بسم ا... الرحمن الرحیم

درس کنترل دیجیتال

مهر 1391

دکتر بهمن قربانی

POWEREN.IR

کنترل تطبیقی

تطبیق در زبان روزمره
تغییر رفتار برای وفق یافتن با وضع جدید.

تعریف کنترل کننده تطبیقی به طور حسی
کنترل کننده‌ای که بتواند رفتارش را در پاسخ به دینامیك فرآیند و اغتشاش‌ها تغییر دهد.

تطبیق
فرآیندی است که پارامترهای ساختمان فرآیند را تصحیح کرده و عملکرد کنترل را بهبود می‌بخشد.

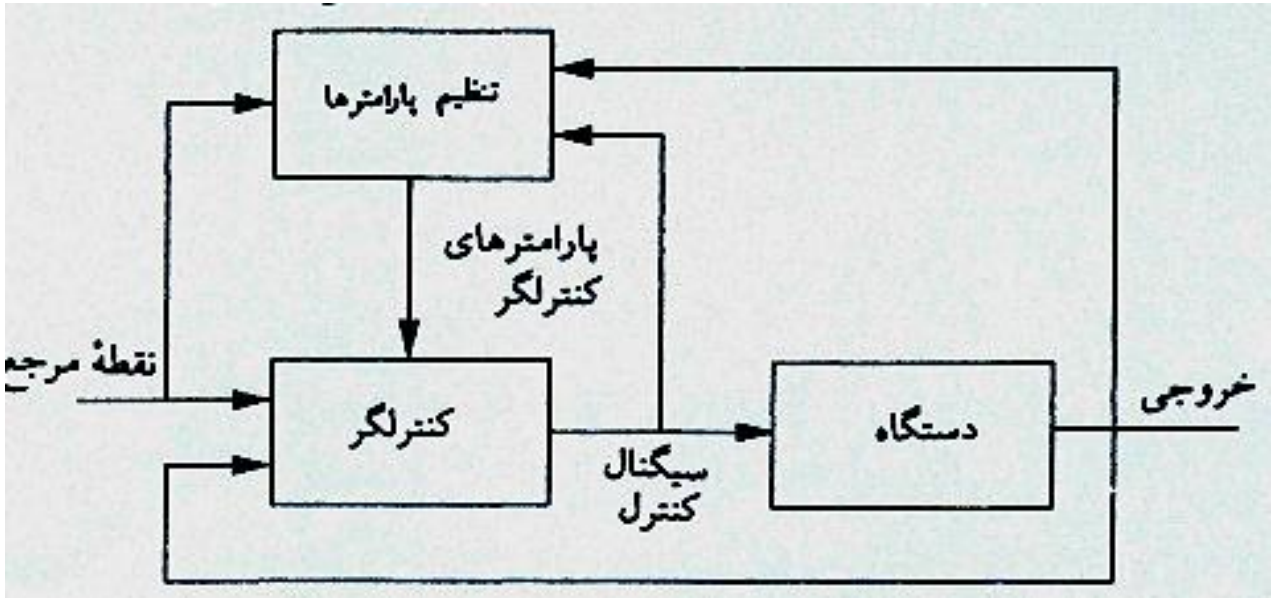
کنترل تطبیقی
سیستمی است که اطلاعات پیوسته‌ای در مورد وضعیت حالتهای فعلی فرآیند و به منظور **شناسایی** فرآیند، تولید می‌کند. سپس عملکرد سیستم فعلی با وضعیت مطلوب یا بهینه مقایسه شده و بر اساس آن **تصمیم‌گیری** بمنظور تطبیق سیستم صورت می‌گیرد. در نهایت بمنظور رسیدن به وضعیت مطلوب، **تصحیح** مناسب در سیستم اعمال می‌شود. بنابراین سه عمل شناسایی، تصمیم‌گیری و تصحیح در یك سیستم تطبیقی وجود خواهد داشت.

فرآیندهای یك سیستم تطبیقی
1) شناسایی پارامترهای ناشناخته یا اندازه‌گیری یك شاخص عملکرد(IP).
2) تصمیم‌گیری بر روی روش کنترل.
3) تصحیح پارامترهای کنترلر یا سیگنال ورودی

ساختار يك سيستم تطبيقی

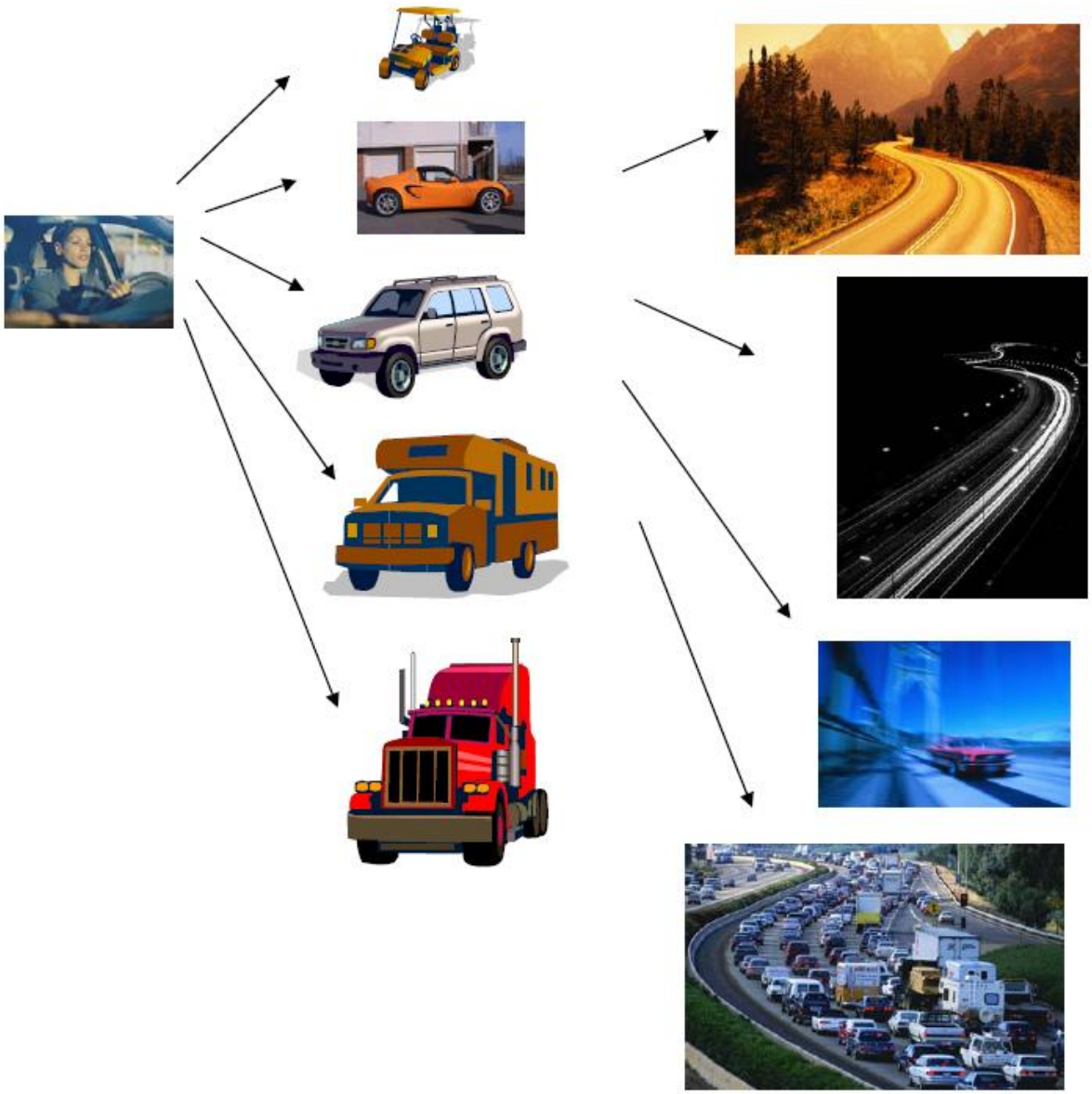
يك سيستم كنترل تطبيقی از دو حلقه تشكيل می‌شود :

1- يك حلقه، فيدبك معمولی شامل فرآيند و كنترل كننده
2- حلقه تنظيم پارامتر



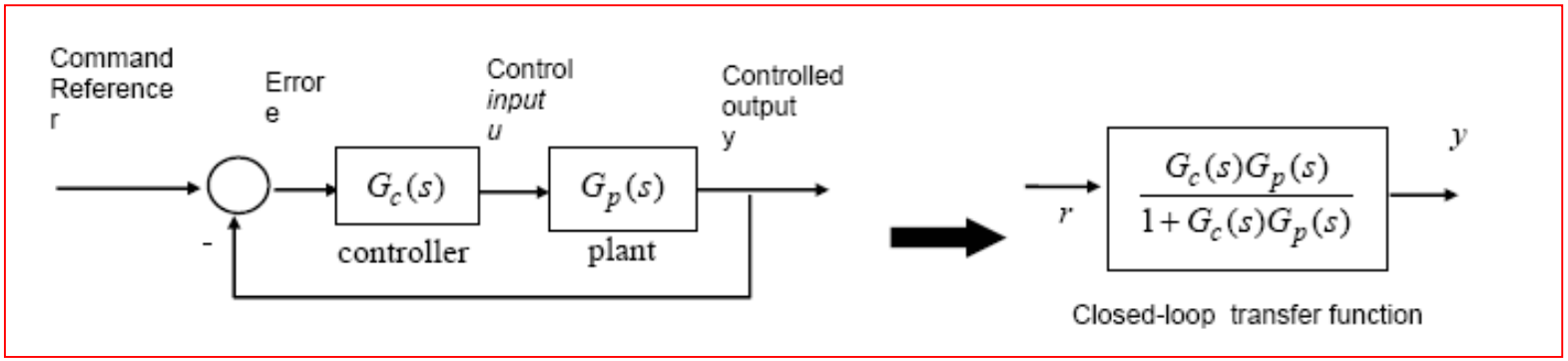
ADAPTIVE CONTROL; Def.

