mA$ می‌باشد. با توجه به رابطه (۵-۵ الف):

$$V_D = 60mV \cdot \log\left(\frac{I_D}{I_s}\right) = 480 \cdots 780mV \qquad (۵-۸)$$

بنابراین می توان گفـت در اکثـر مواقـع، مسـتقل از مـدار و نـوع دیـود، افـت ولتـاژ دوسـر دیودهـای سیلیسیومی در نقطه کار $V_D \approx 0.5 \cdots 0.8V$ است بهمین دلیل در محاسـبات معمـولاً $V_D = 0.6V$ یـا $V_D = 0.7V$ فرض می شود.

در عمل بعلت اینکه پارامترهای دیود بطور تقریبی انتخاب و محاسبه می‌شوند (مـثلاً $n = 1$ فـرض مـی شود، در صورتیکه ممکنست برای دیود مورد نظر $n = 1.2$ باشد، یعنی ۱۷٪- خطا در مورد محاسبه V_D، یا V_T و I_s که خود تابعی از دما هستند). از آنجایی که مشخصات دیود به جریان نقطه کار وابسته است (ر.ک به رابطه (۵-۲۸)) و جریان نقطه کار عمدتاً توسط V_{DD} و R مشخص می شود (چرا؟)، در عمـل برای محاسبه دستی، نیاز به بکارگیری روش سعی و خطا نیست! (Pspice یا برنامه‌های مشابه، از ایـن روش استفاده می‌کنند). برای مثال اگر $V_D = 0.6V$ فرض شود:

$$I_D = \frac{12V - 0.6V}{10k\Omega} = 1.14mA$$

حاصل می شود که خطای محاسباتی در مقایسه با روش سعی و خطا (جدول ۵-۱) فقط:

$$E_r = \frac{1.14mA - 1.13367mA}{1.13367mA} = +0.558\%$$

و اگر $V_D = 0.7V$ فرض شود:

$$I_D = \frac{12V - 0.7V}{10k\Omega} = 1.13mA$$
$$E_r = \frac{1.13 - 1.13367}{1.13367} = -0.324\%$$

خواهد بود، که این خطا بمراتب کمتر از تلرانس پارامترهای دیود و سایر عناصر مدار خواهد بـود! هـر قدر $V_{DD} > V_D \approx 0.7V$ باشد، دقت محاسبات بیشتر خواهد بود(چرا؟). بنابراین اگر در مسـایل شـرط خاصی نباشد، $V_D = 0.7V$ انتخاب می شود.

۵-۱-۲ مدل وکاربردهای علایم بزرگ دیود

در فصل ۵-۱-۱ دیدیم که افت ولتاژ دوسر دیود و جریان گذرنده از آن –تا هنگـامی کـه ولتـاژ منبـع تغذیه و مقاومت مدار (V_{DD} و R در مدار شکل ۵-۳) ثابت هستند- نقطه‌ای از منحنی مشخصـه دیـود را بیان می‌کنند (نقطه‌ای با مختصات (V_D, I_D) در شکل ۵-۴). در صورتیکه V_{DD} تغییر کنـد، V_D و I_D نیز تغییر خواهند کرد. تغییرات V_D و I_D متناظر است با حرکت نقطه بر روی منحنی مشخصه دیـود. از آن‌جائی‌که سیگنال[1] عبارت است از تغییرات ولتاژ (یا جریان)[2]، در صورتیکه تغییرات ولتاژ دوسر دیـود کم باشد، اصطلاح "علائم کوچک[3]" و در غیر این صورت اصطلاح "علائـم بـزرگ[4]" بـه‌کـار مـی‌رود. میزان تغییرات ولتاژ دوسر دیود برای اطلاق اصطلاحات فوق‌الذکر مقدار مشخصی ندارد و عملاً جـزء کوچکی از ۰.۷ ولت است. در خیلی از موارد حداکثر دامنه ولتـاژ بـر روی دیـود را بـه عنـوان علائـم کوچک، ۱۰ میلی ولت در نظر می‌گیرند.

در صورتی که یک منبع ولتاژ متناوب با دامنه بزرگ (مثلاً ۱۰۰ ولت) را مطابق شکل ۵-۵ الف به یـک دیود اعمال کنیم، مشخصه آن به صورت نمودار شکل ۵-۵ ب خواهد بود.

طبق رابطه (۵-۱) و همانطور که در شکل ۵-۵ ب مشهود است، تازمـانی کـه ولتـاژ منبـع حـدوداً $0 \le V_s \le 0.6V$ باشد، جریان گذرنده از دیود به حدی کمست، که افت ولتـاژ دو سـر مقاومـت قابـل

---

[1] Signal, علامت

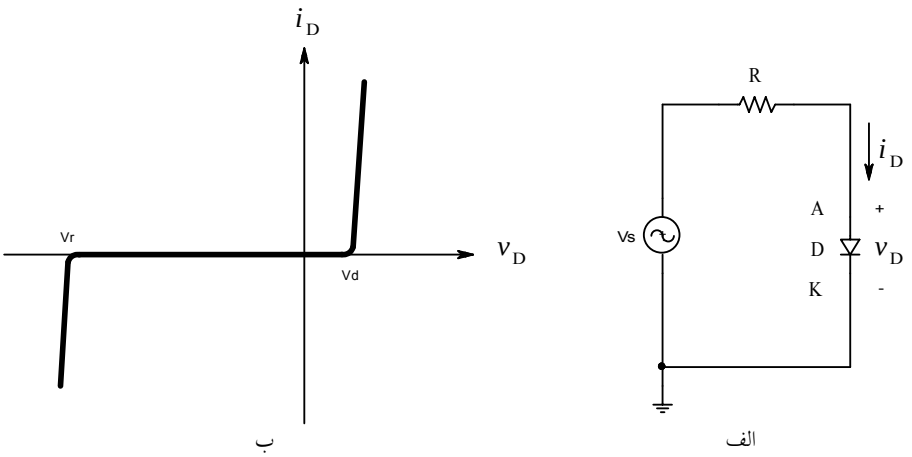
[2] رک فصل ۱-؟-؟

[3] Small Signal

[4] Large Signal

اغماض بوده $V_D \approx V_s$ و $I_D \approx 0$ در این صورت گویند دیود در حالت قطع[1] قرار دارد. به ازای $V_D \approx V_s \approx 0.6V$ بتدریج جریان دیود و در نتیجه افت ولتاژ دو سر مقاومت شروع به رشد کرده، پس از آن ولتاژ دو سر دیود تقریباً ثابت می‌ماند. این ولتاژ (V_d در شکل ۵-۵ ب) ولتاژ آستانه[2] نامیده می‌شود و معمولاً آن را با V_d، V_f، یا V_γ نمایش می‌دهند.

با افزایش V_s، افت ولتاژ دوسر دیود دیگر تغییر محسوسی نخواهد کرد و حد اکثر به حدود $V_D \approx 0.8 .. 0.9V$ خواهد رسید.



شکل ۵-۵ الف- دیود در یک مدار با منبع ولتاژ متناوب و ب- منحنی مشخصه کامل دیود

هنگامی که افت ولتاژ دو سر دیود مثبت باشد ($V_D > 0$) گویند دیود در جهت مستقیم به کار رفته است. و اگر افت ولتاژ دو سر دیود منفی باشد ($V_D < 0$) گویند دیود در جهت معکوس به کار رفته است. در صورتیکه دیود در جهت معکوس قرار گرفته باشد، از رابطه (۵-۱) نتیجه می‌شود:

$$i_D = I_s\left(e^{v_D / nV_T} - 1\right) \qquad (۵-۱)$$

[1] Cut-Off
[2] Cut-In Voltage, Diffusion Voltage, ولتاژ درگاهی، ولتاژ دیفوزیون

$-I_s < i_D < 0$ به عبارت دیگر $i_D \approx 0$. بنابراین در جهت معکوس دیود قطع است (تقریباً مانند یک مدار باز عمل می‌کند). با افزایش ولتاژ معکوس، به تدریج رابطه (۵-۱) اعتبار خود را از دست می‌دهد، به طوری که به ازای $V_D \approx V_r$ جریان دیود در جهت منفی بشدت رشد می‌کند (شکل ۵-۵ ب). به V_r ولتاژ شکست[1] گویند که اغلب آن را با BV، V_{BD}، V_{MAX}، V_R، ... نمایش می‌دهند. در حالت کلی افت ولتاژ دو سر دیود باید کمتر از ولتاژ شکست باشد، زیرا در غیر این صورت -اگر جریان دیود توسط مقاومت خارجی به حد مجاز محدود نشود- به علت توان تلف شده بیش از حد، دیود معیوب می‌شود (اصطلاحاً می‌گویند دیود می‌سوزد).

یادآوری: به علت اینکه جهت ولتاژ دو سر دیود مهم است، پایه‌های آن را مشخص می‌کنند (شکل ۵-۵ الف). معمولاً به پایه‌های اجزای الکتریکی الکترود[2] گویند. الکترودهای دیود آند[3] و کاتد[4] نامیده می‌شوند. در جهت مستقیم اختلاف پتانسیل آند نسبت به کاتد مثبت است، و بلعکس.

۵-۱-۲-۱ مدل‌های علایم بزرگ دیود

همانطور که ذکر شد[5]، مدل کردن یک المان، یعنی توصیف ریاضی خواص فیزیکی آن عنصر. به علت پیچیدگی رفتاری یک المان واقعی، مدلسازی دقیق آن عملاً امکان‌پذیر نمی‌باشد. به همین دلیل بسته به نیاز در دقت محاسبات، مدل‌های متفاوتی برای یک المان تعریف می‌کنند. برای مثال رابطه (۵-۱) یک مدل تقریبی ساده شده دیود است، که فقط با سه پارامتر تعریف شده است. خطای این مدل برای افت ولتاژ بیش از ۰.۹ ولت در جهت مستقیم یا چند ولت در جهت معکوس خیلی زیاد خواهد

[1] Breakdown Voltage
[2] Electrode
[3] Anode
[4] Cathode

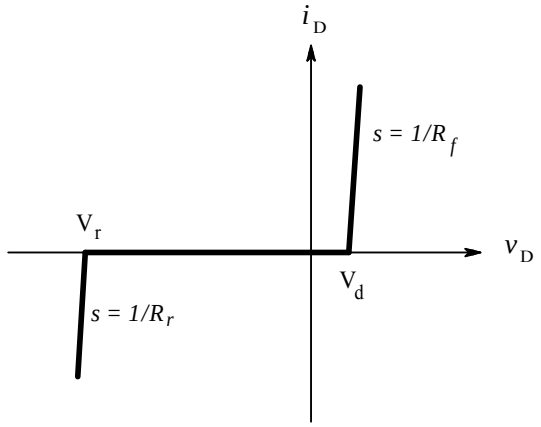
[5] رک فصل ۱-؟-؟

بود؛ ناحیه شکست را هم اصلاً در نظر نمی‌گیرد. به همین دلیل برای دیود مدل‌های پیچیده‌تری تعریف می کنند، که از حوصله این درس خارج است. برای مثال در اسپایس بـرای دیـود ۱۵ پـارامتر تعریـف شده است!

از طرف دیگر، برای محاسبات سریع دستی، حتی رابطه (۵-۱) نیز بسـیار پیچیـده اسـت[1]. لـذا در بسیاری از موارد، مدل‌های ساده‌ی خطی شده مورد استفاده قرار می‌گیرند. تصمیم‌گیری برای این که از کدام مدل باید استفاده کرد، به صورت مسئله بر می‌گردد.

همانطور که در شکل ۵-۵ ب مشخص است، سه ناحیه کاری برای دیود قابل تفکیک است:

- ناحیه قطع: $V_r < v_D < V_d$
- ناحیه وصل مستقیم: $v_D > V_d$
- ناحیه وصل معکوس: $v_D < V_r$



شکل ۵-۶ مدل خطی شده دیود

علاوه بر آن با توجه به این که محدوده‌های گذر از قطع به وصل -در مقایسه با این نواحی- بسیار کم است، می‌تـوان نمودار شـکل ۵-۵ ب را تقریـب خطـی زده، بـه صـورت شـکل ۵-۶ نمـایش داد.

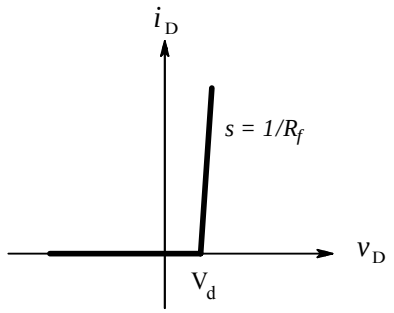
[1] رک فصل ۵-۱-۱-۲

بنابراین مدل خطی دیود را می‌توان با رابطه (۵-۹) تقریب زد. در این رابطه: v_D مقدار لحظه‌ای افت ولتاژ دو سر دیود، i_D جریان گذرنده از آن، V_r ولتاژ شکست، V_d ولتاژ آستانه، R_r مقاومت دیود در جهت معکوس و R_f مقاومت دیود در جهت مستقیم می‌باشد.

$$i_D = \begin{cases} \dfrac{v_D - V_r}{R_r} & for \quad v_D < V_r \\ 0 & for \quad V_r < v_D < V_d \\ \dfrac{v_D - V_d}{R_f} & for \quad v_D > V_d \end{cases} \qquad (۹-۵)$$

از آنجایی که برای دیودهای معمولی -در حالت عادی- سیگنال ورودی مجاز نیست از ولتاژ شکست تجاوز نماید، در این موارد می‌توان مدل را ساده‌تر در نظر گرفت (شکل ۵-۷ و رابطه (۵-۱۰)).

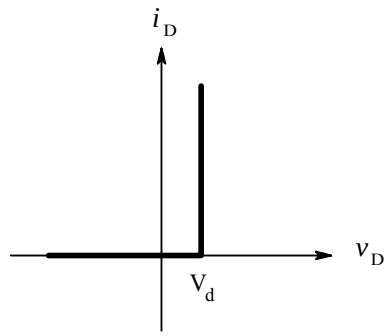
$$i_D = \begin{cases} 0 & for \quad v_D < V_d \\ \dfrac{v_D - V_d}{R_f} & for \quad v_D > V_d \end{cases} \qquad (۱۰-۵)$$



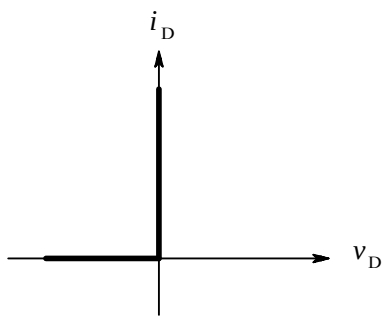
شکل ۵-۷ مدل ساده شده دیود

مقدار R_f برای دیودهای معمولی در حد دهم اهم تا چند اهم است. بنابر این در اکثر مدارها -چون مقدار مقاومت‌های شبکه بمراتب بیش از این است- می توان از R_f صرف‌نظر کرد ($R_f \approx 0$). بنابراین در چنین حالتی مدل دیود توسط رابطه (۵-۱۱) به‌عبارت دیگر شکل ۵-۸ تعریف می‌شود.

$$\begin{cases} i_D = 0 & for \quad v_D < V_d \\ v_D = V_d & for \quad i_D > 0 \end{cases} \qquad (۱۱-۵)$$



شکل ۵-۸ مدل ساده تر دیود



شکل ۵-۹ مدل دیود ایده آل

مدل فوق در بسیاری از مدارهای واقعی -برای علایم بزرگ- قابل استفاده است. بعضی وقت‌ها، یعنی در صورتی‌که افت پتانسیل بر روی سایر عناصر شبکه، خیلی بزرگ‌تر از ولتاژ آستانه باشد، مدل باز هم ساده‌تر می‌شود. در این صورت میتوان از ولتاژ آستانه در مقابل سایر ولتاژها صرف‌نظر کرد، یعنی $V_d \approx 0$. در این صورت مدل دیود توسط رابطه (۵-۱۲) به‌عبارت دیگر شکل ۵-۹ تعریف می‌شود؛ که به این مدل، مدلِ ایده‌آلِ علایمِ بزرگِ دیود گویند. در این درس تقریباً همیشه از این مدل استفاده می‌شود.

$$\begin{cases} i_D = 0 & for \quad v_D \le 0 \\ v_D = 0 & for \quad i_D \ge 0 \end{cases} \qquad (۱۲-۵)$$

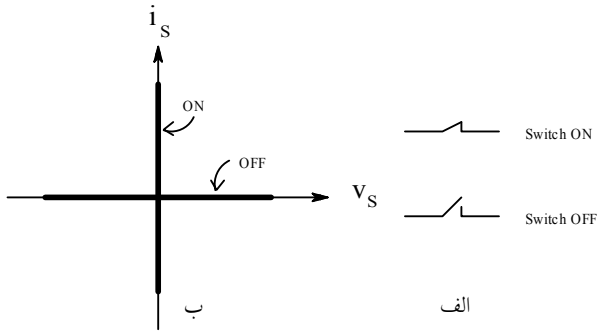
این مدل معادل است با قسمتی از مدل یک سویچ. زیرا بنا به تعریف، یک سویچ یک دو قطبی است که دارای دوحالت می‌باشد:

- **سویچ قطع است:** جریان گذرنده از سویچ ایده‌آل صفر بوده، ولتاژ دوسر آن توسط سایر عناصر مدار مشخص می‌شود

- **سویچ وصل است:** افت پتانسیل دو سر سویچ ایده‌آل صفر بوده، جریان گذرنـده از آن توسط سایر عناصر مدار مشخص می‌شود.

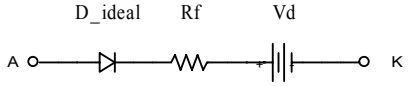
شکل ۵-۱۰ نماد و مشخصه یک سویچ ایده‌آل و رابطه (۵-۱۳) مدل ریاضی آن را نمایش می‌دهد.

$$\begin{cases} i_D = 0 & Switch \quad OFF \\ v_D = 0 & Switch \quad ON \end{cases} \qquad (۱۳-۵)$$



شکل ۵-۱۰ مدل سویچ ایده آل الف: نماد، ب: مشخصه

با توجه به مطالب فوق می‌توان یک مدل مداری مطابق شـکل ۵-۱۱ بـرای دیـود در نظـر گرفـت. بنابراین به ازای $V_{AK} \leq 0$ دیود مانند یک مدار باز عمل مـی-کند. به ازای $V_{AK} > 0$ دیود مانند یک منبع ولتاژ (۰.۷ ولتـی) سری با یک مقاومت عمل می‌کند (نمودار شکل ۵-۷). چنان-که از اثر مقاومت به عبارت دیگر منبع بتوان صرفنظر کرد، مدار معادل شکل‌هـای ۵-۸ و ۵-۹ حاصـل می‌شود.



شکل ۵-۱۱ مدل مداری ساده شده دیود

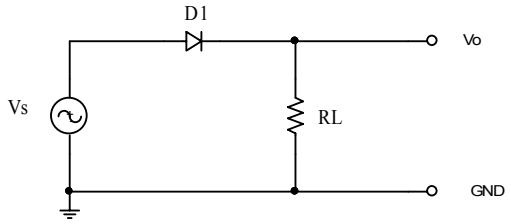
بنابراین در بیشتر مواقع یک دیود در جهت مستقیم را مانند یک سویچ بسته[1] و در جهت معکوس را مثل یک سویچ باز[2] در نظر می‌گیرند.

۵-۱-۲-۲ کاربرد علایم بزرگ دیود

در این قسمت با چند کاربرد متداول دیودهای معمولی آشنا می‌شویم که عبارتند از: یکسوسازی، محدودکنندگی، گیرشی و چندبرابر کننده ولتاژ.

۵-۱-۲-۲-۱ یکسو سازها

مهم‌ترین کاربرد دیود معمولی، یکسوسازی است. همان‌طور که ملاحظه شد، دیود در جهت مستقیم جریان را از خود عبور می‌دهد، و در جهت معکوس مانند مدار باز عمل می‌کند. یعنی اگر دیود را در مداری قرار دهیم که توسط ولتاژ متناوبی[3] تحریک می‌شود، جریان گذرنده از آن در یک جهت خواهد بود، یعنی جریان یکسو[4] شده است.



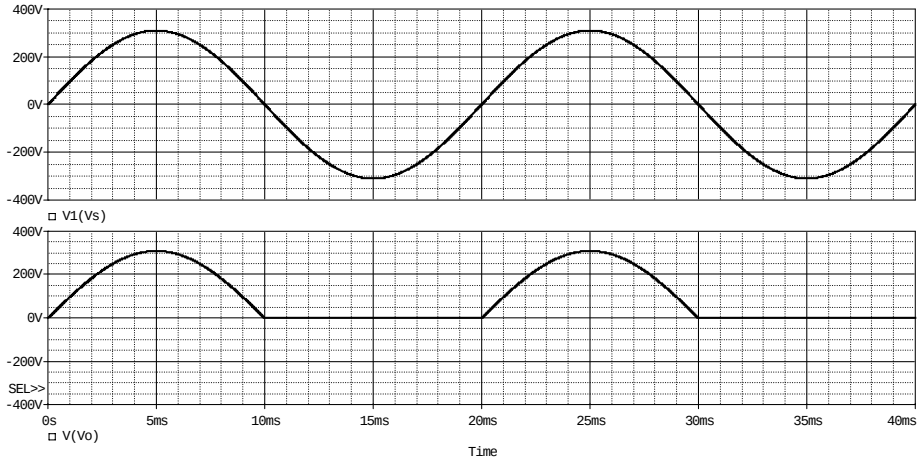
شکل ۵-۱۲ مدار یکسو کننده نیمه موج

POWEREN.IR

[1] ON, وصل
[2] OFF, قطع
[3] AC: Alternating Current
[4] DC: Direct Current

۵-۱-۲-۲-۱-۱ یکسو ساز نیمه موج

شکل ۵-۱۲ مدار یک **یکسو کننده نیمه موج**[1] و شکل ۵-۱۳ شکل موج‌های مربوطه را نمایش می‌دهد. برای مثال اگر Vs ولتاژ برق شهر در ایران باشد، فرکانس آن ۵۰ هرتز، مقدار مؤثر ولتاژ ۲۲۰ ولت و در نتیجه دامنه ولتاژ حدوداً ۳۱۰ ولت خواهد بود. در نیم‌پریود[2] مثبت، ولتاژ آند نسبت به کاتد مثبت بوده دیود هدایت می‌کند. دراین صورت افت ولتاژ دیود (۰.۷ ولت) در مقابل ولتاژ ورودی (۳۱۰ ولت) قابل اغماض بوده ولتاژ خروجی عملاً با ولتاژ ورودی برابر است. در نیم‌پریود منفی، ولتاژ آند نسبت به کاتد منفی بوده دیود قطع است. بنابراین ولتاژ خروجی تقریباً صفر است (در مقابل ولتاژ ورودی قابل اغماض می‌باشد).



شکل ۵-۱۳ شکل موج‌های مربوط به مدار شکل ۵-۱۲ بالا: ولتاژ منبع (ورودی)، پایین: ولتاژ بار (خروجی)

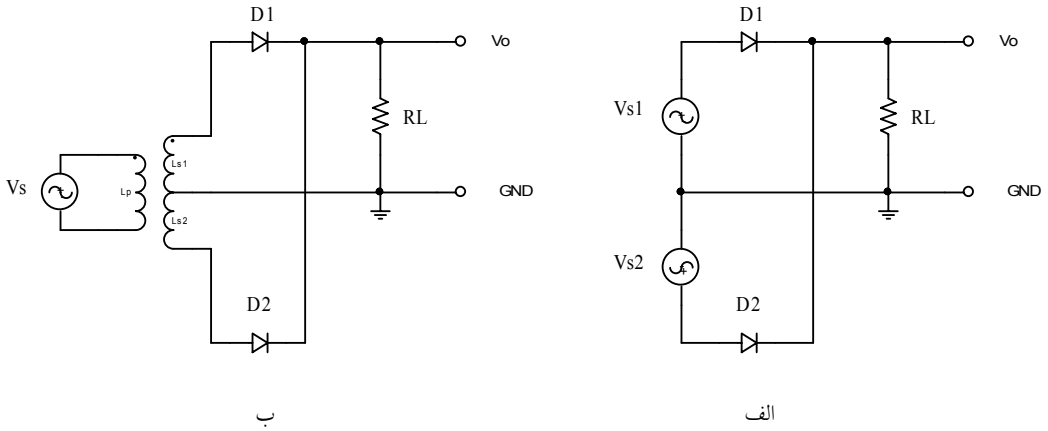
بنابراین، ولتاژ خروجی -برخلاف ولتاژ ورودی، که مقدار لحظه‌ایش هم منفی و هم مثبت بوده مقدار متوسط آن در یک پریود کامل صفر است- فقط مقادیر مثبت یا صفر را داشته، مقدار متوسط آن در یک پریود کامل مقداری مثبت است. به‌همین دلیل به این مدار یک یکسوکننده، وچون فقط انرژی نصف موج به خروجی منتقل میشود، نیمه‌موج (نیم‌موج)، گویند.

[1] HWR: Half-Wave Rectifier
[2] Half-Cycle, Half-Period

سوال: اگر جهت دیود را (در شکل ۵-۱۲) برعکس کنیم چه تغییری رخ می‌دهد؟

۵-۱-۲-۲-۱-۲ یکسو ساز تمام‌موج

اگر مانند شکل ۵-۱۴ الف دو منبع سینوسی با دامنه و فرکانس یکسان و اختلاف فاز 180° را پس از یکسوسازی، باهم موازی کنیم، یک یکسو کننده تمام موج[1] حاصل می‌شود. ساده‌ترین روش برای ایجاد اختلاف فاز 180°، استفاده از یک ترانسفورماتور با دو ثانویه یکسان است، که سر انتهایی یکی به سر ابتدایی دیگری وصل شده باشد. به این نوع یکسوساز، **یکسوساز تمام‌موج با سر وسط**[2] گفته میشود. شکل ۵-۱۴ ب چنین مداری را نمایش می‌دهد.



شکل ۵-۱۴ مدار یکسو کننده تمام موج با سر وسط الف- نحوه کارکرد ب- نحوه پیاده سازی

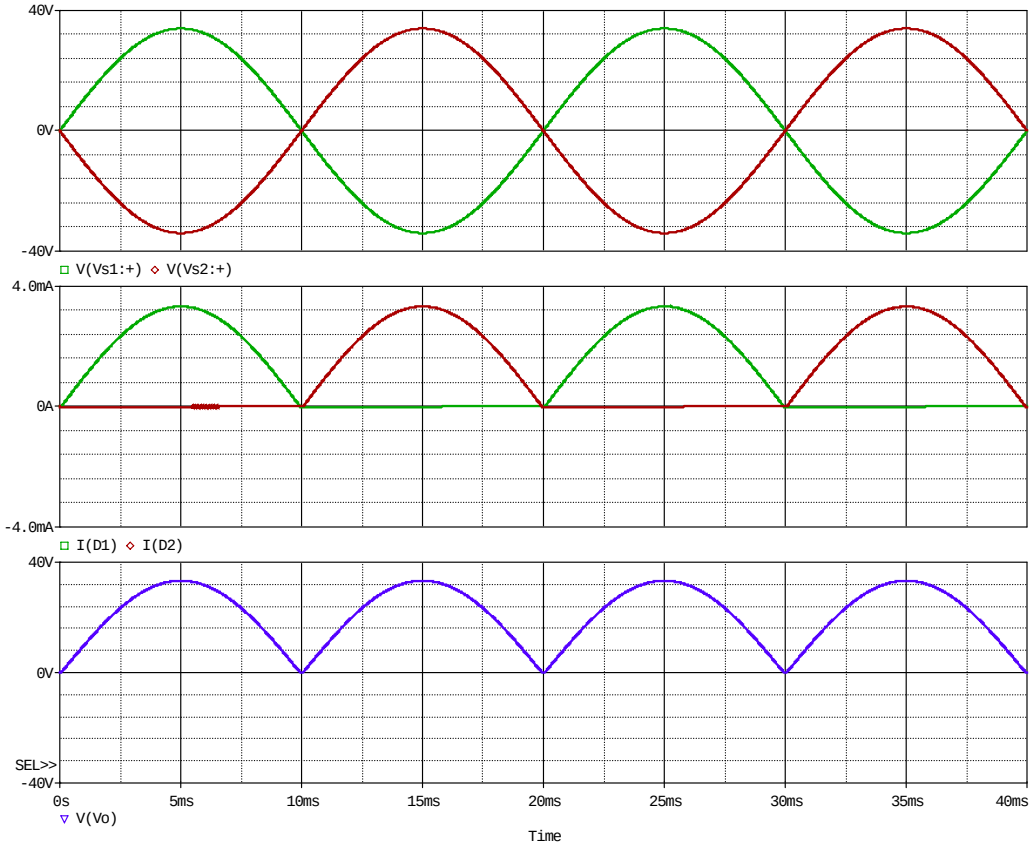
حسن دیگری که استفاده از ترانس دارد این است که به کمک آن می‌توان به ازای یک منبع ولتاژ مشخص -مثلاً ۲۲۰ ولت برق شهر- عملاً به هر ولتاژ دلخواه، چه کمتر (بکمک ترانس کاهنده) وچه بیشتر (بکمک ترانس افزاینده) دست یافت. در مدارهای شکل ۵-۱۴ $Vs1 \equiv V(Ls1)$ و

[1] FWR: Full-Wave Rectifier
[2] Centre-Tapped Full-Wave Rectifier

$Vs2 \equiv V(Ls2)$. با فرض این که ترانس به کار رفته یک مبدل 220V : 2×24V [1] باشد، دامنه ولتاژ هرکدام از ثانویه‌ها حدوداً ۳۴ ولت خواهد بود. در نیم پریود مثبت برق شهر، ولتاژ Vs1 نسبت به زمین (GND) مثبت و ولتاژ Vs2 منفی خواهد بود. لذا دیود D1 هدایت می‌کند (سویچ بسته) و D2 قطع است (سویچ باز). اگر از افت ولتاژ دو سر دیود (۰.۷ ولت) در مقابل دامنه ولتاژ ترانس (۳۴ ولت) صرفنظر کنیم، ولتاژ خروجی حدوداً با ولتاژ ثانویه ترانس برابر خواهد بود. در نیم پریود منفی برق شهر، ولتاژ Vs1 نسبت به زمین (GND) منفی و ولتاژ Vs2 مثبت خواهد بود. لذا دیود D2 هدایت می‌کند (سویچ بسته) و D1 قطع است (سویچ باز). بنابر این در هر نیم پریود یکی از دیودها مانند یکسوساز نیم‌موج عمل کرده در یک پریود کامل، دو نیم‌موج یکسو شده داریم. در این حالت چون انرژی تمام موج به خروجی منتقل میشود، یکسو کننده را تمام‌موج، نامند.

در شکل ۵-۱۵ نمودار زمانی ولتاژهای منبع و خروجی و جریان‌های گذرنده از دیودها نمایش داده شده است. در نمودار بالایی، شکل موج ولتاژهای ثانویه ترانس رسم شده‌اند. درین نمودار Vs1 با رنگ سبز و Vs2 با رنگ قرمز نمایش داده شده است. در نمودار وسطی، شکل موج جریان‌های گذرنده از دیودها رسم شده‌اند. در این نمودار جریان گذرنده از دیود D1 (I(D1)) با رنگ سبز و جریان گذرنده از D2 با رنگ قرمز نمایش داده شده است. بالاخره نمودار پایینی شکل موج ولتاژ خروجی به عبارت دیگر ولتاژ دو سر مقاومت بار (R_L) را نمایش می‌دهد.

[1] این نحوه نگارش یعنی، یک ترانس با دو ثانویه که اگر اولیه آن به یک منبع ولتاژ ۲۲۰ ولتی وصل شود، نیروی محرکه ثانویه‌های آن هرکدام ۲۴ ولت خواهد بود.



شکل ۵-۱۵ نمودارهای زمانی مدار شکل ۵-۱۴ بالا: ولتاژ منابع، وسط: جریان‌های گذرنده از دیودها و پایین: ولتاژ خروجی

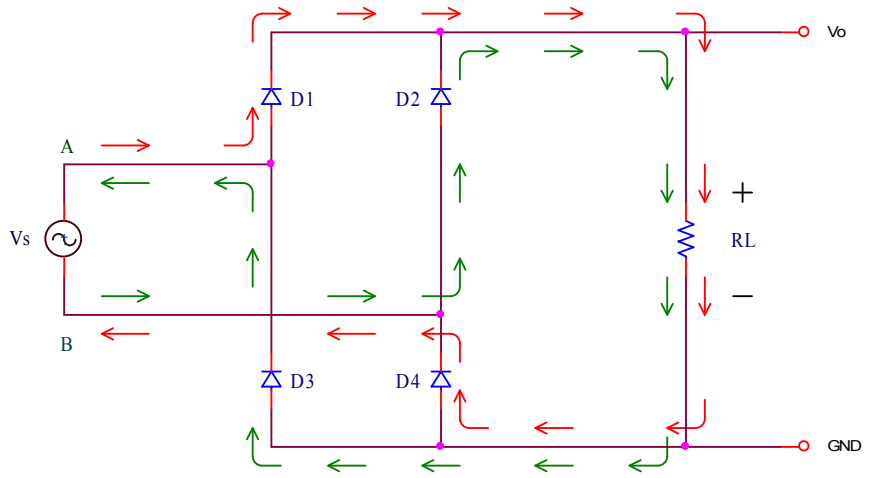
در جایی که ترانس با دو ثانویه مشابه در اختیار نیست، یا به دلایلی نمی‌خواهیم از ترانس استفاده کنیم، مدار شکل ۵-۱۶ -که به مدار **یکسوساز پل تمام‌موج**[1] مشهور است- به‌کار می‌رود. در این مدار از چهار عدد دیود که به صورت یک پل به هم بسته شده‌اند، استفاده شده است. نحوه کار کرد مدار از این قرار است:

در نیم پریود مثبت، یعنی هنگامی که $V_A > V_B$ است، جریان از گره بالایی منبع ولتاژ (گره A) خارج شده بسمت دو دیود D1 و D3 می‌رود (فلش‌های قرمز در شکل ۵-۱۶). درین حالت D1 در جهت مستقیم (سویچ وصل) و D3 در جهت معکوس (سویچ قطع) قراردارند، لذا جریان از طریق D1 و مقاومت بار (R_L) به سمت آندهای دیودهای D3 و D4

[1] Full-Wave Bridge Rectifier

می‌رود. به علت اینکه ولتاژ کاتد D3 نسبت به آند آن مثبت است، این دیود قطع بوده جریان از طریق D4 به گره پایینی منبع ولتاژ (گره B) بر می‌گردد.

در نیم پریود منفی، یعنی هنگامی که $V_A < V_B$ است، جریان از گره B خارج شده، مانند حالت قبل، از طریق D2، RL و D3 به گره A بر می‌گردد (فلش‌های سبز در شکل ۵-۱۶). چنانکه مشاهده می‌شود، جریان در مسیر منبع متناوب ولی در مسیر بار یکسو شده است.



شکل ۵-۱۶ پل یکسوساز

شکل موج‌های این مدار مشابه شکل موج‌های نمایش داده شده در شکل ۵-۱۵ **می باشند.**

۵-۱-۲-۲-۱-۳ فیلتر

همان‌طور که در شکل موج یکسوسازها مشاهده می‌شود، با وجود این که ولتاژ خروجی، یک ولتاژ یک‌طرفه است، ولی مقدار لحظه‌ای آن ثابت نیست. بنا به تعریف مقدار ولتاژ یکسو شده معادل است با مقدار متوسط آن ولتاژ. این مقدار برای یک ولتاژ سینوسی یکسو شده نیمه موج برابر است با[1]:

[1] رک به فصل ۵-۱-۲-۲-۱-۴

$$V_{DC} = \frac{V_P - V_\gamma}{\pi} \approx \frac{V_P}{\pi} \qquad (۱۴-۵)$$

برای تمام موج با سر وسط:

$$V_{DC} = 2 \cdot \frac{V_P - V_\gamma}{\pi} \approx \frac{2 \cdot V_P}{\pi} \qquad (۱۵-۵)$$

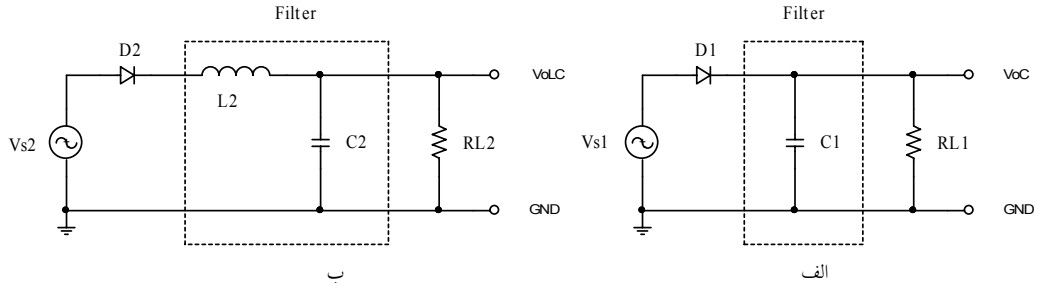
و برای پل:

$$V_{DC} = 2 \cdot \frac{V_P - 2 \cdot V_\gamma}{\pi} \approx \frac{2 \cdot V_P}{\pi} \qquad (۱۶-۵)$$

در این روابط V_{DC} مقدار متوسط ولتاژ خروجی، V_P دامنه ولتاژ ورودی و V_γ ولتاژ آستانه هر دیود است. بنابراین برای مثال بافرض این که یک ولتاژ سینوسی ۲۴ ولتی به ورودی یکسوکننده اعمال شود، مقدار ولتاژ یکسو شده برای یکسوسازهای مختلف طبق روابط (۵-۱۴) تا (۵-۱۶) بـه ترتیـب حـدوداً برابر خواهد بود با: ۱۰.۶، ۲۱.۲ و ۲۰.۸ ولت (چرا؟).

برای خیلی از دستگاه‌های الکترونیکی ثبوت نسبی ولتاژ مهم است. مثلاً یک رادیو که با ولتاژ نامی ۹ ولت کار می‌کند، ممکن است در محدوده ولتاژی ۶ تا ۱۲ ولت کار خود را درست انجام دهد. حـال فرض کنیم بخواهیم این رادیو را بکمک یکسو کننده نیم‌موج (مدار شکل ۵-۱۲) تغذیه کنیم. طبق مثال فوق ولتاژ ۱۰.۶ ولت برای این منظور مناسب است. ولی باوجود این‌که مقـدار متوسـط خروجـی ایـن یکسوساز خواسته ما را برآورده می‌سازد، مقدار لحظه‌ای ولتاژ (طبق شکل ۵-۱۳) در هـر ثانیـه ۵۰ بـار بین صفر تا حدوداً ۳۳ ولت تغییر می‌کند. در زمان‌هایی که ولتاژ زیر ۶ ولت است، رادیو قطع می‌شـود. بعد از آن صدا به‌تدریج بلند می‌شود. درصورتی‌که ۳۳ ولت باعث معیـوب شـدن رادیـو نگـردد، صـدا بسیار بلند می‌شود، و پس از آن صدا کم می‌شود تا دو باره قطع شود! این عمل متناوباً ۵۰ بـار در ثانیـه تکرار می‌شود. اثر این امر به این گونه ظاهر می‌گردد که، بجای شنیدن صدای رادیو، صـدای ۵۰ هرتـز برق شهر را به طرز ناخوش‌آیندی می‌شنویم.

برای برطرف کردن این اشکال، یعنی حذف -یا حداقل کاهش- تغییرات ولتاژ، از فیلترها[1] استفاده می‌شود. فیلترها مدارهایی هستند که از یک طیف فرکانسی، قسمتی را جدا می‌کنند[2]. بنابراین نیاز به فیلتری است که مؤلفه ثابت ولتاژ (DC, 0Hz) را عبور دهد و مؤلفه‌های متغییر ولتاژ (AC, 50Hz)[3] را تضعیف نماید. این نوع فیلتر "پایین گذر[4]" نام دارد. از فیلترهای متداول می‌توان فیلترهای C و LC را نام برد که اولی بسیار متداول‌تر است. در شکل ۵-۱۷ مدارهای یکسوساز با فیلتر نمایش داده شده‌اند.



شکل ۵-۱۷ مدار یکسو کننده نیم‌موج با فیلتر: الف- C و ب- LC

در شکل ۵-۱۸ نمودارهای زمانی مدار شکل ۵-۱۷ الف نمایش داده شده‌اند. ولتاژ ورودی با دامنه حدود ۳۴ ولت با رنگ سبز نمایش داده شده است. هنگامی‌که ولتاژ ورودی به حداکثر مقدار خود (۳۴ ولت) می‌رسد، ولتاژ دوسر خازن بعبارت دیگر ولتاژ خروجی -که با رنگ قرمز نمایش داده شده است- به اندازه افت ولتاژ دو سر دیود از آن کمتر می‌باشد، یعنی حدوداً ۳۳.۳ ولت. با کم شدن ولتاژ ورودی -بعلت بار ذخیره شده در خازن- ولتاژ خروجی کمتر افت می‌کند، در نتیجه ولتاژ آند دیود از ولتاژ کاتدش کمتر شده دیود قطع می‌شود. جریان دیود (نمودار آبی رنگ) تا زمانی صفر باقی می‌ماند که ولتاژ خروجی از ورودی بیشتر است. پس از گذشت زمان نزدیک به یک پریود، ولتاژ خازن بتدریج

---

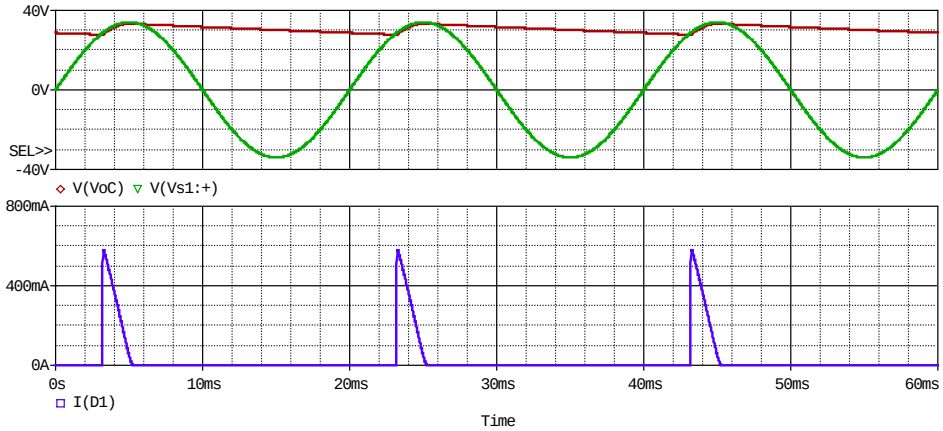
[1] Filter, صافی

[2] رک به فصل ؟-؟-؟

[3] البته بغیر از ۵۰ هرتز، هارمونی‌های آن یعنی: ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰، ... هرتز نیز وجود دارند (رک به فصل ؟-؟-؟) که فیلتر آن ها را هم تضعیف می‌کند.

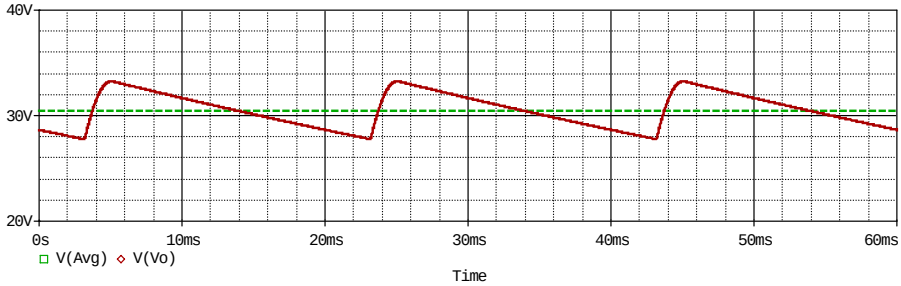
[4] LPF: Low-Pass Filter

افت کرده و ولتاژ ورودی افزایش یافته، این دو به هم می‌رسند. هنگامی که ولتاژ ورودی به اندازه ولتاژ آستانه دیود از ولتاژ خروجی بیشتر شد، دیود وصل شده، ولتاژ خروجی ولتاژ ورودی را دنبال می‌کند ($V_O \approx V_S$). در این مدت خازن دوباره شارژ شده، به هنگام قطع بودن دیود انرژی خروجی را تأمین می‌کند.



شکل ۵-۱۸ شکل‌موج‌های یکسوکننده نیم‌موج با فیلتر خازنی: بالا- سبز، ولتاژ ورودی، قرمز، ولتاژ خروجی، پایین- جریان دیود

به تغییرات ولتاژ خروجی ریپل[1] گویند. در شکل ۵-۱۹ ولتاژ تضاریس (قرمز) بزرگتر نمایش داده شده است. خط سبز مبین مقدار متوسط ولتاژ خروجی است.



شکل ۵-۱۹ نمودار زمانی ولتاژ خروجی مدار شکل ۵-۱۷ الف، قرمز: مقدار لحظه‌ای، سبز مقدار متوسط

[1] Ripple, تضاریس

تضاریس و مقدار متوسط ولتاژ خروجی از روابط (۵–۱۷) و (۵–۱۸) بدست می‌آیند[1].

$$V_{r_{PP}} \approx \frac{V_{S_P} - V_\gamma}{R \cdot C \cdot f_o + 0.5} \approx \frac{V_{S_P}}{R \cdot C \cdot f_o} \qquad (۱۷–۵)$$

$$V_{O_{Avg}} \approx V_{s_P} - V_\gamma - \frac{V_{r_{PP}}}{2} \qquad (۱۸–۵)$$

در این روابط: $V_{r_{PP}}$ دامنه تغییرات ولتاژ خروجی، V_{s_P} دامنه ولتاژ ورودی، V_γ ولتاژ آستانه دیود، R مقاومت بار، C ظرفیت خازن و f_o فرکانس تضاریس خروجی است. برای برق شهر در ایران، برای یکسو ساز نیم‌موج $f_o = 50\text{Hz}$ و برای یکسو ساز تمام‌موج $f_o = 100\text{Hz}$ است (چرا؟).

بنابراین با افزودن یک خازن به مدار، تضاریس کم و مقدار متوسط ولتاژ خروجی زیاد می‌شود. چنان‌که از روابط فوق برمی‌آید، برای یک مدار مشخص، V_{s_P}، V_γ، C و f_o مقادیر ثابتی هستند و مقادیر تضاریس و متوسط ولتاژ خروجی تابعی از مقاومت بار بعبارت دیگر جریان خروجی هستند. در صورتی که از خروجی جریانی کشیده نشود ($R_L \to \infty$) ولتاژ خروجی برابر با دامنه ولتاژ ورودی و ریپل آن صفر خواهد بود. با افزایش جریان خروجی، ولتاژ خروجی کم و تضاریس آن زیاد خواهد شد.

مثال ۵–۲: فرض کنیم برای رادیوی مثال فوق میخواهیم یک منبع تغذیه بسازیم. اگر برای این منظور از یک پل دیودی و یک خازن ۱۰۰۰ میکروفاراد (مدار شکل ۵–۲۰) استفاده کنیم، با انتخاب یک ترانس 220V : 9V دامنه ولتاژ ثانویه آن $V_{s_P} = 9 \times \sqrt{2} \approx 12.7V$ بنابراین در حالت بی باری حداکثر ولتاژ خروجی تقریباً برابر این مقدار است. با فرض اینکه جریان خروجی یکسوکننده –متناظر

[1] رک فصل ۵–۱–۲–۲–۱–۴

با صدای رادیو- بین حدود ده تا صد میلی آمپر تغییر کند، طبق روابط (۵-۱۷) و (۵-۱۸)، مقدار متوسط خروجی و ریپل آن برابر خواهند بود با:

$$a:\ I=10mA \rightarrow R\approx 1.1k\Omega,\quad V_{r_{PP}}\approx \frac{V_{s_P}-V_\gamma}{R.C.f_o+0.5}\approx \frac{12.7V-2\times 0.7V}{1.1k\Omega\times 1000\mu F\times 100Hz+0.5}\approx 100mV$$

$$V_{o_{Avg}}\approx V_{o_P}-V_\gamma-0.5V_{r_{PP}}\approx 12.7V-2\times 0.7V-0.5\times 100mV\approx 11.3V$$

$$b:\ I=100mA \rightarrow R\approx 110\Omega,\quad V_{r_{PP}}\approx \frac{V_{s_P}-V_\gamma}{R.C.f_o+0.5}\approx \frac{12.7V-2\times 0.7V}{110\Omega\times 1000\mu F\times 100Hz+0.5}\approx 1V$$

$$V_{o_{Avg}}\approx V_{s_P}-V_\gamma-0.5V_{r_{PP}}\approx 12.7V-2\times 0.7V-0.5\times 1V\approx 10.8V$$

بنابراین اضافه کردن یک خازن مناسب در مدار باعث می‌شود که ولتاژ خروجی در محدوده: $V_o=10.3\cdots 11.3V$ قرار بگیرد، که برای رادیوی مثال ذکر شده کاملاً مناسب است.

۵-۱-۲-۲-۱-۴ مشخصات یکسوکننده‌ها*

مشخصاتی که از یکسوکننده‌ها باید بدست آوریم عبارتند از: حد اکثر ولتاژی که دوسر دیود می-افتد، حداکثر جریان گذرنده از آن، حداکثر افت ولتاژ دو سر خازن، ولتاژ متوسط خروجی و ریپل آن. حداکثر افت ولتاژ بر روی دیود در جهت معکوس، باید کمتر از ولتاژ شکست آن باشد. حداکثر ولتاژ معکوس دیود در یکسوکننده‌های نیم‌موج و تمام‌موج با سر وسط، تقریباً دو برابر دامنه ولتاژ ورودی، و برای یکسوکننده با پل دیودی تقریباً برابر دامنه ولتاژ ورودی است (چرا؟). حداکثر ولتاژ دو سر خازن در تمام حالات برابر دامنه ولتاژ ورودی می‌باشد.

درحالت عادی، هنگامی که از ولتاژ یا جریان سخن به میان می‌آید، منظور مقدار مؤثر[1] آن‌ها است. که برای شکل موج‌های سینوسی این مقدار حدوداً ۰.۷ برابر دامنه است. بنا به تعریف:

$$V_{eff} \equiv V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (v(t))^2 \; dt} \qquad (۱۹-۵)$$

مقدار DC یک متغییر میانگین[2] آن است. بنابه تعریف:

$$V_{Avg} = \frac{1}{T}\int_0^T v(t) \; dt \qquad (۲۰-۵)$$

که در این روابط t زمان، $v(t)$ ولتاژ متناوب، V_{RMS} مقدار مؤثر، V_{Avg} مقدار متوسط و T زمان تناوب آن است. بنابراین برای یک ولتاژ سینوسی با دامنه V_P:

$$v(t) = V_P \sin(\omega t + \varphi) \quad \rightarrow \quad V_{RMS} = \frac{V_P}{\sqrt{2}} \;, \quad V_{Avg} = 0$$

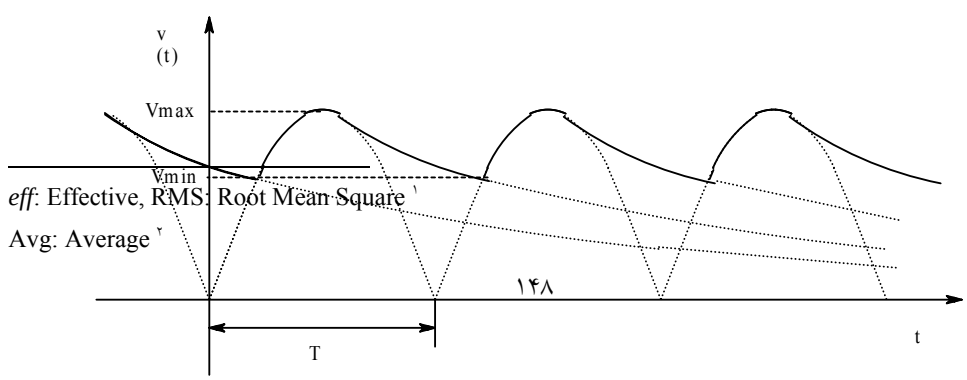
و برای ولتاژهای یکسو شده:

$$HWR: \; V_{Avg} = \frac{V_P}{\pi} \;, \quad V_{RMS} = \frac{V_P}{2} \qquad\qquad FWR: \; V_{Avg} = \frac{2V_P}{\pi} \;, \quad V_{RMS} = \frac{\sqrt{2}\; V_P}{2}$$

بنابراین وقتی مقدار ولتاژ سینوسی معلوم است، برای انتخاب دیودها وخازن، ولتاژ مجاز آن‌ها از: $V_P = \sqrt{2}\; V_{RMS} \approx 1.4\; V_{RMS}$ بدست می‌آید.

جریان متوسط دیودها با جریان متوسط خروجی (مقاومت بار) برابر است (چرا؟).

توان تلف شده بر روی دیودها برابر است با: $P_D \approx I_{D_{Avg}} \times V_\gamma$ و توان تلف شده بر روی خازن صفر است (چرا؟).



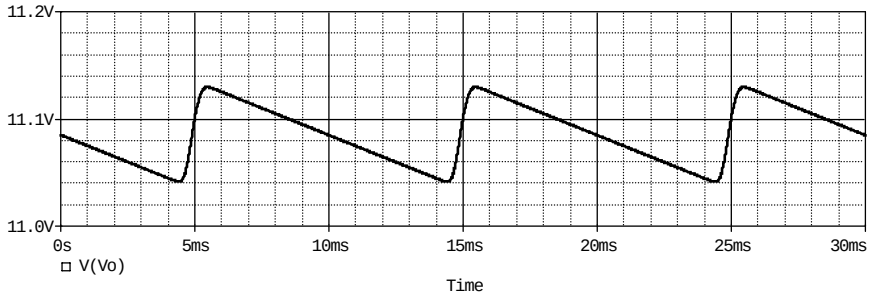
eff: Effective, RMS: Root Mean Square [1]

Avg: Average [2]

شکل ۵-۲۱ نحوه بدست آوردن ولتاژ ریپل

برای محاسبه تضاریس به این تر تیب عمل می‌کنیم: با توجه به شکل‌های ۵-۱۸ و ۵-۱۹، ولتاژ لحظه‌ای ریپل، هنگامی‌که دیود وصل می‌باشد، برابر است با ولتاژ ورودی (منهای ولتاژ آستانه دیود)؛ و هنگامی‌که دیود قطع می‌باشد، برابر است با یک تابع نمایی که مبین تخلیه خازن بر روی مقاومت بار (با ثابت زمانی $\tau = C \cdot R_L$) می‌باشد. بنابراین تغییرات ولتاژ خروجی، به عبارت دیگر، دامنه ولتاژ ریپل، اختلاف دو ولتاژ: $V_{\max} = V_P - V_\gamma$ و $V_{\min}$ که محل تلاقی دو ولتاژ سینوسی و نمایی است، می-باشد.

باتوجه به اینکه معادله‌ای که شامل اجزای نمایی و سینوسی است، بکمک روش‌های تحلیلی به سادگی قابل حل نمی‌باشد، اکثراً آنهارا از روش‌های تقریبی حل می‌کنند. باتوجه به اینکه مقدار ریپل هر قدر کمتر باشد بهتر است در عمل سعی می‌شود $V_{r_{PP}} \le 0.1\ V_{\max}$ گردد. به مثال ۵-۲ در مورد منبع تغذیه رادیو توجه کنید؛ $V_{\max} \approx 11V$ و به ازای جریان رادیو $I \approx 100mA$ ولتاژ تضاریس $V_{r_{PP}} \approx 1V$ و حتی به ازای $I \approx 10mA$، $V_{r_{PP}} \approx 100mV$ محاسبه شده است. نمودار تضاریس این منبع تغذیه در شکل ۵-۲۲ نمایش داده شده است.



شکل ۵-۲۲ نمودار ریپل مدار شکل ۵-۲۰ بالا: I = 100mA، پایین: I = 10mA

همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، فرم‌های سینوسی و نمایی شکل ۵-۲۱ به خوبی دیده نمی‌شوند. دلیل این امر این است که: هرقدر تغییرات یک متغییر بر روی یک منحنی کمتر باشد، آن

قسمت از منحنی به یک خط راست نزدیکتر می‌شود. به همین دلیل در خیلی از موارد، برای ساده شدن حل معادلات غیر خطی، از تقریب خطی استفاده می‌کنند.

با بهره‌گیری از مطالب فوق ولتاژ ریپل را می‌توان طبق استدلال زیر بدست آورد. شکل ۵-۲۳ شکل ساده، به عبارت دیگر کاملاً خطی شده‌ی شکل ۵-۲۱ می‌باشد.

زمان شارژ خازن بسیار کوتاه است (چرا)، در نتیجه $Te \approx T$ از طرف دیگر $V_{r_{PP}} = V_{\max} - V_{\min} = \Delta V$. و برای تغییر بار خازن داریم:

$$C \cdot \Delta V = I \cdot \Delta t \qquad (۲۱-۵)$$

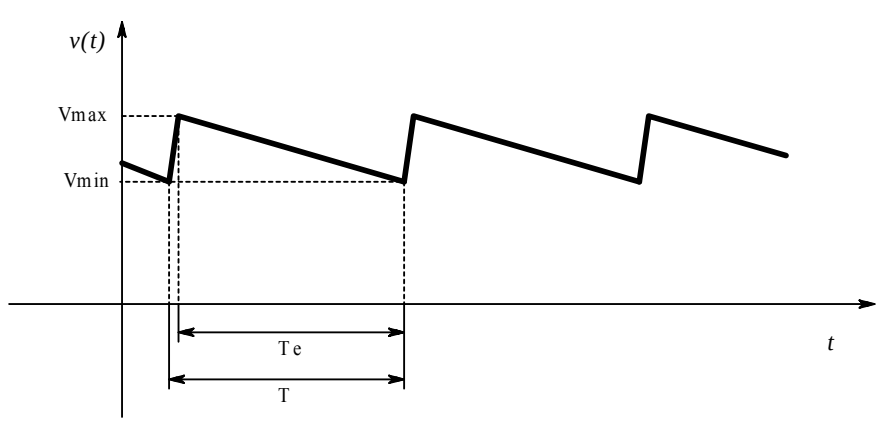
$$\Delta t = Te \approx T\ , \quad T = \frac{1}{f_o}\ , \qquad \Delta V = V_{r_{PP}}\ , \quad I \approx \frac{V_{o_{DC}}}{R_L}$$

$$V_{r_{PP}} \approx \frac{I \cdot T}{C} = \frac{I}{C \cdot f_o} \approx \frac{V_{o_{DC}}}{R_L \cdot C \cdot f_o} \qquad (۲۲-۵)$$

$$V_{O_{DC}} = V_{\max} - \frac{V_{r_{PP}}}{2} \qquad (۲۳-۵)$$

با جانشینی (۵-۲۳) در (۵-۲۲):

$$V_{r_{PP}} \approx \frac{V_{\max}}{R_L.C.f_O + 0.5} \approx \frac{V_{\max}}{R_L.C.f_O} \qquad (۲۴-۵)$$



شکل ۵-۲۳ نحوه بدست آوردن ولتاژ ریپل به روش خطی سازی

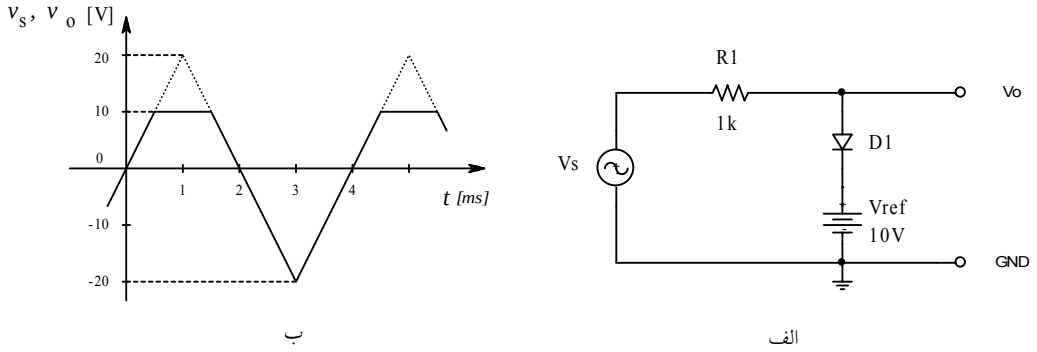
در جدول ۵-۲ خلاصه مطالب فوق منعکس شده است.

جدول ۵-۲ مشخصات یکسو کننده‌ها

ردیف	مشخصات	تمام‌موج پل دیودی	تمام‌موج سر وسط	نیم‌موج
۱	V_{max}	$Vs_P - 2\,V_\gamma$	$Vs_P - V_\gamma$	$Vs_P - V_\gamma$
۲	V_C (max)	V_{max}	V_{max}	V_{max}
۳	V_D (max)	Vs_P	$2\,Vs_P$	$2\,Vs_P$
۴	I_D (DC)	$I_o / 2$	$I_o / 2$	I_o
۵	f_o (ایران)	100Hz	100Hz	50Hz
۶	Vr_{PP}	$V_{max} / R_L\,C\,f_o$	$V_{max} / R_L\,C\,f_o$	$V_{max} / R_L\,C\,f_o$
۷	Vo_{DC}	$V_{max} - Vr_{PP} / 2$	$V_{max} - Vr_{PP} / 2$	$V_{max} - Vr_{PP} / 2$

۵-۱-۲-۲-۲ محدود کننده‌ها

مدار شکل ۵-۲۴ الف را در نظر بگیرید. اگر $Vs < Vref + V_\gamma$ باشد، D1 قطع بوده، جریان گذرنده از مقاومت، $I(R1) \approx 0$ بوده $Vo \approx Vs$ می‌شود. به ازای $Vs \geq Vref + V_\gamma$ دیود وصل بوده $Vo \approx Vref + V_\gamma \approx const.$ بنابراین اگر ولتاژ ورودی از حدی بیشتر شد، ولتاژ خروجی به یک مقدار مشخص "محدود" می‌شود. به همین دلیل به این مدار یک محدود کننده[1] یا برش دهنده[2] گویند (شکل موج سیگنال ورودی بصورت بریده شده در خروجی ظاهر می‌شود).



شکل ۵-۲۴ محدود کننده ولتاژ نامتقارن الف- مدار، ب- دیاگرام زمانی

[1] Limiter
[2] Clipper

مثال ۵-۳ با فرض اینکه در مدار شکل ۵-۲۴ الف، Vs یک ولتاژ مثلثی متقارن با فرکانس ۲۵۰ هرتز و دامنه ۲۰ ولت، و دیود ایده‌آل باشد، شکل موج‌های ورودی و خروجی را رسم نمایید.

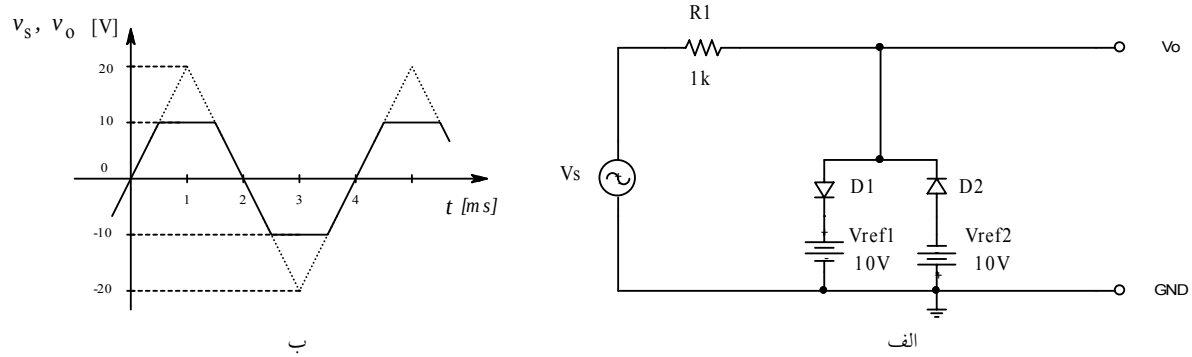
حل: فرکانس ۲۵۰ هرتز معادل است با پریود ۴ میلی ثانیه. بنابراین ولتاژ ورودی به صورت خطی از صفر رشد می‌کند و در یک میلی ثانیه به ۲۰ ولت میرسد. پس از آن به صورت خطی کم می‌شود تا در ۲ میلی ثانیه به صفر ودر ۳ میلی ثانیه به ۲۰- ولت میرسد و دوباره افزایش پیدا می‌کند تا در ۴ میلی ثانیه مجدداً به صفر برسد. این روند بطور متناوب ادامه دارد. چون دیود ایده‌آل فرض شده است ($V_\gamma = 0, R_f = 0$)، برای ولتاژ ورودی کمتر از ده ولت، ولتاژ خروجی ورودی را دنبال می کند، و پس از آن ولتاژ خروجی به ده ولت محدود می‌شود (شکل ۵-۲۴ ب).

تذکر: برای شبیه‌سازی یک دیود ایده‌آل در اسپایس، برای مدل دیود $n = 0.01$ قرار داده شود.

سؤال: اگر جهت دیود معکوس شود، چه تغییری در کارکرد مدار حاصل می‌شود؟ اگر ولتاژ مرجع معکوس شود، یا هردو؛ ولتاژ خروجی چگونه خواهد بود؟

سؤال: آیا می‌توانید وابستگی ولتاژ خروجی به ولتاژ ورودی (نمودار رابطه $v_o = f(v_s)$) و وابستگی جریان ورودی به ولتاژ ورودی (نمودار رابطه $i_s = f(v_s)$) را رسم کنید؟

مثال ۵-۴ با مفروضات مثال ۵-۳ ولتاژ خروجی مدار شکل ۵-۲۵ الف را بدست آورید.

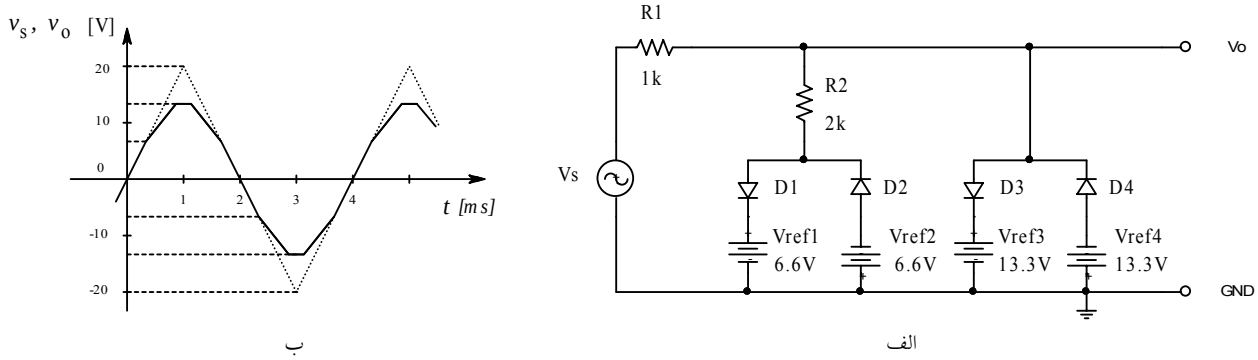


شکل ۵-۲۵ ۱۵۲ر مثال ۵- ۴

حل: این مدار مانند مدار قبل عمل می‌کند، با این تفاوت کـه محدودکننـدگی بـه صـورت متقـارن انجام می شود. در نیم پریود مثبت D1 و Vref1 ولتاژ خروجی را به ۱۰ ولت محدود میکنند و در نـیم پریود منفی D2 و Vref2 ولتاژ خروجی را به ۱۰- ولت محدود می نمایند.

تذکر: یکی از کاربردهای این مدار، محافظت سیستم‌های الکترونیکی در مقابل ولتاژهای غیر مجاز میباشد. به همین دلیل گاهی به این مدارها "مدار محافظ[1]" گویند. برای مثال اگر یـک ولـت‌متـر داشـته باشیم که در محدوده ده ولت قابل استفاده است، اگـر اشـتباهاً آن را بـه بـرق شـهر وصـل کنـیم فـوراً میسوزد. در صورتی‌که بکمک مدار فوق -بافرض طراحی صحیح- مدار ولت‌متر محافظت میشـود. یـا در سیستم‌های مخابراتی، که به واسطه داشتن سیم‌های بلند در فضای آزاد در معرض خطر صاعقه قرار دارند، ...، .

مثال ۵-۵ با مفروضات مثال ۵-۳ ولتاژ خروجی مدار شکل ۵-۲۶ الف را بدست آورید.



شکل ۵-۲۶ مدار مثال ۵- ۵

حل: تفاوت این مدار با دو مدار قبل یکی در این است که دو محدود کننـده متقـارن بـا ولتاژهـای حد متفاوت وجود دارد، دوم این که یک مقاومت (R2) بین خروجی و یکی از محدود کننده‌ها وجـود

[1] Protection-Circuit

دارد. تا زمانی که ولتاژ منبع در محدوده $-6.6V < Vs < +6.6V$ قرار دارد، هر چهار دیود قطع بوده $Vo = Vs$. هنگامی که ولتاژ منبع به ۶.۶ ولت می‌رسد، D1 وصل شده شیب ولتاژ خروجی ۰.۶۶ برابر شیب ولتاژ ورودی می‌شود (چرا؟). پس از آن‌که ولتاژ منبع به حدود ۱۵.۵ ولت رسید، ولتاژ خروجی به ۱۳.۳ ولت محدود گشته با افزایش ولتاژ ورودی، خروجی تغییر نمی‌کند (D1 و D3 هر دو وصل). در نیم‌پریود منفی نیز قرینه حالت فوق (توسط D2 و D4) پیش می‌آید.

تذکر: مدار شکل ۵-۲۵ از یک شکل موج مثلثی یک شکل موج ذوزنقه‌ای و مدار شکل ۵-۲۶ از یک شکل موج مثلثی یک شکل تقریباً سینوسی تولید می‌کند. به همین دلیل به این مدارها "فرم دهنده موج[1]" نیز گویند. با اضافه کردن شاخه‌های بیشتر، میتوان به سینوسی‌های دقیق‌تر دست یافت. در ضمن لازم به یادآوری است، که چون مشخصه دیودهای واقعی منحنی هستند ونه پاره‌خطی، شکل موج‌ها به سینوسی نزدیک‌ترند. هم‌چنین برای دیودهای واقعی می‌توان مانند دیودهای ایده‌آل عمل کرد، با این تفاوت که اثر ولتاژ آستانه دیود را بر روی ولتاژ مرجع، و اثر مقاومت دیود را بر روی مقاومت‌های مدار در نظر گرفت.

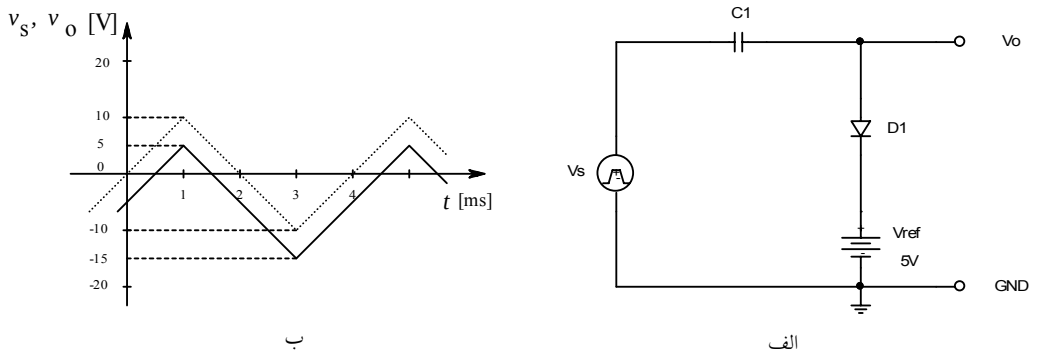
سؤال: اگر در مدار شکل ۵-۲۶ الف $R2 = 0$ باشد، شکل موج خروجی چگونه خواهد بود؟

۵-۱-۲-۲-۳ مدارهای گیرشی

مدار شکل ۵-۲۷ الف را در نظر بگیرید. تا زمانی که $Vs - V_{C1} \leq Vref + V_\gamma$ است، دیود قطع میباشد. وچون جریانی از خازن نمی‌گذرد، بار خازن به‌عبارت دیگر ولتاژ دو سر آن ثابت می‌ماند. اگر بخواهد $Vs - V_{C1} \geq Vref + V_\gamma$ شود، دیود وصل شده، $Vo = Vref + V_\gamma$ مقدار ثابتی باقی می‌ماند. در این حالت جریان حلقه، خازن را تا $V_{C1} = V_{SP} - (Vref + V_\gamma)$ شارژ می‌کند. پس از آن چون خارن پر

[1] Wave-Shaper

شده است –درصورتی که مقاومتی در مدار قرار نداشته باشد، که خازن را تخلیه کند– جریان حلقه صفر بوده، ولتاژ دو سر خازن ثابت باقی می‌ماند. صفر بودن جریان حلقه مترادف است با قطع بودن دیود، یعنی مانند آن است که شاخه دیود–ولتاژ مرجع اصلاً در مدار وجود ندارد! (پس خاصیت وجود این دو عنصر در چیست؟). در این صورت ولتاژ خروجی ولتاژ ورودی را، با اختلاف ولتاژ دو سر خازن، دنبال می‌کند ($Vo = Vs - V_{C1}$). یعنی این‌که حداکثر ولتاژ خروجی به مقدار $Vref + V_\gamma$ "گیر" کرده است. به‌همین دلیل به این مدارها مدار گیرشی[1] یا میخکوب کننده گویند.



شکل ۵–۲۷ مدار گیرشی الف– شماتیک، ب– نمودار زمانی (خط‌چین: ورودی، پر خروجی)

تذکر: برای اینکه مدار کار کند، باید $V_{SP} > Vref$ باشد! (چرا؟).

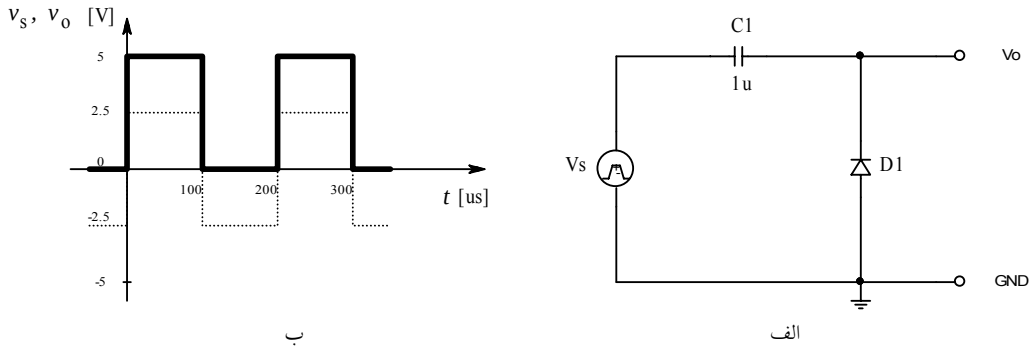
سؤال: اگر جهت دیود، یا جهت ولتاژ مرجع، یا هردو، عوض شود؛ چه تغییری در طرز کار مدار رخ می‌دهد؟

مثال ۵–۶ ولتاژ ورودی در شکل ۵–۲۷ الف یک ولتاژ مثلثی با دامنه ده ولت و پریود ۴ میلی ثانیه فرض می‌شود. شکل موج‌های ولتاژهای ورودی و خروجی را با فرض ایده‌آل بودن عناصر، رسم کنید.

[1] Clipper

حل: چون دیود ایده‌آل فرض شده است، $V_\gamma = 0$ و در نتیجه $Vo_{max} = Vref = 5V$. لذا مقدار ماکزیمم ولتاژ خروجی به ۵ ولت "گیر" کرده، شکل موج -بدون تغییر فرم- به اندازه ۵ ولت به پایین منتقل می‌شود. به‌همین دلیل، گاهی به این مدار "منتقل کننده سطح[1]" نیز گویند.

مثال ۵-۷ ولتاژ ورودی در مدار شکل ۵-۲۸ الف یک ولتاژ مربعی متقارن با دامنه ۲.۵ ولت و پریود ۲۰۰ میکرو ثانیه فرض می‌شود. شکل موج‌های ولتاژهای ورودی و خروجی را با فرض ایده‌آل بودن عناصر، رسم کنید.



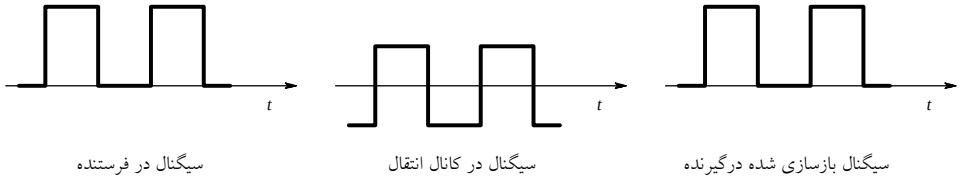
شکل ۵-۲۸ مدار مثال ۵-۷ الف- شماتیک ب- نمودار زمانی خط چین: ورودی پر: خروجی

حل: بنا به تعریف یک موج متقارن شکلی است که نسبت به مبداء مختصات تقارن داشته باشد. دامنه ولتاژ ورودی ۲.۵ ولت و پریود آن ۲۰۰ میکروثانیه است، بنابراین ولتاژ ورودی بمدت ۱۰۰میکرو ثانیه ۲.۵ ولت و بمدت ۱۰۰میکرو ثانیه دیگر ۲.۵- ولت بوده هر ۲۰۰ میکرو ثانیه یک بار تکرار می-شود (نمودار خط چین در شکل ۵-۲۸ ب). مدار شکل ۵-۲۸ الف یک مدار گیرشی با ولتاژ مرجع صفر است. بنابراین ولتاژ خازن تا دامنه ورودی -یعنی ۲.۵ ولت- شارژ می‌شود. یعنی ولتاژ ورودی به این اندازه به بالا منتقل شده در خروجی ظاهر می‌شود. در نتیجه ولتاژ خروجی یک ولتاژ مربعی

[1] Level-Shifter

(نامتقارن) با دامنه ۵ ولت خواهد بود (به مدت ۱۰۰ میکروثانیه ۵ ولت، به مدت ۱۰۰ میکروثانیه دیگر صفر ولت). ولتاژ خروجی در شکل ۵-۲۸ ب با خط پر نمایش داده شده است.

بعضی از سیگنال‌ها نظیر سیگنال‌های متداول دیجیتال[1] دارای سطوح ولتاژ فقط مثبت هستند (برای مثال صفر و پنج ولت). در برخی از موارد، بدلایلی، برای انتقال اطلاعات مؤلفه DC آن را در فرستنده حذف میکنند. در گیرنده باید سیگنال به حالت اولیه خود بازگردانیده شود یعنی مؤلفه DC به آن باز گردانیده شود. این کار را می توان به کمک مدار شکل ۵-۲۸ الف انجام داد. به همین دلیل گاهی به این مدار، "باز یابنده DC[2]" نیز گفته می‌شود. شکل ۵-۲۹ مطلب فوق را نمایش می‌دهد.



شکل ۵-۲۹ بازسازی سیگنال در گیرنده

۵-۱-۲-۲-۴ چند برابر کننده‌های ولتاژ

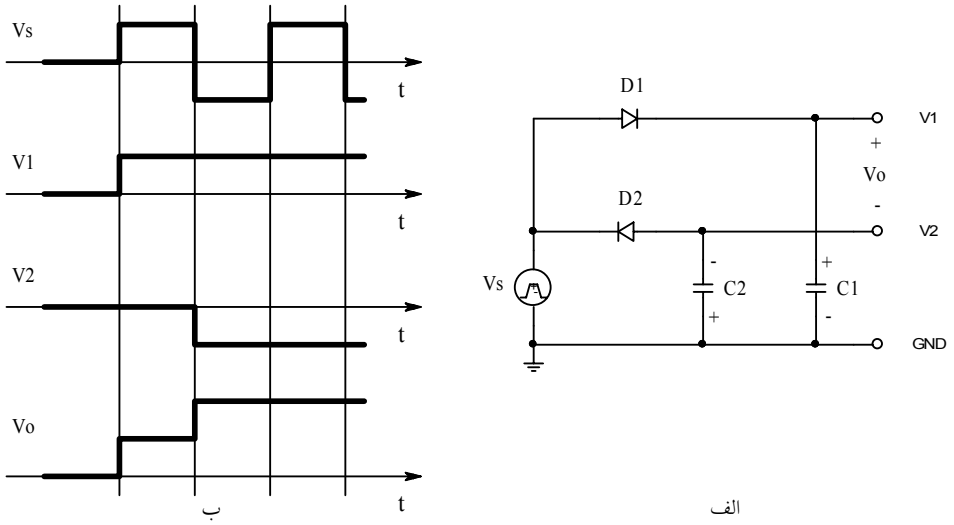
گاهی اوقات در مدارها یا سیستم‌های الکترونیکی لازم است از یک ولتاژ مشخص که در اختیار است به یک ولتاژ بیشتر، یا از یک ولتاژ مثبت به یک ولتاژ منفی، یا ... دست یابیم. مثلاً تغذیه یک سیستم توسط چهار عدد باتری قلمی (۶ ولت) تأمین میشود ولی برای بعضی از قسمت‌های مدار نیاز به ولتاژهای ۱۲ ولت و ۱۲- ولت نیز هست. اگر بخواهیم این ولتاژها را به کمک باطری تأمین کنیم، به ۸ عدد باتری برای ولتاژ ۱۲+ ولت و ۸ عدد باتری برای ولتاژ ۱۲- ولت نیاز داریم که مجموعاً می‌شود

[1] رک فصل ۶-؟-؟

[2] DC-Restorer

۲۰ عدد باطری، که در حالت کلی راه حلی غیر منطقی است (چرا؟). در چنین مـواردی، راه حـل کلـی این است که ولتاژ DC را توسط نوسان‌ساز[1] تبدیل به ولتاژ AC می‌کنند. سپس این ولتاژ به اولیـه یـک ترانسفورماتور که دارای چند ثانویه است اعمال می‌شود. هر کدام از ثانویه‌ها به کمک مـدار یکسوسـاز مناسب، ولتاژ مطلوب را تولید می‌نماید. در برخی از موارد مـی‌تـوان بـدون اسـتفاده از ترانسـفورماتور عمل تبدیل ولتاژ را انجام داد. شکل‌های ۵-۳۰ تا ۵-۳۳ مدارهایی را برای این منظور نمـایش میدهنـد. بعلت این که تولید ولتاژ مربعی بکمک مدارهای الکترونیکی، ساده‌تر از تولید ولتاژ سینوسی اسـت، در عمل تقریباً همیشه از ولتاژ مربعی برای تبدیل ولتاژ استفاده می‌شود. نحوه کارکرد مدارها و بررسی آن-ها مستقل از شکل موج است.

