مدارهاي الكتريكي

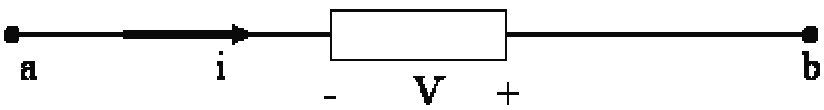
POWEREN.IR

مدار های الکتریکی :

هر آرایشی از عناصر الکتریکی که حداقل یک مسیر بسته در آن موجود باشد.،مدار الکتریکی می نامیم.در نظریه ی مدار های الکتریکی متغیرهای اساسی مورد نظر که در تحلیل مدار به دنبال آنها هستیم، ولتاژها و جریان های شاخه های مختلف مدار می باشد. مدار کلی یک شاخه دریک مدار به صورت مقابل می باشد که برای این شاخه ها جهت قراردادی برای ولتاژ و جریان آنرا به طور اختیاری انتخاب می کنیم.

هر المان مدار را ميتوان يك شاخه دو سر با جهت هاي قراردادي مطابق شكل فرض كرد

طبق قرارداد ورود جريان به قطب مثبت ولتاژ مي باشد.



قانون جربان کیرشهف(KCL):

در هر گره از مدار الكتريكي و در هر لحظه از زمان مجموع جبري جريان همه شاخه ها كه از آن گره خارج يا به آن وارد مي شود برابر صفر است.

قانون ولتاژ کیرشهف(KVL):

در هر حلقه از يك مدار الكتريكي فشرده و در هر لحظه از زمان مجموع جبري ولتاژهاي شاخه ها صفر است.

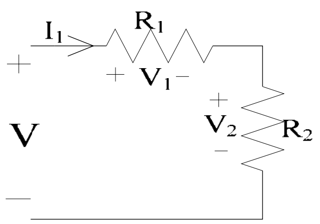
$$\sum_j V_j = 0$$

توضیح : در به کاربردن قوانین کیرشهف، جهت جریان ها و ولتاژها را کاملا به اختیار انتخاب می کنیم و سپس این قوانین را به کار می بریم.

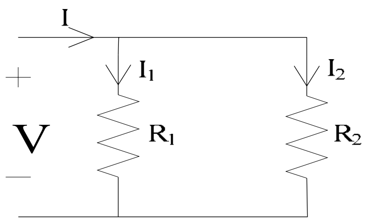
نکته. قوانین کیرشهف به ماهیت عناصر وابسته نمی باشد

به کار بردن قوانين كيرشهف در مدارهاي مقاومتي

تقسيم ولتاژ و جريان در مدار هاي مقاومتي :

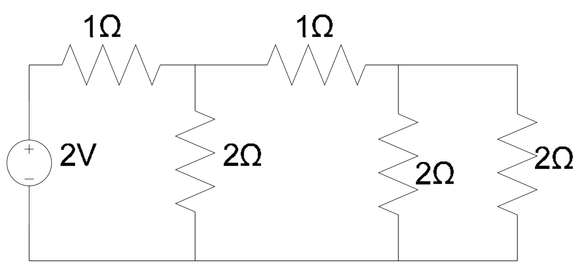


$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} \begin{cases} V_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \\ V_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} V \end{cases}$$

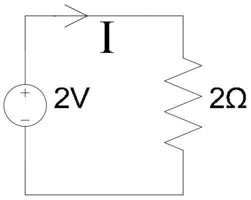


يعني در اتصال سري هر مقاومت به نسبت اندازه ي خود از ولتاژ كل سهم مي برد .

مثال . در مدار شکل مقابل ، جریان هر شاخه را محاسبه کنید .

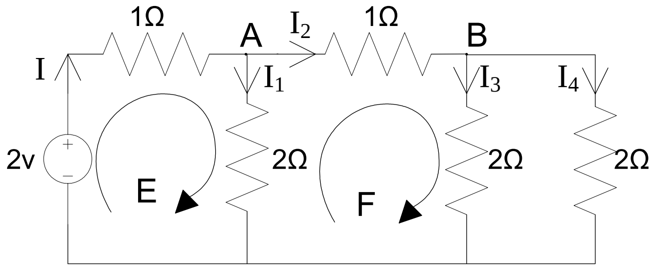


حـل .ابتدا جريان كل را محاسبه كه جهت فرضي جريان مـطابق شكل در نظر مي گيريم .



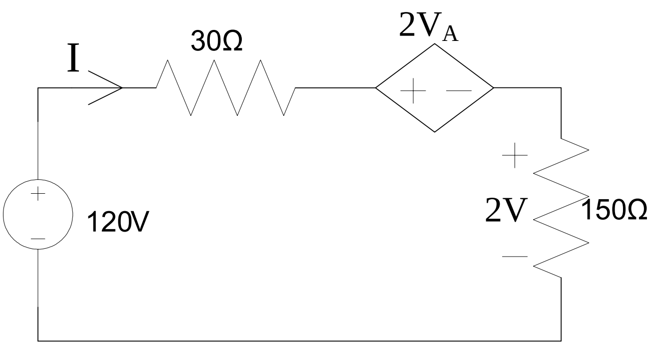
$$I=\frac{V}{R+r}\Rightarrow I=\frac{2}{2}\Rightarrow I=1\text{A}$$

حال با داشتن جريان كل و جهت فرضي آن ، مدار را به شكل زير آناليز مي كنيم .



$$KVL(Loop\ \ E):2-1I-2I_1=0\Rightarrow I_1=0.5\text{A}$$
$$KCL(node\ \ A):I=I_1+I_2\Rightarrow I_2=0.5\text{A}$$
$$KVL(Loop\ \ F):-I_2-2I_3+2I_1=0\quad\Rightarrow I_3=0.25\text{A}$$
$$KCL(node\ \ B):I_2=I_3+I_4\quad\Rightarrow I_4=0.25\text{A}$$

مثال . در مدار شكل مقابل جريان شاخه و دو سر مقاومت 30Ω را محاسبه كنيد .



$$V_A = -15I$$

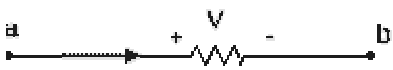
$$KVL: 120 - 30I - 2V_A + V_A$$

$$\Rightarrow 120 - 30I + 30I - 15I = 0$$

$$\Rightarrow I = 8\text{A} \Rightarrow V_{30\Omega} = 30 \times 8 = 240V$$

مقاومت چيست؟

مقاومت عنصري است كه در هر لحظه از زمان ولتاژ وجريان آن از قاعده مشخصي پيروي مي كند. به طور كلي مقاومت به چهار صورت ممكن است وجود داشته باشد.



مقاومت خطي وتغيير ناپذير با زمان

رابطه ولتاژ جريان به صورت V=RI مي باشد كه R مقاومت و ثابت مي باشد.

مقاومت خطي وتغذيه پذير با زمان

رابطه ولتاژ جريان به صورت(V(t)=R(t)I(t مي باشد كه(R(t مقاومت بوده وبا زمان تغيير مي كند مثل پتانسيومتر

مقاومت غير خطي وتغذيه ناپذير با زمان

رابطه ولتاژ جريان به صورت زير مي باشد :

$$\begin{cases} V(t)=f(i(t)) & \text{جريان مقاومت كنترل شده با} \\ i(t)=g(v(t)) & \text{مقاومت كنترل شده با ولتاژ} \end{cases}$$

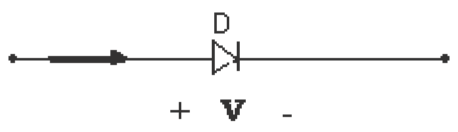
مقاومت غير خطي وتغيير ناپذير با زمان

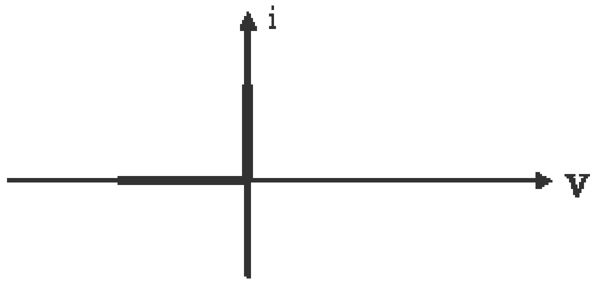
رابطه ولتاژ جريان به صورت زير مي باشد :

$$\begin{cases} V(t)=f(i(t),t) & \text{جريان مقاومت كنترل شده با} \\ i(t)=g(v(t),t) & \text{مقاومت كنترل شده با ولتاژ} \end{cases}$$

ديود چيست؟

ديود يك مقاومت غير خطي است كه مشخصه ولتاژ جريان آن در حالت ايده آل بصورت زير مي باشد.



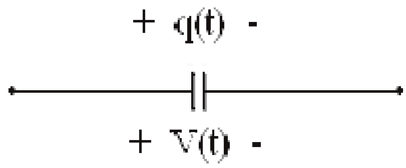


ديود خاموش است اگر: V<۰ ----> i=0

ديود روشن است اگر: i>۰---->v=0

خازن چيست؟

عنصري است دو سز كه رابطه مشخصي در هر لحظه از زمان ميان بار الكتريكي ذخيره شده در آن و ولتاژ دو سرآن وجود دارد



خازن يك ذخيره كننده انرژي الكتريكي است و جريان آن عبارت است از :

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}$$

به طور كلي خازن به چهار صورت ممكن است وجود داشته باشد.

خازن خطي وتغيير ناپذير با زمان

$$q(t)=Cv(t)$$
$$i(t)=C\frac{dv(t)}{dt}$$
$$v(t)=v(0)+\frac{1}{c}\int_{0}^{t}i(t')dt'$$

كه C ظرفيت خازن و ثابت است.

خازن خطي وتغيير پذير با زمان

$$q(t)=C(t)v(t)$$
$$i(t)=\frac{dc}{dt}v(t)+C(t)\frac{dv}{dt}$$

C(t) ظرفيت خازن است كه با زمان تغيير مي كند

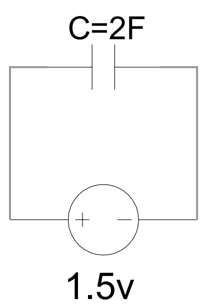
خازن غير خطي وتغيير ناپذير با زمان

$$q(t) = f(v(t))$$
$$i(t) = \frac{\partial f}{\partial v} v(t) |_{v(t)} \frac{dv}{dt}$$

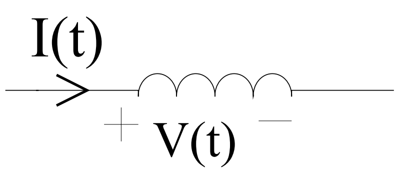
خازن غير خطي وتغيير پذير با زمان

$$q(t) = f(v(t), t)$$
$$i(t) = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial v} v(t) |_{v(t)} \frac{dv}{dt}$$

مثال. اگر در شکل مقابل خازن را به یک باتری وصل کنیم چه جریانی از خازن می گذرد.



$$I_C = C\frac{dV_C}{dt} \Rightarrow I_C = 2\frac{d(1.5)}{dt} = 0$$



سلف چيست؟

سلف عنصري است دو سر كه در هر لحظه از زمان رابطه مشخصي بين شار وجريان آن وجود دارد.