مثال :

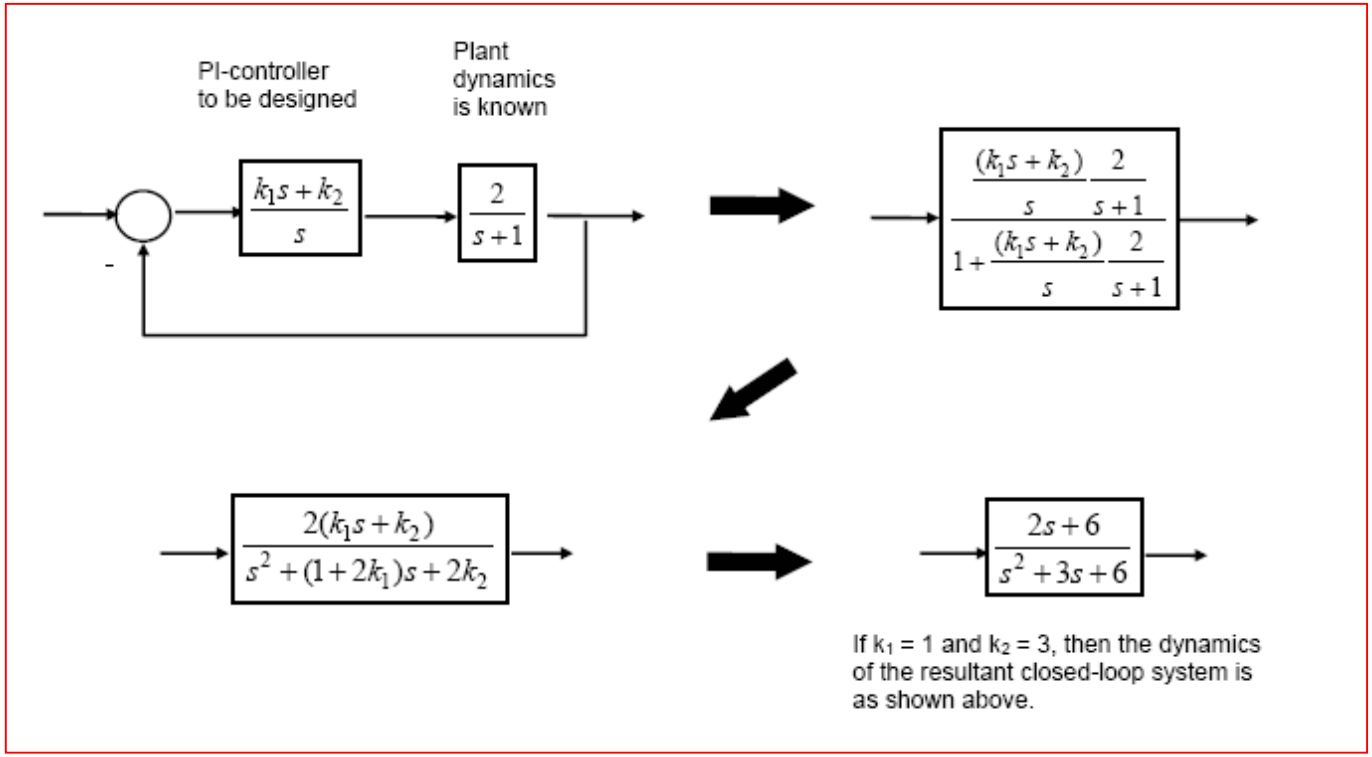


A person who can drive any of these vehicles in all kinds of road conditions can be considered to be a very adaptive system.

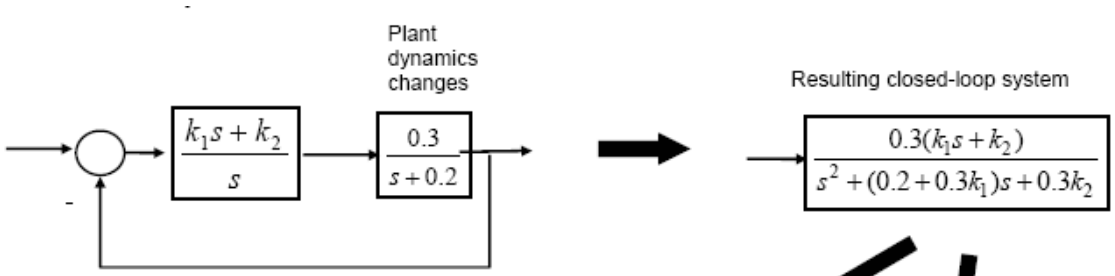
LINEAR MODEL DESCRIPTION OF A CONTROL SYSTEM



An example of a conventional pole assignment control design for a simple Proportional + Integral Controller:



ADAPTATION TO INTERNAL CHANGE IN PLANT DYNAMICS



If $k_1 = 1$ and $k_2 = 3$ (no change in control (driving) scheme), then the closed-loop systems behaves differently (more sluggishly).

$$\frac{0.3s + 0.9}{s^2 + 0.5s + 0.9}$$

If $k_1 = 9$ and $k_2 = 20$ (change in control (driving) scheme), then the closed-loop systems behaves as stable as $\frac{2s+6}{s^2+3s+6}$; the system may respond slightly differently because of the different zero.

$$\frac{2.7s + 6}{s^2 + 2.9s + 6}$$

Note: Just as you'd control your action to move faster when you feel that you are slowing down.

If the dynamics of the original system changes, then the resultant closed-loop system will behave differently.

Adaptation may be required when parameters of the plant change.

ADAPTATION TO EXTERNAL CONDITION

Adaptation (control strategy) may be required depending on external operation conditions.

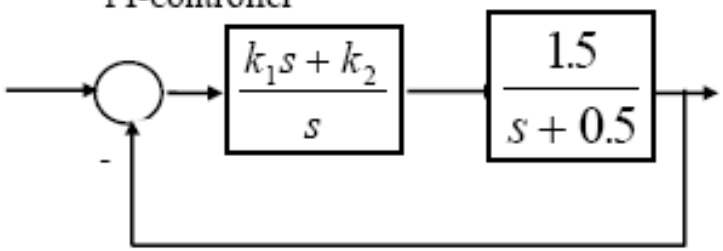
You may use different control gains depending on the error between reference and output.

POWEREN.IR

System dynamics

- may be UNKNOWN at time of design
- may change with time and condition

PI-controller



Automatic

- Detection & estimation of unknown or variation in system characteristics, and
- adjustment of $k_1 = ?$ $k_2 = ?$

to keep the resulting control performance to specification

DEFINE ADAPTIVE CONTROLLER ?

اصول کنترل تطبیقی

- دستیابی به عملکرد بالا در سیستمهای کنترل، هنگامیکه مشخصه‌های دینامیکی فرآیند تحت کنترل تا حد زیادی نامعلوم باشند
- هنگامیکه این مشخصه‌ها در طی کار سیستم دچار تغییرات وسیع و غیر قابل پیش‌بینی می‌شوند
- ایده طراحی کنترلری است که بتواند با تغییر دینامیك فرآیند و مشخصه‌های اغتشاش تطبیق یابد

تاریخچه

- از دهه 1980 روشهای تطبیقی در کنترلرهای معمول صنعتی مورد استفاده قرار گرفت
- این کنترلرها محدوده وسیعی از مسائل کنترل مانند: اتوپایلوت موشکها، هواپیما و موشکها، کنترل موتور، رباتهای صنعتی، سیستمهای قدرت، برجهای تقطیر، راکتورهای شیمیایی، کوره‌ها، حرارت و تهویه را در بر می‌گیرد .

به طور کلی در بسیاری از مسایل کنترل عملی ممکن است با مشـکلاتی از قبیـل زیـر مواجـه شویم :

1) تغییر در تابع تبدیل فرآیند، و نامشخص بودن مقادیر اولیه و تغییر ضرایب سیستم.
2) اغتشاش
3) تغییر در مشخصات و طبیعت ورودی.
4) عملکرد غیر خطی در سیستمهای پیچیده شیمیایی و بیوشیمیایی..
5) پارامترهای ناشناخته فرآیند در زمانی که سیستم کنترلی برای یك فرآیند جدید انتخاب می‌شود.

سه راهکار کلی قابل تعریف و انتخاب :

1- طراحی حلقه کنترل فیدبکی که عملکرد سیستم حلقه بسـته را نسـبت بـه تغییـرات پارامترهـای مـدل سیستم اصلی غیر حساس نماید. (حساسیت)تنهـا در محـدوده کـوچکی از تغییـرات پارامترهـا پاسـخگو خواهد بود.

2- اندازه‌گیری لحظه به لحظه پارامترهای مدل سیستم و اصلاح پارامترهای قانون کنترل بر حسب آن. (عدم امکان اندازه‌گیری برخی از پارامترها و یا حداقل عدم امکان اندازه‌گیری و تعیین لحظه به لحظه آنها می‌باشد.)

3- مقایسه لحظه به لحظه شاخص‌های مورد نظر از عملکرد واقعی سیستم کنترل با شاخص‌های مطلوب و اصلاح قانون کنترل فیدبك بر اساس اختلاف مشاهده شده بین آن دو

روش‌های کنترل تطبیقی

روش‌های غیرمستقیم

کنترل دوگان

عدم قطعیت‌های پارامترهای تخمینی در کنترلر محسوب می‌شود

این روش پیچیده است و برای مسائل عملی کاربرد ندارد

رگولاتورهای خود تنظیم

ابتدا پارامترهای فرآیند تخمین زده می‌شوند

شامل 2 حلقه :

1- حلقه درونی (فرآیند + کنترلر)
2- حلقه بیرونی
(تخمینگر+ تنظیم پارامترهای کنترلر)

روش‌های مستقیم

مدل مرجع (سیستم سرو تطبیقی)

مشخصات مورد نظر در قالب یك مدل مطرح می‌شود

شامل 2 حلقه :