تذکر: در بررسی‌های زیر -به‌جهت سادگی- دیودها ایده‌آل ($V_\gamma \approx 0$) در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۵-۳۰ مدار دوبرابر کننده ولتاژ الف- شماتیک ب- نمودارهای زمانی

[1] Oscillator (رک ؟؟؟)

شکل ۵-۳۰ الف یک دوبرابر کننده ولتاژ را نمایش می‌دهد. این مدار از دو یکسوساز نیم‌موج با فیلتر خازنی[1] و بدون مقاومت بار، تشکیل شده است. یکسوساز اول (D1, C1) خروجی $V1 = +Vs_P$ و یکسوساز دوم (D2, C2) خروجی $V2 = -Vs_P$ را تولید می‌کند، لذا: $Vo = V1 - V2 = 2 \cdot Vs_P$، یعنی ولتاژ خروجی یک ولتاژ یکسو شده‌ی دو برابر دامنه ورودی است. عیب این مدار در این است که ولتاژ خروجی نسبت به زمین سنجیده نمی‌شود، یعنی هیچ‌کدام از سرهای خروجی زمین نیستند. در این حالت اصطلاحاً گویند ولتاژ خروجی شناور[2] است. نمودارهای زمانی مدار، در شکل ۵-۳۰ ب نمایش داده شده است.

طرز کار مدار به این ترتیب است: با فرض اینکه از زمان $-\infty$ تا صفر سیستم در حال آرامش باشد -یعنی کلیه ولتاژها و جریان‌ها صفر است- و در لحظه $t = 0$ ولتاژ منبع به ورودی اعمال شود. در حالت کلی -یعنی به ازای هر شکل موج دلخواه- در نیم‌پریود مثبت D1 وصل بوده، $V1 = V_{C1} = Vs$ می‌باشد. این امر تا زمانی ادامه دارد که Vs بخواهد از مقدار ماکزیمم خود کمتر شود. در این صورت بعلت بار ذخیره شده بر روی C1 ولتاژ خروجی از ورودی بیشتر بوده با عث قطع شدن D1 میگردد. چون مقاومت بار در مدار وجود ندارد، جریانی از خازن عبور نکرده ولتاژ آن به مقدار ماکزیمم ولتاژ ورودی ثابت می‌ماند؛ یعنی: $V1 = +Vs_P$. همین امر در نیم‌پریود منفی برای C2, D2 و V2 اتفاق می‌افتد و $V2 = -Vs_P$ ثابت باقی می‌ماند. بالاخره ولتاژ خروجی تفاضل دو مقدار فوق است ($Vo = 2Vs_P$).

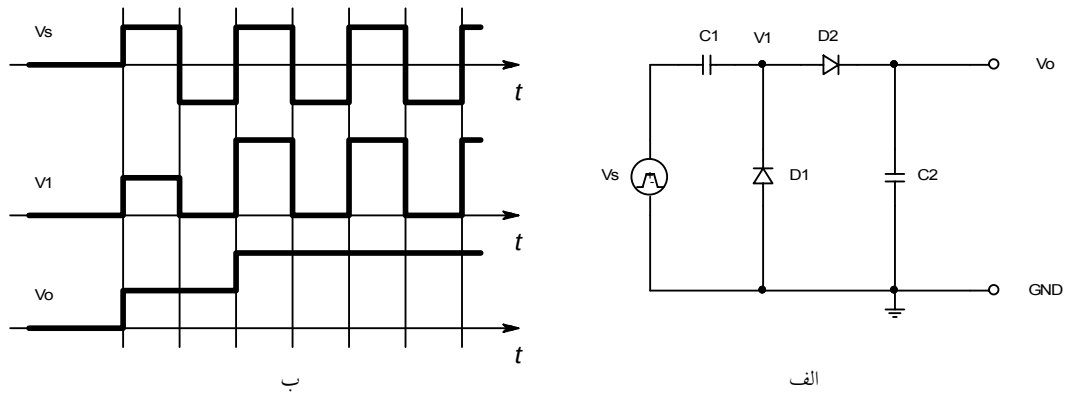
سؤال: در مدارهای واقعی که مقاومت بار وجود دارد، چه اتفاقی می‌افتد؟

---

[1] رک فصل ۵-۱-۲-۲-۱-۳

[2] Float

یک مدار دوبرابر کننده ولتاژ که اشکال مدار فوق را نداشته باشد، به عبارت دیگر ولتاژ خروجی نسبت به زمین سنجیده شود (شناور نباشد)، بکمک یک مدار گیرشی ویک یکسوکننده معمولی قابل پیاده سازی است. شکل ۵-۲۸ را در نظر بگیرید؛ ماکزیمم ولتاژ خروجی دو برابر دامنه سیگنال ورودی است. حال بکمک یک یکسوکننده نیم‌موج بافیلتر، می‌توان به یک مقدار DC رسید که به اندازه دو برابر دامنه ورودی است. شکل ۵-۳۱ الف شماتیک چنین مداری را نمایش می‌دهد. نحوه کار کرد این مدار برای حالتی که ولتاژ ورودی مربعی و $C1 >> C2$ با شد در شکل ۵-۳۱ ب نمایش داده شده است.

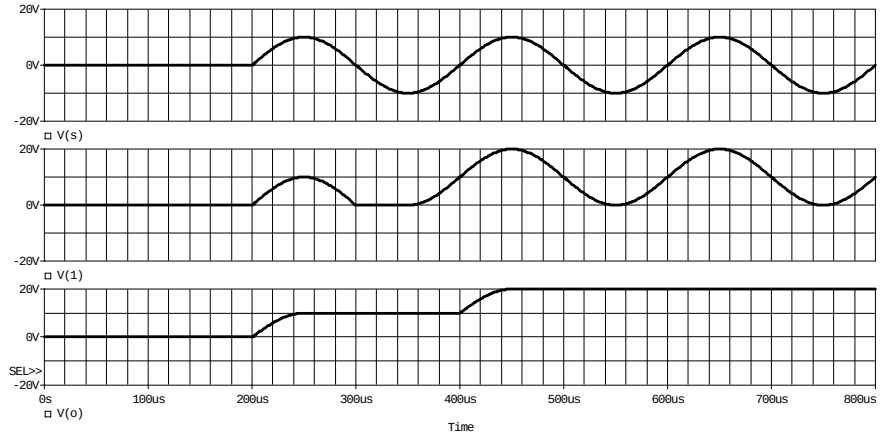


شکل ۵-۳۱ دوبرابر کننده ولتاژ الف- شماتیک ب- نمودار زمانی

باز اگر فرض کنیم سیستم در حال آرامش است و در زمان $t = 0$ ولتاژ ورودی از صفر شروع به افزایش می کند، چون $V_{C1} = 0$ است، $V1 = Vs > 0$ بوده D1 در جهت معکوس بعبارت دیگر قطع است. بهمین دلیل $V_{C2} = 0$ و D2 در جهت مستقیم بعبارت دیگر وصل است. در نتیجه: $Vo = V1 = Vs + V_{C1} = Vs$. این امر ادامه دارد تا اینکه Vs به مقدار ماکزیمم خود (دامنه) برسد. در این حالت چون تغییر بار در هر دو خازن برابر است (چرا؟) و چون فرض شده است که: $C1 >> C2$،

لذا: $V_{C1} \approx 0$ و $V_{C2} \approx V_{SP}$. در نیم‌پریود منفی، تاموقعی که ولتاژ ورودی به مقدار مینیموم خود برسد، D1 وصل و D2 قطع است (چرا؟). در این حالت خازن C1 شروع به شارژ شدن کرده در نهایت ولتاژ آن به: $V_{C1} = V_{SP}$ میرسد. در نیم‌پریود بعد نیز این امر اتفاق می‌افتد؛ با این تفاوت که این بار دیگر C1 شارژ شده است. در نتیجه: $V_o = V_1 = V_S + V_{C1} = V_S + V_{SP}$ وهنگامی‌که ولتاژ منبع به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد: $V_o = 2V_{SP}$. پس از آن هر دو دیود قطع بوده تغییری در حالت مدار رخ نداده، ولتاژ خروجی به اندازه دوبرابر دامنه ولتاژ ورودی ثابت می‌ماند.

برای درک بهتر مطالب ذکر شده، در شکل ۵-۳۲ دیاگرام زمانی مدار شکل ۵-۳۱ الف، برای یک منبع ولتاژ سینوسی با دامنه ۱۰ ولت، نمایش داده شده است. درین شکل نیز نمودار بالایی ولتاژ منبع، نمودار میانی ولتاژ گره V1 و نمودار پایینی ولتاژ خروجی را نمایش می‌دهد.

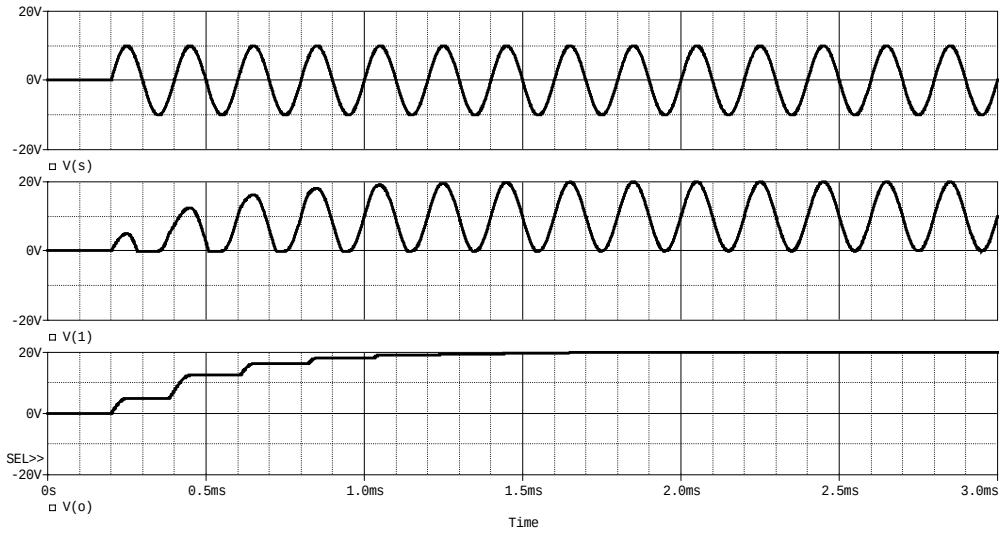


شکل ۵-۳۲ نمودار زمانی شکل موج‌های مدار شکل ۵-۳۱ الف برای یک ولتاژ سینوسی

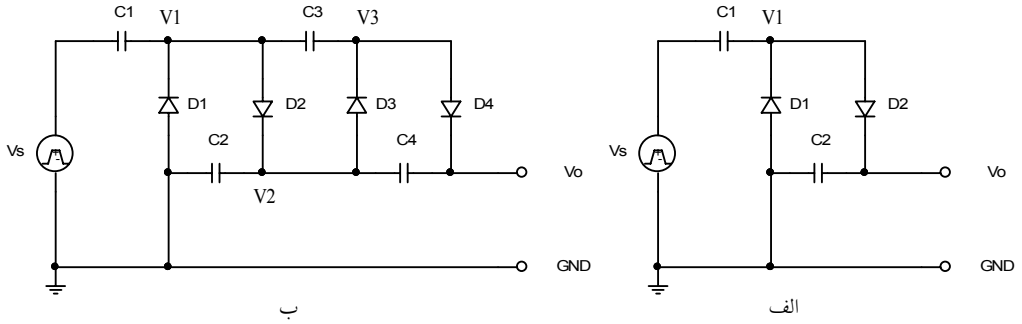
تذکر: فرض $C1 << C2$ در عمل الزامی نیست! این حالت فقط برای سادگی تشریح نحوه کارکرد مدار در نظر گرفته شده بود. در عمل مدار به هر نسبتی از خازن‌ها جواب می‌دهد (حتی به $C1 << C2$). فقط زمان رسیدن به حالت نهایی طولانی‌تر می‌شود. در عمل اغلب خازن‌ها را برابر انتخاب می کنند. برای مثال شکل ۵-۳۳ نمودار زمانی مدار شکل ۵-۳۱ الف را برای حالتی که خازن‌ها

برابر با شند نمایش می‌دهد. چنان‌که مشاهده می‌شود، ولتاژ خروجی پس از ۷ پریود تقریباً به حالت نهایی خود می‌رسد.

با ترکیب مناسب چند مدارِ دوبرابر کننده، می‌توان بطور دلخواه ولتاژ را افزایش داد. برای مثال مدار شکل ۵-۳۴ ب مدار یک ۴ برابر کننده ولتاژ است که از ترکیب دو مدار دو برابر کننده حاصل شده است. برای درک بهتر نحوه کار کرد مدار، شکل ۵-۳۱ الف را به فرم دیگر در شکل ۵-۳۴ الف نمایش داده شده است.

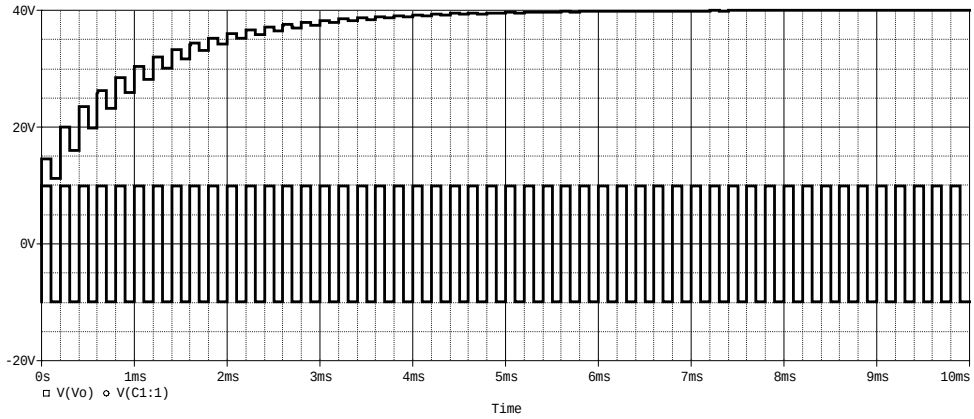


شکل ۵-۳۳ دیاگرام زمانی مدار شکل ۵-۳۱ الف برای $C1 = C2$ شکل بالا: ورودی، شکل وسط: ولتاژ گره ۱، شکل پایین: ولتاژ خروجی



شکل ۵-۳۴ الف- مدار دوبرابر کننده ولتاژ (مدار شکل ۵-۳۱ الف) ب- تعمیم مدار الف به یک ۴ برابر کننده ولتاژ

در شکل ۵-۳۵ نمودار زمانی ولتاژ ورودی و ولتاژ خروجی مدار شکل ۵-۳۴ ب نمایش داده شده است. این نمودار برای حالتی رسم شده است که خازن‌ها مساوی و ولتاژ ورودی یک ولتاژ مربعی متقارن با دامنه ۱۰ ولت است. همانطور که از شکل بر می‌آید، حدوداً پس از ۳۰ پریود ولتاژ به مقدار نهایی خود (۴۰ ولت) نزدیک می‌شود.



شکل ۵-۳۵ نمودار زمانی مدار چهار برابر کننده (شکل ۵-۳۴ ب) پایین: ورودی، بالا: خروجی

چنان‌که در مدارهای ذکر شده جهت تمام دیودها برعکس شود، ولتاژ خروجی منفی خواهد شد. بنابراین اگر به‌کمک یک منبع ۶ ولتی ویک نوسان‌ساز، یک موج مربعی تولید کنیم –که دامنه آن ۳ ولت خواهد بود (چرا؟)– می‌توان بکمک دو مدار ۴ برابر کننده (یکی مدار شکل ۵-۳۴ ب برای ولتاژهای مثبت ودیگری با معکوس کردن دیودها برای ولتاژهای منفی) ولتاژهای ۱۲+ ولت و ۱۲- ولت را بدست آورد.

تذکر: با دنبال هم بستن N طبقه مشابه مدار شکل ۵-۳۴ الف می‌توان از یک ولتاژ متناوب با دامنه V_{SP} به یک ولتاژ مستقیم به مقدار: $|V_o| = 2 \cdot N \cdot V_{SP}$ دست یافت. البته در مدارهای واقعی به علت وجود مقاومت بار و ایده‌آل نبودن دیودها ($V_\gamma \approx 0.6V$) ولتاژ خروجی کمتر از این مقدار خواهد بود.

۵-۱-۳ مدل وکاربردهای علائم کوچک دیود

همان‌طور که ذکر شد، بعلت اینکه دیود یک عنصر غیر خطی است و حل معادلات غیرخطی معمولاً پیچیده هستند، در خیلی از مواقع از تقریب‌های خطی استفاده می‌شود. در بخش‌های گذشته از مدل علایم بزرگ دیود استفاده کردیم و چند کاربرد آن‌را نیز بررسی نمودیم. در برخی از مواقع دامنه ولتاژ ورودی بسیار کمست (حدود میلی‌ولت). در چنین حالتی از مدل علایم کوچک دیود باید استفاده کرد.

یاد آوری: برای مشخص کردن کمیات الکتریکی معمولاً از دو (یا بیشتر) حرف استفاده می‌شود. حرف اول مبین کمیت فیزیکی (مثلاً ولتاژ) است. حروف بعدی که به صورت اندیس برای حرف اول نوشته می‌شود عنصر مربوطه را مشخص می‌کند. مثلاً: V_D یعنی افت ولتاژ دو سر دیود، I_D: جریان گذرنده از دیود، V_{AK}: ولتاژ بین آند و کاتد، R_L: مقاومت بار، V_{REF}: ولتاژ مرجع، ...

برای یک کمیت الکتریکی چهار مقدار قابل تعریف است:

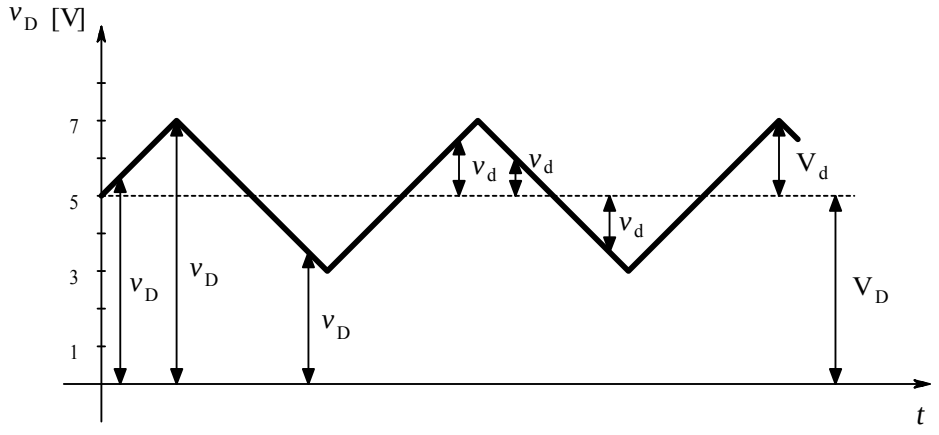
۱. **مقدار لحظه‌ای:** مقدار واقعی که متغییر در هر لحظه دارد. برای نمایش این مقدار از حرف اصلی کوچک و اندیس بزرگ استفاده می کنند. مثلاً: v_D (مقادیر متغییر را با حروف کوچک و مقادیر کل را با حروف بزرگ نمایش می‌دهند).

۲. **مقدار متوسط:** مؤلفه DC یک کمیت بنا به تعریف مقدار متوسط آن است. برای نمایش این مقدار از حرف اصلی و اندیس بزرگ استفاده می کنند. مثلاً: V_D (مقادیر ثابت را با حروف بزرگ و مقادیر کل را با حروف بزرگ نمایش می‌دهند).

۳. **مقدار سیگنال:** مؤلفه AC یک کمیت بنا به تعریف جزء متغییر آن است. برای نمایش این مقدار از حرف اصلی و اندیس کوچک استفاده می کنند. مثلاً: v_d (مقادیر متغییر را با حروف کوچک و مقادیر جزء را با حروف کوچک نمایش می‌دهند).

۴. **مقدار دامنه:** دامنه سیگنال بنا به تعریف حداکثر مقدار تغییرات یک کمیت نسبت به مقدار متوسط آن است. برای نمایش این مقدار از حرف اصلی بزرگ و اندیس کوچک استفاده می کنند. مثلاً: V_d (مقادیر ثابت را با حروف بزرگ و مقادیر جزء را با حروف کوچک نمایش می‌دهند).

شکل ۵-۳۶ به عنوان یک مثال، تعاریف ذکر شده را برای ولتاژ دو سر یک دیود بیان می‌دارد.



شکل ۵-۳۶ بیان مؤلفه های مختلف یک کمیت الکتریکی

همان‌طور که ملاحظه می‌شود همواره:

$$v_D = V_D + v_d \qquad (۲۵-۵)$$

یعنی این‌که در حالت کلی یک کمیت الکتریکی از یک مؤلفه DC (نقطه کار، بایاس) و یک مؤلفه AC (سیگنال) تشکیل شده است. در مثال فوق سیگنال یک موج مثلثی متقارن با دامنه دو ولت است که در ۵ ولت بایاس شده است. بنابراین:

$v_D = 3\cdots 7V$ مقدار لحظه‌ای ولتاژ (متغییر با زمان)

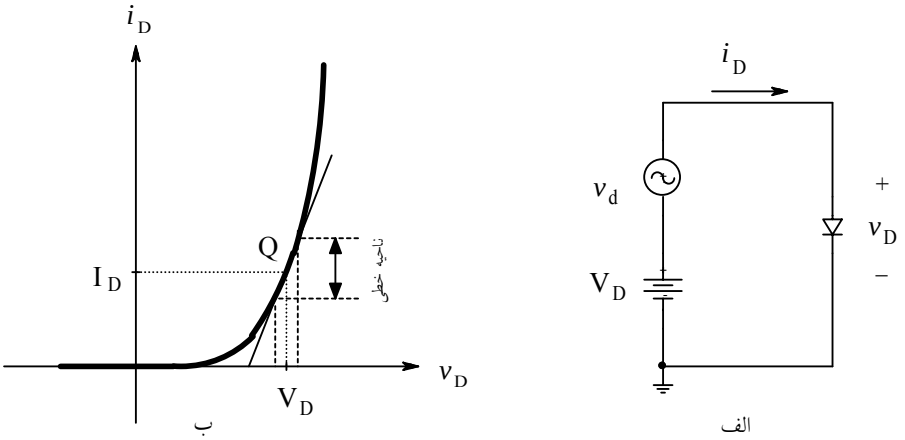
$v_d = -2\cdots 2V$ مؤلفه AC، سیگنال، (متغییر با زمان)

$V_D = 5V$ مؤلفه DC، ولتاژ نقطه کار، مقدار متوسط، (ثابت نسبت به زمان)

$V_d = 2V$ دامنه سیگنال (ثابت نسبت به زمان)

۵-۱-۳-۱ مدل علائم کوچک دیود

شکل ۵-۳۷ را در نظر بگیرید. فرض کنید $V_D = 0$ و $V_d = 1mV$ و مشخصات دیـود: $I_s = 10fA$، $n = 1$ و $V_T = 25mV$ باشد، در این‌صورت $i_D = 0$ خواهد بود (چرا؟)



شکل ۵-۳۷ الف - بایاسینگ دیود ب - بکار گیری آن در ناحیه خطی

همان‌طور که از رابطه (۵-۱) و شکل ۵-۳۷ ب نتیجه می‌شود، برای ایـن‌کـه تغییـرات ولتـاژ دیـود باعث تغییرات جریان آن شود باید یک نقطه بر روی منحنی مشخصـه دیـود انتخـاب کـرد[1] کـه در آن $V_D > V_\gamma$ باشد. به این عمل اصطلاحاً "بایاس کردن[2]" گویند. از دروس ریاضی می‌دانیم که اگر تغییرات یک متغییر حول یک نقطه از منحنی کم باشد، می‌توان آن منحنی را بـا خـط ممـاس بـر منحنـی در آن

[1] نقطه کار (رک فصل ۵-۱-۱-۱)

[2] Bias, Biasing

نقطه، تقریب زد. هرچه میزان این تغییرات کمتر باشد، دقت محاسبات بیشتر است. و اما مماس بر منحنی در نقطه‌ای مشخص، یعنی شیب منحنی در آن نقطه، که بکمک مشتق‌گیری بدست می‌آید. بنابراین با جانشینی منحنی با مماسش، به یک مدل خطی دست یافته‌ایم. چون این مدل در محدوده تغییرات کمی از متغیر ورودی قابل استفاده است به آن مدل علایم کوچک[1] گویند.

یادآوری: کمیت نسبت یک ولتاژ به یک جریان معادل با کمیت مقاومت است. برای عناصر غیر خطی مقدار این نسبت ثابت نیست و بستگی به انتخاب نقطه کار دارد. برای عناصر غیر خطی دو نوع مقاومت تعریف می‌کنند، مقاومت استاتیکی[2] و مقاومت دینامیکی[3].

بنا به تعریف، مقاومت استاتیکی یک المان عبارت است از نسبت اختلاف پتانسیل دو سر آن به جریان گذرنده از آن، در نقطه کار:

$$R_{Stat} = \left.\frac{V}{I}\right|_Q \qquad (۲۶-۵)$$

بنا به تعریف، مقاومت دینامیکی یک المان عبارت است از نسبت تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر آن به تغییرات جریان گذرنده از آن، در نقطه کار:

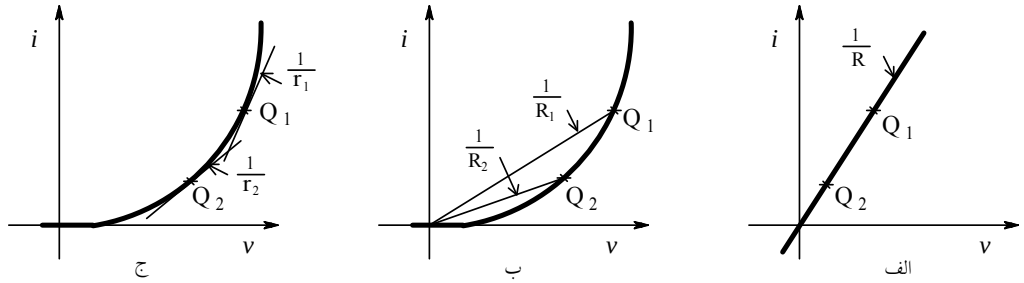
$$r_{dyn} = \left.\frac{\partial v}{\partial i}\right|_Q \qquad (۲۷-۵)$$

شکل ۵-۳۸ مقاومت استاتیکی و دینامیکی یک المان خطی و یک المان غیر خطی را برای دو نقطه کار نمایش می‌دهد.

[1] Small Signal Model

[2] Static Resistance مقاومت ایستا

[3] Dynamic Resistance مقاومت پویا



شکل ۵–۳۸ الف– مقاومت استاتیکی و دینامیکی یک المان خطی، ب– مقاومت استاتیکی یک المان غیر خطی و ج– مقاومت دینامیکی آن عنصر، در دو نقطه کار Q_1 و Q_2

همان‌طور که مشاهده میشود، برای المان خطی، مقاومت استاتیکی و مقاومت دینامیکی به ازای هر نقطه کار مقداری ثابت است. به همین دلیل برای المان‌های خطی از اصطلاح استاتیکی و دینامیکی استفاده نمی‌کنند. حتی برای این که مشخص کنند مقاومت خطی است، از اصطلاح "مقاومت اهمی[1]" استفاده می‌شود.

در عمل تقریباً همیشه مقاومت دینامیکی حایز اهمیت است (چرا؟). مقدار مقاومت دینامیکی یک دیود تقریباً از رابطه (۵–۲۸) بدست می‌آید.

$$r_d = \frac{nV_T}{I_D} \qquad (۵–۲۸)$$

در این رابطه r_d مقاومت دینامیکی دیود به ازای جریان نقطه کار I_D است. با فرض $n = 1$ و $V_T = 25mV$:

$$r_d = \frac{25}{I_D} \quad [\Omega,\ mA] \qquad (۵–۲۸ \text{ الف})$$

مفهوم این رابطه این است که، به ازای جریان نقطه کار یک میلی‌آمپر مقاومت دینامیکی دیود ۲۵ اهم است؛ به ازای یک میکرو آمپر، ۲۵ کیلواهم و به ازای ۵۰ میکروآمپر، ۵۰۰ اهم. یعنی دیود برای جریان-

[1] Ohmic Resistance

های متناوب با دامنه کم مانند یک مقاومت معمولی (اهمی) عمل میکند که مقدار آن توسط مولفه جریان مستقیم گذرنده از دیود تعیین می‌شود (مقاومت قابل تنظیم).

طبیعتاً چون دیود یک عنصر غیر خطی است، جانشینی آن با یک المان خطی (r_d)، فقط به ازای محدوده کمی از تغییرات ولتاژ دوسر آن (یعنی دامنه سیگنال)، مجاز است! در خیلی از مواقع استفاده از رابطه فوق را برای دامنه ولتاژ کمتر از ده میلی ولت، مجاز می‌دانند.

$$V_P \leq 10mV \qquad (۲۹-۵)$$

نحوه محاسبه روابط فوق*:

از رابطه (۵-۱) و با توجه به این که وقتی دیود در جهت مستقیم بایاس شده است $v_D >> n.V_T$ بوده (چرا؟) نتیجه می‌دهد:

$$i_D \approx I_S.(e^{\frac{v_D}{n.V_T}} - 1) \approx I_S.e^{\frac{v_D}{n.V_T}} \qquad (۳۰-۵)$$

لذا:

$$\frac{\partial i_D}{\partial v_D}\Big|_{I_D} \approx \frac{1}{n.V_T} I_S.e^{\frac{V_D}{n.V_T}} \approx \frac{I_D}{n.V_T} \qquad (۳۱-۵)$$

به عبارت دیگر:

$$r_d = \frac{\partial v_D}{\partial i_D}\Big|_{I_D} = \left(\frac{\partial i_D}{\partial v_D}\right)^{-1}\Big|_{I_D} \approx \frac{n.V_T}{I_D} \qquad (۳۲-۵)$$

در روابط فوق: r_d مقاومت دینامیکی دیود، I_D جریان گذرنده از دیود و V_D افت ولتاژ دوسر دیود در نقطه کار، v_D و i_D به ترتیب، ولتاژ لحظه‌ای (متغییر) و جریان لحظه‌ای (تابع) دیود، V_T، n و I_S پارامترهای آن (منحنی مشخصه شکل ۵-۱ به عبارت دیگر رابطه (۵-۱)) می‌باشند.

حال می‌خواهیم محدوده مجاز محاسبات را بدست آوریم. از (۵-۳۰) و با توجه به اینکه:

$$i_D = I_D + i_d \quad , \quad v_D = V_D + v_d \qquad (۵-۳۳)$$

حاصل می‌شود:

$$I_D \cong I_s e^{V_D / n.V_T} \qquad (۵-۳۴)$$

و:

$$i_D = I_s e^{(V_D + v_d)/ n.V_T} \qquad (۵-۳۵)$$

به عبارت دیگر:

$$i_D = I_s e^{V_D / n.V_T} .e^{v_d / n.V_T} = I_D .e^{v_d / n.V_T} \qquad (۵-۳۶)$$

در دروس ریاضی خواهید آموخت (سری تیلر[1]) که:

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + ... + \frac{1}{n!}x^n + ... \qquad (۵-۳۷)$$

اگر دامنه سیگنال باندازه کافی کوچک باشد، به عبارت دیگر: $\frac{V_d}{n.V_T} << 1$ از (۵-۳۷) و جانشینی $\frac{V_d}{n.V_T} = x$، رابطه (۵-۳۶) به‌صورت:

$$i_D \approx I_D \left(1 + \frac{v_d}{n.V_T} \right) \qquad (۵-۳۸)$$

حاصل می‌شود. این رابطه "تقریب علائم کوچک[2]" دیود است. محدوده اعتبار این مدل خطی به میزان خطای مجاز بر میگردد.

محاسبه خطا: بنابه تعریف:

مقدار واقعی: $y = e^x$

[1] Tylor

[2] Small Signal Approximation

مقدار تقریب زده شده: $y' = (1+x)$

تعریف خطای نسبی: $E_r = \frac{y'-y}{y}$

از آنجا:

$$E_r = \frac{1+x-e^x}{e^x} \qquad (۳۹-۵)$$

در جدول ۵-۳ مقدار خطا برای چند مقدار مختلف x به عبارت دیگر دامنه سیگنال بازای $n.V_T = 25mV$، نمایش داده شده است:

جدول ۵-۳ رابطه بین دامنه سیگنال و میزان خطا در مدل خطی دیود

$x\ [1]$	0.02	0.05	0.1	0.2	0.4	0.5	1
$V_d\ (n.V_T = 25mV)\ \lfloor mV_p \rfloor$	0.5	1.25	2.5	5	10	12.5	25
$E_r\ [\%]$	-0.02	-0.12	-0.47	-1.75	-6.2	-9.0	-26.4

با توجه به اینکه $x = \frac{v_d}{n \cdot V_T}$، با فرض $n \cdot V_T = 25mV$، اگر دامنه سیگنال $V_d < 13mV$ باشدخطای محاسباتی کمتر از ۱۰٪ حاصل می‌شود. خطای سیگنالهای با دامنه کمتر از ۴ میلی ولت کمتر از حدود ۱٪ خواهد بود بنابراین عملاً، چون خطاهای حدود ۵٪ در الکترونیک مجاز است، معمولاً مدل دیود را برای سیگنال‌های با دامنه کمتر از ۱۰ میلی ولت می توان خطی (یک مقاومت) در نظر گرفت.

توجه شود که خطای ناشی از تقریب خطی دیود، همواره منفی است، بعبارت دیگر مقدار محاسبه شده بکمک مدل خطی دیود همواره کمتر از مقدار واقعی (تابع نمائی) است! (چرا؟)

۵-۱-۳-۲ کاربرد علائم کوچک دیود

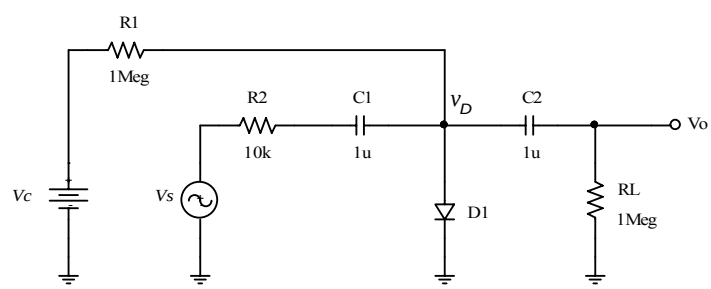
همان‌طور که در قسمت قبل مشاهده شد، در صورت بایاس کردن دیود حول یک نقطه کار و اعمال یک سیگنال با دامنه کم به آن، می‌توان دیود را مانند یک مقاومت خطی در نظر گرفت. باتغییر جریان نقطه کار مقدار مقاومت تغییر می‌کند؛ لذا می‌توان مهمترین کاربرد علائم کوچک دیود را، استفاده از آن به عنوان یک پتانسیومتر الکترونیکی دانست.

مثال ۵-۸ برای مدار شکل ۵- ۳۹، $v_o(t)$ را با فرض اینکه منبع سیگنال یک مولد سینوسی با $f = 10kHz$ ، $V_P = 20mV$ و برای دیود $n.V_T = 25mV$ باشد، برای دو حالت:

الف- $V_C = 10V$ و

ب- $V_C = 100V$

بدست آورید.



شکل ۵-۳۹ مدار مثال ۵-۸

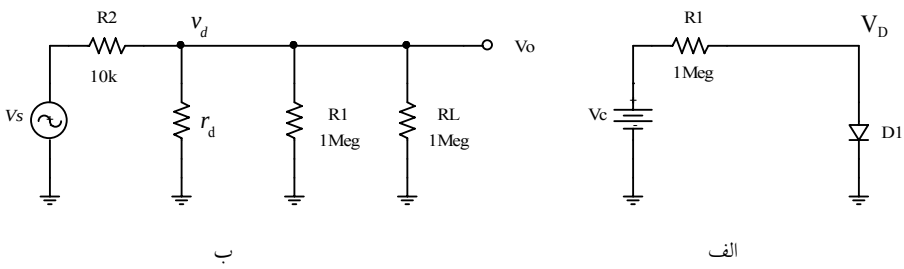
حل: مدار از دو دید بررسی می شود:

۱- V_C و R2 دیود را در نقطه کار بایاس می‌کنند. برای DC، خازنها باز بوده، سایر المانها نقشی در تنظیم نقطه کار ندارند.

۲- از دید AC، فقط یک منبع سیگنال ($v_s(t)$) با فرکـانس $10kHz$ در مـدار وجـود دارد.

چون $\tau_1 \approx R_1 \cdot C_1 = 10ms$ ، $\tau_2 \approx R_L \cdot C_2 = 1s$ نسبت بـه $T = \frac{1}{f} = 100\mu s$ خیلـی بزرگ می‌باشد، میتوان برای سیگنال -در حالت پایدار- خازنها را اتصال کوتاه فـرض نمود.

بنابراین مدار شکل ۵-۳۹ را می توان بصورت شکل ۵-۴۰ به دو مدار تجزیه کرد:



شکل ۵-۴۰ الف- مدار معادل برای محاسبه نقطه کار ب-مدار معادل برای محاسبه سیگنال

۱- بایاسینگ مدار:

$$V_D \approx 0.7V, \qquad I_D = \frac{V_C - V_D}{R1}, \qquad V_C >> V_D \Rightarrow I_D \approx \frac{V_C}{R1}$$

۲- محاسبه سیگنال خروجی:

با فرض اینکه مدار در ناحیه خطی باشد و $r_d << R1 \| RL$: $v_o \approx \frac{r_d}{r_d + R2} \cdot v_s$

بنابراین برای حالت الف:

$$V_C = 10V \;\Rightarrow\; I_D \approx \frac{10V}{1M\Omega} = 10\mu A \;\Rightarrow\; r_d = \frac{25mV}{I_D} = 2.5k\Omega$$

$$v_o = \frac{r_d}{r_d + R2} \cdot v_s = \frac{2.5k\Omega}{2.5k\Omega + 10k\Omega} \cdot V_P Sin(\omega t) = 4mV \cdot Sin(\omega t)$$

برای حالت ب:

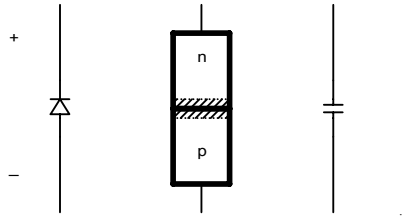
$$V_C = 100V \;\Rightarrow\; I_D \approx \frac{100V}{1M\Omega} = 100\mu A \;\Rightarrow\; r_d = \frac{25mV}{100\mu A} = 250\Omega$$

$$v_o = \frac{r_d}{r_d + R2} \cdot v_s = \frac{250\Omega}{250\Omega + 10k\Omega} \cdot V_P Sin(\omega t) \approx 0.5mV \cdot Sin(\omega t)$$

بنابراین هر دو فرض درست هستند. زیرا هم دامنه ولتاژ سیگنال دیود در دو حالت (۴ و۰/۵ میلی ولت) از ۱۰ میلی‌ولت کمتر است و هم r_d ($2.5k\Omega$ بعبارت دیگر 250Ω) خیلی از $R2 \| R1 = 500k\Omega$ کوچکتر می‌باشد.

تذکر: چنانکه مشاهده میشود، با تغییر V_C بعبارت دیگر I_D، دامنه سیگنال خروجی قابل تنظیم است بنابراین این مدار را می‌توان بعنوان یک پتانسیومتر (تضعیف کننده) الکترونیکی بکار برد.

یکی دیگر از کاربردهای علایم کوچک دیود، استفاده از آن به عنوان خازن قابل تنظیم است. اگر یک دیود را در جهت معکوس بایاس کنیم، در محل اتصال دو نیمه‌هادی[1] تقریباً عایق خواهد بود. از آن جایی که هر کدام از خود نیمه‌هادی‌ها رسانای نسبتاً خوبی هستند[2]، ترکیب هادی-عایق-هادی خواهیم داشت (شکل ۵-۴۱). در نتیجه این المان مانند یک خازن عمل خواهد کرد.



شکل ۵-۴۱ نحوه تشکیل خازن یک دیود در بایاس معکوس

[1] رک فصل ۱-؟-؟ و درس فیزیک الکترونیک

[2] ایضاً

عرض ناحیه عایق که به آن لایه تهی[1] گویند به عبارت دیگر فاصله هادی‌ها از یک‌دیگر، با افزایش ولتاژ معکوس دیود بیشتر خواهد شد. این امر باعث کاهش ظرفیت خازنی دیود می‌گردد (چرا؟). بنابراین می‌توان با تغییر ولتاژ نقطه کار ظرفیت خازن را عوض کرد (خازن قابل تنظیم). از این خاصیت در رادیو و تلویزیون برای انتخاب کانال مطلوب استفاده می‌شود.

۵- ۱- ۴ معرفی انواع دیودهای متداول*

بیشترین کاربردها را دیودهای معمولی دارند. این دیودها در یک محدوده وسیعی جهت یکسوسازی، محدودکنندگی و مدارهای محافظ مورد استفاده قرار می‌گیرند. در ساخت این دیودها اکثراً از سیلیسیوم و ندرتاً از ژرمانیم استفاده می‌شود. بسته به جثه و مورد استفاده، ولتاژ شکست این دیودها $V_{BD} = 20V \,..\, 2kV$ و حداکثر جریان قابل تحمل دایمی $I_{max} = 20mA \,..\, 2kA$ است.

برای کاربردهای خاص دیودهایی می‌سازند که بعضی از خواص دیود برای آن کاربردِ بخصوص، بارزتر شده است. در زیر به معرفی برخی از آنها می‌پردازیم.

- **دیود شاتکی:** در مواردی که به ولتاژ آستانه‌ای کمتر از ولتاژ آستانه دیود سیلیسیوم ($V_\gamma \approx 0.7V$) نیاز است از دیود ژرمانیم با $V_\gamma \approx 0.2V$ استفاده می‌شود. امروزه معمولاً بجای دیود ژرمانیم از دیودهای فلز- نیمه‌هادی که به دیود شاتکی[2] مشهور است استفاده میشود. دیودهای شاتکی از جنس سیلیسیوم دارای $V_\gamma \approx 0.3 \cdots 0.4V$ میباشد. مزیت دیگر این دیود نسبت به دیودهای معمولی، سرعت بسیار بیشتر آن است (در برخی انواع تا هزار برابر). بسته

[1] Depletion-Layer
[2] Schottky Diode, Hot-Carrier Diode

به جثه و مورد استفاده، ولتاژ شکست این دیودها $V_{BD} = 20\cdots100V$ و حداکثر جریان قابل تحمل دایمی $I_{max} = 20mA\cdots100A$ است.

- **دیود زنر:** همانطور که در فصل ۵-۱-۲ (شکل ۵-۵) دیدیم، اگر ولتاژ معکوس دیود از حدی بیشتر شود، دیود وارد ناحیه شکست شده، ولتاژ دو سر آن تقریباً ثابت می‌ماند (V_{BD}). می‌توان از این خاصیت استفاده کرده منابع ولتاژ تثبت شده یا ولتاژ مرجع درست کرد. V_{BD} برای دیودهای معمولی دارای تلرانس زیاد (تا بیش از ۱۰۰٪) و ثبوت کم است. برای این منظور دیودهایی بنام دیود زنز[1] درست میکنند که دارای ولتاژهای شکست تعریف شده با تلرانس کم (تا کمتر از ۲٪) و ثبوت خوب هستند. این ولتاژ به ولتاژ زنر معروف بوده با V_Z نمایش داده می‌شود. نوع معمولی این دیودها برای $V_Z = 2.7\cdots220V$ با مقادیر استاندارد E12 وجود دارد.

- **دیود پین:** دیودهایی می‌سازند که تغییرات مقدار مقاومتی آنها خیلی بیشتر و خطی‌تر از دیودهای معمولی قابل کنترل است و به‌خصوص در فرکانس‌های بالا بهتر کار می‌کنند. به این دیودها، پین دیود[2] گویند. از این دیودها جهت ساختن مقسم‌های ولتاژ و پتانسیومترهای الکترونیکی در فرکانس‌های بالا (از مگا تا چندین گیگاهرتز) استفاده می‌شود.

- **وارکتور:** دیودهایی می‌سازند که تغییرات ظرفیت خازنی آنها خیلی بیشتر از دیودهای معمولی قابل کنترل است. به این دیودها وارکتور یا واریکپ[3] گویند. کاربرد اصلی این دیودها در نوسان‌سازهای فرکانس متغییر (مثلاً در رادیو وتلویزیون برای انتخاب ایستگاه مورد نظر) است.

---

[1] ZD: Zener Diode
[2] PIN-Diode
[3] Varactor (Diode); Varicap

- **دیود نوری:** اگر به محل اتصال p-n یک دیود اشعه (نور) بتابانیم، انرژی فوتون‌ها تبدیل به انرژی الکتریکی می‌شود. اگر دیود را در جهت معکوس قرار دهیم، جریان دیود با افزایش شدت نور –به‌طور خطی– بیشتر می‌شود. از این خاصیت جهت تشخیص نور یا اندازه‌گیری شدت آن استفاده می‌کنند. به این دیودها دیود نوری یا فتودیود[1] گویند. محفظه این دیودها یک پنجره شیشه‌ای یا یک عدسی دارد تا نور بر روی اتصال نیمه‌رساناها متمرکز شود. این دیودها حتی اگر بایاس هم نشوند، بر اثر تابش اشعه در حالت مدار باز ایجاد ولتاژی در حدود ۰.۵ ولت می‌کنند (نیروی محرکه، منبع ولتاژ). در صورت اتصال کوتاه بودن، جریانی از دیود می‌گذرد که متناسب با شدت نوراست (منبع جریان وابسته به نور). انرژی تبدیل شده توسط این دیودها بسیار کم است و برای استفاده باید توسط مدارهای الکترونیکی (تقویت کننده‌ها) تقویت شود. کاربرد اصلی این دیودها در مخابرات نوری[2] (انتقال اطلاعات بکمک فیبر نوری[3]) وکنترل از راه دور[4] (مثلاً در سیستم‌های صوتی تصویری) می‌باشد. جریان اتصال کوتاه این دیودها در نور معمولی اتاق در حد چندین نانو آمپر است. درصورتی که نیاز به جریان بیشتر باشد، سطح دیودها را بیشتر می‌کنند (چند ده میلی‌متر مربع). به این دیودها گاهی فتوسل[5] گویند. جریان اتصال کوتاه این دیودها در نور معمولی اتاق در حد چندین میکرو آمپر است. کاربرد این دیودها بیشتر در نورسنج‌ها یا جهت شارژ باطری‌های ساعت مچی، ماشین حساب، .. می‌باشد. برای جریان‌های بیشتر، نوع مواد را تغییر می‌دهند و سطح آنرا باز هم بیشتر می‌کنند (چندین سانتی‌متر مربع). به این دیودها معمولاً باتری آفتابی یا سلول

[1] PhD: Photo-Diode
[2] Optical Communication
[3] Fiber Optics
[4] RC: Remote Control
[5] Photo-Cell

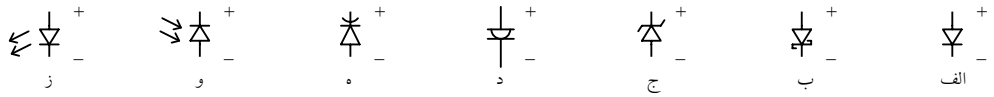
خورشیدی[1] گفته می‌شود. جریان اتصال کوتاه سلول خورشیدی در نور معمولی اتـاق در حـد میلی‌آمپر ودر نور مستقیم خورشید چند ده میلی‌آمپر است. با سری و موازی کردن چنـد عـدد سلول خورشیدی می‌توان به ولتاژها و جریان‌های زیاد یافت. به این ترکیب معمـولاً پنـل‌هـای خورشیدی[2] گفته می‌شود. کاربرد این سیستم‌ها در تبدیل انرژی خورشیدی به انرژی الکتریکی است. برای شارژ باطری‌ها معمولاً از پنل‌های ۱۵ ولتی با قدرت جریان‌دهی تا بیش از ۱۰ آمپر استفاده می‌کنند. در ماهواره‌ها و اتوموبیل‌های خورشیدی، از پنل‌ها تا چندین کیلو وات و حتی در نیروگاه‌های خورشیدی در حال حاضر تا چند صد کیلووات توان الکتریکی حاصل می‌شود. راندمان[3] این مبدل‌ها معمولاً حدود ۱۰٪ است به عبارت دیگر به ازای هـر متـر مربـع بـاطری خورشیدی در بیشترین تابش خورشید و بهترین موقعیت فقط ۱۰۰ وات بدست می‌آید.

- دیود نور زا: در ساختمان این دیود از نیمه‌هـادی ترکیبـی گـالیم-آرسـنید[4] اسـتفاده مـی‌شـود. خاصیت این دیود در این است که اگر در جهت مستقیم بایاس شده باشد، بر اثر عبور جریـان الکتریکی، انرژی الکترون‌ها باعث ایجاد فوتون می‌شـود (تبـدیل انـرژی الکتریکـی بـه انـرژی نورانی). بنابراین این دیود برعکس فتودیود عمل می‌کند. به همین دلیل ایـن دیـود بنـام دیـود نورانی، دیود نور زا یا "ال ای دی[5]" مشهور است. با اضافه کردن مواد مختلـف، میتـوان طیـف وسیعی از نور، از فروسرخ[6] تا فرابـنفش[7] را تولیـد کـرد. در عمـل دیودهـای مـادون قرمـز در مخابرات نوری و کنترل از راه دور؛ دیودهای قرمز برای اعلام خطر و به عنوان نمایشگر ارقـام

[1] Solar-Cell
[2] Solar-Panel
[3] Efficiency
[4] GaAs: Galium-Arsenide
[5] LED: Light Emitting Diode
[6] IR: Infra-Red, مادون قرمز
[7] UV: Ultra-Violet, ماورای بنفش

یا حروف[1]؛ ترکیب دیودهای قرمز، سبز و آبی برای ایجاد صفحه‌نمایش[2] رنگی؛ دیود سفید برای جانشینی لامپ کم مصرف؛ و دیودهای با رنگهای مختلف دیگر برای کاربردهای متفاوت، استفاده می‌شوند. با تغییر در ساختمان LED می‌توان یک دیود لیزر[3] بدست آورد. این دیودها نور تکفام[4] تولید میکنند و بنابراین نور آنها تا حد بسیار بالایی قابل متمرکز کردن است. کاربرد اصلی این دیود در مخابرات نوری، پزشکی، خواندن و نوشتن لوح فشرده[5]، اندازه‌گیری فواصل، .. می‌باشد.

انواع مختلف دیودها برای کاربردهای اختصاصی‌تری وجود دارد که معرفی آنها از حوصله این درس خارج است. شکل ۵-۴۲ نماد دیودهای معرفی شده را نمایش می‌دهد.



شکل ۵-۴۲ نماد چند دیود متداول: الف- معمولی، ب- شاتکی، ج- زنر، د- پین، ه- واراکتور، و- نوری، ز نور زا. دیودها درجهت کار عادی بایاس شده اند.

[1] Seven-Segment Display, Dot-Matrix Display
[2] Monitor, Display
[3] LD: Laser-Diode
[4] Coherent
[5] CD: Compact Disk

خلاصه:

مطالبی که از دیود باید به خاطر داشته باشیم:

۱- رابطه ولتاژ و جریان یک دیود در جهت مستقیم: $i_D = I_s \cdot e^{v_D / n \cdot V_T}$ در صورتیکه شرط خاصی نباشد، $n = 1$, $V_T = 25mV$ فرض میشود.

۲- در صورت ثابت بودن دما، با افزایش هر ۶۰ میلی ولت ولتاژ دو سر دیود در جهت مستقیم، جریان آن ۱۰ برابر میشود.

۳- در صورت ثابت بودن ولتاژ دو سر دیود، با افزایش هر ده در جه سانتیگراد، جریان دیود دو برابر میشود.

۴- در صورت ثابت بودن جریان گذرنده از دیود، با افزایش هر درجه سانتیگراد، ولتاژ دو سر دیود، دو میلی ولت کم میشود.

۵- اگر شرط خاصی برقرار نباشد، افت ولتاژ دوسر دیود بایاس شده در جهت مستقیم، ۰/۷ ولت فرض میشود.

۶- برای علایم بزرگ، دیود مانند یک سویچ عمل می‌کند. اگر $V_D \le V_\gamma$ باشد، دیود قطع است. در غیر این صورت، دیود توسط یک منبع ولتاژ $V_D = V_\gamma$ سری با یک مقاومت $R = R_S$ مدل می‌شود. برای دیود ایده‌آل: $V_D = 0,\ R = 0$ در نظر گرفته می‌شود.

۷- برای علایم کوچک، دیود باید در جهت مستقیم بایاس شود. در این صورت دیود مانند یک مقاومت عمل می‌کند که مقدار آن (مقاومت دینامیکی دیود) از رابطه $r_d = \frac{n.V_T}{I_D}$ بدست می آید.

۵-۲ تقویت کننده‌ها

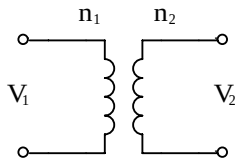
۵-۲-۱ مقدمه

تقویت کننده چیست؟ چه نیازی به تقویت کننده داریم؟ تفاوت بین یک تقویت کننده و یک ترانسفورماتور چیست؟ تقویت کننده چه مشخصاتی دارد؟ ... . در این بخش سعی می‌کنیم تا حدودی جوابی برای این سوالات بیابیم.

مثال ۵-۹ فرض کنید می‌خواهیم یک گیرنده رادیویی بسازیم. آنتن -به‌عنوان یک مبدل انرژی الکترومغناطیسی به انرژی الکتریکی- امواج رادیویی را گرفته، تبدیل به یک ولتاژ الکتریکی می‌کند (نیروی محرکه). پس می‌توانیم خروجی آنتن را به عنوان منبع سیگنال در نظر بگیریم. پس از تغییرات لازم بر روی این سیگنال، آن را به یک بلندگو -به‌عنوان یک مبدل انرژی الکتریکی به انرژی صوتی (مکانیکی)- اعمال می‌کنیم تا صدا را بشنویم. اگر فرض کنیم نیروی محرکه آنتن (پس از تبدیل‌های لازم برای سیگنال‌های صوتی) $v_s = 1\mathrm{mV_p}$ باشد و برای شنیدن صدا با کیفیت مطلوب لازم باشد که به بلندگو ولتاژ $v_o = 1\mathrm{V_p}$ را اعمال کنیم، باید ولتاژ آنتن ۱۰۰۰ برابر شود. اما چگونه میتوان ولتاژ را ۱۰۰۰ برابر کرد؟ شاید اولین راه حلی که بنظر برسد، استفاده از یک ترانسفورماتور باشد.

می‌دانیم که در یک ترانسفورماتور ایده‌آل:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} = N \qquad (۳۹-۵)$$



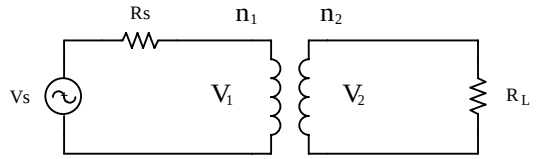
شکل ۵-۴۳ یک ترانسفورماتور ایده‌آل

که در این رابطـه: V_1 ولتـاژ و n_1 تعـداد دور اولیـه، V_2 ولتـاژ و n_2 تعـداد دور ثانویـه و N نسـبت دورهای ثانویه به اولیه ترانسفورماتور می‌باشد.

بنابراین ظاهراً اگر نسبت دورها را $N=1000$ بگیریم، منبع سیگنال را به اولیـه ترانسـفورماتور (V_1) و بلندگو را به ثانویه آن (V_2) اعمال کنیم، خواسته مسئله ارضا شده است. ولـی ایـن راه حـل بـه جـواب نمی‌رسد! چرا؟ چون:

۱- ترانسفورماتور ایده‌آل نیست. تعداد دورهای اولیه ازحدی نمی‌توانـد کمتـر باشـد (مـثلاً ۱۰۰ دور) بنابراین تعداد دورهای ثانویه بسیار زیاد خواهد بـود (۱۰۰.۰۰۰ دور!) ایـن امـر باعـث بزرگ شدن جثه ترانسفورماتور، بزرگ شدن مقاومت داخلی و اثر خـازنی، بـه‌عبـارت دیگـر تلفات آن خواهد شد.

۲- منبع سیگنال، یک منبع ولتاژ ایده‌آل نیست! بلکه دارای یک مقاومت داخلی می‌باشد. بنابراین مدار معادل مسئله، (با فرض ایده‌آل بودن ترانسفورماتور) بصورت مدار شکل ۵-۴۴ خواهـد بود.



شکل ۵-۴۴ مدار معادل تونن منبع سیگنال

با توجه به روابط ترانسفورماتور ایده‌آل:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{V_2}{V_1}=\frac{n_2}{n_1}=N \qquad \text{(۵-۳۹ الف)}$$

مقاومت بار از دید سر اولیه ترانسفورماتور برابر خواهد بود با:

$$R_L^{'} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2 / N}{I_2 . N} = \frac{R_L}{N^2} \qquad (۴۰-۵)$$

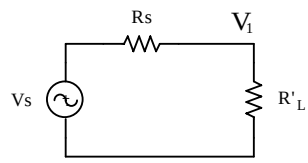
در نتیجه مدار معادل شکل ۵-۴۴ به صورت شکل ۵-۴۵ خواهد بود. با فرض ایده‌آل بودن ترانسفورماتور و:

$$V_s = 1mV,\ \ R_s = 240\Omega,\ \ R_L = 8\Omega,\ \ N = 1000$$

از (۵-۴۰):

$$R_L^{'} = 8\mu\Omega$$

$$V_1 = \frac{R_L^{'}}{R_s + R_L^{'}} V_s \approx 33pV$$



شکل ۵-۴۵ نحوه محاسبه ولتاژ اولیه

و از رابطه تقسیم ولتاژ:

و از (۵-۳۹):

$$V_2 = N.V_1 \approx 33nV$$

بنابرین نتیجه می‌گیریم که در این مورد ترانسفورماتور نه فقط به حل مسئله کمک نکرده است، بلکه مضرهم بوده است! زیرا اگر بلندگو را مستقیماً (بدون ترانسفورماتور) به منبع وصل می‌کردیم، ولتاژ دو سر آن بجای 33nV، حدوداً 32μV میشد (چرا؟).

علت مناسب نبودن استفاده از ترانسفورماتور در مسئله فوق، بکمک روابط مداری مشخص شد؛ ولی دلیل فیزیکی آن چیست؟ اصل بقای انرژی! حداکثر توانی که منبع سیگنال در مثال بالا می‌تواند به یک بار (در بهترین شرایط) منتقل کند، حدود 520pW خواهد بود (چرا؟). در صورتیکه توانی که بلندگو نیاز دارد حدوداً 15.6mW است (چرا؟). بنابرین نیاز به یک تقویت توان به میزان سی میلیون

برابـــر داریـــم! در صـــورتیکه ضـــریب تقویـــت یـــک ترانســـفورماتور ایـــده‌آل $A_p = 1$، و واقعـــی $A_p = 0.3 \cdots 0.98$ می‌باشد.

مثال ۵-۱۰ میخواهیم بکمک یک دیود ویک ولت‌متر با محدوده اندازه‌گیـری ۰ تـا ۱۰ ولـت یـک حرارت‌سنج برای محدوده ۰ تا ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد درست کنیم. پیشنهادی بـرای ایـن منظـور ارایـه دهید.

حل: با توجه به خاصیت دیود[1] اگر آنرا بایک جریان ثابت بایاس کنیم، به ازای هر درجـه سـانتی-گراد، ولتاژ دو سر آن دو میلی‌ولت کم می‌شود. بنابراین تغییرات ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد معادل تغییـرات ۲۰۰ میلی ولت خواهد بود. بنابراین باید این ولتاژ ۵۰ برابر شود تا بتوانیم بکمک ولت‌متـر آن را انـدازه بگیریم. در این جا مطمئناً از ترانسفورماتور نمی توانیم استفاده کنیم (چرا؟). در این‌جا نیز نیـاز بـه یـک تقویت کننده داریم! (حل مسئله موکول می‌شود به فصل ۵-۴).

۵-۲-۲ انواع تقویت کننده‌ها

در مثال‌های فوق دیدیم که در بعضی مواقع نیاز است توان یک منبع سیگنال چند برابر شود. بـرای این منظور سیستم‌هایی میسازند که به آنها تقویت کننـده[2] گوینـد. بنـا بـه تعریـف یـک تقویـت کننـده سیستمی است که توان به عبارت دیگر انرژی را تقویت، یعنی چند برابر، می کند. آیـا ایـن تعریـف بـا اصل بقای انرژی در تضاد نیست؟

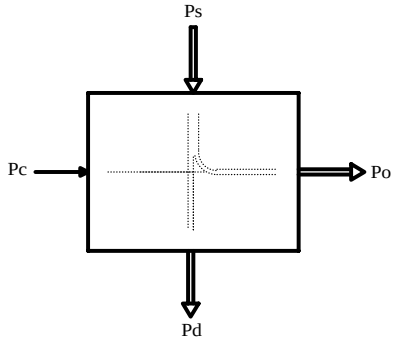
[1] رک فصل ۵-۱

[2] Amplifier

فرض کنید سوار اتوموبیل هستید و رانندگی می‌کنید. توان پاهای شما که بر روی پدال‌های گاز و ترمز فشار می‌آورد سرعت (توان) اتومبیل را کنترل می کند. با فرض اینکه توان پای شما که به پدال اعمال می‌شود ده وات و توان اتومبیل شما ۵۰ کیلووات باشد، توان پای شما ۵ هزار برابر موثر شده است! و اگر به عنوان خلبان ایرباس دست شما با توان یک وات، توان هواپیما را یک مگا وات تغییر دهد، یک ضریب تقویت یک میلیون برابر خواهیم داشت! آیا این مثال‌ها اصل بقای انرژی را نقض نمی‌کنند؟ مسلماً خیر! ما در زندگی روزمره خود با هزاران مثال ازین قبل مواجه می‌شویم. بنابراین یک اتومبیل یا یک هواپیما را می توان به عنوان یک تقویت‌کننده در نظر گرفت. آیا یک دوچرخه یک تقویت کننده است؟ یک جک دستی یا یک جک روغنی چطور؟

اتوموبیل، هواپیما، ... را می‌توان به عنوان تقویت کننده‌های مکانیکی در نظر گرفت. انواع تقویت کننده‌های دیگر از قبیل مغناطیسی، نوری، الکترونیکی و غیره وجود دارد که طبیعتاً ما خود را به بررسی تقویت کننده‌های الکترونیکی محدود می کنیم.

شکل ۵-۴۶ کلیات یک تقویت کننده را به طور نمادین نمایش می‌دهد. یک تقویت کننده عملاً یک کنترل کننده است؛ که توسط توان اعمال شده، Pc (مثلاً توان منتقل شده از پا به پدال) توان یک منبع انرژی، Ps (مثلاً بنزین) را به خروجی، Po (چرخ‌ها) منتقل می کند. در این مثال موتور نقش تقویت کننده را ایفا می‌کند. (جعبه دنده (گیربکس) چه نقشی دارد؟).



شکل ۵-۴۶ کلیات یک تقویت کننده

طبیعتاً هر سیستم واقعی تلفاتی نیز در بر دارد؛ Pd، که به صورت غیر مفید (اکثراً به صورت حرارت) از سیستم خارج می‌شود. بنابراین مجموعه انرژی‌های وارد شده به سیستم با مجموعه انرژی‌های خارج شده از آن برابر است؛ اصل بقای انرژی!

$$P_s + P_c = P_o + P_d \qquad (۴۱-۵)$$

در این رابطه حرف P مبین توان[1] و اندیس‌های s منبع[2]، c کنترل[3]، o خروجی[4] و d تلفات[5] می‌باشند. در الکترونیک گاهی اوقات از نمادهای دیگر استفاده می‌شود، که در جای خود به آن اشاره می‌گردد.

بنابه تعریف بهره توان[6] و راندمان[7] یک تقویت کننده به ترتیب از روابط (۵-۴۲) و (۵-۴۳) بدست می‌آیند.

$$A_P = \frac{P_o}{P_c} \qquad (۴۲-۵)$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_c + P_s} \approx \frac{P_o}{P_s} \qquad (۴۳-۵)$$

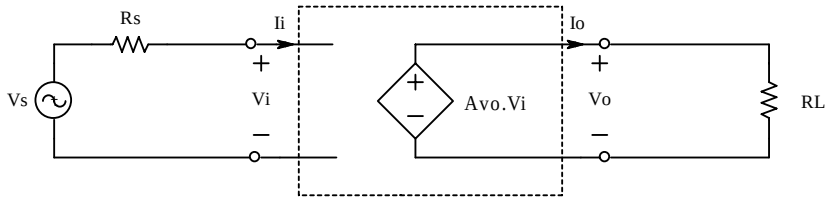
تاکنون بطور کلی تقویت کننده‌ها را بررسی کردیم، از این پس مطالب را محدود به تقویت کننده‌های الکترونیکی می‌کنیم. همانطور که می‌دانیم توان الکتریکی از منابع ولتاژ یا جریان بدست می‌آید. چون توان خروجی یک تقویت کننده از توان ورودیش باید بیشتر باشد، لذا تقویت کننده‌ها را فقط

[1] Power
[2] Supply
[3] Control
[4] Output
[5] Dissipation
[6] Power Gain, ضریب تقویت توان
[7] Efficiency

بکمک عناصر فعال می‌توان ساخت. و از آنجایی که باید بتوان توان خروجی را کنترل کرد لذا این منابع باید کنترل شونده[1]. باشند.

با توضیحات بالا به این نتیجه می‌رسیم که چهار نوع تقویت کننده الکترونیکی وجود دارد؛ به عبارت دیگر چهار مدل می‌توان برای یک تقویت کننده الکترونیکی در نظر گرفت (چهار نوع منبع وابسته وجود دارد):

- **تقویت کننده ولتاژ**[2]: سیگنال‌های ورودی و خروجی این تقویت کننده هر دو کمیت ولتاژ را دارند. در حالت ایده‌آل این تقویت کننده را می‌توان بکمک یک منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ[3] مدل کرد. بلوک دیاگرام شکل ۵-۴۶، برای این تقویت کننده به صورت مدار شکل ۵-۴۷ در



شکل ۵-۴۷ یک تقویت کننده ولتاژ ایده‌آل

می‌آید.

توجه شود که چون ماهیت سیگنال ورودی ولتاژ است، از مدار معادل تونن برای نمایش منبع استفاده شده است. در این شکل Ps و Pd نمایش داده نشده‌اند زیرا در وهله اول رفتار تقویت کننده نسبت به سیگنال مهم است. در مدارهای الکترونیکی منبع توان معمولاً با P_{CC} نشان داده میشود. از آنجایی که انرژی الکتریکی اصولاً توسط منابع ولتاژ تامین می‌گردد، هرجا که نیاز باشد، منبع تغذیه را با V_{CC}، V_{DD}، V_{Supp}، V_{Batt}، وغیره نمایش می‌دهند. به جای Pc

[1] Controlled Sources, Dependent Sources, رک فصل ۲-؟-؟
[2] Voltage Amplifier
[3] VCVS: Voltage Controlled Voltage Source

از P_i، P_{in} به عبارت دیگر برای تقویت کننده ولتاژ، چون ماهیت سیگنال ورودی کمیت ولتـاژ را دارا است، از v_i استفاده می‌شود. ولتاژ منبع سیگنال را هم با v_s نمایش می‌دهند.

بنا به تعریف بهره ولتاژ[1] تقویت کننده عبارت است از:

$$A_{Vo} = \frac{v_o}{v_i} \qquad (۴۴-۵)$$

در قبال آن بهره ولتاژ مدار عبارت است از:

$$A_{Vs} = \frac{v_o}{v_s} \qquad (۴۵-۵)$$

که برای تقویت کننده ایده‌آل $v_i = v_s$ (چرا؟) ودر نتیجه:

$$A_{Vs} = A_{Vo} \qquad (۴۵-۵)$$

مقاومت ورودی تقویت کننده:

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} \to \infty \qquad (۴۶-۵)$$

و مقاومت خروجی آن:

$$R_o = \frac{v_o}{i_o} \to o \qquad (۴۷-۵)$$

بنابراین برای یک تقویت کننده ولتاژ ایده‌آل، بهره جریان:

$$A_{Is} = \frac{i_o}{i_s} \to \infty \qquad (۴۸-۵)$$

و بهره توان:

$$A_{Ps} = \frac{p_o}{p_s} \to \infty \qquad (۴۹-۵)$$

خواهد بود (چرا؟).

[1] Voltage Gain

بنابراین راه حل مثال ۵-۹ این خواهد بود که از مدار شکل ۵-۴۷ استفاده کنیم که در آن:

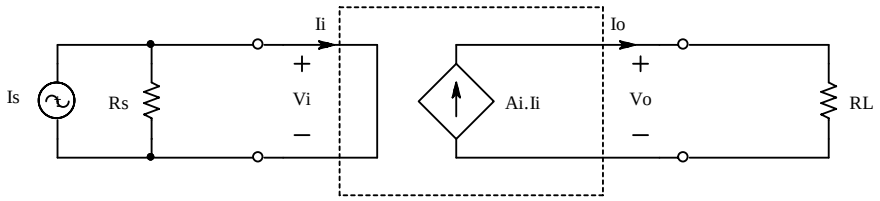
$$A_{Vo} = 1000, \quad V_s = 1mV_p, \quad R_s = 240\Omega, \quad R_L = 8\Omega$$

می‌باشند. در این صورت ولتاژ دوسر بلندگو: $V_o = A_{Vs}V_s = 1V$ بوده خواسته مسئله برآورده شده است.

توجه شود که چون منبع اصلی انرژی از یک منبع ولتاژ (مثلاً باتری) تامین میشود؛ درصورتیکه در خروجی تقویت کننده ترانسفورماتوری وجود نداشته باشد، تغییرات ولتاژ خروجی از ولتاژ منبع تغذیه کمتر خواهد بود (چرا؟). بنابرین برای راه اندازی این مدار به یک منبع ولتاژ با نیروی محرکه حداقل ۲ ولت نیاز داریم (مثلاً دو عدد باتری قلمی، معادل ۳ ولت).

- **تقویت کننده جریان**[1]: سیگنال‌های ورودی و خروجی این تقویت کننده هر دو کمیت جریان را دارند. در حالت ایده‌آل این تقویت کننده را می‌توان بکمک یک منبع جریان وابسته به جریان [2] مدل کرد. برای این تقویت کننده، منبع سیگنال توسط مدار معادل نورتن مدل می‌شود. سایر مشخصات مشابه مشخصات تقویت کننده ولتاژ بدست می‌آیند.

[1] Current Amplifier
[2] CCCS: Current Controlled Current Source



شکل ۵-۴۸ یک تقویت کننده جریان ایده‌آل

بنا به تعریف بهره جریان[1] تقویت کننده عبارت است از:

$$A_I = \frac{i_o}{i_i} \qquad (۵۰-۵)$$

در قبال آن بهره جریان مدار عبارت است از:

$$A_{Is} = \frac{i_o}{i_s} \qquad (۵۱-۵)$$

که برای تقویت کننده ایده‌آل $i_i = i_s$ (چرا؟) ودر نتیجه:

$$A_{Is} = A_I \qquad (۵۲-۵)$$

مقاومت ورودی تقویت کننده:

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} \to 0 \qquad (۵۳-۵)$$

و مقاومت خروجی آن:

$$R_o = \frac{v_o}{i_o} \to \infty \qquad (۵۴-۵)$$

بنابراین برای یک تقویت کننده جریان ایده‌آل، بهره ولتاژ:

$$A_{Vs} = \frac{v_o}{v_s} \to \infty \qquad (۵۵-۵)$$

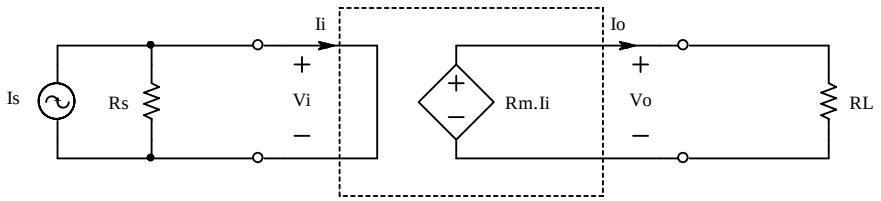
و بهره توان:

[1] Current Gain

$$A_{Ps} = \frac{p_o}{p_s} \to \infty \qquad (۵۶-۵)$$

خواهد بود (چرا؟).

- **تقویت کننده مقاومت انتقالی**[1]: سیگنال ورودی این تقویت کننده کمیت جریان و سیگنال خروجی آن کمیت ولتاژ را دارد. در حالت ایده‌آل این تقویت کننده را می‌توان بکمک یک منبع ولتاژ وابسته به جریان [2] مدل کرد. برای این تقویت کننده، منبع سیگنال توسط مدار معادل نورتن مدل می‌شود. سایر مشخصات مشابه مشخصات تقویت کننده ولتاژ بدست می‌آیند.



شکل ۵-۴۹ یک تقویت کننده ترامقاومتی ایده‌آل

بنا به تعریف بهره مقاومت انتقالی یا مقاومت تقابلی[3] تقویت کننده عبارت است از:

$$R_M = \frac{v_o}{i_i} \qquad (۵۷-۵)$$

در قبال آن بهره مدار عبارت است از:

$$R_{M\,s} = \frac{v_o}{i_s} \qquad (۵۸-۵)$$

که برای تقویت کننده ایده‌آل $i_i = i_s$ (چرا؟) ودر نتیجه:

$$R_{Ms} = R_M \qquad (۵۹-۵)$$

مقاومت ورودی تقویت کننده:

[1] Transresistance Amplifier, تقویت کننده ترامقاومتی

[2] CCVS: Current Controlled Voltage Source

[3] Transresistance Gain, Mutual-Resistance Gain

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} \to 0 \qquad (۶۰-۵)$$

و مقاومت خروجی آن:

$$R_o = \frac{v_o}{i_o} \to 0 \qquad (۶۱-۵)$$

بنابراین برای این تقویت کننده در حالت ایده‌آل، بهره ولتاژ:

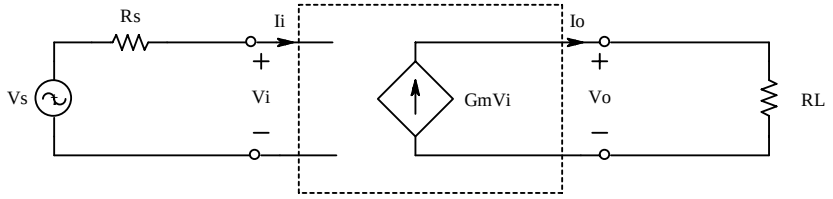
$$A_{Vs} = \frac{v_o}{v_s} \to \infty \qquad (۶۲-۵)$$

و بهره توان:

$$A_{Ps} = \frac{p_o}{p_s} \to \infty \qquad (۶۳-۵)$$

خواهد بود (چرا؟).

- **تقویت کننده هدایت انتقالی**[1]: سیگنال ورودی این تقویت کننده کمیت ولتاژ و سیگنال خروجی آن کمیت جریان را دارد. در حالت ایده‌آل این تقویت کننده را می‌توان بکمک یک منبع جریان وابسته به ولتاژ[2] مدل کرد. برای این تقویت کننده، منبع سیگنال توسط مدار معادل تونن مدل می‌شود. سایر مشخصات مشابه مشخصات تقویت کننده ولتاژ بدست می‌آیند.



شکل ۵-۵۰ یک تقویت کننده ترارسانایی ایده‌آل

[1] Trans-Conductance Amplifier, تقویت کننده ترارسانایی

[2] VCCS: Voltage Controlled Current Source

بنا به تعریف بهره هدایت انتقالی یا هدایت تقابلی[1] تقویت کننده عبارت است از:

$$G_M = \frac{i_o}{v_i} \qquad (۶۴-۵)$$

در قبال آن بهره مدار عبارت است از:

$$G_{Ms} = \frac{i_o}{v_s} \qquad (۶۵-۵)$$

که برای تقویت کننده ایده‌آل $i_i = i_s$ (چرا؟) ودر نتیجه:

$$G_{Ms} = G_M \qquad (۶۶-۵)$$

مقاومت ورودی تقویت کننده:

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} \to \infty \qquad (۶۷-۵)$$

و مقاومت خروجی آن:

$$R_o = \frac{v_o}{i_o} \to \infty \qquad (۶۸-۵)$$

بنابراین برای این تقویت کننده در حالت ایده‌آل، بهره جریان:

$$A_{Is} = \frac{i_o}{i_s} \to \infty \qquad (۶۹-۵)$$

و بهره توان:

$$A_{Ps} = \frac{p_o}{p_s} \to \infty \qquad (۷۰-۵)$$

خواهد بود (چرا؟).

[1] Trans-Conductance Gain, Mutual-Conductance Gain

۵-۲-۳ مشخصات تقویت کننده‌های واقعی*

همان‌طور که می‌دانیم، در دنیای واقعی صفر و بینهایت وجود ندارد! بنابرین مقاومت‌های ورودی و خروجی تقویت کننده‌ها مقادیری محدود می‌باشند. از طرف دیگر پارامترهای تقویت کننده‌ها (بهره، مقاومت‌های ورودی و خروجی) مقادیر ثابتی نیستند؛ بلکه تابعی از فرکانس، دما، ولتاژ منبع تغذیه ونقطه کار (سیستم غیر خطی)، ... .

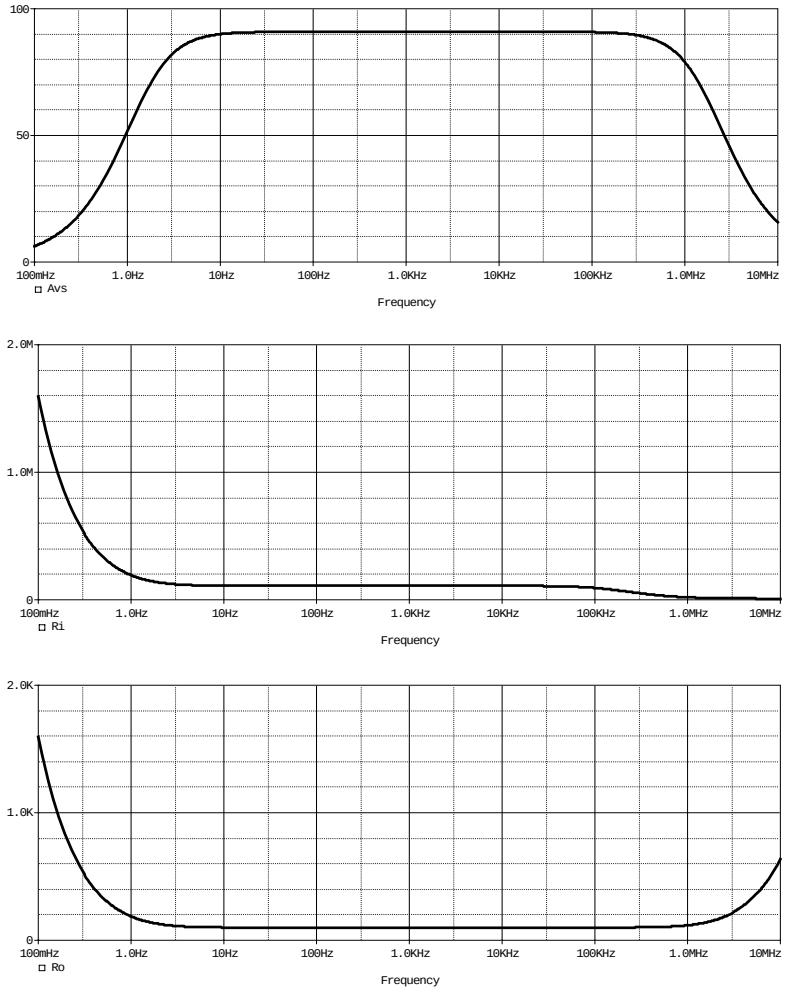
- **وابستگی فرکانسی:** در عمل به علت وجود اثر خازنی (و سلفی) در المان‌ها و مدار، با افزایش فرکانس سیگنال، دامنه و فاز تغییر می‌کند[1]. بنابرین در محاسبات بجای اعداد حقیقی[2] با اعداد مختلط[3] سروکار داریم. به همین دلیل باید بجای مفهوم مقاومت، از کلمه امپدانس[4] استفاده شود. شکل ۵-۵۱ مثالی از وابستگی مشخصات یک تقویت کننده به فرکانس را نمایش می‌دهد. شکل بالایی پاسخ بهره به فرکانس است. همانطور که ملاحظه می‌شود، برای فرکانس‌های پایین بهره کم است (برای فرکانس صفر بهره نیز صفر است). با افزایش فرکانس، بهره نیز بتدریج افزایش می‌یابد (در ۰.۱ هرتز حدوداً ۷، در ۰.۳ هرتز حدوداً ۱۸، در یک هرتز ۵۲، در ۳ هرتز ۸۲، در ۱۰ هرتز ۹۰ و در فرکانس‌های بالاتر، بهره تقریباً به مقدار ۹۱ ثابت می‌ماند). بهره تا فرکانس حدود ۱۰۰ کیلوهرتز تقریباً ثابت است و پس از آن افت می‌کند (در ۳۰۰ کیلوهرتز ۹۰، در یک مگاهرتز ۷۸، ...). طبیعتاً پاسخ فرکانسی تمام تقویت کننده‌ها باهم یکسان نیست. ولی در تمام تقویت کننده‌ها (و کلیه سیستم‌های واقعی) این امر مشترک است که اگر فرکانس محرک از حدی بیشتر شود، کارآیی سیستم -درین مورد بهره تقویت کننده- کاهش می‌یابد (چرا؟). در مورد فرکانس پایین، مطلب به نحوی دیگر است. به تقویت کننده‌هایی که، مانند مثال شکل ۵-

---

[1] رک فصل ۴-؟-؟

[2] Real Numbers
[3] Complex Numbers
[4] Impedance

۵۱ مشخصات آنها از یک فرکانسی به بالا تقریباً ثابت می‌ماند، اصطلاحاً تقویت کننده‌های AC[1] گفته می‌شود. در مقابل، تقویت کننده‌هایی وجود دارند که مشخصات آنها از فرکانس صفر به بالا مقداری تقریباً ثابت است. شکل ۵-۵۲ مثالی را برای این منظور نمایش می‌دهد. این نوع تقویت کننده‌ها اصطلاحاً تقویت کننده‌های DC[2] نامیده می‌شوند.