سلف يك ذخيره كننده انرژي مغناطيسي است وجريان آن عبارت است از

$$v(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

به طور كلي سلف به چهار صورت ممكن است وجود داشته باشد.

سلف خطي و تغيير پذير ناپذير با زمان

$$\phi(t) = Li(t)$$
$$v(t) = L\frac{di}{dt}$$
$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t v(t')dt'$$

كه مقدار L اندوكتانس سلف وثابت است.

سلف خطي تغيير پذير با زمان

$$\phi(t) = L(t)i(t)$$
$$v(t) = \frac{dl}{dt}i(t) + L(t)\frac{di}{dt}$$

L(t) اندوكتانس خازن است كه با زمان تغيير مي كند

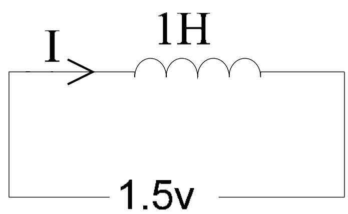
سلف غير خطي تغيير ناپذير با زمان

$$\phi(t) = f(i(t))$$
$$v(t) = \frac{df}{di} i(t) \Big|_{i(t)} \frac{di}{dt}$$

سلف غير خطي تغييرپذير با زمان

$$\phi(t) = f(i(t), t)$$
$$v(t) - \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial f}{\partial i} \Big|_{i(t)} \frac{di}{dt}$$

مثال. اگر یک سلف راکه جریان اولیه ی آن صفر است به یک باتری وصل کنیم، جریان سلف به چه صورت تغییر خواهد کرد.



$$I(t) = I_L(0) + \frac{1}{L}\int_0^t V_L(t')\,dt'$$
$$I_L(t) = 0 + \frac{1}{1}\int_0^t 1.5\,dt'$$
$$\Rightarrow \quad I_L(t) = 1.5t$$

توان و انرژي :

توان لحظه اي حاصل ضرب ولتاژ در جريان است، در هر لحظه از زمان براي هر عنصر.

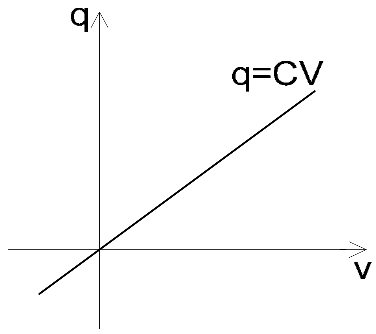
$$P(t) = V(t).I(t)$$

توان لحظه اي :

انرژي :

$$W(t_{\circ}, t) = \int_{t_{\circ}}^{t} V(t').i(t')dt' = \int_{t_{\circ}}^{t} P(t')dt'$$

بسته به اين كه توان لحظه اي يك عنصر مثبت باشد يا منفي دو نامگذاري مختلف براي عناصر شبكه داريم . اگر مشخصه ي مقاومت در ربع اول و سوم باشد، توان مثبت است و اگر مشخصه ي مقاومت در ربع دوم و چهارم باشد، توان منفي است .

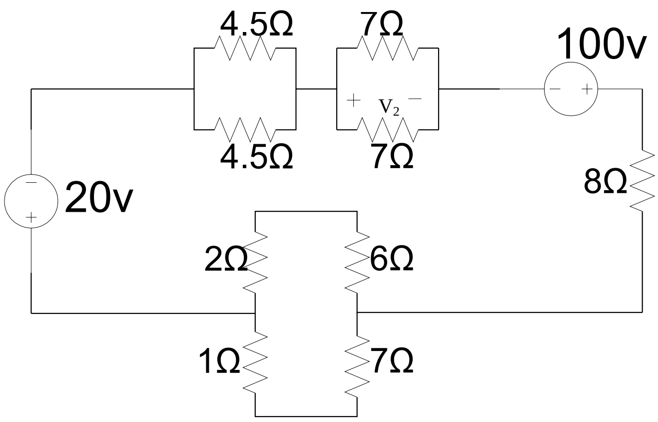


*عنصر غير فعال (اگر p>0) : يعني اين عنصر مدارياز مدار انرژي مي گيرد و به عنصري كه از مدارانرژي جذب كند، غير فعال گفته مي شود.

مانند : خازن، سلف، ديود .

*عنصر فعال (اگرp<0) : عنصري كه به مدار انرژي مي دهد فعال يا اكتيو گويند .

مثال . در مدار شكل زيرV_2را بيابيد .



نكته. چيدمان منابع به صورت متقابل مي باشد در اين حالت براي محاسبه ي جريان كل ولتاژ ها را از هم كم مي كنيم .

$$I=\frac{100-20}{5.75+4}\Rightarrow I=8.2\text{A}$$

با توجه يه اينكه اختلاف پتانسيل دو سر مقاومت هاي 7Ω برابرV_2مي باشد،V_2را محاسبه مي كنيم.

$$7\times I_2=\frac{7\times 7}{7+7}(8.2)\Rightarrow I_2=4.1\text{A}$$

$$V_2=7I_2=28.72v$$

تحليل گره (Nodal Analysis) :

در مدار هر گره را با يك شماره مشخص مي كنيم و به هر گره يك ولتاژ نسبت مي دهيم . يكي از گره ها را مبنا فرض كرده و ولتاژ آن را صفر انتخاب مي كنيم . بهتر است گرهي را به عنوان مبنا انتخاب كنيم كه بيشترين تعداد شاخه به آن ختم مي شود. در مدار N-1 مجهول كه همان ولتاژ هاي N-1 گره هستند، وجود دارد كه براي بدست آوردن اين معادلات به-N 1معادله نياز داريم كه اين معادلات را از نوشتن قانون جريان كيرشهف روي مدار بدست مي آوريم . از حل دستگاه معادلات ولتاژ هاي گره ها ،

بدست مي آيد و مدار تحليل مي شود .

مثال . مدار روبرو را تحليل كنيد .

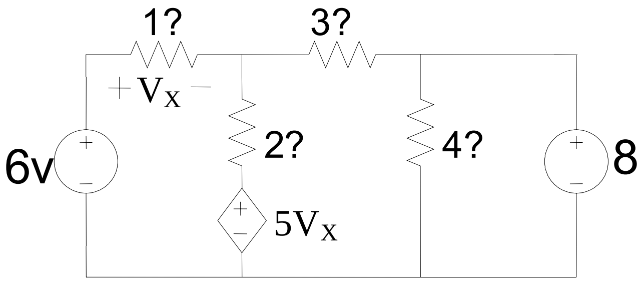
حل .

$$\begin{cases} KCL\ (node\,1): 3-\dfrac{V_1}{2}-\dfrac{V_1-V_2}{5}=0 \\ KCL\,(node\ 2): \dfrac{V_1-V_2}{5}-\dfrac{V_2}{2}-(-2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_2 = 2.5v \\ V_1 = 5v \end{cases}$$

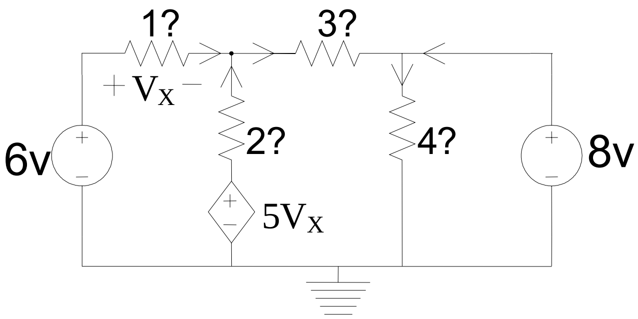
تمام متغير هاي شبكه بدست آمده است،مثلا ولتاژ دو سر مقاومت 5Ω كه برابر 5-2.5 است كه برابر 2.5V مي باشد . يعني تمام ولتاژ جريان ها

ي شاخه ها از روي ولتاژ هاي گره بدست مي آيد .

مثال . با استفاده از تحليل گره ، مدار زير را تحليل كنيد. V_Xرابيابيد .



حل .

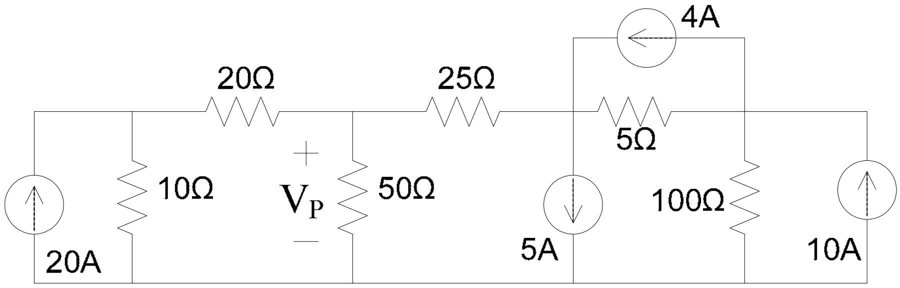


$$V_X = 6 - V$$

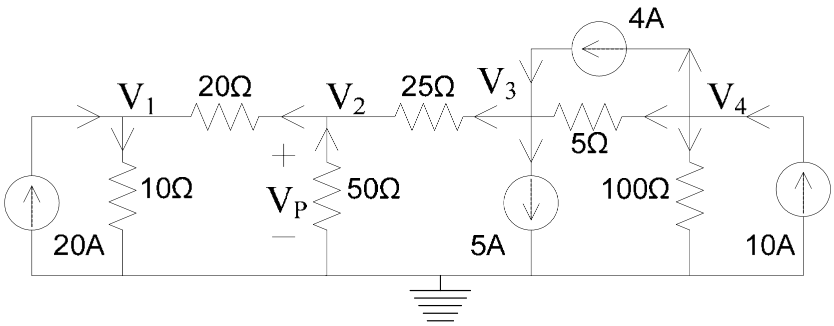
$$KCL: \frac{6-V}{1} + \frac{5V_X - V}{2} - \frac{V-8}{3} = 0$$

$$\Rightarrow V_X = 0.54v$$

مثال . مدار شکل مقابل را تحلیل کنید و V_P را بیابید .



حل.



$$KCL(node\,1):+20+\frac{V_2-V_1}{20}-\frac{V_1}{10}=0$$

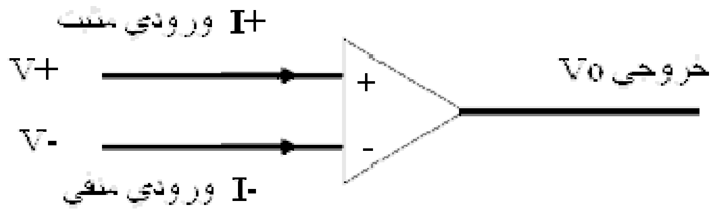
$$KCL(node\;2):-\frac{V_2-V_1}{20}+\frac{0-V_2}{50}+\frac{V_3-V_2}{25}=0$$

$$KCL(node\;3):-\frac{V_3-V_2}{25}+4-5+\frac{V_4-V_3}{5}=0$$

$$KCL(node\;4):-\frac{V_4-V_3}{5}-\frac{V_4}{100}-4+10=0$$

$$\begin{cases} V_1=161.4 \\ V_2=84.17 \\ V_3=-29.73 \\ V_4=0.24958 \end{cases} \quad \Rightarrow V_P=V_2=84.17$$

تقويت كننده عملياتي يك عنصر سه سر مي باشد كه رابطه زير بين ترمينالهاي آن وجود دارد.