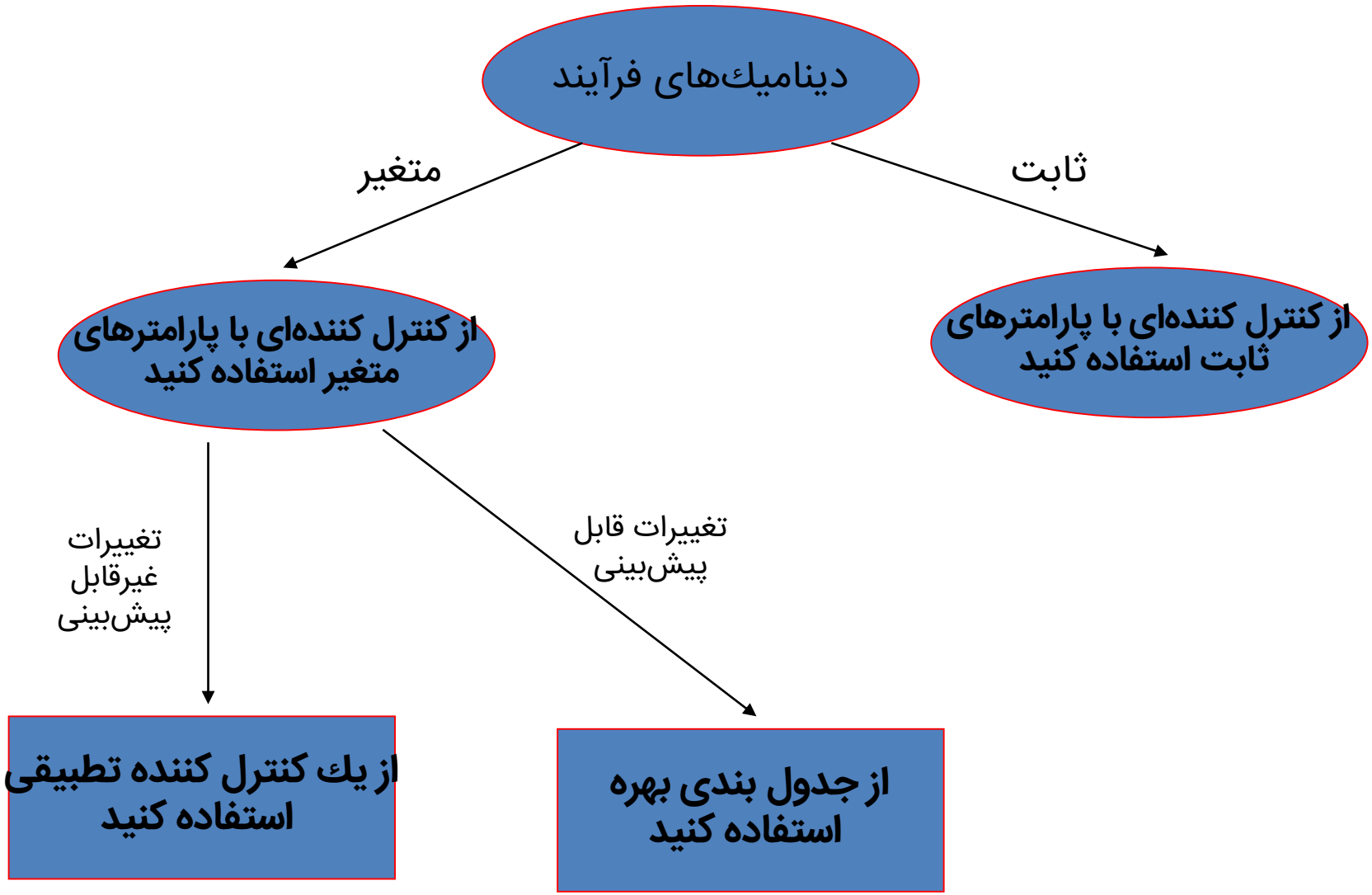
1- حلقه درونی (فرآیند + کنترلر)
2- حلقه بیرونی
(تنظیم پارامترهای کنترلر)

جدول‌بندی بهره

بر اساس اندازه‌گیری شرایط کار فرآیند

چگونگی تغییرات دینامیك با تغییر شرایط کار معلوم است

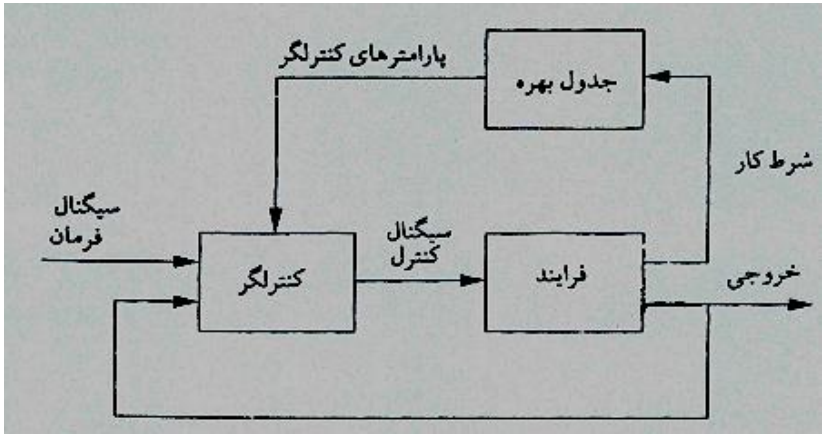
روش تصمیم‌گیری استفاده از نوع کنترل کننده بطور معمول



جدول‌بندی بهره

مزایا

- پارامترهای کنترلر را می‌توان بسیار سریع در پاسخ به تغییرات فرآیند تغییر داد
- هیچگونه تخمینی در این روش وجود ندارد
- پیاده‌سازی در سیستم‌های کنترل کامپیوتری بسیار ساده است

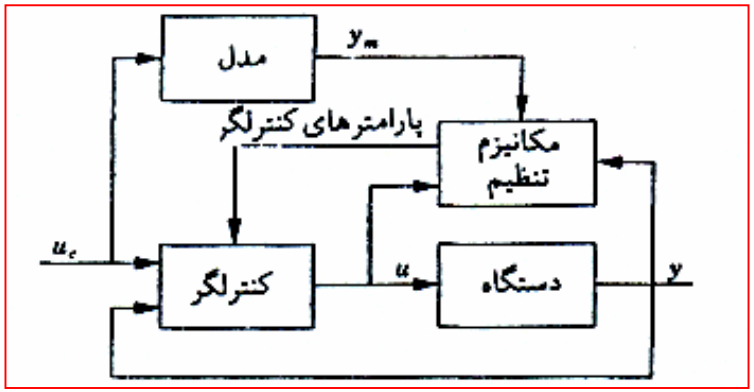


معایب

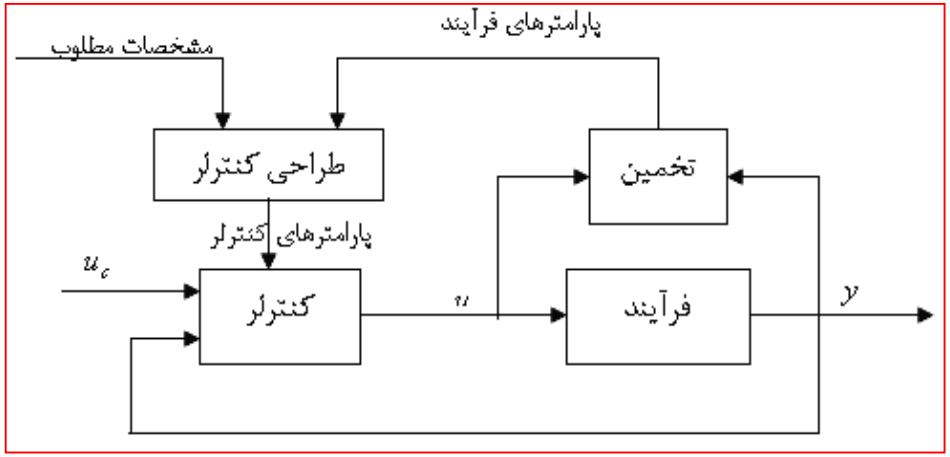
- هیچگونه فیدبکی برای اصلاح جدول نادرست وجود ندارد
- زمان زیادی برای طراحی صرف می‌شود
- پارامترهای کنترلر باید برای تعداد زیادی از شرایط کار مشخص شود
- نیاز به شناخت دقیق از فیزیك سیستم

روشهای اصلی سیستمهای تطبیقی

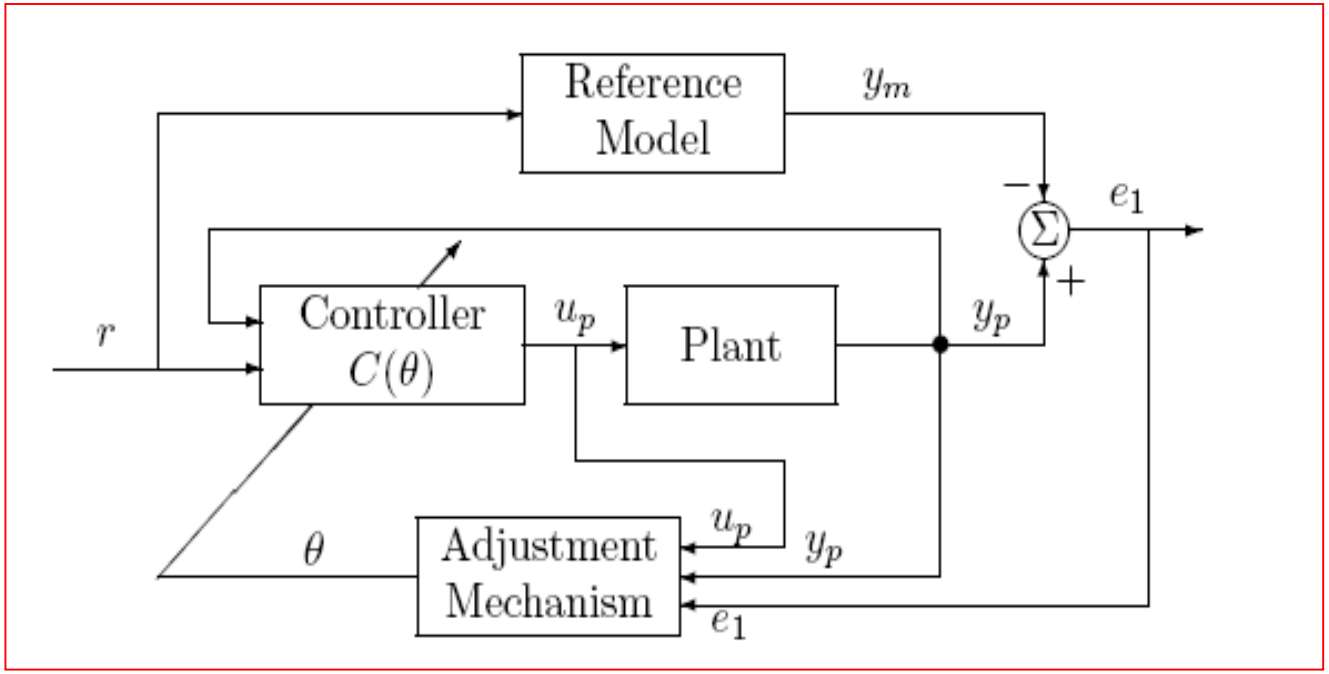
1) کنترل تطبیقی مدل ـ مرجع (MRAC)



2) رگولاتورهای خود تنظیم



کنترل تطبیقی مدل مرجع



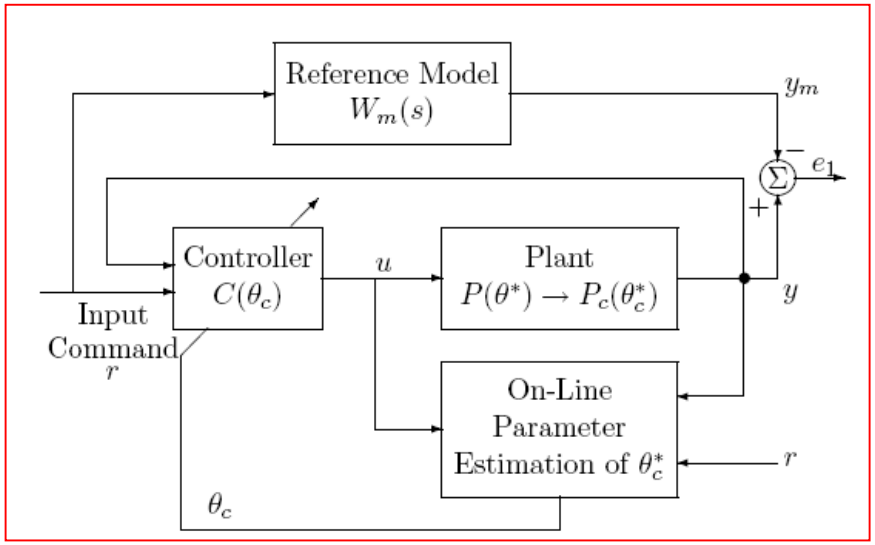
Some of the basic methods used to design adjustment mechanism are