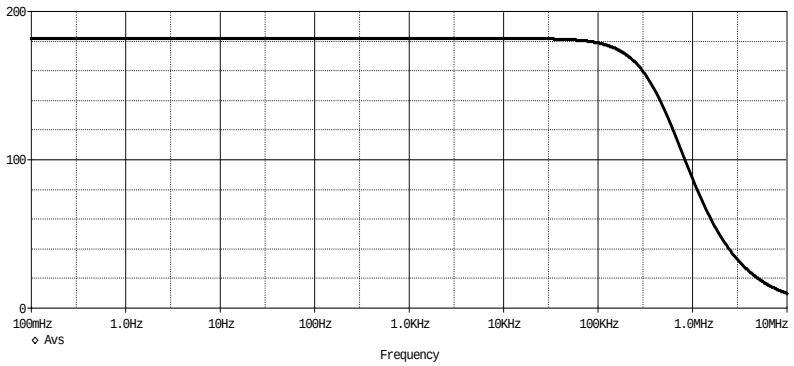
شکل ۵-۵۱ مثالی برای پاسخ فرکانسی تقویت کننده‌های **AC**

بالا: بهره ولتاژ، وسط: امپدانس ورودی، و پایین: امپدانس خروجی

[1] AC-Coupled Amplifier
[2] DC-Coupled Amplifier

معمولاً به فرکانسی که به ازای آن بهره تقویت کننده به ۰.۷ مقدار ثابت خود مـی‌رسـد، فرکـانس حد گفته می‌شود. یک تقویت کننده AC دارای دو فرکانس حد است؛ فرکانس حد پـایین[1]، f_l و فرکانس حد بالا[2]، f_h . در مثال شکل ۵-۵۱ فرکـانس‌هـای حـد تقویـت کننـده: $f_l \approx 1.5Hz$ و $f_h \approx 1.8MHz$ می‌باشد. تقویت کننده DC دارای فقط فرکـانس حـد بـالایی اسـت. در تقویـت کننده مثال شکل ۵-۵۲، $f_h \approx 550kHz$.

نمودار میانی شکل ۵-۵۱ وابستگی امپدانس ورودی تقویت کننـده بـه فرکـانس سـیگنال را نمایش میدهد. امپدانس ورودی برای فرکانس ۰.۱ هرتز حدود ۱.۶ مگااهم، برای یک هرتـز ۲۰۰ کیلواهم وبرای فرکانس‌های حدود ۵ هرتز تا حدود ۳۰ کیلوهرتز مقدار تقریباً ثابت ۱۱۰ کیلواهم می باشد. پس از آن امپدانس ورودی کاهش می‌یابد تا به حدود ۱۰ کیلواهم می‌رسد.



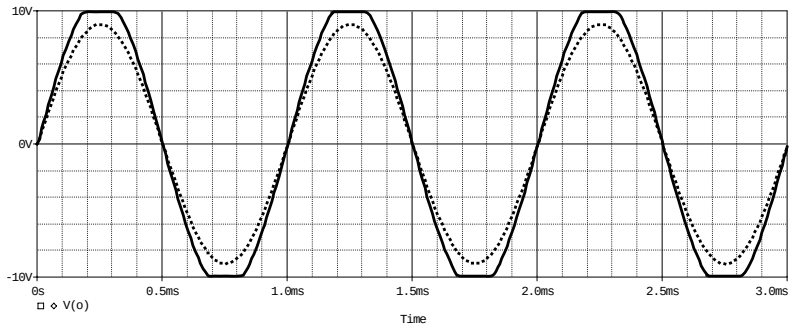
شکل ۵-۵۲ فرم کلی پاسخ فرکانسی تقویت کنندهای DC

نمودار پایینی شکل ۵-۵۱ وابستگی امپدانس خروجی تقویت کننده به فرکانس سیگنال را نمایش میدهد. امپدانس خروجی برای فرکانس ۰.۱ هرتز حدود ۱.۶ کیلواهم، برای یک هرتـز ۱۹۰ اهـم وبرای فرکانس‌های حدود ۱۰ هرتز تا حدود ۳۰۰ کیلوهرتز مقدار تقریباً ثابت ۱۰۰ اهم می باشد. پس از آن امپدانس خروجی مجدداً افزایش می‌یابد تا در ده مگاهرتز به حدود ۶۰۰ اهم می‌رسد.

[1] Lower Frequency
[2] Higher Frequency

فرکانس‌هایی را که به ازای آنها مشخصات تقویت کننده تقریباً ثابت است، فرکانس‌های میانی گوییم. برای مثالِ شکل ۵-۵۱ محدوده‌ی ۱۰ هرتز تا ۱۰۰ کیلوهرتز، و برای مثالِ شکل ۵-۵۲ محدوده‌ی از صفر تا ۱۰۰ کیلوهرتز، فرکانس‌های میانی محسوب می‌شوند. بنابرین در فرکانس-های میانی اثرات خازنی (و سلفی) عناصر و مدار مؤثر نبوده، بجای امپدانس‌ها می‌توان مقاومت-ها را در نظر گرفت.

- **وابستگی به ولتاژ منبع تغذیه:** در حالت کلی مشخصات تقویت کننده تابع نقطه کار است و این خود تابع ولتاژ تغذیه. در طراحی مدار با کیفیت بالا سعی می‌شود که این وابستگی به حداقل برسد. در دروس الکترونیک با روش‌های کاهش این وابستگی آشنا خواهید شد. محدودیتی که قابل برطرف کردن نیست، وابستگی حداکثر دامنه ولتاژ خروجی به ولتاژ منبع می‌باشد. در تقویت کننده‌هایی که در خروجی ترانسفورماتور ندارند، $Vo_P < \frac{1}{2}V_{Supp}$ خواهد بود. برای مثال در شکل ۵-۵۳ ولتاژ منبع تغذیه تقویت کننده ۲۴ ولت ($\pm V_{CC} = \pm 12V$) و بهره آن ۱۰۰ است.



شکل ۵-۵۳ ولتاژ خروجی یک تقویت کننده با بهره ۱۰۰ ومنبع تغذیه ۱۲± ولت به ازای:
۹۰ میلی ولت، نمودار نقطه چین و ۱۱۰ میلی ولت، نمودار پر، دامنه ورودی

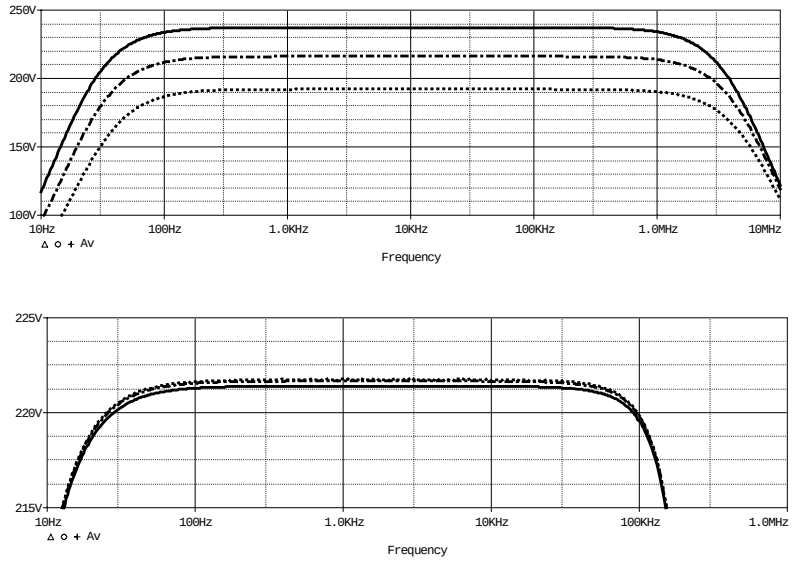
همانطور که ملاحظه می‌شود، به ازای ولتاژ ورودی با دامنه ۹۰ میلی ولت، ولتاژ خروجی ۹ ولت است ($Vo_P = A_{Vs} \times Vi_P = 100 \times 90mV = 9V$). درصورتی که به ازای دامنه ورودی ۱۱۰

میلی ولت، خروجی بجای داشتن دامنه ۱۱ ولت، به ۱۰ ولت محدود (بریده) مـی‌شـود. در ایـن-صورت تقویت کننده حالت خطی خارج شده، گویند تقویت کننده اشباع[1] شده است.

- **وابستگی به دما:** با تغییر دما، به خاطر شرایط محیط -یا ایجاد حـرارت خـود المـان‌هـای مـدار، بواسطه تلفات سیستم- مشخصات تقویت کننده تغییر می‌کند. در طراحی‌های اصولی سعی مـی-شود این وابستگی به حد اقل برسد. شکل ۵-۵۴ مثالی از اثر دما بـر روی بهـره دو نـوع تقویـت کننده را نمایش می‌دهد. شکل بالا تغییر بهره یک تقویت کننده ساده و شـکل پـایین تغییـر بهـره یک تقویت کننده با کیفیت خوب را بر اثر تغییر دما نمایش میدهد. نمودارهای نقطه چین مربوط به پاسخ فرکانسی تقویت کننده‌ها به ازای T = -25°C، خط نقطه به ازای T = +25°C، و خط پر به ازای T = +75°C می‌باشند. تقویت کننده‌هایی نیز ساخته شده است که تغییر دما برای آنها بـه حدی کم است که تغییرات آن‌ها در نمودارها نامحسوس است. این تغییرات را معمولاً با مقـادیر عددی نمایش می‌دهند، مثلاً 2ppm/°C[2]. بنابرین با بهره حدود ۲۲۰ در ۲۵ درجه سانتی‌گراد بهره با تغییر دما از ۲۵- درجه تا ۷۵+ درجه، تغییرات بهره $\Delta A_V \approx \pm 0.02$ خواهـد بـود (مقایسـه بـا $\Delta A_V \approx \pm 0.2$ برای تقویت کننده مثال شکل ۵-۵۴ پایینی و حتـی $\Delta A_V \approx \pm 20$ بـرای تقویـت کننده مثال شکل ۵-۵۴ بالایی).

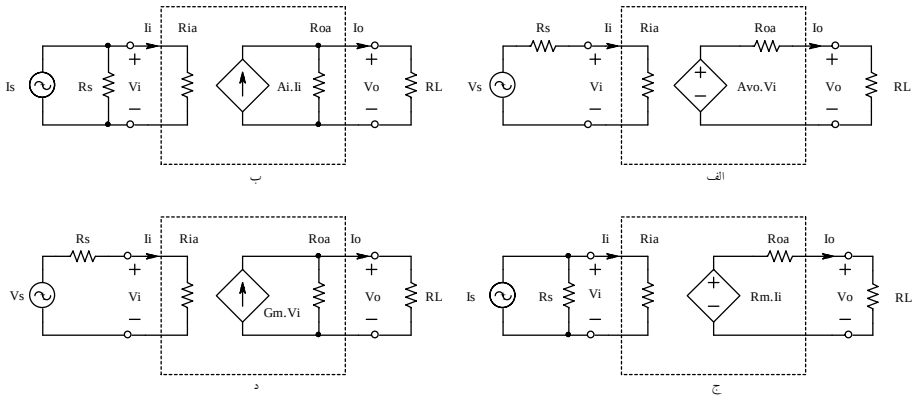
[1] Saturation: اشباع

[2] ppm: Parts Per Million



شکل ۵-۵۴ اثر دما بر روی بهره تقویت کننده. شکل بالا: یک تقویت کننده ساده، شکل پایین: یک تقویت کننده با کیفیت خوب. نمودارهای نقطه چین: T=-25°C، خط نقطه: T=+25°C، خط پر:T=+75°C .

نتیجه‌گیری: درصورتی که فرکانس سیگنال در باند میانی تقویت کننده قرار گرفته باشد (که در شرایط عادی این‌چنین است)، تقویت کننده اشباع نشده، و وابستگی دما قابل اغماض باشد (که درین درس همواره چنین فرض می‌شود)، برای یک تقویت کننده چهار مدل به صورت شکل ۵-۵۵ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۵-۵۵ تقویت کننده‌های غیر ایده‌آل. الف: ولتاژ، ب: جریان، ج:ترامقاومتی و د: ترارسانایی

برای این تقویت کننده‌ها؛ R_{ia}، مقاومت ورودی و R_{oa}، مقاوت خروجی تقویت کننده، R_s، مقاومت منبع سیگنال و R_L، مقاومت بار می‌باشند.

مثال ۵-۱۱ بافرض این که تقویت کننده مثال ۵-۹ دارای مقاومت ورودی یک کیلواهم و مقاومت خروجی ۴ اهم باشد، بهره آن را مقداری انتخاب کنید که خواسته مدار برآورده شود.

حل: چون تقویت کننده، یک تقویت کننده ولتاژ است، از مدل شکل ۵-۵۵ الف استفاده می کنیم.

باتوجه به رابطه تقسیم ولتاژ در ورودی و خروجی بهره مدار:

$$A_{Vs} \equiv \frac{v_o}{v_s} = \frac{R_{ia}}{R_{ia}+R_s} \times A_{Vo} \times \frac{R_L}{R_L+R_{oa}}$$

و از آن جا:

$$A_{Vo} = \frac{R_{ia}+R_s}{R_{ia}} \times A_{Vs} \times \frac{R_L+R_{oa}}{R_L}$$

با توجه به این که: $R_{ia}=1k\Omega,\ R_{oa}=4\Omega,\ R_s=240\Omega,\ R_L=8\Omega,\ A_{Vs}=1000$ می‌باشند، $A_{Vo}=1860$ بدست میآید.

مثال ۵-۱۲ در صورتی که در مدار شکل ۵-۵۵ د، $R_s=100k\Omega,\ R_L=10k\Omega$ و مشخصات تقویت کننده: $R_{ia}=300k\Omega,\ R_{oa}=40k\Omega,\ Gm=10mA/V$ فرض شوند، مطلوبست محاسبه مشخصات مدار: بهره ولتاژ، بهره جریان، بهره توان، مقاومت ورودی مدار از دید منبع سیگنال و مقاومت خروجی مدار از دید دو سر بار.

حل:

از دید منبع مقاومت‌ها سری هستند، $R_i = R_s + R_{ia} = 400k\Omega$

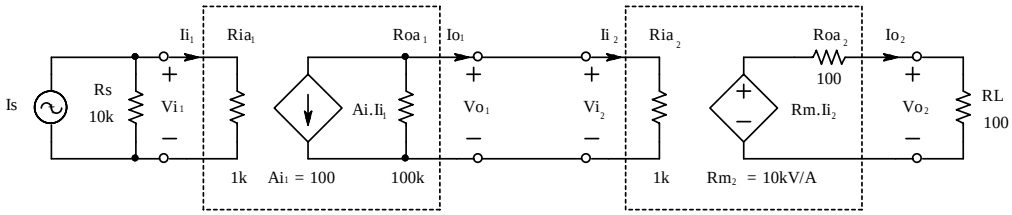
از دیـد بـار مقاومـت‌هـا موازییـنـد $R_o = R_L \| R_{oa} = 8k\Omega$

بهره ولتاژ: $A_{Vs} \equiv \frac{v_o}{v_s} = G_m \cdot R_o \cdot \frac{R_{ia}}{R_i} = 10mA/V \cdot 8k\Omega \cdot \frac{300k\Omega}{400k\Omega} =$

بهره جریان: $A_{Is} \equiv \frac{i_o}{i_s} = \frac{v_o/R_L}{v_s/R_i} = A_{Vs} \cdot \frac{R_i}{R_L} = 60 \cdot \frac{400k\Omega}{10k\Omega} = 2400$

بهره توان: $A_P \equiv \frac{P_o}{P_s} = \frac{v_o \cdot i_o}{v_s \cdot i_s} = A_{Vs} \cdot A_{Is} = 144000$

مثال ۵-۱۳ مشخصات مدار شکل ۵-۵۶ را بدست آورید.



شکل ۵-۵۶ مدار یک تقویت کننده دو طبقه

حل: این مدار یک تقویت کننده دو طبقـه اسـت. طبقـه اول یـک تقویـت کننـده جریـان بـا بهـره $A_{i_1} = 100$ و طبقه دوم یک تقویت کننده ترامقاومتی با بهره $R_{m_2} = 10000\,V/A$ می‌باشد.

مقاومت از دید منبع: $R_i = R_s \| R_{ia_1} = 10k\Omega \| 1k\Omega \approx 910\Omega$

مقاومت از دید بار: $R_o = R_L \| R_{oa_2} = 100\Omega \| 100\Omega = 500\Omega$

بهره ولتاژ:

$$\left.\begin{aligned} {}_s &\equiv \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_{o_2}}{v_{i_2}} \times \frac{v_{o_1}}{v_{i_1}} \\ {}_2 &= \frac{R_{m_2} \cdot I_{i_2} \cdot R_L/(R_L + R_{oa_2})}{I_{i_2} \cdot R_{ia_2}} = 5 \\ {}_1 &= \frac{-A_{i_1} \cdot I_{i_1} \cdot (R_{oa_1} \| R_{ia_2})}{I_{i_1} \cdot R_{ia_1}} \approx -99 \end{aligned}\right\} \Rightarrow A_{Vs} \approx 500$$

بهره جریان:

$$A_{Is} \equiv \frac{I_o}{I_s} = \frac{V_o/R_L}{V_i/R_i} = A_{Vs} \cdot \frac{R_i}{R_L} \approx -500 \times 9.1 \approx -4500$$

بهره توان:

$$A_{Ps} \equiv \frac{P_o}{P_s} = A_{Vs} \cdot A_{Is} \approx 500 \cdot 4500 = 2250000$$

خلاصه:

مطالبی که از تقویت کننده‌ها باید به خاطر داشته باشیم:

۱- تقویت کننده سیستمی است که توان به عبارت دیگر انرژی سیگنال را چند برابر کرده به بار منتقل می‌نماید.

۲- بهره توان عبارت است از بهره ولتاژ ضربدر بهره جریان. در یک تقویت کننده می‌تواند بهره ولتاژ یا جریان بزرگتر یا کوچکتر از یک باشد ولی حاصل‌ضرب آنها باید حتماً بزرگتر از یک باشد. اگر بهره توان کوچکتر از یک باشد، تبدیل به یک تضعیف کننده[1] شده است.

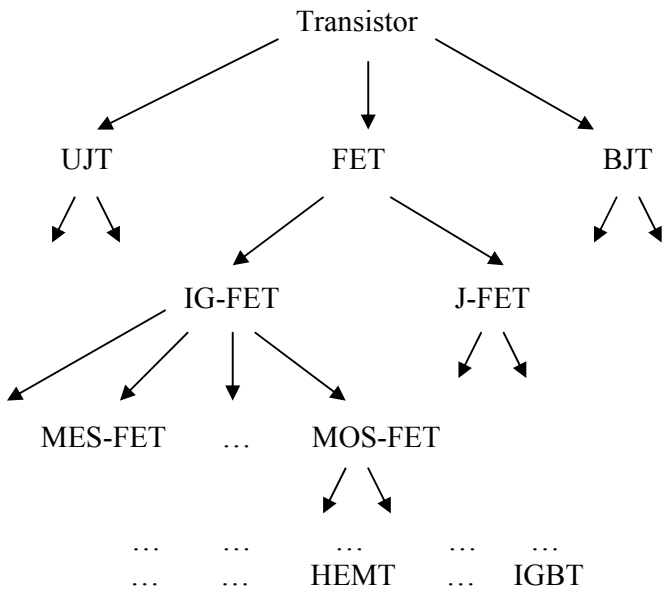
۳- برای یک تقویت کننده می‌توان -با توجه به این که برای خروجی آن، و منبع سیگنال، مدار معادل تونن یا نورتن را به کار بریم- چهار نوع مدل، یعنی تقویت کننده‌های: ولتاژ، جریان، ترارسانایی و ترامقاومتی، تعریف کرد.

۴- در یک تقویت کننده چند طبقه، مقاومت ورودی کل معادل است با مقاومت ورودی طبقه اول، مقاومت خروجی کل معادل است با مقاومت خروجی طبقه آخر و بهره کل برابر است با حاصل‌ضرب بهره‌های تک تک طبقات.

[1] Attenuator

۵-۳ ترانزیستور

ترانزیستور یک المان سه قطبی است، که دارای خاصیت تبدیل مقاومت[1] مـی باشـد. ترانزیسـتورها انـواع گوناگونی دارند؛ شکل ۵-۶۶ انواع متداول را نمایش میدهد.



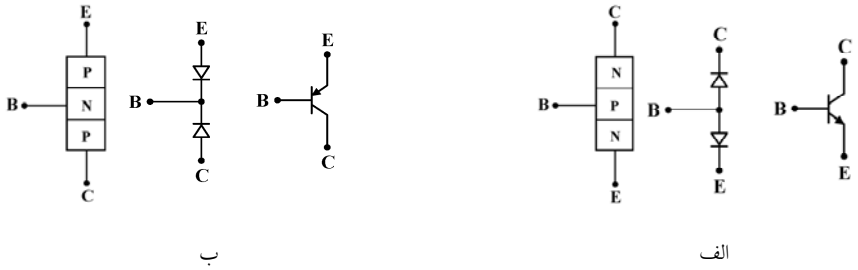
شکل ۵-۶۶ انواع متداول ترانزیستور

اولین نوع ترانزیستور که بصورت تجارتی به بازار عرضه شد BJT[2] بود در حال حاضر نیـز متـداول-ترین ترانزیستور بصورت تکی[3] نیز همان است. در این درس نیز همین نـوع ترانزیسـتور مـورد بررسـی قرار میگیرد بنابراین از این به بعد هر گاه از ترانزیستور صحبت میشود، منظور BJT است.

در ساخت ترانزیستورهای اولیه ژرمانیوم بکار برده میشد، ترانزیستورهای امروزی عمدتاً با سیلیسـیوم ساخته میشوند. ترانزیستورها از سه لایه سیلیسیوم با ناخالصی n و p کـه یـک در میـان قـرار گرفتـه‌انـد

[1] Transistor: TRANSfer resISTOR
[2] BJT: Bipolar Junction Transistor, ترانزیستور اتصالی دو قطبی
[3] Discrete

تشکیل می شوند. بنابراین دو نوع ترانزیستور npn و pnp وجود دارد. شکل ۵-۶۷ نماد و نحوه ساختمان سمبلیک ترانزیستور را نمایش میدهد.

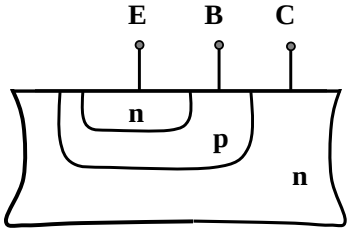


شکل ۵-۶۷ نماد، ساختمان و مدل ساختاری ترانزیستورBJT: الف- npn و ب- pnp

پایه های ترانزیستور کلکتور[1] (C)، بیس[2] (B)، و امیتر[3] (E) نامیده میشوند. همانطور که از شکل ۵-۶۷ بر میآید، اتصال‌های B-C و E-B مانند دو دیود عمل می کنند. بنابراین مطالبی که در مورد دیود اشاره شد، برای ترانزیستور نیز صادق است، منجمله:

$$i_B \sim e^{v_{BE}/n.V_T} \text{،} \qquad \text{به ازای} \quad I_B = Const \;:\; \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T} \approx -2mV/K \;,\; \ldots$$

برخلاف شکل ۵-۶۷، ساختمان واقعی ترانزیستور، متقارن نیست یعنی با تعویض پایه های C و E در مدار، مشخصات ترانزیستور تغییر می کند به این نکته بعداً اشاره میشود. شکل ۵-۶۸ ساختمان داخلی یک ترانزیستور متداول npn را نمایش میدهد علاوه بر ابعاد هندسی، میزان ناخالصی لایه ها نیز با هم متفاوت است.



شکل ۵-۶۸ ساختمان ترانزیستور npn

[1] Collector, جمع کننده

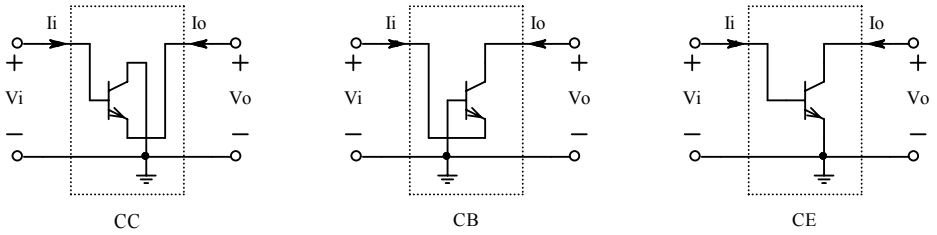
[2] Base, پایه

[3] Emmitter, پخش کننده

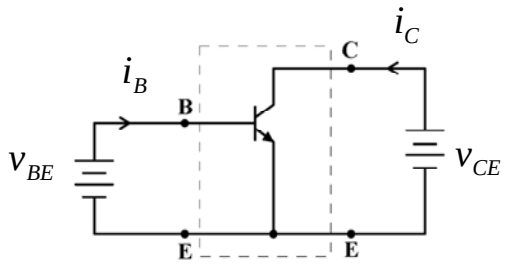
در ضمن واضح است که اگر مانند شکل ۵-۶۷، دو عـدد دیـود را بهـم وصـل کنـیم بـه هیچوجـه یـک ترانزیستور تشکیل نخواهد شد! (چرا؟)

۵-۳-۱ مشخصه های ترانزیستور

چون ترانزیستور یک سه قطبی است، در عمل یکی از پایه ها بین ورودی و خروجی مشترک خواهـد بود بنابراین بسته به اینکه کدام پایه مشترک باشد، سه آرایش: امیتر مشـترک[۱]، بـیس مشـترک[۲] و کلکتـور مشترک[۳] می تواند وجود داشته باشد بنابراین در مدارها عملاً ترانزیستور بعنوان یک مـدار چهـار قطبـی[۴] بعبارت دیگر دو دریچه ای[۵]، بررسی میشود (شکل ۵-۶۹).



شکل ۵-۶۹ سه آرایش مدارهای ترانزیستوری: امیتر مشترک (CE)، بیس مشترک (CB) و کلکتور مشترک (CC)



شکل ۵-۷۰ مدار CE

به علت اینکه مدار CE -بدلیل مشخصات بهتری که نسبت به دو مـدار دیگـر دارد- بیشـتر بکـار گرفتـه میشود، مشخصه این مدار را بررسی می کنیم (شکل ۵-۷۰). در ضمن چون ترانزیستور خاصیت تقویـت

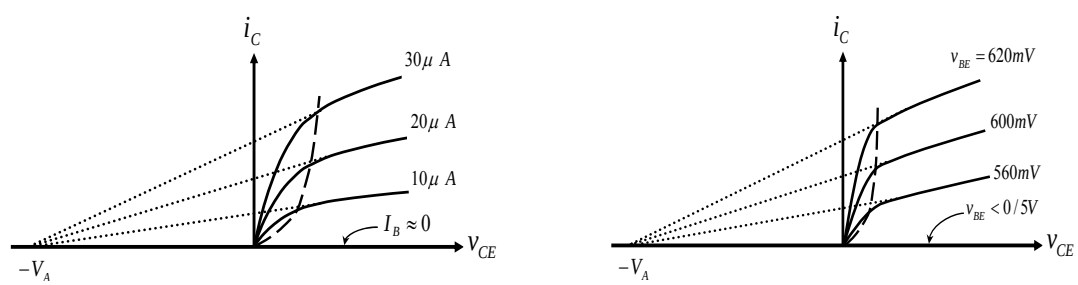
[1] CE: Common Emitter
[2] CB: Common Base
[3] CC: Common Collector
[4] Four Pole
[5] Two Port

کنندگی دارد، مسیر سیگنال در حالت ایده‌آل فقط در یک جهت است یعنی از ورودی به خروجی، بعبارت دیگر دریچه BE بعنوان ورودی و دریچه CE بعنوان خروجی بکار میرود بنابراین سه مشخصه برای ترانزیستور قابل تعریف است:

- مشخصه ورودی[1]: یعنی وابستگی i_B به v_{BE} با پارامتر V_{CE}
- مشخصه خروجی[2]: یعنی وابستگی i_c به v_{CE} با پارامتر V_{BE} یا I_B
- مشخصه انتقالی[3]: یعنی وابستگی i_c به v_{BE} یا i_B با پارامتر V_{CE}

مشخصه ورودی، بعلت اینکه عملاً مشخصه دیود BE است و در ناحیه فعال[4] وابستگی زیادی به V_{CE} ندارد و مشخصه انتقالی، بعلت اینکه عملاً با یک ضریب ثابت قابل تعریف است، (در این درس) کاربرد زیادی ندارد.

بنابراین مهمترین مشخصه ترانزیستور مشخصه خروجی آن است، که در اینجا بررسی میشود در شکل ۵-۷۱ مشخصه خروجی یک ترانزیستور واقعی برای v_{CE}های بزرگ، به صورت کیفی نمایش داده شده است.



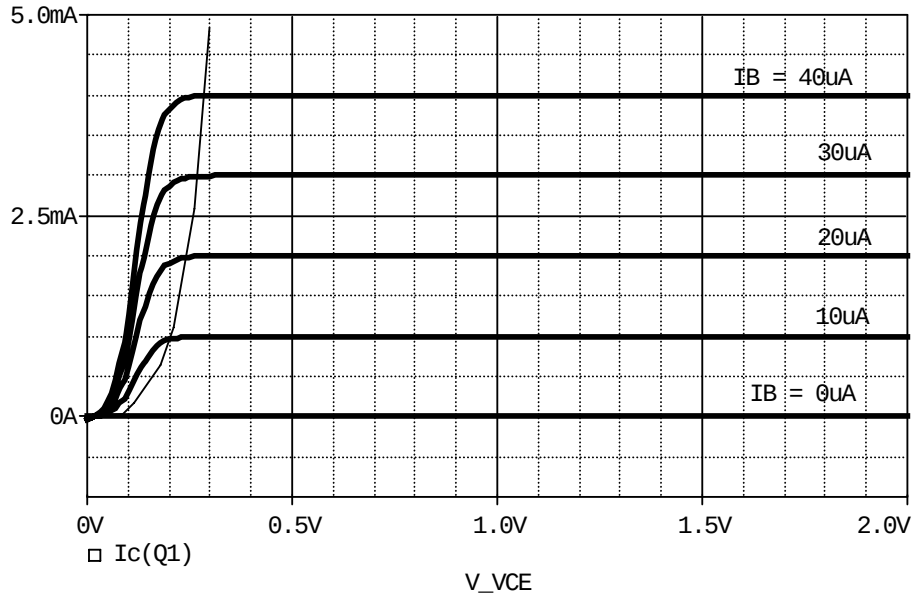
ب الف

شکل ۵-۷۱ مشخصه خروجی یک ترانزیستور الف- با پارامتر V_{BE} و ب- با پارامتر I_B

[1] Input Characteristic
[2] Onput Characteristic
[3] Transfer Characteristic

[4] بزودی، در همین قسمت تعریف می‌شود

نمودار شکل ۵-۷۱ ب، برای یک ترانزیستور تقریباً ایده‌آل، به طور کمّی برای v_{CE}های در شکل ۵-۷۲ نمایش داده شده است (یکی از پارامترهای ترانزیستور V_A است که مقدار آن در حالت ایده‌آل ∞ فرض می‌شود).



شکل ۵-۷۲ مشخصه خروجی امیتر مشترک برای یک ترانزیستور تقریباً ایده‌آل

در این مشخصه‌ها سه ناحیه قابل تفکیک است:

- در صورتیکه $V_{BE} \le 0.5V$، بعبارت دیگر $I_B \approx 0$ باشد، $i_C \approx 0$ می شود. در این حالت می گویند ترانزیستور قطع است و این محدوده را ناحیه قطع[1] نامند.
- در سمت چپ منحنی خط چین در شکل‌های ۵-۷۱ به عبارت دیگر خط (نمایی) باریک در شکل ۵-۷۲، شیب منحنی خروجی زیاد است (مقاومت بین کلکتور و امیتر کم) در این حالت میگویند ترانزیستور اشباع است و این محدوده را ناحیه اشباع[2] نامند. هنگامی که ترانزیستور اشباع است، $v_{CE} \approx 0.2 .. 0.3V$ فرض می‌شود. برای مثال در شکل ۵-۷۲ به ازای $I_B = 10\mu A$،

[1] Cut-off Region

[2] Saturation Region

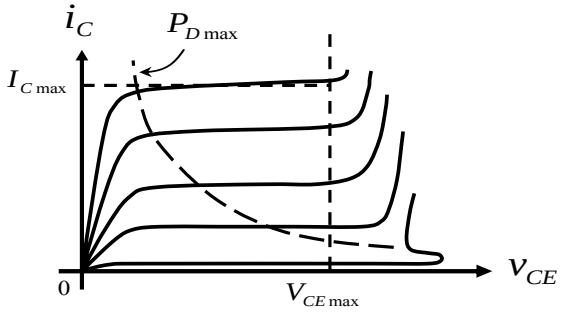
بـــرای $v_{CE} > V_{CE_{Sat}} \approx 0.2V$ ، $I_C = 1mA$ خواهـــد بـــود و بـــه ازای $I_B = 40\mu A$ ، بـــرای $v_{CE} > V_{CE_{Sat}} \approx 0.3V$ ، $I_C = 4mA$ می‌شود.

- بالاخره در محدوده بین این دو ناحیه، یعنی جائی که $i_C > 0$ و شیب منحنی کم است (مقاومـت دینامیکی بزرگ بین کلکتور و امیتر)، ترانزیستور بعنوان یک منبع جریـان وابسـته (بـه ولتـاژ، یـا جریان)، بعبارت دیگر بعنوان یک المان فعال بکار میرود این محدوده را ناحیه فعال[1] نامند.

از یک ترانزیستور می‌توان هم بعنوان یک تقویت کننده (خطی) استفاده کرد، که در این صـورت بایـد در ناحیه فعال قرار گیرد ؛ و هم به عنوان بعنوان یک سوئیچ، که در این صورت ترانزیستور یـا در ناحیـه قطع است و یا در ناحیه اشباع، که تغییر حالت ترانزیستور بین این دو ناحیه به منزله قطع و وصـل شـدن سوئیچ می باشد.

علاوه بر ناحیه‌های کاری ذکر شده، برای اینکه ترانزیستور قابل استفاده باشـد (معیـوب نشـود)، سـه شرط زیر باید برقرار باشد:

- ولتاژ کلکتور- امیتر از حد مجاز خود تجاوز نکند: $v_{CE} < V_{CE\max}$
- جریان کلکتور از حد مجاز خود تجاوز نکند: $i_C < I_{C\max}$
- توان تلف شده بر روی ترانزیستور از حد مجاز خود تجاوز نکند: $i_C.v_{CE} < P_{D\max}$



شکل ۵-۷۳ محدوده مجاز کار ترانزیستور

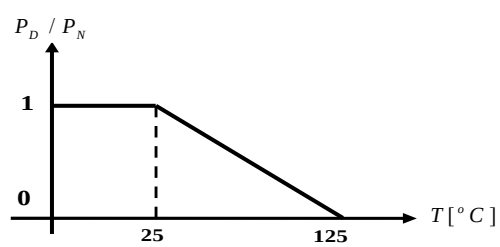
[1] Active Region

شکل ۵-۷۳ محدوده مجاز کار ترانزیستور را نمایش می‌دهد. همان طور که در شکل مشاهده می-شود، اگر $v_{CE} > V_{CE\max}$ شود، i_C بشدت افزایش می یابد در این حالت اصطلاحاً گویند ترانزیستور در ناحیه شکست[1] قرار گرفته است. بهمین دلیل گاهی به $V_{CE\max}$ ،V_{BD} ،BDV یا BV نیز می گویند. در صورتی که i_C توسط مقاومت‌های خارجی محدود نشود ترانزیستور معیوب می‌شود (خواهد سوخت). در صورتیکه v_{CE} حتی خیلی کمتر از مقدار مجاز باشد ولی $i_C > I_{C_{Max}}$ شود، باز هم ترانزیستور معیوب خواهد شد. از آن جایی که ولتاژ کلکتور و جریان آن تقریباً از هم مستقل هستند (چرا؟)، توان تلف شده بر روی ترانزیستور: $P_D = i_C.v_{CE} < P_{D_{Max}}$ به عبارت دیگر باید:

$$i_C < \frac{P_{D_{Max}}}{v_{CE}} \qquad (۷۱-۵)$$

بنابراین ناحیه محصور بین محور ها و خطوط نقطه چین را "محدوده کار ایمن[2] "گویند (شکل ۵-۷۳)

ترانزیستورها معمولاً برای مشخصات: $V_{CEmax} \approx 10...1000V$ ،$I_{Cmax} \approx 10mA...100A$ و $P_{Dmax} \approx 50mW...500W$ موجود می‌باشد برای اکثر ترانزیستورهای معمولی: $V_{CEmax} \approx 40V$ ،$I_{Cmax} \approx 100mA$ و $P_{Dmax} \approx 300mW$ است. مقادیر فوق معمولاً در دمای $25^\circ C$ می باشند. با افزایش دما این مقادیر، بخصوص P_{Dmax} کاهش می‌یابد. شکل ۵-۷۴ وابستگی توان قابل اتلاف بر روی ترانزیستور را به دما نمایش میدهد.



شکل ۵-۷۴ وابستگی توان ترانزیستور به دمای محفظه

[1] Break-Down Voltage
[2] SOA: Safe Operating Area

برای مثال اگر توان نامی ترانزیستوری $P_{DN} = 500mW$ باشد و دمای بدنه آن به $T = 75^{\circ}C$ برسد، حداکثر توان قابل اتلاف بر روی این ترانزیستور $P_{Dmax} = 250mW$ خواهد بود.

تذکر: مطالب ذکر شده در مورد ترانزیستور های npn و pnp یکسان است جز اینکه در حالت عادی (جهت مستقیم[1])برای npn: $i_B, i_C, v_{CE} > 0$ و برای pnp : $i_B, i_C, v_{CE} < 0$.

۵-۳-۲ مدل ترانزیستور

برای یک ترانزیستور در ناحیه فعال، رابطه وابستگی جریان کلکتور (خروجی) از ولتاژ بیس امیتر (ورودی) طبق رابطه (۵-۷۲) تقریب زده میشود.

$$i_C \approx I_s e^{v_{BE}/n.V_T}\left(1+\frac{v_{CE}}{V_A}\right) \qquad (۵-۷۲)$$

همانطور که مشاهده می شود، جریان خروجی علاوه بر ولتاژ ورودی به ولتاژ خروجی نیز وابسته است (شکل ۵-۷۱) در این رابطه، $V_T,\ n,\ I_s$ همان مفاهیم پارامترهای دیود را دارند و V_A ولتاژ ارلی[2] نام دارد ویکی از پارامترهای ترانزیستور است. تا زمانیکه $v_{CE} << V_A$ باشد:

$$i_C \approx I_s\ e^{v_{BE}/n.V_T} \qquad (۵-۷۲ \text{ الف})$$

برای ترانزیستورهای ایده‌آل $V_A \to \infty$ (شکل ۵-۷۲). از طرف دیگر: $i_C = f(i_B)$ که در حالت ایده‌آل: $i_C \sim i_B$. ضریب تناسب را β یا بهره جریان اتصال کوتاه امیتر مشترک، می‌نامند بنابراین:

$$i_B = \frac{1}{\beta} i_C = \frac{1}{\beta} I_s.e^{v_{BE}/n.V_T} \qquad (۵-۷۳)$$

[1] Forward Mode
[2] Early Voltage

$$\beta = \frac{i_C}{i_B} = Const. \qquad (۷۴-۵)$$

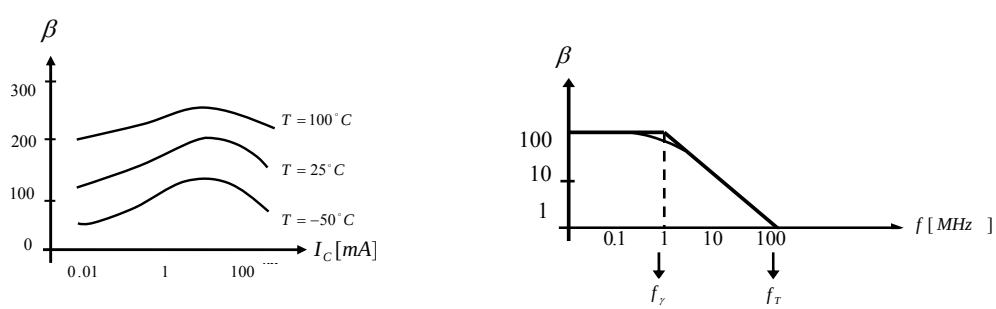
تذکر:* در حالت ایده‌آل که سیستم خطی در نظر گرفته می شود:

$$\beta = \frac{i_C}{i_B} = \frac{I_C}{I_B} \approx \frac{i_c}{i_b} = Const.$$

در این درس همیشه این رابطه بکار برده میشود ولی β واقعی تابع بسیاری از عوامل است، که به بعضی از آنها اشاره میشود:

در بسیاری از مسائل، برای سادگی $V_A \to \infty$ فرض می شود در مسائل واقعی معمولاً تا زمانیکه $\frac{V_{CE}}{V_A} < 0.1$ باشد، این فرض قابل قبول است (خطای کمتر از ۱۰٪). برای محاسبه دقیقتر معمولاً سه پارامتر برای β تعریف میشود PSpice نامگذاری زیر را بکار برده است:

- BF یا β ایده‌آل مستقیم که مقدار آن عبارت است از: $BF = \frac{I_C}{I_B}\Big|_{V_{CB}=0}$
- BDC مقدار واقعی β در نقطه کار (مقدار استاتیکی): $BDC = \frac{I_C}{I_B}\Big|_{I_C=I_Q} = BF\left(1+\frac{V_{CB}}{V_A}\right)$
- BAC مقدار β برای محاسبه سیگنال (مقدار دینامیکی): $BAC = \frac{\partial i_C}{\partial i_B}\Big|_{I_C=I_Q} = \frac{i_c}{i_b}$



ب الف

شکل ۵-۷۵ وابستگی β به: الف- فرکانس ب- جریان نقطه کار و دما

علاوه بر آن β تابعی از فرکانس، دما و جریان نقطه کار نیز می باشد.

۵-۳-۲-۱ مدل DC ترانزیستور

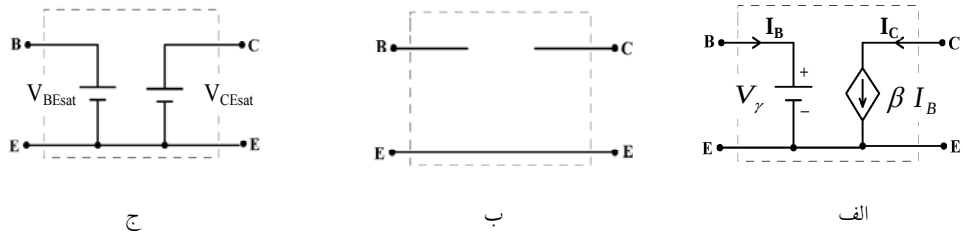
همانطور که در فصل دیود (۵-۱-۱-۳) مشاهده شد، افت ولتاژ دو سر دیود بـه هنگـام بایـاس شـدن مقداری تقریباً ثابت است از آنجایی‌که اتصال BE عملاً یک دیود است، اگر در جهت مستقیم بایاس شده باشد، می توان در آنالیز DC، بجای آن یک منبع ولتاژ مستقل با مقـدار $V_{BE} = V_{\gamma}$ را بکـار بـرد اگـر در مسائل مقدار این ولتاژ قید نشده باشد، $V_{\gamma} = 0.7V$ در نظر گرفته میشود.

توجه: اگر پس از محاسبه $V_{BE} < 0.5V$ بدست آمد، نتیجه گرفته میشود که ترانزیستور در ناحیه قطع قرار دارد.

در ناحیه فعال ترانزیستور، جریان خروجی (I_C) متناسب با جریان ورودی (I_B) است، بنابراین مـی تـوان در خروجی یک منبع جریان وابسته به جریان را در نظر گرفت: $I_C = \beta.I_B$

توجه: اگر پس از محاسبه $I_C < \beta.I_B$ بدست آمد، نتیجه گرفته میشود که ترانزیستور در ناحیـه اشـباع قرار دارد.

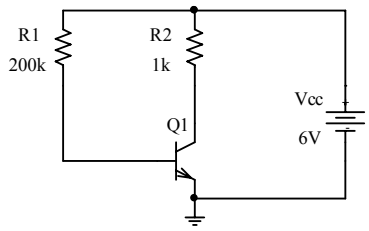
بنابراین با در نظر گرفتن مطالب فوق و با توجه به شکل ۵-۷۲، مـی تـوان سـه مـدل DC بـرای سـه حالت ترانزیستور در نظر گرفت (شکل ۵-۷۶).



شکل ۵-۷۶ مدار معادل DC ترانزیستور در ناحیه: الف- فعال، ب- قطع و ج- اشباع

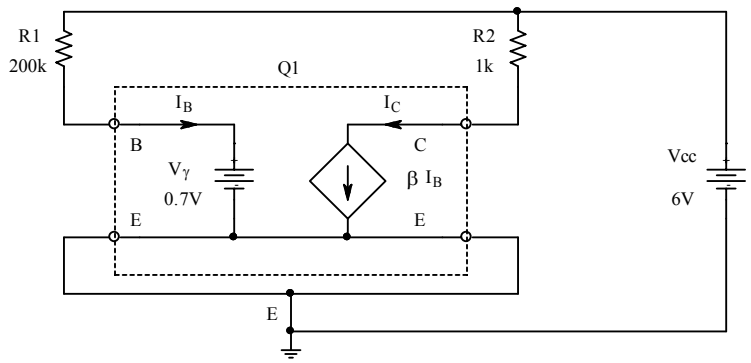
در این مدل‌ها، در صورتی که در مسئله مقدار پارامترها ذکر نشده باشد، $\beta = 100$، $V\gamma = 0.7V$، $V_{BEsat} = 0.8V$ و $V_{CEsat} = 0.2V$ به عنوان پیش فرض انتخاب می‌شوند.

مثال ۵-۱۴ نقطه کار ترانزیستور (V_{CE}, I_C) مدار شکل ۵-۷۷ را بدست آورید.



شکل ۵-۷۷ مدار مثال ۵-۱۴

حل: درین مدار منبع تغذیه ۶ ولت است لذا از طریق R1 جریان وارد بیس ترانزیستور می‌شود، پس دیود بیس-امیتر درجهت مستقیم بایاس شده، ترانزیستور قطع نیست (یا در ناحیه فعال قرار دارد یا اشباع است). بافرض این که ترانزیستور در ناحیه فعال قرار دارد، بجای ترانزیستور مدلش را قرار میدهیم.



شکل ۵-۷۸ جانشینی مدل ترانزیستور در مدار شکل ۵-۷۷

شکل ۵-۷۷، با جانشینی مدل ترانزیستور از شکل ۵-۷۶ الف، تبدیل به مدار شکل ۵-۷۸ می شود.

چون پارامترهای ترانزیستور ذکر نشده‌اند، مقادیر پیش فرض $\beta = 100$ و $V\gamma = 0.7V$ در نظر گرفته می‌شوند. با استفاده از KVL در حلقه V_{CC}, R1, $V\gamma$ داریم:

$$V_{CC} - R1 \cdot I_B - V_\gamma = 0 \quad \rightarrow \quad I_B = \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R1} = \frac{6V - 0.7V}{200k\Omega} = 26.5\mu A$$

از مدل ترانزیستور به عبارت دیگر رابطه (۵-۷۴):

$$I_C = \beta \cdot I_B = 100 \cdot 26.5\mu A = 2.65mA$$

استفاده از KVL در حلقه V_{CC}, R2, V_{CE} نتیجه می‌دهد:

$$V_{CC} - R2 \cdot I_C - V_{CE} = 0 \quad \rightarrow \quad V_{CE} = V_{CC} - R2 \cdot I_C = 6V - 1k\Omega \cdot 2.65mA = 3.35V$$

چون $V_{CE} = 3.35V > V_{CEsat}$ است، لذا ترانزیستور در ناحیه فعال قرار داشته فرض ما درست بود.

مثال ۵-۱۵ مثال قبل را برای ترانزیستوری با $\beta = 250$ حل کنید.

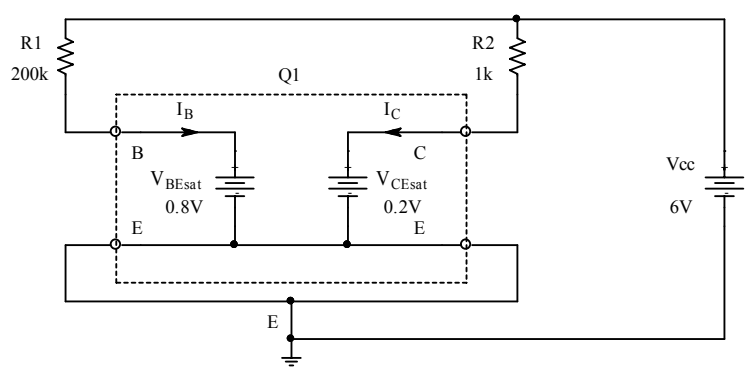
حل: چنان‌که فرض کنیم ترانزیستور در ناحیه فعال قرار دارد، میتوان از مدار شکل ۵-۷۸ استفاده کرده $I_B = 26.5\mu A$ حاصل می‌شود. در نتیجه:

$$I_C = \beta \cdot I_B = 250 \cdot 26.5\mu A = 6.625mA$$

و

$$V_{CE} = V_{CC} - R2 \cdot I_C = 6V - 1k\Omega \cdot 6.625mA = -0.625V$$

چون $V_{CE} = -0.625V < V_{CEsat}$ است، لذا ترانزیستور در ناحیه اشباع قرار داشته فرض اولیه درست نیست. بنابراین شکل ۵-۷۷، با جانشینی مدل ترانزیستور از شکل ۵-۷۶ ج، تبدل به مدار شکل ۵-۷۹ می شود.

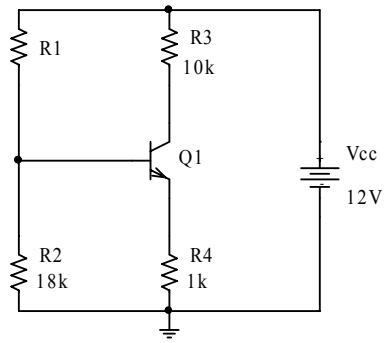


شکل ۵-۷۹ جانشینی مدل ترانزیستور درحالت اشباع در مدار شکل ۵-۷۷

چنان که ملاحظه می شود، در این مدار I_C از I_B مستقل است (چرا؟) و داریم:

$$V_{CE} = V_{CEsat} = 0.2V,\ I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R2} = \frac{6V - 0.2V}{1k\Omega} = 5.8mA$$

مثال ۵-۱۶ نقطه کار ترانزیستور در مدار شکل ۵-۸۰ را برای دو حالت:



شکل ۵-۸۰ مدار مثال ۵-۱۶

الف- $R1 = 100k\Omega$ و

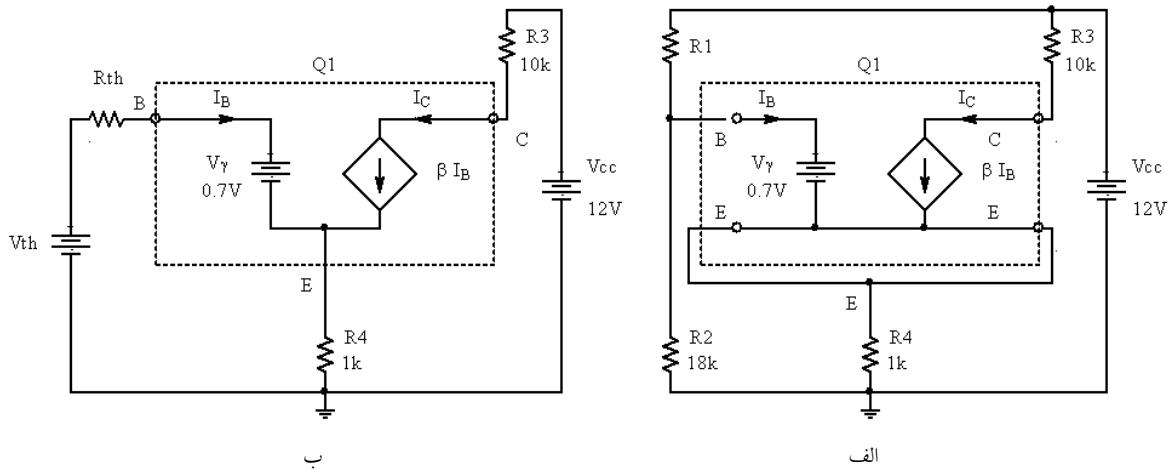
ب- $R1 = 500k\Omega$

بدست آورید.

حل: در این مثال باز فرض می‌کنیم که ترانزیستور در حالت فعال قرار دارد. بنابراین بجای Q1 از مدار معادلش (شکل ۵-۷۶ الف) استفاده کرده شکل ۵-۸۱ الف حاصل می‌شود. برای ساده تر شدن مدار، شبکه‌ای را که بیس ترانزیستور به بیرون می‌بیند؛ یعنی: R1، R2 و V_{CC} با مدار معادلش جانشین می‌کنیم (شکل ۵-۸۱ ب).

در این صورت داریم:

$$V_{th} = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot V_{CC}, \qquad R_{th} = R1 \| R2 = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2}$$



شکل ۵-۸۱ الف جانشینی ترانزیستور با مدل آن و ب- جانشینی شبکه از دید بیس با مدار معادل تونن آن

به علت اینکه مشخصات ترانزیستور بیان نشده‌اند، مقادیر پیش فـرض $\beta = 100$ و $V\gamma = 0.7V$ در نظـر گرفته می‌شوند.

الف- $R1 = 100k\Omega$، یعنی:

$$V_{th} = \frac{18k\Omega}{100k\Omega + 18k\Omega} \cdot 12V \approx 1.83V, \qquad R_{th} = 100k\Omega \| 18k\Omega \approx 15.3k\Omega$$

چون $V_{th} \approx 1.83V > 0.5V$ ترانزیستور یا در ناحیه فعال است یا در ناحیه اشباع (چرا؟). KVL در حلقه ورودی نتیجه میدهد:

$$\left.\begin{array}{l} V_{th} - R_{th} \cdot I_B - V_\gamma - R4 \cdot I_E = 0 \\ I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta \cdot I_B \end{array}\right\} \Rightarrow \quad I_C = \beta \cdot \frac{V_{th} - V_\gamma}{R_{th} + (\beta + 1) \cdot R4} = 0.9716251mA \approx 0.97mA$$

ودر خروجی:

$$V_{CC} - R3 \cdot I_C - V_{CE} - R4 \cdot I_E = 0, \quad \Rightarrow \quad V_{CE} = V_{CC} - R3 \cdot I_C - R4 \cdot \frac{\beta + 1}{\beta} I_C \approx 1.3V$$

لذا چون $V_{CE} \approx 1.3V > V_{CEsat}$ پس ترانزیستور در ناحیه فعال بوده فرض اولیه صحیح است.

ب- $R1 = 500k\Omega$، یعنی:

$$V_{th} = \frac{18k\Omega}{500k\Omega + 18k\Omega} \cdot 12V \approx 0.417V, \qquad R_{th} = 500k\Omega \| 18k\Omega \approx 17.4k\Omega$$

چون $V_{th} \approx 0.417V < 0.5V$ ترانزیستور در ناحیه قطع است (چرا؟).

در نتیجه:

$$I_B = 0, \qquad I_C = 0, \qquad V_{CE} = 12V$$

چرا؟

POWEREN.IR

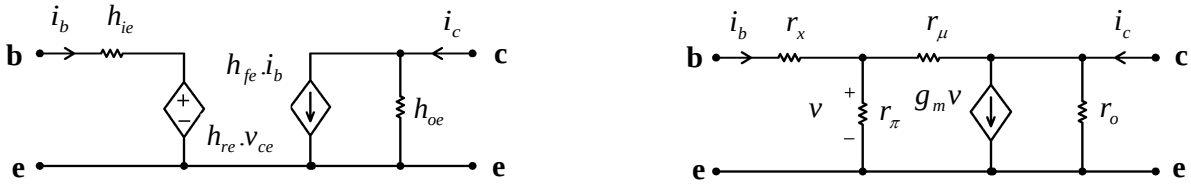
۵-۳-۲.۱ مدل علائم کوچک ترانزیستور

در صورتیکه ترانزیستور در ناحیه فعال بایاس شده و دامنه سیگنال به اندازه کافی کوچک باشد، با توجه به خاصیت دیود B-E (ر.ک به ۲-۳-۱) و مشخصه خروجی ترانزیستور (شکل ۵-۴-۱) می توان مدل ورودی را یک مقاومت (r_{be}) و مدل خروجی را یک منبع جریان وابسته ($\beta.i_b$) موازی با یک مقاومت (r_{ce}) در نظر گرفت.

البته در ترانزیستور واقعی بعلت ارتباطی که بین خروجی (C) و ورودی (B) وجود دارد (دیود CB در جهت معکوس)، سیگنال خروجی به ورودی نیز اثر میکنند بهمین دلیل می توان مدلهای مختلفی برای ترانزیستور- بعنوان یک چهار قطبی- در نظر گرفت متداولترین مدلهای ترانزیستور، مدلهای h, $h-\pi$, Z, Y, T, S,... نام دارند. در محدوده فرکانس پائین- در گذشته و در اکثر کاتالوگهای ترانزیستور- مدل h[1] و امروزه در بیشتر کتابهای درسی مدل $h-\pi$[2] بکار برده میشود.

توجه شود که شکل ۵-۸۲ الف مدل ساده شده $h-\pi$ را (برای فرکانسهای پائین) نمایش میدهد در فرکانسهای بالا اثرات سلفی،خازنی و مقاومتهای اهمی نیز در نظر گرفته می شوند (ر.ک به الکترونیک ۳).

[1] Hybrid
[2] Hybrid-Pi



ب الف

شکل ۵-۸۲ مدار معادل علائم کوچک ترانزیستور در ناحیه فعال، الف- مدل $h-\pi$ ب- مدل h

برای ترانزیستورهای معمولی: $r_x \cong 10...50\Omega$ بوده در مقایسه با مقدار سایر مقاومتها قابل اغماض است r_π در حقیقت همان مقاومت دینامیکی دیود BE است بنابراین:

$$r_{be} \approx r_\pi = \frac{n.V_T}{I_B} = \beta \frac{n.V_T}{I_C} \qquad (۷۵-۵)$$

r_o مقاومت خروجی ترانزیستور نام دارد و عکس شیب منحنی خروجی ترانزیستور در نقطه کار است بنابراین:

$$r_{ce} = r_o \equiv \left.\frac{\partial v_{CE}}{\partial i_C}\right|_{I_C} = \frac{V_A}{\beta_F.I_B} = \frac{V_A + V_{CE}}{I_C} \approx \frac{V_A}{I_C} \qquad (۷۶-۵)$$

r_μ بستگی به ساختمان داخلی (ابعاد هندسی ومیزان نا خالصی) ترانزیستور دارد و مقدار آن از رابطه:

$$r_\mu = K.\beta.r_o \ , \ K = 1...10 \qquad (۷۷-۵)$$

قابل محاسبه است در اکثر مواقع بعلت بزرگی مقدار r_μ، از اثر آن صرفنظر می شود در صورتیکه در مداری مقاومت بار خیلی بزرگ باشد *، مقدار r_μ می تواند در محاسبه مشخصات مدار تأثیر بگذارد، در این حالت اگر در مسئله مقدار K ذکر نشده باشد، K=1 فرض میشود.

تذکر : در PSpice ، $r_\mu \to \infty$

* ر.ک فصل ۲، بار فعال (منبع جریان) در امیتر یا کلکتور

و بالاخره:

$$g_m \equiv \frac{i_C}{v}\Big|_{v_{ce}=0} \qquad (۷۸-۵)$$

$$g_m \approx \frac{i_c}{i_b.r_\pi} = \frac{\beta}{r_\pi} = \frac{\beta}{n.V_T / I_B} = \frac{I_c}{n.V_T}$$

با مقایسه دو مدل در شکل ۵-۸۲ نتیجه میشود:

$$h_{ie} \equiv \frac{v_{be}}{i_b}\Big|_{v_{ce}=0} \approx r_\pi \qquad (۷۹-۵)$$

$$h_{re} \equiv \frac{v_{be}}{v_{ce}}\Big|_{i_b=0} \approx \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu} \approx \frac{r_\pi}{r_\mu} \qquad (۸۰-۵)$$

$$h_{fe} \equiv \frac{i_c}{i_b}\Big|_{v_{ce}=0} = \beta \qquad (۸۱-۵)$$

$$h_{oe} \equiv \frac{i_c}{v_{ce}}\Big|_{i_b=0} = \frac{1}{r_o} \qquad (۸۲-۵)$$

با توجه به مطالب فوق نتیجه میشود که برای یک ترانزیستور خاص پارامترهای آن عمدتاً توسط جریان نقطه کار مشخص می شوند. مقادیر نمونه برای یک ترانزیستور معمولی:

$n = 1$, $V_T = 25mV$, $\beta = 100$ و $V_A = 100V$ فرض می شوند در این صورت با انتخاب $I_C = 1mA$:

$$g_m \approx 40mA/V \ , \ r_\mu \approx 10M\Omega \ , \ r_o = 100k\Omega \ , \ r_\pi \approx 2.5k\Omega$$

$$h_{oe} \approx 10\mu A/V \ , \ h_{fe} = 100 \ , \ h_{re} \approx 25\times10^{-5} \ , \ h_{ie} \approx 2.5k\Omega$$

در حالت ایده آل، مدل علائم کوچک ترانزیستور در حالت قطع ($I_C \to 0$):

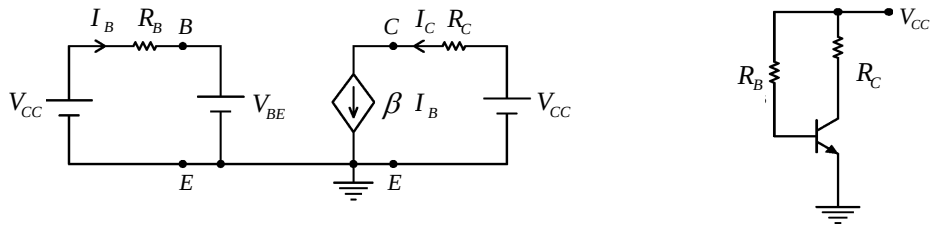
$$g_m \to 0 \ , \ r_\mu \to \infty \ , \ r_o \to \infty \ , \ r_\pi \to \infty$$

و در حالت اشباع (از شکل های ۵-۸۲ و ۵-۸۱ ب) $r_o \to 0$, $r_\pi \to 0$ بنابراین:

شکل ۵-۸۳ مدار معادل ایده آل علائم کوچک ترانزیستور در ناحیه: الف-قطع ب- اشباع

۵-۳-۳ بایاسینگ ترانزیستور

همانطور که میدانیم، برای اینکه بتوان ترانزیستور را بعنوان یک تقویت کننده خطی بکار گرفت، باید آنرا بایاس[1] نمود. مدار شکل ۵-۸۴ مدار ساده بایاسینگ ترانزیستور را در حالت CE نمایش میدهد.



شکل ۵-۸۴ بایاسینگ ترانزیستور: الف- شماتیک ب- مدار معادل

داریم:

$$I_C = \beta . I_B$$

$$I_B = (V_{CC} - V_{BE}) / R_B$$
$$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C$$

با فرض $\beta = 200$, $V_{CC} = 12V$, $I_C = 1mA$ و $V_{CE} = 6V$:

$$R_C = (V_{CC} - V_{CE}) / I_C = 6k\Omega$$

و:

$$R_B = \beta (V_{CC} - V_{BE}) / I_C = 2.28M\Omega$$

نتیجه میشود.

پایداری مدار:

میدانیم که تلرانس β خیلی زیاد است مثلاً برای ترانزیستور $BC107$ در دمای $25^\circ C$ و جریان نقطه کار $I_C = 2mA$، در کاتالوگ $\beta = 125...500$ ذکر شد است! علاوه بر آن با افزایش دما β زیاد (ر.ک

[1] Bias, Biasing

به شکل ۵-۸۰) و V_{BE} کم می شود. در مدار شکل ۵-۸۴، تغییرات V_{BE} تأثیر کمی بر روی جریان نقطه کار می گذارد (چرا؟) و بنابراین قابل اغماض است. پس اگر فرض کنیم در یک تولید انبوه تعداد زیادی مدار مشابه با ترانزیستورهای $BC107$ ساخته باشیم و دمای محیط از $-20^{\circ}C$ تا $+70^{\circ}C$ تغییر کند، می توان گفت مثلاً $\beta = 100...600$ بنابراین:

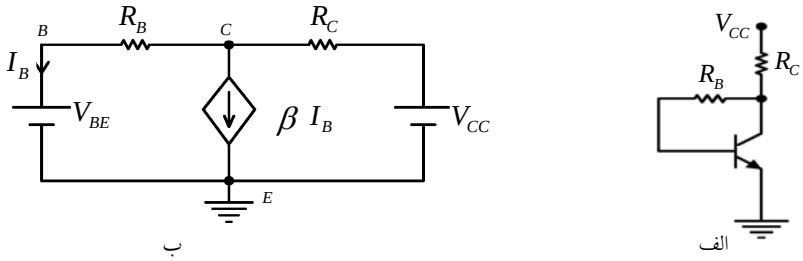
$$I_C(\beta = 100) = 100(12V - 0.6V)/2.28M\Omega = 0.5mA \ , \ V_{CE} = 9V$$
$$I_C(\beta = 600) = 600(12V - 0.6V)/2.28M\Omega = 3mA \ , \ V_{CE} = -6V$$

یعنی در حالت دوم ترانزیستور اشباع است و مقدار واقعی جریان و ولتاژ:

$$V_{CE} = V_{CEsat} \approx 0.2V \quad , \quad I_C = (12V - 0.2V)/6k\Omega \approx 2mA$$

خواهد بود.

از مثال فوق ملاحظه می شود که نقطه کار (و در نتیجه پارامترهای ترانزیستور) بشدت وابسته به β بوده عملاً نقطه کار قابل محاسبه نمی باشدو علاوه بر آن متغییر است. مطالب فوق مستقیماً از رابطه: $I_C = \beta I_B$ نتیجه می شود در مدار شکل ۵-۸۴، چون $I_B \cong Const$ (چرا؟) $I_C \sim \beta$ یعنی $\frac{\Delta I_C}{I_C} = \frac{\Delta \beta}{\beta}$ بنابراین در مدارهای واقعی باید طراح سعی کند I_B تابعی از β شود، بطوریکه: $I_C = \beta . I_B \approx Const.$ این امر بکمک فیدبک کردن (ر.ک فصل ۳) امکان پذیر است شکل ۵-۸۵ مداری را برای این منظور نمایش میدهد.



شکل ۵-۸۵ مدار کلکتور بایاس الف- شماتیک ب- مدار معادل

از شکل داریم:

$$\left.\begin{array}{l} I_B = (V_{CE} - V_{BE})/R_B \\ V_{CE} = V_{CC} - (1+\beta) I_B R_C \\ I_C = \beta . I_B \end{array}\right\} \Rightarrow I_C = \frac{\beta (V_{CC} - V_{BE})}{R_B + (1+\beta) R_C} \qquad (۸۳-۵)$$

بنابراین چون β هم در صورت کسر است و هم در مخرج آن، اثر همدیگر را تاحدی خنثی می کنند!

(با مشتق گیری می توان دقیقاً اثر تغییرات β را بر روی I_C بدست آورد!)

اگر در این مدار: $R_B << (1+\beta) R_C$ انتخاب شود، چون $\beta >> 1$:

$$I_C \approx (V_{CC} - V_{BE})/R_C \approx Const.$$

نقطه کار عملاً غیر وابسته به β میشود! در این صورت مدار دو عیب خواهد داشت: مقاومت ورودی (ر.ک فصل ۳) و دامنه سیگنال خروجی کم خواهد بود ($V_{op} \le 0.5V$ (چرا؟)) حسن مدار در اینست که بر اثر تغییرات β اشباع نمی شود! (چرا؟) اما اگر مدار را با مفروضات مسئله قبل حل کنیم ($\beta = 200$):

$$R_C = (V_{CC} - V_{CE})/(I_C + I_B) \approx (V_{CC} - V_{CE})/I_C = 6k\Omega$$
$$R_B = \beta (V_{CE} - V_{BE})/I_C = 1.08M\Omega$$

بنابراین از (۵-۸۳):

$$I_C = \frac{\beta . (V_{CC} - V_{BE})}{R_B + (1+\beta) R_C}$$

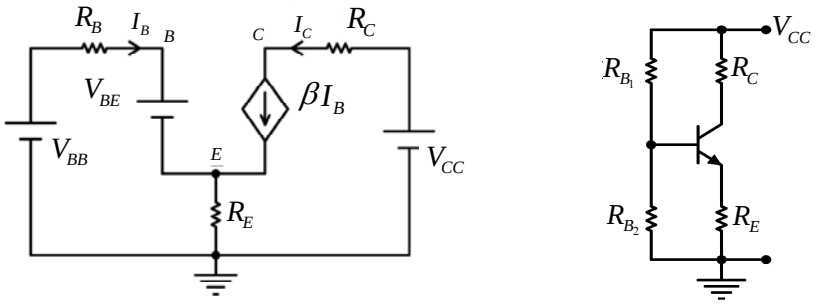
$$I_C(\beta = 100) \approx 0.68mA \qquad V_{CE} \approx 8V$$

$$I_C(\beta = 600) \approx 1.46mA \qquad V_{CE} \approx 3.2V$$

چنانکه مشاهده میشود، پایداری نقطه کار نسبت به تغییرات β بمراتب بهتر از مدار قبل است.

متداولترین مدار بایاسینگ که قابل تعمیم به مدارهای CB و CC نیز می‌باشد، مدار بایاس سرخود[1] است (شکل ۵-۸۶)

1 - Self Bias



شکل ۵-۸۶ مدار بایاس سرخود الف- شماتیک ب- مدار معادل

$$V_{BB} = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}}.V_{CC}$$
$$R_B = R_{B1} \parallel R_{B2}$$

در این مدار:

$$\begin{cases} V_{BB} - R_B I_B - V_{BE} - (\beta+1) I_B R_E = 0 \\ I_C = \beta . I_B \end{cases}$$
$$\rightarrow I_C = \frac{\beta (V_{BB} - V_{BE})}{R_B + (1+\beta) R_E} \qquad (۸۴-۵)$$

چنانکه مشاهده میشود این رابطه نیز فرم رابطه (۵-۸۳) را دارد در اینجا نیز اگر:

$R_B << (\beta+1)R_E$ باشد، $I_C \approx Const.$ خواهد بود.

برخلاف دو مثال قبل، که برای دو مجهول (R_C, R_B) دو معادله در اختیار داشتیم، در اینجا برای چهار مجهول ($R_E, R_C, R_{B_2}, R_{B_1}$) فقط دو معادله (دو معلوم I_C و V_{CE}) را در اختیار داریم!

بنابراین در اینجا طراح با ذکاوت و تجربه ای که دارد، پارامترهای دیگر را باید انتخاب نماید پس تفاوت بین طراحان و در نتیجه تفاوت در کیفیت مدارها در این نوع مسائل مشهود میگردد.

از رابطه (۵-۸۴) نتیجه میگیریم که هر قدر β بیشتر باشد، وابستگی مدار به آن کمتر است:

$$I_C(\beta \to \infty) = (V_{BB} - V_{BE}) / R_E \approx Const.$$

و بازاء یک β مشخص (و محدود) هر قدر R_E بزرگتر و R_B کوچکتر باشد، بهتر است از طرف دیگر هر قدر R_E بزرگتر باشد، افت ولتاژ دو سر آن بیشتر شده، بازاء V_{CC} مشخص، دامنه سیگنال خروجی و راندمان مدار کمتر می شود (چرا؟). هر قدر R_B کوچکتر شود، مقاومت ورودی مدار نیز کمتر میشود که این امر خود عیب است (بهره کمتر مدار، تلفات بیشتر) بنابراین در اینجا باید مصالحه ای بین دو خاصیت متناقض ایجاد کرد. این مصالحه معمولاً با توجه به شرایط خاص مسئله موجود باید برقرار شود. می‌توان ثابت کرد که برای پایداری، در نهایت مقدار $V_E = R_E.I_E \approx R_E.I_C$ مهم است (ر.ک به فصل ۳).

در صورتیکه دامنه ولتاژ خروجی زیاد نباشد ($V_{op} << V_{CC}$) معمولاً $V_E \approx \frac{1}{3}.V_{CC}$ انتخاب می شود (ر.ک به صدرا). عملاً میتوان ثابت کرد، برای پایداری خوب کافی است $V_E \geq 1V$ ($V_E >> V_T$) باشد. بنابراین اگر شرط خاصی وجود نداشته باشد، در عمل معمولاً $V_E \approx 1V$ انتخاب می‌شود.

برای انتخاب R_B، میدانیم که هر قدر R_B کوچکتر باشد، مدار پایدارتر است، ولی در عوض مقاومت ورودی کمتر می شود. مقایسه ای که میتوان در این مورد انجام داد نسبت $I_B, I_{R_{B1}}$ است. از طرفی $I_{R_{B1}} \geq I_B$، از طرف دیگر $I_{R_{B1}} \leq \beta I_B$ باید باشد(چرا؟).

بنابراین یک انتخاب مناسب می تواند متوسط این دو مقدار باشد(واسطه هندسی (چرا؟)) یعنی:

$$I_{R_{B1}} = \sqrt{\beta}.I_B$$

در اکثر مواقع چون بعنوان پیش فرض، $\beta = 100$ در نظر گرفته میشود، اگر شرط خاصی نباشد: $I_{R_{B1}} \approx 10 I_B$ انتخاب میشود.

در عمل چون اکثراً $\beta >> 1$, $\beta + 1 \approx \beta$ در نظر گرفته می شود، داریم:

$$R_E \approx \frac{V_E}{I_C} \approx \frac{1V}{1mA} \cong 1k\Omega$$

$$V_{CC} - I_C R_C - V_{CE} - I_E R_E = 0 \quad , \quad I_E \approx I_C$$
$$R_E + R_C \approx (V_{CC} - V_{CE}) / I_C = (12V - 6V)/1mA = 6k\Omega \Rightarrow R_C = 5k\Omega$$
$$V_B = V_E + V_{BE} \approx 1V + 0.7V = 1.7V$$
$$I_{R_{B1}} \approx \sqrt{\beta}.I_B = \frac{I_C}{\sqrt{\beta}} = \frac{1mA}{\sqrt{200}} \approx 70\mu A$$
$$R_{B1} = (V_{CC} - V_B) / I_{R_{B1}} = (12V - 0.7V)/70\mu A = 147K\Omega$$
$$R_{B2} = V_B / (I_{R_{B1}} - I_B) = 1.7V / 65\mu A = 26K\Omega$$

تذکر: مقاومتهای بدست آمده استاندارد نیستند! از آنجائیکه در این نوع تقویت کننده ها دقت زیاد مطـرح نیست، مقاومتها را به نزدیکترین مقاومت استاندارد انتخاب می کنیم بنابراین:

$$R_C = 4.7k\Omega \ , R_E = 1k\Omega \ , \ R_{B_1} = 150k\Omega \ , \ R_{B_2} = 27k\Omega$$

انتخاب می شوند در نتیجه از شکل ۵-۸۶:

$$V_{BB} = V_{CC} \cdot \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = 12V . \frac{27k}{150k + 27k} \approx 1.83V$$
$$R_B = R_{B1} \parallel R_{B2} = 150k\Omega \parallel 27k\Omega \approx 22.88k\Omega$$

و از (۵-۸۴):

$$I_C = \frac{\beta(V_{BB} - V_{BE})}{R_B + (\beta + 1)R_E}$$
$$I_C(\beta = 200) = \frac{200(1.83 - 0.7)V}{22.88K + 201K} = 1.0095mA \ ! \qquad V_{CE} \approx 6.3V$$
$$I_C(\beta = 100) = 0.912mA \qquad V_{CE} \approx 6.8V$$
$$I_C(\beta = 600) = 1.087mA \qquad V_{CE} \approx 5.8V$$

بنابراین مشاهده میشود که این مدار دارای پایداری خوبی است یعنـی بـا تغییـر β بـه انـدازه ۵۰٪- تـا ۳۰۰٪+، تغییرات I_C کمتر از ۱۰٪ ± می باشد!

حتی اگر $\beta \to \infty$:

$$I_C(\beta \to \infty) = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_E} = 1.13mA \quad , \quad V_{CE} \approx 5.56V$$

یعنی این مدار نسبت به دو مدار مذکور بسیار پایدارتر است مدار اول (شکل ۵-۸۴) بازاء $\beta \geq 380$ اشباع میشود! (V_{CE} از مقدار نامی ۶V به تقریباً ۰V تغییر می کند). مدار دوم (شکل ۵-۸۵) بازاء $\beta \to \infty$، $V_{CE} = V_{BE} = 0.7V$ و مدار سوم (شکل ۵-۸۶) بازاء $\beta \to \infty$، $V_{CE} \approx 5.56V$

محاسبه تقریبی مدار:

همانطور که در مثال فوق مشاهده شد، در صورتیکه مدار درست طراحی شده باشد، می توان با تقریب نسبتاً خوب، مستقیماً از روی شماتیک_ و بدون بکارگیری مدار معادل به جواب رسید (شکل ۵-۸۶ الف) برای این منظور کافیست:

- $\beta >> 1$ که تقریباً همیشه صادق است و
- $\beta R_E >> R_{B2}$ باشد، در این صورت می توان $\beta \to \infty$ فرض شده، $I_C = 1.13mA$ بدست می‌آید برای تخمین خطا نسبت βR_E و R_{B2} مهم است. (چرا؟) یعنی:

$$E_r \cong \frac{R_{B2}}{\beta R_E} = \frac{27k\Omega}{200 \times 1k\Omega} = 13.5\%$$

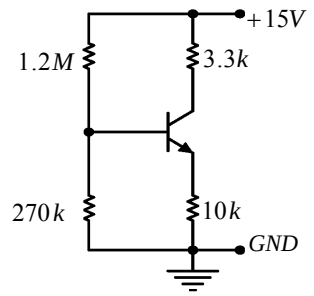
که در صورت لزوم، با اصلاح خطا به مقدار واقعی بسیار نزدیک می شویم:

$$I_C = 1.13mA(1 - 0.135) = 0.98mA$$

توجه شود که مقدار خطا همیشه افزایشی است ! (چرا؟)

مثال ۱-۴-۱ با فرض $\beta = 350$ نقطه کار مدار مقابل را بدست آورید:

حل: از روی شکل،



شکل ۵-۸۷ مدار مثال ۱-۴-۱

$$V_B \approx 2.7V \ , \ I_E \approx 2V$$
$$I_C \approx I_E = 0.2mA \ , \ V_{CE} = 15V - 0.2mA(33K + 10K)$$
$$V_{CE} \approx 6.4V$$

توجه: مقدار دقیق از (۵-۸۴)، $V_{CE} \approx 6.7V \ ، \ I_C = 0.192mA$

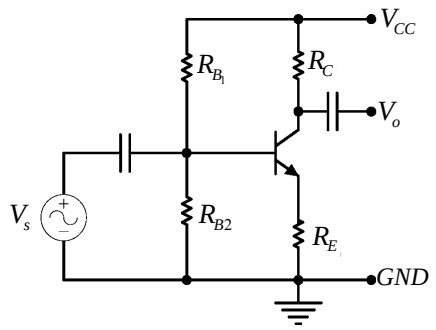
۵-۳-۴ محاسبه مشخصات دینامیکی مدارهای ترانزیستوری

منظور از مشخصات دینامیکی در تقویت کننده ها، معمولاً مقاومت ورودی (R_i) مقاومت خروجی (R_o)، بهره ولتاژ ($A_{V_S} \equiv \frac{v_o}{v_s}$) و گاهی علاوه بر اینها، بهره جریان ($A_{i_S} \equiv \frac{i_o}{i_s}$)، فرکانسهای حد ($f_h \ , \ f_l$) و ماکزیمم دامنه خروجی(V_{op}) میباشد برای سادگی فعلاً فقط سه پارامتر اصلی را بررسی می کنیم:

می خواهیم مشخصات مدار شکل ۵-۸۸ را حساب کنیم.در حالت کلی حل این نوع مسائل در سه مرحله انجام میشود:

الف- محاسبه نقطه کار ترانزیستور(ها)

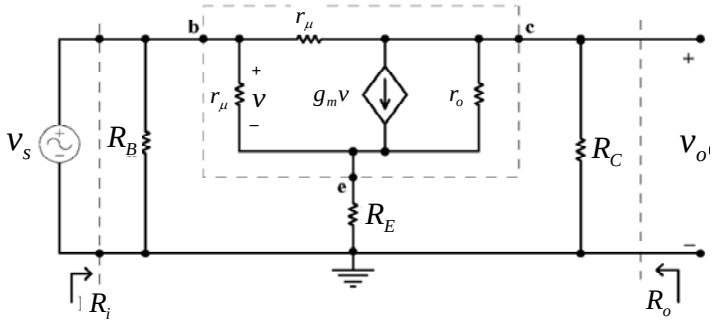
ب- محاسبه پارامتر ترانزیستور(ها)



شکل ۵-۸۸ مدار امیتر مشترک

ج- محاسبه مشخصات دینامیکی مدار

نحوه محاسبه نقطه کار در فصل ۳-۴-۱ و نحوه محاسبه پارامترهای ترانزیستور در فصل ۲-۴-۱ بررسی شد بنابراین در اینجا فقط مشخصات دینامیکی (AC) مدار را بدست می آوریم شکل ۵-۸۹ مدل AC مدار را نمایش میدهد.