$V_0=A(V_+-V_-)$

$I_+ = I_- = 0$

بهره: $A = \infty \text{ ----> } V_+ = V_-$

براي مشخص شدن خروجي بايد حتما از فيدبك استفاده شده غالبا از نوع منفي باشد.

انواع منابع در مدارهاي الكتريكي

منابع مدارهاي الكتريكي را مي توان از چند نظر تقسيم بندي كرد:

۱- منبع ولتاژ - منبع جريان

۲-منبع مستقل - منبع وابسته

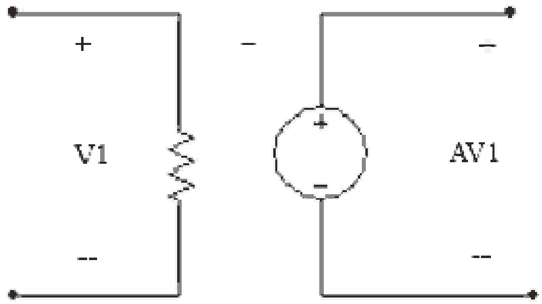
۳-منبع ac - منبع dc

انواع منبع ولتاژ

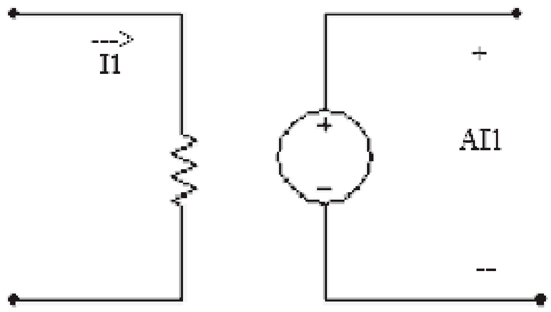
۱- منبع مستقل:منبعي است كه ولتاژ دو سر آن مستقل از جريان گذرنده از آن مقداري ثابت است.

۲- منبع وابسته:

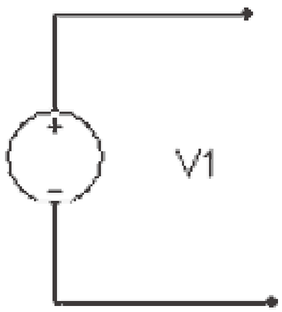
منبعي است كه ولتاژ دو سر آن به ولتاژ يا جريان شاخه اي ديگر وابسته است.



منبع وابسته به ولتاژ



منبع وابسته به جريان



منبع مستقل

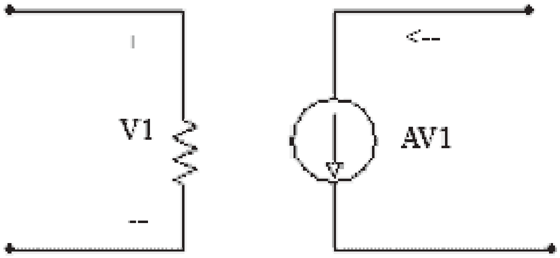
نكته :هر عنصري موازي با منبع ولتاژ را مي توان ناديده گرفت.

انواع منبع جريان

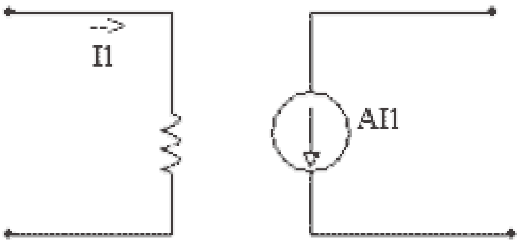
۱- منبع مستقل:منبعي است كه جريان خروجي آن مستقل از ولتاژ دو سرآن مقداري ثابت است.

۲- منبع وابسته: منبعي است كه جريان خروجي آن به ولتاژ يا جريان شاخه اي ديگر وابسته است.

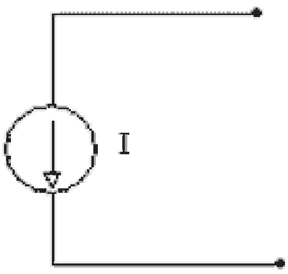
نكته :هر عنصري سري با منبع جريان را مي توان ناديده گرفت.



منبع وابسته به ولتاژ



منبع وابسته به جريان



منبع مستقل

شكل موجهاي اساسي به كار رفته در مدارهاي الكتريكي .

۱- مقدار ثابت:

$$f(t) = K$$

۲- تابع سينو سوئيد

$$f(t) = A \cos(\omega t + \Phi)$$

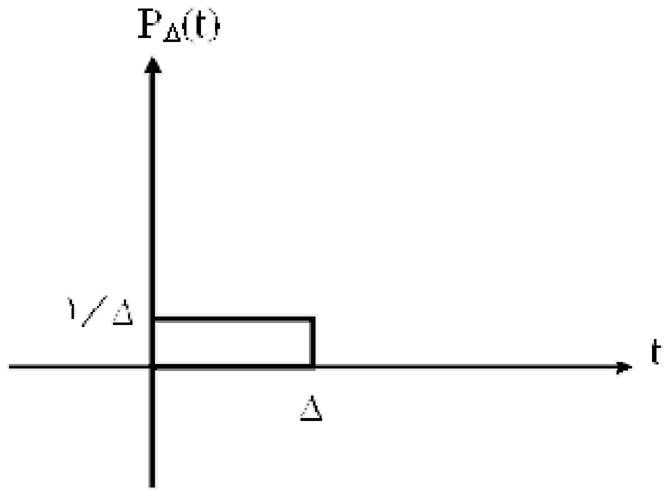
۳- تابع پله اي واحد

$$u(t)=\begin{cases} 1 & , t > 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases}$$

۴- تابع پالس

$$P_\Delta(t) = \frac{1}{\Delta}u(t) - \frac{1}{\Delta}u(t-\Delta)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_\Delta(t)\,dt = 1$$



۵- تابع ضربه واحد

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} P_\Delta(t) = \frac{d}{dt}u(t)$$

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t)dt = 1$$

نكته: ويژگي غربالي تابع ضربه واحد

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(1-\tau)dt = f(\tau)$$

۶- تابع شيب واحد :

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(\lambda)d\lambda \Rightarrow \frac{d}{dt}r(t) = u(t)$$

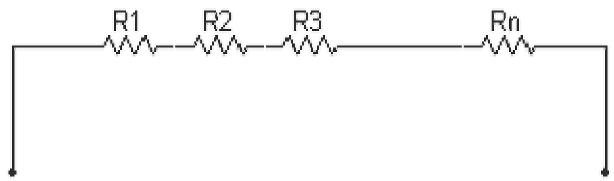
۷- تابع دوبلت واحد : مشتق تابع ضربه واحد

$$\delta'(t) = \frac{d}{dt}\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$

برقراري اتصالات - مدارهاي معادل

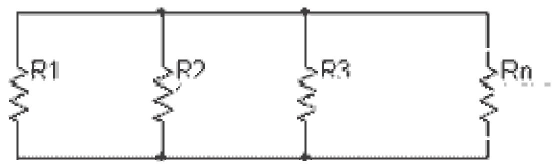
اتصال مقاومتها

۱- اتصال سري



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

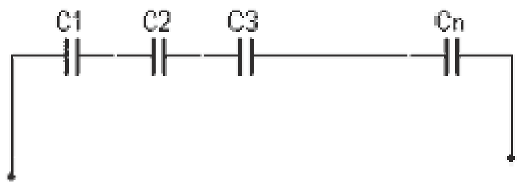
۲- اتصال موازي



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

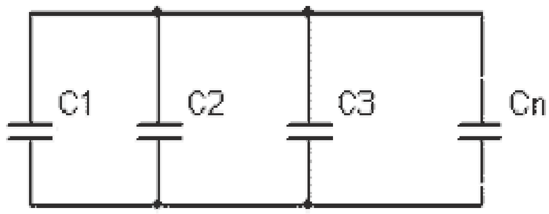
اتصال خازن ها

١- اتصال سري



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

٢- اتصال موازي



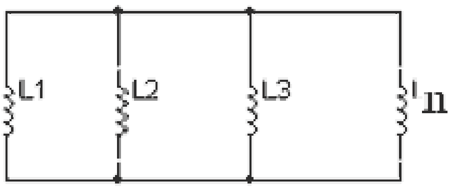
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

اتصال سلفها

١- اتصال سري

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \ldots + L_n = \sum_{i=1}^{n} L_i$$

۲- اتصال موازي

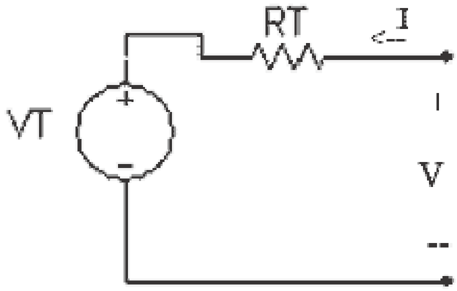


$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{L_i}$$

مدارهاي معادل

هر شبكه متشكل از عناصر خطي و منابع ولتاژ و جريان را مي توان با مدارهاي معادل تونن يا نورتن جايگزين كرد

مدار معادل تونن



به صورت زير است:

$V = V_T + Z_T I$

براي محاسبه V_T مدار را اتصال باز در نظر گرفته ولتاژ را اندازه مي گيريم اين ولتاژ همان ولتاژ V_T است.

$V_{OC} = V_T$

براي محاسبه R_T مي توان به يكي از سه روش زير عمل كرد: ۱- دوسر مدار ار اتصال كوتاه كرده و جريان اتصال كوتاه I_{SC} را محاسبه مي كنيم.

$R_T = (V_T / I_{SC})$

۲- منابع مستقل مدار را خاموش مي كنيم و با قرار دادن يك منبع ولتاژ V در دوسر مدار جزيان I را محاسبه مي كنيم . با استفاده از رابطه

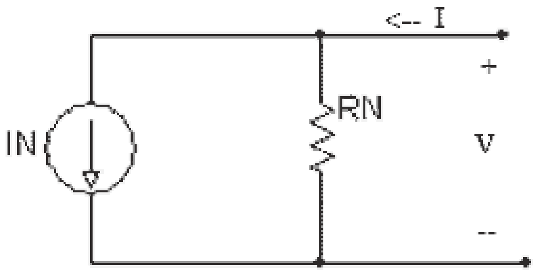
$R_T = (V / I)$

مقاومت R_T را محاسبه مي كنيم.

۳- با خاموش كردن منابع مستقل ، با استفاده از روشهاي ساده سري وموازي مقاومت معادل را محاسبه مي كنيم

مدار معادل نورتن

$$I = \frac{V}{R_N} - I_N$$



براي محاسبه I_N دو سر شبكه را اتصال كوتاه كرده و جريان I_{SC} را محاسبه مي كنيم.

$I = - I_{SC}$

مقاومت R_N شبيه R_T محاسبه مي شود.