(i) MIT Rule

(ii) Lyapunov rule

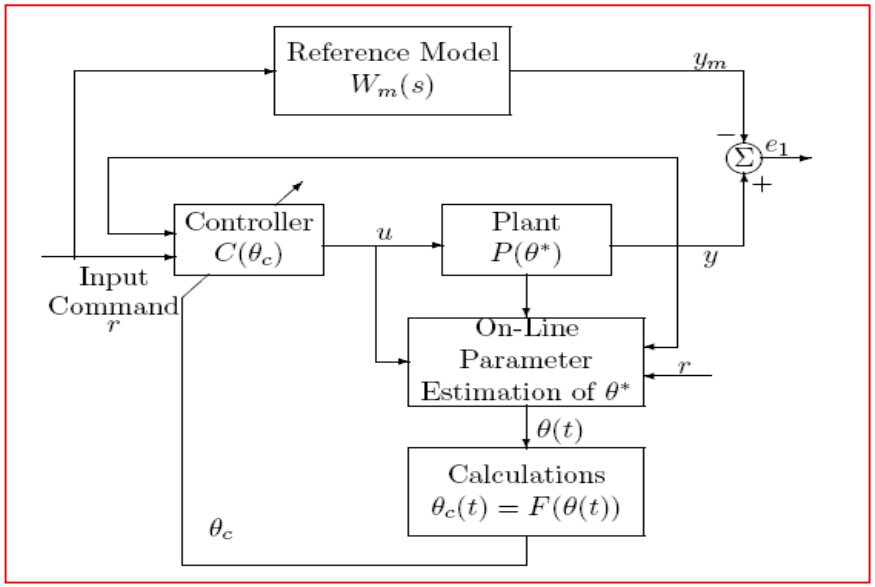
General MRAC

روش مستقیم: در این روش پارامترهای کنترلر بمنظور حداقل کردن خطای بین خروجی مدل و فرآیند، مستقیماً بدست می‌آیند. (Direct MRAC)



روش غیر مستقیم: (Indirect MRAC)

در این روش پارامترهای فرآیند، تخمین زده شده و پارامترهای کنترلر بر اساس این مقادیر تصحیح می‌ش

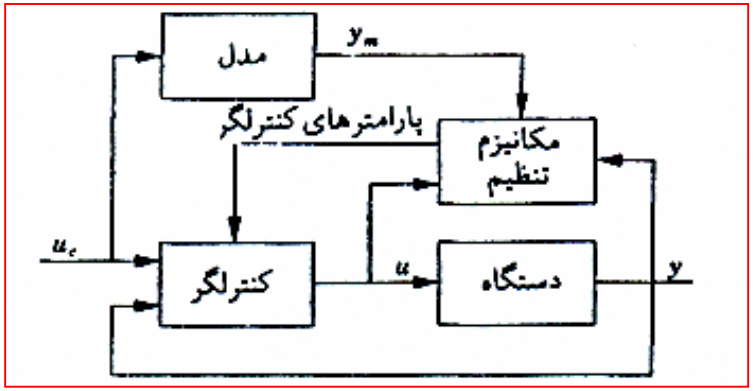


مراحل طراحی سیستمهای تطبیقی مدل مرجع

هدف اصلی در این سیستمها، نزدیك ساختن و یا تطبیق هرچه بیشتر شاخص‌های عملکرد سیستم حلقه بسته به شاخص‌های مطلوب در حضور عدم قطعیت و وجود تغییرات در مدل و شرایط کاری سیستم است .

1) رفتار مطلوب سیستم حلقه بسته را مشخص کنید.
2) قانون کنترل مناسبی را همرا با پارامترهای قابل تنظیم تعیین کنید.
3) مکانیزمی برای تنظیم پارامترها بیابید.
4) قانون کنترل را پیاده کنید.

مدل مرجع
MRAC



مزایا

- براحتی قابل اعمال به سیستم های غیرخطی پیچیده است
- پایداری سیستم از روش لیاپانوف قابل اثبات است
- قانون تطبیق از روش لیاپانوف قابل استخراج است
- برای ورودی تعریف شده، تطبیق سریع انجام می گیرد

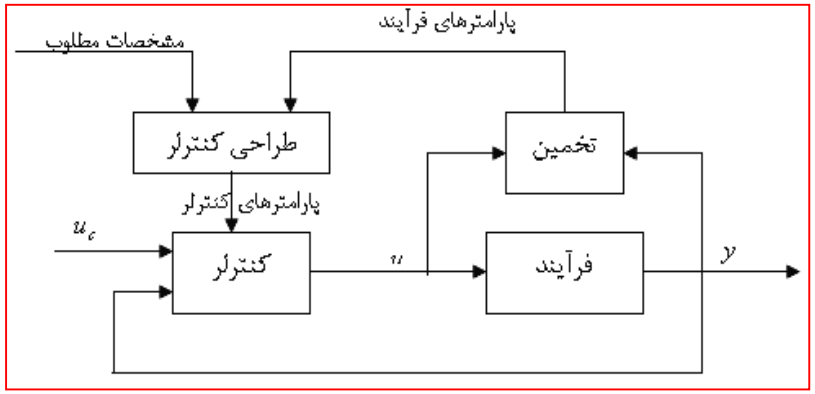
معایب

- روش تئوری عمومی برای طراحی مکانیزم تطبیق وجود ندارد
- برای اغتشاش های نامشخص یا فرآیندهای ناشناخته ، تطبیق با مشکل مواجه می شود
- انتخاب پارامترهای طراحی دشوار است
- برای اغتشاش های نامشخص یا فرآیندهای ناشناخته تطبیق با مشکل مواجه می شود
- شرایط اولیه سیستم در همگرایی تطبیق موثر است

رگولاتورهای خود تنظیم STC

مزایا

- براحتی قابل اعمال به سیستم های غیرخطی پیچیده است
- پایداری سیستم از روش لیاپانوف قابل اثبات است
- قانون تطبیق از روش لیاپانوف قابل استخراج است
- با مشخص بودن مرتبه و تاخیر سیستم قابل طراحی است
- برای ورودی تعریف شده، تطبیق سریع انجام می گیرد
- تنها با اندازه گیری ورودی و خروجی قابل طراحی است



معایب

- روش تئوری عمومی برای طراحی مکانیزم تطبیق وجود ندارد
- برای اغتشاش های نامشخص یا فرآیندهای ناشناخته ، تطبیق با مشکل مواجه می شود
- انتخاب پارامترهای طراحی دشوار است
- برای اغتشاش های نامشخص یا فرآیندهای ناشناخته تطبیق با مشکل مواجه می شود
- شرایط اولیه سیستم در همگرایی تطبیق و تخمین موثر است

الگوریتم تخمین پارامترهای مدل سیستم به روش حداقل مربعات خطا

$$G_p(z^{-1}) = q^{-d}\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$

$$A(q^{-1}) = 1 + \hat{a}_1 q^{-1} + \mathrm{K} + \hat{a}_n q^{-n}$$

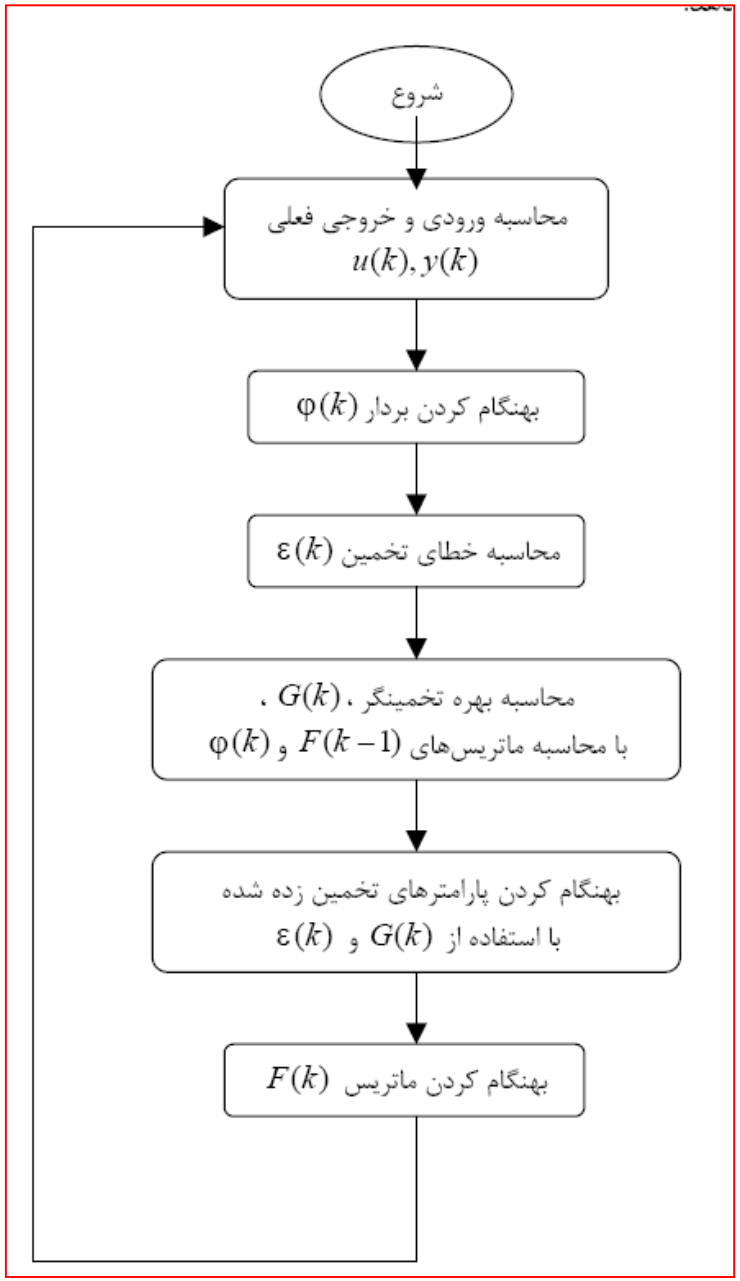
$$B(q^{-1}) = \hat{b}_1 q^{-1} + \hat{b}_2 q^{-2} + \mathrm{K} + \hat{b}_m q^{-m}$$

$$\hat{\theta}(k) = \begin{bmatrix} \hat{a}_1(k) \\ \mathrm{M} \\ \hat{a}_n(k) \\ \hat{b}_1(k) \\ \mathrm{M} \\ \hat{b}_m(k) \end{bmatrix} \qquad \varphi(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ \mathrm{M} \\ -y(k-n) \\ u(k-d-1) \\ \mathrm{M} \\ u(k-d-m) \end{bmatrix}$$

$$\hat{y}(k) = \hat{\theta}^T(k)\varphi(k)$$

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)\varphi(k)$$

الگوریتم تخمین پارامترهای مدل سیستم به روش حداقل مربعات خطا



$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)\varphi(k)$$

$$G(k) = \frac{F(k-1)\varphi(k)}{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + \varphi^T(k)F(k-1)\varphi(k)}$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + G(k)\varepsilon(k)$$

$$F(k) = \frac{1}{\lambda_1}\left[I - G(k)\varphi^T(k)\right]F(k-1)$$

Unified Approach

مراحل کلی طراحی کنترلر به روش یکی شده

$$A(q^{-1})y_P(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \Lambda + a_{n_A} q^{-n_a}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \Lambda + b_{n_B} q^{-n_b}, b_0 \neq 0$$