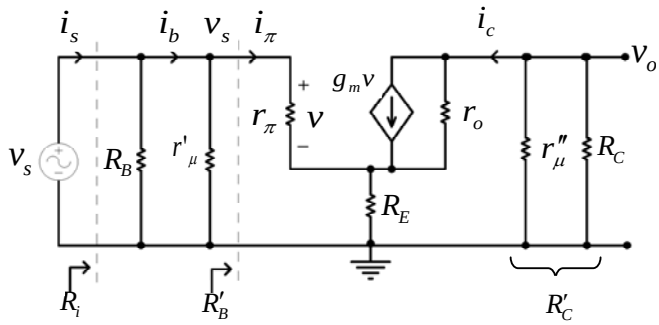


شکل ۵-۸۹ مدل AC مدار ۵-۸۸

حل مدار بروش مداری (قوانین کیرشف) مفصل و وقت گیر است*

* پروژ ه: مشخصات مدار را بکمک قوانین کیرشف بدست آورید.

با بکارگیری قضیه میلر* در چنین مواقعی مسئله ساده تر حل می شود مقاومت r_μ را طبق قضیه میلر به دو مقاومت r_μ' , r_μ'' تبدیل می کنیم.

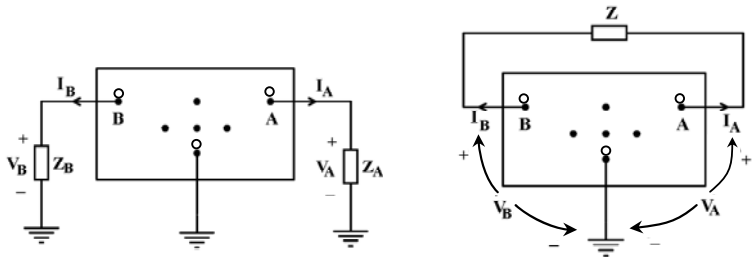


شکل ۵-۹۰ مدار معادل برای محاسبه R_i و A_{Vs}

---

* قضیه میلر: هر گاه در یک مدار n – قطبی که یک قطب آن زمین شده است، یک امپدانس z بین دو قطب آن قرار گرفته باشد، در صورتیکه نسبت $V_A/V_B = K$ معلوم باشد، می توان بجای آن، دو امپدانس z_A و z_B بین دو قطب A و B و زمین قرار دارد در این صورت: $z_A = K.z/(K-1)$, $z_B = z/(1-K)$ خواهد بود.

اثبات:



الف ب

در شکل الف: $z = \dfrac{V_A - V_B}{I_A}$, $I_A = -I_B$ $V_A = K.V_B$

در شکل ب: $z_A = \dfrac{V_A}{I_A}$, $z_B = \dfrac{V_B}{I_B}$

بنابراین: $z = \dfrac{K.V_B - V_B}{-I_B} = (1-K)z_B \Rightarrow z_B = z/(1-K)$

$$z = \frac{V_A - \frac{1}{K}.V_A}{I_A} = \left(1 - \frac{1}{K}\right).z_A \Rightarrow z_A = K.z/(K-1)$$

$$R_i = R_i' \parallel r_\mu' \parallel R_B \quad , \quad r_\mu' = r_\mu / \left(1 - A_{Vs}\right)$$
$$R_C' = R_C \parallel r_\mu'' \quad , \quad r_\mu'' = r_\mu . A_{Vs} / \left(A_{Vs} - 1\right)$$

$$v_s = v + \left(i_\pi + i_c\right).R_E \qquad (۸۵–۵)$$
$$v_o = -i_c.R_C' \qquad (۸۶–۵)$$
$$v_o = \left(i_c - g_m.v\right).r_o + \left(i_\pi + i_c\right).R_E \qquad (۸۷–۵)$$
$$v = i_\pi.r_\pi$$

با قرار دادن روابط (۵–۸۶) و (۵–۸۸) در رابطه (۵–۸۷):

$$-i_c.R_C' = i_c.r_o - g_m.r_\pi.r_o.i_\pi + i_\pi.R_E + i_c.R_E \qquad (۸۸–۵)$$

$$i_c = \frac{g_m.r_\pi.r_o - R_E}{R_C' + r_o + R_E}.i_\pi = a.i_\pi \qquad (۸۹–۵)$$
$$a = \frac{g_m.r_\pi.r_o - R_E}{R_C' + r_o + R_E} \qquad (۹۰–۵)$$

جایگذاری در (۵–۸۵):

$$v_s = i_\pi.r_\pi + \left(i_\pi + a.i_\pi\right)R_E$$

بعبارت دیگر:

$$R_i' \equiv \frac{v_s}{i_\pi} = r_\pi + \left(1 + a\right).R_E \qquad (۹۱–۵)$$

و از (۵–۸۵) ، (۵–۸۶) و (۵–۸۷):

$$A_{Vs} \equiv \frac{v_o}{v_s} = \frac{-i_c.R_C'}{i_\pi.r_\pi + \left(i_\pi + i_c\right).R_E}$$

و جایگذاری (۵–۹۰):

$$A_{Vs} = \frac{-a.R_C'}{r_\pi + \left(1 + a\right).R_E} \qquad (۹۲–۵)$$

برای محاسبه مقاومت خروجی، بنا به تعریف باید منبع ورودی را صفر کرده، به خروجی منبع v_x را اعمال نمود. و با اندازه گیری i_x مقاومت خروجی $R_o \equiv \frac{v_x}{i_x}$ محاسبه می شود شکل ۵-۹۱ مدار مربوطه را نمایش میدهد.

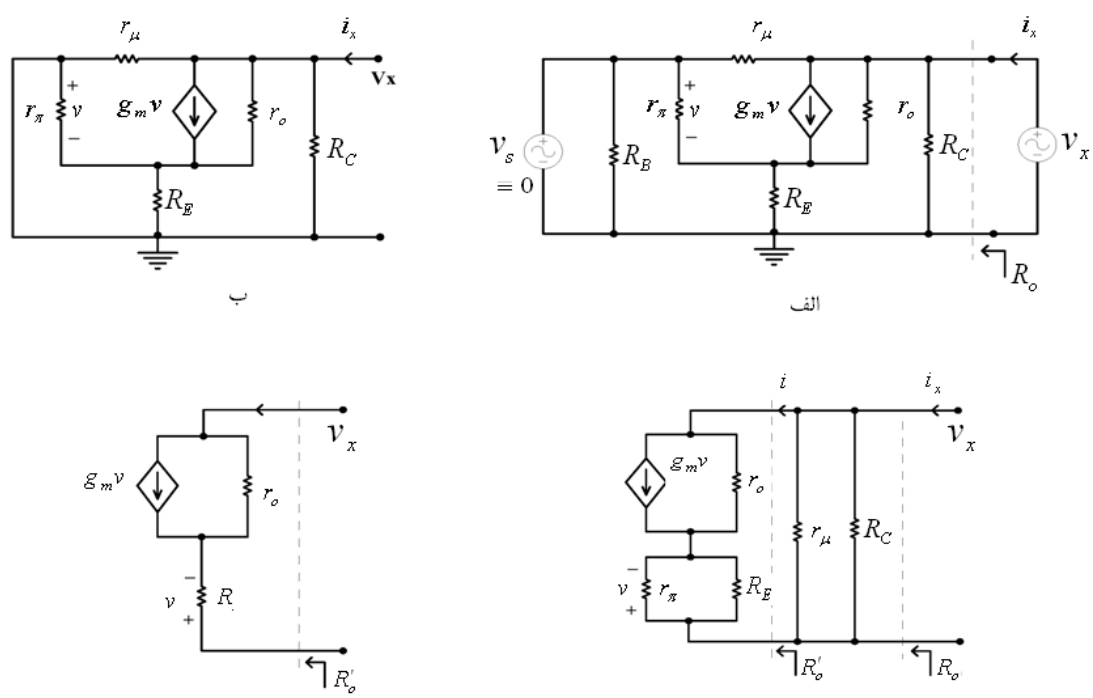
از شکل ۵-۹۱ د:

بنا به تعریف:

$$v_x = (i - g_m.v)r_o - v$$
$$v = -i.R$$
$$v_x = (i + i.g_m.R)r_o + i.R$$
$$R_o' \equiv \frac{v_x}{i} = (1 + g_m R)r_o + R$$

$$R_o' = \left(1 + g_m.(r_\pi \parallel R_E)\right)r_o + (r_\pi \parallel R_E) \qquad (۹۳-۵)$$

$$R_o = R_o' \parallel r_\mu \parallel R_C$$



شکل ۵-۹۱ مراحل ساده کردن مدار برای محاسبه R_o

چنانکه ملاحظه میشود، برای بدست آوردن مشخصات مدار، روش تحلیلی و بدون تقریب بکار رفته است با قرار دادن r_μ'' , R_C' و از آنجا a در رابطه A_{Vs} به یک سیستم یک معادله، یک مجهول برحسب A_{Vs} دست میابیم ولی بعلت گسترده بودن رابطه A_{Vs} معمولاً استدلال زیر بکار می رود:

از یک تقویت کننده امیتر مشترک انتظار می رود که $A_{Vs} < -1$ باشد (تقویت کننده معکوس با بهره $|A_{Vs}| > 1$). بنابراین همواره $r_\mu / 2 < r_\mu'' < r_\mu$ (چرا؟). بعلت اینکه در اغلب مدارها $R_C << r_\mu$ میباشد، بنابراین $R_C' \approx R_C$ در غیر اینصورت به روش سعی و خطا نیز میتوان مقدار دقیق R_C' را بدست آورد.

مثال ۵-۱: با فرض $r_\mu = 10M\Omega, r_o = 100k, r_\pi = 10k\Omega, R_C = 100k\Omega, R_{B2} = 100k\Omega, R_{B1} = 1M\Omega$ و $g_m = 10mA/V$ مشخصات مدار شکل ۵-۸۸ را بدست آورید.

حل: با توجه به اینکه $r_\mu = 10M\Omega$, $R_C = 100k\Omega$ اگر از اثر r_μ'' صرفنظر کنیم حداکثر ۲٪ خطا در محاسبه R_C' بوجود خواهد آمد بنابراین:

$$R_C' \approx R_C = 100k\Omega$$

از (۵-۹۰):

$$a = \frac{g_m . r_\pi . r_o - R_E}{R_C' + r_o + R_E} = \frac{10mA \times 10k \times 100k - 10k}{100k + 100k + 10k} = 47.57$$

از (۵-۹۲):

$$A_{Vs} = \frac{-a.R_C'}{r_\pi + (1+a)R_E} = -\frac{47.57 \times 100k}{10k + (1+47.57) \times 10k} = -9.597$$ [۱]

[۱] اگر بخواهیم مقدار A_{V_s} را دقیقتر حساب کنیم :

از (۵-۹۱):

$$R_i' = r_\pi + (1+a)R_E = 10k + (1+47.57)\times 10k = 495.7k\Omega$$
$$r_\mu' = r_\mu /(1-A_{Vs}) = 10M\Omega /(1+9.597) = 943.7k\Omega$$
$$R_i = R_i' \parallel r_\mu' \parallel R_{B1} \parallel R_{B2} = 495.7k \parallel 943.7k \parallel 1M \parallel 100k = 71.031$$

از (۵-۹۳):

$$R_o' = (1+10mA/V(10k \parallel 10k))\times 100k + (10k \parallel 10k) = 5105k\Omega$$
$$R_o = R_o' \parallel r_\mu \parallel R_C = 5105k\Omega \parallel 10M\Omega \parallel 100k\Omega = 97.126k\Omega$$

محاسبه تقریبی مدار:

چنانکه مشاهده شد، محاسبه دقیق مقادیر بسیار مقصل و وقت گیر است و احتمال اشتباه بسیار زیـاد مـی باشد. گذشته از آن در صورتیکه مدار شامل چند ترانزیستور باشد، حل آن به روش دستی، تقریباً محـال خواهد بود.

با توجه به اینکه در مدارها اغلب: $V_{CE} \approx V_{CC}/2$ انتخاب می شود:

$$R_C \le V_{CC}/2I_C$$

از (۵-۷۶):

$$r_o \approx V_A / I_C$$

$$r_\mu'' = \frac{A_{V_s}}{A_{V_s}-1}\times r_\mu = \frac{-9.597}{-9.547-1}\times 10M\Omega = 9.056M\Omega$$
$$R_C' = R_C \parallel r_\mu'' = 100k\Omega \parallel 9.056M\Omega = 98.9k\Omega$$
$$a = \frac{9990k}{98.9k+100k+10k} = 47.82$$
$$A_{V_s} = -\frac{47.82\times 98.9k}{10+(1+47.82)\times 10k} = -9.493$$

(جواب PSpice ، ۹/۴۹۴-)

بنابراین:

$$\frac{r_o}{R_C} \geq 2.V_A / V_{CC}$$

با توجه به اینکه معمولاً $V_{CC} \leq 24V$ انتخاب می شود و در ترانزیستورهای امروزی $V_A \geq 100V$ در نتیجه:

$$r_o \geq 10R_C$$

از (۵-۷۷) با توجه به اینکه برای ترانزیستورهای امروزی معمولاً $K \approx 10$ و $\beta \geq 250$ می باشد:

$$r_\mu = K.\beta.r_o \approx 2500.r_o$$

بنابراین:

$$r_\mu \geq 25000.R_C$$

یعنی در اکثر مدارها- در صورتیکه بار فعال نداشته باشیم- به راحتی می توان از اثر r_μ صرفنظر کرد. در این صورت با توجه به شکل ۵-۹۰، $i_b \approx i_\pi$ شده:

$$\beta.i_b = g_m.v = g_m.i_b.r_\pi \Rightarrow \beta = g_m.r_\pi$$

در نتیجه:

$$a = \frac{g_m.r_\pi.r_o - R_E}{R_C{}' + r_o + R_E} = \frac{\beta.r_o - R_E}{R_C + r_o + R_E}$$

در صورتیکه $R_C + R_E \to 0$ $(R_C + R_E << r_o)$, $a = \beta$ خواهد بود به همین دلیل به β، بهره جریان اتصال کوتاه امیتر مشترک گویند! در نتیجه:

$$A_{Vs} = -\frac{\beta.R_C}{r_\pi + (1+\beta).R_E} \qquad (۹۴-۵)$$

با توجه به اینکه $\beta >> 1$

$$A_{Vs} \approx -\frac{R_C}{r_\pi/(1+\beta)+R_E}$$

از آنجائیکه r_π مقاومت دینامیکی دیود BE از دید بیس است ($r_\pi = \frac{n.V_T}{I_B}$)، می توان گفت $r_\pi/(\beta+1)$ مقاومت دینامیکی دیود BE از دید امیتر است ($r_e = \frac{n.V_T}{I_E}$) بنابراین به r_e مقاومت دینامیکی امیتر گفته میشود پس:

$$r_e = \frac{n.V_T}{I_E} = \frac{\alpha.n.V_T}{I_C} = \frac{\alpha}{g_m} \approx \frac{1}{g_m} \qquad (۹۵-۵)$$

بنابراین:

$$A_{Vs} = -\frac{R_C}{r_e+R_E} = -\frac{R_C'}{R_E'} \qquad (۹۶-۵)$$

که دراین رابطه R_C' مقاومت معادلی است که از کلکتور ترانزیستور به سمت زمین دیده میشود و R_E' مقاومت معادلی است که از دید امیتر ایده آل به سمت زمین دیده می شود.

از (۵-۹۱):

$$R_i' = r_\pi + (1+\beta).R_E = (1+\beta)(r_e+R_E) \approx \beta.R_E' \qquad (۹۷-۵)$$

از (۵-۹۳):

$$R_o' = (1+g_m(r_\pi \parallel R_E)).r_o + (r_\pi \parallel R_E)$$

داریم، همواره $r_o >> r_\pi$(چرا؟) و چون r_o در یک ضریب بزرگتر از یک ضرب می شود و r_π با یک مقاومت مثبت موازی میشود، بنابراین براحتی می توان گفت:

$$R_o' \approx \left(1+g_m.\frac{r_\pi.R_E}{r_\pi+R_E}\right).r_o$$

بعبارت دیگر:

$$R_o' \approx \left(1+\beta.\frac{R_E}{r_\pi + R_E}\right).r_o \qquad (۹۸-۵)$$

چنانکه ملاحظه می‌شود مقدار R_E مستقیماً در مقدار پارامترهای مدار مؤثر است. بنابراین اگر دو حد برای R_E در نظر بگیریم:

الف- $R_E \to 0$ یعنی مقاومت امیتر بای پس[1] شده باشد، یا مانند مدار شکل ۵-۸۴ اصلاً وجود نداشته باشد در این صورت از روابط (۵-۹۶) تا (۵-۹۸) :

$$A_{Vs} = -\frac{R_C'}{r_e} = -g_m.R_C' \qquad (۹۹-۵)$$

$$R_i' = r_\pi \qquad (۱۰۰-۵)$$

$$R_o' = r_o \qquad (۱۰۱-۵)$$

ب- $R_E >> r_e$:

$$A_{Vs} \approx -\frac{R_C'}{R_E}$$

$$R_i' \approx \beta.R_E$$

$$R_o' \approx \beta.r_o, \quad R_o \approx R_C', \qquad : R_E >> r_\pi$$

توجه از (۵-۹۹):

$$|A_{Vs}| \le g_m.R_C = \frac{I_C.R_C}{n.V_T} = \frac{V_{RC}}{25mV} = 40\ V_{RC}/V$$

1 - Bypass

یعنی بهره ولتاژ مدار امیتر مشترک همواره از ۴۰ برابر افت ولتاژ دو سر مقاومت کلکتور (بر حسب ولتاژ) و در نتیجه از ۴۰ برابر V_{CC} (بر حسب ولت) کمتر است بنابراین اگر در مسئله ای، بـا $V_{CC} = 6V$ بهـره ولتاژ بیش از ۲۴۰ (بدون بار فعال) بدست آمد جواب مطمئناً اشتباه خواهد بود.

با توجه به مطالب ذکر شده مسئله ۵-۱ را از روش تقریبی حل می کنیم.

از (۵-۹۵):

$$r_e = \frac{1}{g_m} = 100\Omega$$

بنابراین از حالت ب:

$$\beta = g_m . r_\pi = 100$$

$$A_{Vs} = -\frac{100k}{10k} = -10$$

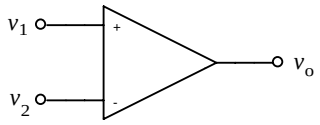
$$R_i' \approx \beta . R_E = 1M \Rightarrow R_i = 82.5k\Omega$$

$$R_o \approx R_C = 100k\Omega$$

چنانکه مشاهده میشود جوابهای تقریبی بدست آمده برای A_{Vs} (خطـا کمتـر از ۵٪) و R_o (خطـا کمتـر از ۳٪) قابل قبولند، فقط مقاومت ورودی دارای خطای ۱۶٪ می باشد که این مطلب هم عملاً بـا توجـه بـه خطای چند صد در صدی β، معمولاً قابل اغماض است! ولی علت اصلی وجود خطاها در غیـر واقعـی بودن مثال ۵-۱ است! ($R_C = r_o$, $V_A = 25V$)

۵-۴ تقویت‌کننده عملیاتی

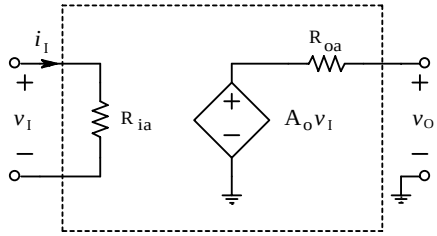
یک تقویت‌کننده عملیاتی یا آپ‌امپ[1] یک تقویت‌کننده ولتاژ است که عمدتاً دارای دو ورودی و یک خروجی می‌باشد. شکل ۵-۹۸ نماد آپ‌امپ را نمایش می‌دهد. در حالت ایده‌آل، ولتاژ خروجی با ولتاژ یکی از ورودی‌ها همفاز است، به این ورودی، ورودی غیرمعکوس[2] (ناوارون) گویند و آنرا با علامت "+" نمایش می‌دهند. ولتاژ خروجی با ولتاژ ورودی دیگر ۱۸۰ درجه اختلاف فاز دارد. به این ورودی، ورودی معکوس[3] (وارون) گویند و آنرا با علامت "-" نشان می‌دهند. اگر بهره ولتاژ آپ‌امپ را A_o بنامیم خواهیم داشت:



شکل ۵-۹۸ نماد آپ‌امپ

$$v_o = A_o(v_1 - v_2) = A_o v_I \qquad (۱۰۲-۵)$$

در شکل ۵-۹۹ مدار معادل ساده شده یک آپ‌امپ نمایش داده شده است. چنانکه ملاحظه می‌شود، مدل یک آپ‌امپ یک تقویت کننده ولتاژ است.



شکل ۵-۹۹ مدل ساده شده آپ‌امپ

[1] Op-Amp, OPA: Operational Amplifier
[2] Non-Inverting Input
[3] Inverting Input

برای یک آپ‌امپ ایده‌آل:

$$A_o \to \infty \qquad R_{ia} \to \infty \qquad R_{oa} \to 0$$

برای آپ‌امپ‌های واقعی:

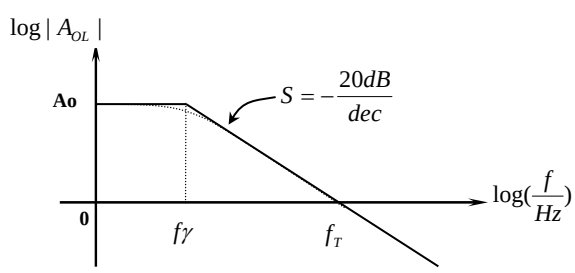
$$A_o = 10^3 \cdots 10^7, \qquad R_{ia} = 10^4 \cdots 10^{15}\Omega\ , \qquad R_{oa} = 1 \cdots 10^3\Omega$$

که A_o، بهره حلقه باز (در فرکانس صفر)؛ R_{ia}، مقاومت ورودی و R_{oa}، مقاومت خروجی آپ-امپ می‌باشد.

باید خاطرنشان کرد که آپ‌امپ‌ها اصولاً تقویت کننده‌های DC هستند. یعنی سیگنال‌های دارای مؤلفه فرکانسی صفر را نیز تقویت می‌کنند. مشخصات یک آپ‌امپ ایده‌آل، غیر وابسته به فرکانس است؛ در صورتیکه مشخصات آپ‌امپ‌های واقعی در فرکانس‌های پائین به حالت ایده‌آل نزدیکترند، و با افزایش فرکانس، دیگر کیفیت حالت ایده‌آل را نخواهند داشت. برای مثال شکل ۵-۱۰۰ پاسخ فرکانسی دامنه بهره ولتاژ آپ‌امپ‌های معمولی را نمایش میدهد.

برای آپ‌امپ‌های ایده‌آل: $f_\gamma \to \infty \quad \Rightarrow \quad f_T \to \infty$

برای آپ‌امپ‌های واقعی: $f_\gamma = 0.1Hz...100MHz$ و $f_T = 100kHz...10GHz$. در کاتالوگ‌ها معمولاً مقادیر $A_O = A_{OL}(f=0)$ یعنی بهره حلقه باز[1] تقویت کننده در فرکانس صفر و f_T یعنی



شکل ۵-۱۰۰ پاسخ فرکانسی آپ امپ های معمولی

[1] Open Loop Gain

فرکانس ترانزیت[1] (فرکانس عبوری) ارائه می‌شود. برای تقویت کننده‌هائی که پاسخ فرکانسی آنها از شکل۵-۱۰۰ تبعیت می‌کند، f_γ با مشخص بودن f_T و A_O از رابطه (۵-۱۰۳) قابل محاسبه است. (چرا؟)

$$f_\gamma = \frac{f_T}{A_O} \qquad (۱۰۳-۵)$$

در این رابطه: A_O، بهره حلقه باز مدار در فرکانس صفر؛ f_γ، فرکانس حد یا فرکانس قطع[2] یا فرکانس $-3dB$ (یعنی فرکانسی که به ازای آن بهره ولتاژ به ۰/۷ مقدار اولیه خود رسیده باشد) و f_T، فرکانس عبوری (یعنی فرکانسی که به ازای آن بهره به یک ($0dB$) می رسد، بعبارت دیگر آپ‌امپ از مرز تقویت‌کنندگی عبور کرده به حالت تضعیف‌کنندگی می‌رود) می‌باشند.

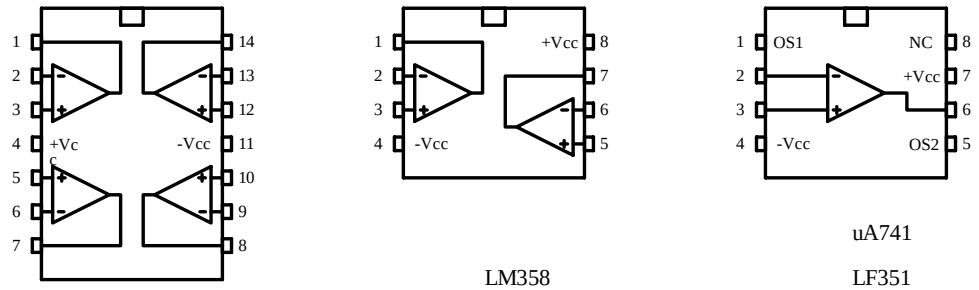
برای آپ‌امپ واقعی پارامترهای دیگری هم تعریف می‌شوند که از حوصله این درس خارج است.

۵-۴-۱ نحوه بکارگیری آپ‌امپ

در گذشته آپ‌امپ‌ها را بکمک لامپ‌های خلأ یا ترانزیستور می‌ساختند. امروزه آپ‌امپ‌ها بصورت آی‌سی[3]، برای کاربردهای گوناگون، موجودند. در محفظه‌های ۱۴ پایه معمولاً دو یا چهار عدد و در محفظه‌های ۸ پایه یک یا دو عدد آپ‌امپ وجود دارد. یکی از قدیمی‌ترین و مشهورترین آپ‌امپ‌ها $\mu A741$ است. این آی‌سی که مدل‌های مختلفی نظیر $LM741$، $SN72741$ و ... دارد بطور ساده به ۷۴۱ معروف است. انواع بسیاری از آپ‌امپ‌ها از لحاظ پایه با ۷۴۱ همخوانی[4] دارند. در شکل ۵-۱۰۱ پایه‌های چند آی‌سی متداول -که در دانشکده نیز موجودند- نمایش داده شده است.

---

[1] Transit Frequency
[2] Cut–Off Frequency
[3] IC: Integrated Circuit مدار مجتمع،
[4] Pin-Compatible



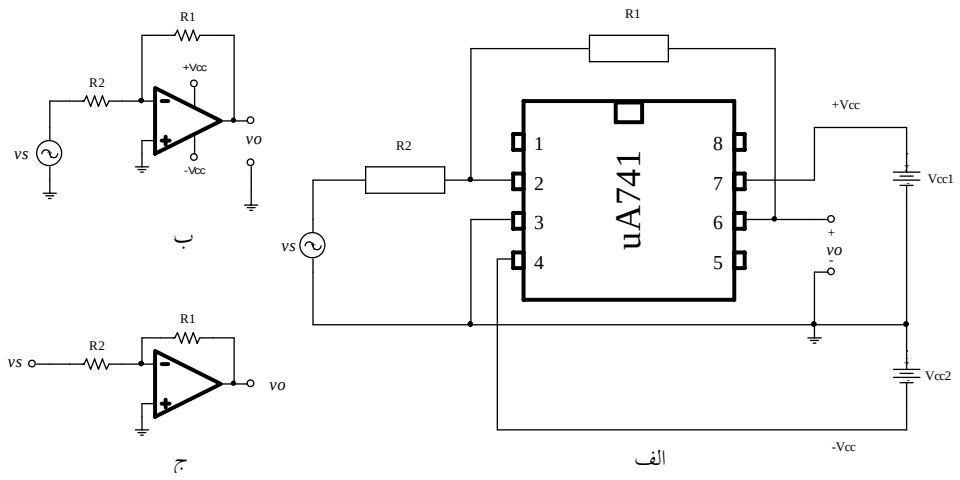
LM324	LM358	uA741
TL074	LF353	LF351
TL084	TL072	LF355
	TL082	TL071
		OP07

شکل۵-۱۰۱پایه‌های چند آی‌سی متداول

برای کار کردن با آی‌سی‌ها (منجمله آپ‌امپ‌ها)، حتماً باید به کاتالوگ (برگه‌های اطلاعاتی)[1] مربوطه مراجعه نمود. آی‌سی‌هائی که دارای پایه‌های مشابهی هستند، می‌توانند دارای مشخصات الکتریکی کاملاً متفاوتی باشند! و بالعکس.

مانند هر تقویت‌کننده، آپ‌امپ هانیز برای راه‌اندازی نیاز به منبع تغذیه دارند. در حالت کلی برای بکارگیری آپ‌امپ به دو منبع تغذیه نیاز است. در بعضی حالات (مثلاً تقویت کننده AC) می‌توان یک منبع را نیز بکار برد. شکل ۵-۱۰۲ مثالی از نحوه بکارگیری یک آپ‌امپ (مثلاً ۷۴۱) را نمایش میدهد.

[1] Data Sheet (Data Book)



شکل ۵-۱۰۲ طرز بکارگیری یک آپ امپ بعنوان یک تقویت کننده DC الف- نحوه بستن واقعی مدار، ب- نمایش نمادین، ج- نمایش ساده شده

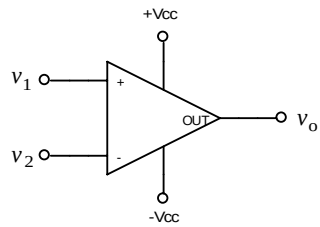
در حالت کلی لزومی ندارد که $V_{CC1} = V_{CC2}$ باشد ولی اگر بخواهیم Vo نسبت به زمین متقارن باشد، باید $V_{CC1} = V_{CC2}$ انتخاب شود. مشخصات آپ‌امپ‌های نامبرده در شکل ۵-۱۰۱ حدوداً مشابه هستند. برای تمام این تقویت‌کننده‌ها $R_{oa} \approx 50\Omega,\ A_O \approx 10^5$ می‌باشد. برای LMها $R_{ia} \approx 10^6\Omega$ و برای LFها و TLها $R_{ia} \approx 10^{12}\Omega$ است؛ برای LMها $f_T \approx 1MHz$ ، و برای بقیه $f_T = 3\cdots 4MHz$ است. منبع تغذیه برای $LM\,324$ و $LM\,358$ از ۳ تا ۳۰ ولت مناسب است ($\pm 1.5V \cdots \pm 15V$). برای بقیه آی‌سی‌ها بهتر است منبع تغذیه بین ۹ تا ۳۰ ولت ($\pm 4.5V \cdots \pm 15V$) انتخاب شود.

۵-۴-۲ کاربرد آپ‌امپ

آپ‌امپ‌ها در کارهای تحقیقاتی و صنعتی کاربردهای بسیاری دارند. همانطور که در مدارهای منطقی، گیت‌های نَند[1] و نور[2] سنگ بنای تمام مدارهای دیجیتال هستند، می‌توان آپ‌امپ را سنگ بنای

[1] NAND-Gate
[2] NOR-Gate

اکثر مدارهای آنالوگ دانست. همانطور که از نام تقویت کننده عملیاتی بر میآید، بکمک این عنصر و المانهای جانبی، می‌توان عملیات ریاضی را بصورت الکترونیکی، پیاده‌سازی کرد.



شکل ۵-۱۰۳ مقایسه کننده آنالوگ

۵-۴-۲-۱ مقایسه کننده

در صورتیکه به ورودی‌های آپ‌امپ دو منبع ولتاژ اعمال کنیم (شکل ۵-۱۰۳)، بسته به اینکه کدام ولتاژ بیشتر باشد، خروجی مدار یا $+V_{CC}$ است یا $-V_{CC}$ یعنی[1]:

$$v_o = \begin{cases} +V_{CC} & for \quad v_1 > v_2 \\ -V_{CC} & for \quad v_1 < v_2 \end{cases} \qquad (۱۰۴-۵)$$

توجه شود که در رابطه (۵-۱۰۴) $v_1 = v_2$ تعریف نشده است، زیرا در این صورت:

$$v_o = A_o v_I = A_o(v_1 - v_2) = \infty \times 0 \qquad \textbf{(۱۰۵-۵)}$$

مبهم بوده، مقدار آن نامشخص است ($v_o = -V_{CC} \cdots +V_{CC}$).

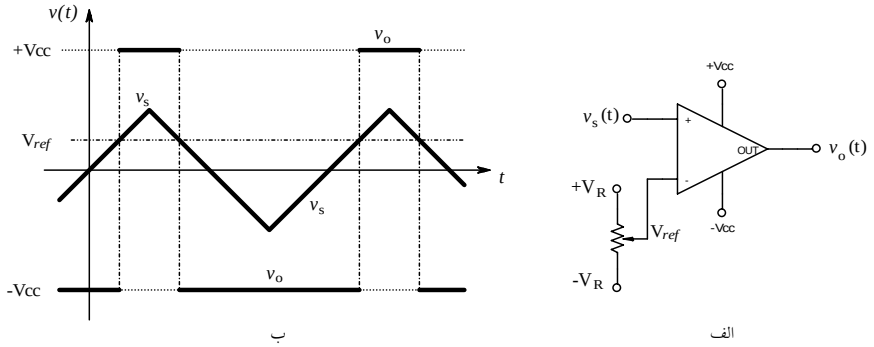
از آنجایی که این مدار دو ولتاژ v_2, v_1 را با هم مقایسه می‌کند، به آن مقایسه‌کننده (مقایسه‌گر) ولتاژ[2] گویند. هرگاه یکی از ولتاژها را صفر قرار دهیم، ولتاژ دیگر بعنوان ولتاژ ورودی، با صفر مقایسه

[1] **تذکر مهم**: بازاء $v_1 > v_2$، $v_I = v_1 - v_2 > 0$ بوده، از لحاظ ریاضی $v_o = A_o.v_I = +\infty$ بعبارت دیگر بازای $v_1 < v_2$ $v_o = A_o.v_I = -\infty$ خواهد بود. ولی از آنجایی که خروجی آپ‌امپ -مانند هر تقویت‌کننده دیگری که در خروجی فاقد ترانسفورماتور باشد- نمی تواند از محدوده $-V_{CC} \cdots +V_{CC}$ تجاوز نماید، در حالت ایده‌آل خروجی به این دو حد، محدود و تقویت-کننده از حالت خطی خارج شده، $A_O < \infty$ می‌شود!

[2] Voltage Comparator

می‌شود. بنابراین ولتاژ خروجی، به هنگام گذر از صفر ولتاژ ورودی، تغییر می‌کند. به همین دلیل به این مدار، آشکارساز گذر از صفر[1] گویند.

از آنجایی که حالت ولتاژ خروجی مبین علامت (+ یا – بودن) سیگنال ورودی است، می‌توان گفت که این مدار تابع ریاضی Sign را تولید می‌کند: $v_o = Sign(v_I)$. در ضمن چون ورودی این مدار ولتاژهای آنالوگ را می‌پذیرد و خروجی فقط دو حالت مشخص دارد (دیجیتال)، این مدار قسمت اصلی هر سیستم مبدل آنالوگ به دیجیتال[2] است. گذشته از اینها، این مدار را میتوان بعنوان یک مبدل سیگنال‌های پریودیک ساده، به سیگنال مربعی (پالسی) بکار برد. شکل ۵-۱۰۴ مدار یک مبدل مثلثی به پالسی با پهنای پالس قابل انتخاب را نمایش میدهد.



شکل ۵-۱۰۴ مبدل موج مثلثی به پالسی الف- مدار، ب- دیاگرام زمانی

۵-۴-۲-۲ تقویت کننده

کار اصلی یک تقویت کننده عملیاتی –همانطور که از نام آن برمیآید– تقویت کردن سیگنال‌ها است. ولی همانطور که در بخش قبل ملاحظه شد، بعلت زیاد بودن بهره یک تقویت کننده عملیاتی، هرقدر هم که دامنه سیگنال ورودی کوچک باشد، باز هم ولتاژ خروجی، فقط دو حالت V_{CC}– یا V_{CC}+ را می‌تواند اتخاذ نماید. بعبارت دیگر آپ‌امپ همواره در حالت اشباع خواهد بود (تقویت کننده

[1] Zero-Crossing Detector
[2] ADC (A/D): Analog to Digital Converter

غیر خطی). برای اینکه بتوان یک آپ‌امپ را بعنوان تقویت کننده خطی بکار برد، باید بکمک مدارهای جانبی و فیدبک کردن آپ‌امپ[1]، ناحیه خطی مدار تقویت کننده را افزایش داد. برای این منظور سه مدار استاندارد وجود دارد که در زیر به بررسی آنها می‌پردازیم. توجه کنید که در بررسی‌های خود، برای سهولت درک مطالب، مدل ایده‌آل آپ‌امپ را مدنظر قرار میدهیم، یعنی یک منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ با بهره بینهایت!

- **تقویت کننده معکوس**

شکل ۵-۱۰۵ مدار و مشخصه انتقالی یک تقویت‌کننده معکوس[2] (وارونساز) را نمایش میدهد. برای بدست آوردن مشخصات تقویت‌کننده (R_o , R_i , A_{Vs})، مدار شکل ۵-۱۰۵ ج را در نظر می‌گیریم. با توجه به رابطه (۵-۱۰۶)، اگر تقویت‌کننده اشباع نشده باشد ($-V_{CC2} < v_o < +V_{CC1}$):

$$v_o = A_o \cdot v_I \Rightarrow v_I = \frac{v_o < \infty}{A_o \to \infty} \to 0 \qquad (۱۰۶-۵)$$

و:

$$i_I = \frac{v_I \to 0}{R_i \to \infty} \to 0 \qquad (۱۰۷-۵)$$

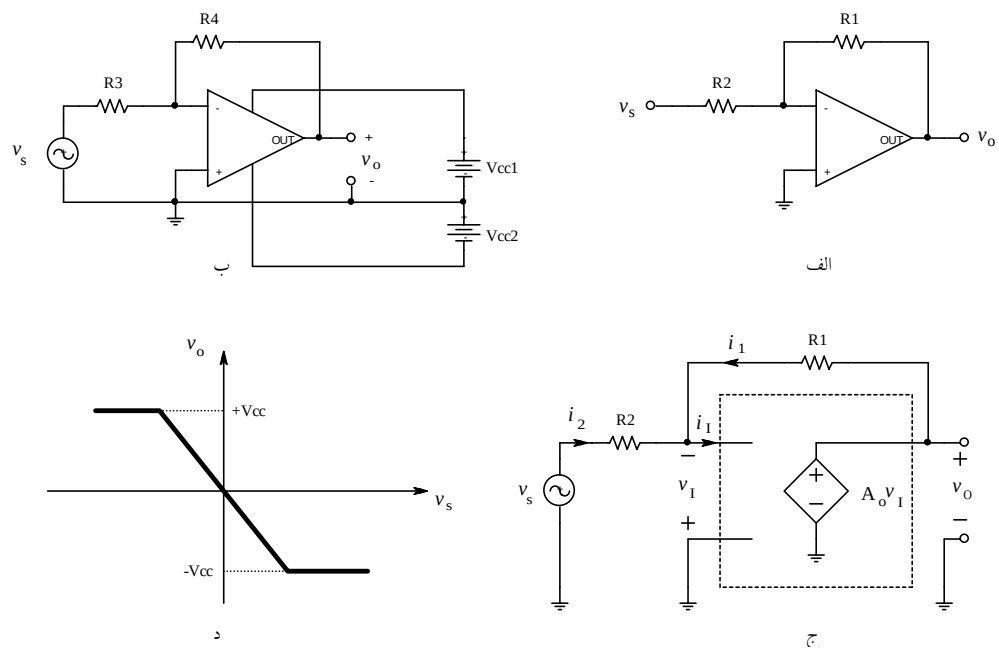
بنابراین برای یک آپ‌امپ ایده‌آلِ فیدبک شده، تا زمانیکه اشباع نشده باشد: $v_I = 0$ و $i_I = 0$. در این حالت، به ورودی معکوس زمین مجازی[3] گویند؛ زیرا با وجود این که این پایه با زمین هم‌پتانسیل است، ولی به علت این که جریان گذرنده از آن صفر می‌باشد، مثل مدار باز عمل می‌کند و زمین حقیقی نیست!

---

[1] فیدبک (Feedback) کردن یا پسخورد یعنی مقداری از سیگنال خروجی را به ورودی برگردانیدن. برای اطلاعات بیشتر به فصل ۸ یا مراجع مربوطه رجوع نمایید.

[2] Inverting Amplifier

[3] Virtual Ground



شکل ۵-۱۰۵ تقویت کننده معکوس الف- مدار ب- نحوه پیاده سازی ج- مدار معادل د- مشخصه انتقالی

محاسبه بهره ولتاژ مدار: بنا به تعریف: $A_{Vs} \equiv \frac{v_o}{v_s}$. با استفاده از KVL و KCL در مدار شکل ۵-۱۰۵ ج:

$$\left.\begin{array}{l} v_o = i_1 \cdot R_1 \\ v_s = i_2 \cdot R_2 \\ i_1 + i_2 = i_1 = 0 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad A_{Vs} = -\frac{R_1}{R_2} \qquad (۱۰۸-۵)$$

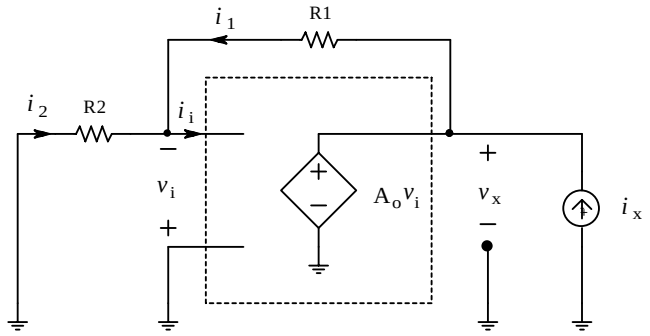
بنابراین تا زمانی که $|v_s| < \left|\frac{V_{CC}}{A_{Vs}}\right|$، تقویت کننده در ناحیه خطی بوده روابط فوق صادقند. در غیر اینصورت تقویت‌کننده به اشباع رفته، $A_o < \infty$ و در نتیجه $|v_I| > 0$ خواهد بود.

محاسبه مقاومت ورودی: بنابه تعریف: $R_i \equiv \frac{v_s}{i_2}\Big|_{i_o=0}$ و از شکل ۵-۱۰۵ ج:

$$i_2 = \frac{v_s - v_i}{R_2} = \frac{v_s}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_i = R_2 \qquad (۱۰۹-۵)$$

طبیعتاً این رابطه نیز فقط در صورتی صادق است که تقویت کننده اشباع نشده باشد.

محاسبه مقاومت خروجی: بنا به تعریف مقاومت خروجی: $R_o \equiv \frac{v_o}{i_o}\Big|_{v_s=0}$ در این صورت چون $v_s = 0$ در نتیجه $v_o = 0$ و هم‌چنین $i_o = 0$ پس: $R_o = \frac{0}{0}$، مبهم بوده مقاومت خروجی غیر قابل محاسبه میشود. برای رفع این مشکل یک منبع خارجی (v_x یا i_x) به خروجی اعمال کرده، اثر آنرا بر مدار، (i_x یا v_x) اندازه‌گیری (محاسبه) می‌نمایند. درین صورت: $R_o \equiv \frac{v_x}{i_x}\Big|_{v_s=0}$



شکل ۵-۱۰۶ مدار معادل برای محاسبه مقاومت خروجی

شکل ۵-۱۰۶ نحوه محاسبه R_O را نمایش میدهد. از آنجایی که دو منبع ولتاژ را نمی‌توان با هم موازی کرد (چرا؟)، منبع خارجی درین حالت باید یک منبع جریان باشد. پس منبع خارجی یک منبع جریان با جریان i_x انتخاب و به مدار اعمال میشود. بعلت اینکه هرگاه یک منبع جریان با یک منبع ولتاژ موازی قرار گیرد، ولتاژ خروجی توسط منبع ولتاژ مشخص میشود (چرا؟) و در این حالت: $v_x = v_o = A_{vs}.v_s = 0$ است، بنابراین:

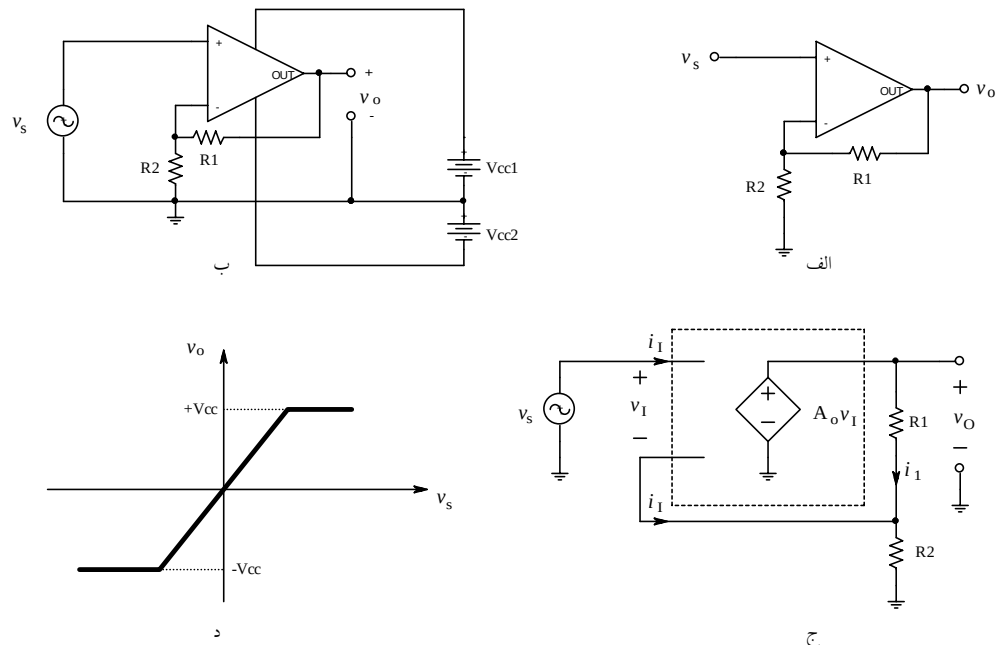
$$R_o = \frac{v_x \to 0}{i_x > 0} \to 0 \qquad (۱۱۰-۵)$$

بنابرین از روابط (۵–۱۰۸) تا (۵–۱۱۰) مشخصات یک تقویت‌کننده معکوس با یک آپ‌امپ ایـده‌آل در ناحیه خطی به صورت زیر می‌باشد:

$$\boxed{A_{Vs} = -\frac{R_1}{R_2}\ , \qquad R_i = R_2\ , \qquad R_o = 0}$$

- **تقویت کننده غیرمعکوس**

در شکل ۵–۱۰۷ مدار و مشخصه انتقالی یک تقویت‌کننده غیرمعکوس[۱] (ناوارونساز) نمایش داده شـده



شکل ۵–۱۰۷ تقویت کننده غیر معکوس الف– مدار ب– نحوه پیاده سازی ج– مدار معادل د– مشخصه انتقالی

است. مانند حالت قبل (رابطه (۵–۱۰۶)): $v_I = 0$ و بـا اسـتفاده از KVL و KCL در مـدار شـکل ۵–۱۰۷ ج:

[۱] Non-Inverting Amplifier

$$\left.\begin{array}{l} v_s = v_I + v_2 \ , \quad v_I = 0 \quad \Rightarrow \ v_s = v_2 \\ i_I = 0 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_o . \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \\ A_{Vs} \equiv \dfrac{v_o}{v_s} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad A_{Vs} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \qquad (۱۱۱-۵)$$

و با توجه به تعریف مقاومت‌های ورودی وخروجی، و بکمک مدار شکل ۵-۱۰۷ ج:

$$R_i \equiv \frac{v_s}{i_s} \ , \quad i_s = i_I = 0 \quad \Rightarrow \quad R_i \to \infty \qquad (۱۱۲-۵)$$

$$R_o \equiv \frac{v_x}{i_x} \ , \quad v_x = v_o = 0 \quad \Rightarrow \quad R_o \to 0 \qquad (۱۱۳-۵)$$

بنابراین مشخصات یک تقویت‌کننده غیرمعکوس با آپ‌امپ ایده‌آل در ناحیه خطی عبارتست از:

$$\boxed{A_{Vs} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \ , \qquad R_i = \infty \ , \qquad R_o = 0}$$

- **تقویت کننده تفاضلی**

از آنجایی که یک آپ‌امپ دارای دو ورودی است، می‌توان دو منبع سیگنال به ورودی‌های آن اعمال کرده، تفاضل آنها را تقویت نمود، یا اینکه یک منبع سیگنال بین دو ورودی قرار داد. این مدار نسبت به دو مدار قبل مزایایی دارد که در دروس الکترونیک به آن پرداخته خواهد شد.

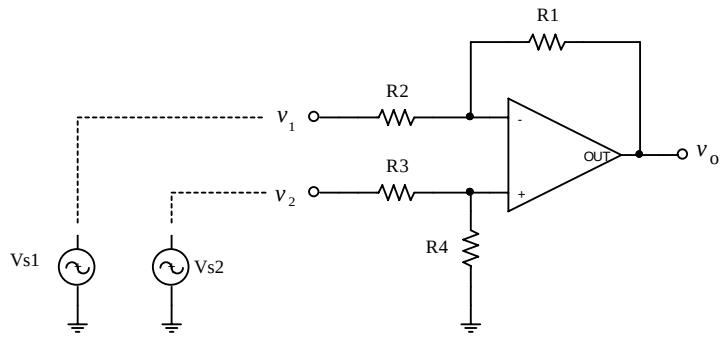
مدار تقویت‌کننده تفاضلی[۱] در شکل ۵-۱۰۸ نمایش داده شده است. باز با توجه به اینکه در ناحیه خطی $v_I = 0 \ , i_I = 0$، با اندکی محاسبه، حاصل میشود:

$$v_o = v_2 \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} - v_1 \frac{R_1}{R_2} \qquad (۱۱۴-۵)$$

بعبارت دیگر: $v_o = k_2 \cdot v_2 - k_1 \cdot v_1$ در حالت خاص که $R_4 = R_1$ و $R_3 = R_2$ باشد:

[۱] Differential Amplifier

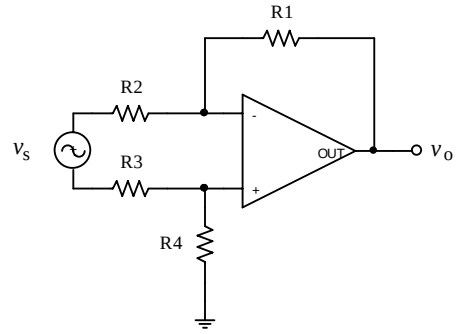
$$v_o = \frac{R_1}{R_2} \cdot (v_2 - v_1) \qquad \text{(۵-۱۱۴ الف)}$$



شکل ۵-۱۰۸ مدار تقویت کننده تفاضلی

در اینحالت اگر بجای دو منبع، یک منبع ولتاژ v_s را بین دو ورودی قرار دهیم (شکل ۵-۱۰۹) مشخصات مدار برابر خواهد بود با:

$$A_{Vs} \equiv -\frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_1}{R_2} \quad , \qquad R_i = 2R_2 \quad , \qquad R_o = 0$$



شکل ۵-۱۰۹ تقویت کننده تفاضلی با منبع شناور

۵-۴-۲-۳ ضرب کننده*

مدارهای تقویت‌کننده‌ای که تا کنون بررسی کردیم، در حقیقت ضرب کننده یک سیگنال ورودی در یک عدد ثابت هستند. برای تقویت‌کننده معکوس، از رابطه (۵-۱۰۸):

$$v_o = -\frac{R_1}{R_2} \cdot v_I = k \times v_I \ , \qquad k \le 0$$

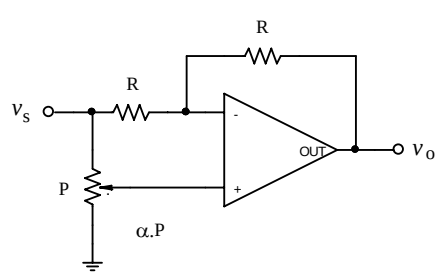
برای تقویت‌کننده غیرمعکوس، از رابطه (۵-۱۱۱):

$$v_o = (1 + \frac{R_1}{R_2}) \cdot v_I = k \times v_I \ , \qquad k \ge 1$$

و برای تقویت‌کننده تفاضلی، از رابطه (۵-۱۱۴):

$$v_o = k_2 \times v_2 - k_1 \times v_1 \ , \qquad k_1,\ k_2 \ge 0$$

حاصل می‌شود. بنابراین یک تقویت‌کننده معکوس، مداری است که تابع ریاضی $y = k \cdot x,\ k \le 0$ و تقویت کننده غیر معکوس، تابع $y = k \cdot x,\ k \ge 1$ و تقویت‌کننده تفاضلی تابع $y = k_2 \cdot x_2 - k_1 \cdot x_1,\ k_1,\ k_2 \ge 0$ را تولید می‌کند. به این ضرب‌کننده‌ها اصطلاحاً ضرب‌کننده در دو ربع[1] گویند، زیرا x می تواند هم مثبت و هم منفی باشد، در صورتیکه k یا مثبت است، یا منفی (ربع اول و سوم یا ربع دوم و چهارم).



شکل ۵-۱۱۰ مدار Bi-Co.

[1] Tow Quadrant Multiplier

یکی از مدارهایی که بعنوان ضرب‌کننده چهار ربع[1] بکار گرفته می‌شود، مدار شکل ۵-۱۱۰ میباشد. این مدار بنام "ضریب دوقطبی"[2] نیز مشهور است. با توجه به خاصیت آپ‌امپ، در ناحیه خطی داریم:

$$v_o = 2\alpha \cdot v_s - v_s = (2\alpha - 1)\cdot v_s = k \cdot v_s \qquad 0 \le \alpha \le 1 \qquad (۱۱۵-۵)$$

بنابراین این مدار تابع: $y = k \cdot x,\ -1 \le k \le +1$ را تولید می‌کند. در این جا چون k هم منفی و هم مثبت می‌تواند باشد، y می‌تواند در هر کدام از چهار ربع قرار گیرد.

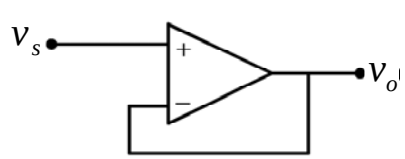
همان‌طور که ذکر شد، در این مدارها k مقداری ثابت است (y و x می‌توانند ثابت یا تابعی از زمان باشند). برای ساخت سیستمی که تابع $z(t) = x(t)\cdot y(t)$ را تولید کند به مدارهای مفصلتری نیاز است که توضیح آنها از حد این مبحث خارج است.

۵-۴-۳-۴ پیرو ولتاژ

اگر در مدار شکل ۵-۱۰۷، $R_1 = 0$ و (یا) $R_2 = \infty$ انتخاب شود (شکل ۵-۱۱۱):

$$A_V = 1 + \frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{0}{\infty} = 1 \qquad (۱۱۶-۵)$$

بوده، $v_o \equiv v_s$ یعنی ولتاژ خروجی ولتاژ ورودی را "دنبال" میکند. بهمین دلیل به این مدار پیرو ولتاژ[3] گویند. کاربرد اصلی این مدار در جایی است که یک (بخش) از مدار با مقاومت داخلی زیاد بخواهد به یک (بخش) مدار دیگر با مقاومت داخلی کم بار دهی نماید، بدون این که مسئله تقسیم ولتاژ پیش آید.



شکل ۵-۱۱۱ مدار پیرو ولتاژ

[1] Four Quadrant Multiplier
[2] Bi-Co.:Bipolar Coefficient
[3] Voltage Follower

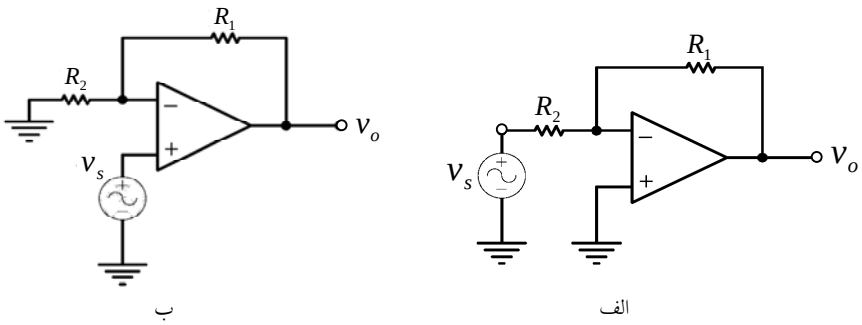
یا در مواردی که اثر بارگذاری قسمتی از مدار برروی قسمت دیگر باعث ایجاد اختلال در نحوه صحیح کار کرد آن می شود. فرضاً اگر بخواهیم ولتاژ دو سر خازنی را که شارژ شده است اندازه‌گیری نمائیم، مقاومت داخلی ولتمتر باعث تخلیه بار خازن و در نتیجه تغییر ولتاژ آن شده، نمی توان مقدار آنرا اندازه گرفت. برای مثال اگر یک خازن $100nF$ تا $10V$ شارژ شده باشد و ولتاژ دو سر آنرا بخواهیم با یک ولتمتر با مقاومت داخلی $100k\Omega$ اندازه‌گیری نماییم، چون ثابت‌زمانی سیستم:

$$\tau = R \cdot C = 100k\Omega \cdot 100nF = 10ms$$

می‌شود، به محض اینکه ولتمتر را به خازن وصل کنیم، قبل از اینکه عقربه ولتمتر مقدار نهائی را نشان دهد، به صفر برمیگردد! در صورتیکه اگر بین خازن و ولتمتر، مدار شکل ۵-۱۱۱ را قرار دهیم، چون مقاومت ورودی مدار $R_i \to \infty$ و در نتیجه $\tau \to \infty$ ولتاژ خروجی بعبارت دیگر ولتاژ دوسر ولتمتر، ثابت باقی می‌ماند و از آنجایی که مقاومت خروجی تقویت‌کننده $R_o \to 0$، مقاومت داخلی ولتمتر مدار را بار نکرده $V_{Voltmeter} = V_C$! بعلت اینکه مدار پیرو ولتاژ بین دو (بخش) مدار حایل می‌شود، گاهی اوقات به آن "واسط" یا بافر[1] نیز می گویند.

۵-۴-۳-۵ شمیت تریگر*

اگر در تقویت کننده معکوس (شکل ۵-۱۰۵)، جای زمین و ورودی مدار را عوض کنیم، تقویت

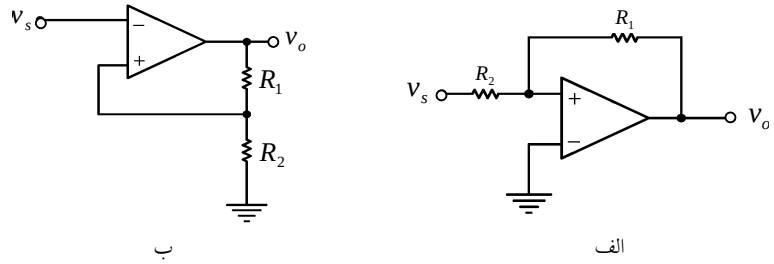


شکل ۵-۱۱۲ الف- تقویت کننده معکوس ب- تقویت کننده غیر معکوس

[1] Buffer

کننده غیر معکوس (شکل ۵-۱۰۷) حاصل می‌شود (شکل ۵-۱۱۲).

در صورتیکه اگر جای فیدبک را عوض کنیم (شکل ۵-۱۱۳)، مداری حاصل می‌شود که به آن شمیت تریگر[1] گویند (در این مدار فیدبک مثبت است[2]).



شکل ۵-۱۱۳ الف- شمیت تریگر غیر معکوس ب- شمیت تریگر معکوس

این مدار یک مدار غیر خطی بوده و همواره $v_o = -V_{CC}$ یا $v_o = +V_{CC}$ است. برای مثال اگر شکل ۵-۱۱۳ الف را در نظر بگیریم، در صورتیکه $R_1 > R_2$ انتخاب شود؛ اگر $v_s = -V_{CC}$ باشد، چون $v_I < 0$ (چرا؟)، لذا $v_o = -V_{CC}$. اگر v_s را زیاد کنیم، $v_o = -V_{CC}$ باقی خواهد ماند؛ تا زمانیکه $v_s = -\frac{R_2}{R_1}(-V_{CC})$ شود. در این صورت $v_I = 0$ شده، بلافاصله $v_o = +V_{CC}$ و در نتیجه:

$$v_I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_s + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} > 0$$

خواهد شد. با افزایش v_s، دیگر تغییری در خروجی رخ نخواهد داد. وقتی v_s کم شود، تغییر حالت v_o از $+V_{CC}$ به $-V_{CC}$ هنگامی رخ خواهد داد که $v_s = -\frac{R_2}{R_1}(+V_{CC})$ شود. به:

$$v_s = V_{Tu} = \frac{R_2}{R_1} V_{CC} \qquad (۱۱۷-۵)$$

ولتاژ حد بالائی[3] شمیت تریگر، به:

---

[1] Schmitt-Trigger

[2] رک به فصل ۸ و دروس الکترونیک پیشرفته‌تر

[3] Upper Threshold

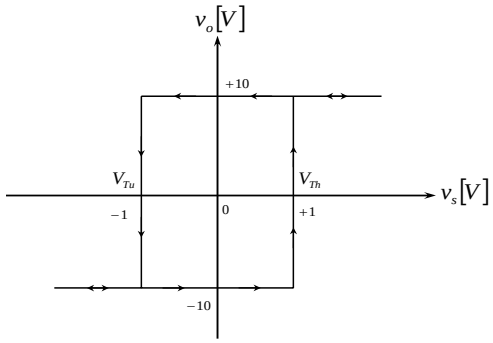
$$v_s = V_{Tl} = -\frac{R_2}{R_1}V_{CC} \qquad (۱۱۸-۵)$$

ولتاژ حد پائینی[۱] شمیت تریگر و به:

$$V_H = V_{Tu} - V_{Tl} = 2\ \frac{R_2}{R_1}V_{CC} \qquad (۱۱۹-۵)$$

ولتاژ هیستریزه[۲] گویند.

شکل ۵-۱۱۴ مشخصه انتقالی یک شمیت تریگر را برای $\pm V_{CC} = \pm 10V$، $R_1 = 100k\Omega$ و $R_2 = 10k\Omega$ نمایش میدهد در این مدار $V_{Tu} = 1V$، $V_{Tl} = -1V$ و $V_H = 2V$ می‌باشد.



شکل ۵-۱۱۴ مشخصه انتقالی یک شمیت تریگر غیر معکوس

مشخصه شمیت تریگر معکوس مشابه مشخصه شمیت تریگر غیرمعکوس است، با این تفاوت که:

$$V_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2}V_{CC}\ , \qquad V_{Tl} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2}V_{CC} \qquad (۱۰۰-۵)$$

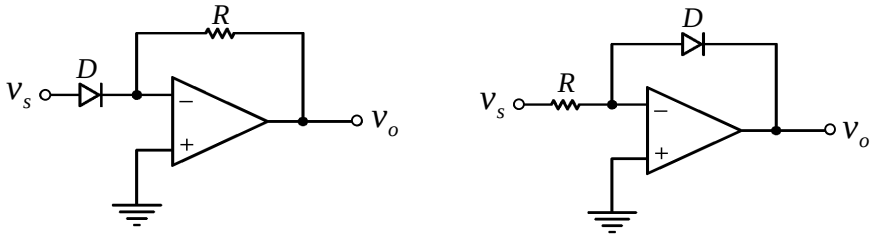
۵-۴-۳-۶ تقویت‌کننده‌های لگاریتمی و آنتی لگاریتمی*

اگر در شکل ۵-۱۰۵، بجای R_1، یک دیود قرار دهیم؛ یک تقویت‌کننده لگاریتمی و اگر بجای R_2، دیود را قرار دهیم؛ یک تقویت‌کننده آنتی‌لگاریتمی خواهیم داشت (شکل ۵-۱۱۵).

---

[۱] Lower Threshold

[۲] Hysteresis



ب الف

شکل ۵-۱۱۵ الف- تقویت کننده لگاریتمی، ب- تقویت کننده آنتی لگاریتمی

برای شکل ۵-۱۱۵ الف، خواهیم داشت[1]:

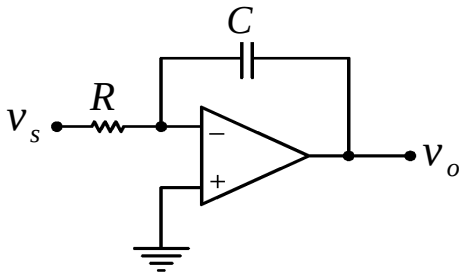
$$v_o = -60mV \ \log\left(\frac{v_s \cdot 10^{14}}{R}\right) = A.\log\left(\frac{v_s}{B}\right), \qquad v_s > 0 \qquad (۱۲۰-۵)$$

و برای شکل ۵-۱۱۵ ب: خواهیم داشت:

$$v_o = -10^{-14} \cdot R \cdot \exp\left(\frac{v_s}{25mV}\right) = C \cdot e^{v_s/D}, \qquad v_s > 0 \qquad (۱۲۱-۵)$$

۵-۴-۳-۷ انتگرال‌گیر

شکل ۵-۱۱۶ مدار یک انتگرال‌گیر را نمایش میدهد. اگر جای R و C را عوض کنیم یک مشتق‌گیر بدست می‌آید.



شکل ۵-۱۱۶ مدار یک انتگرال‌گیر

[1] ر.ک به فصل ۵-۱ (دیود)

با توجه به خاصیت خازن و روابط مداری، برای انتگرال‌گیر:

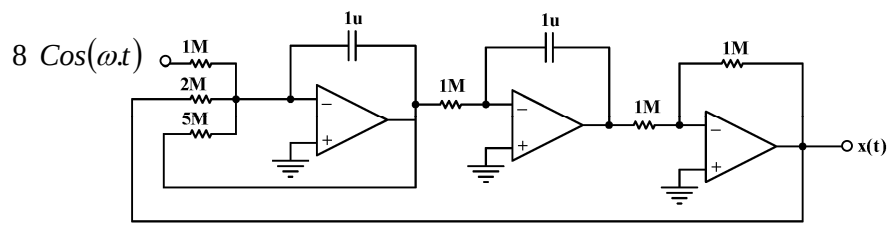
$$v_o(t) = -\frac{1}{R \cdot C} \int_{t_1}^{t_2} v_s(t)dt + V_0(t_1) \qquad (۱۲۲-۵)$$

و برای مشتق‌گیر:

$$v_o(t) = -R \cdot C \cdot \frac{dv_s}{dt} \qquad (۱۲۳-۵)$$

حاصل می‌شود. در عمل بعلت اشکالاتی که مشتق‌گیر دارد (چه اشکالاتی؟) کمتر بکار گرفته می‌شود.

برای مثال، برای حل معادله دیفرانسیل: $\ddot{x} + \frac{1}{5}\dot{x} + \frac{1}{2}x = -8Cos(\omega t)$، مدار شکل ۵-۱۱۷ پیشنهاد می‌شود.

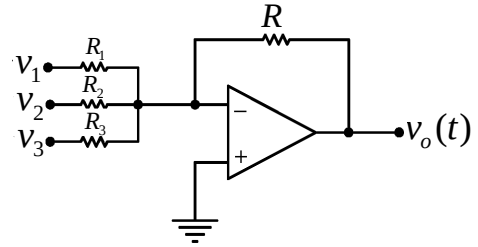


شکل ۵-۱۱۷ مثالی برای کاربرد انتگرال گیر در حل معادلات دیفرانسیل

۵-۴-۳-۸ جمع کننده

مدارهائی که تا کنون بررسی کردیم (باستثنای تقویت کننده تفاضلی)، توابع یک متغیره را شبیه‌سازی می‌کردند. با توجه به خاصیت زمین مجازی ورودی معکوس در تقویت‌کننده معکوس و KCL، می‌توان با اضافه کردن چند ورودی به مدار شکل ۵-۱۰۵، یک جمع کننده بدست آورد (شکل ۵-۱۱۸).

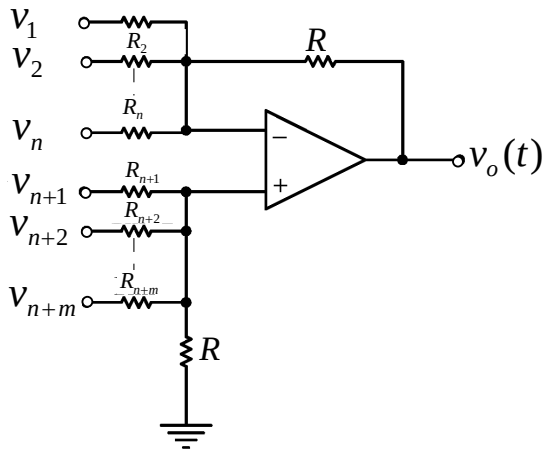
$$v_o = -\left(\frac{R}{R_1} \cdot v_1 + \frac{R}{R_2} \cdot v_2 + \ldots \frac{R}{R_n} \cdot v_n\right)$$



شکل۵-۱۱۸ جمع کننده

$$v_o = k_1 \cdot v_1 + k_2 \cdot v_2 + ... + k_n \cdot v_n \ , \qquad k_i < 0 \qquad (۱۲۴-۵)$$

و بالاخره اگر به ورودی‌های یک تقویت‌کننده تفاضلی چند منبع متصل نمائیم، مداری خواهیم داشت که جمع جبری چند متغییر را بدست خواهد آورد (شکل ۵-۱۱۹).



شکل ۵-۱۱۹ جمع کننده جبری

$$\begin{aligned} &v_o = k_1 \cdot v_1 + k_2 \cdot v_2 + \cdots + k_n \cdot v_n + l_1 \cdot v_{n+1} + \cdots + l_m \cdot v_{n+m} \ , \\ &k_i \ < 0, \ l_j > 0 \qquad i, \ j \in N \end{aligned} \qquad (۱۲۵-۵)$$

البته آپ‌امپ کاربردهای بسیار دیگری نیز دارد، ولی به ذکر همین مقدار بسنده می‌شود.

فصل ۶: آشنایی با ادوات و سیستم‌های دیجیتال

۶-۱ مقدمه

سیستمهای الکترونیکی اعم از کنترلی، مخابراتی و غیره به دو گروه آنالوگ و دیجیتال تقسیم می شوند. سیستمهای آنالوگ عموماً مستلزم هزینه کمتر اما با دقتی محدود اند و انتقال سیگنال نیز با همهمه (نویز یا اغتشاش)[1] نسبتاً زیاد انجام می گیرد. از طرفی، سیستمهای دیجیتال که دامنه سیگنال را به صورت دودویی (یعنی یک مقدار از دو مقدار ممکن) ارقامی کرده و سپس ارسال می نمایند دارای نویز بسیار کمتر از مشابه آنالوگ خوداند، ولی با تناسب با دقت مورد نیاز، مدارها پیچیده تر و تعداد عناصر آنها باید بیشتر باشد. در نتیجه، در سالهای ۱۹۵۰ و اوایل دهه ۱۹۶۰ که ترانزیستور ها به صورت یک واحدی باید در مدار قرار می گرفتند، مدارهای دیجیتال مستلزم هزینه های گزاف بود و لذا استفاده از آنها در مقایسه با مدارهای آنالوگ در بسیاری موارد مقرون به صرفه نبود.

[1] Noise

در اواسط دهه ۱۹۶۰، یعنی فقط چند سال پس از اختراع ترانزیستور توسط پروفسور شاکلی[۱] استاد دانشگاه استانفورد[۲] ، محققین موفق شدند مدارهایی شامل چند ترانزیستور را در یک قطعه (تراشه)[۳] به صورت یکپارچه بسازند، این گونه مدارها، مدارهای مجتمع (IC)[۴] نام گرفتند. تحقیقات جهت افزایش تراکم ترانزیستورها در یک تراشه ادامه یافت. مدارهای مجتمع بر اساس آنکه تراکم ترانزیستورهایشان در یک تراشه در چه است، به ترتیب SSI [۵] ، MSI [۶] ، LSI [۷] و VLSI [۸] نامیده شدند.

امروزه که تراکم ترانزیستورها در حد چند میلیارد ترانزیستور در یک تراشه است، مشکل هزینه استفاده از مدارهای دیجیتال به کلی برطرف شده و لذا در اغلب موارد استفاده از آنها بر مدارهای آنالوگ ارجحیت پیدا کرده است.

الکترونیک در زندگی انسان جایگاه بسیار مهمی یافته و تقریباً تمام امور زندگی متکی به آن شده است، بخصوص هر چه زمان می گذرد دستگاه هایی که قبلاً از نوع آنالوگ بودند تبدیل به دیجیتال می شوند. دستگاه هایی مثل تلفن، رادیو، تلویزیون و ... در سیستم دیجیتال سیگنال ها که حاوی اطلاعات اند از نوع دیجیتال بوده و اطلاعات محدودی را در بر می گیرند در حالی که در سیگنال آنالوگ گستره اطلاعات بی نهایت است. مثلاً در یک ترازوی آنالوگ که وزن با عقربه نمایش داده می شود مکان عقربه در بی نهایت نقطه می تواند قرار گیرد. ولی، در ترازوی دیجیتال عدد وزن (دیجیت) محدود است– مثلاً از 0000 تا 1999 گرم لذا، حداکثر تعداد حالات ۲۰۰۰ می باشد.

سیستم های دیجیتال از دقت بالایی برخوردار بوده و حساسیت آنها نسبت به عوامل محیطی مثل دما، تغییر ولتاژ منبع تغذیه، و تأثیر پذیری از سیگنال های مزاحم (نویز) کمتر است.

---

[1] Shackley
[2] Stanford
[3] Chip
[4] Integrated Circuits (IC)
[5] Small Scale Integration
[6] Medium Scale Integration
[7] Large Scale Integration
[8] Very Large Scale Integration

در دنیای واقعی کمیت ها از نوع آنالوگ اند. مثلاً دمای محیط به صورت آنالوگ تغییر می کند. برای ذخیره سازی، پردازش و انتقال کمیت های آنالوگ توسط سیستم دیجیتال نیاز به تبدیل این کمیت ها از آنالوگ به دیجیتال است که توسط یک مدار الکترونیکی بنام مبدل آنالوگ به دیجیتال(A/D)[1] انجام می گیرد و یک عدد چند رقمی متناسب با اندازه کمیت را به آن تخصیص می دهد. در سیستم های کنترلی مثلاً تنظیم مکان عدسی در دوربین دیجیتال لازم است که کمیت دیجیتال از عدد به یک سیگنال آنالوگ مثل ولتاژ تبدیل گردد که این کار نیز توسط یک مدار الکترونیکی بنام مبدل دیجیتال به آنالوگ (D/A)[2] انجام می شود.

پردازش سیگنال دیجیتال توسط مدار های دیجیتال انجام می گیرد که این مدارها با اعداد (ارقام) سروکار دارند و یک (یا چند) عدد ورودی را پردازش کرده و عدد (اعداد) دیگری در خروجی تولید می کنند.

کوچکترین جزء یک مدار دیجیتال گیت (دروازه) نام دارد که خود یک مدار الکترونیکی شامل تعدادی ترانزیستور، مقاومت و دیود است. این مدارها کیفیت مطلوبی برای پردازش سیگنال های یک رقمی دو حالته (0 و1) از خود نشان می دهند. یعنی برای پردازش سیگنال های باینری[3] کاملاً مناسب اند. یک سیگنال دیجیتالِ باینریِ یک رقمی را یک بیت[4] می نامند که میتواند 0 یا 1 باشد و لذا فقط یکی از دو مقدار را می تواند اختیار کند. برای سیگنال های با حجم بیشتر اطلاعات، باید از چندین بیت استفاده شود. مثلاً خروجی یک مبدل A/D با دقت 10 بیت یک سیگنال 10 بیتی است که از 000..00 تا 111..11 تغییر می کند، یعنی ۱۰۲۴ مقدار مختلف را در برمی گیرد.

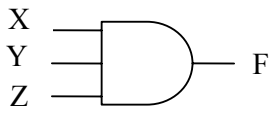
[1] Analog to Digital Converter (A/D)
[2] Digital to Analog Converter (D/A)
[3] Binary = دودویی
[4] Binary digit (Bit) = رقم دودویی

۶-۲ گیت ها

گیت ها کوچکترین جزء مدار های منطقی(دیجیتال) هستند. یک گیت دارای یک یا چند ورودی (یک بیتی) و یک خروجی (یک بیتی) است که تابعی تعریف شده از ورودیها را تحقق می بخشد. مثلاً یک گیت AND سه ورودی دارای سه ورودی X و Y و Z و خروجی F است. عملکرد هر گیت توسط جدول صحت آن مشخص می شود. در شکل ۶-۱ (الف) و (ب)، نماد و جدول صحت برای یک گیت AND سه ورودی نشان داده شده اند. با توجه به جدول صحت، خروجی وقتی 1 است که همه ورودی ها 1 باشند وگرنه 0 می باشد

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

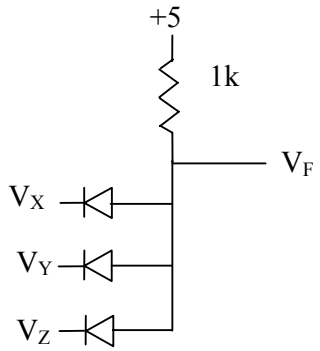
(ب)



(الف)

شکل ۶-۱ گیت AND سه ورودی. الف) نماد، ب) جدول صحت

گیت توسط مدار الکترونیکی ساخته می شود و لازم است که ارقام 0 و 1 به کمیات الکتریکی نسبت داده شوند مثلاً رقم 0 را می توان به ولتاژ حدود صفر و رقم 1 را به ولتاژ حدود ۵ ولت نسبت داد. مدار زیر به صورت گیت AND سه ورودی عمل می کند.



(ولـ

V_X	V_Y	V_Z	V_F
0	0	0	0
0	0	5	0
0	5	0	0
0	5	5	0
5	0	0	0
5	0	5	0
5	5	0	0
5	5	5	5

شکل ۶-۲ یک مدار الکترونیکی برای گیت AND سه ورودی

دیگر گیت ها عبارتند از: XOR, NOR, NAND, NOT, OR

گیت OR (سه ورودی) دارای نماد است. خروجی آن در صورتیکه همه ورودی ها 0 باشند 0 است و در غیر آنصورت 1 است.

گیت NOT دارای نم است. خروجی آن در صورتی 1 است که ورودی آن 0 باشد (و لذا اگر ورودی 1 باشد خروجی 0 است.

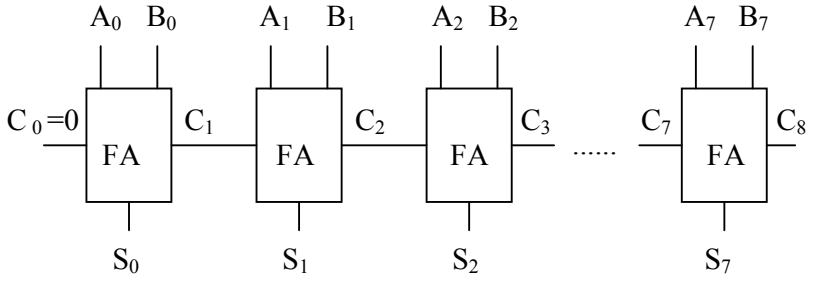
گیت NAND (سه ورودی) با نماد معادل دو عمل AND و NOT است. خروجی آن در صورتی 0 است که همه ورودی ها 1 باشند و در غیر آنصورت 1 است.