رابطه بين پارامترهاي مدارهاي تونن و نورتن

$$R_T = R_N$$

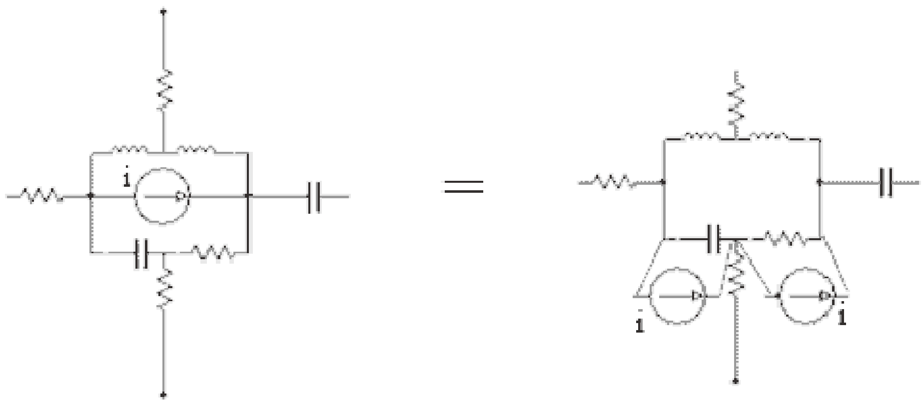
$$I_N = (V_T / Z_T)$$

$$V_T = Z_N \,.\, I_N$$

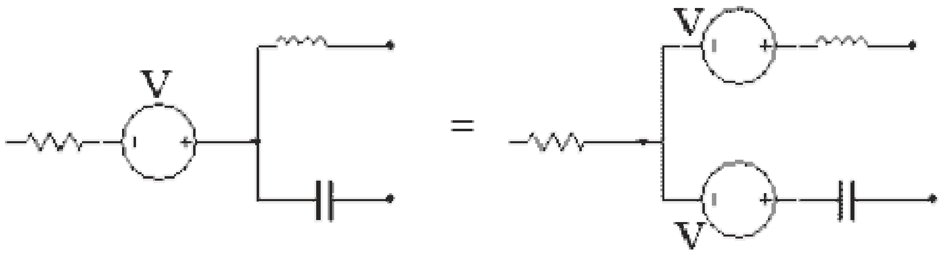
تبديل منابع - توان - انرژي - ستاره ومثلث

منابع ولتاژ و منابع حريان ايده آل را مي توان در شاخه هاي شبكه تبديل كرد . منابع ولتاژ مشترك بين دو حلقه را مي توان جابجا نمود و منابع جريان بين دو گره را نيز مي توان جابجا نمود. بدون آنكه روابط حاكم بر مدار تغيير كند.

مثالي از تبديل منابع جريان



مثالي از تبديل منابع ولتاژ



توان

توان لحظه اي تحويل داده شده به يك المان برابراست با

$$P(t)= V(t) . I(t)$$

طبق جهتهاي قرار دادي ، اگر p(t) مثبت باشد المان مربوط توان را جذب مي كند و آن المان را پسيو مي گويند.

اگر p(t) منفي باشد المان مربوط توان را تحويل مي دهد و آن المان را اكتيو يا فعال مي گويند.

توان تلف شده در يك مقاومت چيست؟

$$P = V . I = RI^2 =(V^2 / R)$$

انرژي داده شده به يك المان بر حسب توان آن چگونه بيان مي شود؟

$$W(t)=\int_{0}^{T}P(t)dt=\int_{0}^{T}V(t)i(t)dt$$

<-- انرژي داده شده در زمان T

انرژي ذخيره شده در يك سلف گونه بيان مي شود؟

$$V_L=L\frac{di}{dt}\Rightarrow$$

$$E_L=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}\frac{\phi^2}{L}$$

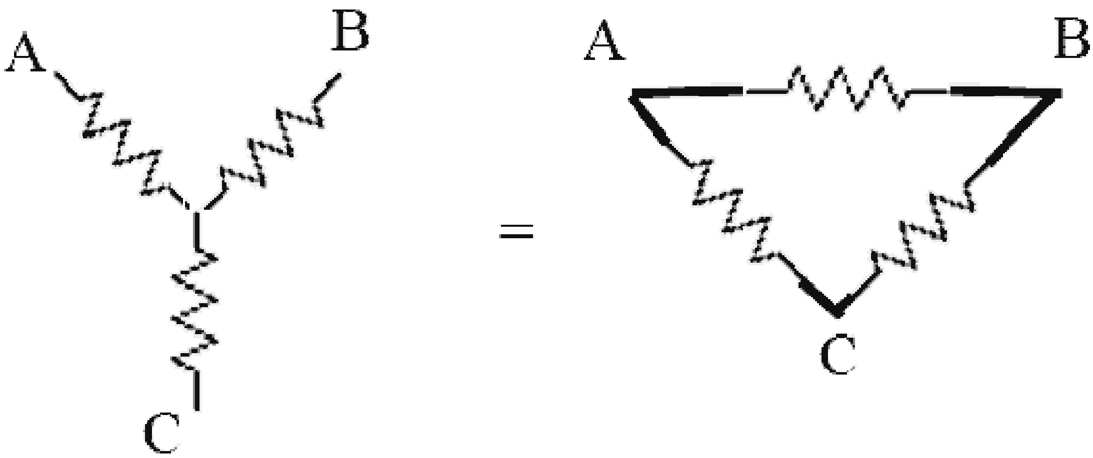
انرژي ذخيره شده در يك خازن گونه بيان مي شود؟

$$i_C=C\frac{dV_C}{dt}\Rightarrow$$

$$E_C=\frac{1}{2}Cv^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

POWEREN.IR

تبديلهاي ستاره - مثلث



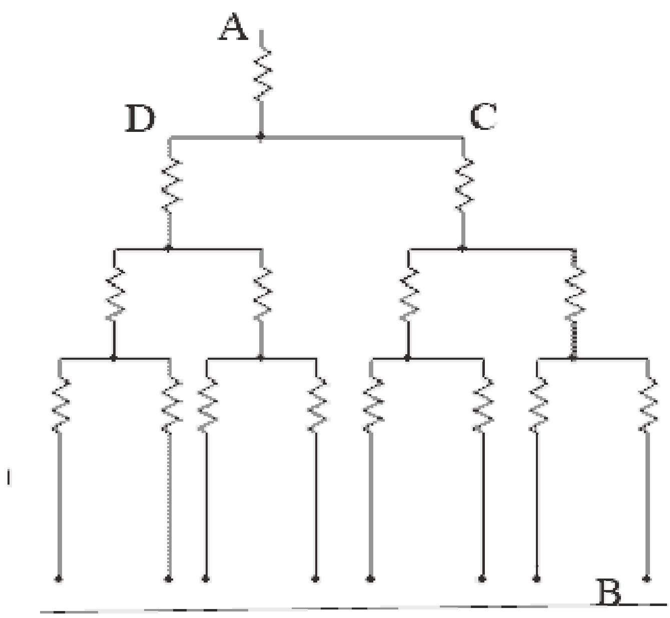
تبديل ستاره به مثلث

$$\begin{cases} R_a = \dfrac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_1} \\ R_b = \dfrac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_2} \\ R_c = \dfrac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_3} \end{cases}$$

تبديل مثلث به ستاره

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_b R_C}{R_a + R_b + R_c} \\ R_2 = \dfrac{R_a R_C}{R_a + R_b + R_c} \\ R_3 = \dfrac{R_b R_b}{R_a + R_b + R_c} \end{cases}$$

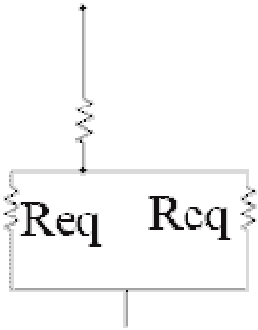
تمام مقاومتهاي شبكه بي نهايت زير R هستند . مقاومت بين گره هاي A , B را بيابيد



با كمي دقت ديده مي شود كه مقاومت بين گره هاي B , C و بين گره هاي D , B با

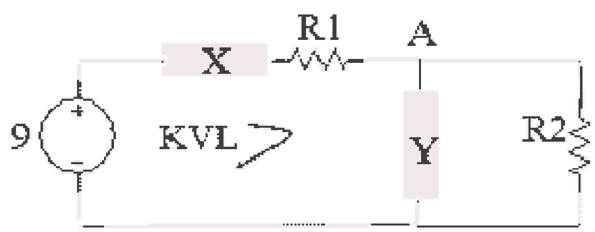
مقاومت بین A , B برابر است . لذا شبکه بي نهايت را مي توان با شكل زير معادل دانست.

$R_{eq} = R + (R_{eq}/2) = 2R$



در مدار شکل زیر المان اکتريکي X در مدار با ولتاژ ۴ ولت وجريان ۱,۵ ميلي آمپر کار مي کند در حاليکه المان Y با ولتاژ ۲ ولت وجريان ۱ ميلي آمپر کار مي کند.

مقاومتهاي R۱ , R۲ را حساب کنيد.



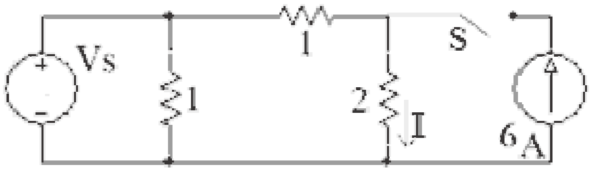
با نوشتن KCL در نقطه A داريم

$$V_{R2} = V_Y = R_2 I_{R2} \Rightarrow R_2 = \frac{V_y}{I_{R2}} = \frac{2}{1.5 - 0.5} = 4K\Omega$$

با نوشتن KVL در مسير نشان داده شده داريم:

$$9 = V_X + R_1 I_X + V_Y \Rightarrow R_1 = \frac{9-4-2}{1.5} = 2K\Omega$$

در مدار زير هنگامي كه كليد S باز است I = -1A . وقتي كليد S را ببنديم مقدار چقدر مي شود



از قانون جمع آثار استفاده مي كنيم:

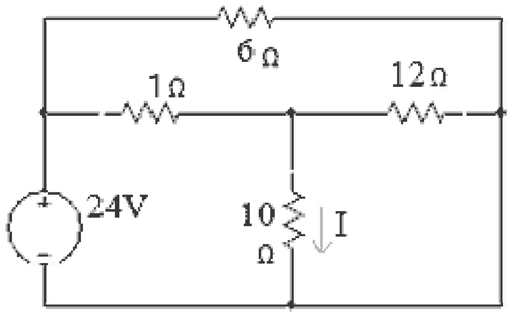
وقتي منبع جريان در مدار نباشد جريان I = -1A مي باشد . وقتي جريان وارد مدار شود و منبع ولتاژ صفر شود جريان I = I₁ را حساب مي كنيم.