$u(k), y_P(k)$ خروجی و ورودی سیستم خطی شده

مثال : دینامیک ربات

$$(1 - q^{-1})Xv_i(k) = q^{-2}\left[bo_i u_i(k) - d_i^{'}\right]$$

$$d_i = 2$$

$$A_i(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

$$B_i(q^{-1}) = bo_i$$

اهداف کنترل را بصورت زیر درنظر می‌گیریم:

1- به منظور تضمین عمل ردیابی فرآیند، کنترلر باید بگونه‌ای طراحی شود که خروجی فرآیند واقعی، رابطه زیر را برآورده سازد.

$$C_1(q^{-1})y_P(k) = q^{-d}D(q^{-1})r(k)$$

$C_1(q^{-1})$ و $D(q^{-1})$ چند جمله‌ای‌های پایدار مجانبی بوده که توسط طراح انتخاب می‌شود

$r(k)$ ورودی مرجع محدود می‌باشد

2- کنترلر باید بگونه‌ای طراحی شود که با وجود شرایط اولیه در سیستم، خطای اولیه با دینامیکهای مشخص، صفر شود. یعنی :

$$C_2(q^{-1})y_p(k+d) = 0$$

$$k \geq 0$$

$C_2(q^{-1})$ یک چند جمله‌ای پایدار مجانبی بوده که توسط طراح و بصورت زیر درنظر گرفته می‌شود:

$$C_2(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \ldots + c_{n_{C_2}} q^{-n_{C_2}}$$

بمنظور حصول اهداف بیان شده، مدل مرجع مطلوب را بصورت زیر درنظر می‌گیریم :

$$C_1(q^{-1})y_M(k) = q^{-d}D(q^{-1})r(k)$$

اگر خطای خروجی را بصورت زیر درنظر بگیریم

$$e(k) = y_P(k) - y_M(k)$$

مشاهده می‌شود که بمنظور تحقق اهداف بیان شده در فوق، رابطه زیر باید برقرار باشد

$$C_2(q^{-1})e(k+d) = 0$$
$$k \phi 0$$

$C_2(q^{-1})$ را می‌توان بصورت زیر بازنویسی نمود:

$$C_2(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}T(q^{-1})$$

$$C_2(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}T(q^{-1})$$

$$S(q^{-1}) = 1 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2} + \ldots + s_{n_S} q^{-n_S}$$

$$T(q^{-1}) = t_0 + t_1 q^{-1} + t_2 q^{-2} + \ldots + t_{n_T} q^{-n_T}$$

$$n_S = d - 1$$

$$n_T = \max(n_A - 1, n_{C_2} - d)$$

مثال : دینامیک ربات

$$d_i = 2$$

$$A_i(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

$$B_i(q^{-1}) = bo_i$$

$$C_i(q^{-1}) = 1 + crv_i q^{-1}$$

$$-1 \pi\ crv_i \le 0$$

$$crv_i = -0.001$$

$$C_i(q^{-1}) = A_i(q^{-1})S_i(q^{-1}) + q^{-d}T_i(q^{-1})$$

$$S_i(q^{-1}) = 1 + s_{1i} q^{-1}$$

$$T_i(q^{-1}) = ro_i$$

$$S_i(q^{-1}) = 1 + 0.999 q^{-1}$$

$$T_i(q^{-1}) = 0.999$$

$$s_{1i} = 0.999$$

$$ro_i = 0.999$$

$$C_2(q^{-1})e(k+d) = [B(q^{-1})S(q^{-1})u(k) + T(q^{-1})y_P(k) - C_2(q^{-1})y_M(k+d)]$$

$$= b_0 u(k) + \theta_0^T \phi_0(k) - C_2(q^{-1})y_M(k+d)$$

$$= \theta^T \phi(k) - C_2(q^{-1})y_M(k+d)$$

$$\phi_0^T(k) = [u(k-1),\ldots,u(k-d-n_B+1); y_P(k),\ldots, y_P(k-n_T)]$$

$$\theta_0^T = [b_0 s_1 + b_1, b_0 s_2 + b_1 s_1 + b_2,\ldots,b_{n_B} s_{d-1}; t_0,\ldots,t_{n_T}]$$

$$\phi^T(k) = [u(k); \phi_0^T(k)]$$

$$\theta^T = [b_0; \theta_0^T]$$

مثال : دینامیک ربات

$$(1-q^{-1})Xv_i(k) = q^{-2}\left[bo_i u_i(k) - d_i^{'}\right]$$

$$(1-q^{-1})Xv_i(k) = \theta_i^T \phi_i(k-2)$$

$$\theta_i^T = \begin{bmatrix} bo_i & d_i^{'} \end{bmatrix}$$

$$\phi_i^T(k) = \begin{bmatrix} u_i(k) & 1 \end{bmatrix}$$

قانون کنترل مطلوب بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u(k)=\frac{1}{b_0}[C_2(q^{-1})y_M(k+d)-T(q^{-1})y_p(k)-B_s(q^{-1})u(k)]$$

$$B_s(q^{-1})=B(q^{-1})S(q^{-1})-b_0$$

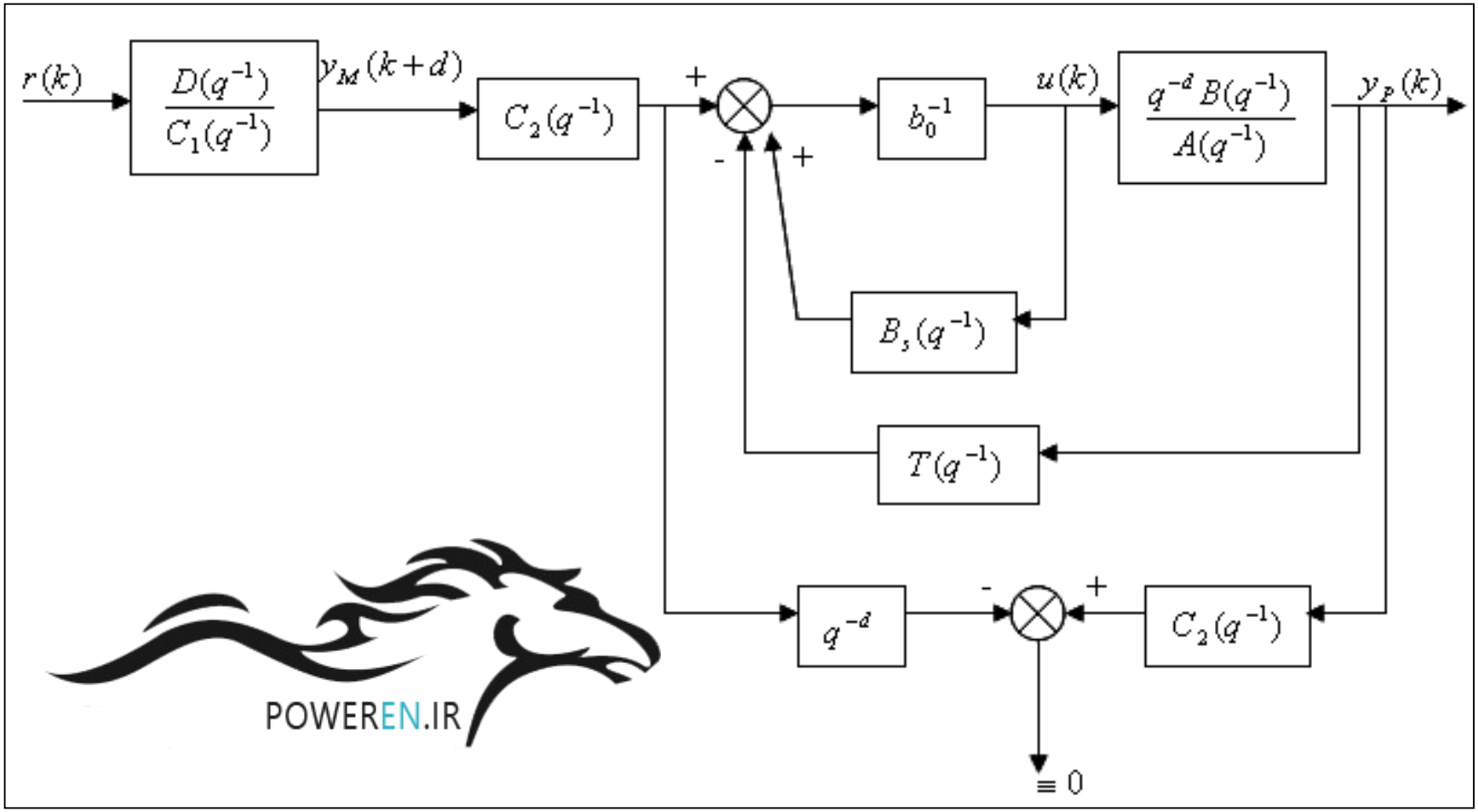
بنابراین قانون کنترل بصورت زیر خلاصه می‌شود

$$u(k)=\frac{1}{b_0}[C_2(q^{-1})y_M(k+d)-\theta_0^T\phi_0(k)]$$

مثال : دینامیک ربات

$$u_i(k)=-s_{1i}u_i(k-1)+\frac{1}{bo_i}[C_i(q^{-1})Xvd_i(k+2)-ro_iXv_i(k)+S_i(q^{-1})d_i^{'}]$$