گیت NOR (سه ورودی) با نماد معادل دو عمل OR و NOT است و خروجی آن در صورتی 1 است که همه ورودی ها 0 باشند و در غیر آنصورت 0 است.

گیت XOR دارای نما است. خروجی آن در صورتیکه ورودی ها یکسان باشند (هردو 0 یا هردو 1) 0 است و در غیر آنصورت 1 است.

۶-۳ مدار های دیجیتال پایه

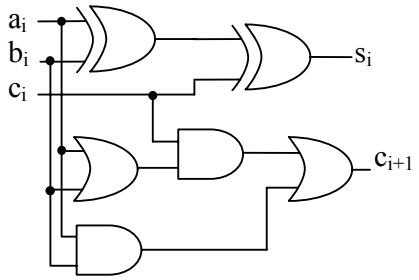
در سیستم های دیجیتال برای پردازش سیگنال ها به مدار های پایه ای جمع، تفریق، مقایسه گر، رمز کننده (دکودر)، رمز گشا (انکودر)، ترکیب کننده (مالتی پلکسر)، جدا کننده (دی مالتی پلکسر) و ... نیاز است. مثلاً برای جمع دو مقدار دیجیتال ۸ بیتی از ۸ عدد مدار جمع کننده کامل یک بیتی (FA)[1] به صورت شکل ۶-۳ استفاده می گردد. واحد جمع کننده کامل (FA) دارای سه ورودی a_i، b_i و c_i (دو بیت مرحله i که با یکدیگر جمع می شوند و همچنین رقم دو بر یک (کری)[2] که از جمع مرحله قبل به این مرحله وارد می شود) و دو خروجی s_i و c_{i+1} است. مدار FA در شکل ۶- ۴ نشان داده شده است.



$A=A_7A_6A_5A_4A_3A_2A_1A_0$
$B=B_7B_6B_5B_4B_3B_2B_1B_0$
$S=A+B=S_7S_6S_5S_4S_3S_2S_1S_0$
C_i=دو بر یک از مرحله قبل

شکل ۶-۳ یک جمع کننده ۸ بیتی

[1] Full Adder
[2] Carry



شکل ۶-۴ مدار جمع کننده کامل

مثال عددی:

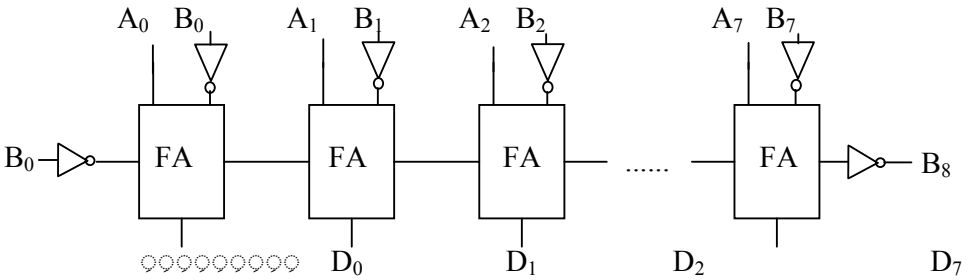
C_i=111110000 کری ها

A= 10101101

B= 01011010

S= 00000111

با اندکی تغییر می توان مدار تفریق کننده نیز درست کرد (شکل ۶-۵)



$A=A_7A_6A_5A_4A_3A_2A_1A_0$
$B=B_7B_6B_5B_4B_3B_2B_1B_0$
$D=A-B=D_7D_6D_5D_4D_3D_2D_1D_0$
B_0= 0 بارو ورودی

B_8= بارو خروجی

شکل ۶-۵ تفریق کننده ۸ بیتی

مثال عددی:

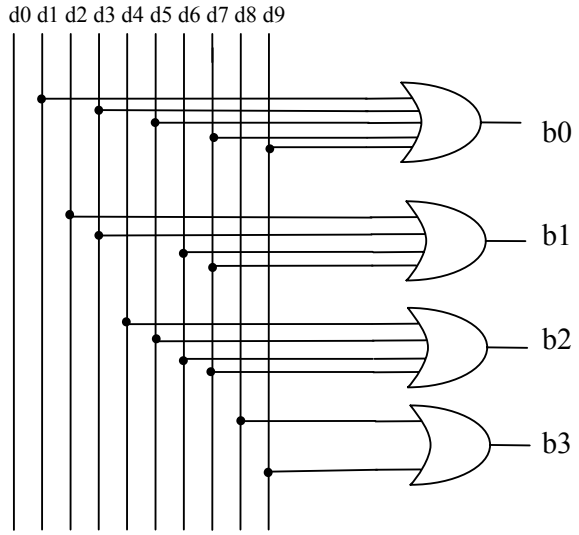
B_i=000111100 بارو ها

A= 11100101

B= 10001111

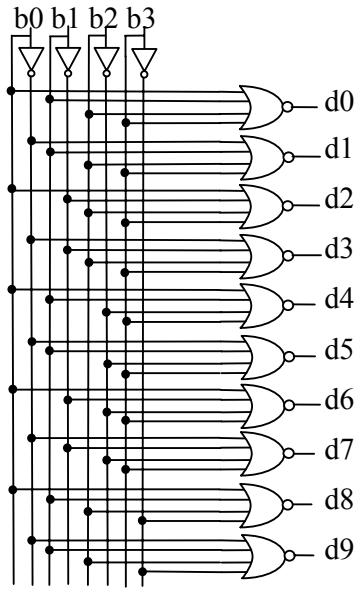
D= 01010110

در یک ماشین حساب اعداد از طریق صفحه کلید رقم به رقم وارد شده و در حافظه آن قرار می گیرند سپس عدد از مبنای ۱۰ به مبنای ۲ تبدیل شده و عدد دودویی معادل بدست می آید که مدار های منطقی مثل جمع کننده فقط اعداد باینری را می توانند پردازش کنند. لذا به مدارهای مبدل از مبنای ۱۰ به ۲ و بالعکس نیاز است. چنین مدارهایی دکودر (یا انکودر) نام دارند. مدار شکل ۶-۶ یک انکودر است که ورودی های ۰ تا ۹ (d_0 تا d_9) را به عدد باینری ۴ بیتی معادل ($b_3b_2b_1b_0$) تبدیل می کند.



شکل ۶-۶ انکودر دسیمال به باینری

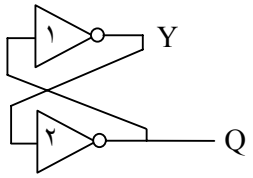
در شکل ۶-۷ دکودر باینری به دسیمال نمایش داده شده است (عمل برعکس)



شکل ۶-۷ دکودر باینری به دسیمال

۶-۴ مدار های حافظه دار

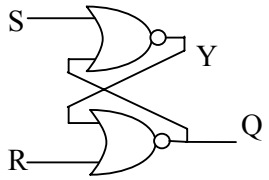
برای حفظ اطلاعات مثلاً ارقام ورودی به ماشین حساب به عنصر حافظه نیاز است. ساده ترین مداری که می توان با گیت ها ساخت و خاصیت حفظ اطلاعات دیجیتال (داده 0 یا 1) را دارد لچ نام دارد. شکل ۶-۸ لچ ساخته شده توسط گیت های NOT را نشان می دهد.



شکل ۶-۸ لچ

با تحلیل مدار لچ به سادگی ملاحظه می شود که اگر Y=1، درآنصورت Q=0 و مدار در تعادل خواهد بود (تغییری به خودی خود صورت نخواهد گرفت) و در این حالت مدار داده 0 را ذخیره کرده است.

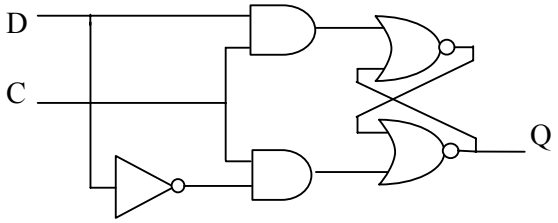
با تحریک مدار، مثلاً اعمال یک پالس به ورودی گیت ۱ و رساندن ولتاژ آن از حدود صفر ولت به ۵ ولت لاجیک ورودی گیت ۱ تغییر کرده و Y نیز تغییر خواهد کرد و از 1 به 0 خواهد رفت که آن نیز باعث تغییر Q از 0 به 1 خواهد شد. حالا دوباره مدار در حالت تعادل قرار گرفته و Q=1 باقی میماند. مدار لچ را مدار بیستابل (دارای دو حالت پایدار)[1] می نامند. مدار شکل ۶-۹ لچ NOR نام دارد. ورودیهای S و R ورودیهای کنترل هستند.



شکل ۶-۹ لچ NOR

لچ NOR با اعمال ورودیهای کنترل S=R=0 به مدار بی استابل تبدیل می شود. برای تغییر حالت مدار کافی است که مثلاً S را 1 کرده و سپس به 0 برگردانیم که درآنصورت Q=1 شده و باقی میماند. و اگر R را 1 کرده و به 0 برگردانیم Q=0 شده و باقی میماند (حافظه).

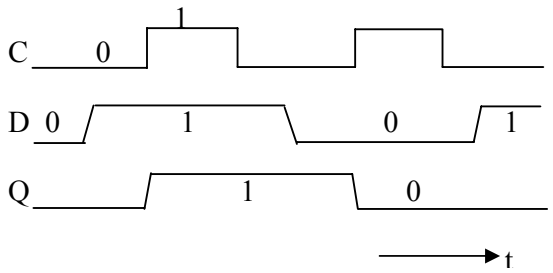
از لچ NOR در ساخت فلیپ فلاپ استفاده میگردد که عنصر حافظه با ویژگی کنترل زمان تغییر حالت توسط ورودی کلاک(C) است. شکل ۶-۱۰ یک فلیپ فلاپ نوع D را نشان می دهد.



شکل ۶-۱۰ فلیپ فلاپ نوع D

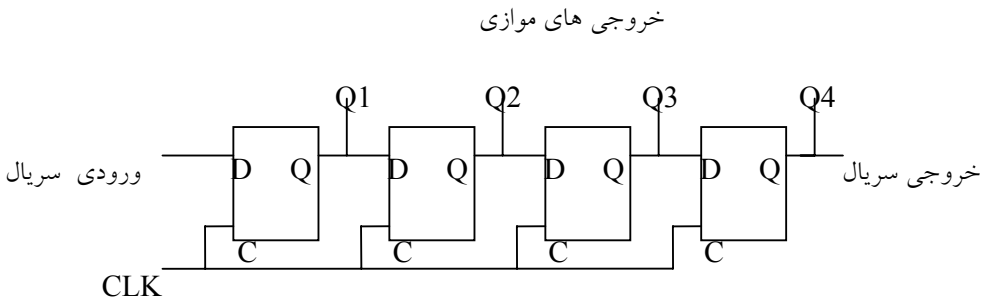
[1] Bistable

برای ذخیره داده یک بیتی باید C=1 شود سپس مقدار داده یعنی D هرچه باشد (0 یا 1) وارد فلیپ فلاپ شده و Q=D می گردد که با تغییر C از 1 به 0 دیگر تغییر D روی Q اثری نداشته و Q ثابت می ماند. برای ذخیره داده جدید باید مراحل فوق تکرار گردند. نمودار زمانی مراحل ذخیره داده در شکل ۶-۱۱ نمایش داده شده است.



شکل ۶-۱۱ دیاگرام زمانی فلیپ فلاپ D

از فلیپ فلاپ در مدار های بزرگتری مثل شیفت رجیستر[1] یا ثبات انتقالی و شمارنده که خود پایه هستند استفاده می گردد. شیفت رجیستر از تعدادی فلیپ فلاپ تشکیل شده است که بهم متصل بوده و با هر پالس کلاک[2] (CLK) داده ذخیره شده در یک فلیپ فلاپ به فلیپ فلاپ بعدی منتقل می شود.

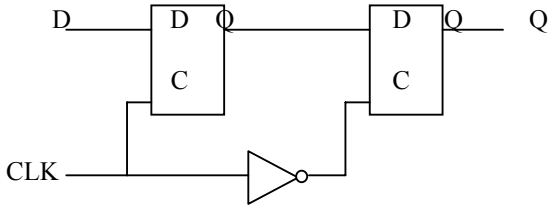


شکل ۶-۱۲ شیفت رجیستر ۴ بیتی

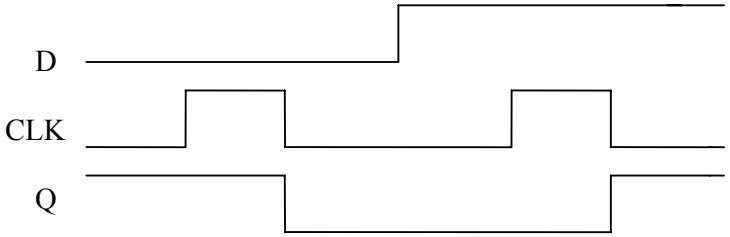
[1] Shift Register
[2] Clock

برای عملکرد صحیح لازم است که عرض پالس کلاک به اندازه کافی کوچک باشد تا Q ی فلیپ فلاپ ها با هر پالس کلاک فقط یکبار شیفت یابند.

اگر بخواهیم که عرض پالس کلاک محدودیتی نداشته باشد مجبوریم که از فلیپ فلاپ حساس به لبه[1] (پالس کلاک) استفاده کنیم. شکل ۶-۱۳ فلیپ فلاپ نوع D حساس به لبه را نشان می دهد. نمودار زمانی فلیپ فلاپ در شکل ۶-۱۴ نمایش داده شده است.



شکل ۶-۱۳ فلیپ فلاپ D حساس به لبه



شکل ۶-۱۴ نمودار زمانی DFF

فلیپ فلاپ های شیفت رجیستر می توانند به داده مثلاً ۴ بیتی بار گذاری شده و سپس با دادن پالس به ورودی کلاک یک بیت به راست (یا چپ برای مدار دیگر) شیفت داده شوند. با این عمل می توان عدد ذخیره شده در فلیپ فلاپ های شیفت رجیستر را به ۲ تقسیم و یا در ۲ ضرب کرد.

مثال:

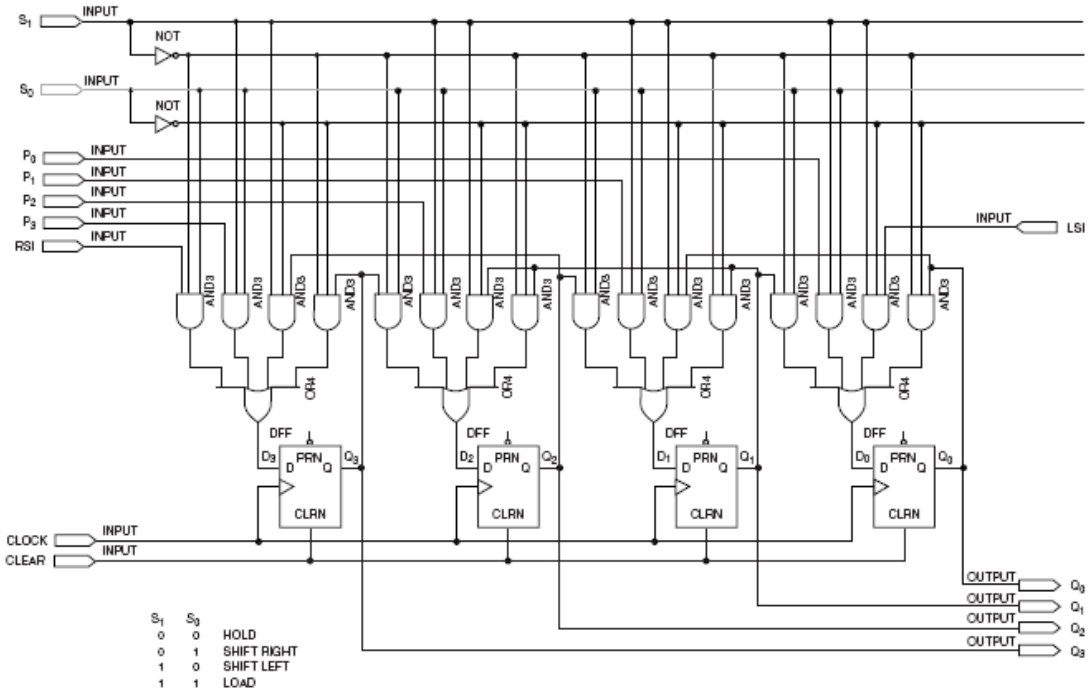
محتوای شیفت رجیستر= 0110 (6)

[1] Edge Triggered Flip Flop

یک بیت شیفت به راست با ورودی سریال 0 ← 0011 = 3 دسیمال (6÷2=3)

یک بیت شیفت به چپ با ورودی سریال 0 ← 1100 = 12 دسیمال (6×2=12)

مدار یک شیفت رجیستر ۴ بیتی با قابلیت بار گذاری و شیفت به چپ و راست را در شکل ۶-۱۵ ملاحظه می کنید.

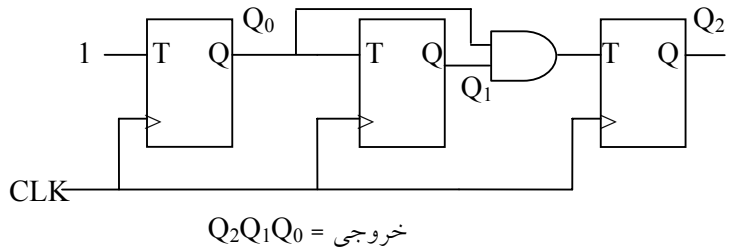


شکل ۶-۱۵ شیفت رجیستر یونیورسال

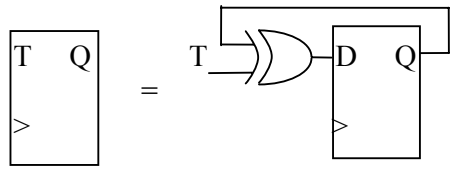
شمارنده:

شمارنده مداری است که قابلیت شمارش تعداد پالس های اعمالی به ورودی کلاک مدار را دارد و عدد شمارش شده به صورت یک عدد باینری در خروجی ظاهر می شود. مثلاً در یک شمارنده ۳ بیتی در خروجی اش اعداد 000 تا 111 را قرار می دهد و مثلاً اگر ابتدا خروجی 000 باشد بعد از دریافت یک پالس کلاک به 001 تغییر کرده و پس از هفت پالس به 111 میرسد و با پالس هشتم به 000 بر

می‌گردد و ریست[1] می‌شود تا با پالس بعدی دوباره 001 شود پس در کل قابلیت شمارش ۸ پالس را دارد. در شمارنده n بیتی می توان 2^n پالس را شمارش کرد. مدار شکل ۶-۱۶ یک شمارنده ۳ بیتی است که از سه عدد فلیپ فلاپ نوع T تشکیل شده است. T فلیپ فلاپ نوعی فلیپ فلاپ است که هرگاه T=1، با پالس کلاک ورودی محتوای فلیپ فلاپ تغییر می کند. این فلیپ فلاپ را می توان با فلیپ فلاپ D و یک گیت ساخت که در شکل ۶-۱۷ نشان داده شده است.



شکل ۶-۱۶ شمارنده ۳ بیتی



شکل ۶-۱۷ تحقق TFF توسط DFF و گیت

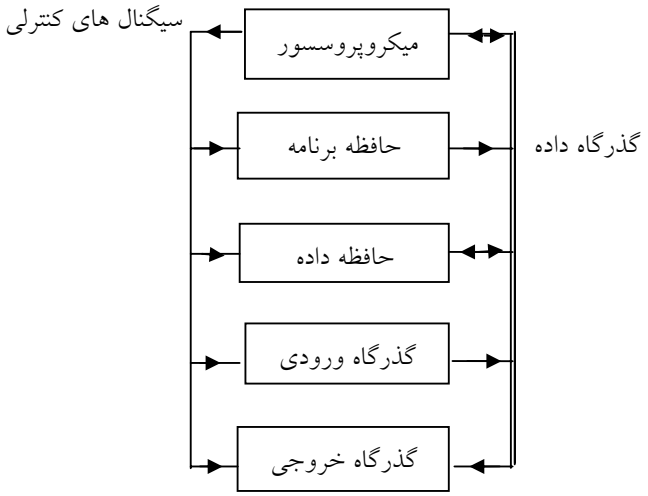
۶-۵ آشنایی با سیستم های دیجیتال- سیستم میکروپروسسوری

در یک سیستم میکروپروسسوری که کاربرد زیادی در صنعت پیدا کرده است از یک واحد پردازنده بنام میکروپروسسور استفاده می‌گردد. وظیفه این پردازنده اجرای دستوراتی است که در حافظه‌اش به

[1] Reset به معني بازگشت به حالت نخست است.

صورت کد[1] ذخیره شده‌اند. دستورات یکی یکی از حافظه فرا خوانده شده و پس از کد گشایی اعمال مربوطه روی ورودی فعلی سیستم و مقادیری که در زمان های گذشته در حافظه ذخیره شده اند انجام می گیرد. اعمالی مثل جمع، تفریق، شیفت به چپ یا راست، AND، OR، XOR، NOT و غیره. نتیجه یا در خروجی سیستم قرار داده می شود و یا در حافظه داده ذخیره می گردد. مثلاً در کنترل دما لازم می‌شود که میانگین مقادیر دما در زمان های گذشته محاسبه شود (یک عمل محاسباتی) و اگر از حدی بزرگتر بود یک کلید بسته شود (یک عمل منطقی) که این اعمال توسط میکروپروسسور کنترل و اجرا می‌گردند.

سیستم میکروپروسسوری از واحد پردازنده (میکروپروسسور)، حافظه برنامه، حافظه داده و گذرگاه[2] های ورودی و خروجی تشکیل می‌گردد که از طریق گذرگاه داده[3] با هم در ارتباط‌اند. ورودی و خروجی سیستم از طریق گذرگاه‌های ورودی و خروجی وارد و خارج می‌شوند و این عملیات توسط میکروپروسسور کنترل می‌گردد، که در شکل ۶-۱۸ نمایش داده شده است.



شکل ۶-۱۸ ساختار سیستم میکروپروسسوری

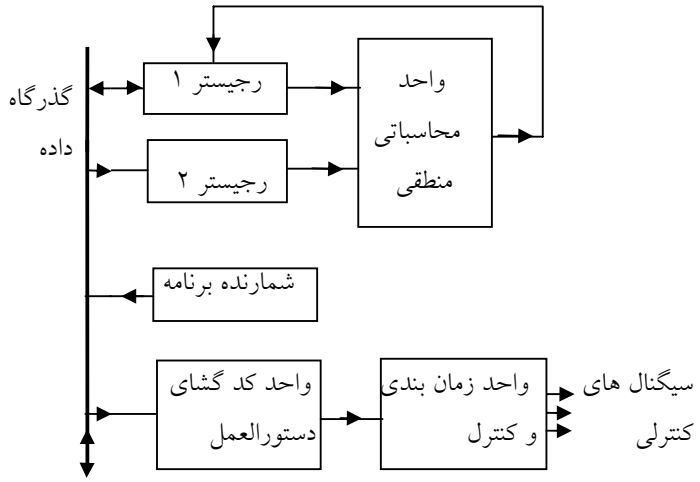
[1] Code
[2] Port
[3] Data Bus

میکروپروسسور شامل حداقل دو رجیستر (فلیپ فلاپ های با کلاک مشترک برای ذخیره موقت داده ها) است. اعمال محاسباتی و منطقی روی محتوای این دو رجیستر صورت می گیرند. همچنین، میکروپروسسور شامل واحد محاسباتی و منطقی است که وظیفه انجام عملیات محاسباتی (جمع، تفریق، شیفت و ...) و اعمال منطقی (AND, OR, NOT و ...) را به عهده دارد. علاوه بر آنها، میکروپروسسور شامل یک شمارنده است که مکان دستورالعمل های واقع در حافظه را تعیین می کند و پس از اجرای یک دستورالعمل به دستورالعمل بعدی اشاره دارد بنام شمارنده برنامه (PC)[1].

اجرای دستورات نیاز به زمان بندی صحیح دارد و سیگنال های کنترلی باید در موقع مناسب اعمال شوند که تولید زمان بندی و سیگنال های کنترلی به عهده واحد کنترل میکروپروسسور می باشد.

هر دستورالعمل دارای کد خاصی است که واحد کد گشای دستورالعمل با توجه به آن دستورات لازم جهت اجرای مراحل مختلف عملیاتی که منجر به اجرای دستورالعمل می شوند را صادر می کند.

ساختار یک میکروپروسسور در شکل ۶-۱۹ نشان داده شده است.



شکل ۶-۱۹ ساختار داخلی میکروپروسسور

[1] Program Counter (PC)

میکروپروسسور به همراه حافظه ها و پورت های ورودی و خروجی را روی یک تراشه (چیپ[1]) قرار داده اند که به میکروکنترلر مشهور اند، مثلاً آی سی 89C51 دارای ۴ پورت ورودی- خروجی (I/O)[2] ۸ بیتی است یعنی ۳۲ پایه آن را می توان به صورت ورودی یا خروجی استفاده نمود. پردازش روی داده ۸ بیتی یا تک بیتی می تواند انجام گیرد. دارای ۲۵۵ دستورالعمل مختلف است. دستورالعمل ها شامل انواع محاسباتی، منطقی، پرش شرطی یا بدون شرط (از یک مکان در حافظه برنامه به مکان دیگر)، انتقال داده از یک رجیستر به رجیستر دیگر یا حافظه، و دستورات کنترلی میباشند.

مثلاً در برنامه زیر که شامل سه دستورالعمل ۸ بیتی است ابتدا داده ورودی از پورت ۱ میکروکنترلر (P1) به رجیستر اکومولاتور (A) منتقل شده، دوران یافته (RL A) و سپس به پورت ۲ (P2) میکروکنترلر انتقال می یابد.

```
START:    MOV A,P1
          RL  A
          MOV P2,A
```

دستورالعمل ها نسبتاً ساده اند. ولی، با ترکیب آنها می توان اعمال پیچیده ای را انجام داد.

89C51 حاوی حافظه های برنامه و داده در درون خود است که کلاً به صورت مدار مجتمع روی چیپ قرار دارند.

حافظه داده آن ۱۲۸ بایت (رجیسترهای ۸ بیتی) است. حافظه برنامه آن 4K (4×2^{10}=۴۰۹۶ بایت) است که قابل برنامه ریزی است. برنامه ریزی یعنی قرار دادن کد دستورالعمل های برنامه در حافظه. کدها به صورت ۸ بیتی میباشند. مثلاً کد دستورالعمل MOV A,P1 به صورت 11100101 است. برنامه ریزی حافظه برنامه میکروکنترلر 89C51 بوسیله دستگاه پروگرامر و کامپیوتر انجام میگیرد. کاربر ابتدا

[1] Chip
[2] Input/ Output (I/O)

توسط نرم افزار مخصوص برنامه خود را که به صورت اختصاری (مثل MOV A,P1) نوشته شده است توسط برنامه مفسر[1] به کدهای مربوطه تبدیل می کند و سپس به دستگاه پروگرامر می دهد. نهایتاً با قرار دادن آی سی میکروکنترلر در روی سوکت دستگاه پروگرامر کدهای برنامه در حافظه آن قرار میگیرند. حال، با ریست کردن میکروکنترلر، برنامه آن اجرا خواهد شد. لازم به ذکر است که سیستم میکروپروسسوری مثل میکروکنترلر 89C51 خود یک کامپیوتر ساده است و در واقع یک میکروکامپیوتر است. کامپیوتر علاوه بر ساختار ذکر شده برای سیستم میکروپروسسوری دارای ابزار هایی برای ذخیره و بازیابی برنامه و داده در حجم بالاست (فلاپی، هارد دیسک، CDROM و..). همچنین برای وارد کردن داده از صفحه کلید[2] یا موشواره (ماوس[3]) استفاده میکند و برای مشاهده داده خروجی از مانیتور[4] و یا چاپگر استفاده میگردد. در دستگاه های صنعتی، خانگی، بیمارستانی، مخابراتی و .. از کامپیوترهای خاص که همان سیستمهای میکروپروسسوری هستند استفاده میگردد و نه کامپیوترهای همه منظوره که حجم بزرگی دارند و از نظر سرعت و قیمت بهینه نیستند.

[1] Assembler
[2] Keyboard
[3] Mouse
[4] Monitor

فصل ۷: منابع، تبدیل و سیستم‌های انرژی

۷-۱ انرژی و چشم‌انداز آن

جمعیت جهان در سال ۲۰۳۰ از میزان فعلی حدود ۶ بیلیون نفر به ۸/۲ بیلیون نفر افزایش خواهد یافت. این در حالیست که حدود یک سوم جمعیت دسترسی به الکتریسیته نداشته و یک سوم دیگر تنها از دسترسی محدودی برخوردارند. چنانچه میزان مصرف سرانه انرژی در کشورهای در حال توسعه و توسعه‌یافته یک اندازه فرض شود آنگاه پیش‌بینی می‌شود که تقاضای انرژی در سال ۲۰۵۰ به هشت برابر میزان فعلی افزایش خواهد یافت. در سال ۲۰۳۰ قریب ۷۰٪ از کل تقاضای انرژی جهان از جانب کشورهای در حال توسعه خواهد بود. بنابراین میزان مبادله‌ی انرژی (تولید، تقاضا، عرضه، و انتقال) به حد قابل توجهی رشد خواهد داشت.

لذا در سال ۲۰۳۰ می‌توان انتظار داشت که هنوز بیش از ۱/۴ بیلیون نفر از دسترسی به الکتریسیته محروم باشند. همانطور که نشان خواهیم داد احتمالاً گاز طبیعی به سرعت جایگزین سایر منابع انرژی خواهد

گردید ولی از سوی دیگر رشد مصرف گاز طبیعی با توسعه در سایر فن‌آوریهای انرژی محدود خواهد گردید. میزان گسیل آلاینده‌ها و گاز گلخانه‌ای با سرعت افزایش یافته و بنابراین می‌توان چنین نتیجه گرفت که پایداری و امنیت کشورها در آینده‌ای نزدیک اصولاً به توانایی آنها در تولید انرژی پاکیزه و مطمئن به میزان کافی است.

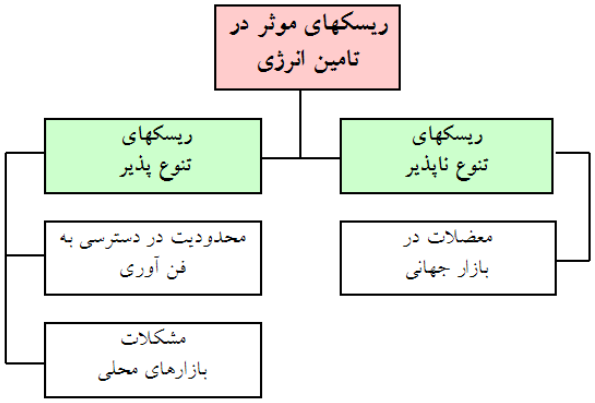
در اینجا ما *امنیت* را بطور نسبی امکان بقا و اجتناب از مخاطرات را توام با حفظ ارزش‌های پایه تعریف می‌کنیم. پس بر مبنای این تعریف امنیت نگرانی اساسی تمام کشورها از جنبه‌های نظامی و غیر نظامی است. جنبه‌های غیر نظامی را می‌توان به دسته‌های مختلف شامل تولید انرژی، و مسایل اقتصادی و زیست‌محیطی تقسیم نمود.

امنیت در تولید انرژی مشابه امنیت مفهوم گسترده و عمیقی را می‌پوشاند. کشورهای با وابستگی عمده به منابع محدود انرژی و واردات آن نسبت به مخاطرات آسیب‌پذیرترند. ناپایداری در عرضه و تقاضای انرژی، و یا محدودیت‌های فن‌آوری و جغرافیایی می‌تواند به گسیختگی در بازار انرژی منتهی گردد. از سویی کشورهای واردکننده‌ی انرژی معمولاً با آشوب‌های سیاسی مواجه نمی‌شوند، ولی در عوض با گسیختگی‌های بازار تهدید می‌گردند. این نکته حایز اهمیت می‌گردد اگر توجه کنیم که عمده‌ی کشورهای واردکننده‌ی انرژی همان کشورهای توسعه‌یافته هستند. اما از سوی دیگر کشورهای در حال توسعه با سه نوع عمده از گسیختگی‌ها مواجهند:

الف. گسیختگی در نتیجه‌ی بحران‌های سیاسی: بدلیل مشکلات یا محدودیت‌های کشورهای صادر کننده، مشکلات سیاسی داخلی (آشوب داخلی، ناآرامی‌های پس از جنگ، غیره)، مسایل برون‌مرزی، تصمیمات گروهی اتحادیه‌ها (مثلاً اتخاذ سیاست‌های سخت‌گیرانه‌ی زیست‌محیطی یا اقتصادی، اعمال تعرفه‌های جدید)

ب. گسیختگی در بازارها: مثلاً در نتیجه‌ی اعمال تحریم یا محدودیت‌های سرمایه‌گذاری

پ. گسیختگی در اثر حوادث: بلایای طبیعی، که در آن انسان‌ها نقش ندارند



شکل ۷-۱ ریسک‌های موثر در تامین انرژی

در نمودار ۷-۱ عوامل موثر بر تامین انرژی نمایش داده شده‌اند. همانطور که پیداست ریسک‌ها یا مخاطرات را به دو دسته‌ی کلی تنوع‌پذیر و تنوع‌ناپذیر می‌توان دسته‌بندی نمود. ریسک‌های تنوع‌ناپذیر شامل آن دسته نوسانات در بازار جهانی است که تعداد گسترده‌ای از تولیدکنندگان و مصرف‌کنندگان را در بر می‌گیرد. اما ریسک‌های تنوع‌پذیر شامل آن دسته ریسک‌هایی است که یک کشور با اتخاذ سیاست‌ها و برنامه‌ریزی‌های مناسب در مقابل آن قادر به افزایش ضریب امنیت و پایداری باشد.

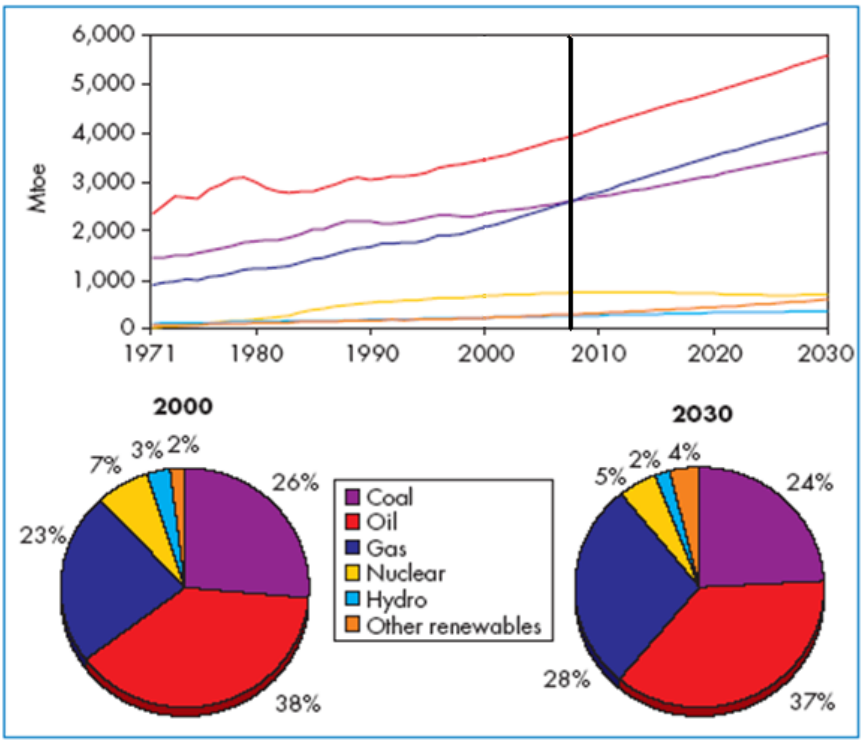
۷-۲ تنوع و امنیت

بر مبنای گزارشات آژانس بین‌المللی انرژی[1] در صورت تداوم روند فعلی شکل بازار عرضه و تقاضای انرژی در سال ۲۰۳۰ سوخت‌های فسیلی قریب به ۸۹٪ انرژی جهان را تولید خواهند کرد. اما این میزان در حقیقت ۲٪ بیشتر از رقم فعلی است که از منابع عمده‌ی زیر تامین می‌گردد:

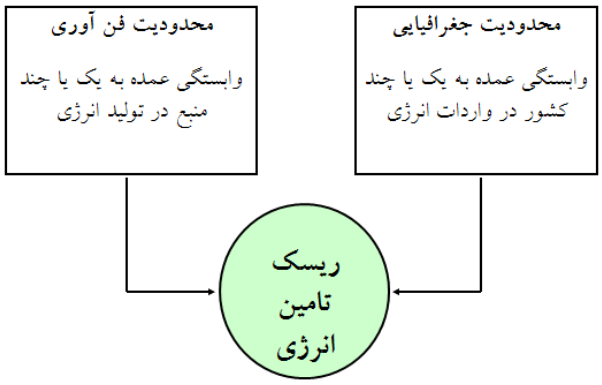
[1] International Energy Agency (IEA)

- نفت
- زغال‌سنگ
- گاز طبیعی
- انرژی هسته‌ای
- انرژی برق-آبی
- سایر انواع انرژی و منابع تجدیدپذیر (باد، موج، زمین‌گرمایی، آفتاب، بیوماس)

در شکل ۷-۲ انواع منابع تامین انرژی به تفکیک سهم هر یک در گذشته و حال ارایه گردیده است. همچنین از برون‌یابی منحنی‌های مربوط به اطلاعات سالهای گذشته امکان پیش‌بینی جهت‌گیری آینده در تامین انرژی دیده می‌شود.



شکل ۷-۲ منابع تولید انرژی در سی سال گذشته و آینده



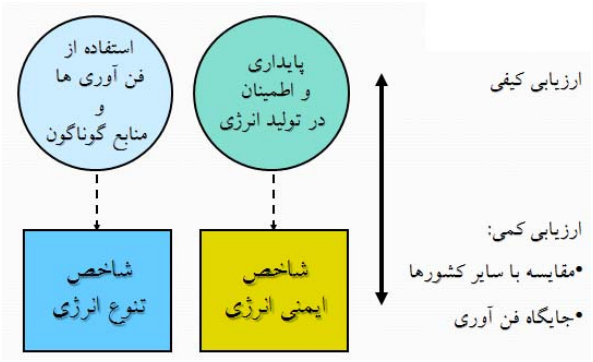
شکل ۷-۳ محدودیت‌های جغرافیایی و فن‌آوری در تامین انرژی

از نقطه نظر امنیت تامین انرژی مخاطرات و ریسک‌های موجود را به دو دسته همانند شکل ۷-۳ می‌توان تقسیم کرد: محدودیت جغرافیایی و فن‌آوری. هر گاه کشوری بیش از حد به کشوری دیگر یا کشورهایی در واردات منابع انرژی وابسته باشد، این محدودیت جغرافیایی می‌تواند در صورت ایجاد بحران در منطقه یا در روابط سیاسی به مانعی بزرگ در راه تامین انرژی تبدیل گردد. از این نظر غالب کشورهای دنیا برای تامین نفت و گاز خود به خاورمیانه وابستگی انکارناپذیری دارند. در طول دهه‌های گذشته شاهد آن بوده‌ایم که چگونه تشنجات کوچک در این منطقه موجب ایجاد تورم ناگهانی در قیمت عرضه‌ی انرژی گشته است.

اما برای کشورهای در حال توسعه، مخصوصاً در خاور میانه، وضعیت به گونه‌ی دیگری است. در این کشورها مانع اصلی در دستیابی به انرژی نه محدودیت جغرافیایی و بلکه عقب‌ماندگی نسبی در فن‌آوری و صنایع پیشرفته‌ی تولید انرژی است. مثلاً ایران با وجود برخورداری از ذخایر عظیم نفت و گاز هنوز بخش معتنابهی از سوخت بنزین خود را از کشورهای دیگر وارد می‌کند. بدیهی است که وجود این گونه محدودیت‌ها کشورها را نسبت به تامین انرژی و در نتیجه ثبات و امنیت داخلی متزلزل و آسیب‌پذیر می‌نماید. بدین منظور برخورداری از فن‌آوری‌های گوناگون ضروری و اجتناب ناپذیر است.

برای آنکه نشان دهیم می‌توان این بحث را بر مبنای محاسبات کمی نیز استوار کرد به ارایه‌ی دو شاخص تولید انرژی می‌پردازیم که در شکل ۷-۴ نمایش داده شده‌اند:

- شاخص تنوع انرژی : سنجه‌ای کمّی برای بیان میزان استفاده از فن‌آوری‌ها و منابع گوناگون است.
- شاخص امنیت انرژی: سنجه‌ای کمّی برای بیان کیفیت پایداری و اطمینان در تولید انرژی است.



شکل ۷-۴ رابطه‌ی شاخص‌های تولید انرژی با مفاهیم کیفی

برای مطالعه‌ی چگونگی عرضه‌ی انرژی در جهان جدول ۷-۱ ارایه شده است که میزان تامین اولیه انرژی را در ده کشور منتخب دنیا نمایش می‌دهد. از حیث برخورداری از تنوع در دسترسی به منابع و فن‌آوری‌های گوناگون انرژی نیز جدول ۷-۲ تنظیم و ارایه گردیده است که نشان می‌دهد هر نوع انرژی چه کسری از انرژی کشورها را فراهم می‌کند. حال با تعریف شاخص تنوع انرژی به صورت:

$$d = N\sum_{i=1}^{N}\left|\frac{x_i}{100}-\frac{1}{N}\right| \qquad (۱-۷)$$

که در آن N تعداد منابع انرژی و x_i درصد سهم انرژی نوع iام در منابع انرژی کشور مربوطه است، پس از محاسبه جدول ۳ بدست خواهد آمد. بدیهی است هر چه d کوچکتر باشد تنوع بیشتر است (چرا؟).

جدول ۷-۱ عرضه انرژی در کشورهای منتخب دنیا (معادل میلیون بشکه‌ی نفت خام)

کشور	۲۰۰۲	۲۰۰۱	۲۰۰۰	۱۹۹۹
ایالات متحده	۲۲۹۰/۴	۲۲۵۳/۹	۲۳۰۲/۶	۲۲۴۲/۳
ژاپن	۵۱۶/۹	۵۱۷	۵۲۱/۶	۵۱۶/۴
فرانسه	۲۶۵/۹	۲۶۶/۴	۲۵۷/۶	۲۵۵/۱
کانادا	۳۵۰/۰	۲۴۸/۲	۳۵۰/۹	۲۴۴/۴
کره جنوبی	۲۰۳/۵	۱۹۳/۹	۱۹۰/۹	۱۷۸/۵
هند	۵۳۸/۳	۵۲۴/۲	۵۲۳/۶	۵۰۲/۱
ایران	۱۴۳	۱۳۴/۵	۱۲۵/۰	۱۲۱/۷
اندونزی	۱۵۶/۱	۱۴۹/۶	۱۴۶/۱	۱۴۰/۶
عربستان سعودی	۱۲۶/۴	۱۱۹/۷	۱۰۵/۳	۹۰/۱
ترکیه	۷۵/۴	۷۱/۶	۷۷/۵	۷۱/۰
کل جهان	۱۰۳۷۶/۴	۱۰۱۵۰/۱	۹۹۶۳/۵	۹۷۱۱/۶

جدول ۷-۲ سهم منابع گوناگون انرژی در تامین انرژی کشورهای منتخب دنیا

کشور	نفت	گاز طبیعی	زغال‌سنگ	هسته‌ای	برق-آبی
ایالات متحده	٪۳۹/۷	٪۲۶/۶	٪۲۴/۹	٪۷/۹	٪۲/۶
ژاپن	٪۴۹/۲	٪۱۳/۶	٪۲۲/۲	٪۱۰/۳	٪۴/۵
فرانسه	٪۳۶/۱	٪۱۵/۱	٪۴/۷	٪۳۸/۳	٪۵/۶
کانادا	٪۳۳/۰	٪۲۷/۰	٪۱۰/۶	٪۵/۷	٪۲۳/۵
کره جنوبی	٪۴۹/۸	٪۱۱/۴	٪۲۴/۱	٪۱۳/۸	٪۰/۷
هند	٪۳۲/۸	٪۷/۸	٪۵۳/۶	٪۱/۱	٪۴/۵
ایران	٪۴۱/۸	٪۵۶/۰	٪۰/۵	ــــ	٪۱/۵
اندونزی	٪۵۰/۳	٪۲۹/۹	٪۱۷/۶	ــــ	٪۲/۱
عربستان سعودی	٪۵۴/۹	٪۴۵/۱	ــــ	ــــ	ــــ
ترکیه	٪۴۲/۹	٪۲۵/۴	٪۲۰/۸		٪۱۰/۷

جدول ۷-۳ شاخص تنوع انرژی برای کشورهای منتخب

کشور	شاخص تنوع انرژی (d)
ایالات متحده	۳/۰
ژاپن	۳/۱
فرانسه	۳/۴
کانادا	۲/۳
کره جنوبی	۳/۴
هند	۴/۶
ایران	۵/۷
اندونزی	۴/۰
عربستان سعودی	۶/۰
ترکیه	۲/۹

همانطور که در جدول ۷-۳ دیده می‌شود کانادا و عربستان سعودی به ترتیب دارای کوچکترین و بزرگترین شاخص تنوع می‌باشند. این بدان معنی است که کانادا و عربستان دارای بهترین و بدترین شرایط از نظر استفاده از منابع مختلف انرژی هستند. در مورد عربستان بخشی از این وضعیت از آنجا ناشی می‌شود که اصولاً به لحاظ اقلیمی عربستان فاقد پتانسیل تولید برق-آبی است. اما در ایران وضعیت به گونه‌ی دیگری است و می‌توان گفت که با وجود برخورداری از منابع مختلف فقدان برنامه‌ریزی صحیح موجب عدم توازن در زمینه‌ی فن‌آوریهای تولید انرژی گشته است. بنابراین در سیاست‌گذاری تولید انرژی، دست‌یابی و گسترش یکنواخت منابع گوناگون در کانون توجه دولت بایستی قرار گیرد. با تکمیل احداث سدهای کشور و تکمیل ظرفیت نیروگاه‌های برق-آبی، احداث نیروگاه زغال‌سنگ در طبس، و راه‌اندازی نیروگاه‌های هسته‌ای بوشهر می‌توان انتظار داشت که شاخص تنوع انرژی کشور به میزان قابل توجهی بهبود یابد. بایستی توجه داشت که سهم انرژی‌های تجدیدپذیر در سبد تولید انرژی کشور بسیار ناچیز است و در این شاخص اثر قابل توجهی ندارد.

از دیدگاه مسئله‌ی امنیت انرژی نیز می‌توان از جنبه‌ی معیارهای کمی به مقایسه‌ی انواع آن پرداخت. بدین منظور شاخص‌های ریسک تامین انرژی را برای یک کشور نمونه (ژاپن) در نظر می‌گیریم، که برای گاز طبیعی مایع ۱/۹۴، نفت خام ۱/۰۰، زغال‌سنگ ۰/۳۱۷، و انرژی هسته‌ای ۰/۰۲۶ محاسبه شده‌اند. کاملاً برخلاف انتظار، شاخص ریسک انرژی هسته‌ای در مقایسه با سایر انواع انرژی بسیار کمتر و در حدود ۷۵ برابر کمتر از گاز طبیعی مایع بوده است. این تفاوت غیر منتظره می‌تواند به دلیل دسترسی ژاپن به چرخ سوخت هسته‌ای باشد. لذا عدم دسترسی به چرخه‌ی سوخت عاملی مستقیم برای افزایش ریسک تأمین انرژی هسته‌ای خواهد بود. این مساله برای ایران بسیار حائز اهمیت است. البته سایر عوامل سیاسی، منطقه‌ای، و جهانی نیز در این مسأله تأثیرگذار هستند. در واقع برآورد دقیق ضرایب ریسک کشورهای مختلف احتیاج به تحقیقی جداگانه و مفصل دارد که خارج از حوصله‌ی این نوشتار است.

حال اگر برای انرژی برق-آبی ضریب ریسک صفر، و ضریب ریسک گاز طبیعی و گاز طبیعی مایع را تقریباً یکسان را فرض کنیم، می‌توان شاخص ریسک تأمین انرژی e را بصورت زیر تعریف کرد:

$$e = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{N} r_i x_i \qquad (۲-۷)$$

که در آن r_i شاخص ریسک انرژی نوع iام است. در جدول ۴ شاخص ریسک انرژی برای برخی کشورهای منتخب جهان محاسبه و ارایه گردیده‌اند.

همانطور که دیده می‌شود هندوستان و فرانسه دارای کمترین، و عربستان سعودی و ایران دارای بیشترین شاخص ریسک تأمین انرژی هستند. این بدان معنی است که عربستان سعودی و ایران از ناپایدارترین شرایط تامین انرژی برخوردارند. این مسئله جالب توجه خواهد بود اگر در نظر گرفته شود که دو کشور اخیر دارای ذخایر بسیار غنی سوخت‌های فسیلی هستند. هرچند سهولت دسترسی به منابع نفتی در این

کشورها لحاظ نشده است اما در مقابل محدودیت ذخایر این منابع و بحران‌های دائمی در منطقه نیز بایستی در نظر گرفته شود. اما فرانسه بدلیل برخورداری از منابع انرژی هسته‌ای، و هندوستان بدلیل استفاده گسترده از ذغال سنگ دارای شاخص های ریسک تأمین انرژی پایین می باشند؛ در واقع این دو کشور عمدتاً به منابع انرژی دارای ریسک پایین متکی هستند و لذا از ثبات بالاتری برخوردارند.

جدول ۷-۴ شاخص ریسک انرژی برای کشورهای منتخب

کشور	شاخص ریسک تولید انرژی (e)
ایالات متحده	۰/۹۹
ژاپن	۰/۸۳
فرانسه	۰/۶۷
کانادا	۰/۸۹
کره جنوبی	۰/۸۰
هند	۰/۶۴
ایران	۱/۵۱
اندونزی	۱/۱۴
عربستان سعودی	۱/۴۳
ترکیه	۰/۹۹

۷-۳ راه‌کارها

همانطور که دیدیم ایران در تولید انرژی از نقطه نظر امنیت و تنوع آن در وضعیت مطلوبی نیست. اما تا سال ۱۴۰۰ شمسی با راه اندازی نیروگاههای بوشهر، ذغال سنگ طبس، پروژه های برق آبی، و امکان بهره‌برداری از تمامی ظرفیت موجود شاخصهای تنوع در منابع و ریسک‌پذیری تأمین انرژی ایران به

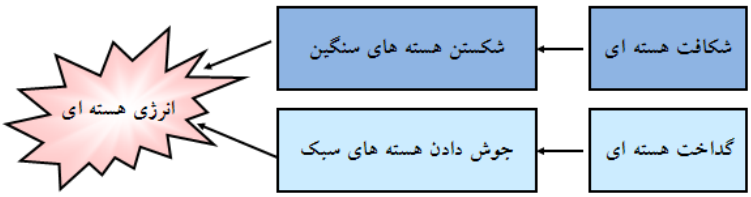
ترتیب به مقادیر ۳/۵ و ۱/۰۹ کاهش خواهند یافت که وضعیت به مراتب مطلوب‌تر و با ثبات‌تری را رقم خواهد زد. ارقام اخیر کاملاً نزدیک به مقادیر کشورهای پیشرفته و صنعتی جهان می‌باشند.

با توجه به محدودیت منابع زغال‌سنگ در کشور میزان دسترسی به این منبع انرژی با ریسک پایین متاسفانه برای ایران قابل توجه نیست و نمی‌توان واردات زغال‌سنگ را راه حلی عملی دانست. با وجود استانداردهای سخت‌گیرانه‌ی زیست‌محیطی در گسیل آلاینده‌ها و گازهای گلخانه‌ای فن‌آوری‌های جدید تولید برق از زغال‌سنگ تا حدود زیادی این معضل را بر طرف ساخته و کیفیت تولید برق از آن را حتی به گاز طبیعی نزدیک ساخته است. از سوی دیگر انرژی های تجدیدپذیر با سرمایه‌گذاری اولیه‌ی بسیار سنگین و تولید انرژی نسبتاً کم مواجه هستند که کاربری آنها را با توجه به وضعیت فعلی عملاً محدود می‌سازد.

با در نظر گرفتن سایر جوانب و آلودگی پسماندهای هسته‌ای شاید بهترین راه حل خروج از بحران دستیابی به فن‌آوری صلح‌آمیز و پاکیزه‌ی گداخت هسته‌ای می‌باشد. بر خلاف شکافت هسته‌ای که انرژی را از شکافت هسته‌های سنگین و تفکیک آنها به اجزاء سبکتر فراهم می‌سازد، گداخت هسته‌ای دسترسی به انرژی را از ایجاد پیوند میان هسته‌های سبک میسر می‌نماید. این فرآیند در شکل ۷-۵ نمایش داده شده است. متاسفانه بدلیل فقدان برنامه‌ریزی کلان در این زمینه و نداشتن روابط علمی مناسب با محافل جهانی شاید وقتی فن‌آوری مربوطه تکمیل و تجاری گردید تنها مجبور به خرید آن باشیم. در حال حاضر نقش ایران در فن‌آوری گداخت هسته‌ای در جهان بسیار ناچیز و نزدیک به صفر است.

در خاتمه نه تنها تنوع در منابع انرژی کشورهای در حال توسعه ارتباط مستقیم با امنیت تأمین انرژی در آنها دارد بلکه زیربنای گسترش فن‌آوری و توسعه‌ی پایدار نیز می‌باشد. کشورهای پیشرفته با اقتصاد ثابت از تنوع نسبتاً مطلوب در انرژی‌های گوناگون و بالاخص انرژی‌های با ریسک تأمین پایین

برخوردارند. انرژی هسته‌ای علیرغم دشواریهای سیاسی در ساخت نیروگاهها هیچگاه دستخوش بحرانهای گوناگون پس از راه اندازی نبوده است و لذا از مطمئن ترین منابع انرژی، حداقل برای کشورهای پیشرفته، به شمار می‌رود. چه از دیدگاه تنوع منابع انرژی و چه از دیدگاه امنیت منابع انرژی به وضعیت تولید انرژی کشورهای جهان نگریسته شود یک رابطه‌ی تقریباً یکایک در این زمینه قابل تشخیص است. بطور کلی کشورهایی که دارای شاخص انرژی بالاتر هستند (یعنی از تنوع کمتر برخوردارند) دارای شاخص ریسک تأمین انرژی بالاتر نیز هستند.



شکل ۷-۵ دو روش مختلف برای دسترسی به انرژی هسته‌ای

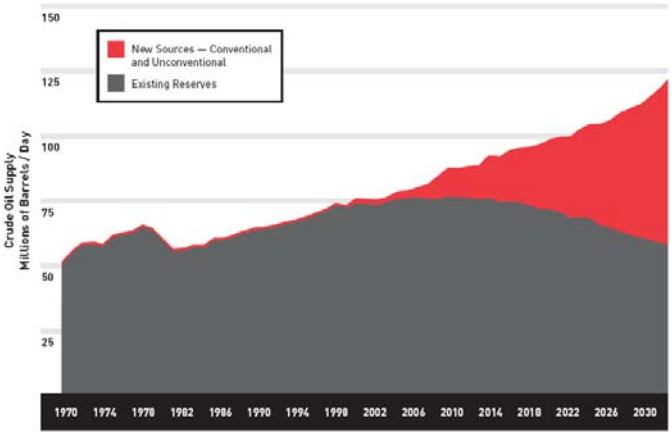
در حال حاضر در هر دو صورت بین کشورهای مورد مطالعه ایران دارای بحرانی‌ترین شرایط است، اما امید می‌رود که با راه اندازی نیروگاه‌های بوشهر، زغال‌سنگ طبس، پروژه‌های برق-آبی، و امکان بهره‌برداری از تمامی ظرفیت موجود شاخص‌های انرژی ایران به مقادیر نزدیک به کشورهای صنعتی جهان تقلیل خواهند یافت. نیز در مورد بهره‌برداری از منابع ملی گاز طبیعی و نفت می‌توان گفت که صادر کردن آنها در حجم عظیم و به شکل خام فاقد ارزش افزوده‌ی کافی است و موجب ضایع شدن پتانسیل‌های اقتصادی فراوانی خواهد شد.

از سویی بایستی توجه داشت که هم‌اکنون ایران پس از روسیه با برخورداری از دومین منابع بزرگ و غنی گاز طبیعی جهان بهترین جایگزین برای روسیه به منظور تامین گاز مصرفی اروپا است. بر مبنای بحث‌های فوق به سادگی می‌توان به دلایل تمایل اروپا برای واردات گاز از ایران پی برد. در واقع

کشورهای عضو اتحادیه‌ی اروپا می‌خواهند حتی‌الامکان از وابستگی خود به روسیه در تامین گاز مصرفی خود بکاهند. پس از این نظر فرصت‌هایی طلایی پیش روی ایران است. شاید بهترین شیوه‌ی معامله‌ی گاز طبیعی با اروپا واردات دانش و فن‌آوری (نه به شکل صنایع مونتاژ) در زمینه‌های اساسی تولید انرژی با بازدهی بالا، انرژی هسته‌ای، انرژی‌های تجدیدپذیر، و همکاری در تحقیقات گداخت هسته‌ای، و محدود کردن صادرات به حداقل است. بدین منظور در این نوشتار بحث مفصل‌تری راجع به انرژی هسته‌ای خواهیم داشت.

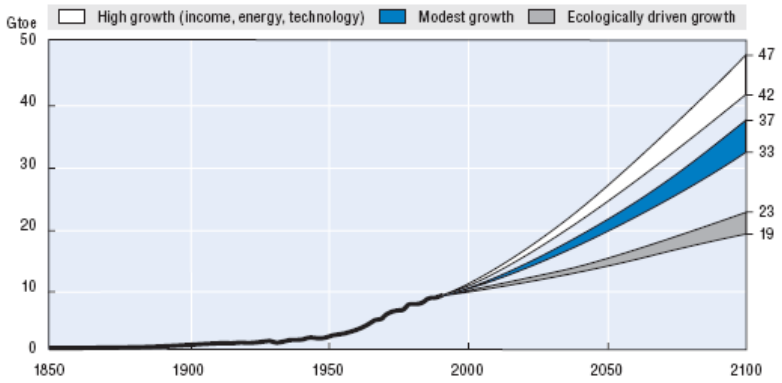
۷-۴ انرژی هسته‌ای

تقاضای روزافزون برای انرژی در جهان نیاز هر چه بیشتر بشر به منابع گوناگون انرژی را مشخص می‌سازد. انرژی‌های تجدیدپذیر علیرغم سازگاری خوب با محیط زیست، فقط در توان‌های پایین اقتصادی هستند. از سویی ذخایر منابع فسیلی هم محدود بوده و هم انرژی بدست آمده از سوزانیدن آنها موجب گسیل دی‌اکسید کربن و ذرات معلق می‌گردد که افزایش تدریجی دما و ایجاد آلودگی را در پی دارد. در شکل ۷-۶ دیده می‌شود که ظرف مدت ۲۰ سال آینده شکاف میان عرضه و تقاضای نفت خام با چه سرعتی در حال رشد است.



شکل ۷-۶ شکاف میان عرضه و تقاضای نفت خام

در سال ۲۰۳۰ روزانه حدود ۶۵ میلیون بشکه نفت خام در دسترس خواهد بود و این در حالی است که تقاضا هنوز برای دست کم روزانه ۶۰ میلیون بشکه‌ی دیگر وجود دارد که باید از طریق منابع انرژی جایگزین تامین گردد. هم‌اکنون حدود ۴۴۰ رآکتور شکافت هسته‌ای در سراسر جهان، وظیفه‌ی تولید ۱۶٪ از الکتریسیته‌ی کل مصرفی بشر را بر عهده دارند. در حال حاضر ایالات متحده و فرانسه به ترتیب با ظرفیت حدود ۹۸ و ۶۳ گیگاوات تولید توان هسته‌ای از ۱۰۴ و ۵۹ رآکتور بزرگترین تولید کنندگان برق از انرژی هسته‌ای هستند. با تکمیل رآکتورهای هسته‌ای در بوشهر، ایران به جمع ۳۳ کشور دنیا خواهد پیوست که از توانایی تولید برق هسته‌ای برخوردارند.



شکل ۷–۷ پیش‌بینی تقاضای روزانه انرژی تا سال ۲۱۰۰ بر اساس سه سناریوی مختلف (معادل بیلیون تن نفت خام)

در تمامی رآکتورهای هسته‌ای دنیا شکافت هسته‌های ایزوتوپ‌های سنگین اورانیوم و ناپایدار موجب دسترسی به انرژی می‌گردد که معمولاً در یک چرخه‌ی حرارتی انرژی گرمایی حاصله به کار مکانیکی و سپس انرژی الکتریکی تبدیل می‌گردد. واکنش‌های مربوطه به قرار زیرند:

$$^{235}U + {}^{1}n \rightarrow \text{fission products} + \text{neturons} + \text{energy}\left(\sim 200MeV\right) \qquad (۳–۷)$$

$$^{238}U + {}^{1}n \rightarrow {}^{239}U + \text{gamma rays} \qquad (۴–۷)$$

$$^{239}U \rightarrow {}^{239}Np \rightarrow {}^{239}Pu \quad \left(\text{a series of beta} - \text{decays}\right) \qquad (۵–۷)$$

جدول ۷-۴ وضعیت رآکتورهای هسته‌ای سراسر جهان

Country or area	Operating		Under construction		Construction suspended	
	No	MW	No	MW	No	MW
Argentina	2	935	1	692		
Armenia	1	376				
Belgium	7	5 728				
Brazil	2	1 855				
Bulgaria	6	3 538				
Canada	14	9 998				
China	3	2 167	8	6 370		
Czech Republic	5	2 560	1	912		
Finland	4	2 656				
France	59	63 203				
Germany	19	21 144				
Hungary	4	1 755				
India	14	2 548	2	900		
Iran			2	1900		
Japan	54	44 301	3	3 696		
Korea, S	16	12 990	4	3 800		
Lithuania	2	2 370				
Mexico	2	1 364				
Netherlands	1	452				
Pakistan	2	425				
Romania	1	655	1	655	3	1 965
Russia	30	20 793	3	2 625	7	6 628
Slovakia	6	2 472	2	840		
Slovenia	1	679				
South Africa	2	1 842				
Spain	9	7 345				
Sweden	11	9 460				
Switzerland	5	3 170				
Taiwan	6	4 884	1	1350		
UK	33	12 528				
Ukraine	13	11 195	2	1 900	3	2 859
USA	104	98 060			6	7 293
Total	**438**	**353 425**	**30**	**25 640**	**19**	**18 745**

در واکنش (۷-۳) تعداد نوترون‌های گسیل شده و هسته‌های دختر متفاوت است و می‌تواند بین ۲ تا ۴ متغییر باشد. ولی میانگین تعداد نوترون‌ها برابر ۲/۴۳ است. نوترون‌ها می‌توانند موجب تداوم زنجیره‌ای از واکنش‌های (۷-۳) گردند یا اینکه در دنباله‌ای از واکنش‌ها و فروپاشی‌ها مانند (۷-۴) و (۷-۵) ایزوتوپ سنگین‌تر اورانیوم ^{238}U را به پلوتونیوم ^{239}Pu تبدیل نمایند. همانطور که می‌دانیم تنها ۰/۷٪ از اورانیوم موجود در طبیعت قابل شکافت توسط نوترون‌های حرارتی در واکنش (۷-۱) است و این همان ایزوتوپ ^{235}U است. مابقی اورانیوم طبیعی عمدتاً به فرم ایزوتوپ ^{238}U است که توسط نوترون‌های حرارتی قابل شکافت نیست. بنابراین سوخت رآکتورهای هسته‌ای که معمولاً از جنس اکسید اورانیوم U_2O است، مبتنی بر شکافت اورانیوم می‌بایست اصطلاحاً غنی شده و درصد ایزوتوپ‌های ^{235}U به دست کم ۳/۳٪ تا ۴٪ رسیده باشد. به غیر از اورانیوم می‌توان ^{239}Pu را نیز توسط نوترون شکافت. نیز از

میان هسته‌های سنگین ایزوتوپ خاصی از توریوم ^{232}Th با جذب یک نوترون به ایزوتوپ نسبتاً پایدار ^{233}U تغییر می‌کند که خود با سطح مقطع بالایی توسط نوترون‌های حرارتی قابل شکافتن است.

شکافت اورانیوم چگالی انرژی بسیار بالایی را به همراه دارد. بر اساس واکنش (۷-۳) می‌توان به سادگی دید که شکافت تنها یک گرم اورانیوم ^{235}U در روز می‌تواند معادل حدود $۱MW$ انرژی تولید نماید (چگونه؟). این اما به تنهایی معادل سوخت ۳ تن زغال‌سنگ و بیش از ۶۰۰ گالن سوخت مشتقات نفتی است که خود موجب تولید حدود $۲۵۰kg$ دی‌اکسید کربن خواهد گردید. انرژی تولید شده به فرم انرژی جنبشی هسته‌های دختر است که در آب استخر رآکتور جذب می‌گردد. در برخی طرح‌ها موسوم به رآکتور آب تحت فشار[۲] انرژی حرارتی توسط یک چرخه حرارتی برای تبخیر آب در یک مدار جداگانه بکار می‌رود. ولی در رآکتورهای آب جوشان[۳] آب در تماس با سوخت هسته‌ای مستقیماً تبخیر شده و برای رانش توربین بکار برده می‌شود. همچنین امکان استفاده از نوترون سریع به جای نوترون حرارتی در رآکتورها با سوخت ^{239}Pu وجود دارد. بدین ترتیب رآکتورهای ^{235}U در واقع سوخت مورد نیاز این دست از رآکتورها را خودبخود تهیه می‌کنند. سالانه حدود ۱۰۰ تن ^{239}Pu در جهان بدین روش بدست می‌آید.

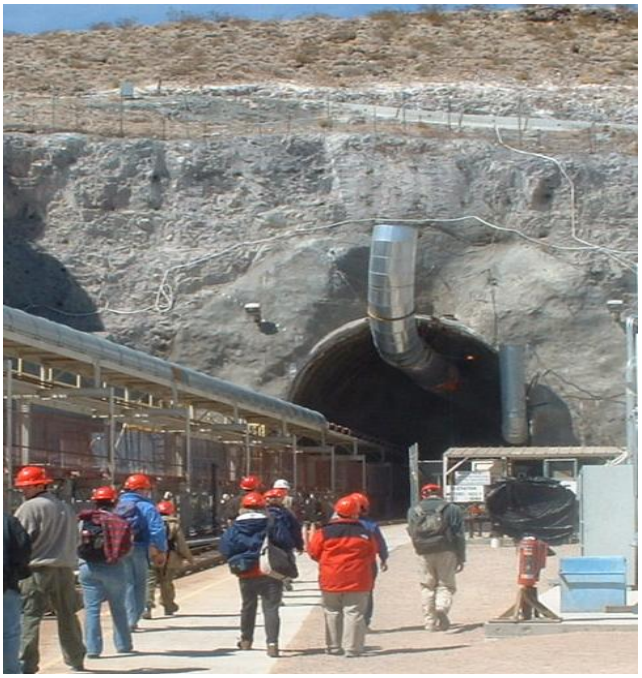
با توجه به نیاز روز افزون به تولید انرژی هسته‌ای و کاربرد مواد پرتوزا در زمینه های مختلف تولید انرژی، پزشکی، صنعتی، کشاورزی و تحقیقاتی کشورهای مختلف، دنیا ناگزیر از بکارگیری فن آوری هسته‌ای است. با وجود مزایای استفاده از انرژی شکافت، معایب عمده‌ای نیز با این منبع انرژی همراه است که مهم‌ترین آن مسئله‌ی پسمان‌های هسته‌ای است. اما آمایش پسمان‌های هسته‌ای حاوی و یا آلوده به مواد پرتوزا در غلظت‌های بالا از جمله مهم‌ترین مسائل این فن‌آوری می‌باشد. به نظر می‌رسد که در

[2] Pressurized Water Reactor (PWR)
[3] Boiling Water Reactor (BWR)

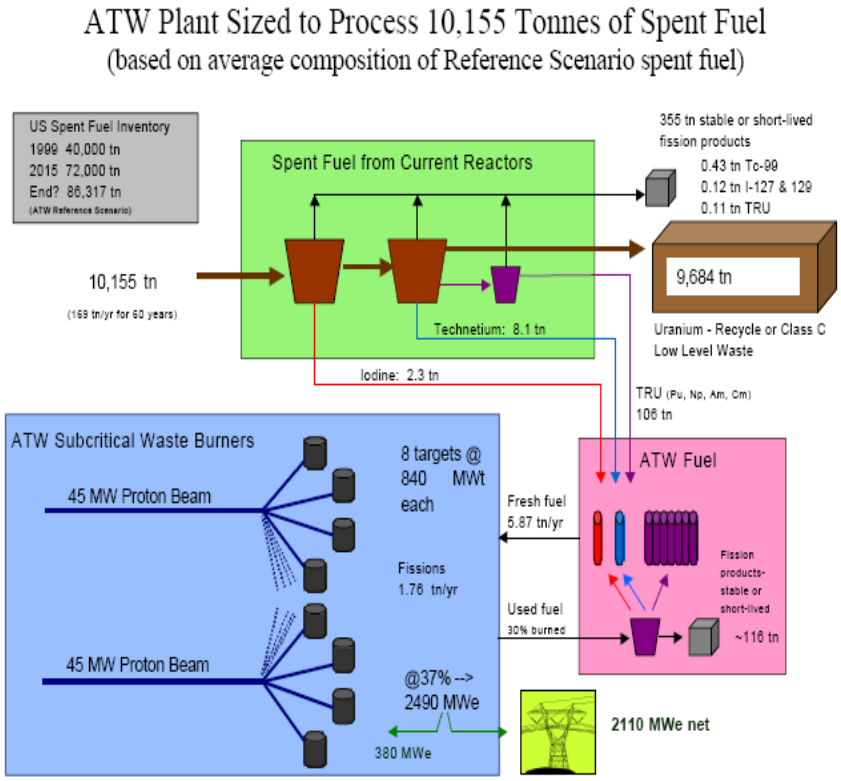
این مورد صرفاً به روش‌های متداول و مرسوم تا به حال بسنده شده و به ویژه در ساخت مکان‌هایی برای دفن پسمان‌های هسته‌ای (پسمان‌گورهای هسته‌ای) با وجود پیشرفت‌های محسوسی که به عمل آمده، چندان طرح جامع و مانعی به ویژه در خصوص رادیو ایزتوپهایی با زمان ماندگاری طولانی ارائه نشده است.

تا اوایل دهه‌ی ۱۹۵۰ روش‌های رقیق‌سازی و یا پخش در هوا و گاهی دفن در قعر اقیانوس‌ها و بعضی دشت‌ها مورد استفاده بوده است، ولی از آن پس تصمیمات دیگری از جمله دفن در زیرزمین‌های چندلایه‌ای و استفاده از معادن متروکه در دورهشت پسمان‌های هسته‌ای مطرح شده است. ولی با مرور زمان نرخ تولید زباله‌های هسته‌ای آنچنان افزایش یافته است که این راه حل نیز در درازمدت عملی نیست. در طول پنج دهه بهره برداری از نیروگاه‌های هسته‌ای، تنها در آمریکا در حدود ۵۰۰۰۰ میلیون تن سوخت هسته‌ای مصرف شده بر جای گذاشته است. پیش‌بینی می‌شود که این روند به زودی به ۲۰۰۰ میلیون تن در سال افزایش یابد.

جهت دستیابی به راه حلی دائمی برای دفع زباله‌های هسته‌ای پروژه‌ی کوه یوکا با ظرفیت ۷۰۰۰۰ میلیون تن پیشنهاد شد که کافی به نظر نمی‌رسد (شکل ۷–۸). اما پروژه‌ی یوکا به دلیل هزینه‌ی هنگفت ۶ بیلیون دلاری آن متوقف گردیده است. روش جایگزین دفع پسماند که تاکنون پیشنهاد گردیده است پرتودهی نوترونی رادیوایزوتوپ‌های سوخت مصرف شده در سوزاننده با استفاده از باریکه پروتونی شتاب‌دهنده‌ها است (شکل ۷–۹). در این روش زباله‌های بر جای مانده را با تابش ذرات پر انرژی به رادیوایزوتوپ‌های با ماندگاری کم تبدیل کرده، و همچنین از حرارت گرمای حاصل از سوزانیدن ایزوتوپ‌های خطرناک (مثل ^{137}Cs، ^{90}Sr، ^{237}Np، ^{99}Tc، و ^{129}I) را توسط سرب تخلیه و برق تولید کرد می‌توان برای تولید الکتریسیته‌ی مورد نیاز شتاب‌دهنده‌ها استفاده نمود.

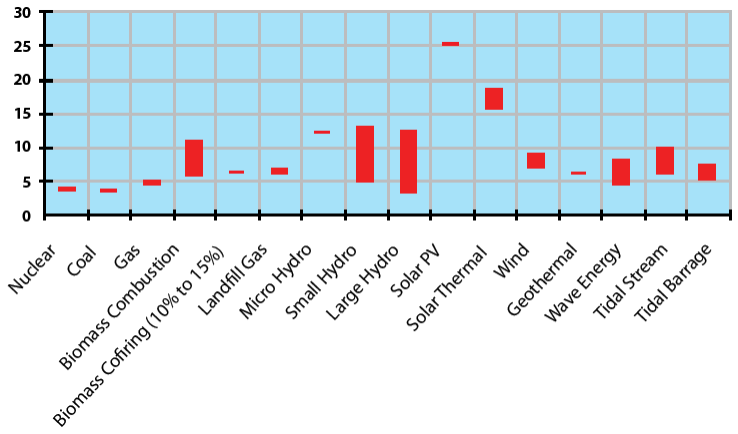


شکل ۷–۸ پروژه‌ی ۶ بیلیون دلاری کوه یوکا با هزینه‌ی دفع پسماند بالغ بر ۴۰۰ بیلیون دلار



شکل ۷–۹ امحاء پسماندهای رآکتورهای شکافت با کمک شتاب‌دهنده‌های پروتون

در طرح‌های جایگزین دیگر امکان استفاده از طرحهای دورگه گداخت–شکافت[۴]، و همچنین استفاده از توکامک گداخت بعنوان چشمه‌ی نوترون مورد بررسی قرار گرفته است که هر دو بر مبنای فن‌آوری گداخت هسته‌ای می‌باشند. لذا فن‌آوری گداخت هسته‌ای در صورت تکامل می‌تواند هم در خدمت تولید انرژی و هم برای امحاء پسمان‌های هسته‌ای رآکتورهای شکافت به کار گرفته شود. اما از نظر اقتصادی هم مطالعات نشان می‌دهد که هنوز تنها منبع انرژی ارزان‌تر از انرژی هسته‌ای، زغال‌سنگ است (شکل ۷–۱۰)



شکل ۷–۱۰ نرخ تمام شده نسبی الکتریسیته از منابع گوناگون (سنت بر کیلووات–ساعت)

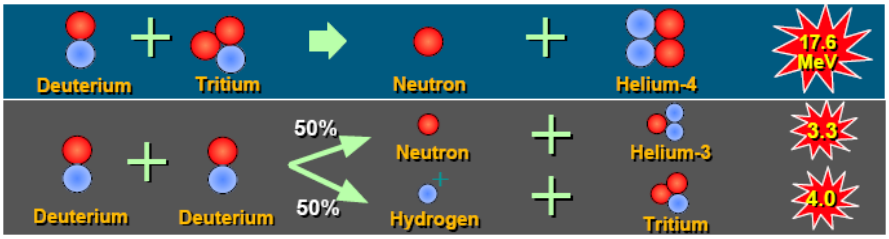
۷–۵ انرژی گداخت هسته‌ای

همانطور که پیش‌تر اشاره رفت، انرژی هسته‌ای را می‌توان از الحاق هسته‌های سبک به یکدیگر، یا هم‌جوشی (گداخت) هسته‌ای، بدست آورد. بطور کلی هرگاه هسته‌ی سنگین‌تر دارای سطح انرژی پایین‌تری نسبت به جمع انرژی دو هسته‌ی مجزا باشد، امکان حصول انرژی از طریق گداخت وجود دارد. آزمایش نشان می‌دهد که آهن با عدد اتمی ۲۶ دارای پایین‌ترین سطح انرژی و بنابراین پایدارترین هسته در طبیعت است. پس با گداخت هسته‌های سبک‌تر از آهن می‌توان همواره به انرژی گداخت

[4] Fission-Fusion Hybrids

دست یافت، همانطور که شکافت هسته‌های سنگین‌تر از آهن نیز برای دست‌یابی به انرژی شکافت امکان‌پذیر است. اما توان آزاد شده بستگی به سطح مقطع واکنش و همچنین انرژی آزاد شده از هر واکنش دارد.

در کیهان واکنش‌های گداخت در مرکز ستاره‌ها بین هسته‌های هیدروژن و هلیم، و در کوتوله‌های سفید بین هسته‌های سبک‌تر از آهن، انجام می‌گیرد. ساده‌ترین واکنش گداخت که بر روی زمین نیز قابل تحقق است، واکنش گداخت بین چهار عنصر سبک جدول تناوبی (هیدروژن H، هلیم He، لیتیم Li، و بریلیوم Be) می‌باشد که هر یک به میزان قابل توجهی انرژی تولید می‌کند. اما واکنش H–H دارای سطح مقطع بسیار کوچکی است و احتمال رخداد آن بسیار اندک است. در مقابل به جای پروتون یا هسته‌ی هیدروژن می‌توان از ایزوتوپ‌های سنگین‌تر آن استفاده کرد و چهار واکنش نسل اول تا سوم را همانند شکل ۷–۱۱ و ۷–۱۲ بدست آورد.



شکل ۷–۱۱ واکنش‌های نسل اول گداخت هسته‌ای

شکل ۷–۱۲ واکنش‌های نسل دوم (بالا) و سوم (پایین) گداخت که هر دو فاقد محصول نوترون هستند

واکنش‌های نسل اول بین ایزوتوپ‌های هیدروژن، دوتریوم $D = {}^2H$ و تریتیوم $T = {}^3H$ است. دوتریوم در سطح کُره‌ی زمین به میزان کافی یافت می‌شود و با روش‌های صنعتی از آب بصورت آب سنگین D_2O قابل استحصال است. اما تریتیوم ایزوتوپ ناپایدار و پرتوزای هیدروژن با نیمه‌عمر حدود دوازده سال است و بنابراین بطور طبیعی یافت نمی‌شود. برای تولید تریتیوم می‌توان از واکنش‌های ایزوتوپ‌های عنصر لیتیم کمک گرفت:

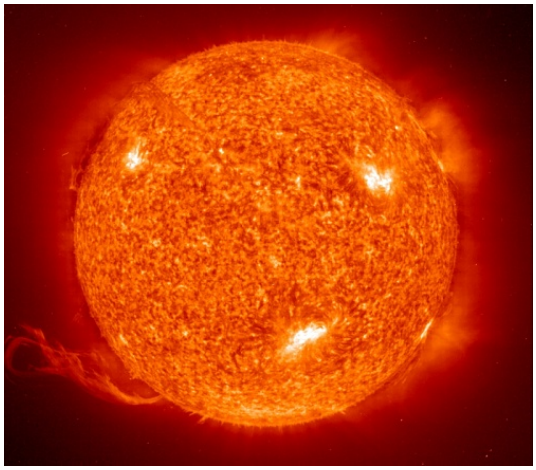
$$ {}^6Li + {}^1n \rightarrow T + {}^4He + 4.8MeV \qquad (۶-۷)$$

$$ {}^7Li + {}^1n + 2.5MeV \rightarrow T + {}^4He + {}^1n \qquad (۷-۷)$$

واکنش‌های نسل دوم و سوم فاقد محصول نوترون بوده، و بنابراین دارای این امتیاز هستند که جمع‌آوری انرژی تولید شده که بصورت انرژی جنبشی ذرات باردار بازمانده است بسیار آسان‌تر از نوترون‌های سریع واکنش‌های نسل اول انجام می‌پذیرد، زیرا برهم‌کنش نوترون با ماده نسبت به یون‌های باردار بسیار اندک است.

از میان واکنش‌های نسل اول تا سوم گداخت، واکنش $D-T$ محتمل‌ترین واکنش و دارای بیش‌ترین سطح مقطع است. اما این سطح مقطع در انرژی $100keV$ به بیشینه‌ی خود می‌رسد. اما آزمایش و محاسبات نشان می‌دهند که برای دستیابی به واکنش‌های متداوم گداخت انرژی‌های حدود $10keV$ نیز کفایت می‌کند، که بیان می‌کند برای حصول واکنش زنجیری گداخت به دمایی حدود $۱۲۰\times۱۰^{۶}K$ یا بیش از یکصد میلیون درجه نیاز است. اما در چنین دمایی ماده به فرم پلاسما در می‌آید و تمام اتم‌ها کاملاً یونیزه می‌شوند. بدیهی است تحت این شرایط نگهداری پلاسمای گداخت، موسوم به پلاسمای گرماهسته‌ای[۵]

[5] Thermonuclear Plasma



شکل ۷-۱۳ خورشید

بسیار دشوار است، زیرا در تماس با هیچ محفظه‌ای نمی‌تواند نگاه‌داری شود. در ستارگان پلاسمای گرماهسته‌ای در قلب ستاره قرار دارد (شکل ۷-۱۳) و توسط نیروی گرانش ستاره مهار می‌گردد. شدت میدان گرانشی و دما در قلب ستاره به قدری زیاد است که واکنش‌های گداخت خودبخود در آنجا انجام می‌گیرد. وقتی واکنش گداخت بین تمام هسته‌های سبک در مرکز ستاره بدلیل پایان ذخایر سوخت متوقف شود ستاره دچار فروپاشی یا انبساط خواهد گردید. ستاره‌های سنگین پس از فروپاشی به کوتوله‌های سفید با چگالی جرمی بسیار بالا تبدیل می‌شوند و در آنجا واکنش‌های گداخت میان هسته‌های سنگین‌تر تا تشکیل آهن از سرگرفته می‌شود.