جريان كل برابر است با(I = I₁ + (-۱ براي محاسبه I₁ ، منبع ولتاژ را صفر(اتصال كوتاه) مي كنيم و داريم:

$I_1 = [\ 1/(\ 1+2\ )\ ] \times 6 = 2A$

$\text{--->}\ I = 2-1 = 1A$

در مدار شکل زیر جریان I را بیابید



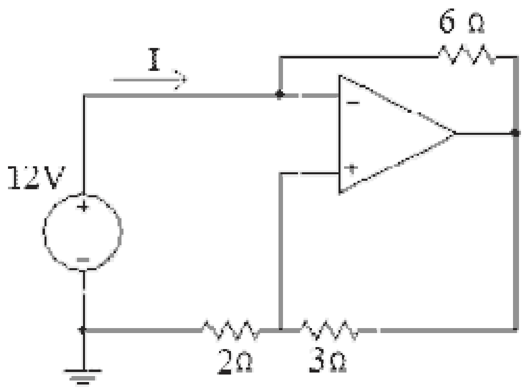
مقاومت ۶ اهمي با منبع ولتاژ موازي است پس تاثيري در I ندارد. مقاومتهاي ۱۲ و ۴ اهمي با هم موازيند و مقاومت معادل آنها ۳ اهم مي شود. جريان د رمقاومت ۱ اهمي برابر اس با :

$$I_1 = [\,-24/(1+3)\,] = -6\ A$$

حال با يك تقسيم جريان داريم:

$$I = I_1 \times [\,12/(\,12+4)\,] = -4.5\ A$$

در مدار شکل زیر جریان I را بیابید



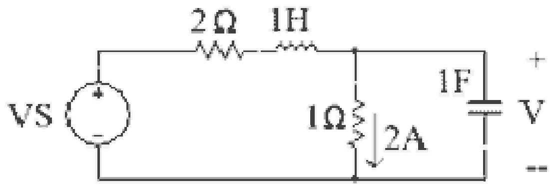
چون در آپ امپ

$V_+ = V_-$

پس ولتاژ دو سر مقاومت ۲ اهمي برابر ۱۲ ولت است لذا جريان ۶ آمپر به سمت زمين در آن جاري است. چون جريان ورودي آپ امپ صفر است اين جريان در مقاومت ۳ اهمي هم جريان دارد لذا ولتاژ دو سر مقاومت ۳ اهمي برابر ۱۸ ولت مي شود. اين ولتاژ با ولتاژ دو سر مقاومت ۶ اهمي برابر است . لذا جريان ۳ آمپري از راست به چپ در مقاومت ۶ اهمي وجود دارد اين جريان به دليل صفر بودن جريان ورودي آپ امپ عکس جريان I مي باشد لذا I=-3A

ستاره و مثلث - ادامه سوالها

در شکل زیر داریم , t-Vs , V= 2e را بیابید



$$i_C = C\frac{dV}{dt} = -2e^{-t}$$

وجريان مقاومت (۱/۲) اهمي برابر است با

$$i_R = \frac{V}{R} = 4e^{\quad t}$$

وجريان سلف برابر است با:

$$i_L = i_R + i_C = -2e^{-t}$$

ولتاژ سلف:

$$V_L = L\frac{di}{dt} = -2e^{-t}$$

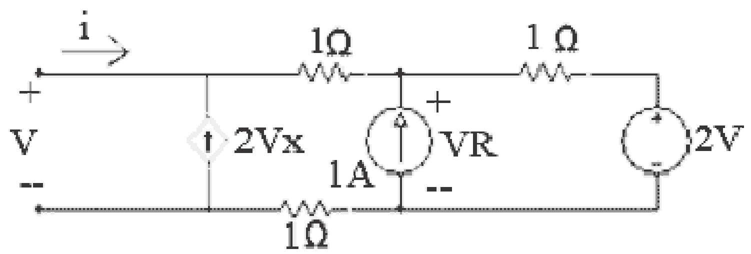
ولتاژ مقاومت ۲ اهمي :

$$V_R = i_R = 4e^{-t}$$

در نهايت با يك KVL داريم:

$$V_S = V_R + V_L + V_C = 4e^{-t}$$

رابطه V-I شبكه يك قطبي زير رابيابيد؟



با نوشتن KVL براي حلقه بزرگ مدار و حلقه سمت راست داريم

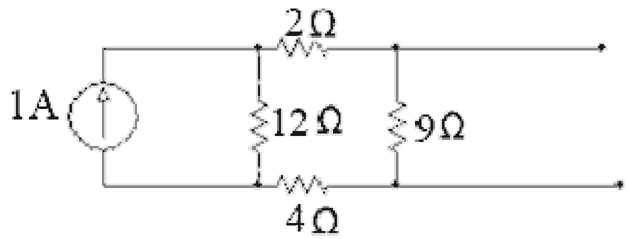
$$v = (i+2v_x)+(i+2v_x+1)+2+(i+v_x)$$

$$v_x = (i+2v_x+1)+2$$

--> $v = 3i+6v_x+3=3i+6(-i-3)+3$

--> $v_x=-i-3$ --->$v = 3i+6(-i-3)+3=-3i-15$

مدار معادل تونن شکل زیر را بیابید.



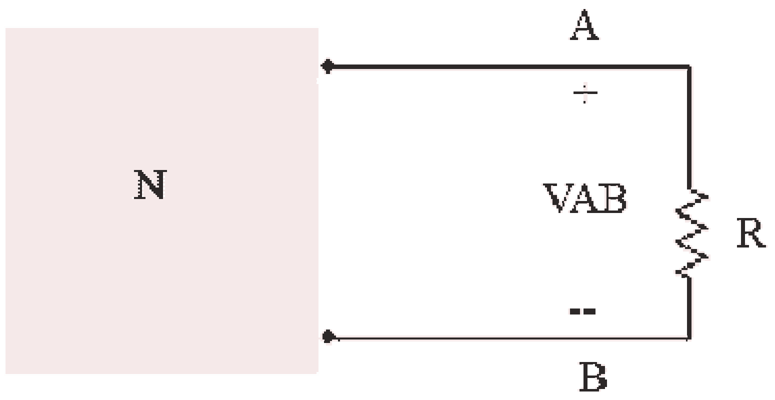
با تقسيم جريان ، جريان مقاومت ۹ اهمي وولتاژ مدار باز را پيدا مي کنيم.

$$V_{OC} = 9\times\frac{12}{12+15} = 36 \ V$$

با خاموش کردن منبع جريان (اتصال باز) داريم:

$$R_{th} = 9 \ \| \ (2+12+4) = 6\Omega$$

شبكه N در شكل زير شامل مقاومتها و منبع مستقل است . به ازاي $R = 8\Omega$ خواهيم داشت VAB=16V وبه ازاي $R = 2\Omega$ خواهيم داشت VAB=8V . در صورتيكه يك مقاومت ۲۰Ω بين اين دو پايانه وصل كنيم VAB چه مقداري پيدا مي كند؟



رابطه iv شبكه N را بصورت كلي مي توان به صورت زير نوشت . كه در آن i از A به سمت داخل است:

$$v = R_T i + v_T$$

در هر سه حالت يك مقاومت به شبكه وصل مي شود كه رابطه iv آن با i نشان داده شده بصورت زير است:

$$v = -iR$$

با حذف i خواهيم داشت :

$v= (-R_T/R) + v_T$

با جايگذاري داده هاي مساله خواهيم داشت:

$16=-2R_T+v_T$

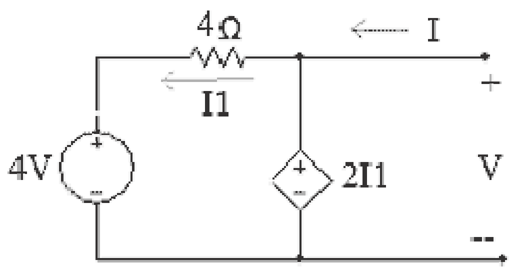
$8=-4R_T+v_T$

$\dashrightarrow R_T = 4\Omega$

$v_T=24v$

از اينرو براي R=20Ω خواهيم داشت: v=30v

مدار معادل تونن شبکه زير را حساب كنيد.



KVL: $2i_1 = 4i_1 - 4$

$i_1 = 2A$

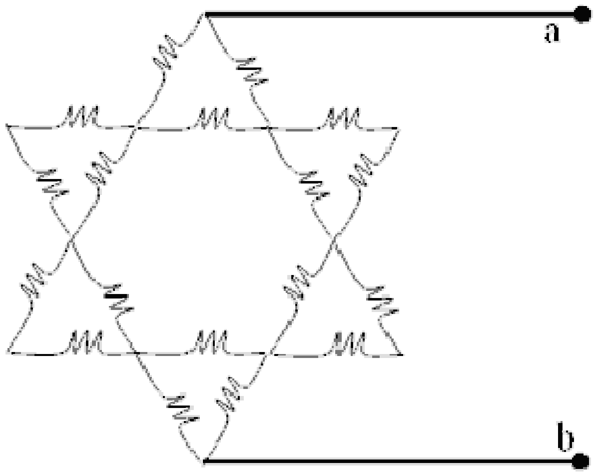
$V=2i_1=4v$

كه رابطه iv يك ولتاژ ۴ ولت است. پس:

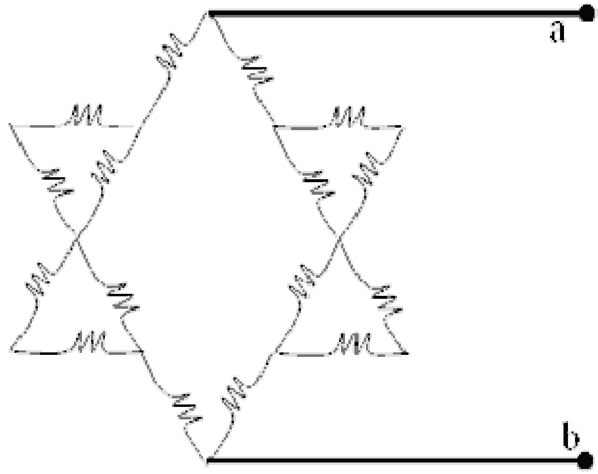
Vth=4V

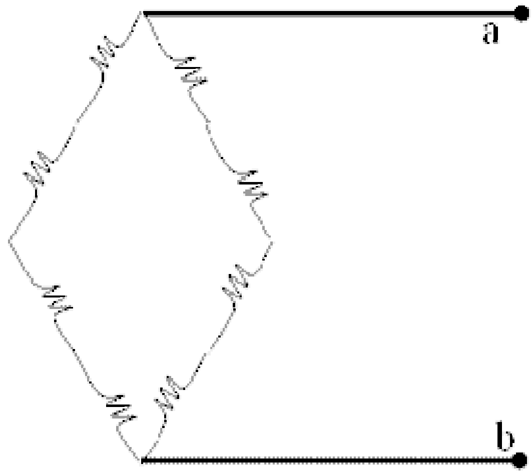
Rth=0

مقاومت معادل مدار شكل زير را از دو سر محاسبه كنيد(تمام مقاومتها ۳ اهمي هستند)



براي دو مثلث بالايي و پاييني معادل ستاره را جايگزين كرده ومقاومت معادل شاخه هاي جانبي را نيز حساب مي كنيم.