Unified Approach



اما اگر پارامترهای سیستم ناشناخته باشند :

$$u(k)=\frac{1}{\hat{b}_0}\left[C_2(q^{-1})y_M(k+d)-\hat{\theta}_0^T\phi_0(k)\right]$$

$$\phi_0^T(k)=[u(k-1),\ldots,u(k-d-n_B+1);y_P(k),\ldots,y_P(k-n_T)]$$

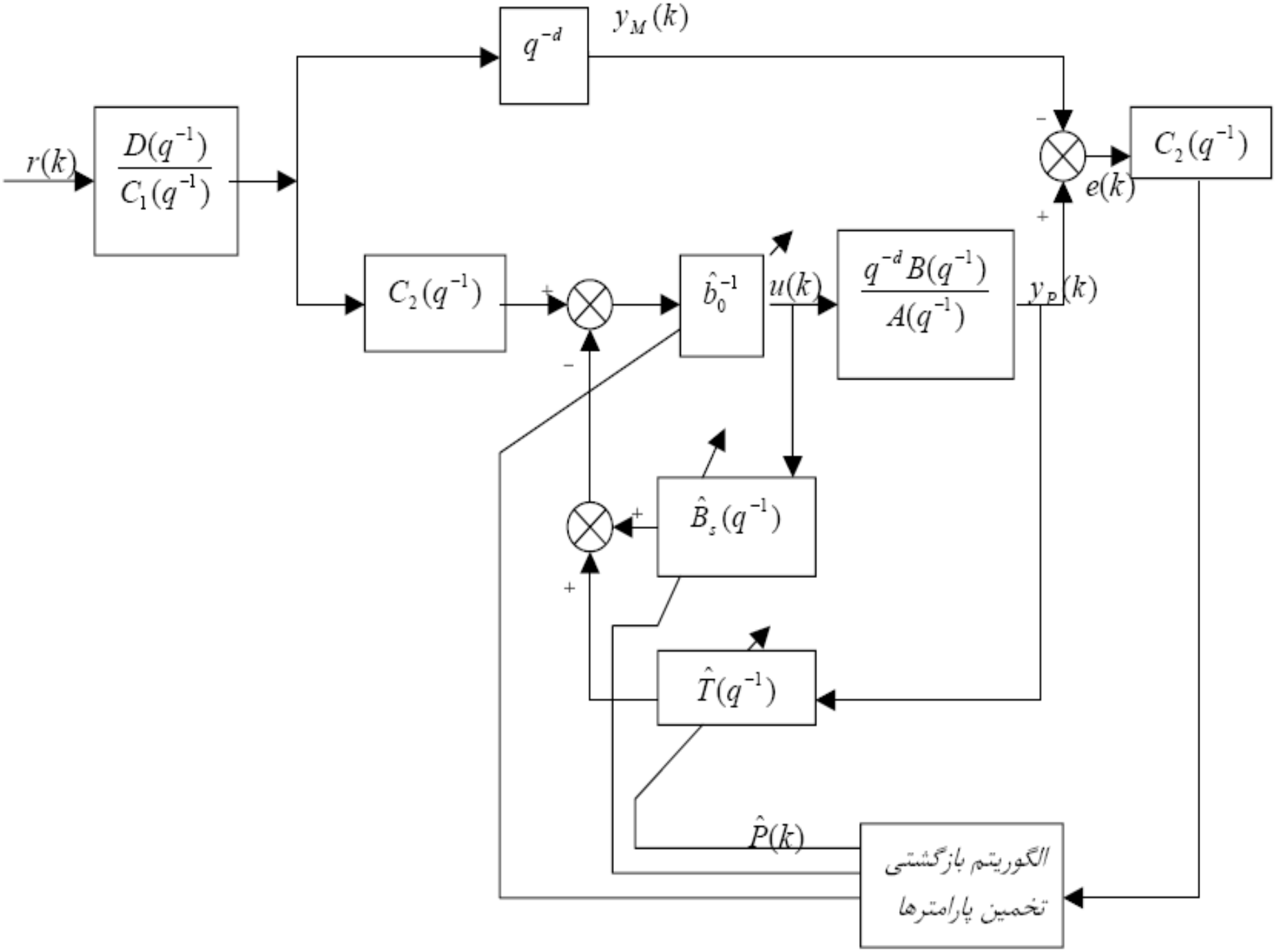
$$\hat{\theta}_0^T=[\hat{b}_0\hat{s}_1+\hat{b}_1,\hat{b}_0\hat{s}_2+\hat{b}_1\hat{s}_1+\hat{b}_2,\ldots.,\hat{b}_{n_B}\hat{s}_{d-1};\hat{t}_0,\ldots..,\hat{t}_{n_T}]$$

$$\phi^T(k)=[u(k);\phi_0^T(k)]$$

$$\theta^T=[b_0;\theta_0^T]$$

مثال : دینامیک ربات

$$u_i(k)=-s_{1i}.u_i(k-1)+\frac{1}{\hat{b}_{oi}(k)}\left[C_i(q^{-1})Xvd_i(k+2)-ro_iXv_i(k)+\hat{d}_i^{'}\right]$$


$r(k)$
$\frac{D(q^{-1})}{C_1(q^{-1})}$
q^{-d}
$y_M(k)$
$C_2(q^{-1})$
$e(k)$
$C_2(q^{-1})$
$\hat{b}_0^{-1}$
$u(k)$
$\frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$
$y_p(k)$
$\hat{B}_s(q^{-1})$
$\hat{T}(q^{-1})$
$\hat{P}(k)$
الگوریتم بازگشتی
تخمین پارامترها

روش یکی شده برای سیستمهای پیچیده را بصورت زیر خلاصه می‌کنیم:

1) با مشخص بودن مرتبه و تأخیر سیستم، یك مدل خطی مناسب برای فرآیند درنظر می‌گیریم.

2) با اندازه‌گیری ورودی و خروجی فرآیند و استفاده از الگوریتم تخمین پارامترها به روش حداقل مربعات خطا، یك مدل خطی به فرآیند تحت کنترل برازانده می‌شود.

3) قانون کنترل را برای مدل خطی محاسبه کرده و به سیستم اصلی اعمال می‌نماییم.

مهمترین مزایای این روش را چنین می‌توان بر شمرد:

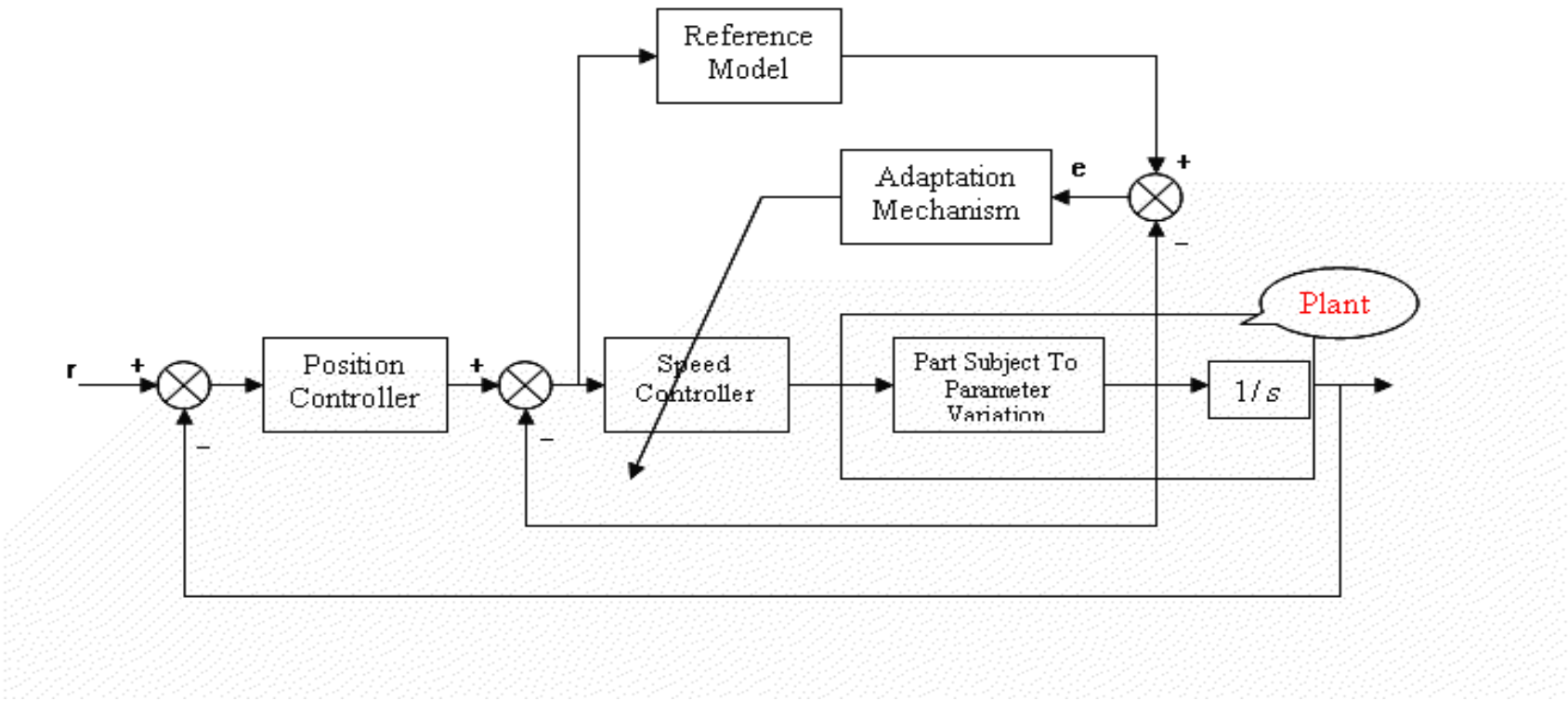
این روش هم در حالت رگولاتور و هم در حالت ردیابی قابل استفاده است.

2) به منظور طراحی کنترل کننده تطبیقی به روش یکی شده تنها داشتن اطلاعاتی در مورد مرتبه و تأخیر سیستم کافی می‌باشد.

3) این الگوریتم از پایداری تضمین شده‌ای برخوردار بوده و برای تعیین مکانیزم تطبیق، قدرت انتخاب بیشتری در اختیار طراح قرار می‌دهد.

این روش از سرعت تطبیق بالا و قابلیت و سهولت پیاده‌سازی خوبی برخوردار است.