بر روی زمین زمان محصورسازی پلاسمای گرماهسته‌ای مورد نیاز برای تداوم واکنش‌های گداخت بستگی به چگالی آن دارد. بدین منظور می‌توان پلاسما را با توجه به باردار بودن ذرات آن، توسط میدان‌های مغناطیسی قوی بدست آمده از پیچه‌های ابررسانا به دام انداخت، که بدان محصورسازی مغناطیسی[6] می‌گویند. در روش دیگر پلاسما را با کمک تابش‌های بسیار قدرتمند لیزر با توان تابشی $۱۰^{۱۵}W$ و انرژی $۱۰MJ$، یا ذرات شتاب‌یافته متراکم نموده و به دام انداخت، که بدان محصورسازی

[6] Magnetic Confinement Fusion (MCF)

لختی[7] می‌گویند. در محصورسازی مغناطیسی معمولاً چگالی میانگین پلاسما از مرتبه‌ی $۱۰^{۱۹} cm^{-۳}$ است و دمای حداکثر آن به $10keV$ می‌رسد. در محصورسازی لختی دمای حداکثر همان $10keV$ است ولی برای حصول واکنش‌های گداخت چگالی میانگین پلاسما از $۱۰^{۲۸} cm^{-۳}$ بایستی تجاوز نماید، که دست کم چهار مرتبه‌ی نمایی، یا ۱۰۰۰۰ مرتبه، چگال‌تر از جامدات تحت شرایط استاندارد است.

بدین ترتیب برای حصول گداخت باید حاصل‌ضرب سه‌گانه‌ی چگالی، دما، و زمان محصورسازی از نامساوی مشهور به شرط لاوسون[8] تبعیت نماید. بنابراین بدست می‌آید:

$$\langle n \times T \times t \rangle > 10^{20} cm^{-3} \cdot keV \cdot s \qquad (۷-۷)$$

که در آن $\langle \cdot \rangle$ نمایانگر میانگین است. بنابراین پلاسمای گرماهسته‌ای در گداخت مغناطیسی باید در زمانی از مرتبه‌ی چند ثانیه در دمای میانگین چند keV نگاه‌داری شود. به همین ترتیب در گداخت لختی می‌بایست زمان محصورسازی دست کم به چند $۱ns=۱۰^{-۹}s$ برسد.

در عمل نگاه‌داری پلاسمای گرماهسته‌ای تحت شرایط یاد شده به قدری دشوار بوده است که واکنش‌های گداخت تنها تا مرحله‌ی اشتعال پلاسما پیش رفته‌اند. در این وضعیت نسبت توان کل خروجی به ورودی پلاسما Q در حدود ۳ است. اما برای حصول توان مفید الکتریکی این نسبت بایستی از ۱۰ تجاوز نماید.

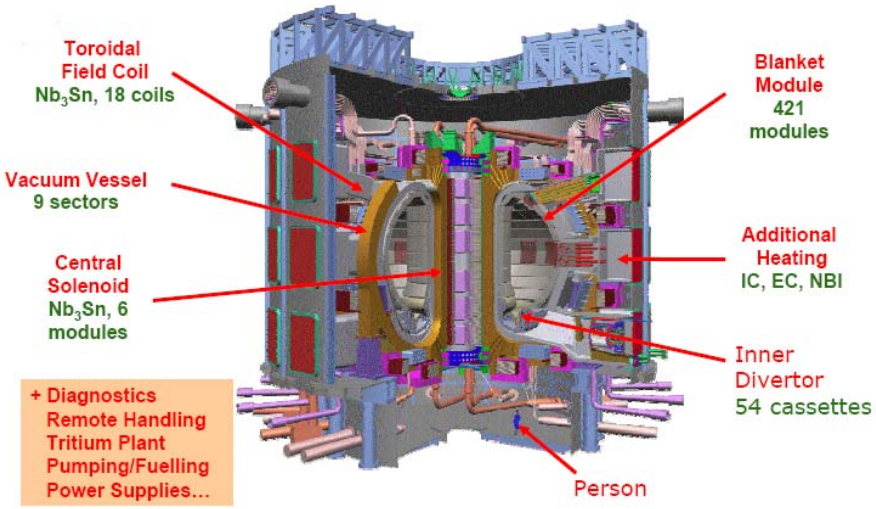
هم‌اکنون بزرگترین طرح موجود برای دستیابی به گداخت گرماهسته‌ای پروژه‌ی ایتر (شکل ۷-۱۴) است که در موقعیت شهر کاراداش[9] فرانسه بنا خواهد گردید و احتمالاً تا حدود سال ۲۰۲۵ راه‌اندازی خواهد شد. در این طرح چند بیلیون دلاری کشورهای متعددی از جمله ایالات متحده، روسیه، اتحادیه‌ی اروپا،

[7] Inertial Confinement Fusion(ICF)

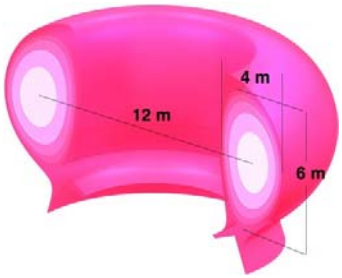
[8] Lawson's Criterion

[9] Caradache

چین، کره‌ی جنوبی، هند و ژاپن شریک هستند، و هر یک بخشی از سرمایه‌گذاری و ساخت تجهیزات مورد نیاز را بر عهده گرفته‌اند. ایتر بر مبنای ماشینی به نام توکامک[10] که از فن‌آوری گداخت مغناطیسی سود می‌برد ساخته خواهد شد. در توکامک پلاسما توسط میدان‌های مغناطیسی بسیار قدرتمند به شکل چنبره در محفظه‌ی خلاء نگاهداری می‌شود، و برای پایداری آن لازم است جریان یک‌سویه‌ای به شدت ۱۵MA در پلاسما القاء شده و در آن حفظ شود. زمان نگاه‌داری پلاسما در ایتر متجاوز از ۴۰۰ ثانیه خواهد بود و محاسبات نشان می‌دهند که پلاسما از نقطه‌ی اشتعال عبور کرده و Q به ۱۰ خواهد رسید. حجم پلاسما در این ماشین غول‌پیکر بالغ بر ۸۴۰m^3 خواهد گردید.

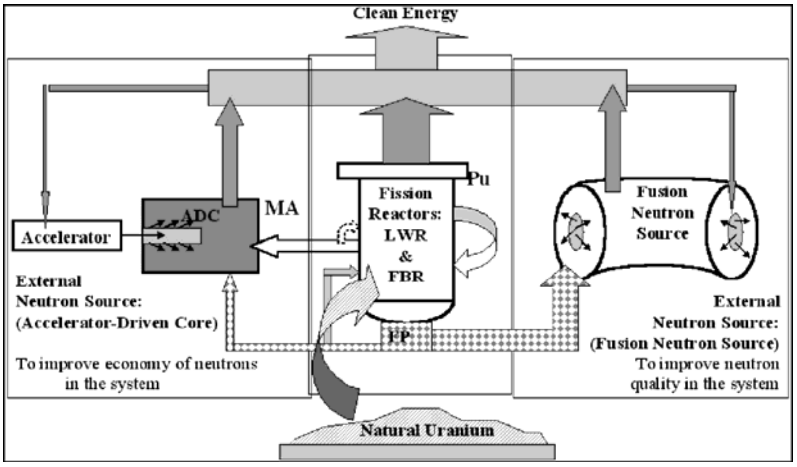


شکل ۷-۱۴ پروژه‌ی ایتر[11]



شکل ۷-۱۵ مقطع پلاسمای چنبره‌ای شکل در توکامک ایتر

[10] Tokamak
[11] International Thermonuclear Experimental Reactor (ITER)



شکل ۷-۱۶ طرح دورگه‌ی شکافت-گداخت برای تولید انرژی هسته‌ای پاک

در مقایسه با شکافت هسته‌ای، واکنش‌های گداخت از یک ایمنی ذاتی برخوردارند و آن اینست که به محض خروج از شرایط تحت کنترل، ناپایداری‌های قدرتمند پلاسما آن را سرد و متفرق ساخته و واکنش‌ها خودبخود متوقف می‌گردند. در مقابل اگر کنترل واکنش‌های شکافت از دست برود، باید شاهد وقوع فجایعی نظیر انفجار رآکتور چرنوبیل در روسیه بود. از این نظر برخلاف شکافت، تحقیقات گداخت بطور کلی در همه جای جهان غیر طبقه‌بندی شده و صلح آمیز هستند، و اسناد و مدارک آن بطور قانونی در اختیار کلیه‌ی کشورهای جهان قرار دارد. کاربرد احتمالی دیگر از فن‌آوری گداخت در طرح‌های دورگه و چشمه‌های نوترونی (مانند شکل ۷-۱۶) برای امحای پسمان هسته‌ای و حصول انرژی هسته‌ای پاک می‌باشد. محاسبات نشان می‌دهد که با شکافت اورانیوم روی کره‌ی زمین تنها تا حدود ۳۰۰ سال دیگر می‌توان نیاز روزافزون به تولید انرژی را پاسخ گفت. این در حالی است که برآورد می‌گردد انرژی گداخت و پاکیزه‌ی ناشی از گداخت دوتریوم طبیعی موجود در آب‌های زمین به تنهایی تا بیش از ۱۰۰ هزار سال جواب‌گوی این نیاز بشر باشد. پس می‌توان با یقین گداخت را انرژی فردا نامید.

در خاتمه مطالعات و بررسی‌های فن‌آوری و فیزیکی و انرژی جدید با توجه به نیاز روز افزون بشر به انرژی پاک و بیشتر، آینده‌ای روشن را پیش‌بینی می‌نماید. از سویی لازم است کشورهای در حال توسعه

به ایجاد تنوع در منابع انرژی اقدام نمایند. با توجه به رشد شگرف فن‌آوری‌های تولید انرژی به ویژه در کشورهای پیشرفته، ضروری است منابع مالی و انسانی بیشتری به پژوهش در این زمینه‌ها اختصاص یابد تا در آینده کشورهای در حال توسعه از جریان فن‌آوری روز دنیا کمتر فاصله داشته باشند.

۷-۶ تاریخچه سیستمهای قدرت در جهان

اگر چه میتوان تاریخ علم الکتریسیته را تا قرن ششم قبل از میلاد نیز ادامه داد اما جهش اصلی را میتوان در بیان قانون کولن[12]در سال ۱۷۸۵ میلادی نسبت داد. جهش بعدی اختراع ماشین برقی در سال ۱۸۷۱ میباشد. اگر چه اختراع پیل الکتریکی در سال ۱۸۰۰ توسط ولتا[13] باعث استفاده عملی از انرژی الکتریکی در مواردی مانند تلگراف و تلفن شد ولی استفاده صنعتی از انرژی الکتریکی بعد از اختراع ماشین برقی شروع شد. به دنبال تکمیل ساخت لامپ توسط ادیسون[14] در سال۱۸۷۹، ادیسون اولین ایستگاه تولید برق را در سال ۱۸۸۲ در نیویورک راه اندازی نمود.این نیروگاه با استفاده از ژنراتورهای ۱۱۰ ولت جریان مستقیم در ابتدا وظیفه تامین روشنایی ۵۹ مشتری را به عهده داشت. در این زمان ژنراتورها با موتورهای بخاری چرخانده می شدند. توسعه لامپهای روشنایی و موتورهای الکتریکی باعث افزایش مصرف ولزوم برق رسانی به مسافتهای دور شد. این مشکل با ساخت ترانسفورماتور در سال ۱۸۸۵ توسط استانلی[15]و استفاده از شبکه برق رسانی AC تا حد زیادی حل شد. بدین ترتیب اولین خط AC تک فاز به طول ۲۱ کیلومتر و ولتاژ ۴ کیلوولت در سال ۱۸۸۹ در امریکا راه اندازی گردید. ایده

[12] Charles Augustin Coulomb
[13] Alessandro Volta
[14] Thomas A Edison
[15] William Stanley

استفاده از برق AC برای تبدیل انرژی الکترو مکانیکی توسط تسلا[16] در سال ۱۸۸۸ با معرفی موتورهای القایی و سنکرون مطرح شده بود.

اولین خط انتقال سه فاز AC در سال ۱۸۹۱ در آلمان استفاده شد. طول خط ۱۷۹ کیلومتر بود و با ولتاژ ۱۲ کیلو ولت کار می کرد. سیستمهای AC اولیه با فرکانسهای متفاوتی شامل ۲۵، ۵۰، ۶۰ و ۱۳۳ هرتز کار می کردند.در سال ۱۸۹۱ فرکانس ۶۰ هرتز به عنوان فرکانس استاندارد در امریکا پیشنهاد شد. با این حال در کالیفرنیا تا سال ۱۹۴۹ بخشی از برق تولید شده ۵۰ هرتز بود. امروزه فرکانس ۵۰ هرتز در اروپا، آمریکای جنوبی به جز برزیل، آسیا و بخشی از ژاپن و فرکانس ۶۰ هرتز در ایالات متحده آمریکا، کانادا، برزیل و بخشی از ژاپن به عنوان فرکانس استاندارد استفاده می شود. مزیت سیستمهای ۶۰ هرتز این است که ژنراتورها، موتورها و ترانسفورماتورها در این سیستمها معمولا کوچکتر از سیستمهای مشابه در فرکانس ۵۰ هرتز می باشند. درمقابل خطوط انتقال و ترانسفورماتورها در فرکانس ۵۰ هرتز راکتانس کوچکتری ازخود نشان می دهند.

با شروع قرن بیستم میلادی رشد مصرف در کشورهای پیشرفته صنعتی حدود ۷ درصد بود (یعنی که درعرض ۱۰ سال تولید دو برابر می شود.) رشد تولید و مصرف نیازمند بالا رفتن ظرفیت ژنراتورها و ولتاژ خطوط بود. جدول ۷-۵ ظرفیت تولید و تاریخ نصب بزرگترین ژنراتورها و جدول ۷-۶ بالاترین سطح ولتاژ مورد استفاده در خطوط انتقال را در ایالات متحده امریکا نشان می دهد.

[16] Nikola Tesla

جدول ۷-۵ ترتیب تاریخی نصب ژنراتورها در ایالات متحده امریکا [۱]

توربو ژنراتورهای آبی		توربو ژنراتورهای بخاری	
ظرفیت(مگاوات)	سال نصب	ظرفیت(مگاوات)	سال نصب
۴	۱۸۹۵	۵	۱۹۱۴
۱۰۸	۱۹۴۱	۵۰	۱۹۳۷
۱۵۸	۱۹۶۶	۲۱۶	۱۹۵۳
۲۳۲	۱۹۷۳	۵۰۶	۱۹۶۳
۶۱۵	۱۹۷۵	۹۰۷	۱۹۶۹
۷۱۸	۱۹۷۸	۱۱۲۰	۱۹۷۴

جدول ۷-۶ تاریخ افزایش سطح ولتاژ انتقال در ایالات متحده امریکا [۱]

سطح ولتاژ(کیلو ولت)	سال نصب
۲/۳	۱۸۹۳
۴۴	۱۸۹۷
۱۵۰	۱۹۱۳
۱۶۵	۱۹۲۲
۲۳۰	۱۹۲۳
۲۸۷	۱۹۳۵
۳۴۵	۱۹۵۳
۵۰۰	۱۹۶۵
۷۶۵	۱۹۶۹

علاوه بر افزایش ظرفیت ژنراتورها، بازده نیروگاهها نیز افزایش یافت بطوریکه از ۱۷۹۵۰ بی تی یو برای هر کیلو وات ساعت(بازده حرارتی معادل ۱۹٪)در سال ۱۹۳۴ به ۱۰۳۶۷ بی تی یو برای هر کیلووات ساعت(بازده حرارتی معادل ۳۳٪)در سال ۱۹۹۱ رسید.

در سال ۱۹۵۴ اولین خط انتقال ولتاژ زیاد جریان مستقیم (HVDC[۱۷]) در سوئد شروع به کار نمود. اولین خط HVDC در ایالات متحده آمریکا که با ولتاژ۴۰۰±کیلوولت کار می کردو۱۳۶۰کیلومترطول داشت در سال ۱۹۷۰ شروع به کار نمود.

در حال حاضر بیشتر از ۳۰ خط HVDC با ولتاژ تا حدود ۵۳۳ کیلوولت در جهان عملیاتی می باشند. برای تبدیل ولتاژ AC به DC و تبدیل مجدد DC به AC از مبدل های الکترونیک قدرت استفاده می شود. هزینه اضافی این مبدلها با کاهش هزینه خط انتقال در خطوط طولانی(معمولا بیشتر از ۶۰۰کیلومتر)جبران می شود.

در ابتدا سیستم قدرت متشکل از زیر مجموعه های مستقل از یکدیگر بودند که شامل یک یا چند تولید کننده و تعداد زیادی مصرف کننده بود که توسط خطوط انتقال تغذیه می شدند. با توسعه تولید و مصرف برق به تدریج زیر مجموعه های مستقل به هم متصل شدندو شبکه های قدرت ملی و سپس فرا ملی را ایجاد نمودند. مزایای اصلی شبکه های متصل به هم را می توان به شرح زیر معرفی نمود:

الف:امکان استفاده ازظرفیت اضافی مناطق دیگر

ب:کاهش ظرفیت ذخیره

پ:بالا رفتن قابلیت اطمینان شبکه

[17] High Voltage Direct Current

ت:امکان برنامه ریزی مصرف به منظور کاهش هزینه ها با استفاده از اختلاف هزینه تولید در مناطق مختلف،اختلاف افق و اختلاف آب و هوایی

به عنوان مثال با وصل شبکه مناطق سردسیر به مناطق گرمسیر و از آنجا که حداکثر مصرف در مناطق سردسیر در زمستان و در مناطق گرمسیر در تابستان میباشد، مناطق سردسیر میتوانند در زمستان از برق تولیدی در مناطق گرمسیر استفاده نمایند و در مقابل در تابستان به مناطق گرمسیر برق دهند.

در مقابل مزایای متعددی که شبکه های متصل به هم دارند از مشکلات آنها می توان به افزایش جریان خطا و در نتیجه نیاز به کلیدهایی با ظرفیت قطع بالا،امکان توسعه خطا و ایجاد خاموشی ناحیه ای و پیچیدگی کنترل و مدیریت شبکه را نام برد.

همزمان با نیروگاه بخاری ادیسون اولین ژنراتور که توسط یک چرخ آبی حرکت می کرد نیز ساخته شد و بدین ترتیب میتوان گفت که در ابتدای تولید برق، بخار و آب دو محرکه اصلی نیروگاههای برقی بوده اند. اگر چه بعدها ماشینهای بخاری جای خود را به توربینهای بخاری دادند. شکل ۷-۱۷ برخی تحولهای مهم در صنعت برق را نشان می دهد[۱].

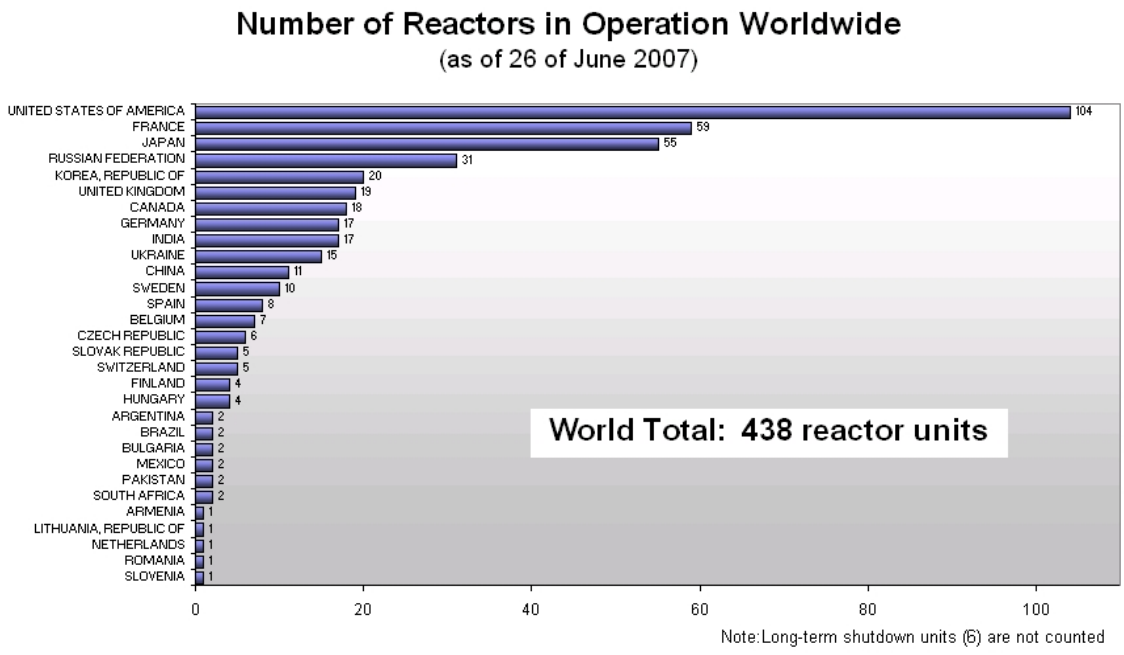
امروزه توربینهای بخاری بیش از ۸۵ درصد برق تولیدی جهان را تولید می نمایند. حرارت لازم برای تولید بخار از سوختن ذغال سنگ، گاز، نفت کوره و یا گازوئیل در نیروگاههای فسیلی ویا از شکافت هسته در نیروگاههای هسته ای تولید می شود.

اولین نیروگاه هسته ای در سال ۱۹۵۷ با ظرفیت ۹۰ مگاوات در ایالات متحده امریکا تاسیس گردید. به تدریج واحدهای با ظرفیتهای بیشتر در ایالات متحده امریکا و سایر نقاط جهان نظیر روسیه (کشورهای سابق اتحاد جماهیر شوروی)، فرانسه ،انگلستان، ژاپن، چین و هند راه اندازی گردید. امروزه واحدهای هسته ای با توربینهای بخاری با ظرفیت ۱۳۱۲مگاوات در حال کار می باشد. شکل ۷-۱۸ تعداد

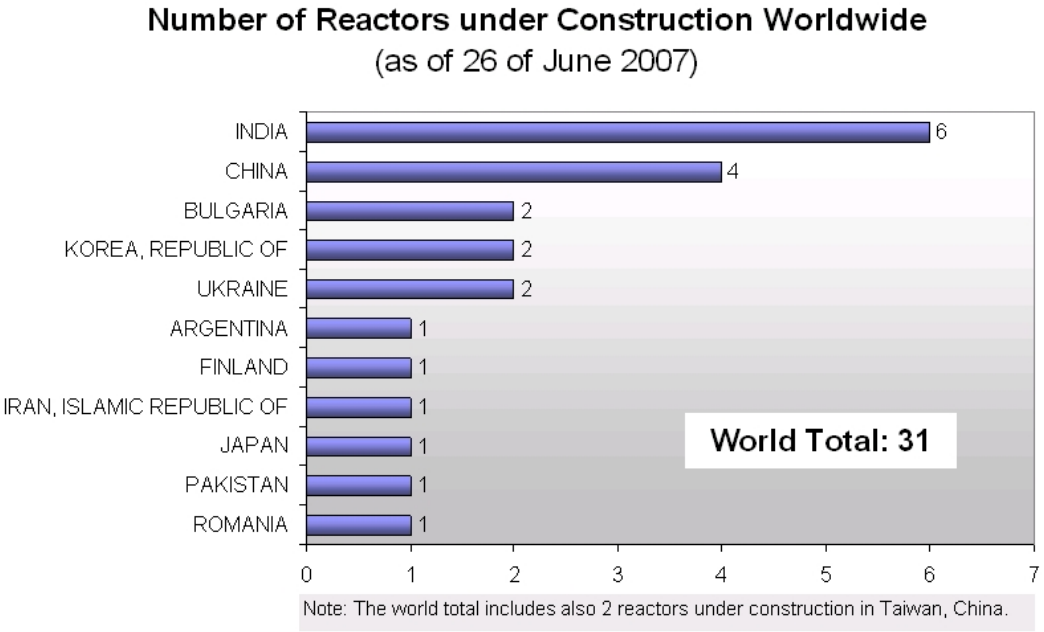
نیروگاههای هسته ای فعال را در کشورهای مختلف جهان در سال ۲۰۰۷ و شکل ۷-۱۹ تعداد واحدهای در حال ساخت را نشان می دهد[۲]. با اینحال رشد ساخت نیروگاههای هسته‌ای به علت بالا رفتن هزینه ساخت و مشکلات زیست محیطی ناشی از دفع پسمان‌های نیروگاه و احتمال آلودگی در صورت بروز مشکل کند شده است.

۱۸۸۲	• ایجاد اولین ایستگاه تولید و فروش برق توسط ادیسون • احداث اولین ژنراتور DC • احداث اولین خط انتقال(۲۴۰۰ ولت DC به طول ۵۹ کیلومتر)
۱۸۸۵	• ساخت اولین ترانسفورماتور قابل استفاده عملی
۱۸۸۸	• ارائه تئوری کار ماشنهای سنکرون و القایی
۱۸۸۹	• ساخت اولین خط ac تکفاز (۴ کیلوولت به طول ۲۱ کیلومتر)
۱۸۹۱	• ساخت اولین خط ac سه فاز (۱۲ کیلوولت به طول ۱۷۹ کیلومتر)

شکل ۷-۱۷ تاریخ مهمترین تحولهای اولیه در صنعت برق



شکل ۷-۱۸ آمار تعداد راکتورهای فعال در کشورهای مختلف دنیا [۲]



شکل ۷-۱۹ آمار تعداد راکتورهای در دست ساخت در کشورهای مختلف دنیا [۲]

در سال۱۹۱۸، GE ساخت توربین های گازی را آغاز نمود. در توربینهای گازی انرژی حاصل از احتراق مواد سوختی نظیر گاز و نفت کوره و گازوئیل مستقیما به حرکت مکانیکی جهت گرداندن ژنراتور تبدیل میشود. اگرچه به علت هزینه بیشتر برق تولیدی توسط توربینهای گازی و سرعت زیاد راه اندازی آنها از این توربینها معمولا برای تامین برق مورد نیاز در مواقع پیک بار استفاده میشود. در سالهای اخیر و به دنبال استفاده از حرارت گازهای خروجی از توربین گاز جهت گرم کردن بخار مورد استفاده در سیکل بخار یک واحد بخاری، واحدهای نیروگاهی با سیکل ترکیبی معرفی شده اند. در این واحدها بازده حرارتی نیروگاه تا حدود ۶۰ در صد و بنابراین به مراتب بیشتر از یک نیروگاه حرارتی بخاری با بازده زیر ۴۵ در صد می رسد.

برای اولین بار در سالهای ۱۹۷۳ و ۱۹۷۴ و به دنبال تحریم نفتی غرب توسط کشورهای عربی، لزوم توجه به سایر منابع انرژی برای تولید الکتریسیته مطرح شد. قراردادهای بین المللی در زمینه کاهش آلودگیهای زیست محیطی و محدود کردن تولید گازهای گلخانه ای باعث شده است تا منابع تجدید پذیر انرژی مانند آب، باد، خورشید، امواج ،جزر و مد و زمین گرمایی به عنوان منابع تولید الکتریسیته مورد توجه قرار گیرند. با این حال و با وجود توجه روزافزون به این منابع سهم تولید الکتریسیته از این منابع (بدون در نظر گرفتن برق آبی) در سال ۲۰۰۰ کمتر از ۲ درصد از تولید کل الکتریسیته جهان بوده و بر اساس پیش بینی آژانس بین المللی انرژی این سهم در سال ۲۰۳۰ به ۴ درصد می رسد[۳]. در بین منابع مذکور توربینهای بادی با هزینه تولید قابل مقایسه با برق تولیدی توسط نیروگاههای حرارتی از رشد قابل توجهی در اروپا و ایالات متحده آمریکا برخوردار بوده است. با اینحال جوش هسته ای به عنوان جانشین اصلی برای نیروگاههای هسته ای و فسیلی بدون ایجاد آلودگی زیست محیطی برای اواخر قرن بیست و یکم شناخته شده است. سوخت مورد نیاز در نیروگاههای جوش هسته ای دتریم می‌باشد که با مقدار بسیار زیاد و تقریبا غیر قابل اتمام در آب دریاها وجود دارد.

۷-۷ تجدید ساختار و مقررات زدایی در صنعت برق

برای مدت تقریبا یکصدسال از اواخر قرن نوزدهم تا انتهای قرن بیستم، صنعت برق بصورت یک ساختار انحصاری تنظیم شده و نظارتی بهره برداری شده است. در این ساختار مالکان به صورت همزمان سیستمهای تولید، انتقال و توزیع توان را در اختیار داشتند و تولیدات را در نرخهای تنظیم شده، تحت نظارت سازمانهای محلی به مشتری می‌دادند. این مالک در اغلب کشورهای در حال توسعه، دولت بود.تحت این ساختار دولت و یا شرکتهایی زیر نظر دولت در مناطق مختلف کشور کار تولید، انتقال، توزیع و فروش برق را بر عهده داشتند. بدین ترتیب تا اواخر دهه ی ۸۰ ساختار صنعت برق در بسیاری از کشورهای دنیا مطابق با روند حرکت توان الکتریکی از تولید کننده به مصرف کننده سازمان‌دهی می‌گردید. در این ساختار سنتی، وظیفه تولید، انتقال و توزیع برق در هر منطقه بر عهده یک شرکت بوده و به این ترتیب این شرکت ها دارای یک حق انحصاری[18] در آن منطقه بوده و به هیچ شرکت دیگری حق سرویس دهی به مشتریان واقع در آن منطقه را نمی‌دادند. بعضی مشخصات صنعت برق سنتی در جدول ۷-۷ به طور خلاصه آورده شده‌است.

با ورود به قرن بیست و یکم بسیاری از کشورها و از جمله ایران سعی در تغییر ساختار سیستم قدرت خود نموده اند. بعد از تجدیدساختار، سیستمهای تولید، انتقال و توزیع از یکدیگر جدا می‌شوند و به مصرف کنندگان اجازه داده می‌شود تا از امکانات سیستم انتقال بطور آزادانه و عادلانه استفاده کنند. به علاوه بحث مقررات زدایی مطرح شد. بدین ترتیب که مقررات تعیین قیمت برق توسط رگولاتورهای دولتی در سیستم سنتی و انحصاری برچیده شد. ترکیب بندی صنعت تجدید ساختار شده می‌تواند اینگونه ترسیم شود:

[18] Monopoly Franchise

جدول ۷-۷ مشخصات کلیدی صنعت برق سنتی

امتیاز انحصاری	تنها شرکت برق محلی می‌تواند تولید ، انتقال و فروش برق را در منطقه محلی خود انجام دهد.
تعهد تغذیه	شرکت برق باید همه مشترکین را سرویس دهی کند.
نظارت ناظر	عملکرد مالی شرکت باید مطابق با قوانین دولتی باشد.
بهره برداری با حداقل هزینه	بهره برداری بر اساس کمینه کردن هزینه ها انجام می‌شود.
نرخ های تنظیم شده	نرخ شرکت ها بر اساس خطوط تنظیم شده توسط دولت تعیین می‌شود.
اطمینان از نرخ بازگشت	به دلیل انحصار، شرکت مطمئن است سرمایه اش با نرخ معینی از سود باز خواهد گشت.

۱- تولید رقابتی میان واحدهای نیروگاهی: ایجاد یک بازار باز، که در آن هر شرکت باصلاحیت و توانایی با رعایت استانداردها، می‌تواند برق تولید نماید و به فروش برساند.

۲- خرده فروشی رقابتی: توان در سطح عمده فروشی خریداری و به مصرف کنندگان خرده فروخته می‌شود.

۳- حق انحصاری شرکتهای انتقال: این شرکتهای انتقال یک حق استفاده از سیستم، که براساس ساختار نرخ تنظیم شده و مورد تصویب دولت است، از مشتریان دریافت می‌کنند. آنها نمی‌توانند نظرات و تمایل خود را در بهره برداری از سیستم انتقال اعمال کنند، بلکه بایستی دسترسی مساوی را برای تمامی‌استفاده کنندگان از سیستم انتقال و توزیع فراهم نمایند.

پس از عمل جداسازی، سیستم قدرت شامل شرکتهای تولیدی، شرکتهای انتقال، شرکتهای توزیع و شرکتهای فروش خواهد شد. علاوه بر این بخشها دو شرکت اضافی با دو وظیفه اضافی در سیستم قدرت تجدید ساختار شده بایستی ایجاد شوند:

بازار برق: بازار برق محیطی است که در آن تمامی فروشندگان/خریداران برای ارائه عرضه توان تولیدی/ نیاز مصرف خود حضور می یابند.

بهره برداری سیستم: لازمه یک بازار رقابتی برق وجود یک نهاد مستقل بمنظور بهره برداری از سیستم قدرت می باشد. به این نهاد مستقل در محیط تجدید ساختار یافته، بهره بردار مستقل سیستم[19] قدرت می‌گویند. بهره بردار مستقل سیستم، مستقل از هر شرکت کننده بازار اعم از تولیدکنندگان، مالکین انتقال، شرکتهای توزیع و یا مصرف کنندگان عمل نموده و می بایست امکان دسترسی آزاد و غیر قابل تبعیضی را برای تمام استفاده کنندگان از سیستم انتقال فراهم نماید.

بطور کلی میتوان عواملی را که موجب تجدید ساختار در صنعت برق گردید را بترتیب زیر نام برد:

۱-شرایط سیاسی و اقتصادی جهان

تحولات جهانی در دهه ۱۹۸۰ سبب شد تا تجدید ساختار مورد توجه بیشتری قرار گیرد. این شرایط عبارتند از:

الف- آشفتگی اقتصادی و سیاسی بوجود آمده در دهه هفتاد، منجر به توافقهای دولتهای سرمایه داری به رهبری آمریکا و انگلیس در زمینه تامین منافع بخش خصوصی در کشورهای با اقتصاد پیشرفته شد.

[19] Independent System Operator (ISO)

سقوط دیوار برلین در سال ۱۹۸۹ و سقوط حکومتهای کمونیستی در اروپای شرقی باعث شد تا برای تجدید نظر در سیاستهای گذشته و تغییرات در بخشهای عمده دولتی به خصوص صنعت برق اقداماتی انجام شود.

بحران بدهی کشورهای در حال توسعه در اوایل دهه ۱۹۸۰ و فشار بر وضعیت مالی دولتهای وام دهنده سبب شد تا بسیاری از کشورهای آسیایی و آفریقایی تلاش کنند تا کسر بودجه خود را با افزایش کارآیی صنایع عمومی منجمله صنعت برق کاهش دهند.

۲-دلایل فنی

الف-کارآیی

یکی از عوامل کلیدی اصلاحات صنعت برق افزایش کارآیی بود. دولتها به دنبال بحران نفتی سال ۱۹۷۳ پی بردند که سرمایه گذاری آنها در بخش برق تکافوی تقاضای روزافزون الکتریسیته نخواهد بود. لذا تغییر ساختار صنعت برق با تاکید بر ایجاد بازارهای رقابتی میتوانست منجر به استفاده بهینه تر از منابع و افزایش کارآیی شود.

ب-پیشرفتهای جدید در فناوری

پیشرفت فناوری عامل مهم دیگری برای تغییر ساختار بود. دو نوآوری در بخش صنعت برق اثر عمده ای در خصوصی سازی این صنعت داشت:

نخست دستیابی به فنآوری ساخت نیروگاههای سیکل ترکیبی بود. بکارگیری نیروگاههای سیکل ترکیبی با سطح اطمینان بالاتر و ابعاد کوچکتر میتواند امکان عرضه برق را با توجه به افزایش تقاضا مهیا سازد. دومین نوآوری امکان بکارگیری اطلاعات در مدیریت صنعت برق بود. امکان دستیابی سریع به اطلاعات

مربوط به هزینه های تولید برق نیروگاههای مختلف از طریق شبکه های مخابراتی و کامپیوتری پرسرعت ایجاد بازارهای عمده فروشی برق و اداره بازارهای یکپارچه برق[20] را میسر میسازد.

ج-نوآوری تکنوتوژیکی و افزایش امکان انتخاب

نوآوری تکنولوژیکی به مشتری این امکان را میدهد که به سهولت کالا و خدمات مورد نیاز خود را انتخاب کند.

د-رقابت جهانی

امروزه طیف وسیعی از کالاهای انرژی بر، در تجارت جهانی وارد شده اند. از این رو شرکتهای عرضه کننده این کالاها سعی مینمایند هزینه تولید این کالاها را حداقل نمایند تا امکان رقابت در بازارهای جهانی میسر باشد که برای این کار قیمت برق مصرفی این شرکتها از اهمیت خاصی برخوردار است. شرکتها به دنبال آن هستند که برق را از واحدهایی خریداری نمایند که قیمت عرضه آنها کمتر باشد. به همین دلیل تجارت جهانی عاملی مهم در تغییر ساختار صنعت میباشد.

ه-یکپارچگی سیستم انتقال

یکپارچگی سیستم انتقال میتواند موجب ایجاد فرصت پاسخگویی به تقاضاهای مختلف از طریق تشکیل بازار عمده فروشی برق شود.

و-محدودیتهای مالی

استفاده از تسهیلات بانک جهانی برای افزایش ظرفیت تولید برق و یا بهبود شبکه های انتقال و توزیع نیازمند آنست تا سیاستهای دیکته شده از سوی این بانک اجرا شود. برخی از این سیاستها عبارتند از:

[20] Power Pool

تجدید ساختار یکپارچه و خصوصی کردن تاسیسات

تجدید ساختار مالی و اصلاح تعرفه ها

ایجاد ناظر مستقل بر عملیات برق

ایجاد بازار رقابتی

۳-شرایط خاص کشورها

صرفنظر از دلایل بالا، اهداف تجدید ساختار و خصوصی سازی صنعت برق در هر کشور متفاوت میباشد که میتوان آن اهداف را با توجه به پیشرفته یا در حال توسعه بودن کشورها تقسیم بندی نمود.

الف-کشورهای پیشرفته

علت تجدید ساختار صنعت برق در کشورهای پیشرفته عبارتند از:

تامین نظر مشتریان در رابطه با انتخاب تولید کننده

ایجاد فضای رقابتی و کاهش هزینه ها و به دنبال آن افزایش کارآیی

منطقی کردن اهداف و ایجاد سرمایه گذاری ریسکی

در فضای تجدید ساختار شده ریسک سرمایه گذاری از مصرف کننده به تولید کننده منتقل میشود.

ب-کشورهای در حال توسعه

این کشورها با تقاضای روزافزون برق و عدم توانایی دولتها در سرمایه گذاری و تامین عرضه متناسب با تقاضا مواجه هستند، لذا هدف از تجدید ساختار جذب سرمایه های داخلی و خارجی برای افزایش عرضه میباشد.

به علت وجود انحصار طبیعی در صنعت برق رقابت سالم در عرصه های تولید، انتقال و توزیع وجود ندارد و تجدید ساختار میتواند ضمن ایجاد رقابت، کارآیی را افزایش دهد.

شفاف نمودن روابط مالی و مشخص نمودن هزینه واقعی انرژی

تجدید ساختار و مقررات زدایی در صنعت برق در آخرین دهه های قرن بیستم در کشورهای مختلف و با اشکال مختلف به اجرا درآمد.

در آمریکای لاتین، کشور شیلی از اوایل دهه‌ی ۱۹۸۰ با ایجاد یک سیستم رقابتی برای تولید برق که برپایه‌ی قیمت‌های حاشیه‌ای بود پیشگام این تحولات شد. در سال ۱۹۹۲، کشور آرژانتین اقدام به خصوصی‌سازی صنعت برق نمود و با تقسیم آن به سه بخش تولید، انتقال و توزیع، بازار رقابتی برای آن ایجاد کرد. این تجربه در سایر کشورهای این منطقه مانند بولیوی، پرو، کلمبیا، گوآتمالا، السالوادر، پاناما، برزیل و مکزیک نیز تکرار شد.

در اروپا، اسکاتلند و ایرلند شمالی دنباله‌رو تجربه انگلستان و ولز شدند. کشورهای اسکاندیناوی نیز به تبعیت از نروژ، بازار عمده‌فروشی برق Nordic را راه‌اندازی نمودند. در اتحادیه اروپا در سال ۱۹۹۶، پارلمان و کنسول اروپا دستورالعمل بازار داخلی برق تحت عنوان 96/92/EC را صادر کردند که در آن اهداف بازگشایی تدریجی بازارهای ملی برق و قوانین دسترسی به شبکه انتقال در ۱۵ کشور عضو، تنظیم شده‌بود. اسپانیا در سال ۱۹۹۸ و هلند در سال ۱۹۹۹ بازار کاملا رقابتی را ایجاد نمودند. بقیه اعضا نیز خود را با مقررات جدید وفق دادند.

در نیوزیلند، استرالیا و برخی از ایالت‌های کانادا (آلبرتا و انتاریو) مقررات زدایی از صنعت برق بعنوان راهی برای افزایش بهره‌وری و کاهش قیمت‌ها معرفی شد. این امر در مورد برخی از ایالت‌های آمریکا نیز صادق است؛ در واقع قوانین تجدید ساختار در نیمی از ایالت‌ها وضع شده بود که کالیفرنیا، پنسیلوانیا

– نیوجرسی – مریلند (PJM) در راس آن قرار داشتند. با این حال، بحران برق کالیفرنیا در سال‌های ۲۰۰۰ و ۲۰۰۱، حرکت به سمت مقررات زدایی از صنعت برق را در ایالت متحده آمریکا کند نمود. در ایران نیز تغییرات در صنعت برق با راه اندازی بازار برق ایران در آبان سال ۱۳۸۲ آغاز گردید. با تاسیس شرکت مدیریت شبکه برق ایران در سال ۱۳۸۳ بازار برق ایران شکل جدی تری به خود گرفت. همچنین با توجه به تصویب آیین نامه اجرایی بند ب ماده ۲۵ قانون برنامه چهارم توسعه توسط هیئت وزیران، قانون استقلال شرکت های توزیع توسط مجلس شورای اسلامی و تفسیر اصل ۴۴ قانون اساس توسط مقام معظم رهبری، در سالهای آتی صنعت برق ایران شاهد تغییراتی اساسی خواهد بود.

۷-۸* صنعت برق در ایران[۲۱]

به نظر میرسد که اولین دستگاه مولد برق با قدرت احتمالا سه کیلو وات توسط حاجی محمد حسن امین الضرب و به دستور ناصرالدین شاه به منظور استفاده در کاخ صاحبقرانیه وارد ایران شده است. بعد از این مولد، مظفرالدین شاه در بازگشت از سفر اول به اروپا در سال ۱۳۱۸هجری قمری دستور خرید یک مولد با قدرت ۱۲ اسب بخار ،۱۱۰ ولت DC را به قیمت هشت هزار تومان پول رایج آن زمان برای حرم حضرت امام رضا(ع) صادر نمود. این مولد در بالا خیابان نزدیک بست علیا در کوچه ای که در آن زمان به کوچه چراغ برق شهرت یافت نصب و در سال ۱۳۲۰ هجری قمری به بهره برداری رسید. با این حال تاسیس اولین کارخانه برق شهری در ایران را می توان به حاج حسین امین الضرب فرزند حاجی محمد حسن امین الضرب نسبت داد. وی در امتیازنامه ای که در سال ۱۳۲۲ هجری قمری از عین الدوله صدر اعظم مظفرالدین شاه دریافت نمود وارد نمودن و راه اندازی کارخانه های برق،آجرسازی و نجاری را

[۲۱] اطلاعات این بخش از مرجع ۴ نقل شده اند .

کسب کرد. و بدین ترتیب اولین کارخانه برق ایران به قدرت ۴۰۰ کیلووات با ژنراتور ساخت آ.ا.گ آلمان که بوسیله یک ماشین بخار پیستونی به حرکت در میآمد در خیابان چراغ برق تهران (امیرکبیر فعلی) در سال ۱۳۲۴ هجری قمری راه اندازی گردید. کارخانه چراغ برق وظیفه تامین برق مصرفی روشنایی مشترکین را به عهده داشت و بر اساس لامپ شماری هزینه برق را دریافت می نمود. کارخانه روزانه بین ۵ تا ۷ ساعت کار میکرد و علاوه بر تامین برق روشنایی مشترکین موظف بود تا روشنایی خیابان های اطراف را نیز از طریق لامپهای الکتریسیته تامین نماید.

۲۲ سال بعد و به دنبال افزایش تقاضای برق امین الضرب اقدام به خرید و نصب ۷ دستگاه مولد ۷۵ کیلوواتی نمود که در محلات مختلف تهران نصب شدند. البته در این فاصله مولدهای کوچک ۱۵ تا ۸۰ کیلوواتی در برخی شهرهای دیگر نصب شده بودند. تجهیزات مورد استفاده از کشورهای فرانسه،آلمان و بلژیک تهیه شده بودند. لازم به ذکر است که در ۳۰ سال اول بعد از تاسیس اولین کارخانه برق شهری ،موسسات تولید و توزیع موسساتی کاملا خصوصی بودند.

به نظر میرسدکه اولین نیروگاه آبی در سال ۱۳۰۸هجری شمسی به همت ناصرالممالک در همدان نصب شد. توربینها در پایین تپه دره عباس آباد همداان قرار داشتند و آب گنج نامه از طریق لوله برای چرخاندن آن استفاده می شد. ظرفیت هر یک از دو توربین نصب شده ۴۰۰ کیلووات و ژنراتور یک ژنراتور ۵۰۰ کیلوولت آمپر۶۳۰۰ولت بود. برق تولیدی با خط هوایی ۶۳۰۰ ولت به شهر همدان منتقل میشد و به همراه دستگاههای مولد دیگری که در شهر نصب شده بودند تامین برق شهر را به عهده داشتند.

به طور کل می توان گفت که فاصله تقریبا بیست ساله ای بین تاسیسات صنعت برق در تهران و آغاز این صنعت در دیگر شهرستان ها به چشم می خورد. با این حال تهران به عنوان الگویی برای سایر شهرستانها استفاده می شد.

در این میان جهرم را می توان به عنوان یک استثناء نام برد. در این شهر در سال ۱۳۲۸ کارخانه برقی شامل سه دستگاه مولد دیزلی ۱۵۰ کیلوواتی مستعمل با فرکانس ۶۰ هرتز که متعلق به اردوگاه ارتش آمریکا در خرمشهر بود راه اندازی گردید. به این دلیل مولد هایی هم که بعدا خریداری شد از نوع ۶۰ هرتز بودند. به طوری که در ابتدای مرداد ماه ۱۳۶۰ که برق جهرم از طریق خط و پست ۶۳ کیلوولت به شبکه ی سراسری متصل شد تاسیسات برق جهرم مجموعه ای از مولد های دیزلی و بخاری ۱۰۰ تا ۳۵۰۰ کیلوواتی با فرکانس ۶۰ و ۵۰ هرتز و مبدل های ۵۰/۶۰ بود.

اولین کارخانه برق شبانه روزی تهران (و ایران) در سال ۱۳۱۶ در ضلع شمال شرقی بیرون دروازه دوشان تپه تاسیس گردید. این محل بعد ها میدان ژاله و سپس میدان شهدا نامیده شد. کارخانه دارای چهار ژنراتور به قدرت ۱۶۰۰ کیلووات بود که با توربین های بخاری کار می کرد. خطوط ۶/۳ کیلوولتی به صورت کابل زیرزمینی ۲۴ پست عمومی با توان ظاهری های ۳۵۰ و ۳۳۰ کیلوولت آمپر و چند پست اختصاصی نظیر سیمان، دخانیات ، تسلیحات ، کاخ ها ، سیلو وراه آهن را تغذیه می کرد.

در سال ۱۳۲۸ و به دنبال نیاز شدید به برق چهار دستگاه مولد وستینگهاوس ۲۰۰۰ کیلوواتی در مجاورت و شمال نیروگاه اشکودا نصب شد. در ادامه در سال های ۱۳۳۲ و ۱۳۳۳ سه دستگاه مولد دیزلی ۱۳۰۰ کیلوواتی در شمال غربی نیروگاه اشکودا نصب شد که در سالهای ۱۳۳۴ و ۱۳۳۵ مورد بهره برداری قرار گرفت.

در برنامه اول عمران کشور که هفت ساله در نظر گرفته شده بود سازمان برنامه مولدهای دیزلی ۵۰ ، ۱۰۰ و ۱۵۰ کیلوواتی را خریداری و با کارمزد و بهره ۳ در صدی به شرکتهای برق خصوصی و یا شهرداریهایی که توانایی پرداخت ۵۰ درصد سهم سرمایه گذاری برق را داشتند می داد. در اواخر برنامه اول عمرانی قدرت نصب شده نیروگاههای برق ۴۰ مگا وات و میزان تولید برق سالیانه نزدیک ۲۰۰ میلیون کیلووات ساعت بود.

در اواخر سالهای برنامه اول عمرانی قراردادی با شرکت آلستوم فرانسه برای خرید و نصب ۴ دستگاه توربین بخاری هر یک به قدرت ۱۲/۵ مگاوات به امضا رسید و در نزدیکی روستای طرشت تهران نصب گردید. قرارداد مربوط به احداث این نیروگاه از نخستین قراردادهایی بود که بر اساس آن عده ای از مهندسان ایرانی برای دیدن آموزشهای لازم به فرانسه اعزام شدند.

طی سالهای برنامه دوم عمرانی کشور (۱۳۳۴ تا ۱۳۴۱) کار ساختمان سدهای بزرگ از قبیل سد دز،امیرکبیر و سفیدرود و تولید برق آبی به شرح زیردر نیروگاههای آنها شروع شد.

سد دز با ظرفیت نصب شده اولیه ۱۳۰ مگاوات

سدامیرکبیر با ظرفیت نصب شده اولیه ۹۱ مگاوات

سد سفیدرود با ظرفیت نصب شده اولیه ۳۵ مگاوات

با افزایش تولید و مصرف برق در تهران افزایش ولتاژ توزیع و انتقال برق در تهران لازم شد و به همین دلیل در تیر ۱۳۳۶ قراردادی با شرکت سیبرا[22] بلژیک و کوژلکس[23] فرانسه جهت طراحی و ایجاد شبکه جدید تهران منعقد شد. از نتایج این طرح تبدیل ولتاژ انتقال به ۶۳k کیلو ولت و توزیع فشار قوی به ۲۰ کیلو ولت بود. در حالیکه ولتاژ ۲۲۰ تکفاز و ۳۸۰ ولت سه فاز برای فشار ضعیف تثبیت شد. در سالهای

[22] SLBERA
[23] COGELEX

برنامه دوم برای اولین بار خطوط انتقال ۱۳۲ کیلو ولت کشیده شد وایجاد شبکه و مراکز تولید برای ۱۷۰ شهر کشور طبق استانداردهای بین المللی طراحی واجرا شد. در این دوران تقاضای برق به مراتب بیشتر از تولید بود به گونه ای که در تهران تقاضا ۲/۵ برابر عرضه و در شهرهای تبریز، مشهد وشیراز تا ۶ برابر نیز می‌رسید.

متقاضیان ۱۰۰۰۰ ریال برای حق اشتراک و ۶۰۰۰ ریال بابت وصل انشعاب می‌پرداختند و سالها برای وصل انشعاب منتظر باقی می‌ماندند.

سازمان برق ایران بر اساس برنامه سوم عمرانی در دیماه ۱۳۴۱ تأسیس شد. از وظایف این سازمان تأسیس موسسات برق منطقه‌ای، تهیه و اجرای طرحهای توسعه تولید و توزیع، صدور پروانه برای موسسات و لغو آن، تعیین و تشکیل تصویب تعرفه برق بود. در ادامه توسعه صنعت برق، وزارت آب و برق در فروردین ۱۳۴۳ به دولت ابلاغ گردید. بدین‌ترتیب ابتدا سازمان برق ایران به صورت سازمان وابسته به وزارت آب و برق درآمد و در سال ۱۳۴۴ به عنوان واحد برق در وزارت مذکور ادغام شد.

پس از شروع به کار وزارت آب وبرق در سال ۱۳۴۴ لازم دیده شد که صنعت برق ملی اعلام شود. در واقع توسعه مو سسات برق غیر دولتی با توجه به سرمایه زیادی که لازم داشت سود مورد تقاضای صاحبان موسسات برق خصوصی را تامین نمی کرد. از دیگر اقدامات اولیه وزارت آب برق تشکیل شرکت های برق منطقه‌ای بود. بدین ترتیب علاوه بر برق منطقه ای خوزستان که از سال ۱۳۳۹ فعالیت می کرد ۱۰ شرکت دیگر شامل برق منطقه ای تهران، اصفهان، خراسان، آذربایجان، فارس، مازندران، گیلان، جنوب شرقی ایران، کرمانشاهان و همدان وکردستان تشکیل شد. بعد ها با اصلاحاتی که در اساسنامه این شرکتها بعمل آمد حوزهٔ عملیاتی آنها به سراسر کشور تعمیم داده شد و سعی شد حوزهٔ عملکرد آنها با حدود استانها منطبق گردد.

بدیهی است که مشکلات و موانعی نیز بر سر راه ملی شدن صنعت برق وجود داشت که ناشی از مقاومت و مخالفت بعضی از مقامات محلی و دولتی و موسسات خصوصی و همچنین نیاز به سرمایه‌گذاریهای هنگفت برای ایجاد شبکه‌های جدید بود.

در سال پایانی برنامه سوم میزان تولید برق ۲/۵ برابر سال آغازین این برنامه (۱۸۴۲ میلیون کیلو وات ساعت در سال ۱۳۴۶ در مقایسه با ۷۴۲ میلیون کیلو وات ساعت در سال ۱۳۴۲)بود با این حال هنوز کمتر از برق تولیدی توسط نیروگاههای بخش خصوصی (۲۲۹۱ میلیون کیلو وات ساعت) بود.

یکی از تنگناهای اساسی صنعت برق در این دوره کمبود نیروی انسانی متخصص و ورزیده به ویژه در سطوح فنی بود. تعداد کل کارکنان شاغل در وزارت آب و برق در سال پایانی این برنامه به ۷۲۰۴ نفر رسید که ۱۴۳۷ نفر آنها در قسمت تولید، ۳۰۱۴ در قسمت انتقال و توزیع، ۱۲۵۴ نفر در قسمت مالی و ۱۴۹۹ نفر در قسمت اداری به کار اشتغال داشتند.

برنامه پنج ساله چهارم عمرانی از سال ۱۳۴۷ به اجرا درآمد و با توجه به رشد چشمگیر درآمدهای نفتی و اختصاص یافتن بخش زیادی از آن به سرمایه‌گذاری در بخش دولتی و منجمله صنعت برق رشد سریعی در صنعت برق ایجاد نمود.

اهم برنامه‌های صنعت برق در این دوران را می‌توان به ایجاد شبکه به هم پیوسته و اداره صنعت برق بر پایه اصول علمی را نام برد.

در این راستا در قدم اول شورای انرژی کشور در ابتدای سال ۱۳۴۲ و به منظور ایجاد هماهنگی در کارهای مربوط به منابع مختلف انرژی آغاز به کار نمود. از دیگر برنامه های مورد نظر صنعت برق در این دوران را می‌توان ایجاد مراکز متمرکز صنعتی و تشویق صاحبان صنایع به استفاده از برق تولید شده توسط نیروگاههای زیر پوشش وزارت آب و برق نام برد. برق‌رسانی به روستاها از طریق ایجاد

شبکه‌های برق روستایی در حوالی شهرها نیز طی این برنامه مورد توجه قرار گرفت با این حال طی این برنامه پنج ساله تنها ۳۴۴ روستا برقدار گردید.

در سال ۱۳۴۸ به منظور استفاده صحیح‌تر از انرژی تولیدی نیروگاههای بزرگ و انتقال انرژی تولید شده این نیروگاهها به مناطق مصرف در سراسر کشور و مدیریت شبکه به هم پیوسته انتقال انرژی برق، شرکت سهامی "تولید و انتقال نیروی برق ایران (توانیر)" تاسیس شد.

در طی برنامه چهارم قدرت نامی نیروگاهها با نصب ۱۱۶۰ مگاوات مولد جدید به ۲۰۹۴ مگاوات رسید (حدود ۲/۲ برابر). بعلاوه کار عملیات ساختمانی سد و نیروگاه کارون به ظرفیت ۱۰۰۰ مگاوات، نیروگاه بخاری شهید بهشتی به قدرت ۲۴۰ مگاوات، نیروگاه بخاری زرند کرمان به قدرت ۶۰ مگاوات و توسعه نیروگاه حرارتی مشهد به ظرفیت ۱۵۷ مگاوات را می توان نام برد.

در همین مدت ۲۴۲۵ کیلومتر مدار به طول خطوط ۲۳۰ کیلو ولت، ۶۹۴ کیلومتر مدار به طول خطوط ۱۳۲ کیلو ولت و ۳۰۱۷ کیلومتر مدار به طول خطوط ۶۳ کیلوولت اضافه شد.

فروش انرژی برق شرکتهای زیر پوشش وزارت آب برق در پایان سال ۱۳۵۱ به ۵۷۲۳ میلیون کیلو وات ساعت رسید که در مقایسه با رقم ۱۴۶۱ میلیون کیلووات ساعت سال پایانی برنامه سوم از میانگین رشد سالانه ۳۱/۴درصد بر خوردار بود. مشاهده کمبودهای نیروی انسانی متخصص در اواخر برنامه سوم باعث شد تا فکر ایجاد مرکز آموزش تخصصی برق در سال ۱۳۴۵ مطرح شود. این مرکز برای اولین بار در سال۱۳۵۱ فعالیت خود را با دوره‌های آموزشی کوتاه مدت آغاز کرد. با تشکیل ستاد سازندگی و اموزش در وزارت نیرو در سال ۱۳۵۹ این مرکز در سال ۱۳۶۱ به مجتمع اموزش و پژوهش شهید عباسپور تغیر نام یافت. مجتمع در سال ۱۳۷۰ مجوز تبدیل شدن به دانشکده صنعت آب وبرق را از وزارت فرهنگ و آموزش عالی دریافت نمود.

بر نامه پنجم توسعه باهدف رسیدن به ۵۰۰۰ مگاوات قدرت نامی نیروگاهها و تولید ۱۹ میلیارد کیلوات ساعت درسال ۱۳۵۱ شروع شد. بعضی از سیاستهای مهم این برنامه عبارت بودند از:

تاسیس نیروگاه حرارتی با واحدهای نسبتا بزرگ در شمال وجنوب کشور در کنار دریا

احداث نیروگاههای هسته ای

ایجاد سد به روی رودخانه های کشور به ویژه کارون

تهیه تعدادی توربین گازی برای تامین برق مورد نیاز با توجه به زمان‌بر بودن احداث سدها

تهیه موتورهای دیزلی برای تأمین برق مناطق دور افتاده و جدا از شبکه

در دوره برنامه پنجم عمرانی در مجموع ۳۴۷۷ مگاوات به قدرت نامی نیروگاههای زیر پوشش وزارت نیرو افزوده شد (۲/۷ برابر نسبت به ابتدای برنامه). در این دوره با توجه به افزایش سریع تولید و مصرف، احداث خطوط فشار قوی ۴۰۰ کیلو ولت نیز مورد توجه قرار گرفت و در مجموع ۶۰۷ کیلومتر خط انتقال ۴۰۰ کیلو ولت به بهره‌برداری رسید. در این مدت ۱۵۹۱ کیلومتر مدار خط ۲۳۰ کیلوولت و ۲۲۸۳ کیلومتر مدار خط ۱۳۲ کیلو ولت و ۱۹۷۴ کیلومتر مدار خط ۶۳ کیلوولت نصب گردید.

در زمستان ۱۳۵۳ نام وزارت آب و برق به وزارت نیرو تغییر کرد.

بدنبال پیروزی انقلاب اسلامی ایران در ۲۲ بهمن ۱۳۵۷، و خروج یکپارچه و همزمان تمامی کارشناسان خارجی که اداره کننده صنعت برق بودند وقفه‌ای در رشد صنعت برق در ایران بوجود آمد. با این حال با کمک الطاف الهی و همه مهندسان و کارشناسان و کارکنان متعهد وزارت نیرو این صنعت متوقف نماند و با سازماندهی و برنامه‌ریزی جدید ضمن عملیاتی نگهداشتن سیستم موجود به رشد و توسعه آن ادامه دادند.

در این راستا و با توجه به تغییرات جمعیتی و توسعه شبکه و سیستمهای مصرف، شرکتهای برق منطقه‌ای به ۱۶ شرکت که سراسر کشور را تحت پوشش قرار می‌دهند تقسیم شدند.

در سال ۱۳۶۵ سازمان برق ایران بعنوان بازوی اجرایی معاونت برق تأسیس گردید. از مهمترین اهداف سازمان برق ایران و بهره‌برداری و احداث مراکز دیسپاچینگ و مخابرات در شبکه‌های برق برای تداوم و تأسیس انرژی مورد نیاز مصرف‌کنندگان با کیفیت و استاندارد مطلوب و با حداقل هزینه و هماهنگی در برنامه‌ریزی برای ایجاد تأسیسات مورد نیاز در طرحهای تولید، انتقال و توزیع می‌باشد.

بدین ترتیب ستاد صنعت برق که در سال ۱۳۶۵ با تشکیل سازمان برق ایران و ادغام معاونت امور برق در آن شکل گرفته بود از سال ۱۳۷۲ با ادغام شدن با ستاد شرکت توانیر، قدرت بیشتری یافت و به طور کلی نقش ستاد صنعت برق را به عهده گرفت.

در سال ۱۳۷۵ بخش نوسازی شرکت توانیر بانام سازمان توسعه برق ایران بااستفاده از اساسنامه سازمان برق ایران به صورت شرکتی مستقل از ستاد صنعت برق جدا گردید.

از دیگر اقدامات انجام گرفته در راستای توسعه صنعت برق برگزاری کنفرانس شبکه سراسری برق در سال ۱۳۶۵ می باشد که از آن تاریخ سالیانه برگزار می شود.

لازم به ذکر است که نهمین کنفرانس سالیانه شبکه سراسری برق که از چهارمین دوره بانام کنفرانس بین‌المللی برق برگزار می شد به درخواست مقامات کشور روسیه در شهر سن پترزبورگ روسیه برگزار گردید.

با وجود درگیر شدن ایران در جنگ تحمیلی ظرفیت نیرو گاهها بارشد سالانه ۶/۹ درصد از ۷۰۲۴مگاوات در سال ۱۳۵۷ به۱۳۶۸۱ مگاوات در سال ۱۳۶۷ رسید.

در همین مدت بخش شمالی کشور مانند استان های مازندران، آذربایجان به بخش مرکزی شامل استان های تهران، مرکز و اصفهان و سپس به بخش جنوب شرقی و جنوبی کشور مانند استان های هرمزگان، کرمان، فارس وخوزستان از طریق شبکه ۴۰۰ کیلووات متصل شد. بدین‌ترتیب پیکر بندی شبکه سراسری برق کشور شکل گرفت.

مهم ترین اقدامی که طی سالهلی برنامه اول توسعه (۱۳۶۷الی۱۳۷۳) در بخش برق صورت گرفت رفع خاموشی های برق بود که در طول سالهای جنگ تحمیلی گسترش یافته بود بطوری که میزان خاموشی از ۸تا۹ ساعت در روز در سال ۱۳۶۷(که معادل ۴/۷ درصد نیاز مصرف بود) به رقمی نزدیک صفر در سال ۱۳۷۳ رسید. برخی از اقدامات زیر بنایی طی برنامه اول توسعه را می توان به شرح زیر نام برد:

خرید دانش فنی طراحی سیستم خنک کننده نیروگاههای بخاری

خرید دانش فنی طراحی سیکل بخار نیروگاههای سیکل ترکیبی

خرید فناوری، ماشین آلات و تجهیزات ساخت کامل اجزای سیستم خنک کننده نیروگاهها

اخذ فناوری ساخت بویلرهای نیروگاههای بخاری

اخذ فن‌آوری و ساخت و نصب سازهای بلند فلزی و پوسته‌های بتنی دودکشها و سازه‌های بتنی برج‌های خنک‌کننده و ...

بطوریکه شرکتهای ایرانی در پایان برنامه توسعه اوّل قادر به تأمین بخش عمده‌ای از تجهیزات و خدمات مورد نیاز صنعت برق بودند.

جدول ۷–۸ سهم فعالیت‌های داخل در مراحل طراحی و احداث نیروگاههای بخاری و جدول ۷–۹ رشد درصد ساخت داخل تجهیزات توزیع و انتقال را نشان می‌دهد

جدول ۷-۸ سهم فعالیتهای داخلی در مراحل طراحی و احداث نیروگاههای بخاری

نوع فعالیت	۱۳۶۷ (درصد)	۱۳۷۳ (درصد)	۱۳۷۸ (درصد)
طراحی سیکل حرارتی	۲۰	۴۰	۹۰
ساخت تجهیزات نیروگاهی	۲۰	۳۵	۶۰
عملیات ساختمانی	۵۰	۹۸	۱۰۰
نصب و راه اندازی	۳۰	۷۰	۹۰
مدیریت پروژه	۱۵	۵۰	۹۰

جدول ۷-۹ رشد درصد ساخت داخل تجهیزات توزیع و انتقال نیرو

نوع تجهیزات	۱۳۶۷	۱۳۷۳	۱۳۷۸
توزیع (فشار متوسط):			
تابلو	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
ترانسفورماتور	۱۰۰	۱۱۰	۱۰۰
ترانس اندازه گیری	-	۲۰	۱۰۰
کنتور	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
کلید	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
سکسیونر	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
کات اوت فیوز	-	۲۰	۱۰۰
برق گیر	-	۲۰	۱۰۰
مقره	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰

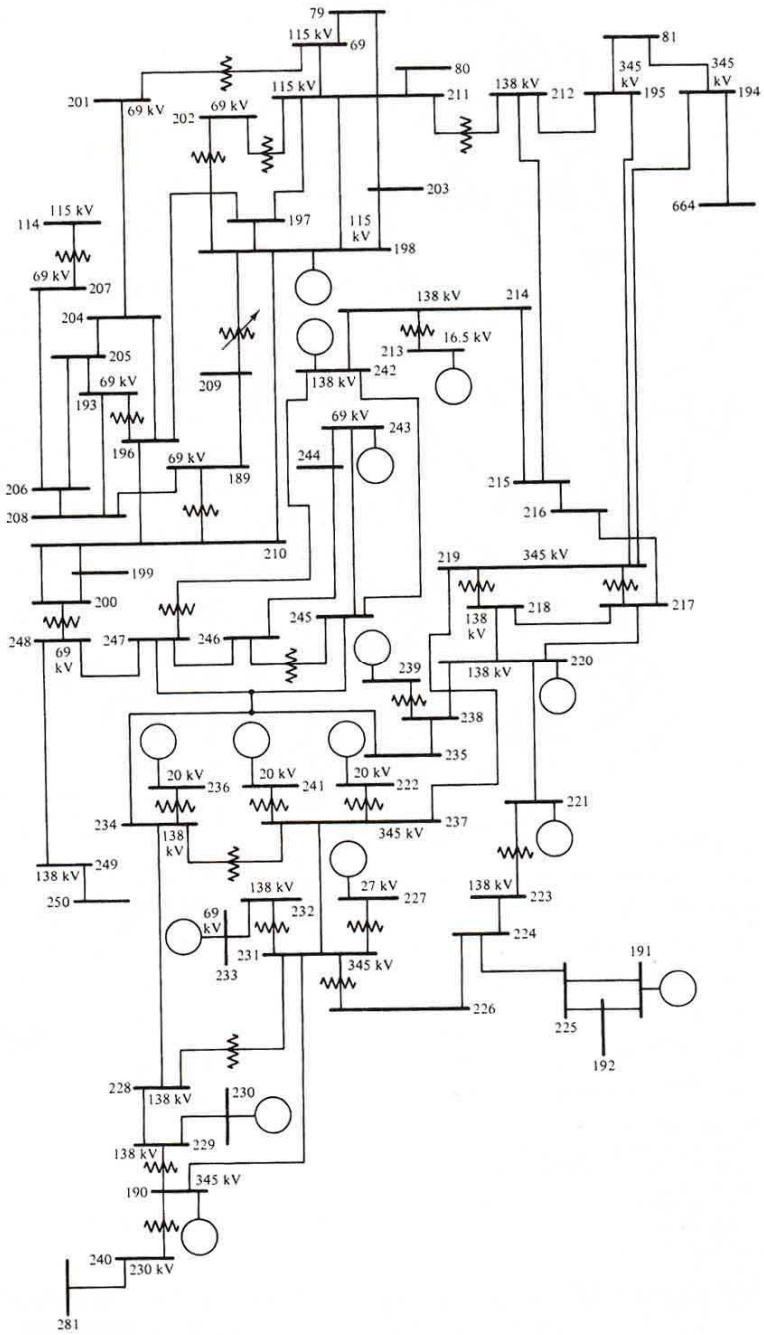
هادی	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
فوق توزیع:			
ترانسفورماتور	۹۰	۱۰۰	۱۰۰
ترانس اندازه گیری	–	–	۸۵
کلید	–	۱۰	۸۵
سکسیونر	–	–	۱۰۰
مقره	۹۰	۱۰۰	۱۰۰
یراق آلات	–	۱۰	۱۰۰
هادی	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
برج	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
انتقال:			
ترانسفورماتور قدرت	–	۵	۱۰۰
ترانس اندازه گیری	–	–	۷۵
کلید	–	–	۸۵
سکسیونر	–	–	۱۰۰
برق گیر	–	–	۹۰
مقره	–	۵۰	۱۰۰
یراق آلات	–	–	۹۰
هادی	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
برج	–	۵۰	۱۰۰

میزان قدرت نصب شده نیروگاههای زیر پوشش وزارت نیرو در ابتدای برنامه اول توسعه ۱۳۶۸۱ مگاوات بود که ۲۴۱۵ مگاوات آن به دلیل بمبارانها از مدار خارج شد و قابل بهره‌برداری نبود. در طول سالهای برنامه اول توسعه ضمن بازسازی و بهسازی تاسیسات آسیب دیده بیش از ۶۶۷۵ مگاوات به قدرت نصب شده نیروگاههای کشور اضافه شد (معادله ۶/۹ درصد رشد سالیانه). حضور سازندگان داخلی در ساخت نیروگاهها باعث شده تا ارزبری نیروگاههای بخاری از ۷۵۰ دلار بر کیلو وات به زیر ۲۶۰دلار بر کیلو وات و ارزبری نیروگاههای آبی از ۲۵۰ دلار بر کیلووات به زیر ۸۵ دلار برکیلووات برسد.

۷-۹ انتقال و توزیع

همانگونه که در فصلهای گذشته مشاهده شد نیروگاههای برق به دلایل مختلف ممکن است از مراکز مصرف فاصله داشته باشند. انرژی الکتریکی بوسیله خطوط انتقال از نیروگاهها به مراکز مصرف منتقل می‌شوند. خطوط انتقال علاوه بر انتقال انرژی الکتریکی ایجاد شبکه به هم پیوسته نیروگاههای مختلف و مراکز مصرف مختلف را نیز بعهده دارد.

شکل ۷-۲۰ نمونه تک خطی یک شبکه کوچک سیستمهای قدرت را نشان می‌دهد [۵]. ژنراتورها، ترانسفورماتورها، کلیدها و بار و نقاط اتصال که باس نامیده می‌شوند در شکل نشان داده شده‌اند. ولتاژ ژنراتورها بین ۱۰ تا ۳۰ کیلو ولت می‌باشد. با فن‌آوریهای امروزی دسترسی به ولتاژهای بیشتر بوسیله ژنراتور بسیار گران تمام می‌شود. به منظور کاهش تلفات انتقال از ترانسهای افزاینده ولتاژ بین ژنراتور و خط انتقال استفاده می‌شود. حداکثر، ولتاژ انتقال در ایران ۴۰۰ کیلو ولت می‌باشد در حالیکه خطوط ۲۳۰ و ۱۳۲ کیلو ولت نیز وجود دارند. ولتاژها بر اساس ولتاژ موثر بین دو خط گفته می‌شود.



شکل ۷-۲۰ دیاگرام تک خطی شبکه ۶۹ باسه[۵]

در واقع افزایش ولتاژ انتقال باعث کاهش جریان خطوط و در نتیجه کاهش جریان هادیها و بنابراین کاهش تلفات اهمی که بصورت I^2R_L متناسب با مربع جریان می باشد، می‌شود.

بارهایی که در شکل ۷-۲۰ نشان داده شده‌اند بارهای بزرگی می‌باشند که می‌توانند برق مصرفی یک شهر و یا یک کارخانه بزرگ باشد. در ایران بسیاری از صنایع بزرگ برق را در سطح ۱۳۲ کیلو ولت و حتی ۲۳۰ کیلو ولت دریافت می‌کنند در حالیکه صنایع کوچکتر برق ۶۳ کیلو ولت و ۲۰ کیلو ولت و در نهایت ۳۸۰ ولت مصرف می‌کنند. این صنایع سپس برق دریافتی را به سطوح ولتاژ مورد نیاز خود در پستهای اختصاصی تبدیل می‌کنند. مصرف‌کننده‌های خانگی و بسیاری از مصرف کننده‌های تجاری برق تکفاز ۲۲۰ ولت استفاده می‌کنند که در شکل نشان داده نشده است. برای کاهش سطح ولتاژ به سطح مورد نیاز مصرف‌کننده نیز از ترانسفورماتور استفاده می‌شود.

اگر چه بخش انتقال و توزیع در نگاه اولیه بخشی از شبکه برق‌رسانی می‌باشند، ولی جدا سازی شبکه انتقال از شبکه توزیع بسیار متداول می‌باشد (در شکل ۷-۲۰ تنها شبکه انتقال نمایش داده شده است). شبکه توزیع در واقع از یکی از پستهای نمایش داده شده در شکل ۷-۲۰ شروع می‌شود و مصرف‌کننده‌های کوچکتر و پستهای توزیع را شامل می‌شود. شبکه توزیع نیز معمولاً به دو بخش فشار قوی (در ایران ۲۰ کیلو ولت) و فشار ضعیف (در ایران ۳۸۰/۲۲۰ ولت) تقسیم می‌شود.

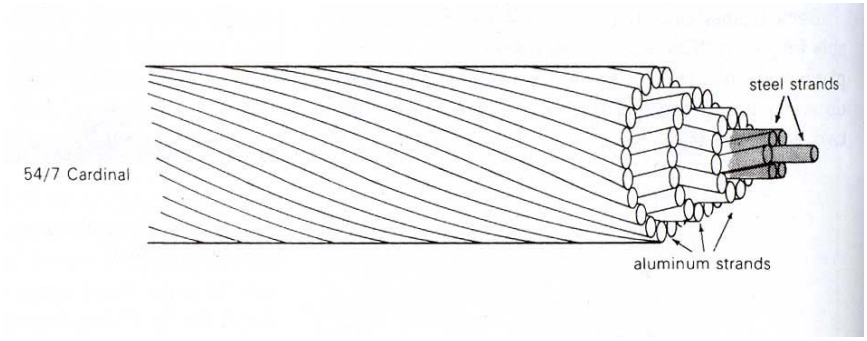
شبکه انتقال با توجه به سطوح بالای ولتاژ و توانهای زیاد انتقالی از خطوط بخش مهمی از شبکه برق‌رسانی می‌باشد و بحث مدلسازی و حفاظت آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

۷-۹-۱ خطوط انتقال

یک خط انتقال شامل هادیها، عایقها، پایه و در بسیاری موارد سیم محافظ می‌باشد. استفاده از آلومینیوم به جای مس در هادیهای هوایی مورد استفاده در سیستم انتقال از سالها پیش مرسوم شده است. اگر چه برای دسترسی به مقاومت یکسان لازم است هادی با سطح مقطع بیشتری نسبت به هادی مسی استفاده

شود ولی این مسئله بعنوان یکی از مزایایی هادیهای آلومینیومی در کاهش پدیده کرونا در مقایسه به هادیهای مسی در سیستمهای ولتاژ بالا عنوان می‌شود.

مزیت دیگر آلومینیوم در مقایسه با مس وزن مخصوص کمتر و قیمت کمتر آن می‌باشد. در سیستمهای انتقال متداول‌ترین هادیها هادیهای آلومینیومی با مغزی فولادی $(ACSR)$[۲۴] می‌باشد. شکل ۷-۲۱ یکی از این هادیها را نشان می‌دهد که شامل ۵۴ رشته آلومینیومی و ۷ رشته فولادی می‌باشد.



شکل ۷-۲۱ نمونه هادیهای ACSR

در خطوط با ولتاژ زیاد معمولا به جای یک هادی از دو، سه و حتی چهار هادی در کنار یکدیگر استفاده می‌شود. این خطوط را خطوط باندل[۲۵] می‌گویند. در این خطوط شدت میدان الکتریکی اطراف هادی کمتر می‌شود. بعلاوه راکتانس سری خط کاهش می یابد. نوع هادی و تعداد باندلهای خط بگونه‌ای انتخاب می‌شوند که توانایی تحمل حرارت در حالت دائمی و در مواقع اتصال کوتاه را داشته باشد. بعلاوه بخصوص در خطوط با ولتاژ زیاد شدت میدان اطراف هادیها نیز باید محدود باشد. خطوط محافظ بالاترین هادی یک خط انتقال می‌باشند که خطوط هادی جریان را در مقابل برخورد صاعقه محافظت می‌نمایند. این خطوط هادیهای فولادی و یا گاهی ACSR با مقطع کمتر نسبت به هادیهای اصلی خط می‌باشند. سیمهای محافظ از طریق برجهای فشار قوی زمین می‌شوند و بنابر این جریان

[24] Aluminum Conductor Steel Reinforced
[25] Bundle

صاعقه به زمین هدایت می‌شود. در یک طراحی مناسب ضمن رعایت محدودیتهای الکتریکی، مکانیکی و زیست محیطی، مجموعه هادیها، برجها، عایقها و سیم محافظ به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که هزینه نهایی حداقل شود.

۷-۹-۲ مدل خط انتقال

مدل بکار رفته برای بررسی رفتار خطوط انتقال که رابطه ولتاژ و جریان را در نقاط مختلف خط مشخص می‌کند، تابعی از طول خط می‌باشد. مدل حاصل رفتار خط را بر اساس المانها مداری فشرده و با استفاده از مشخصات مربوط به چهار پارامتر توزیع شده مقاومت سری خط، اندوکتانس سری و خازن موازی خط و هدایت موازی خط محاسبه می نماید. اندوکتانس سری اثر میدان مغناطیسی ناشی از جریان هادیها و خازن موازی اثر میدان الکتریکی ناشی از ولتاژ هادیها را مدل می‌نماید. هدایت موازی اثر جریان نشتی در مقره ها و مسیرهای یونیزه شده در هوای اطراف هادی را مدل می‌نماید. معمولاً این اثر ناچیز و قابل صرفنظر می‌باشد. مقاومت سری خط تلفات ناشی از جریان روی هادیها را مدل می‌نماید. بدین‌ترتیب مرحله اول در مدلسازی خط انتقال محاسبه پارامترهای توزیع شده خط می‌باشد.

الف: مقاومت

مقاومت dc یک هادی از رابطه:

$$R_{dc,T} = \frac{\rho_T l}{A} \quad \Omega$$

محاسبه می‌شود که

سطح مقطع هادی:A

مقاومت مخصوص هادی در دمای T : ρ_T

طول هادی : l

سطح مقطع هادی : A

می باشد.

مقاومت هادیهای خط انتقال (حامل جریان ۵۰ یا ۶۰ هرتز) بدلیل افزایش طول ناشی از استفاده از هادیهای رشته‌ای به هم پیچیده شده، افزایش دما، اثر پوستی ناشی از فرکانس و تلفات آهن در هادیهای با مغز فولادی، افزایش می یابد.

جدول ۷-۱۰ درصد هدایت ویژه، مقاومت ویژه و ثابت دما را برای هادی‌های فلزی مختلف نشان میدهد.

جدول ۷-۱۰ درصد هدایت ویژه، مقاومت ویژه و ثابت دما هادی‌های فلزی مختلف[۱]

		ρ_{20^oC} Resistivity At 20 ^oC		T Temperature Constant
Material	% Conductivity	$\Omega m \times 10^{-8}$	Ω-cmil/ft	^oC
Copper:				
annealed	100%	1.72	10.37	234.5
Hard-Drawn	97.3%	1.77	10.66	241.5
Aluminium:				
Hard-Drawn	61%	2.83	17.00	228.1
Brass	20-27%	6.4-8.4	38-51	480
Iron	17.2%	10	60	180
Silver	108%	1.59	9.6	243
Sodium	40%	4.3	26	207
Steel	2-14%	12-88	75-530	180-980

در مورد مقاومت مخصوص در دماهای مختلف می‌توان نوشت:

$$\rho_{Tz} = \rho_{T1}\left(\frac{T_2 + T}{T_1 + T}\right)$$

که ρ_{T1} و ρ_{T2} مقاومت مخصوص دردمای T_1 و T_2 می‌باشد و T ثابت دما می‌باشد که در جدول ۷-۱۰ آمده است

۷-۹-۲-۱ اندوکتانس

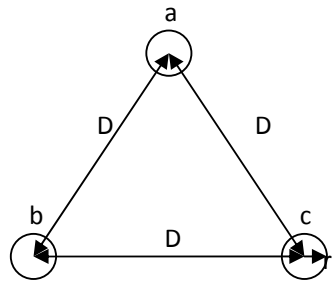
اندوکتانس واحد طول خطوط انتقال ناشی از قرار گرفتن هر هادی در میدان مغناطیی ناشی از جریان خود هادی و ناشی از جریان درهادیهای دیگر می باشد.