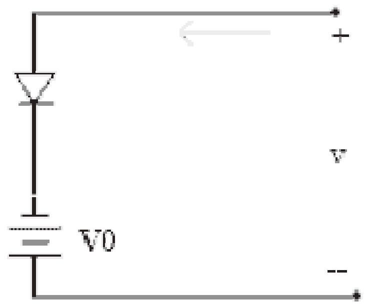


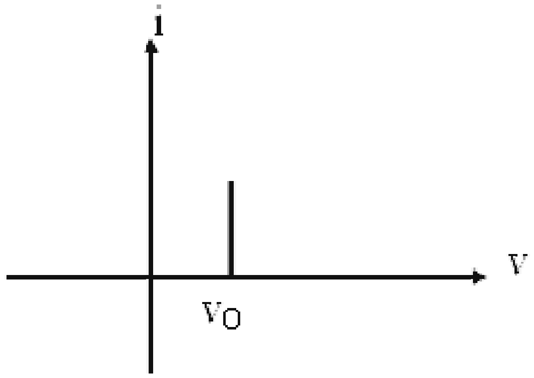


Req=1+6||6=5Ω

ترکيب منابع وديودهاي ايده آل و مقاومتها

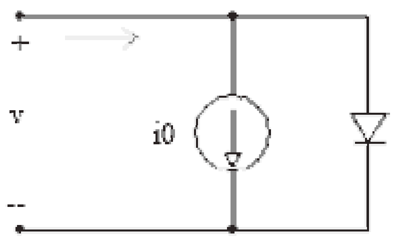
۱- منبع ولتاژ و ديود به طور سري:

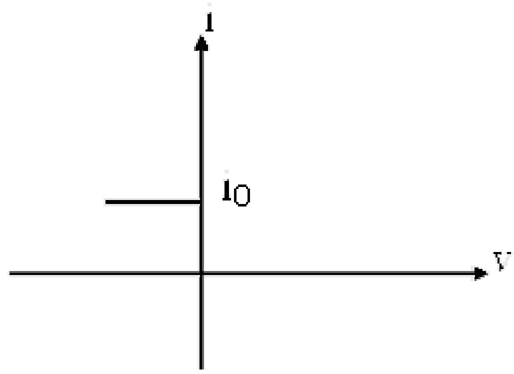




$$v = v_D + V_0$$

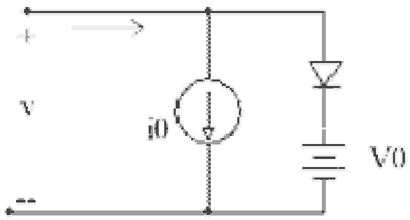
۲- منبع جريان و ديود به طور موازي

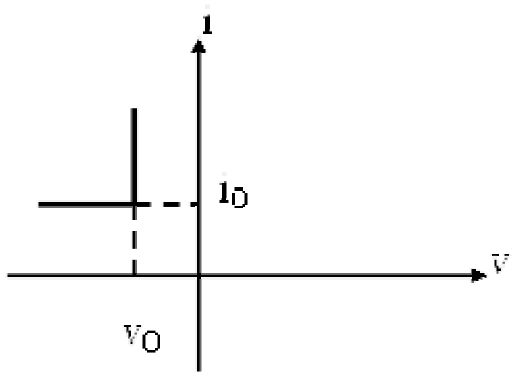




$i = i_D + i_0$

۳-ترکیب توام منابع ولتاژ وجریان

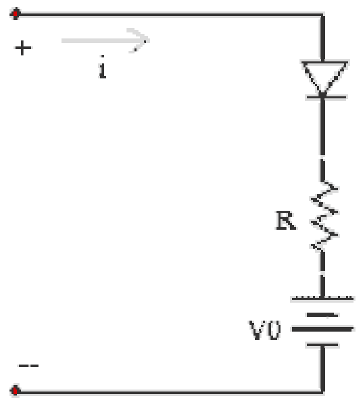


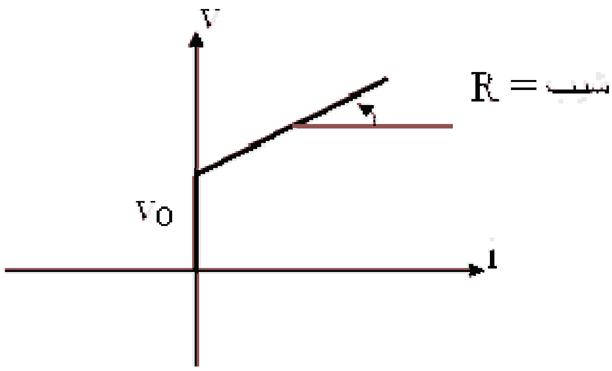


$v = v_D - V_0$

$i = i_D + i_0$

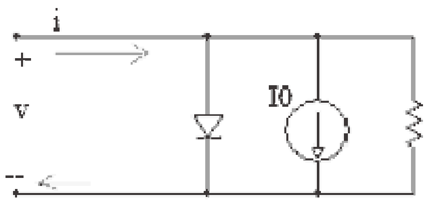
۴- ترکیب منابع ولتاژ ومقاومت و دیود:

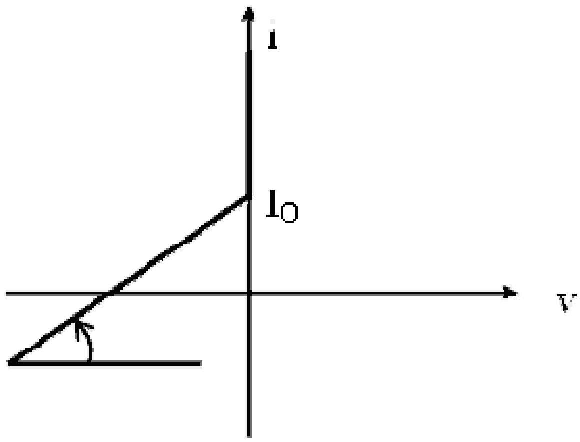




$$v = v_D+V_0+iR$$

۵- ترکیب منبع جریان ومقاومت ودیود





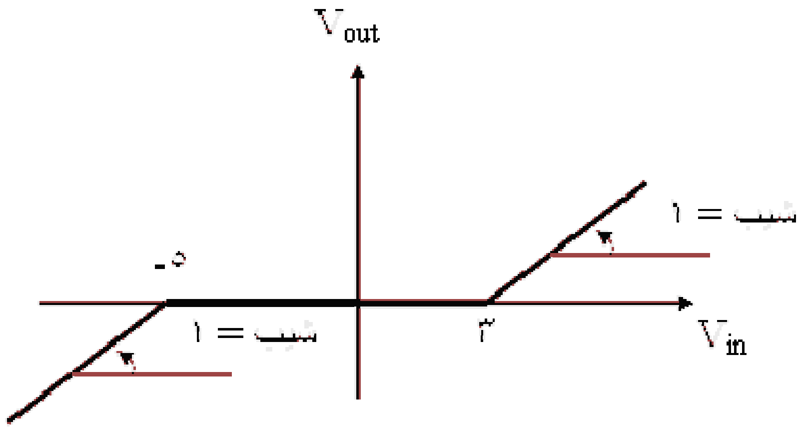
$$i=(V/R)+V_D+I_0$$

در مدار شكل زير ديودهاايده آل فرض مي شود. مشخصه V_{out} - V_{in} به چه صورت است.

وقتي

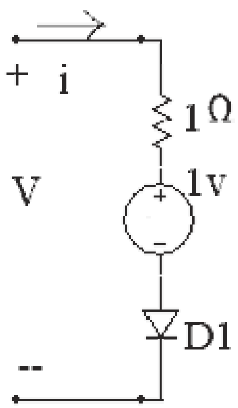
$$-5 < V_{in} < 3$$

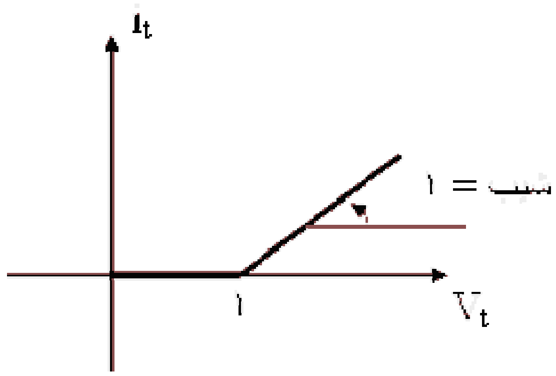
باشد هر دو ديود قطع هستند و V_{out} صفر مي شود ديود D_2 روشن مي شود در نتيجه براي هر دو حالت ولتاژ ورودي وخروجي با هم برابر مي شوند.پس داريم

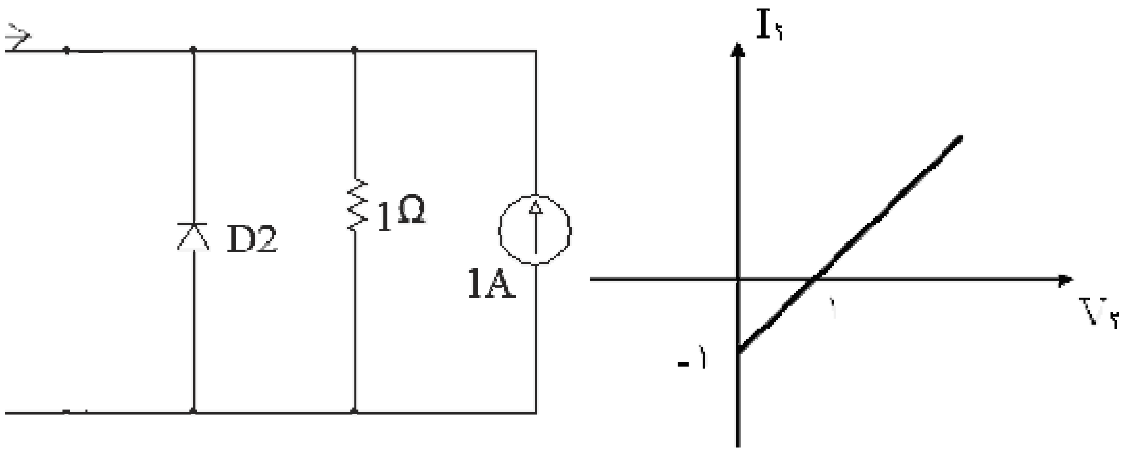


مشخصه V-i مدار زیر را بدست آورید.

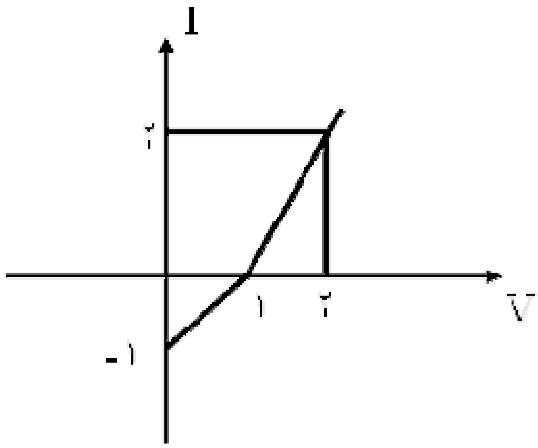
مدار فوق را مي توان به دو مدار تفكيك كرد.