Reduced Order Unified Approach



طراحی کنترلر موقعیت در حلقه بیرونی

به منظور طراحی کنترل کننده تطبیقی دنبال کننده مدل برای حلقه کنترلی موقعیت، تابع تبدیل از موقعیت مطلوب به موقعیت واقعی را بصورت زیر درنظر می گیریم :

$$\frac{Xp_i(k)}{Xpd_i(k)} = \frac{Z^2\left[Crp_i(q^{-1})\right]}{Z^2 + rp_i} = \frac{Crp_i(q^{-1})}{1 + rp_i.q^{-2}} \qquad Crp_i(q^{-1}) = 1 + crp_i.q^{-2}$$

به منظور عمل دنبال کنندگی کامل، کنترلر تطبیقی برای حلقه کنترلی موقعیت لینک *i* ام به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$up_i(k) = Crp_i(q^{-1})Xpd_i(k+2) - rp_i.Xp_i(k)$$

$$crp_i = rp_i = crv_i$$

$$Xvd_i(k) = Xpds_i(k-2) - up_i(k-2)$$

تقریباً تخمین یك قدم جلوتر از موقعیت مطلوب:

$$Xpds_i(k) = \left[Xpd_i(k+3) + Z_2.Xpd_i(k+1) + Z_3.Xpd_i(k) + Z_1.Xpd_i(k-1)\right] / Z_4$$

$$Z_1 = 0.5$$

$$Z_2 = Z_1 - 1$$

$$Z_3 = 2Z_1$$

$$Z_4 = 2$$

POWEREN.IR

طراحی کنترل کننده تطبیقی گسسته مرتبه کاهش یافته به روش یکی شده

Unified Approach

$$\dot{X}_P(t) = X_V(t)$$

$$\dot{X}_V(t) = f(X(t), u(t), t)$$

مثال : دینامیک ربات

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta,\dot{\theta}) + G(\theta,\dot{\theta}) + A^T(\theta)F_1$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ \overline{V}_2 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} G_1 \\ \overline{G}_2 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & \overline{M}_2 \end{bmatrix}$$

Unified Approach

$$X = \begin{bmatrix} \theta_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix}$$

$$\dot{X}(t) = f(X(t), u(t), t)$$

$$\frac{dXp_i(t)}{dt} = Xv_i(t)$$

$$m_i(t)\frac{dXv_i(t)}{dt} = q_i(t) - d_i(t)$$

$$Xp_i(k) = Xp_i(k-1) + TXv\ (k-1) + 0.5(T^2/m_i)\left[q_i(k-1) - d_i(k-1)\right]$$

$$Xv_i(k) = Xv_i(k-1) + (T/m_i)[q_i(k-1) - d_i\ (k-1)]$$

$$q_i(k) = u_i(k-1)$$

Unified Approach

$$Xp_i(k) = Xp_i(k-1) + TXv\ (k-1) + 0.5(T^2/m_i)\left[q_i(k-1) - d_i(k-1)\right]$$

$$Xv_i(k) = Xv_i(k-1) + (T/m_i)[q_i(k-1) - d_i\ (k-1)]$$

$$\boxed{(1-q^{-1})Xv_i(k) = q^{-2}\left[bo_i u_i(k) - d_i^{'}\right]}$$

$$bo_i = T/m_i$$

$$d_i^{'} = bo_i.d_i$$

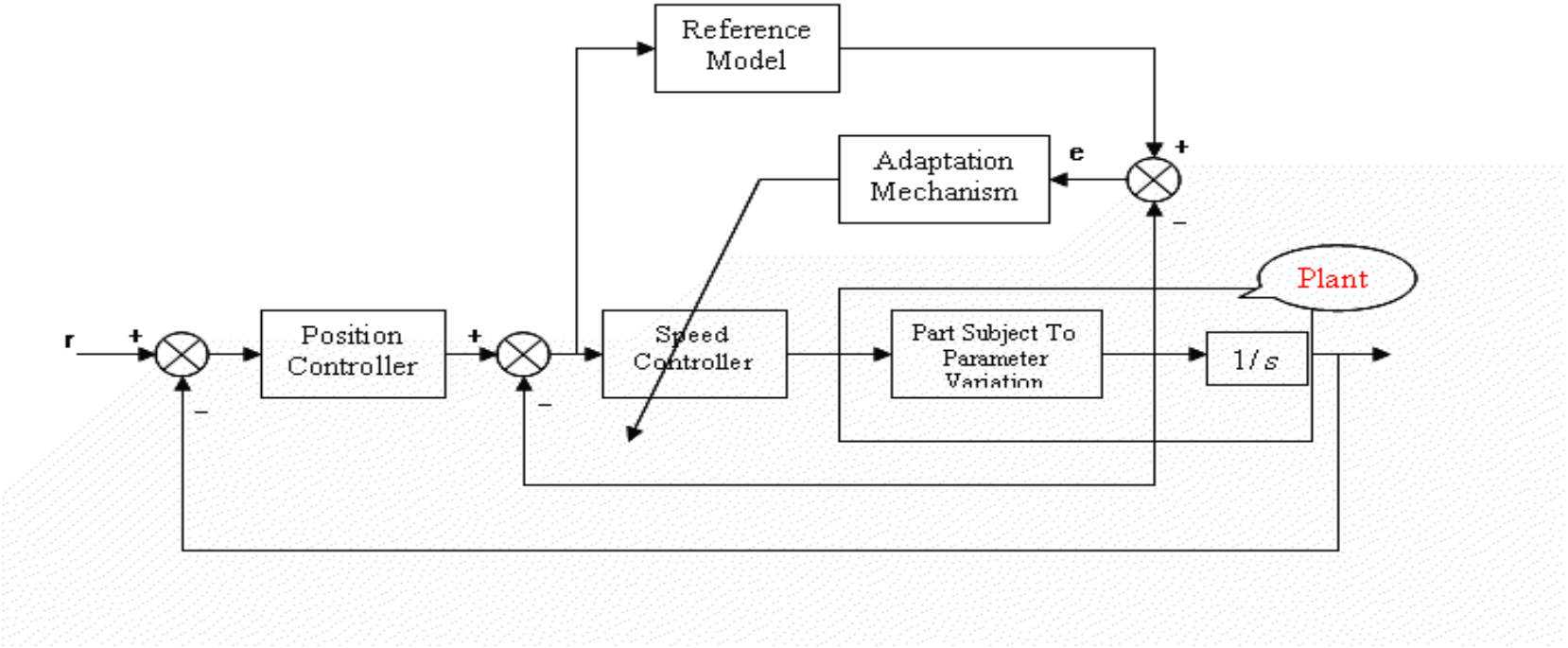
$d_i^{'}$ تخمینی از اثر کوپلینگ در سیستم می باشد.

Unified Approach

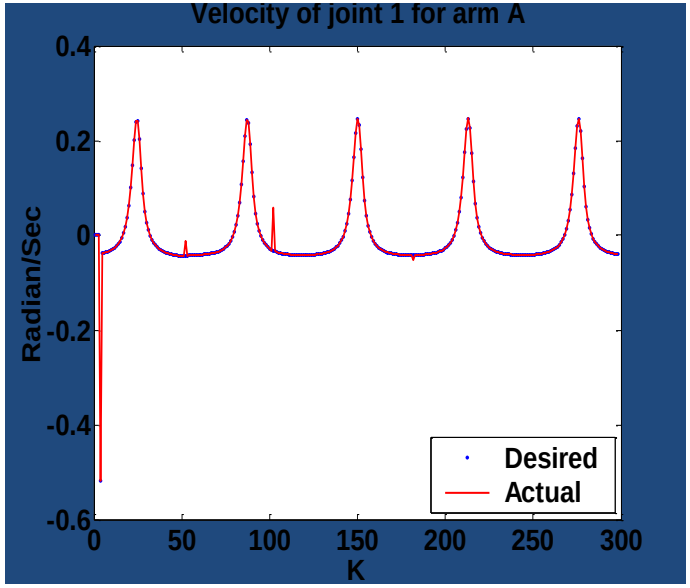
بنابراین ساختار کنترلی در این روش، از دوحلقه تشکیل می‌شود :

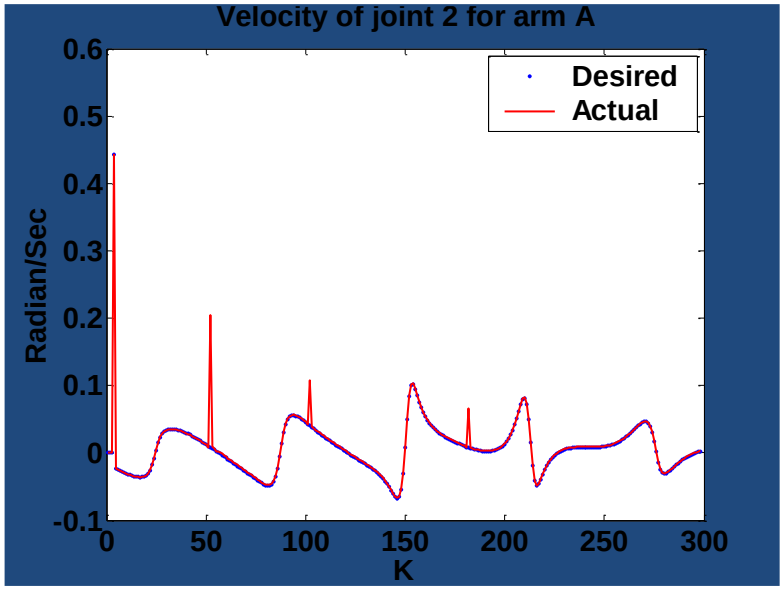
1) حلقه داخلی که کنترل سرعتهای زاویه‌ای مفاصل را برعهده داشته و پارامترهای ناشناخته سیستم در این حلقه و به صورت تطبیقی تخمین زده می‌شوند. در این حلقه یک مدل خطی برای هر مفصل و بدون وجود اثر واکنشی سیستم به دست می‌آید.

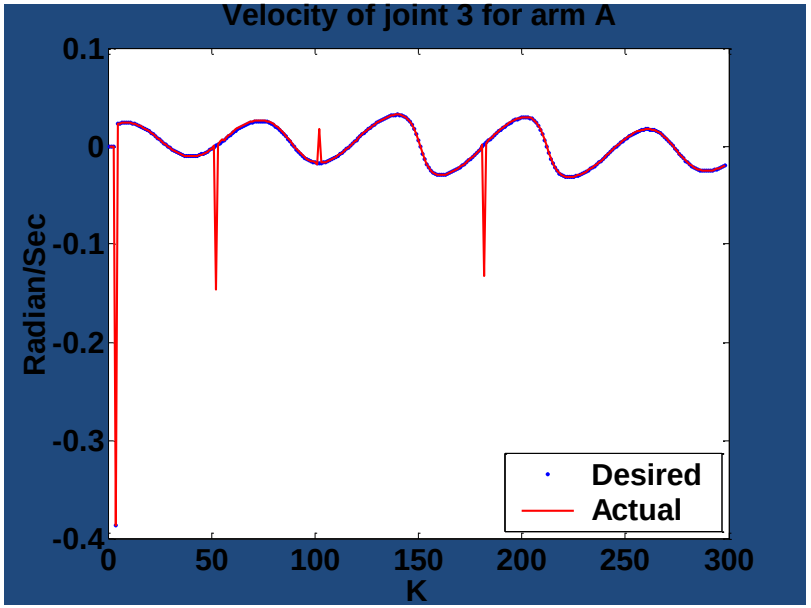
2) حلقه خارجی که کنترل موقعیت زوایای مفصلی را بر عهده داشته و کنترلر موقعیت بر اساس مدل خطی بدست آمده از حلقه داخلی، به گونه‌ای طراحی می‌شود که عمل ردیابی مدل به خوبی انجام شود.