اندوکتانس واحد طول برای هادیهای تک رشته حامل جریان سه فازه که به فاصله D از یکدیگر قرار گرفته‌اند از رابطه

$$L = 2\times10^{-7}\, In\frac{D}{r'} \qquad H/m$$

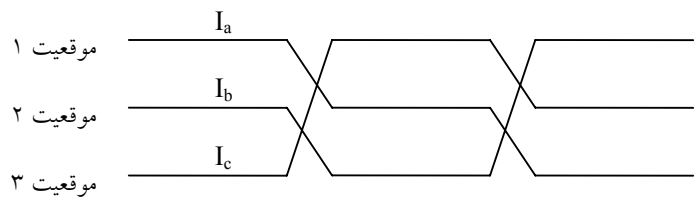
به دست می‌آید که در آن

$$r' = e^{-1/4r} = 0.7788r$$



شکل ۷-۲۲ هادیها در یک خط سه فاز متقارن

درمورد هادیهای رشته ای بجای r' باید از متوسط هندسی شعاع هادیهای (D_s) استفاده نمود. به همین ترتیب اگر فاصله هادیها از هم مساوی نباشد با این فرض که موقعیت هادیها در طول خط جابجا می‌شود (به شکل ۷-۲۳ مراجعه شود) متوسط هندسی فاصله هادیها (D_{eq}) استفاده می‌نماییم. در مورد خطوط باندل از مقدار متوسط هندسی شعاع باندل از مقدار متوسط هندسی شعاع باندل استفاده می کنیم.



شکل ۷-۲۳ جابجایی موقعیت در خطوط جبران شده

مثال: هادیهای یک خط انتقال سه فازه ۶۰ هرتز بصورت افقی و با فاصله ۱۰ متر از هادی مجاور قرار دارند. هادیها از نوع ACSR54/3 با مقطع ۱۵۹۰۰۰۰cmil می‌باشند. خط ۲۰۰ کیلومتر طول دارد. اندوکتانس و راکتانس خط را با این فرض که خط جبران شده می باشد محاسبه نمایید.

از آنجا که خط از هادیهای رشته‌ای ساخته شده به جای r' باید از D_s استفاده کنیم:

با استفاده از جدول مشخصات هادیها، برای هادیها فوق که از نوع Falcon می‌باشند داریم:

$$D_s = 0.0520 \quad D_s = 0.0520\,ft = 0.0520 \times \frac{1m}{3.28\,ft} = 0.0159m$$

بهمین ترتیب با این فرض که خط جبران شده می‌باشد(موقعیت هادیها جابجا می‌شود) در مورد متوسط هندسی فاصله‌ها داریم:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{10 \times 10 \times 20} = 12.6m$$

و بنابراین

$$L = 2\times10^{-7}\ln\frac{12.6}{6.0159}\times200\times1000 = 0.267H$$

$$X = 2\pi f l_a = 2\pi\times60\times0.267 = 101\Omega$$

مثال: در مثال قبلی بجای هادیهای قبلی از دو هادی ACSR 26/2 با مقطع ۷۹۵۰۰۰ cmil که بصورت باندل با فاصله ۴۰ سانتیمتر مباشند استفاده می‌شود. راکتانس خط را محاسبه و با مسئله قبل مقایسه نمایید:

از جدول هادیها برای هادی (Drake)

$$D_s = 0.0375ft = 0.0375\times\frac{1}{3.28} = 0.0114m$$

و بنابراین متوسط هندسی شعاع باندل عبارت است از:

$$D_{SL} = \sqrt{0.0114\times0.4} = 0.0676$$

$$D_{eq} = 12.6 \rightarrow$$

$$L_a = 2\times10^{-7|n}\frac{12.6}{0.u676}\times200\times1000 = 0.209\ H$$

$$X_a = 2\pi f L_a = 78.8\,\Omega$$

که راکتانس معادل ۲۲ درصد کمتر می‌باشد در حالیکه سطح مقطع هادیها در این دو حالت یکسان می‌باشد.

۷-۹-۲-۲ خازن خط

مشابه بحثی که در مورد اندوکتانس معادل خط شد خازن موازی خط نیز ناشی از میدان الکتریکی خط برقدار و اثر میدان الکتریکی خطوط مجاور می‌باشد. خازن واحد طول بین خط و نول یک خط متقارن سه فاز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{D}{r}}$$

که در آن r شعاع خارجی هادی و D فاصله هادیها از یکدیگر می‌باشد. اگر فاصله هادیها از هم مساوی نباشد با این فرض که موقعیت هادیها در طول خط جابجا می‌شود متوسط هندسی هادیها (D_{eq}) و در مورد خطوط باندل از مقدار متوسط هندسی شعاع باندل D_{se} استفاده می کنیم.

مثال: برای مثال قبل مقدار ظرفیت خازن بین خط و نول را محاسبه نمایید.

سپس با این فرض که خط با ولتاژ ۴۰۰ کیلوولت تغذیه می‌شود جریان خازنی و MVAR خط را محاسبه نمایید:

از جدول هادیها قطر خارجی خط ACSR 26/2 با مقطع cmil ۷۹۵۰۰۰ برابر با ۱/۱۰۸ اینج می‌باشد:

$$r = \frac{1.108}{2} = 0.5504\,inch = 0.5504 \times 0.0254 = 0.0141\,m$$

$$D_{sc} = \sqrt{0.0141 \times 0.4} = 0.0750\,m$$

مثل مثال قبل داریم:

$$D_{eq} = 12.6m$$

و بنابراین

$$C_{an} = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{12.6}{0.0750}} \times 1000 \times 200 = 2.17 \times 10^{-6}\ F$$

بدین ترتیب ادمیتانس موازی برابر است با

$$\begin{aligned} Y_{an} &= wc_{an} = 2 \times \pi \times 60 \times 2.17 \times 10^{-6} \\ &= 8.19 \times 10^{-4}\ S \end{aligned}$$

و بنابراین جریان خازنی

$$I = 8.19 \times 10^{-4} \times \frac{345 \times 10^3}{\sqrt{3}} = 163\ A/Phase$$

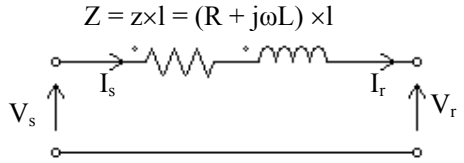
و بنابراین

$$Q_{3p} = 3 \times 163 \times \frac{345 \times 10^3}{\sqrt{3}} = 97.5 \times 10^6\ VAR$$

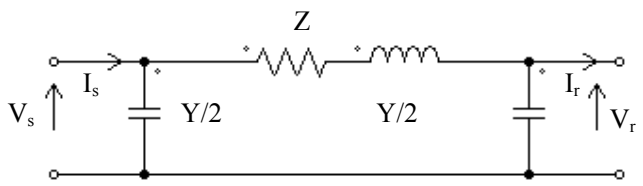
۷-۱۰ مدل خط متوسط و کوتاه

در بخش قبلی روابط مربوط به محاسبه سلف سری و خازن موازی خطوط سه فاز ارائه شد. کمیات محاسبه شده اندوکتانس و خازن واحد طول می‌باشد که برای محاسبه رابطه ولتاژ و جریان ابتدا و انتهای خط بصورت المانها گسترده قابل استفاده می‌باشد.

با اینحال در خطوط کوتاه (با طول کمتر از ۸۰ کیلومتر) می‌توان با صرفنظر از ادمیتانس موازی مدل خط را با استفاده از المانها فشرده به صورت زیر مدل نمود:



شکل ۷-۲۴ مدل مداری خط انتقال با طول کوتاه



شکل ۷-۲۵ مدل مداری خط انتقال با طول متوسط

در خطوط باطول متوسط (۸۰ تا ۲۵۰کیلومتر) می‌توان خازن خط را بصورت المانهای فشرده درابتدا وانتهای خط در نظر گرفت. بدین ترتیب واضح است که به دلیل امپدانس سری خط، ولتاژ در سر فرستنده (V_s) و ولتاژ در سر گیرنده (V_r) میتوانند متفاوت باشند و بدلیل ادمیتانس خط جریان ابتدا وانتهای خط میتواند متفاوت باشند. با استفاده از مدل مداری خط می توان تغییرات ولتاژ بار را با تغییر بار محاسبه نمود. ضریب تنظیم ولتاژ نسبت تغییرات ولتاژ درسمت بار وقتی که بار از بی‌باری به مقدار بار کامل می‌رسد تعریف می‌شود.

$$VR\% = \frac{|V_{RNL}| - |V_{RFL}|}{|V_{RFL}|} \times 100$$

که درآن $|V_{RNL}|$ اندازه ولتاژ سمت بار در حالت بی‌باری و $|V_{RFL}|$ اندازه ولتاژ در حالت بار کامل می‌باشد.

مثال

امپدانس و ادمتیانس واحد طول یک خط ۳۴۵ کیلو ولت ۲۰۰ کیلومتری به صورت زیر می‌باشد:

$$Z = 0.032 + j0.35 \qquad \Omega / km$$

$$Y = j4.2 \times 10^{-6} \qquad S / km$$

بار کامل معادل باری با توان ۷۰۰ مگاوات و ضریب توان ۰/۹۹ پیش فاز با ولتاژی معادل ۹۵ درصد ولتاژ نامی می‌باشد.

الف- مدار معادل خط را بدست آورید.

$$Z = z\ell = (0.032 + j0.35)(200) = 6.4 + j70 = 70.29\angle 84.78^o$$
$$Y = y\ell = \left(j4.2\times 10^{-6}\right)\times 200 = 8.4\times 10^{-4}\angle 90^o$$

ب- ولتاژ جریان وتوان را در طرف فرستنده توان محاسبه نمایید.

در مورد V_s داریم:

$$Vs = Vr + Z(Vr\frac{Y}{2} + Ir)$$

ودر مورد I_s داریم:

$$Is = Vs\frac{Y}{2} + (Vr\frac{Y}{2} + Ir)$$

بنابراین در ابتدا لازم است تا V_r وI_r محاسبه شوند با این فرض که V_r فیزور مرجع باشد:

$$Vr = 0.95\times\frac{345}{\sqrt{3}} = 189.2\angle 0^0$$

و بنابراین:

$$Ir = \frac{700}{\sqrt{3(0.95\times 345)\times 0.99}}\angle\cos^{-1}0.99 = 1.246\angle 8.11^o \quad kA$$

$$Vs = 189.2\angle 0 + 70.29\angle 84.78\times(189.2\angle 0\times 4.2\times 10^{-4}\angle 90 + 1.246\angle 8.11)$$
$$= 199.6\angle 26.14 \qquad \Rightarrow \qquad Us = 199.6\times\sqrt{3} = 345.8 \quad kV$$
$$Is = 199.6\angle 26.14\times 4.2\times 10^{-4}\angle 90 + (189.2\angle 0\times 4.2\times 10^{-4}\angle 90 + 1.246\angle 8.11)$$
$$= 1.241\angle 15.5 \quad kA$$

وتوان در ابتدای خط عبارت است از:

$$Ps = 3 \times \mathrm{Re}(Vs \times Is^{*}) = 3 \times \mathrm{Re}(199.6\angle 26.14 \times 1.241\angle -15.5)$$
$$= 3 \times 199.6 \times 1.241 \times \cos(26.14 - 15.5) = 730.5 \quad MW$$

و بنابراین حدود ۳۰/۵ مگاوات تلفات روی خط خواهیم داشت. بدین ترتیب بازده انتقال در حالت بار کامل برابر

$$\eta = \frac{700}{730.5} \times 100 = 95.8\%$$

میباشد.

برای محاسبه تنظیم ولتاژ لازم است V_r را در حالت بی باری محاسبه نمایم:

در حالت بی باری $I_r = 0$ و بنابراین:

$$Vr_{NL} = Vs\left(\frac{1}{1 + \frac{ZY}{2}}\right)$$
$$Vr_{NL} = \frac{199.6}{0.9706}$$
$$VR\% = \frac{205.7 - 189.2}{189.2} \times 100 = 8.7\%$$

نکته قابل توجه در این است که با وجود کمتر بودن ولتاژ بار در حالت بار کامل از ولتاژ سمت فرستنده توان خط، با قطع بار، ولتاژ سمت بار بیشتر از ولتاژ سمت فرستنده می شود.

ادامه۱: در حالت بی باری تلفات خط را محاسبه کنید.

ادامه۲: چه راهکاری برای جلوگیری از از افزایش ولتاژ خط در حالت بی باری پیشنهاد می‌کنید.

علاوه بر مسئله تنظیم ولتاژ عوامل دیگری در میزان بارگذاری خطوط موثر میباشند. از جمله این عوامل می توان به حد حرارتی وحد پایداری حالت دائمی نام برد. حداکثر دمای هادی در واقع حد حرارتی

هادی را معین میکند. بالا رفتن دمای هادی باعث میشود که به علت افتادگی بیش از حد هادی در فاصله دو برج، فاصله بین هادی و زمین کم شود. بعلاوه حرارت زیاد متواند قابلیت تحمل کشش هادی را کم کند. دمای هادی تابعی از جریان و مدتی که جریان از آن عبور می کند می باشد. در خطوط کوتاه معمولا حد حرارتی حداکثر بار خط را مشخص میکند. در خطوط با طول متوسط و بلند عوامل دیگری محدود کننده حداکثر بار گذاری خطوط می باشند. حد پایداری دائمی با بدون تلفات فرض کردن خط انتقال بدست می آید. با استفاده از مدل خط و با این فرض که Z=jX ، درمورد I_R داریم:

$$Ir = \frac{Vs - Vr}{Z} - \frac{Y}{2}Vr = \frac{Vs - Vr}{jX} - \frac{j\omega C}{2}Vr$$

که X راکتانس خط و C خازن معادل خط می باشد.

اگر V_r را فیزور مرجع فرض کنیم و داشته باشیم:

$$Vs = \mathrm{Vs}e^{j\delta}$$

در مورد توان ظاهری در بخش انتهایی خط (r) داریم:

$$Sr = 3VrIr^* = 3Vr(\frac{\mathrm{Vs}e^{j\delta} - Vr}{jX})^* + 3\frac{j\omega C}{2}\mathrm{Vr}^2$$
$$= 3\frac{j\mathrm{VsVr}\cos\delta + \mathrm{VsVr}\sin\delta - j\mathrm{Vr}^2}{X} + 3\frac{j\omega C}{2}\mathrm{Vr}^2 = \mathrm{Pr} + jQr$$

وبنابراین:

$$\mathrm{Pr} = \mathrm{Re}(Sr) = 3\frac{\mathrm{VsVr}}{X}\sin\delta$$

از طرفی چون خط بدون تلفات است بنابراین:

$$\mathrm{Ps} = \mathrm{Pr}$$

بدین ترتیب حداکثر توان قابل انتقال توسط خط عبارت خواهد بود از:

$$P_{\max} = \frac{\mathrm{VsVr}}{X}$$

که برای حالتی که $\delta = 90^o$ می باشد اتفاق می افتد.

۷-۱۱ جبران سازی توان راکتیو

با اضافه کردن خازن و اندوکتور می توان میزان بار گذاری خطوط را افزایش داد. راکتورهای موازی در نقاط مشخصی از خطوط ولتاژ بالا نصب شده و با جذب توان راکتیو، اضافه ولتاژهای حالت بی‌باری را کاهش می دهند. با اینحال باقی ماندن انها در شبکه در حالت بار کامل باعث افت ولتاژ خواهد شد. لذا لازم است تا متناسب با شرایط بارگذاری خط مقدار مناسب راکتور در شبکه قرار گیرد. بهمین ترتیب معمولا خازنهای موازی برای جبران افت ولتاژ خط در حالت بارداری اضافه می‌شوند. نوع دیگری از جبران سازی موازی شامل راکتورهای کنترل شده با تریستور(TCR[۲۶]) می‌باشند که با خط موازی می‌شوند. این تجهیزات نوعی از تجهیزات کلی‌تری که بنام جبران‌کننده‌های استاتیکی توان راکتیو (SVC[۲۷]) نامیده می‌شوند می‌باشند.

در این سیستمها با کنترل اتوماتیک تریستورها، نوسانات ولتاژ کنترل می‌شود و بدین‌ترتیب بارگذاری خطوط افزایش می‌یابد. از خازنهای سری با خط نیز گاهی برای افزایش حد بارگذاری خطوط طویل استفاده می‌شود. اثر آنها کاهش راکتانس سری خالص خط و بنابر این کاهش افت ولتاژ ناشی از جریان و همچنین افزایش حداکثر توان قابل انتقال توسط خط می‌باشد.

[26] Thyristor Controlled Reactors
[27] Static var Componsator

مثال:

امپدانس سری و ادمیتانس موازی یک خط ۷۶۵ کیلوولت، ۶۰هرتز، به ترتیب عبارتند از:

$$Z = 97.0\angle 87.2^o \quad \Omega$$
$$\frac{Y}{2} = 7.095\times 10^{-4}\angle 89.97^o \quad S$$

۷۵ درصد ادمتیانس خط در حالت بی باری بوسیله دو راکتور مساوی که در اول و اخر خط نصب شده‌اند جبران می شود. راکتورها در حالت بار داری از مدار خارج می شوند حالت بار کامل حالتی است که بار جریان ۱/۹ کیلو آمپر را با ضریب توان ۱و ولتاژ ۷۳۰ کیلو ولت دریافت می‌کند.

الف- درصد رگولاسیون ولتاژ را برای خط جبران نشده محاسبه کنید.

ب- ادمیتانس موازی و امپدانس سری خط جبران شده را محاسبه کنید.

پ- درصد رگولاسیون ولتاژ را برای خط جبران شده بدست آورید.

الف- از روی مدار معادل در حالت جبران نشده

$$Vs = Z(Ir + Vr\frac{Y}{2}) + Vr$$
$$= 97.0\angle 87.2(1.9\angle 0 + \frac{730}{\sqrt{3}}7.095\times 10^{-4}\angle 89.97) = 442.3\angle 24.8^o$$
$$Us = 442.3\times\sqrt{3} = 766.0 \quad kV$$

چون تنها اندازه Vr_{NL} لازم است:

$$Vr_{NL} = Vs\left(\frac{1}{1+\frac{ZY}{2}}\right) = 442.3\times\frac{1}{1+97.0\angle 87.2\times 7.095\times 10^{-4}\angle 89.97} = 474.9 \quad kV$$

$$VR\% = \frac{474.9-\frac{730}{\sqrt{3}}}{\frac{730}{\sqrt{3}}}\times 100 = 12.68\%$$

ب:

$$Y = 2\times 7.09\times 10^{-4}\angle 89.97 = 7.4\times 10^{-7} + j14.188\times 10^{-4}$$

پس از جبران سازی داریم:

$$Y_{CMP} = 7.4\times 10^{-7} + j14.188\times 10^{-4}(1-0.75) = 3.547\times 10^{-4}\angle 89.88$$

$$\frac{Y_{CMP}}{2} = 1.7735\times 10^{-4}\angle 89.88$$

از انجا که جبران ساز سری نداریم بنابراین z تغیری نمی کند.

$$Z = 97.0\angle 87.2$$

پ_ در حالت بار کامل راکتورها از مدار خارج می باشند و بنابراین ولتاژ تغییری نمی کند. در حالت بی‌باری راکتورها در مدار هستند و بنابراین:

$$Vr_{NL,CMP} = Vs\left(\frac{1}{1+\frac{ZY}{2}}\right) = 442.3\times\frac{1}{1+97.0\angle 87.2\times 1.773\times 10^{-4}\angle 89.88} = 449 \quad kV$$

$$VR\% = \frac{449-\frac{730}{\sqrt{3}}}{\frac{730}{\sqrt{3}}}\times 100 = 6.5\%$$

مثال: خازنهای مساوی بصورت سری در ابتدا و انتهای خط به گونه ای انتخاب شده اند که ٪ ۳۰ راکتانس سری خط را جبران کند. برای شرایطی که ولتاژابتداوانتهای خط برابر ومساوی ۷۶۵کیلو ولت است حداکثر توان قابل انتقال از خط بدون تلفات را محاسبه نمایید و با خط جبران نشده مقایسه نمایید.

$$Z = 97.0\angle 87.2 \quad \Rightarrow \quad X = 97 \times \sin 87.2 = 96.88$$

قبل از جبران‌سازی و با صرفنظر از تلفات ناشی از مقاومت سری و بخش حقیقی ادمیتانس:

$$\Pr_{\max} = \frac{765 \times 765}{96.88} = 6041 \quad MW$$

پس از جبران‌سازی:

$$X = 96.88(1 - 0.3) = 67.816 \quad \Omega$$

$$\Pr_{\max} = \frac{765 \times 765}{67.816} = 8630 \quad MW$$

که معادل ۴۳ درصد افزایش حداکثر توان قابل انتقال می‌باشد.

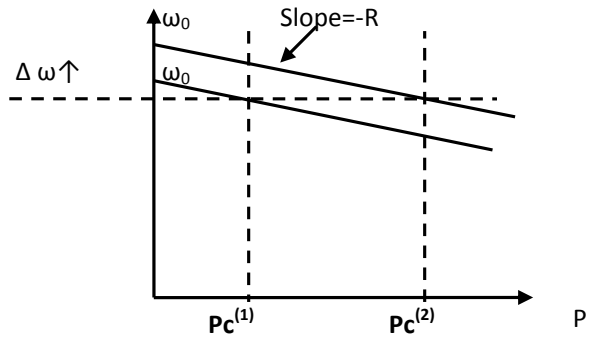
۷-۱۲ کنترل

در یک شبکه به هم پیوسته توان تولید شده در ژنراتورها ضمن تأمین تلفات در خطوط انتقال و ترانسفورماتورها، توان مورد نیاز بارهای شبکه را تأمین می‌کند. در انتقال توان از ژنراتورها به بارها علاوه بر محدودیتی که ناشی از مشخصه خطوط می‌باشد محدودیتهای دیگری نیز مطرح می‌باشند که ناشی از حداکثر ظرفیت تولید ژنراتورها و در مرحله بعدی هزینه تولید نیروگاههای مختلف می‌باشد. این دو مبحث در بخش کنترل اتوماتیک تولید[۲۸] (AGC) در سیستمهای قدرت مطرح می‌شود. توان تولید شده

[28] Automatic Generation Control

توسط ژنراتورها بوسیله توان محرک مکانیکی آنها نظیر توربین بخار، توربین آب، توربین گاز و یا موتور دیزل مشخص می‌شود.

در یک توربین بخار و یا توربین آب با کنترل میزان بازو بسته بودن شیرهای بخار و یا آب توان مکانیکی کنترل می‌شود. با افزایش بار در شبکه، تولید ژنراتورها نیز باید افزایش یابد و برعکس با کاهش بار تولید ژنراتورها نیز باید کاهش یابد. عدم تعادل توان باعث تغییر سرعت ژنراتورها می‌شود بطوریکه در صورتیکه تولید از مصرف بیشتر شود سرعت توربینها افزایش یافته و در نتیجه فرکانس افزایش می‌یابد و بر عکس اگر مصرف بار بیشتر از تولید ژنراتورها باشد سرعت توربینها کاهش یافته و بنابراین فرکانس کاهش می‌یابد. شکل ۷-۲۶ نمونه تغییرات فرکانس را با تغییرات توان نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود شیب کاهش فرکانس تقریبا ثابت می باشد.



شکل ۷-۲۶ مشخصه ایستا توان سرعت

مثال: فرض کنید که در یک واحد ۵۰۰ مگاواتی شیب کاهش فرکانس ۰/۰۵ باشد در صورتیکه شیر کنترل بخار توربین به گونه ای تنظیم شده باشد که در فرکانس ۵۰ هرتز ۲۵۰ مگاوات توان تولید کند در چه توانی فرکانس ۴۹ هرتز می‌شود.

$$\frac{\Delta f}{f} = -0.05 \times \frac{\Delta P}{P}$$

$$\Delta P = \frac{-1}{50 \times 0.05} \times P = \frac{250}{2.5} = 100 \quad MW$$

با اندازه‌گیری سرعت توربینها و یا فرکانس به عدم تعادل در تولید و بار پی برد. هر گونه تغییر در مقادیر نامی سرعت و یا فرکانس باعث ایجاد سیگنالهای کنترلی مناسب می‌شود که باعث عملکرد مناسب شیرهای کنترلی می‌شود. در عمل این کنترل بوسیله گاورنر انجام می‌شود و بعنوان کنترل اولیه[۲۹] نامیده می‌شود.

حفظ فرکانس شبکه از نظر عملکرد موتورهای الکتریکی مهم می باشد. در واقع سرعت دمنده ها و پمپهایی که توسط موتورهای الکتریکی کار می کنند تابعی از فرکانس می‌باشد. از نظر مکانیکی نیز تغییرات فرکانس می‌تواند باعث پیری زود هنگام تجهیزات مکانیکی نظیر پره توربینها گردد.

مشکل اساسی در کنترل نیروگاهای شبکه ناشی از تفاوت در مشخصه با فرکانس واحدهای مختلف می‌باشد در واقع اگر تمام توربینهای یک شبکه قدرت دارای شیب کاهش فرکانس (R) یکسانی بودند، در حالت کار موازی با یکدیگر و با تغییر بار شبکه تقسیم بار روی توربینهای مختلف متناسب با توان نامی آنها انجام می شد.

در شبکه های قدرت به هم پیوسته، مرکز کنترل شبکه، شبکه قدرت را به چند ناحیه تقسیم می کند. هر ناحیه وظیفه دارد تا بر اساس میزان مصرف محلی، تولید محلی را به گونه ای تامین نماید تا تغییرات فرکانس حداقل گردد.

نکته دیگری که مراکز کنترل محلی و کنترل شبکه در نظر می گیرد عملکرد اقتصادی سیستم قدرت می‌باشد. هدف از این کنترل تامین بار مصرف کنندگان با حداقل هزینه می باشد. بدیهی است که برای امکان کنترل اقتصادی لازم است که تولید واحدهای مختلف در محدوده خاصی قابل تغییر باشد. بنابراین

[29] Primary Control

در صورتیکه برای تامین حداکثر بار لازم باشد که تمام نیروگاه ها با حداکثر ظرفیت برق تولید کنند امکان برنامه ریزی برای عملکرد اقتصادی در این شرایط وجود ندارد. ولی معمولا ظرفیت نیروگاه ها بیشتر از مجموع بار شبکه می باشد. در این شرایط و با توجه به هزینه تولید متفاوت واحد های مختلف به دلیل تفاوت در ساختار نیروگاه، تفاوت فاصله با منابع انرژی و تفاوت در هزینه انتقال بدلیل تفاوت فاصله تا بارهای مختلف لازم است توان تولیدی توسط نیروگاه های مختلف به گونه ای برنامه ریزی شود که ضمن تامین نیازمندیهای بار هزینه تولید حداقل گردد. بدین ترتیب اگر هزینه تولید توان PG را $C(PG)$ بنامیم مسئله عملکرد اقتصادی سیستم قدرت تبدیل به حداقل کردن

$$C_T = \sum_{i=1}^{m} C_i\left(PG_i\right) \qquad i = 1,...m$$

می شود. C_T هزینه کلی تولید و m تعداد نیروگاه ها می باشد. بدیهی است که در حین حداقل کردن این تابع باید محدودیت های فنی متعددی را در نظر گرفت بعضی از این محدودیت ها عبارتند از

۱- P_{Gi} دارای حداقل وحداکثری می باشد که به وسیله ظرفیت نیروگاه و حداقل توان جهت فعال نگهداشتن نیروگاه تعیین می‌شود

$$P_{Gi}^{\min} \le P_{Gi} \le PG_i^{\max} \qquad i = 1,...m$$

۲- تولید واحد های نیروگاهی و تنظیم ژنراتورها باید به گونه‌ای باشد که توان مورد نیاز بارها تأمین شود.

۳-ولتاژ در نقاط مختلف شبکه باید در حد مجاز باشد

$$\left|V_i\right|^{\min} \le \left|V_i\right| \le \left|V_i\right|^{\max} \qquad i = 1,4,...m,...,n$$

که n تعداد باسهای شبکه می باشد.

۴- توان انتقالی در خطوط انتقال شبکه باید از حداکثر توان مجاز خط کمتر باشد.

$$\left|P_{ij}\right| \le P_{ij}^{\max}$$

در مسائل ساده عملکرد اقتصادی می توان محدودیت ها را در نظر نگرفت و تنها فرض کرد که هزینه تولید نیروگاه های مختلف مشخص ومیزان بار مورد نیاز نیز مشخص است.

مثال: هزینه‌ی تولید دو نیروگاه مختلف به ترتیب بصورت

$$C_1\left(PG_i\right) = 900 + 45PG_i + 0.01PG_1^2$$

$$C_2\left(PG_2\right) = 2500 + 43PG_1 + 0.003PG_2^2$$

که PG_1 بر حسب مگاوات و C_1 بر حسب دلار می‌باشد

در صورتیکه توان مورد نیاز ۷۰۰ مگاوات باشد میزان بهینه تولید هر واحد و هزینه هر کیلو وات ساعت برق را در این شرایط بهینه محاسبه نمایید.

برای رسیدن به نقطه بهینه در اینگونه مسائل باید هزینه افزایشی واحدها که به صورت رابطه

$$IC_1 = \frac{dc_1}{dPG_1}$$

تعریف می شود در نقطه کار دو واحد با یکدیگر مساوی شود.

$$I_{C1} = \frac{dc_1}{dPG_1} = I_{C2} = \frac{dc_2}{dPG_2}$$

$$I_{C1} = 45 + 0.02PG_1$$

$$I_{C2} = 43 + 0.006PG_2$$

$$I_{C1} = I_{C2} \rightarrow 45 + 0.02PG_1 = 43 + 0.006PG_2$$

از طرفی

$$PG_1 + PG_2 + = 700$$

بنابراین

$$45 + 0.02PG_1 = 43 + 0.006(700 - PG_1)$$

و بنابراین

$$PG_1 = 84.6MW \qquad PG_2 = 615.4MW$$

بررسی I_{c1} و I_{c2} نیز نشان دهنده این امر است که افزایش هزینه تولید با افزایش تولید G_1 با سرعت بیشتری نسبت به هزینه تولید با افزایش تولید G_2 افزوده می‌شود.

ادامه ۱: با بررسی هزینه تولید در سایر نقاط نشان دهید که این نقطه کمترین هزینه تولید را ایجاد می‌کند.

برای محاسبه هزینه برق تولیدی داریم:

$$PG_1 = 84.6MW \rightarrow C_1(PG_1) = 900 + 45 \times 84.6 + 0.01 \times 84.6^2$$

$$= 4778.6 \text{ دلار}$$

$$PG_2 = 615.4MW \rightarrow C_2(PG_2) = 2500 + 43 \times 615.4 + 0.003 \times 815.4^2$$

$$= 30098.4$$

$$C_T = C_1 + C_2 = 34877/hr \text{ دلار}$$

که معادل

$$34877/(700 \times 1000) = 4.98 \quad \text{سنت}/kwh$$

در بازار جدید و رقابتی که بعد از تجدید ساختار در شبکه های قدرت مطرح شده است یک تأمین کننده برق علاوه بر تامین برق نواحی همسایه می تواند با استفاده از شبکه موجود برق به مشتریی در فواصل

دور بفروشد. در این شرایط با توجه به استفاده از سیستم انتقال واسط، واحد کنترل اتوماتیک تولید لازم است تا مجموع توان انتقالی از خطوط را کنترل نماید. بعلاوه بعلت ایجاد تلفات اضافی در خطوط لازم است تا هزینه اضافی برای انتقال پرداخت شود. محدودیت های فنی واقتصادی هزینه انتقال را تعیین خواهد کرد. با اینحال با توجه به شرایط مختلف تولید در بسیاری از موارد انتقال توان از یک ناحیه به ناحیه دیگر اقتصادی می‌باشد.

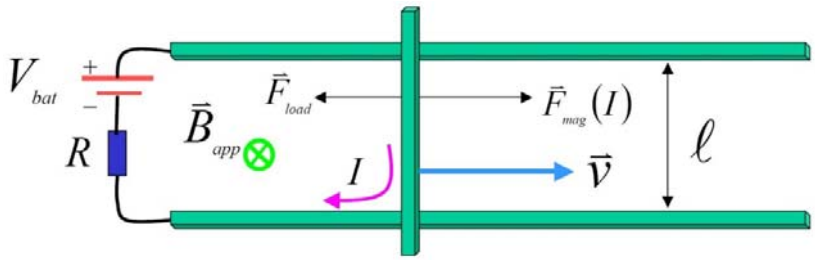
۷-۱۳ تبدیل انرژی الکترومغناطیسی

ماشینهای الکتریکی وسایلی هستند که انرژی الکتریکی را به مکانیکی و یا بالعکس تبدیل می‌کنند که در مورد اول به آن موتور و در مورد بعد ژنراتور گفته می‌شود. سابقه تولید برق با استفاده از حرکت مکانیکی به تولید الکتریسیته ساکن توسط مالش اجسام بر می‌گردد. ساخت اولین ماشینهای بر این اساس در اواسط قرن هجده میلادی انجام گرفت، اما موتورهای الکتریکی تقریباً یک قرن بعد اختراع شدند. در سال ۱۸۳۱ مایکل فارادی اولین موتور الکتریکی را ساخت. در سال ۱۸۸۷ نیکولا تسلا اولین موتور جریان متناوب را معرفی کرد. تا آن زمان تمام موتورهای الکتریک با جریان مستقیم کار می‌کردند. امروزه ماشینهای الکتریکی تقریباً در همه جا استفاده می‌شوند.

۷-۱۴ اصول کار موتورهای DC

یک ریل فلزی ثابت و یک میله فلزی که می‌تواند بر روی ریل حرکت کند را مطابق شکل در نظر بگیرید. فرض کنید میدان مغناطیسی B عمود بر صفحه به سمت داخل به این مجموعه اعمال میشود.

بک باتری و یک مقاومت (برای محدود کردن جریان) را همانطور که در شکل ۷-۲۷ نشان داده شده است به ریل متصل می‌کنیم. با بسته شدن مسیر الکتریکی جریان I از مدار عبور می‌کند.



شکل۷-۲۷ ساختمان یک موتور خطی ساده

در اثر عبور جریان نیروئی بر میله متحرک اعمال میشود. از قوانین الکترومغناطیس می‌دانیم نیروی اعمال شده به صورت زیر است:

$$\vec{F}_{mag}(I) = l\vec{I} \times \vec{B}_{app} \qquad (۸-۷)$$

که در آن l عرض ریل است. این نیرو میله را به سمت راست حرکت داده و ابعاد حلقه جریان را افزایش می‌دهد. افزایش سطح حلقه جریان موجب افزایش شار عبور کننده از حلقه و ایجاد ولتاژ در آن می‌شود. طبق قانون لنز میدان مغناطیسی القائی باید به گونه‌ای باشد که با افزایش شار مخالفت کند. این امر با القای میدانی در خلاف جهت میدان اصلی تحقق می‌یابد. جریان لازم برای ایجاد این میدان باید در خلاف جهت جریان تأمین شده از طرف باتری باشد، بنابراین جهت ولتاژی که در حلقه القاء می‌شود باید به نحوی باشد که با ولتاژ باتری مخالفت کند. از اینرو این ولتاژ، ولتاژ ضد محرکه[۳۰] نامیده می‌شود.

کار الکتریکی لازم برای انتقال بار مثبت از پائین به بالای میله برابر است با:

$$W = \vec{F}_{mag}(q) \bullet \vec{l} \qquad (۹-۷)$$

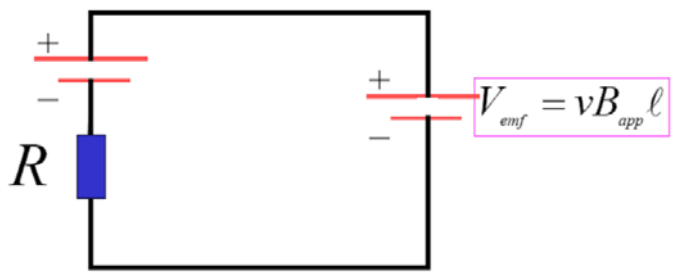
[30]Back EMF

$$W = qvB_{app}l \qquad (۱۰-۷)$$

طبق تعریف، کار واحد بار ولتاژ ضد محرکه نامیده می‌شود:

$$V_{emf} = vB_{app}l \qquad (۱۱-۷)$$

بنابراین مدار معادل موتور خطی مذکور به شکل زیر است.



شکل۷-۲۸ مدارمعادل موتور خطی DC

در حالت اول فرض کنید نیروی مقاوم وجود نداشته باشد ($\vec{F}_{load} = 0$) و میله بتواند بدون اصطکاک بر ریل حرکت کند. وقتی تغذیه به مدار متصل شود میله شتاب می‌گیرد و در حالت تعادل سرعت میله ثابت می‌شود. در این حالت نیروئی برای شتاب دادن به میله وجود ندارد و داریم:

$$\vec{F}_{mag} = \vec{F}_{load} = 0 \qquad (۱۲-۷)$$

در این حالت $I = 0$ و :

$$V_{emf} = V_{bat} \qquad (۱۳-۷)$$

در حالت دیگر فرض کنید نیروی مقاومی در برابر حرکت میله وجود دارد ($\vec{F}_{load} \neq 0$). این نیرو می‌تواند نیرویی باشد که صرف انجام کار می‌شود (مثل نیروئی که برای بالا بردن یک وزنه لازم است) و یا نیروی اصطکاک و یا آنچنان که معمولاً وجود دارد هر دوی آنها باشد.

وقتی تغذیه به مدار متصل شود میله شتاب می‌گیرد و در حالت تعادل سرعت میله ثابت می‌شود. از تعادل نیروها (قانون اول نیوتن) می‌توان نتیجه گرفت:

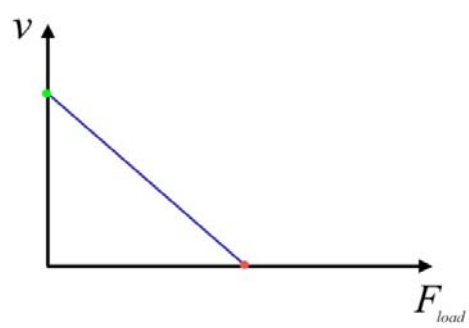
$$F_{load} = B_{app} I_{net} l \qquad (۱۴-۷)$$

$$F_{load} = \frac{B_{app}\left(V_{bat} - V_{emf}\right)l}{R} \qquad (۱۵-۷)$$

$$F_{load} = \frac{B_{app}\left(V_{bat} - vB_{app}l\right)l}{R} \qquad (۱۶-۷)$$

$$F_{load} = \frac{B_{app}V_{bat}l}{R} - \frac{vB_{app}^2 l^2}{R} \qquad (۱۷-۷)$$

همانطور که در رابطه بالا دیده می‌شود یک رابطه خطی بین نیروی مقاوم و سرعت وجود دارد. این رابطه در شکل ۷-۲۹ نشان داده شده است. بیشترین نیرو در سرعت صفر بدست می‌آید. وقتی نیروی مقاوم صفر باشد سرعت ماشین به مقدار حداکثر خود که توسط ولتاژ تغذیه مشخص می‌شود می‌رسد.



شکل۷-۲۹ نمودار نیرو-سرعت موتور خطی DC

اگر تغذیه را به یک موتور ساکن وصل کنیم در زمان راه اندازی که سرعت صفر است بیشترین جریان توسط موتور کشیده می‌شود. با افزایش سرعت مقدار جریانی که توسط موتور کشیده می‌شود کاهش می‌یابد.

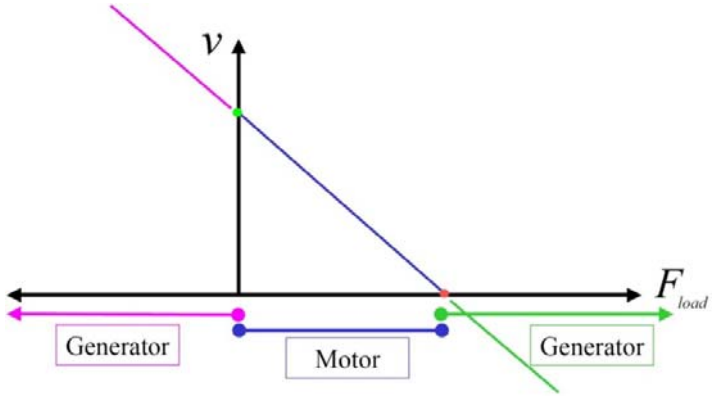
۷-۱۵ اصول کار ژنراتورهای DC

فرض کنید جهت نیروی بار همانطور که در شکل نشان داده شده است در جهت نیروی الکترومغناطیسی باشد. در این حالت سرعت میله از حالت بی‌بار بیشتر است. بنابراین:

$$V_{emf} = vB_{app}l > V_{bat} \qquad (۷-۱۸)$$

پس جریان در جهتی خواهد بود که باتری را پر کند. در این حالت ماشین الکتریکی یک ژنراتور است.

در حالت دیگر فرض کنید که نیروی خارجی وارد شده بر ماشین به نحوی باشد که میله را در جهت عکس به حرکت در آورد. در این حالت شار داخل حلقه مدار الکتریکی مرتباً کاهش می‌یابد و در نتیجه جهت قطبهای ولتاژ ضد محرکه برعکس می‌شود و سیستم به صورت ژنراتور عمل می‌کند. در این حالت ولتاژ باتری و ولتاز ضد محرکه با هم جمع شده و جریان افزایش می‌یابد ($I > \frac{V_{bat}}{R}$). نواحی کار این ماشین الکتریکی خطی در شکل ۷-۳۰ نشان داده شده است.

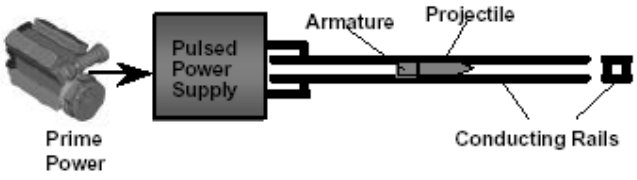


شکل۷-۳۰ نمودار نیرو-سرعت و نواحی کار این ماشین الکتریکی خطی

ماشینهای الکتریکی که اصول کار آنها را بررسی کردیم، دارای حرکت خطی هستند و به نام ماشینهای الکتریکی خطی شناخته می‌شوند. اگرچه کاربردهای زیادی وجود دارند که نیاز به حرکت خطی دارند،

اما اغلب به صورت سنتی از موتورهائی با حرکت دوار استفاده می‌شود و هر جا حرکت خطی مورد نیاز باشد با استفاده از وسایل مکانیکی حرکت دورانی را به حرکت خطی تبدیل می‌کنند. علت این امر مسائلی نظیر هزینه تولید زیاد به دلیل مشکلات ساخت مکانیکی، نیاز به استفاده از جعبه دنده (که برای حرکت دوار مناسب‌ترند) کاهنده سرعت در بسیاری از کاربردها، و همینطور ساختار نامتقارن مغناطیسی در موتورهای با ابعاد محدود، که از بازده و کارائی آنها می‌کاهد، است. با وجود این در سالهای اخیر با توجه به پیشرفتهای بدست آمده در ساخت ماشینهای دارای آهنربای دائم و ابررساناهای دمای زیاد، استفاده از ماشینهای الکتریکی خطی در کاربردهائی نظیر اتوماسیون و حمل و نقل رو به افزایش است، اما بیشترین کاربردهای ماشینهای الکتریکی همچون تولید الکتریسیته در نیروگاه‌ها، دمنده‌ها، پمپها، همچنان نیاز به حرکت دورانی دارند. شکل ۷-۳۱ و شکل ۷-۳۲ دو نمونه از کاربردهای ماشینهای الکتریکی خطی را نشان می‌دهد.

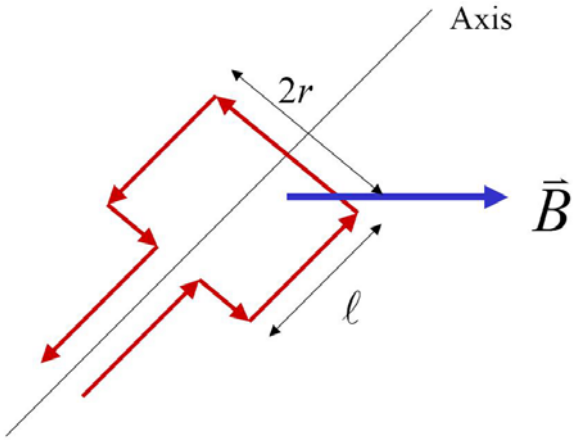
شکل۷-۳۱ قطار Transrapid با سرعت بیش از ۵۰۰ کیلومتر در ساعت در واقع یک ماشین خطی بزرگ است که بخشی از آن روی ریل و بخش دیگر آن در زیر قطار تعبیه شده است. این وسیله نقلیه ریلی به وسیله نیروی الکترمغناطیسی در هوا معلق نگه داشته شده و در حین حرکت تماسی با ریل ندارد.



شکل۷-۳۲ در این اسلحه مدرن برای رساندن سرعت گلوله به ۶۰۰۰ متر بر ثانیه از اصول ماشینهای خطی استفاده می‌شود. با چنین تفنگی یک تک‌تیرانداز می‌تواند هدفی را در فاصله یک مایلی مورد اصابت قرار دهد که سه تا چهار برابر بیشتر از یک تفنگ سنتی است.

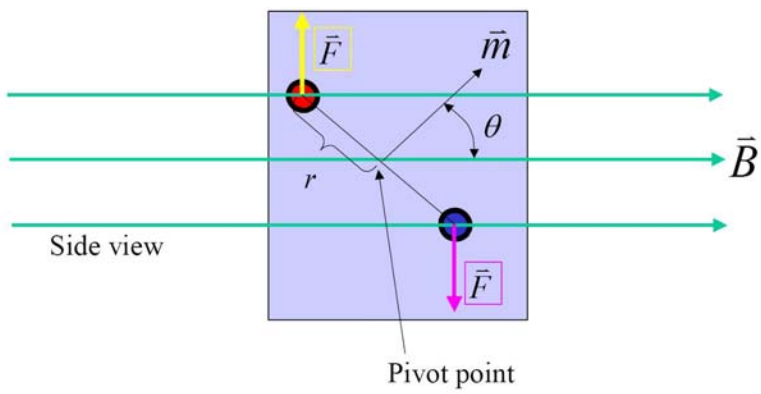
۷-۱۶ ماشین DC دوار

یک حلقه سیم مستطیل شکل که می‌تواند در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حول محور طولی خود بچرخد را در نظر بگیرید. (شکل ۷-۳۳)



شکل۷-۳۳ اساس کار ماشینهای الکتریکی دوار: یک حلقه سیم حامل جریان در در یک میدان مغناطیسی

عبور جریان از سیم تحت تأثیر میدان مغناطیسی می‌تواند باعث ایجاد نیرو در هر یک از هادیهای چهار ضلع مستطیل شود. نیروی وارد بر دو ضلع ابتدا و انتهائی در خلاف جهت یکدیگر است و در صورتی که فاصله خالی بین دو تکه هادی ضلع جلوئی ناچیز باشد یکدیگر را خنثی می‌کنند. بعلاوه جهت این دو نیرو به صورتی نیست که گشتاوری حول محور گردش ایجاد کند. اما چنانچه در شکل ۷-۳۴ دیده می‌شود، عبور جریان از هادیهای جانبی نیروهائی به سمت بالا و پائین ایجاد می‌کند.



شکل۷-۳۴ ایجاد گشتاور توسط یک حلقه سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی

مؤلفه عمود بر شعاع این نیروها گشتاوری ایجاد می‌کنند که سعی می‌کند دوقطبی مغناطیسی را در امتداد میدان قرار دهد. اندازه این گشتاور برابر است:

$$\Gamma = 2Fr\sin(\theta) \qquad (۱۹-۷)$$

که در آن F نیروی وارد بر هر هادی است:

$$F = IBl \qquad (۲۰-۷)$$

بنابراین:

$$\Gamma = 2rlIB\sin(\theta) \qquad (۲۱-۷)$$

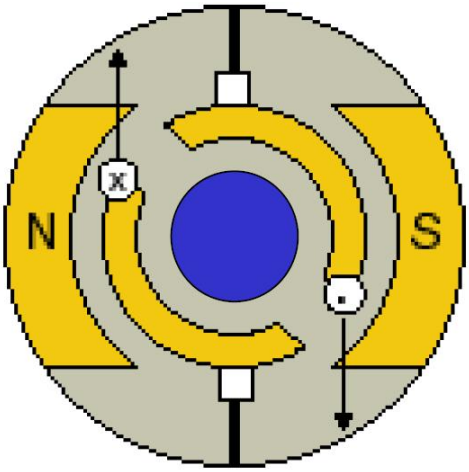
اگر جریان همواره در یک جهت باشد پس از آنکه دوقطبی مغناطیسی از امتداد میدان عبور کند گشتاور ایجاد شده منفی خواهد شد و بردار صفحه قاب هادی را به امتداد میدان $\theta = 0$ بر می‌گرداند. بنابراین چنین موتوری پس از چند نوسان در این محل متوقف می‌شود. برای ادامه حرکت حلقه پس از عبور از امتداد میدان لازم است جهت جریان در هر نیم دور عوض شود. در این صورت گشتاور همواره در یک جهت اعمال می‌شود و حلقه می‌تواند به حرکت خود ادامه دهد.

(الف) (ب)

شکل۷-۳۵ تغییرات گشتاور ناشی از عملکرد حلقه سیم حامل جریان و میدان بر حسب زاویه قاب؛ الف- بدون تغییر جهت جریان، ب- با تغییر جهت جریان

برای هدایت الکتریکی به قاب در حال چرخش و تغییر جهت جریان در هادیها از وسیله‌ای به نام کموتاتور (کلکتور) استفاده می‌شود. کموتاتور شامل یک حلقه فلزی است که به چند تکه تقسیم شده است و روی محور ماشین نصب می‌شود. قطعات کموتاتور نسبت به یکدیگر و محور عایق می‌شوند. در یک موتور ساده مانند آنچه در بالا توصیف شد کموتاتور دو تکه است و هر تکه قطاعی تقریباً به اندازه ۱۸۰ درجه است. کموتاتور همچنین شامل قطعاتی به نام جاروبک از جنس گرافیت است که با آن در تماسند. گرافیت علاوه بر آنکه هادی برق است، دارای جنسی نرم است که در تماس با سطح کموتاتور کاملاً صیقلی شده و اصطکاک کمی ایجاد می‌کند. موتور ساده فوق به دو جاروبک برای هدایت جریان به سیم‌پیچ نیاز دارد. شکل ۷-۳۶ مقطع یک موتور DC ساده را نشان می‌دهد. در این شکل قطبهای

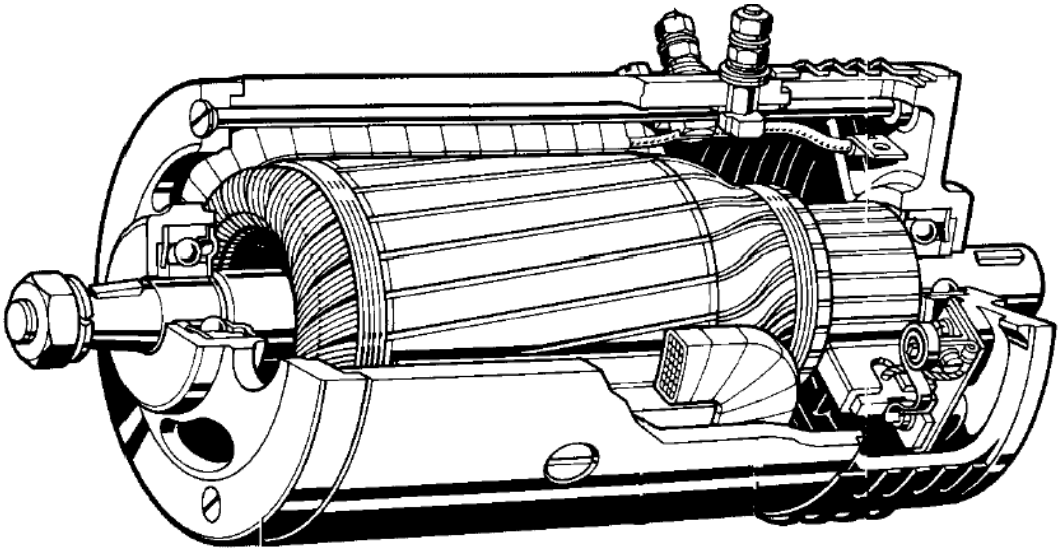
مغناطیسی بوجود آورنده میدان نیز نشان داده شده‌اند. این قطبها می‌توانند آهنرباهای دائم باشند و یا به وسیله عبور جریان از یک سیم‌پیچ که بر روی یک هسته فرومغناطیس پیچیده شده است (و اصطلاحاً سیم‌پیچ میدان نامیده می‌شود) ایجاد شوند. با هر نیم دور چرخیدن قاب سیم‌پیچی شده که آرمیچر[۳۱] نامیده می‌شود، حلقه‌ها در زیر جاروبکها جابجا می‌شوند و جهت جریان عوض می‌شود. به عبارت دیگر جریان هر هادی که مقابل یک قطب قرار می‌گیرد همواره در یک جهت است.



شکل۷-۳۶ ایجاد گشتاور توسط یک حلقه سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی

در ماشین‌های الکتریکی قسمت متحرک روتور و قسمت ثابت استاتور نامیده می‌شود. در یک موتور واقعی روتور از تعداد زیادی حلقه هادی که بر روی یک هسته آهنی پیچیده شده است تشکیل می‌شود و تعداد تکه‌های کموتاتور نیز معمولاً بیشتر از دوتاست. شکل ۷-۳۷ نمای برش خورده یک ماشین DC را نشان می‌دهد.

[31] armature



شکل۷-۳۷ نمای برش خورده یک ماشین DC

۷-۱۷ ماشینهای الکتریکی AC

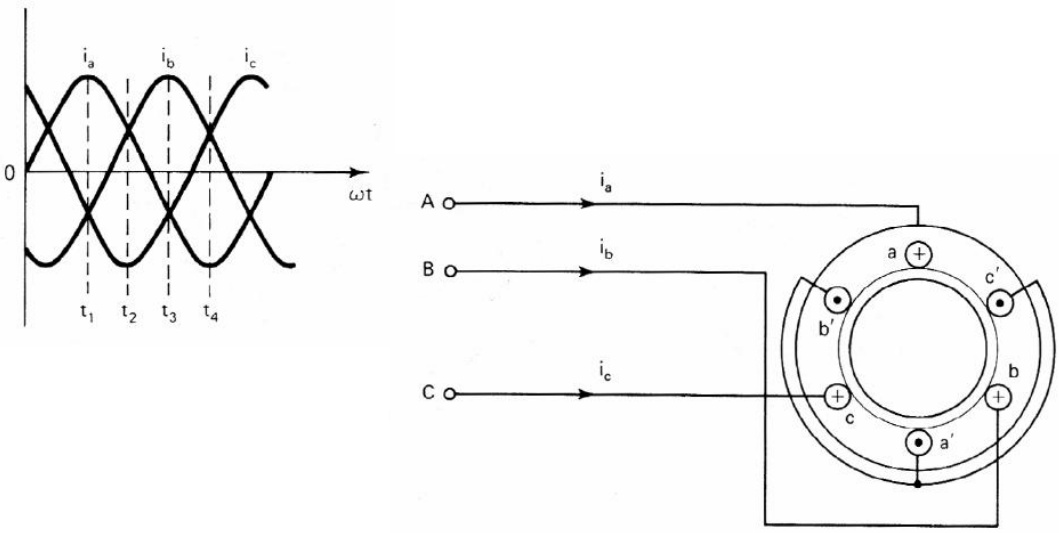
موتور ساده‌ای که در قسمت قبل بررسی شد از یک منبع تغذیه DC استفاده می‌کند. تقریباً تمام انرژی برق تولید شده در دنیا به صورت متناوب است. برای استفاده از موتورهای DC باید برق متناوب را به مستقیم تبدیل نمود. این مسأله باعث افزایش هزینه و تلفات و کاهش قابلیت اطمینان می‌شود. بنابراین اگر بتوان از موتورهائی استفاده نمود که بتوانند مستقیماً از برق متناوب استفاده بسیار مطلوب خواهد بود. به همین دلیل بیشتر ماشینهای الکتریکی مورد استفاده در صنعت از نوع AC هستند و از آنجا که عموماً تولید و انتقال برق به صورت سه‌فاز انجام می‌شود، این موتورها سه فاز هستند. ماشین سه‌فاز دارای سه سیم پیچ مستقل بوده و به وسیله ولتاژ سه‌فاز تغذیه می‌شوند. یک سیستم تغذیه سه‌فاز متقارن دارای سه ولتاژ سینوسی است که از نظر دامنه و فرکانس یکسان بوده و تنها به اندازه ۱۲۰ درجه با یکدیگر اختلاف فاز دارند.

$$
\begin{aligned}
V_a &= V_m \sin(\omega t) \\
V_b &= V_m \sin(\omega t - 120) \\
V_c &= V_m \sin(\omega t - 240)
\end{aligned}
\qquad (۲۲-۷)
$$

اساس کار موتورهای سه فاز ایجاد یک میدان مغناطیسی است که در فاصله هوائی بین روتور و استاتور دارای توزیع سینوسی بوده و موقعیت مکانی آن با سرعت ثابتی که به فرکانس برق ورودی بستگی دارد می‌چرخد. روتور نیز این میدان دوار را دنبال می‌کند و می‌چرخد. موتورها سه فاز را می‌توان به دو دسته سنکرون و آسنکرون تقسیم نمود. در نوع اول سرعت روتور دقیقاً با سرعت میدان دوار برابر است و در دسته دوم سرعت روتور مقداری کمتر است.

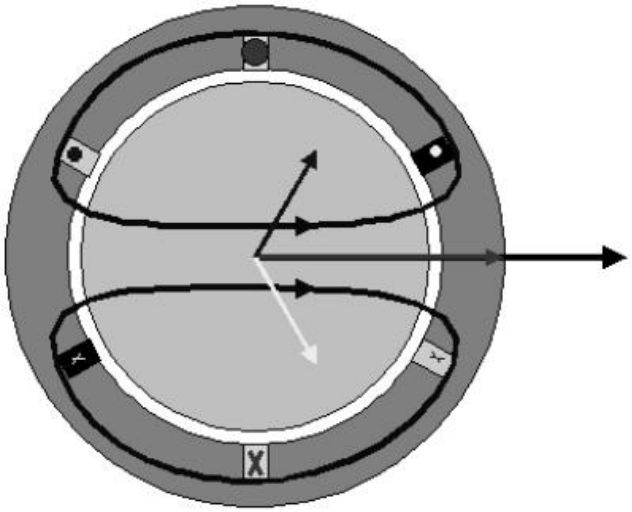
برای درک بهتر اصول ایجاد میدان دوار در ماشینهای سه فاز طرح ساده‌ای از سیم‌پیچی یک ماشین سه‌فاز را مطابق شکل ۷-۳۸ را در نظر بگیرید. سه سیم‌پیچ ماشین کاملاً یکسان بوده و فقط از نظر مکانی ۱۲۰ درجه با هم اختلاف دارند.

هر سیم‌پیچ شامل یک حلقه سیم مستطیل شکل (که می‌تواند شامل چند دور باشد) است که دو ضلع آن در دو شیار مقابل درون هسته‌ای به شکل استوانه توخالی از جنس اهن قرار می‌گیرد. فرض کنید مطابق شکل یک انتهای هر یک از سه سیم‌پیچ به هم متصل شده باشند و انتهای دیگر جهت تغذیه ماشین بیرون اورده شود. این سه سر که با A، B، و C مشخص شده‌اند فازهای ماشین نامیده می‌شوند. این نوع اتصال سیم‌پیچ‌ها به نام اتصال ستاره یا Y معروف است. از آنجا که سه سیم‌پیچ یکسان بوده و با ولتاژ سه‌فاز متقارن تغذیه می‌شوند جریان فازها نیز سه‌فاز متقارن است. در اتصال ستاره نیازی به مسیر برگشت جریان از سر وسط یعنی محل اتصال مشترک سه سیم‌پیچ نیست زیرا جریان در مسیر برگشت صفر خواهد بود (چرا؟) و و اغلب سیمی برای مسیر برگشت در نظر نمی‌گیرند.



شکل۷–۳۸ طرح ساده‌ای از سیم پیچ یک ماشین سه‌فاز و شکل موج جریانهای استاتور آن

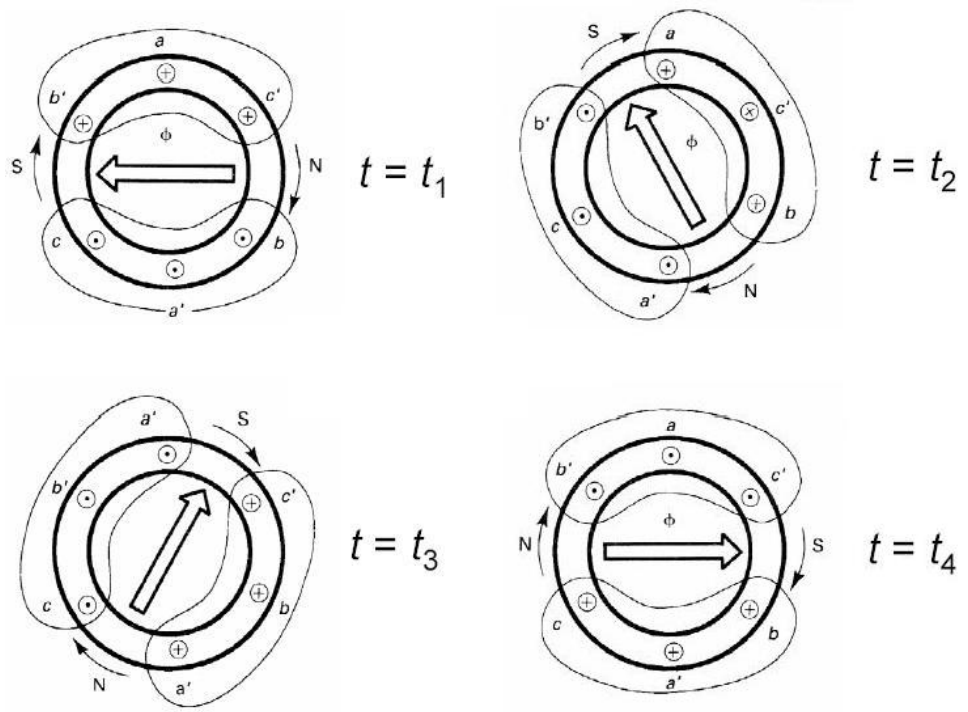
روتور ماشین سه‌فاز نیز به صورت استوانه و آهنی است. فاصله خالی کم بین سطح خارجی روتور و سطح داخلی استاتور فاصله هوائی نامیده می‌شود. این فاصله در بیشتر ماشینها در زوایای مختلف یکسان است اما در برخی ماشینها فاصله هوائی غیر یکنواخت است. در اینجا برای سادگی فاصله هوائی را یکنواخت در نظر می‌گیریم. عبور جریان از هر یک از سیم‌پیچها یک میدان مغناطیسی بوجود می‌آورد که خطوط شار آن از طریق هسته استاتور، فاصله هوائی و هسته روتور بسته می‌شود. با توجه به نفوذپذیری مغناططسی بسیار زیاد هسته نسبت به هوا، توزیع میدان هر سیم‌پیچ در فاصله هوائی به صورت پله‌ای است که در نیمی از فاصله هوائی مثبت و در نیم دیگر منفی است. میدان کل در هر نقطه از فاصله هوائی برآیند میدان سه سیم‌پیچ است (شکل ۷–۳۹).



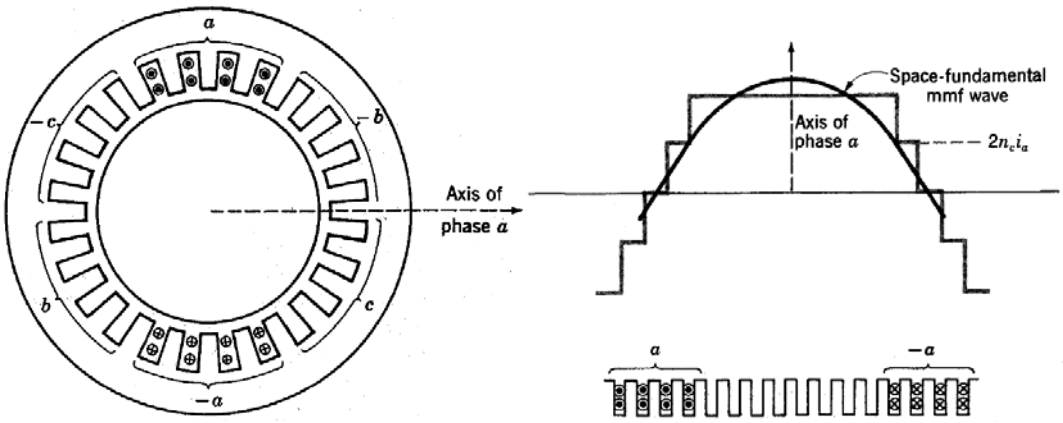
شکل۷-۳۹ میدان فاصله هوائی در یک ماشین سه‌فاز

در هر لحظه از زمان می‌توان با توجه به وضعیت جریانها در شکل ۷-۳۹ میدان کل را در فاصله هوائی تعیین نمود. برای سادگی نمایش میدان را با امتداد بیشترین خطوط شار نشان می‌دهیم. به عنوان مثال امتداد میدان در لحظات $t=t_1$ تا $t=t_4$ در شکل ۷-۴۰ نشان داده شده است. همانطور که دیده می‌شود با هر ۶۰ درجه تغییر در شکل موج جریانها جهت میدان نیز ۶۰ درجه تغییر می‌کند.

در یک موتور واقعی مانند شکل ۷-۴۱ تعداد زیادی شیار به صورت گسترده به هر فاز اختصاص داده می‌شود. تا شکل توزیع میدان به جای پله‌ای به صورتی نزدیک به سینوسی باشد. در واقع می‌توان نشان داد در صورتی که توزیع میدان فازها به شکل سینوسی باشد، با جریان سه‌فاز متقارن، توزیع میدان کلی نیز سینوسی بوده و موقعیت زاویه‌ای آن در فاصله هوائی با سرعت ω که همان فرکانس زاویه‌ای جریان یا ولتاژ ورودی است می‌چرخد.



شکل۷-۴۰ تغییر جهت میدان در ماشین سه‌فاز در زمانهای مختلف



شکل۷-۴۱ توزیع میدان مغناطیسی یک سه فاز ماشین در فاصله هوائی

اگر جریان فازها به صورت سه‌فاز متقارن باشند؛

$$\begin{aligned} i_a(t) &= I\cos(\omega t+\varphi) \\ i_b(t) &= I\cos(\omega t+\varphi-2\pi/3) \\ i_c(t) &= I\cos(\omega t+\varphi-4\pi/3) \end{aligned} \qquad (۲۳-۷)$$

آنگاه می‌توان نشان داد که چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوائی به صورت زیر است:

$$B(\gamma,t)=K_1 I\cos(\omega t+\varphi-\gamma) \qquad (۲۴-۷)$$

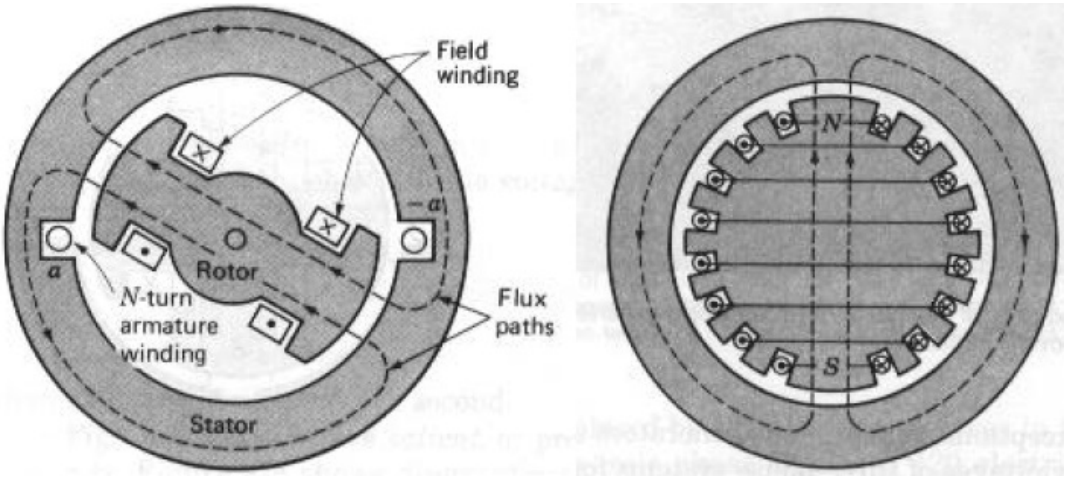
۷-۱۸ ماشین سنکرون

ماشینهای سنکرون ماشینهائی هستند که با سرعت میدان دوار می‌چرخند. از گذشته ماشینهای سنکرون برای تولید نیروی برق به صورت ژنراتور استفاده می‌شده‌اند. در حال حاضر نیز در کاربردهای سرعت متغیر و توان بسیار زیاد (ده تا صد مگاوات) تنها انتخاب موجود موتورهای سنکرون هستند، هر چند در حال حاضر موتورهای آسنکرون تا قدرتهای چندین مگاوات به تدریج جایگزین موتورهای سنکرون می‌شوند.

استاتور ماشینهای سنکرون شامل یک سیم‌پیچ سه‌فاز بوده که هر فاز نسبت به دیگری ۱۲۰ درجه فاصله دارد و با ولتاژ سه‌فاز تحریک می‌شود. هسته استاتور از ورقه‌های آهن مغناطیسی حلقه مانند که روی یکدیگر انباشته شده و تشکیل یک استوانه را می‌دهند، ساخته می‌شود. در قسمت داخلی شیارهائی برای قرار گرفتن سیم‌پیچ استاتور وجود دارد و سیم‌پیچها توسط گوه‌هائی در داخل شیارها ثابت می‌شوند.

میدان ماشین سنکرون معمولاً به وسیله یک سیم‌پیچ یا آهنربای دائم در روتور ایجاد می‌شود. سیم‌پیچ میدان به وسیله جریان DC تحریک می‌شود. جریان میدان گاهی به وسیله دو جاروبک که بر روی دو حلقه می‌لغزند به روتور در حال چرخش منتقل می‌شود، اما اغلب این جریان بدون تماس مکانیکی و به وسیله القای ولتاژ در سیم‌پیچ دیگری که روی همان محور ماشین سنکرون قرار می‌گیرد و سپس یکسوسازی آن تأمین می‌شود.

دو نوع ساختار برای روتور ماشین سنکرون وجود دارد؛ یکی روتور قطب صاف[32] و دیگری روتور قطب برجسته[33] است. در آن نوع اول روتور استوانه‌ای و فاصله هوائی در تمام زوایا یکسان است اما در نوع دوم قطبهای مغناطیسی روتور برجسته است. مقطع ماشین سنکرون با این دو نوع روتور در شکل ۷-۴۲ نشان داده شده است.



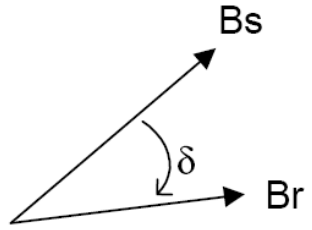
ب الف

شکل۷-۴۲ ساختار روتور ماشین سنکرون؛ الف- روتور قطب صاف، ب- روتور قطب برجسته

وقتی ماشین سنکرون به صورت ژنراتور کار می‌کند، روتور به وسیله یک محرک اولیه که می‌تواند یک موتور درونسوز، یک توربین گازی یا بخار و یا یک توربین آبی باشد، به حرک در می‌آید. قطع میدان مغناطیسی روتور توسط سیم‌پیچ سه‌فاز استاتور ولتاژی در این سیم‌پیچ که آرمیچر نامیده می‌شود القا می‌کند. به این ترتیب ژنراتور یک ولتاژ متناوب سینوسی و سه‌فاز ایجاد می‌کند. فرکانس این ولتاژ به سرعت چرخش روتور بستگی دارد که باید ثابت نگه داشته شود. دامنه ولتاژ به وسیله جریان میدان کنترل می‌شود. وقتی سیم پیچ‌استاتور به یک بار الکتریکی سه‌فاز متقارن متصل شود، یک جریان سه‌فاز

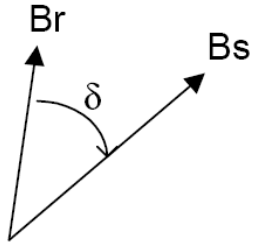
[32] non-salient pole
[33] salient pole

متقارن از استاتور عبور می‌کند که خود موجب ایجاد یک میدان دوار در فاصله هوائی می‌شود. در حالت عملکرد ژنراتوری این میدان عقب‌تر از میدان روتور است (شکل ۷-۴۳). زاویه بین این دو میدان به جریان بار بستگی دارد و برآیند دو میدان، میدان فاصله هوائی را تشکیل می‌دهد.



شکل۷-۴۳ میدان استاتور و روتور در ژنراتور سنکرون در عملکرد ژنراتوری

در موتور سنکرون سیم‌پیچ استاتور به وسیله ولتاژ سه‌فاز متقارن تحریک می‌شود و به دلیل یکسانی سیم‌پیچ‌ها و تقارن مغناطیسی ماشین، جریانی که از خط تغذیه کشیده می‌شود نیز متقارن است. به این ترتیب چنانکه قبلاً شرح داده شد، یک میدان مغناطیسی دوار در فاصله هوائی ایجاد می‌شود. روتور که در واقع یک آهنرباست این میدان را دنبال کرده و سعی می‌کند تا میدان مغناطیسی خود را در راستای میدان دوار قرار دهد. در حالت عملکرد موتوری استاتور جلوتر از میدان روتور است (شکل ۷-۴۴). از طرف دیگر چرخش روتور ولتاژ سه‌فازی در سیم‌پیچ استاتور ایجاد می‌کند که با ولتاژ اعمالی به تعادل می‌رسد. زاویه δ به گشتاور بار بستگی دارد و حداکثر گشتاوری که موتور می‌تواند ایجاد کند به ازاء $\delta = 90$ بدست می‌آید.



شکل۷-۴۴ میدان استاتور و روتور در ژنراتور سنکرون در عملکرد موتوری

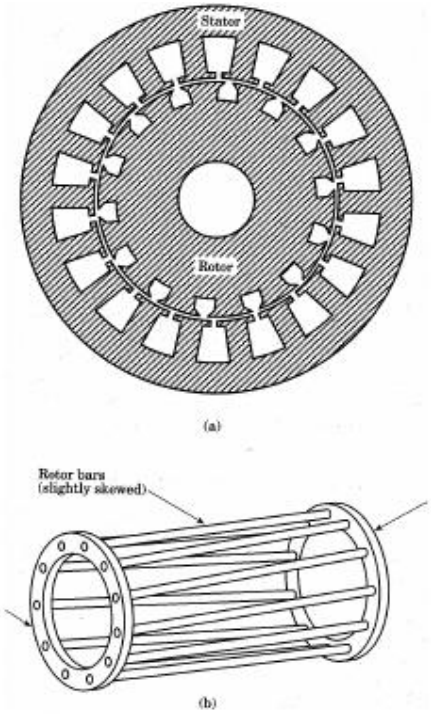
۷-۱۹ ماشین القائی (آسنکرون)

ماشین القائی هم به عنوان موتور و هم به عنوان ژنراتور مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما کاربرد آن به صورت موتور بسیار رایج است. در واقع موتور القائی پرکاربردترین موتور در صنعت است و از آن به عنوان اسب صنعت نام برده می‌شود. از ماشین القائی کمتر به عنوان ژنراتور استفاده می‌شود. یکی از مهمترین کاربردهای ماشین القائی به عنوان ژنراتور استفاده از آن در نیروگاههای بادی است.

دلایل محبوبیت موتور القائی عبارت است از سادگی، ارزانی، قابلیت اطمینان زیاد، ظرفیت اضافه‌بار زیاد و بی‌نیازی از سرویس منظم و بازده خوب. این موتورها هم دارای نوع تکفاز و هم سه‌فاز هستند. موتورهای تکفاز القائی در قدرتهای کم (نوعاً تا چند کیلووات) مورد استفاده قرار می‌گیرند. در حالیکه موتورهای سه‌فاز القائی تا قدرت بیش از ۲۰ مگاوات ساخته می‌شوند.

در موتور القائی تنها سیم‌پیچ استاتور توسط جریان متناوب تحریک شده و جریان روتور ناشی از القاء به وسیله عمل ترانسفورمری است. استاتور موتور القائی سه‌فاز مشابه ماشین سنکرون است. روتور این موتورها نیز از ورقه‌های آهن مغناطیسی به صورت استوانه ساخته می‌شود که در سطح آن شیارهائی برای هادیها تعبیه شده است. هادیهای روتور می‌تواند به دو صورت ساخته شود. در موتور با روتور سیم‌پیچی‌شده، یک سیم‌پیچ سه فاز مشابه استاتور روی روتور پیچیده می‌شود. سه سیم‌پیچ به صورت مثلث یا ستاره به هم متصل شده و انتهای آنها به وسیله سه حلقه لغزان جاروبک در روی محور قابل دسترس هستند. این نوع روتور بیشتر در قدرتهای زیاد مورد استفاده قرار می‌گیرد تا بتوان با تغییر مقاومت سیم پیچ روتور آن را راه‌اندازی نمود. در نوع دیگر که رایج‌تر و ارزان‌تر است سیم‌پیچ روتور شامل مجموعه‌ای از میله‌های هادی است که بوسیله دو حلقه هادی در دوانتهای روتور اتصال کوتاه

می‌شوند. در این نوع موتور سیم‌پیچ روتور در دسترس نمی‌باشد. به خاطر شکل خاص هادیهای این موتورها معمولاً این موتورها را موتور القائی قفس سنجابی یا به اختصار قفسی می‌نامند.



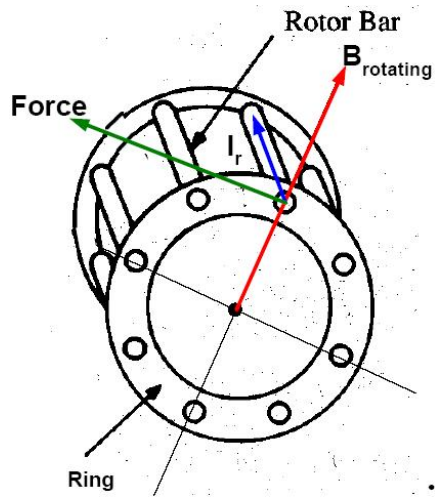
شکل۷-۴۵ ورقه‌ها و قفس روتور ماشین القائی

قفس روتور را می‌توان به صورت یکپارچه از آلومینیوم ریخته‌گری نمود و یا آنچنان که در قدرتهای بالاتر رایج است به وسیله جوشکاری دو حلقه مسی به میله‌های مسی روتور ساخت. معمولاً روی حلقه‌های انتهائی پره‌هائی برای به جریان در آوردن هوا در داخل موتور وجود دارد. برای کاهش لرزش و سروصدای ناشی از گشتاور ضربانی که به خاطر ناپیوستگی مدار مخناطیسی در محل شیارهای استاتور و روتور ایجاد می‌شود، قفس میله‌های روتور را به صورت اریب[۳۴] می‌سازند.

سیم‌پیچ استاتور به وسیله ولتاژ سه‌فاز تحریک می‌شود که یک جریان سه فاز متقارن در سیم‌پیچ استاتور ایجاد می‌کند. این جریان چنانکه دیدیم باعث ایجاد یک میدان مغناطیسی گردان می‌شود. سرعت

[34] skewed

چرخش میدان سرعت سنکرون نامیده می‌شود و برابر است با 2f/P که f فرکانس و P تعداد قطبهای موتور است.. قطع شار گردان توسط هادیهای روتور باعث القای ولتاژ در روتور می‌شود. این ولتاژ، جریانی را در میله‌های اتصال کوتاه شده روتور ایجاد می‌کند که عملکرد متقابل آن با شار استاتور، چنانکه در شکل ۷-۴۶ دیده می‌شود، باعث بوجود آوردن گشتاور و چرخش موتور می‌شود.



شکل۷-۴۶ ایجاد گشتاور در ماشین القائی

ولتاژ القاء شده در روتور به اختلاف سرعت میدان گردان و روتور بستگی دارد، بنابراین در راه‌اندازی موتور که روتور ساکن است بیشترین مقدار را دارد. در این حالت موتور جریان بسیار زیادی نیز می‌کشد. وقتی موتور شروع به چرخش می‌کند، ولتاژ القائی در روتور و همچنین فرکانس آن کاهش می‌یابد.

اگر سرعت روتور با سرعت میدان گردان برابر باشد، هیچ ولتاژی در روتور القاء نمی‌شود و گشتاور موتور صفر است. بنابراین سرعت موتور در عملکرد موتوری همواره کمتر از سرعت سنکرون است. به

همین دلیل به موتور القائی، موتور آسنکرون نیز گفته می‌شود. نسبت اختلاف سرعت موتور با سرعت سنکرون، لغزش[۳۵] نامیده می‌شود و آن را با s نشان می‌دهند:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} \qquad (۲۵-۷)$$

معمولاً در عملکرد عادی موتور لغزش بین ۱ تا ۵ درصد است (در موتورهای بسیار بزرگ لغزش می‌تواند کمتر و در موتورهای خیلی کوچک بیشتر از محدوده فوق باشد)

۷-۲۰ ماشیهای AC تکفاز

برق منازل، بسیاری از مشاغل و صنایع کوچک از نوع AC تکفاز است، بنابراین منطقی است که موتورهائی که در این مکانها استفاده می‌شوند با برق تکفاز کار کنند. رایج‌ترین موتورهای تکفاز از نوع یونیورسال و تکفاز القائی هستند. موتورهای تکفاز دارای بازده کمتری نسبت به موتورهای سه فاز هستند و استفاده از آنها معمولاً به توانهای زیر یک کیلو وات محدود می‌شود.