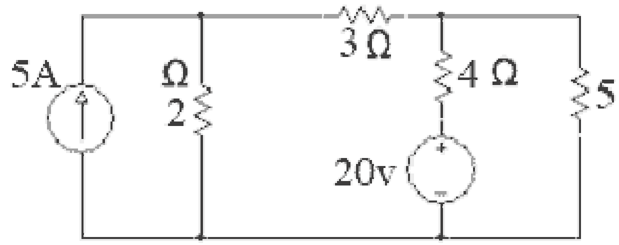




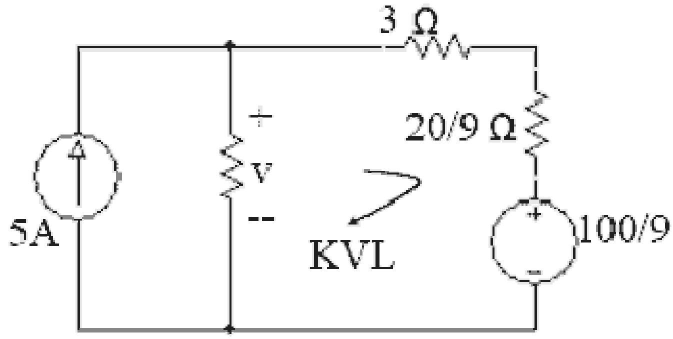
حال با شرط $V_1 = V_2$ دو منحني $i = i_1 + i_2$ را باهم جمع مي كنيم



توان تحويل داده شده توسط منبع جريان ۵َ آمپر در شكل زير چقدر است.



ابتدا مدار نورتن منبع ۲۰ ولت و مقاومت ۴ اهم را رسم مي كنيم.



KVL : V=3[5-(7⁄2)]+(20⁄9)[5-(7⁄2)]-(100⁄9)
= 54⁄13

P=VI=5×(54⁄13)=20.77

معادلات ديفرانسيل ومدارات مرتبه اول ودوم

وجود سلف وخازن در يك مدار سبب مي شود كه معادلات كيرشهف به معادلات ديفرانسيل تبديل گردند. اگر معادله ديفرانسيل بدست آمده يك معادله ديفرانسيل خطي

از مرتبه اول باشد به آن مدار ، مدار مرتبه اول و اگر از مرتبه دوم باشد به آن مدار مرتبه دوم مي گوييم .

روش بدست آوردن معادله ديفرانسيل حاكم بر مدار را شرح دهيد.

بهترين وساده ترين روش براي بدست آوردن معادله ديفرانسيل حاكم بر يك مدار استفاده از عملگر مشتق D است. در اين روش هر سلف مدار را با يك مقاومت با مقدار DL وهر خازن را با يك مقاومت با مقدار

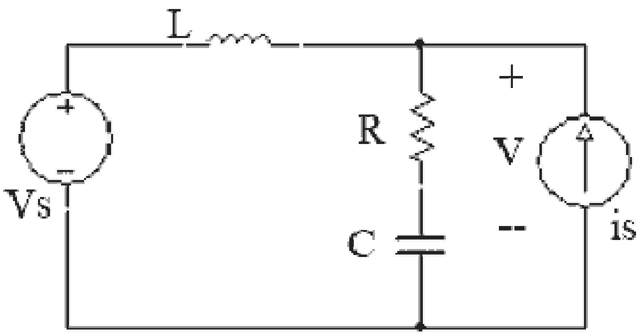
(1⁄DC)

جايگزين مي كنيم ومعادلات كير شهف لازم را مي نويسيم . توانهاي مثبت D را با مشتقات مرتبه اول و دوم وتوانهاي منفي را با انتگرال جايگزين مي كنيم به عوان مثال:

$$D^2 = \frac{d^2}{dt}$$ و

$$\frac{1}{D} = \int dt$$

در شكل زير معادله ديفرانسيلي كه با حل آن ولتاژ منبع جريان بدست مي آيد را بنويسيد.



به جاي سلف L يك مقاومت LD و به جاي خازن يك مقاومت

(1⁄CD)

قرار مي دهيم . سپس معادله KCL را براي گره بالاي منبع جريان مي نويسيم .

داريم:

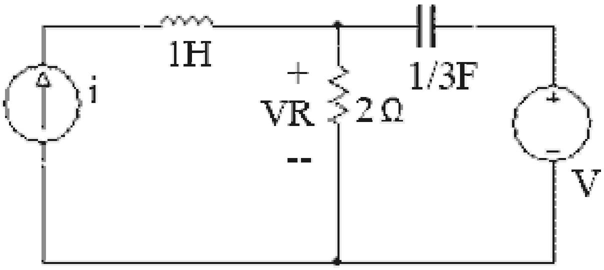
$$i_s = \frac{v}{R+\frac{1}{CD}} + \frac{v-V_s}{LD} \Rightarrow (D^2 + \frac{RD}{L} + \frac{1}{LC})$$

$$v = (\frac{RD}{L} + \frac{1}{LC})V_s + (RD^2 + \frac{D}{C})i_s$$

يا

$$v'' - \frac{R}{L}v' + \frac{1}{LC}v = \frac{R}{L}v'_s + \frac{1}{LC}v + Ri''_s + \frac{1}{C}i'_s$$

براي مدار شكل زير معادله ديفرانسيلي كه با حل آن V_R بدست مي آيد بنويسيد.



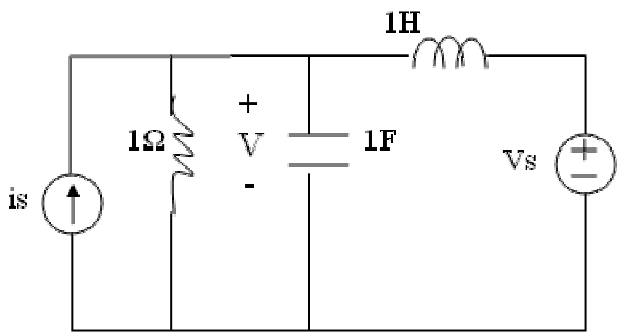
با تبديل سلف به يك مقاومت D۱ وخازن به مقاومت $\frac{1}{\frac{1}{3}D}$ يا $\frac{3}{D}$ و نوشتن

KCL در گره بالاي مقاومت ۲ اهمي داريم.

$$i=\frac{V_S}{2}+\frac{(V_S-V)}{\frac{3}{D}}\rightarrow i=\frac{V_S}{2}+\frac{D}{3}(V_S-V)$$

$$\frac{1}{3}V'_a+\frac{1}{2}V_a=i+\frac{1}{3}V'$$

معادله ديفرانسيلي كه با حل آن V در شكل زير مشخص مي شود را بنويسيد.



با تبديل سلف به عنصر مقاومتي D وخازن به

(1⁄D)

و نوشتن يك KCL در گره بالاي خازن داريم:

$$i_s = v + \frac{v}{1/D} - \frac{(v - V_s)}{D}$$

$$i_s = v + Dv + (1/D)(v - V_s)$$

طرفين را در D ضرب مي كنيم داريم

$$D\, i_s = Dv + D^2 v + (v - V_s)$$

يا به عبارت ديگر

$$v'' + v' + v = i'_s + V_s$$

مدارهاي مرتبه اول

در مدارهاي مرتبه اول ، معادله ديفرانسيل توصيف كننده رفتار مدار از مرتبه اول است. اين معادله يك جواب عمومي ويك جواب خصوصي دارد كه جواب كامل آن حاصل جمع جواب خصوصي و عمومي خواهد بود.

جواب عمومي وخصوصي معادله ديفرانسيل مرتبه اول چيست؟

در يك معادله ديفرانسيل مرتبه اول معادله مشخصه از درجه يك است و اگر فرض كنيم $s = s_1$، ريشه آن باشد . اين مقدار معمولا منفي است لذا آن را بصورت

$$s_1 = -(1/\tau)$$

فرض مي كنيم. به طوريكه به τ ثابت زماني مدار گفته مي شود و واحد آن ثانيه است

پس پاسخ عمومي در يك سيستم درجه ۱ عبارت است از :

$$y_h(t) = K e^{-(t/\tau)}$$

پاسخ خصوصي$y_p(t)$ همواره تابعي است از نوع تابع ورودي كه فقط در دامنه با آن تفاوت دارد. در مدارها توابع ورودي همان منابع مستقل يا ثابت هستند. پاسخ كلي مدار عبارت است از :

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t)$$

با توجه به شرايط اوليه

$$t = 0^+$$

و شرايط ماندگار

$$t = \infty$$

ضرايب مجهول محاسبه مي شوند.

براي مدار مرتبه اول متشكل از خازن ومقاومت ثابت زماني به صورت τ وبراي مدار متشكل از سلف ومقاومت به صورت$\tau = (L/R)$ تعريف مي شود كه R مقاومت

ديده شده از دو سر سلف يا خازن (مقاومت تونن يا نورتن) است.

نكته:

اگر در مداري دو خازن يا بيشتر وجود داشته باشد در صورتيكه خازنها تشكيل يك حلقه بدهند اين مدار مدار مرتبه اول مي باشد.

اگر در مداري دو سلف يا بيشتر وجود داشته باشد در صورتيكه سلفها تشكيل يك گره بدهند اين مدار مدار مرتبه اول مي باشد.

نكته:

در لحظه

$t = 0^+$

خازن را با يك منبع ولتاژ كه برابر با ولتاژ اوليه خازن است و سلف را با يك منبع جريان كه برابر با جريان اوليه سلف است جايگزين مي كنيم.

نكته:

اگر ولتاژ اوليه خازن صفر باشد در لحظه

$t = 0^+$

آنرا اتصال كوتاه و اگر جريان اوليه خازن صفر باشد در

$t = 0^+$

آنرا مدار باز در نظر مي گيريم.

نكته:

ولتاژ خازن و جريان سلف تغييرات جهشي ندارند مگر اينكه در لحظه

$t = 0^+$

در دو سر خود مقاومتي نبينند. يعني اگر با اتصال كوتاه شدن خازن ومدار باز شدن سلف مقاومت موجود حذف شود، آنگاه ولتاژ خازن و جريان سلف مي توانند به طور جهشي تغيير كنند در غير اينصورت نمي توانند.

روش ذهني تحليل مدارهاي مرتبه اول

براي بدست آوردن پاسخ مدار در تمام زمانها از رابطه زير استفاده مي كنيم:

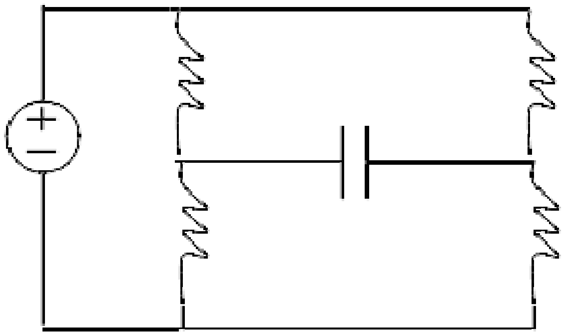
$$y(t) = y(\infty) + (y(0) - y(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$y(\infty)$ پاسخ در زمان $t=\infty$ يا حالت ماندگار و $y(0)$ پاسخ در زمان

$t = 0^+$

يا شرايط اوليه مي باشد.

براي شبكه مقابل $i(t)$ را محاسبه كنيد.



شبکه در t<۰ در حال آرامش است. ابتدا R_{th} را از دو سر خازن محاسبه مي کنيم.