نتایج شبیه سازی برای یك ربات با سه مفصل

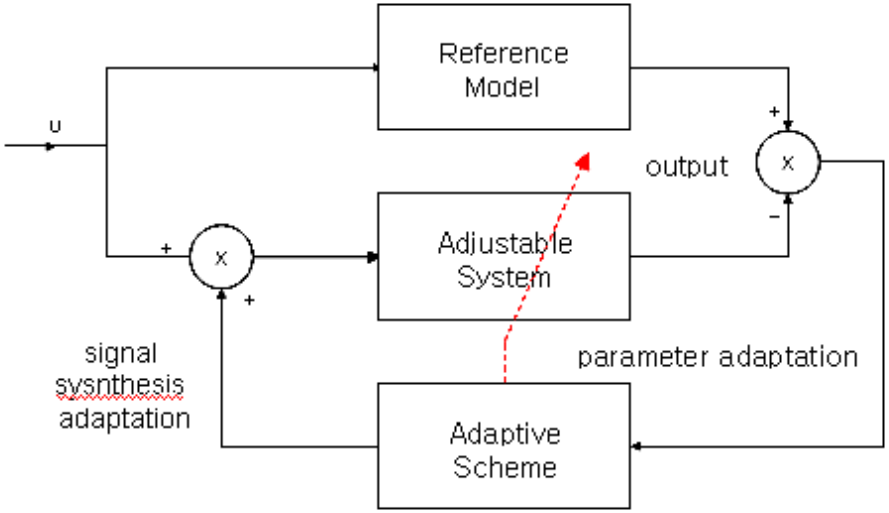


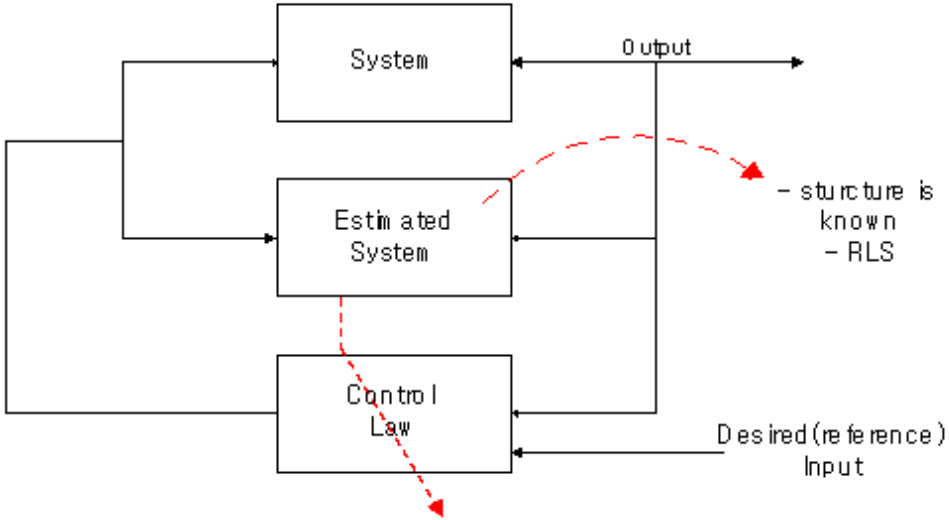




Adaptive Control of Manipulator

- Two types
  - MRAC (Model Reference Adaptive Control)
  - STC (Self-Tuning Control)





Adaptive Mechanism of MRAC

- Gradient method (MIT rule)
- Lyapunov direct method
- Hyperstability and positivity concept

- The reference model is given by

- The adjustable system is given by

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u(t)$$

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0, \quad A(0) = A_0, \quad B(0) = B_0$$

$$\begin{aligned}
\dot{e}(t) &= A_m x_m(t) + B_m u(t) - A(t)x(t) - B(t)u(t) \\
&= A_m(x_m(t) - x(t)) + (A_m - A(t))x(t) + (B_m - B(t))u(t) \\
&= A_m e(t) + (A_m - A(t))x(t) + (B_m - B(t))u(t)
\end{aligned}$$

The goal is

$$\lim_{t\to\infty}(x_m(t)-x(t)) = \lim_{t\to\infty} e(t) = 0$$

$$\lim_{t\to\infty} A(t) = A_m, \quad \lim_{t\to\infty} B(t) = B_m$$

$$V = e^T P e + T_r\{[A_m - A(t)]^T M^{-1}[A_m - A(t)]\}$$
$$+ T_r\{[B_m - B(t)]^T N^{-1}[B_m - B(t)]\}$$

where P, M^{-1}, $N^{-1} > 0$ p.d.m

$$\dot{V} = e^T(A_m^T P + PA_m)e + 2T_r[A_m - A(t)]^T[Pex^T - M^{-1}\dot{A}(t)]$$
$$+2T_r[B_m - B(t)]^T[Peu^T - N^T\dot{B}(t)]$$

Define $A_m^T P + PA_m = -Q, \quad Q > 0$

$$Pex^T - M^{-1}\dot{A}(t) = 0$$
$$Peu^T - N^{-1}\dot{B}(t) = 0$$

matching conditions

$$\dot{v} = -e^T Q e < 0 \qquad \text{n.d.m}$$

$$\dot{A}(t) = MPex^T$$

$$\dot{B}(t) = NPeu^T$$

$$A(t) = A(0) + \int_0^t MPex^T dt$$

$$B(t) = B(0) + \int_0^t NPeu^T dt$$

Adaptive Computed-Torque Control-Based on Parameter Linearization

Manipulator

$$\tau = M(q)\ddot{q} + V_m(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) \qquad (1)$$

Controller

$$\tau = \hat{M}(q)[\ddot{q}_d + K_v\dot{e} + K_p e] + \hat{V}_m(q,\dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) + \hat{F}(\dot{q}) \qquad (2)$$

From (1)

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = \underbrace{W(q,\dot{q},\ddot{q})}_{\text{Known time function}}\phi = \tau \qquad (3)$$

Unknown constant

ex) Consider the dynamics of a two-link planar arm

$$\begin{aligned}\tau_1 = {} & (2\hat{m}_2 l_1 l_2 c_2 + \hat{m}_2 l_2^2 + (\hat{m}_1 + \hat{m}_2) l_1^2)\ddot{q}_1 \\ & + (\hat{m}_2 l_2^2 + \hat{m}_2 l_1 l_2 c_2)\ddot{q}_2 - \hat{m}_2 l_1 l_2 (2\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_2^2) s_2 \\ & + (\hat{m}_1 + \hat{m}_2) g l_1 c_1 + \hat{m}_2 g l_2 c_{12}\end{aligned}$$

$$\tau_2 = (\hat{m}_2 l_1 l_2 c_2 + \hat{m}_2 l_2^2)\ddot{q}_1 + \hat{m}_2 l_2^2 \ddot{q}_2 + \hat{m}_2 l_1 l_2 \dot{q}_1^2 s_2 + \hat{m}_2 g l_2 c_{12}$$

$$W(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \quad , \quad \phi = \begin{bmatrix} \hat{m}_1 \\ \hat{m}_2 \end{bmatrix}$$

where

$$W_{11} = l_1^2 \ddot{q}_1 + l_1 g c_1$$

$$W_{12} = l_2^2 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + l_1 l_2 c_2 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + l_1^2 \ddot{q}_1 - l_1 l_2 s_2 \dot{q}_2^2 - 2 l_1 l_2 s_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2$$
$$+ l_2 g c_{12} + l_1 g c_1$$

$$W_{21} = 0$$

$$W_{22} = l_1 l_2 c_2 \ddot{q}_2 + l_1 l_2 s_2 \dot{q}_1^2 + l_2 g c_{12} + l_2^2 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2)$$

From (2) and (3)

- $$\tau = \hat{M}(q)[\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e] + \hat{M}(q)\ddot{q} + \hat{V}_m(q,\dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) + \hat{F}(q)$$
$$= \hat{M}(q)[\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e] + W(q,\dot{q},\ddot{q})\hat{\phi} \qquad (4)$$

- From (4) and (3)

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = \hat{M}^{-1}(q) W(q,\dot{q},\ddot{q})\tilde{\phi} \quad \text{where} \quad \tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi} \qquad (5)$$

In the state-space form

$$\dot{e} = Ae + B\hat{M}^{-1}(q) W(q,\dot{q},\ddot{q})\tilde{\phi} \qquad (6)$$

where $A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$

Let $V = e^T P e + \tilde{\phi}^T \Gamma^{-1} \tilde{\phi} > 0$

where $\Gamma = diag[\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_r] = \Gamma^T$

$$\dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + 2\tilde{\phi}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\phi}}$$

$$= e^T P(Ae + B\hat{M}^{-1}(q)W(q,\dot{q},\ddot{q})\tilde{\phi}) + (Ae + B\hat{M}^{-1}(q)W(\cdot)\tilde{\phi})^T Pe + 2\tilde{\phi}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\phi}}$$

$$= -e^T Q e + 2\tilde{\phi}^T (\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\phi}} + W^T(\cdot)\hat{M}^{-1}(q)B^T Pe)$$

$$\dot{V} = -e^T Q e < 0 \qquad \text{if} \quad \dot{\tilde{\phi}} = -\Gamma W^T(\cdot)\hat{M}^{-1}(q)B^T Pe$$

Since $\tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi}$,

$$\dot{\hat{\phi}} = \Gamma W^T(q,\dot{q},\ddot{q})\hat{M}^{-1}(q)B^T Pe$$

- Remarks:
- The tracking error vector e is asymptotically stable.
- $\dot{q}$ and $\ddot{q}$ should be measured.
- $\hat{M}^{-1}(q)$ should exist.
- For preventing parameter estimate drifting, the parameters are forced to remain within some known values.

- **Example :**

$$\tau_1 = (2\hat{m}_2 l_1 l_2 c_2 + \hat{m}_2 l_2^2 + (\hat{m}_1 + \hat{m}_2) l_1^2)\ddot{q}_1 + (\hat{m}_2 l_2^2 + \hat{m}_2 l_1 l_2 c_2)\ddot{q}_2 - \hat{m}_2 l_1 l_2 (2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2) s_2 + (\hat{m}_1 + \hat{m}_2) g l_1 c_1 + \hat{m}_2 g l_2 c_{12}$$

$$\tau_2 = (\hat{m}_2 l_1 l_2 c_2 + \hat{m}_2 l_2^2)\ddot{q}_1 + \hat{m}_2 l_2^2 \ddot{q}_2 + \hat{m}_2 l_1 l_2 \dot{q}_1^2 s_2 + \hat{m}_2 g l_2 c_{12}$$

$m1 = 0.8 \qquad l1 = 1$

$m2 = 2.3 \qquad l2 = 1$

$\hat{m}1 = 0.85$

$\hat{m}2 = 2.2$