موتورهای یونیورسال از نظر ساختمانی مشابه موتور DC با میدان تحریک شونده هستند. سیم‌پیچ میدان به صورت سری با سیم‌پیچ آرمیچر قرار می‌گیرد. اگر جریان AC به این موتور اعمال شود، با تغییر جهت جریان، جهت میدان و جهت جریان آرمیچر به صورت همزمان تغییر می‌کند، بنابراین جهت گشتاور عوض نمی‌شود و موتور می‌تواند به حرکت خود ادامه دهد. موتورهای یونیورسال می‌توانند گشتاور زیادی را در زمان راه‌اندازی ایجاد کنند. همچنین این موتورها می‌توانند با سرعت زیادی کار کنند. بنابر این در کاربردهای خانگی نظیر آسیاب، چرخ گوشت که گشتاور راه‌اندازی زیادی نیاز دارند و کاربردهائی نظیر جاروبرقی، مخلوط‌کن و سشوار که سرعت زیاد مورد نیاز می‌باشد از این موتورها

[35] Slip

استفاده می‌شود. به دلیل دو مشخصه فوق موتورهای یونیورسال در ابزارهای برقی کوچک نظیر دریل، رنده، اره و فرز نیز استفاده می‌شوند.

ماشین القائی تکفاز مانند نوع سه فاز آن بر اساس القای الکتریکی کار می‌کند. با وجود این در ماشین القائی تکفاز، استاتور میدان دوار ایجاد نمی‌کند و در عوض شدت میدان هر قطب به صورت سینوسی کم و زیاد شده و تغییر جهت می‌هد. تغییر میدان باعث القای ولتاژ در روتور اتصال کوتاه شده که ساختاری نظیر موتور سه‌فاز القائی دارد می‌شود. در حالتی که موتور ساکن باشد میدان موتور در راستای میدان استاتور است. بنابراین یک موتور القائی تکفاز نمی‌تواند گشتاور برای راه‌اندازی ایجاد نماید و به خودی خود راه نمی‌افتد. اما اگر با وسیله‌ای خارجی یک حرکت اولیه برای موتور ایجاد شود، به دلیل تأخیر جریان روتور نسبت به ولتاژ القا شده در آن (که ناشی از مدار شامل مقاومت و خودالقای روتور است)، میدان روتور در حال چرخش همراستای میدان استاتور نخواهد بود. بنابراین گشتاوری ایجاد می‌شود که سعی می‌کند دو میدان را همراستا نماید. این گشتاور موجب ادامه حرکت روتور پس از برداشتن محرک خارجی می‌شود. برای راه اندازی یک موتور تکفاز القائی معمولاً از یک سیم‌پیچ راه انداز که موقعیت مکانی آن ۹۰ درجه با سیم‌پیچ اصلی اختلاف دارد استفاده می‌شود. اگر جریانی به این سیم‌پیچ اعمال شود که با جریان سیم‌پیچ اصلی ۹۰ درجه اختلاف فاز داشته باشد، یک میدان دوار ایجاد می‌شود که می‌تواند روتور را به حرکت در آورد. اختلاف فاز جریان دو سیم‌پیچ با قرار دادن یک خازن در مسیر سیم‌پیچ راه‌انداز و یا تفاوت در مقدار اندوکتانس و مقاومت دو سیم‌پیچ ایجاد می‌شود. در عمل معمولاً اختلاف فاز جریان دو سیم‌پیچ کمتر از ۹۰ درجه است، اما در این حالت نیز یک میدان شبه دوار ایجاد می‌شود که برای راه‌اندازی موتور کافی است. پس از آن که سرعت موتور به حد مناسبی رسید می‌توان سیم‌پیچ راه‌انداز را از مدار خارج کرد.

اگر چه بازده ماشین‌های القائی تکفاز زیاد نیست، اما ساختار ساده و مقاوم، قیمت ارزان و استهلاک بسیار کم آن موجب شده است که از این موتور به صورت گسترده در کاربردهائی که بخصوص نیاز به کار مداوم موتور دارند نظیر دمنده‌ها، تلمبه‌ها، کمپرسورها استفاده شود. در کاربردهای خانگی می‌توان این موتورها را در کولر آبی، یخچال، ماشین لباسشوئی و تهویه‌ها مشاهده نمود.

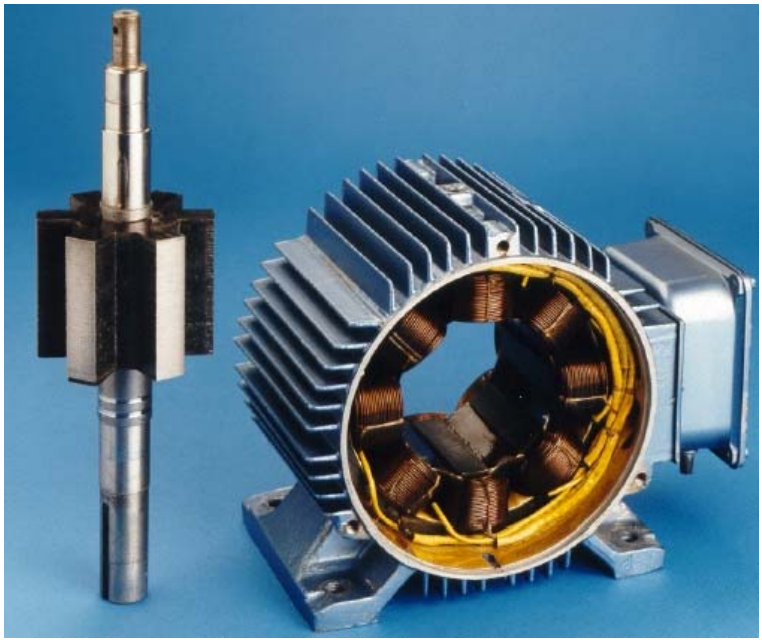
۷-۲۱ سایر ماشینهای الکتریکی

ماشینهائی که تا کنون بررسی شدند، ماشینهای الکتریکی اصلی مورد استفاده می‌باشند. با وجود این تنوع ماشینهای الکتریکی بسیار بیشتر از آنچه گفته شد بوده و بررسی تمامی آنها از حوصله این بحث خارج است. از آن جمله می‌توان ماشینهای پله‌ای، ماشینهای رلوکتانسی، ماشینهای هموپولار و ماشینهای صفحه‌ای را نام برد. یکی از ماشینهائی که در چند سال اخیر مورد توجه قرار گرفته است ماشین رلوکتانسی سویچ شونده[۳۶] یا SR است. روتور این ماشین فاقد هرگونه هادی الکتریکی بوده و این موتور فقط بر اساس تمایل سیتمهای الکترومغناطیسی به حداقل کردن مقاومت مغناطیسی کار می‌کند (شکل ۷-۴۷).

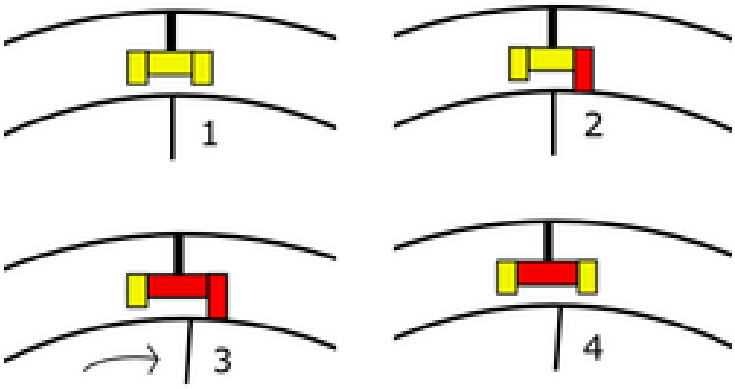
اگر چه تقریباً تمام ماشینهای الکتریکی با نیروی الکترومغناطیسی کار می‌کنند اما می‌توان موتورهای الکتریکی را بر اساس سایر سازوکارهای فیزیکی ایجاد نیرو نیز ساخت. یکی از این موتورها، موتور پیزو الکتریک است. کار این موتور بر اساس تغییر شکل مواد پیزو الکتریک در اثر اعمال میدان الکتریکی می‌باشد. بخاطر پاسخ سریع مواد پیزو الکتریک می‌توان این موتورها با سرعت زیادی به حرکت در آورد و در عین حال به دقت در حدود چند نانومتر در حرکت رسید. موتورهای پیزو الکتریک دارای حرکت پله‌ای می‌باشند. در رایج‌ترین نوع این موتورها از سه نوع کریستال استفاده می‌شود که دو تای آنها

[36] Switched Reluctance

می‌توانند به روتور قفل شده (هر کدام برای یک جهت حرکت) و سومی با افزایش طـول آن را حرکـت می‌دهد (شکل ۷–۴۸).



شکل۷–۴۷ ماشین رلوکتانسی سویچ شونده



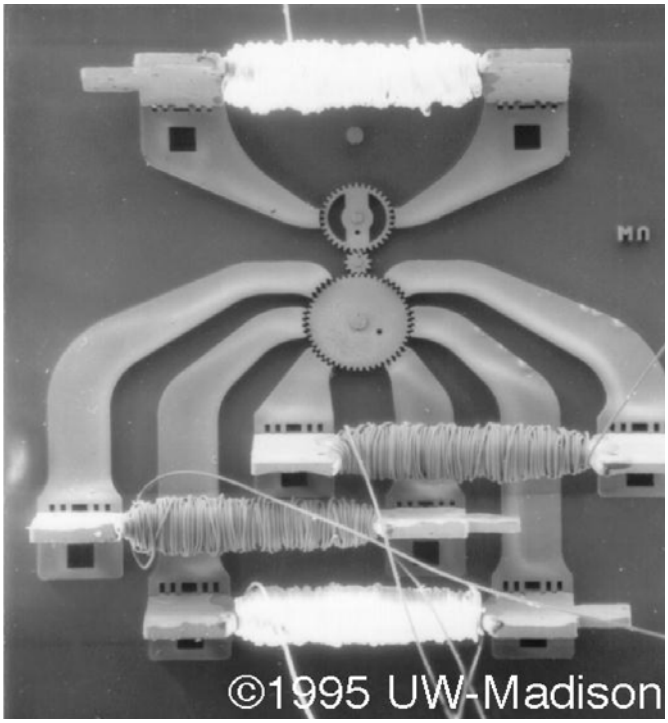
شکل۷–۴۸ اساس کار موتور پیزو الکتریک

۷-۲۲ کاربردهای جدید و آینده ماشینهای الکتریکی

با آن که از بکارگیری گسترده ماشینهای الکتریکی بیش از یک قرن می‌گذرد و ساختمان بسیاری از ماشینهای الکتریکی پایه به حالت نهائی خود رسیده است، با این وجود به دلیل کاربردهای جدیدی که مرتباً ایجاد می‌شوند، نیاز به بهینه‌تر کردن ماشینهای شناخته شده و ساخت ماشینهای الکتریکی جدید همچنان وجود دارد. کاربردهائی نظیر خودروهای برقی و هایبرید، کشتی‌های برقی، حمل ونقل ریلی، نیروگاههای بادی، مهندسی پزشکی، رباتیک و هوافضا، نیاز به ساخت ماشینهای جدید با کارائی بهتر را درخواست می‌کنند.

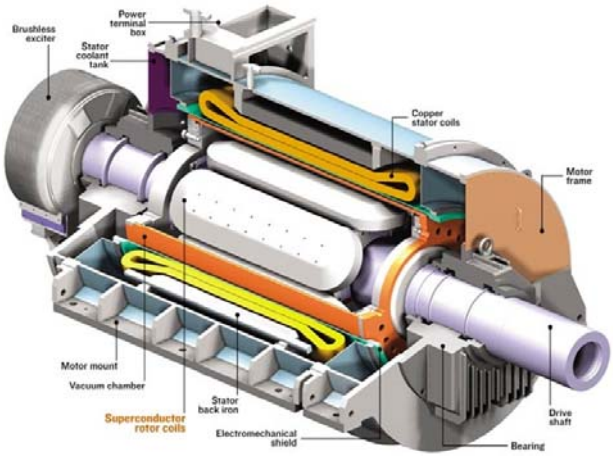
ماشینهای الکتریکی می‌توانند در ابعاد بسیار کوچک ساخته شوند. امروزه با بااستفاده از فناوری MEMS[۳۷] می‌توان موتورهائی در ابعاد چند میکرون تا چند صد میکرون ساخت (شکل ۷-۴۹). در فناوری MEMS اجزای متحرک بسیار کوچک از قبیل دنده، سویچ، موتور بر روی پایه نیمه‌هادی با استفاده روشهای تولیدی مشابه ساخت قطعات الکترونیک نظیر لیتوگرافی، لایه‌گذاری و حکاکی شیمیائی ساخته می‌شود. موتورهای MEMS می‌توانند با استفاده از نیروی الکترواستاتیک، الکترومغناطیس و یا تابش نور به حرکت در آیند. از چنین موتورهای کوچکی به عنوان مثال می‌توان در ساخت روباتهای بسیار کوچک استفاده نمود که می‌تواند کاربردهای صنعتی پزشکی و یا نظامی داشته باشد. ابعاد این موتورها مرتباً در حال کاهش است و در آینده ممکن از آنها در داخل بدن مثلاً برای انتقال دارو به یک عضو استفاده شود.

[37] Micro Electro-Mechanical Systems



شکل۷-۴۹ یک موتور MEMS

با استفاده از پیشرفتی که در ساخت مواد ابر رسانای دمای بالا ایجاد شده است می‌توان موتورهائی ساخت که از نظر وزن و حجم به مراتب کوچکتر از موتورهای معمولی باشند. در آینده از این موتورها برای به حرکت در آوردن ناوهای جنگی به صورت گسترده استفاده خواهد شد، زیرا علاوه بر وزن و حجم کم دارای بازده بیشتری نسبت به موتورهای معمولی بوده و مصرف سوخت را کاهش می‌دهد (شکل ۷-۵۰).



(ب) (الف)

شکل۷-۵۰ الف- ساختمان یک موتور ابررسانا، ب- یک موتور ابر رسانای ۳۶/۵ مگاوات که برای به حرکت در آوردن ناوهای جنگی ساخته شده است

مراجع:

[1] J. D. Glover and M. S. Sarma, *Power System Analysis and Design*, Brooks/Cole, 2002.

[2] International Atomic Energy Agency Web Page.

[3] International Energy Agency Web Page.

[۴] م. ص. حامد، م. حبیبی، *تاریخ صنعت برق در ایران*، شرکت تحقیقات، آموزش و بهره وری برق تهران.

[5] A. R. Bergen and V. Vittal, *Power System Analysis*, Prentice Hall, 2000.

فصل ۸: آشنایی با نظریه سیستم و کنترل

۸-۱ مقدمه

واژه کنترل عموما به دو معنی به کار برده می شود: در معنی اول کنترل به عمل تست کردن کارائی یک وسیله گفته می شود. در معنی دوم که موضوع اصلی علم کنترل می باشد ، کنترل به عمل پیاده سازی مجموعه ای از تصمیم گیری ها اطلاق می شود که موجب می شوند کارائی یک سیستم به نحو مطلوب درآید. علم کنترل در دهه ۴۰ و ۵۰ میلادی ابتدا توسط مهندسین برق و سپس مهندسین مکانیک بصورت یک مبحث مستقل در مهندسی شکل گرفته وپس از ان با بهره گیری از روشهای ریاضی و ابزاهای فنی به تحقق نقش خود پرداخته است. امروزه علم کنترل کاربردهای گسترده ای در فن آوری های نوین همچون هوا-فضا، نانو، روباتیک و شبکه های برق و الکترونیک دارد. این فصل به معرفی برخی از اصول اساسی علم کنترل و کاربردهای آن، با بر شمردن مثالهای ساده و بدون وارد شدن در جزییات نظری می پردازد.

۸-۲ سیستمهای دینامیکی

یک سیستم دینامیکی به مجموعه ای از قوانینی گفته می شود که ارتباط زمانی متغیرهای موجود در یک مجموعه را بیان می کنند. به عنوان مثال یک توپ در حال حرکت را در نظر بگیرید. اگر p معرف مکان مرکز ثقل توپ و v سرعت آن باشد ، p و v تحت اثر نیروی f با زمان تغییر می کنند. تغییرات p و v نسبت به f تحت قانونی محقق می شود که آن را به A نمایش می دهیم. مجموعه (A, p, v, f) در واقع تشکیل یک سیستم مکانیکی ساده را می دهند. معمولا در یک سیستم کلی پیدا کردن قانون A که ارتباط بین متغیرهای آن را بیان می کند کار پیچیده است. در عمل ممکن است برای توصیف یک سیستم از مدلهای مختلفی استفاده شود. مثلاً در سیستم ساده مکانیکی ذکر شده ، رابطه p, v, f را می توان توسط قوانین نیوتن A_N و یا قوانین انیشتن A_E بیان نمود. طریقه بیان قانون A می‌تواند بصورت توصیفی و یا ریاضی باشد ولی در اکثر موارد در مهندسی و فیزیک، از بیان ریاضی برای مشخص کردن قانون حاکم بر یک سیستم استفاده می شود.

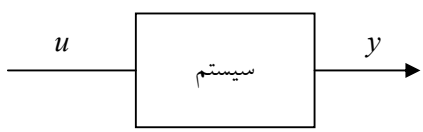
۸-۲-۱ مشخصات یک سیستم دینامیکی

به مجموعه سیگنالهایی که از دنیای خارج به یک سیستم اعمال شده و باعث ایجاد تغییر در ان می شوند، ورودیهای آن سیستم می گویند. در سیستم مکانیکی ساده ما ، نیروی خارجی f در واقع همان سیگنال ورودی می باشد. به مجموعه ای از متغیرهای درونی یک سیستم که وضعیت آن سیستم را بطور کامل بیان می کنند و شامل ورودیهای سیستم نیستند، حالت سیستم گفته می شود. در سیستم مکانیکی ساده، موقعیت $p(t)$ و سرعت $v(t)$ توپ ، حالتهای سیستم می باشند. معمولاً حالت‌ها و ورودی‌های سیستم تابع زمان t می‌باشند.

به زیر مجموعه ای از حالتهای سیستم که قابل اندازه گیری باشند، خروجیهای سیستم گویند. بعنوان مثال اگر فقط موقعیت توپ را بتوان توسط وسیله ای اندازه گیری نمود، خروجی سیستم شامل سیگنال p می‌باشد. با استفاده از قوانین نیوتن سیستم (A_N, p, v, f) را می توان بصورت زیر نمایش داد:

$$\begin{cases} \dot{p} = v \\ \dot{v} = \dfrac{1}{m} f \end{cases}$$

که در آن m جرم توپ می باشد و $\dot{p} = \dfrac{d}{dt} p(t)$. معمولاً حالتهای یک سیستم دینامیکی را با x و خروجی آن را با y و ورودی را با u نمایش می دهند. مثلاً در مورد قبلی داریم : $x(t) = \begin{bmatrix} p(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$، $y(t) = p(t)$، و $u(t) = f(t)$. نمایش بلوکی یک سیستم بصورت زیر می باشد:



شکل ۸-۱ نمایش بلوکی یک سیستم

در حالت کلی مدل ریاضی یک سیستم دینامیکی بصورت:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = g(x, t, u) \\ y(t) = h(x, t, u) \end{cases} \qquad (۱-۸)$$

بیان می شود که در آن x حالت سیستم ، y خروجی سیستم و u ورودی سیستم می باشند. g و h توابعی هستند که بستگی به نوع سیستم دارند. عبارت $\dot{x}(t) = \dfrac{d}{dt} x(t)$ تغییرات متغیر x را نسبت به زمان بیان می کند. گاهی اوقات x و y و u می‌توانند متغیرهای برداری هم باشند. به سیستمی که در آن توابع $g(.)$ و $h(.)$ تابعی از زمان باشد، **تغییرپذیر با زمان** می گویند. اگر $g(.)$ و $h(.)$ به زمان (t) بستگی

نداشته باشند، سیستم **تغییرناپذیر با زمان** خوانده می شود. توجه کنید که تابع $g(x)$ نسبت به x خطی است اگر برای هر x_1, x_2 داشته باشیم:

$$g(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha g(x_1) + \beta g(x_2)$$

درصورتیکه $g(.)$ و $h(.)$ توابع خطی از x و u باشند ، سیستم **خطی** نامیده می شود. در غیر اینصورت سیستم **غیر خطی** نامیده می شود.

مثال : سیستم غیرخطی تغییر پذیر با زمان:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = t x_1^2 x_2 + \sin(u_1) \\ \dot{x}_2 = x_1^3 + u_2 \\ y = x_1 + x_2^3 \end{cases}$$

سیستم خطی تغییرپذیر با زمان:

$$\begin{cases} \dot{x} = tx + u \\ y = x \end{cases}$$

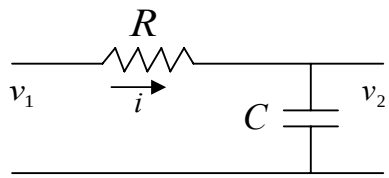
سیستم خطی تغییر ناپذیر با زمان:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + u \\ y = x + 1 \end{cases}$$

مهمترین ویژگی یک سیستم **خطی تغییرناپذیر با زمان** که به سیستم LTI[1] معروف است, آن است که در اثر اعمال **ورودی سینوسی** با فرکانس w، تمام متغیرهای حالت سیستم دارای همان فرم سینوسی و با همان فرکانس w خواهند بود. توجه کنید که مدلهای ریاضی دیگری هم بجز فرم (۸-۱) می‌توانند برای بیان یک سیستم دینامیکی مورد استفاده قرارگیرند. در مثال های زیر به ذکر برخی مثال از مدلهای سیستم های دینامیکی می پردازیم.

[1] Linear Time Invariant

۸-۲-۲ شبکه RC



شکل ۸-۲ نمایش مدار RC

در مدار RC مقابل قانون که متشکل از یک مقاومت و خازن الکتریکی می باشد، قانون KVL به صورت $v_1 = Ri + v_2$ نوشته می شود. رابطه ولتاژ و جریان خازن هم بصورت $C\frac{dv_2}{dt} = i$ می باشد. حال از ترکیب این دو رابطه می توان به رابطه

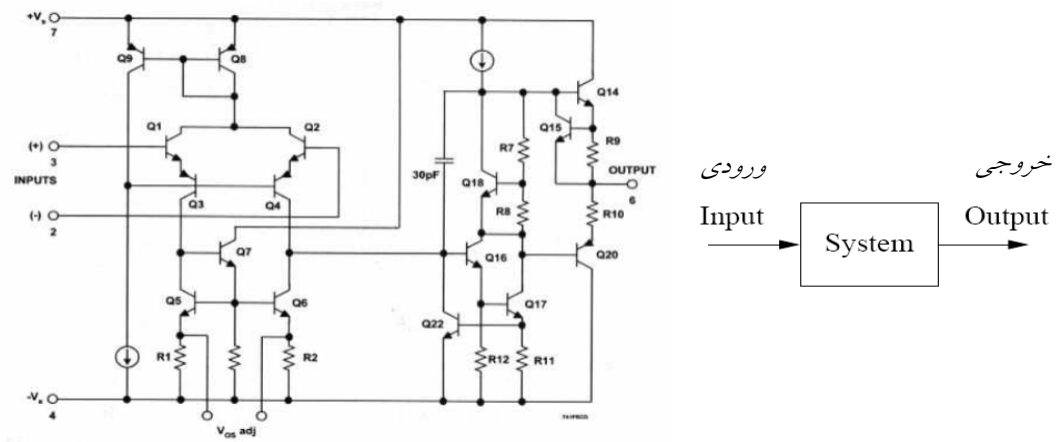
$$\frac{dv_2}{dt} = -\frac{1}{RC}v_2 + \frac{1}{RC}v_1$$

رسید. در اینجا متغیر حالت این سیستم $x = v_2$ ، و ورودی آن $u = v_1$ تعریف می شوند. در واقع سیستم بالا را بصورت استاندارد

$$\dot{x} = -\frac{1}{RC}x + \frac{1}{RC}u$$

می توان نمایش داد. در صورتیکه ولتاژ v_2 در سیستم قابل اندازه گیری باشد ، خروجی سیستم $y = x$ خواهد بود.

توجه کنید که در یک سیستم دینامیکی یک **رابطه علت و معلول** بین ورودیها و حالتهای سیستم برقرار است یعنی اعمال ورودی u باعث ایجاد تغییرات در حالت x می‌شود. اگر R و C مقادیر ثابتی داشته باشند، سیستم RC یک سیستم خطی تغییر ناپذیر با زمان خواهد بود. در شکل ۸-۳ نمایی از یک تقویت کننده آنالوگ و نمایش آن بصورت یک سیستم دینامیکی نمایش داده شده است.



شکل ۸-۳ نمایی از یک تقویت کننده آنالوگ و نمایش آن بصورت یک سیستم دینامیکی

۸-۲-۳ سیستمهای مکانیکی تعادلی[2]

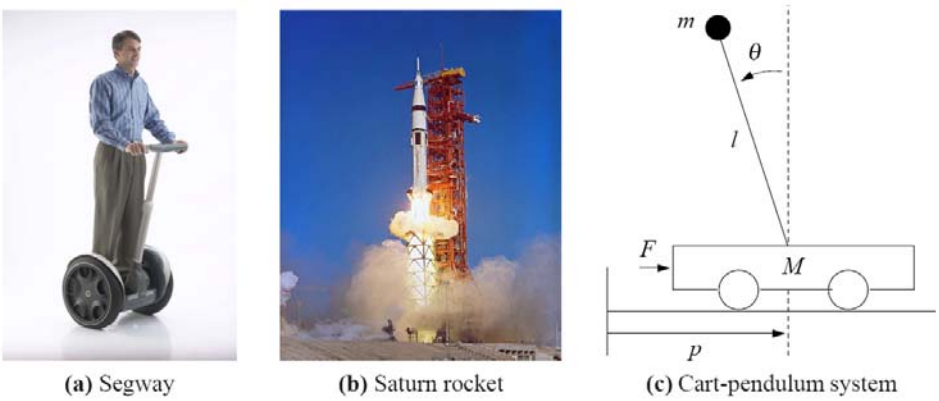
سیستم های بالانس به سیستم های مکانیکی گفته می شوند که مرکز ثقل آنها بـر روی یـک نقطـه ثـابتی بالانس می شود. مثالهایی از این سیستم ها در شکل نمایش داده شده است. در مثال پانـدول وارونـه، بـا اعمال نیروی F به عنوان ورودی، می توان پاندولی را در وضعیت قائم نگه داشت $(\theta=0)$. همچنـین در یک موشک قرار گرفته در وضعیت عمودی، با تغییر دادن راستای موتور موشک می توان آن را در جهت قائم نگه داشته و به سمت بالا راند. با استفاده از قوانین نیوتن مدل ریاضی پاندول را می تـوان بصـورت فرم (۱) در آورد که در آن متغیر حالت x شـامل : $x=[\theta, w]$ کـه در آن w سـرعت زاویـه ای پانـدول حول محور قائم می باشد، خواهد بود. مدل ریاضی این پاندول بصورت:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = w \\ \dot{w} = a\sin(\theta) + bw + c\cos(\theta)F \end{cases}$$

می باشد که در آن a, b, c ضرایب ثابتی هستند که بستگی به مقادیر l, g, m دارند. درصورتیکه زاویه θ قابل اندازه گیری باشد، خروجی بصورت $y=\theta$ تعریف می‌شود. سیستم پاندول وارونه یک سیستم غیر

[2] Balanced mechanical systems

خطی تغییر ناپذیر با زمان است. غیر خطی بودن سیستم به علت وجود عبارات $\sin(\theta)$ و $\cos(\theta)$ در مدل دینامیک آن می‌باشد.



شکل ۸-۴ مثال‌هایی از آونگ وارونه

۸-۳ پایداری سیستم[3]های دینامیکی

۸-۳-۱ پاسخ زمانی یک مدار *RC*

هنگامی که یک سیستم دینامیکی تحت تاثیر ورودی u قرار می‌گیرد حالتهای آن با زمان تغییر می‌کند. برای پیدا کردن مقدار متغیر حالت x در زمان t بایستی از روشهائی که در درس معادلات دیفرانسیل ارائه می شوند استفاده نمود. به عنوان مثال در سیستم RC حالت سیستم $v_2(t)$ را می توان از رابطه زیر بدست آورد:

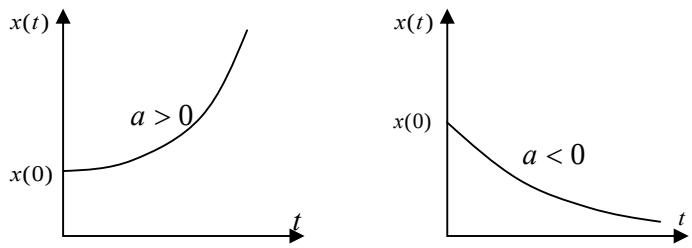
$$v_2(t) = v_2(0)e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{1}{RC}\int_0^t v_1(\tau)e^{-\frac{1}{RC}(t-\tau)}d\tau$$

در این رابطه $v_1(t)$ ورودی سیستم بوده و داده می شود. مثلاً در صورتیکه ورودی بصورت تابع پله واحد باشد ، یعنی $v_1(t)=1$ برای $t>0$ باشد داریم:

[3] System stability

$$v_2(t) = (v_2(0) - 1)e^{-\frac{1}{RC}t} + 1$$

توجه کنید که وقتی زمان $t=0$ باشد، $v_2(t=0)=v_2(0)$ و وقتی t خیلی بزرگ شود $v_2(t)=1$ خواهد شد. یعنی تمام ولتاژ منبع ولتاژ روی خازن قرار می گیرد و خازن بصورت یک مدار باز عمل می‌کند که جریانی از خود عبور نمی‌دهد. وقتی ورودی سیستم صفر یا اتصال کوتاه باشد، $v_2(t) = v_2(0)e^{-\frac{1}{RC}t}$ خواهد بود که در نتیجه وقتی t به مرور زمان بزرگ می شود، $v_2(t)$ به سمت صفر میل می کند، یعنی بار خازن به تدریج تخلیه شده و نهایتاً ولتاژ آن صفر خواهد شد.



پاسخ یک سیستم پایدار　　پاسخ یک سیستم

شکل ۸-۵ پاسخ‌های سیستم‌های پایدار و ناپایدار

۸-۳-۲ پاسخ زمانی سیستم خطی تغییر ناپذیر با زمان در حالت اسکالر

سیستم LTI زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}(t) = ax(t) + bu(t)$$

که در آن a و b ضرایب ثابت می باشند. وقتی متغیر حالت x اسکالر باشد، **پاسخ زمانی** $x(t)$ بصورت زیر محاسبه می شود:

$$x(t) = x(0)e^{at} + b\int_0^t u(\tau)e^{a(t-\tau)}d\tau$$

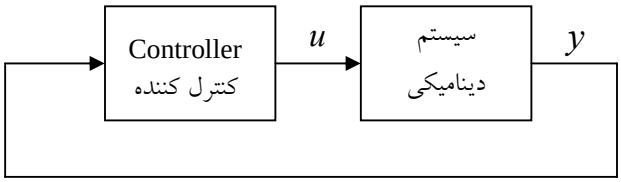
مثلاً در صورتیکه ورودی بصورت یک تابع پله باشد، داریم:

$$x(t) = (x(0) - 1)e^{at} + 1$$

توجه کنید که پاسخ زمانی یک سیستم هم به ورودی آن و هم به مقدار متغیر حالت در زمان صفر $x(0)$ بستگی دارد. در اینجا مشاهده می شود که وقتی $a>0$ باشد ، جمله e^{at} با گذشت زمان به سمت $+\infty$ میل می کند و در نتیجه $x(t)$ با گذشت زمان به $+\infty$ میل خواهد کرد. سیستم بالا به ازاء $a>0$ اصطلاحاً **ناپایدار** خوانده می شود. برعکس وقتی $a<0$ باشد، جمله e^{at} با گذشت زمان صفر شده و در نتیجه $x(t)$ همواره در محدوده معینی باقی می ماند.

تعریف سیستم پایدار: *اگر در یک سیستم دینامیکی ورودی صفر بوده و متغیرهای حالت آن را با انتخاب شرایط اولیه مناسب بتوان در حد دلخواهی نگه داشت, سیستم پایدار نامیده می شود.*

به عنوان مثل در سیستم RC وقتی ورودی $v_1=0$ می‌باشد ، با انتخاب مناسب شرط اولیه $v_2(0)$ می‌توان $v_2(t)$ را در هر محدوده دلخواهی نگه داشت. اما در سیستم پاندول وارونه، اگر ورودی $F=0$ بوده و مقدار اولیه متغیر حالت $\theta(0)\neq 0$ باشد پاندول به سمت پائین افتاده و در صورت عدم وجود اصطکاک بطور نامحدودی نوسان میکند. در واقع به عنوان مثال به ازاء هیچ مقداری از $\theta(0)$، متغیر حالت $\theta(t)$ در محدوده دلخواه $(\pi/2,\pi)$ قرار نمی‌گیرد. بنابراین سیستم پاندول وارونه یک سیستم ناپایدار می باشد. یک راه برای پایدار کردن این است که ورودی F را فعال کنیم و با حرکت دادن پایه پاندول $\theta(t)$ را در محدوده دلخواه قرار دهیم. این مثال نشان میدهد که یک سیستم ناپایدار را می توان با اعمال ورودی مناسب u بطوری کنترل نمود که پایدار شود. واضح است که انتخاب ورودی $u(t)$ در هر لحظه باید بستگی به وضعیت و یا متغیرهای حالت سیستم داشته باشد.



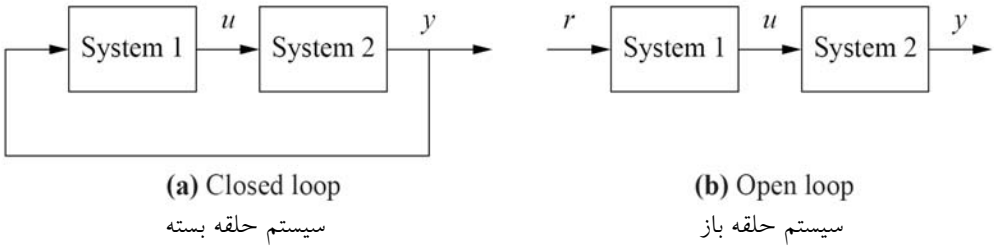
شکل ۸-۶ نمایش بلوکی فیدبک

وقتی پاندول در حال دوران در جهت خلاف عقربه های ساعت بوده و $\theta(t)$ در حال افزایش است، نیروی $F(t)$ باید در جهت از راست به چپ اعمال شود که باعث شود سرعت تغییرات $\theta(t)$ کند شده و پاندول نهایتاً در نقطه دلخواهی متوقف شود. در واقع اندازه ورودی $F(t)$ باید تابعی از $\theta(t)$ و مشتق آن $v(t)$ باشد تا عمل پایدار سازی محقق شود .

درحالت کلی برای سیستم به فرم (۸-۱) می‌توان با انتخاب ورودی $u(t)$ به صورت تابعی از حالتهای سیستم و یا خروجی آن, سیستم را به نحو مطلوبی پایدار نمود. شکل بالا ، بلوک دیاگرام یک سیستم دینامیکی همراه با کنترل کننده مربوطه را در یک حلقه فیدبک نشان می دهد. کنترل کننده می تواند خود بصورت یک سیستم دینامیکی با ورودی-خروجی و متغیرهای حالت باشد. نقش کنترل کننده در واقع استفاده از متغیرهای حالت و یا خروجی سیستم دینامیکی و تولید ورودی $u(t)$ مناسبی می باشد, بطوریکه سیستم دینامیکی پایدار شده و دارای رفتار دلخواه شود. چگونگی طراحی کنترل کننده ها در دروس تخصصی رشته کنترل مورد بررسی قرار می گیرند. عموماً طراحی کنترل کننده ها مبتنی بر استفاده از مبانی جبرخطی، معادلات دیفرانسیل، آنالیز و محاسبات عددی می‌باشد.

۸-۴ مفهوم فیدبک[4] در سیستم‌های کنترل

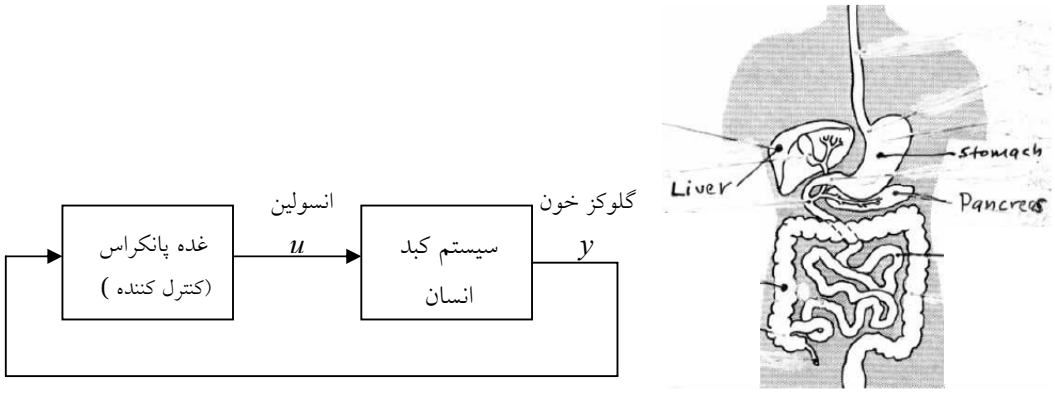
وقتی دو سیستم دینامیکی ۱ و۲ بصورتی به هم متصل شوند که هر سیستم تـاثیر گـذار بـر روی سیسـتم دیگر باشد، اصطلاحاً یک حلقه فیدبک تشکیل می شود. شکل ۸-۷ مثالی از یک حلقه فیـدبک را نشـان می‌دهد. در صورتیکه حلقه فیدبک بسته باشد به سیستم معـادل بوجـود آمـده سیسـتم حلقـه-بسـته مـی گویند. درصورتیکه حلقه فیدبک باز شود به سیستم حاصله سیستم حلقه-بـاز مـی گوینـد (شـکل ۸-۷). مکانیسم فیدبک در اکثر سیستم های مصنوعی وجود داشته و در سیستم های بیولـوژیکی نیـز بـه عنـوان ساختار اصلی فرایند تکامل عمل می کند.



(a) Closed loop
سیستم حلقه بسته

(b) Open loop
سیستم حلقه باز

شکل ۸-۷ نمایش بلوکی سیستم‌های حلقه‌بسته و حلقه‌باز



شکل ۸-۸ فیدبک در بدن انسان

[4] Feedback

حلقه های فیدبک در بسیاری از سیستم های مصنوعی ساخت بشر و یا سیستم های طبیعی و بیولوژیکی وجود دارند. به عنوان مثال در بدن انسان کبد بصورت یک سیستم دینامیکی عمل می کند که یکی از متغیرهای خروجی ان گلوکز خون می باشد. با تغییرات مقدار انسولین خون ، کبد واکنش نشان داده مقدار گلوکز خون را تغییر می دهد. مقدار انسولین هم توسط غده پانکراس[5] تنظیم می شود که با مشاهده مقدار گلوکز خون ، مقدار انسولین را طوری تغییر می دهد که در نهایت گلوکز خون در مقدار معین ۹۰ میلی گرم در ۱۰۰ میلی لیتر خون تنظیم شود. در این مثال غده پانکراس نقش کنترل کننده را بازی می کند.

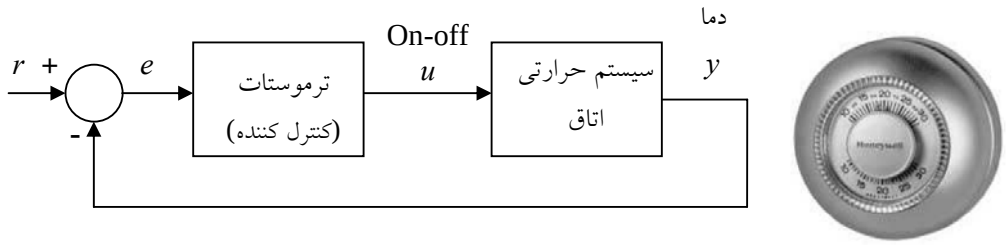
مثال ساده ای از حلقه فیدبک ، سیستم تنظیم درجه حرارت می باشد. در واقع دمای اتاق بصورت یک متغیر خروجی برای سیستم حرارتی اتاق می باشد. دمای اتاق در واقع تابعی از میزان حرارت تولید شده توسط سیستم حرارتی می باشد. وقتی دما بالا می رود ترموستات فرمان قطع سیستم حرارتی را صادر می کند و این فرمان باعث می شود سیستم حرارتی واکنش نشان داده و بعد از مدتی دما کاهش یابد. با کاهش زیاد دما باز هم ترموستات عمل کرده و فرمان وصل صادر کرده و بعد از مدتی دما افزایش می‌یابد . بطوریکه با صدور فرمانهای قطع و وصل دما در حد دلخواه تنظیم می شود.

۸-۴-۱ کنترل سیستم های قدرت

معمولاً ولتاژ و فرکانس یک شبکه برق تابعی از تغییرات مداوم تقاضای انرژی توسط مصرف کننده ها می باشد. بنابراین سیستم های قدرت دارای حلقه های فیدبک متعددی برای ثابت نگه داشتن ولتاژ و فرکانس می باشند. همچنین حلقه های فیدبک برای برقراری پایداری سیستمهای قدرت در برابر حوادث

[5] Pancreas

احتمالی همچون اتصال کوتاه ، رعد و برق و.... که می توانند موجب ایجاد نوسانات مخـرب در سیسـتم می شوند، بکار می روند.



شکل ۸-۹ سیستم تنظیم دمای اتاق

۸-۴-۲ چند مثال ساده از طراحی کنترل کننده‌ها

معمولاً طراحی کنترل کننده ها دارای مراحل پیچیده ای بوده و کنترل کننده حاصله که خود بصورت یک سیستم دینامیکی (۱) می باشد می تواند بسیار پیچیده[6] باشد. در اینجا ما به ذکر چند مثال ساده از کنتـرل کننده های ساده می پردازیم. سیستم فیدبک حلقه بسته بالا را در نظر بگیرید. فرض کنید در این سیسـتم هدف از طراحی کنترل کننده این باشد که خروجی سیستم حرارتی اتاق برابر با یـک مقـدار داده شـده r باشد. در این صورت کنترل کننده می تواند به فرم بسیارساده زیر بیان شود:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & if\ e > 0 \\ 0 & if\ e < 0 \end{cases}$$

که در اینجا $e=r-y$ در واقع تفاوت بین مقدار دمای واقعی اتاق y و مقدار دلخواه آن r مـی‌باشـد و بـه **سیگنال خطا** معروف است. وقتی دمای y افزایش می یابد e کاهش یافته تا اینکه منفی می شود در نتیجه $u=0$ شده و سیستم حرارتی خاموش می شود. با کاهش دمای y، مقدار e افزایش می یابـد تـا اینکـه e مثبت می شود و u به مقدار ۱ تغییر کرده و سیستم حرارتی روشن می‌شود. خـاموش و روشـن شـدن u

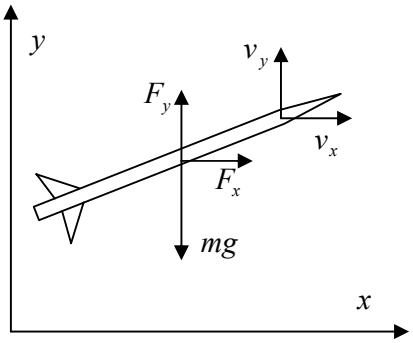
[6] Complex

آنقدر ادامه می یابد تا e به مرور زمان صفر شود. کنترل کننده ذکر شده به کنترل کننده on-off معـروف است.

کنترل کننده معروف دیگری که معمولاًدر صنعت مورد استفاده قرار می گیرد و ساختار ساده‌ای دارد بـه کنترل کننده PID[7] معروف است. در این کنترل کننده مقدار $u(t)$ از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$u(t) = k_p e(t) + k_d \dot{e}(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau$$

که در ان k_p, k_d, k_i مقادیر ثابت هستند. در واقع با اندازه گیری y و دانستن r، می توان $e(t)$ را در هـر لحظه محاسبه نمود. سپس سـمت راسـت تسـاوی بـالا را مـی تـوان از روشـهای عـددی کـه در درس محاسبات عددی توضیح داده می شود، محاسبه کرده و مقدار $u(t)$ را بدست آورد.



شکل ۸-۱۰ نمایش سیستم هدایت موشک

۸-۴-۳ سیستم ساده هدایت موشک

فرض کنید موشک A در میدان جاذبه g قرار داشته باشد و نیروی وارده از موتور موشـک بـا F نشـان داده شود. در مدل بسیار ساده شده این سیستم دینامیکی مولفه های عمودی و افقی سرعت بصورت زیـر در حال تغییر هستند :

[7] Proportional–Integral-Derivative

POWEREN.IR

$$\begin{cases} m\dot{v}_y = -mg + F_y \\ m\dot{v}_x = F_x \end{cases}$$

که در ان F_x و F_y مولفه های نیروی F بـوده و ورودی سیسـتم محسـوب مـی‌شـوند. همچنـین v_x و v_y مولفه‌های افقی و عمودی سرعت می‌باشند. واضح است کـه بـدون اعمـال ورودی یعنـی F=0 خـواهیم داشت :

$$\begin{cases} v_y(t) = v_y(0) - mgt \\ v_x(t) = v_x(0) \end{cases}$$

یعنی با گذشت زمان $v_y(t)$ بطور خطی کاهش می یابد و موشک سقوط می‌کند. بنـابر ایـن بـدون اعمـال ورودی سیستم ناپایدار است. حال اگر F_y و F_x را بصورت:

$$\begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = mg - mv_y \end{cases}$$

انتخاب کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v_y(t) = v_y(0)e^{-t} \\ v_x(t) = v_x(0) \end{cases}$$

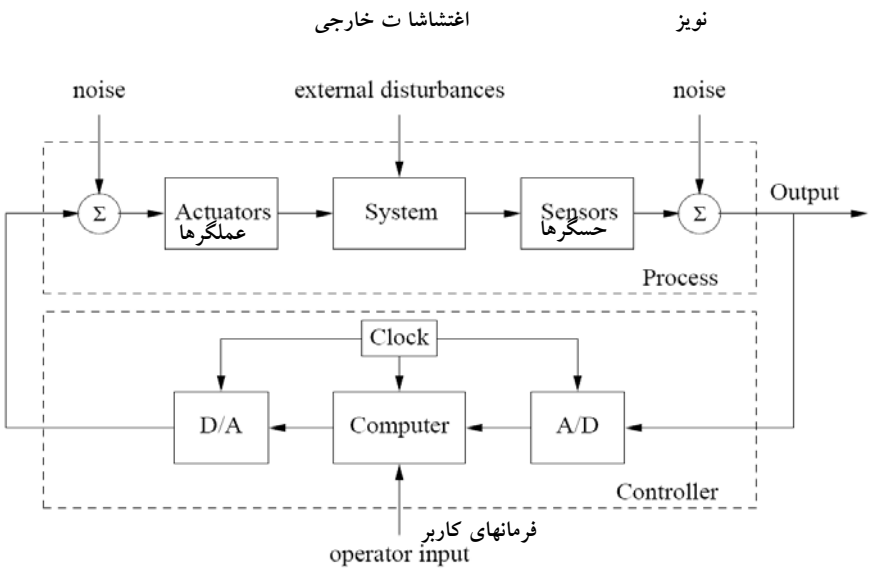
یعنی مولفه عمودی سرعت با گذشت زمان صفر می‌شود و موشک از افتادن باز می‌ماند و سـرعت افقـی آن در حد ثابت اولیه باقی می‌ماند. بنابراین سیستم با اعمال کنترل در یک حلقه فیدبک پایدار می‌شود.

۸-۵ نگاهی دقیق تر به ساختار یک سیستم کنترل

اگر به حلقه فیدبک کنترلی بصورت جزئی تر نگاه کنیم، می‌توانیم اجزاء زیر را در آن مشاهده کنـیم. هـر حلقه فیدبک همانطور که در شکل ۸-۱۱ مشاهده می شود از دو جزء اصلی که با خط چین نمـایش داده شده اند تشکیل شده:

۱) سیستم دینامیکی

۲) کنترل کننده

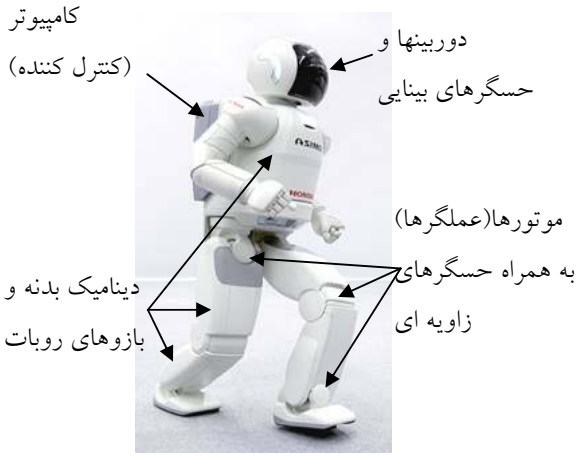


شکل ۸-۱۱ حلقه فیدبک در سیستم کنترل روبات

برای درک بهتر، یک سیستم روباتیک نشان داده شده در شکل صفحه بعد را در نظر بگیرید. این سیستم شامل بازوها, بدنه مکانیکی و مفصلهایی است که در هر کدام از آنها یک موتور الکتریکی تعبیه شده و حرکت این موتورها موجب حرکت و تغییر وضعیت ربات می شود. هرکدام از بازوهای ربات دارای مدل دینامیکی مانند یک پاندول وارونه هستند و بلوک سیستم در شکل بالا در واقع نماینده دینامیک بازوهای ربات می باشد. موتورهای موجود در مفصلهای ربات اجزائی از سیستم هستند که باعث انتقال فرمان از کنترل کننده به سیستم مکانیکی می شوند و متناظر با بلوک **عملگر**[8] در شکل می باشند. برای کنترل کردن یک سیستم احتیاج به اندازه گیری متغیرهای خروجی سیستم دینامیکی داریم. مثلاً در یک ربات لازم است زوایای مفصلهای ربات توسط دستگاههای خاصی بنام کدگذار[9] اندازه گیری شوند و سپس به کنترل کننده تحویل داده شوند. بلوک **حسگر**[10] نماینده این ابزارهای اندازه گیری در حلقه

[8] Actuator
[9] Encoder
[10] Sensor

فیدبک می باشد. از ابزارهای اندازه گیری دیگر می توان از آمپرمتر، اهم متر، ولت متر ، فشار سنج ، دما سنج و ... نام برد. **خطاهای اندازه گیری** توسط **سیگنال نویز** نمایندگی شده اند.



شکل ۸-۱۲ نمایش روبات و اجزاء دینامیکی و کنترل آن

خود کنترل کننده شامل ۳ بخش عمده می باشد. معمولاً متغیر اندازه گیری شده توسط حسگر بصورت یک **سیگنال آنالوگ** از جنس ولت یا آمپر می باشد. این سیگنال آنالوگ توسط واحدی بنام A/D[11] بصورت یک **سیگنال دیجیتال** ۱-۰ تبدیل شده و سپس به **کامپیوتر** که وظیفه پردازش سیگنال و محاسبه سیگنال کنترلی $u(t)$ را دارد انتقال داده می شود.کامپیوتر در واقع هسته مرکزی یک کنترل کننده است و وظیفه آن محاسبه سیگنال کنترلی $u(t)$ توسط الگوریتمهایی که توسط طراح کنترل کننده در کامپیوتر برنامه ریزی می شود می باشد. سیگنال خروجی کامپیوتر یک سیگنال دیجیتال است که برای اینکه اعمال به یک سیستم فیزیکی را داشته باشد باید به سیگنال آنالوگ که از جنس ولت و یا آمپر است

[11] Analog-to-Digital

، تبدیل شود. این کار توسط واحد D/A[12] انجام می شود. معمولاً سیگنال تولید شده توسط D/A ممکن است حاوی اندکی نویز باشد که در شکل توسط سیگنال نویز[13] نشان داده شده. سیگنال کنترلی سپس به عملگر اعمال می شود. مثلا در ربات، سیگنال کنترلی خارج شده از D/A بصورت یک سیگنال ولتاژ به موتورهای الکتریکی واقع در مفصلهای ربات اعمال می شود و این موتورها با چرخش خود باعث ایجاد تغییر در وضعیت ربات می شوند. **کاربر** یا استفاده کننده از سیستم کنترلی، **فرمانهای** خود را توسط سیگنال ورودی عملگر[14] کنترل کننده اعمال می کند. مثلاً در صورتیکه کاربر مایل باشد روبات دست خود را به سمت بالا حرکت دهد، یک سیگنال فرمان مناسب را تعیین نموده و به کنترل کننده اعمال می‌کنند.

۸-۵-۱ کنترل پذیری

آیا می‌توان هر سیستم دینامیکی را کنترل نمود؟ به عبارت دیگر آیا می توان متغیرهای حالت هر سیستم دینامیکی را با اعمال ورودی مناسبی که از طرف کنترل کننده تعیین می شود به حد دلخواه رساند؟

جواب: خیر. برای این کار سیستم دینامیکی باید دارای خاصیت کنترل پذیری باشد.

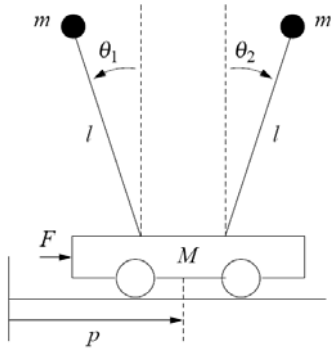
مثال: سیستم دینامیکی شکل ۸-۱۳ را که شامل دو متغیر x_1 و x_2 می‌باشد در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 \\ \dot{x}_2 = -x_1 x_2 + u \end{cases}$$

واضح است که طبق معادله اول x_1 در زمان t از رابطه:

$$x_1(t) = x_1(0)e^{-t}$$

[12] Digital-to-Analog
[13] Noise
[14] Operator Input



شکل ۸-۱۳ سیستم دینامیکی با دو متغیر

قابل محاسبه است. بنـابراین ورودی u هـیچ تـاثیری روی x_1 نـدارد. ولـی روی متغیـر x_2 تـاثیر دارد. بنابراین هیچگاه نمی توان با انتخاب $u(t)$ مقدار x_1 را به اندازه دلخواه تنظیم نمـود. پـس ایـن سیسـتم دینامیکی اصطلاحا **کنترل ناپذیر** خوانده می شود. برعکس سیستم پاندول وارونـه و یـا مـدار RC ذکـر شده در فصول قبلی همگی **کنترل پذیر** هستند.

بعنوان مثالی دیگر ، در شکل بالا دو پاندول وارونه کاملاً یکسان، بطور موازی قرار داده شده‌انـد و زاویـه هر پاندول با حالت قائم θ_1 و θ_2 می‌باشد. آیا می توان با حرکت گاری و اعمال نیروی F، هر دو زاویـه θ_1 و θ_2 را در **هر وضعیت دلخواه** مثلاً $\theta_1 = 0,\ \theta_2 = \pi/2$ قرار داد؟ جواب: خیر.

۸-۵-۲ تخمین متغیرهای حالت یک سیستم دینامیکی

همانطور که قبلا ذکر شد در یک سیستم دینامیکی بـا متغیرهـای حالـت x و ورودی u, فقـط ترکیـب خاصی از متغیرهای حالت آن قابل اندازه گیری هستند. مثلا" در یک سیستم پاندول وارونه هرچند متغیر متغیر حالت x شامل θ (زاویه) و w (سرعت زاویه ای پاندول) است ولی فقط متغیر θ توسط یک ابـزار اندازه گیری **قابل اندازه‌گیری** می‌باشد. حال سـؤال اینجاسـت کـه آیـا امکـان دارد بتـوان بـا اسـتفاده از

خروجی سیستم یعنی □، مقدار متغیر حالت اندازه گیری نشده یعنی w را **تخمین زد؟** جواب: تحت شرایطی بلی. در واقع توسط سیستمی که به آن تخمین زننده گفته می شود می توان این کار را انجام داد. معمولا" مقدار تخمین w را به $\hat{w}$ نمایش می دهند. به مانند $w(t)$ ، سیگنال تخمین زده شده $\hat{w}(t)$ هم تابعی از زمان می باشد. فرض کنید تخمین زننده کار خود را در زمان $t=0$ شروع کند و $\hat{w}(t)$ را برای زمانهای $t>0$ تولید نماید. در اینصورت یک **تخمین زننده مناسب** به تخمین زننده ای گفته می شود که در آن $\hat{w}(t)$ به مرور زمان به مقدار واقعی آن یعنی $w(t)$ میل کند، بطوریکه:

$$\lim_{t\to\infty}(\hat{w}(t)-w(t))=0$$

شود. توجه کنید که معمولاً امکان ندارد بتوان **بطور آنی** کاری کرد که $\hat{w}(t)$ مساوی $w(t)$ شود . این پدیده در مورد کنترل سیستم ها هم صادق است.

سؤال : آیا در هر سیستمی می توان با اندازه گیری خروجی ، متغیر حالت ان را تخمین زد؟ جواب : خیر. مثلاً سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=u_1\\ \dot{x}_2=u_2\\ y=x_1+x_2\end{cases}$$

در این سیستم دیده می شود که سیگنال خروجی y مجموع دو متغیر حالت می باشد. با دانستن مجموع این دو متغیر که لزوماً با هم مساوی نیستند هرگز نمی توان به مقدار هرکدام از آنها پی برد. بنابراین نمی‌توان مقدار x_1 و x_2 را با استفاده از اندازه گیری y تخمین زد. به این نوع سیستم ها اصطلاحاً **رؤیت ناپذیر** گفته می شود. مسئله تخمین متغیرهای حالت یک سیستم از روی اندازه گیری، دارای کاربردهای متعددی در مهندسی می باشد. بعنوان مثال با اندازه گیری ولتاژ و جریان یک موتور الکتریکی می توان فلو یا شار به وجود آمده از میدان مغناطیسی درون هسته استاتور که مستقیماً قابل اندازه گیری نیست را تخمین زد. و یا در یک شبکه برق حاوی تعداد بسیار زیادی ژنراتور وترانس و خط انتقال ، با نصب

تعداد محدودی وسیله اندازه گیری در نقاط مشخص، می‌توان ولتاژ و جریان شبکه را تخمین زد. مثال دیگر، تخمین سرعت زاویه ای و انتقالی یک ماهواره در فضا با استفاده از اندازه گیری موقعیت آن می‌باشد. این تخمین ها نقش بسیار مهمی در کنترل ماهواره و همچنین در تشخیص به موقع خطاها و عیب های ممکنه در سیستم هدایت ماهواره دارد.

فصل ۹: آشنایی با مهندسی پزشکی

۹-۱ تاریخچه

مهندسی و پزشکی از زمانی با یکدیگر پیوند خوردند که ابزار تکنولوژیکی در اختیار طبیب قرار گرفت. امروزه ارتباط بین این دو پدیده بقدری مستحکم گردیده که انجام حرفه پزشکی بدون ابزار مذکور بسیار دشوار و گاه غیر ممکن است. نکته‌ای که در این میان نبایستی از ذهن دور شود. نقش اصلی است که پزشک ایفا می‌کند. تکنولوژی تنها هنگامی کمال ارزندگی خود را نشان می‌دهد که توسط خبره به کار گرفته شود. [۱]

می‌توان گفت که تا پیدایش مهندسی برق، مهندسی پزشکی کما بیش در حالت ابتدایی خود به سر برده است. حتی اولین سیستمهای اندازه گیری علائم بیوالکتریک چنانچه با استانداردهای امروزی بررسی شود بسیار اولیه به نظر می‌رسند. مثال بارز آن روش ثبت علائم الکتروکاردیوگرام در اوایل قرن ۱۸ میلادی می‌باشد (شکل ۹-۱).

شکل ۹-۱ *روش تاریخی* برقرار اتصال الکتریکی برای ثبت ECG [۲]

حتی سالها بعد نیز بکارگیری ادوات اندازه گیری یا درمان با مشکلات ابعاد بزرگ مواجه بود. در شکل ۹-۲ یک تصویر بردار اولیه ماورا صوتی مربوط به دهه ۵۰ میلادی که در کشور ژاپن استفاده می‌شده است نمایش داده شده است. این امواج برای انتشار نیاز به یک محیط با چگالی بالا دارند لذا تضعیف بسیار بالایی را در هوا متحمل خواهند شد. در نتیجه محققین ناگزیر از محیط کوپلاژی مانند آب یا ژل مخصوص استفاده می‌نمایند.

نکته جالب توجه این است که تحول تکنولوژی الکترونیک بقدری سریع است که تجهیزات پزشکی از نظر ابعاد و دقت پیشرفتهای چشمگیری پیدا نمود به صورتی که تنها ۳۰ سال پس از آزمایشات ابتدایی با ماورا صوت اولین تصاویر جنین به صورت ۳ بعدی در اختیار پزشک قرار گرفت (شکل ۹-۳). امروز تکنولوژی تصویر برداری ۳ بعدی ماوراء صوتی به صورتی تجاری کاملاً مهیا و حتی بعد چهارمی نیز (زمان) به آن اضافه گردیده(4D). پزشکان امروز می‌توانند به صورت بلادرنگ تصاویر قلب یا جنین در حال حرکت را مشاهده کنند.

Experiments with water-bath scanning at Juntendo University

شکل ۹-۲ دستگاه ماوراء صوتی ابتدایی [۳]

fetal face imaged in real-time
processable 3-D

شکل ۹-۳ تصویر برداری سه بعدی از جنین [۴]

۹-۲ تعاریف

۹-۲-۱ مهندسی پزشکی

تعاریف متعددی برای مهندسی پزشکی وجود دارد که عمدتاً تفاوتهای جزئی با یکدیگر دارد. این تفاوتها ناشی از زمینه کاری افرادی است که این تعاریف را به رشته نگارش در می‌آورند. ما در اینجا تعریف عامه آن را به صورت ذیل پذیرا هستیم.

مهندسی پزشکی عبارت است از کاربرد اصول و فنون مهندسی در پزشکی که در آن ترکیب مهارتهای طراحی و حل مسئله مهندسی با علوم پزشکی - زیستی این امکان را فراهم می‌آورد که کیفیت تشخیص و درمان و در نتیجه کیفیت زندگی انسانها ارتقاء یابد. [۵]

با توجه به اینکه در این رشته، مهندسی و پزشکی به یکدیگر گره خورده‌اند، طبیعت مهندسی پزشکی چند رشته‌ای بودن آن می‌باشد. [۶]

مهندسی پزشکی می‌تواند باز به بخشهای زیر تقسیم بندی گردد :

الف- بیوالکترونیک (Bioelectronics)

ب- بیومکانیک (Biomechanics)

ج- بیوانفورماتیک (Bioinformatics)

د- بیومواد (Biomaterials)

نکته : رشته مهندسی زیست همانند مهندسی پزشکی کاربرد مهندسی است اما در علوم زیستی (مواد و سیستمهای زیستی). [۷]

۹-۲-۲ مهندسی بیولوژیک (بیوتکنولوژی)

تمرکز این رشته بیشتر روی فعالیت ژنها می‌باشد. کاربرد اصلی آن اصلاح نژاد محصولات کشاورزی و ساخت داروهایی است که نه تنها برای بیماری خاص بلکه برای شخص خاص تجویز می‌گردد.

نکته : مهندسی بیولوژیک رشته نوینی از مهندسی می‌باشد که علـم بیولـوژی (و بـه خصـوص بیولـوژی مولکولی سلول) اساس آن را تشکیل می‌دهد. [۸]

۹-۳-۲ مهندسی بالینی[1]

فارغ التحصیلان این رشته مسئولیت اصلی‌شان در مدیریت تجهیزات بیمارستانی می‌باشـد. ایـن مـدیریت می‌تواند مواردی چون خرید، انبارداری، نگهداری و نظارت بر امور ایمنی به خصـوص حـین اسـتفاده از ابزار پزشکی را شامل شود.

معمولاً تکنسینهای مهندسی پزشکی تحت رهبری مهندسین بالینی امور مربوط به تجهیـزات را عهـده دار هستند. مهندسین بالینی همکاری نزدیکی را با بخش‌های انفورماتیک و فیزیک پزشکی بیمارستان دارنـد. [۹]

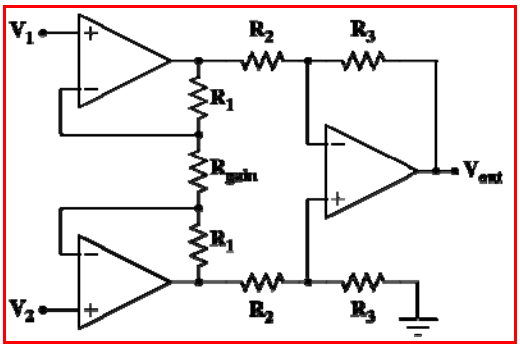
۹-۳ چند کاربرد شاخص مهندسی پزشکی

۹-۳-۱ تقویت علائم بیولوژیک

طرح مسئله : ارزیابی عملکرد صحیح اعضا و اندامهای حیاتی مانند قلب و مغز

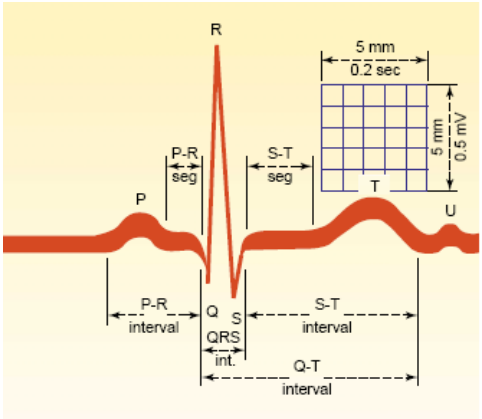
راه حل : ثبت غیر تهاجمی علائم حیاتی الکتریکی توسط تقویت کننده ابزار دقیق که بـه عنـوان مثـال در شکل ۹-۴، یک مدار بر اساس ۳ تقویت کننده عملیاتی نشان داده شده است.

[1] Clinical Engineering



شکل ۹-۴ تقویت کننده ابزار دقیق [۱۰]

چنین مدارهایی (و مشتقات آن) کاربردهای فراوانی در ثبت علائم الکتریکی از قبیل علائم قلب ECG[۲]، مغز EEG[۳]، و ماهیچه EMG[۴] دارد. در شکل ۹-۵ نمونه‌ای از سیگنال ECG آورده شده است. نمادهایی که به صورت حروف الفباء لاتین (P, Q, R, S, T, U) در این شکل به چشم می‌خورد نقاط کلیدی سیگنال ECG است که مقادیر آن توسط دستگاه ثبت کننده تعیین و به متخصص جهت تعیین میزان سلامت ارائه می‌گردد.



شکل ۹-۵ نمونه‌ای از سیگنال ECG [۱۱]

[2] Electrocardiogram
[3] Electroencephalogram
[4] Electromyogram

۹-۳-۲ اندام مصنوعی

طرح مسئله : قطع عضو (مانند دست) در اثر سانحه یا بیماری

راه حل : ترکیب مهندسی برق، الکترونیک (آنالوگ و دیجیتال)، الگوریتمهای پردازش سیگنال، مواد، نرم افزار و بالاخره مهندسی سیستم جهت تولید عضو مصنوعی. یکی از نکات مهم مطرح در دست مصنوعی نحوه کنترل آن می‌باشد چرا که مسیرهای فرمان که از مغز صادر می‌گردد تا نقطه ضایعه ادامه پیدا می‌کند لیکن به علت عدم وجود خود عضو می‌بایست ابتدا این علائم توسط الکترودهایی که در جای مناسبی تعبیه شده است ثبت شود. نمونه‌ای از این الکترودها در شکل ۹-۶ نمایش داده شده است. علیرغم اینکه جنس الکترودهایی که برای اندازه گیری بکار برده می‌شود از نقره با روکش کلرور نقره می‌باشد (Ag-AgCl)، اکثر الکترودهایی که در دستهای مصنوعی به کار برده می‌شود از جنس فولاد ضدزنگ[5] می‌باشد.

شکل ۹-۶ الکترود فلزی [۱۲]

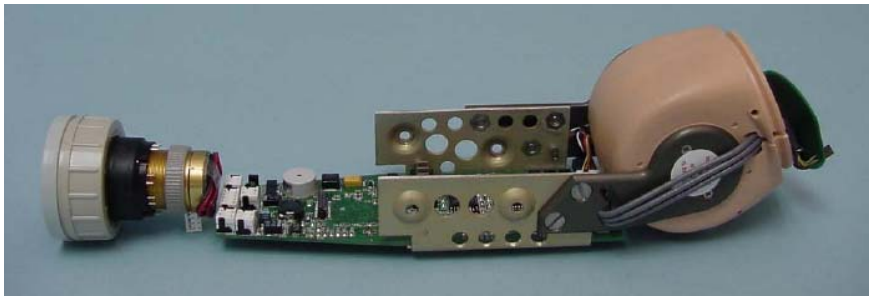
پس از اینکه علائم الکتروماایوگرام توسط الکترود به سیمهای رابط منتقل شد، و توسط تقویت کننده ابزار دقیق سامان یافت پردازشگری می‌بایست الگوریتمهای خاصی را روی این علائم اجرا و تعیین نماید که بتوان تشخیص دهد شخص اراده چه حرکتی را نموده است . این پردازنده می‌تواند با پردازنده ای که وظیفه کنترل موتورهای محرک را دارد مشترک باشد که نمونه‌ای از آن در شکل ۹-۷ آمده است

[5] Stainless Steel

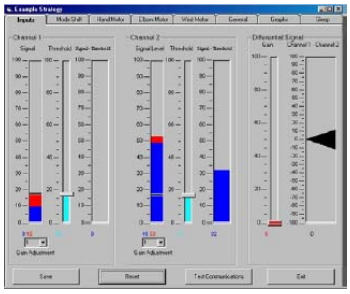
شکل ۹-۷ پردازشگر و کنترل موتورهای محرک [۱۲]

اما بحث عضو مصنوعی به همینجا ختم نمی‌شود چرا که اعضاء مصنوعی نیاز به تطبیق با باقیمانده عضو دارد. این تطبیق هم مکانیکی است هم الکترونیکی - پردازشی.

بخش مکانیکی که شامل روکش پروتز است در شکل ۹-۸ نشان داده شده است. طراحی این قطعه که معمولاً از جنس پلاستیک مقاوم است به گونه‌ای است که بتواند مدارها و موتورها و منبع تغذیه پروتز را در خود جای دهد. تطبیق پردازشگر توسط نرم افزار انجام می‌گردد (شکل ۹-۹) و هدف از آن تنظیم پارامترهایی است که در الگوریتم پردازشی دخالت می‌کند.

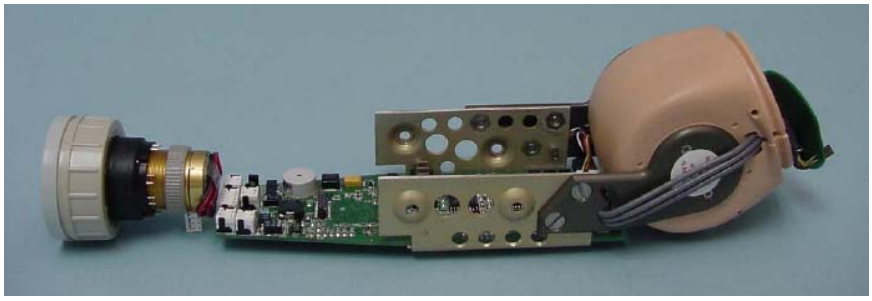


شکل ۹-۸ بخش مکانیکی دست مصنوعی [۱۲]



شکل ۹-۹ واسط اپراتور هنگام تطبیق پردازشگر [۱۲]

نهایتاً بخشهای الکترونیک و مکانیک در یکدیگر ادغام شده عضو مصنوعی (قبل از روکش پلاستیک مقاوم) آماده می‌گردد (شکل ۱۰). در این شرح فشرده شاید لازم باشد به منبع تغذیه این سیستم اشاره شود. معمولاً باطریهای نیکل - کادمیدم ظرفیت بالا (mA.Hr) 1100 استفاده می‌شود. که علیرغم این که از باطریهای یون لیتیوم[۶] با قیمت بالاتر استفاده نگردیده است، هزینه یک دست مصنوعی مانند دست بستون[۷] حدوداً -/۲۹٫۰۰۰ دلار آمریکا می‌باشد.



شکل ۹-۱۰ ادغام بخشهای الکترونیک و مکانیک در یکدیگر (قبل از روکش و بدون باطری) [۱۲]

۹-۳-۳ نوسانساز قلبی[۸]

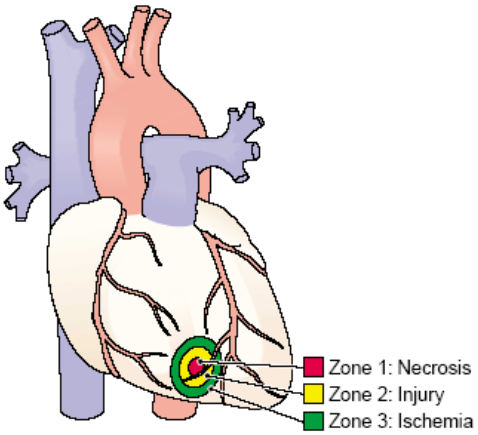
طرح مسئله : فعالیت الکتریکی قلب توسط بیماری دچار اختلال گردیده است.

---

[6] Lithium-Ion
[7] Boston Elbow
[8] Pacemaker

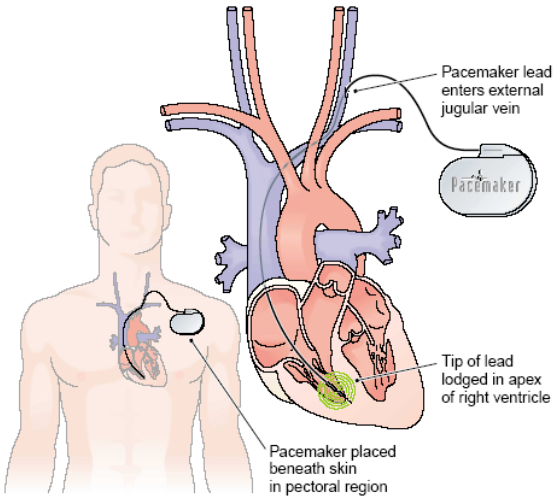
راه حل : فعالیت مناسب عضله قلب از طریق تحریک الکتریکی مجدداً برقرار گردد.

در سال بیش از ۴۰۰ هزار نوسانساز قلبی توسط عمل جراحی کاشته می‌شود [۱۳] چرا کـه عارضـه‌هـای قلبی یکی از شایع ترین بیماریهای قرن حاضر است. در شکل ۹-۱۱ نحوه ایجاد ضایعه نمایش داده شده است. عدم پمپاژ صحیح خون موجب عدم خون رسانی به عضله قلب شده، که این خود تـاثیر منفـی بـه خون دهی قلب به سایر اعضاء بدن منجمله خود قلب داشته بدین ترتیب قلب در یک دایـره باطـل قـرار می‌گیرد. در صورتی که مشکل عدم کارکرد صحیح نوسانساز طبیعی قلب باشد، دستگاه نوسانسـاز قلبـی در ناحیه قفسه سینه کاشته می‌شود که توسط الکترودها علائم تحریک الکتریکی بـه ناحیـه ضـایعه دیـده اتصال می‌یابد (شکل ۹-۱۲). لازم به توضیح است که قبل از کاشت دسـتگاه بایـد ناحیـه دچـار ضـایعه تشخیص داده شود که این مهم از طریق نوار قلبی (ECG) و تصویربرداری ماوراء صوت قلبی[9] صـورت می‌پذیرد.



شکل ۹-۱۱ نحوه ایجاد ضایعه قلبی [۱۴]

[9] Echocardiogram



شکل ۹-۱۲ کاشت نوسانساز قلبی در ناحیه قفسه سینه: الکترودها علائم تحریک الکتریکی را به عضله قلب میرساند [۱۴]

۹-۳-۴ سیستمهای پشتیبانی حیاتی[۱۰]

طرح مسئله : عضوی (مانند قلب) هیچ نوع فعالیتی ندارد و کاملاً از کار افتاده است.

راه حل : کل عضو جایگزین گردد تا امکان پیوند عضو جدید هویدا شود.

تا کنون روشهای ذکر شده به ثبت علائم (تقویت کننده ابزار دقیق) یا جایگزینی عضو خارجی (دست مصنوعی) یا کمک به تحریک الکتریکی نوسانساز قلبی می‌پرداخته‌اند. در این قسمت با مشکل اساسی تری مواجه هستیم. عضوی (مانند قلب) هر لحظه امکان دارد از کار بیفتد (و معمولاً چندین ایست قلبی اتفاق افتاده است) و به همین لحاظ ۲۴ ساعته می‌بایست تحت مراقبه ویژه ICU[۱۱] باشد.

یکی از نمونه‌های دستگاههای پشتیبانی حیاتی دستگاه قلب مصنوعی است (شکل ۹-۱۳) که البته در بیرون از بدن قرار گرفته بیمار را تا پیدا شدن قلب جایگزین که امکان پیوند داشته باشد زنده نگه می‌دارد.

[10] Life Support Systems
[11] Intensive Care Unit

دستگاه قلب مصنوعی یکی از شاهکارهای مهندسی است که در طراحی و ساخت آن رشته‌های متنوعی مانند مهندسی برق (موتورها و قسمت کنترلی)، مکانیک (اتصالات و محاسبه جریان خون)، مواد (روکشهای سازگار با بدن و به خصوص خون) دست بدست هم داده تلاش در ارائه خدماتی شبیه (اما هنوز بسیار بعید) به یکی از شاهکارهای خلقت (قلب انسان) است.

شکل ۹-۱۳ قلب مصنوعی [۱۵]

۹-۴ قوانین حاکم بر تجهیزات پزشکی [۱۶]

در آمریکا و خیلی از کشورهای دیگر جهان، تجهیزات پزشکی به صورت زیر طبقه بندی می‌گردند:

کلاس یک : دستگاهها و وسایلی هستند که حداقل خطر را برای استفاده کننده دارد. این دستگاهها معمولاً از طراحی ساده‌ای برخوردار می‌باشد و مثال آن چوبهای بازبینی حلق، روکشهای تحتانی بیمارستانی، باندها، دستکشها، و برخی از وسایل جراحی است.

کلاس دو : در این دسته کنترلهای اضافه‌ای بر دستگاههای تحت پوشش اعمال می‌گردد که می‌تواند شامل بر چسبهای مخصوص، کنترل استاندارهای ویژه و کنترل کیفیت هنگام استفاده باشد. مثالهایی از این دستگاهها که عمدتاً غیر تهاجمی هستند دستگاهها تصویر برداری اشعه X، صندلی‌های موتوردار، پمپهای تزریق خودکار دارو می‌باشد.

کلاس سه : این دستگاهها قبل از ارائه به بازار می‌بایست تاییدیه‌ای را کسب کنند، و یک گروه علمی مستقل (معمولا دانشگاهی) کیفیت عملکرد آن را تایید کنند. مثالهای این کلاس دستگاههای نوسانساز قلبی[۱۲]، تحریک کننده‌های مغزی، ایمپلنت‌ها[۱۳] می باشد.

۹-۵ نتیجه‌گیری

همانطوری که در این چند صفحه به صورت اختصار گردید، مهندسی پزشکی رشته‌ای است دارای خصوصیات ویژه زیر :

- ذاتاً میان رشته است
- از آنجایی که با سلامت انسانها سروکار دارد، جنبه‌های ایمنی اش دارای اهمیت فوق‌العاده بالایی است.
- یکی از تنها رشته‌هایی است که می‌تواند ادعا کند که مهندسی را واقعاً در خدمت انسان گرفته است.

[12] Pacemaker
[13] Implants

مراجع

[۱] پیام دبیر هفتمین کنفرانس مهندسی پزشکی دانشگاه صنعتی شریف –۱۳۷۳

[2] http://www.engr.iupui.edu/bme/faq.shtml

[3] http://www.ob-ultrasound.net/japan_water-bath.html

[4] http://www.ob-ultrasound.net/japan_ultrasonics.html

[5] http://en.wikipedia.org/wiki/Biomedical_engineering

[6] http://web.mit.edu/bmes/www/academics.html

[7] http://web.mit.edu/bmes/www/academics.html

[8] http://web.mit.edu/bmes/www/academics.html

[9] http://en.wikipedia.org/wiki/Biomedical_engineering

[10] http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Opampinstrumentation.svg

[11] *Medical Terminology: An Illustrated Guide*, 4th Edition (eBook CDROM)

[12] http://www.liberatingtech.com/products

[13] http://www.engr.iupui.edu/bme/faq.shtml

[14] http://en.wikipedia.org/wiki/Biomedical_engineering

[15] http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Dn966-1_200.jpg

[16] https://poweren.ir/?p=45258

برخی مراجع مفید:

[17] J.G. Webster, Ed., *Medical Instrumentation, Application and Design*, John Wiley & Sons, 1998.

[18] J. Carr, *Introduction to Biomedical Equipment Technology*, Prentice Hall International, 1998.

POWEREN.IR