براي اينحالت خازن را مدار باز فرض کرده ومنبع ولتاژ را صفر مي کنيم داريم:

$$R_{eq} = R_{th} = (2 \parallel 2) + (1 \parallel 3) = \frac{7}{4}\Omega \Rightarrow \tau = R_{eq}.C = \frac{7}{4} Sec$$

تعيين $i(\infty)$: در $t=\infty$ خازن مدار باز مي شود. لذا داريم :

$$i(\infty) = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4} A$$

تعيين $i(0)$: در لحظه

$t = 0^+$

بدليل صفر بودن ولتاژ اوليه خازن آن را اتصال کوتاه فرض مي کنيم .

داريم:

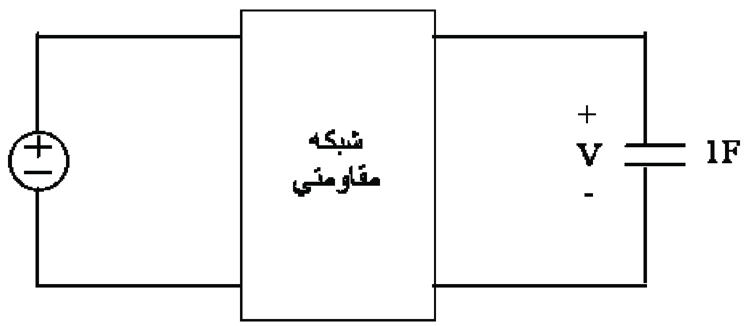
$$i(0^+) - \frac{2}{2+3}\frac{1}{(2 \parallel 2)+(2 \parallel 3)} - \frac{3}{14}$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{1}{4}+(\frac{3}{14}-\frac{1}{4})e^{-\frac{4}{7}t} = \frac{1}{4}-\frac{1}{28}e^{-\frac{4}{7}t}$$

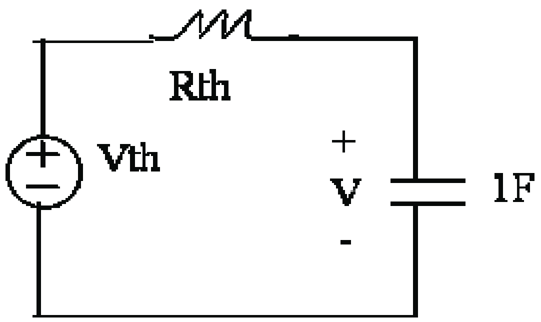
در شكل مقابل ولتاژ اوليه خازن صفر بوده و V(t) به صورت

$V(t) = (1/4)(1-e^{-3t})$

است. اگر به جاي خازن سلف L= 2H را قرار دهيم.V(t) را محاسبه كنيد



مي توان به جاي شبكه مقاومتي و منبع ولتاژ ، مدار معادل تونن را جايگزين نمود.



$V_{(\infty)} = V_{th} \dashrightarrow V_{th} = 1/4$

$\tau = R_{th}\, C \dashrightarrow R_{th} = (\tau / C) = 1/3\Omega$

حال اگر به جاي خازن يك سلف قرار دهيم داريم:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6$$

سلف در زمان

$t(0^{+})$

اتصال باز است :

$$V(0^{+}) = V_{th} = 1/4$$

در $t = \infty$ سلف اتصال كوتاه مي شود لذا $V(\infty) = ۰$ در نهايت براي ولتاژ

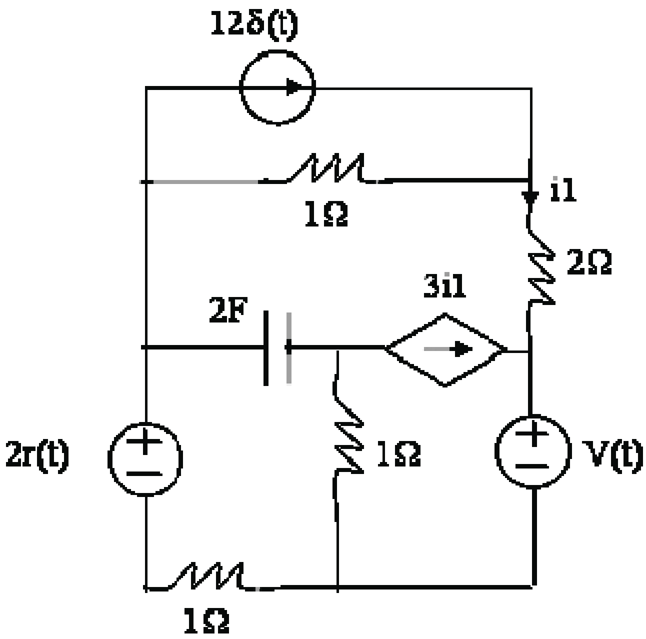
سلف داريم .

$$V(t) = V_{\infty} + (V(0) - V(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{4}e^{6t}u(t)$$

ثابت زماني مدار مقابل چند ثانيه است.

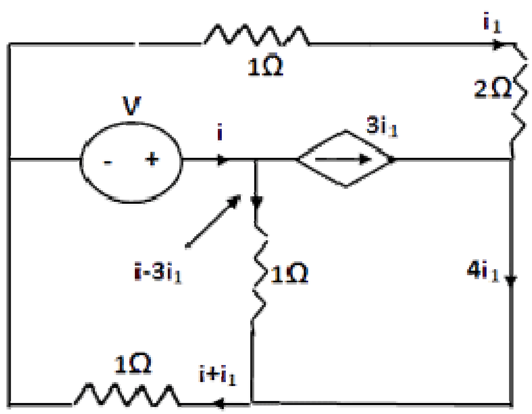
بايد مقاومت ديده شده از دو سر خازن را حساب كنيم. براي اينكار منابع مستقل را

خاموش مي كنيم وبه جاي خازن يك منبع V با جريان i جايگزين مي كنيم . داريم:



باKVL در حلقه بزرگتر داريم:

$i_1\ (1+2) + (i + i_1)\ 1 = 0 \text{ --->} i_1 = -(i/4)$



با KVL در حلقه اي كه منبع ولتاژ V دارد

$V=(i-3i_1\ )(i+i_1\ )\ 1$

با جاگذاري i در داريم:

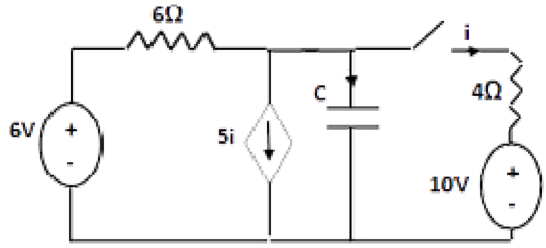
$$V= (5/2)i \text{ ----> } R_{th}= (V / i) =5/2$$

$$\text{---> } \tau = R_{th}\, C = 5$$

مدار شكل مقابل در t<۰ مدت زيادي كار كرده است. پس از بسته شدن كليد

$i_C (0^+)$

را حساب كنيد



در

$i_C (0^+)$

مدار به حالت پايدار رسيده وولتاژ دو سر خازن با ولتاژ منبع برابر است .

چون ولتاژ خازن تغييرات ناگهاني ندارد داريم:

$$V_C(0^+) = V_C(0^-) = 6v$$

با وصل شدن كليد جريان i در مقاومت ۴ اهمي جاري مي شود اين جريان

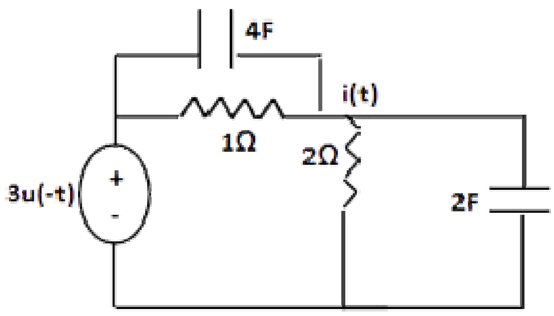
برابر است با :

$$i\ (0^+) = \frac{V_C(0^-) - 10}{4} = \frac{6-10}{4} = -1$$

اگر در همين زمان براي گره بالاي خازن نوشته شود داريم:

$$\frac{V_C(0^+) - 6}{6} - 5i\ (0^+) - i\ (0^+) - i_C(0^+) = 0 \Rightarrow i_C(0^+) = 6A$$

در مدار شكل زير جريان i(t) را براي $t \geq 0$ بدست آوريد



در t<۰ يا

$t = 0^-$

مدار به حد نهايي رسيده . اگر ولتاژ خازن ۴ فارادي ۱v و خازن ۲ فارادي باشد ۲v

داريم

$$V_2(0^-) = \frac{2}{1+2} \times 3 = 2 \qquad V_1(0^-) = \frac{1}{1+2} \times 3 = -1$$

در

$t = 0^+$

چون با اتصال كوتاه شدن خازنها مقاومتها حذف مي شوند پس ولتاژ آنها مي

توانند جهشي تغيير كنند و از آنجا كه در

$t = 0^+$

هيچ منبع مستقلي نداريم وخازنها با هم مساوي مي شوند ولتاژ خازنها از

رابطه تقسيم مجموع جبري بارهاي روي دو خازن بر خازن معادل حاصل از

موازي شدن بدست مي آيد.

$$v_c(0^+) = \frac{c_1 v_1(0^+) + c_2 v_2(0^+)}{c_1 + c_2} = \frac{4\times(-1)+(2\times2)}{2+2} = 0$$

در لحظه

$t = 0^+$

ولتاژ خازنها ناگهان صفر مي شود پس يك جريان ضربه داريم كه به

طورجهشي در

$t = 0^+$

بي نهايت مي شود و بعد از آن صفر است.

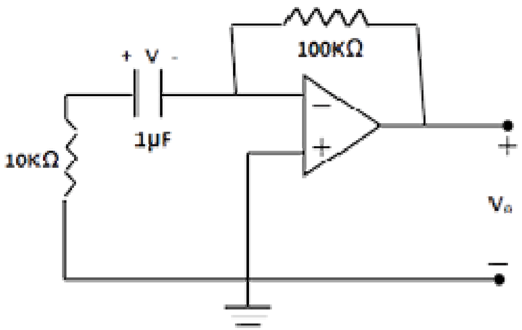
$$i(t) = C_2 \frac{dV_{C_2}}{dt} = C_2(V_{C_2}(0^+) - V_{C_2}(0^-)) \Rightarrow i(t) = 2(0-2) = -4\delta(t)$$

ولتاژ V(t) را براي t>۰ با فرض

$$V(0^+) = 2$$

تعيين كنيد.

تقويت كننده عملياتي ايده آل است.



چون پايانه مثبت آپ امپ زمين شده ، پايانه منفي هم زمين مي شود . پس

مقاومت ديده شده از دو سر خازن ۱۰ كيلو اهم است . لذا داريم:

$$\tau = RC = 10^4 \times 10^{-6} = 10^{-2}\ S$$

اگر جريان خازن i فرض شود داريم:

$$\begin{cases} V_0(0^+) = -10^3 \ i(0^+) \\ 10^4 \ i(0^+) + V(0^+) = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$i(0^+) = -0.2mA \qquad V_0(0^+) = 20V$$

وچون مدار منبع مستقل ندارد پس

$V (\infty=0$

در نتیجه داریم:

$V (t)=20e^{-100t}$

THE END

ي