درس : مبانی مهندسی برق (۱)

استاد : آقای مهندس عبدالله زاده

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه آموزشی درس مبانی مهندسی برق (۱) **آقای مهندس عبداله زاده**

دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران – دانشکده فنی (۱۳۷۲)

Text : * مبانی مهندسی برق (جلد اول)
(فیتز جرالد)

کمیت های الکتریکی :

1 - ولتاژ (اختلاف پتانسیل)
2 - جریان
3 - توان
4 - انرژی

---

5 - بار الکتریکی
6 - شار الکتریکی

POWEREN.IR

	علامت	واحد
ولتاژ :	V , v	Volt
جریان :	I , i	Amper
توان :	P , p , Q	Watt
انرژی :	E , e	Joule
بار :	C , c	Culumb
شار :	ϕ , φ	

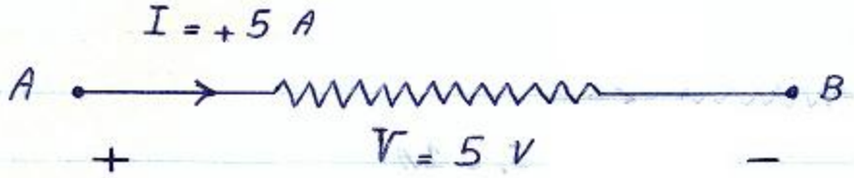
* نمادهای بزرگ برای جریان DC است.

$$\left.\begin{aligned} P &= VI \\ E &= \int_0^t P\,dt \end{aligned}\right\} \longrightarrow \quad P = \frac{dE}{dt}$$

قانون اهم (Ω) : $V = R \cdot I$

* مقاومت یک عنصر دوسر است که براثر عبور جریان از آن ، اختلاف پتانسیل در دوسر آن پدید می آید.

* جهت فلش با علامت I تواماً جهت واقعی جریان را نشان می دهند.

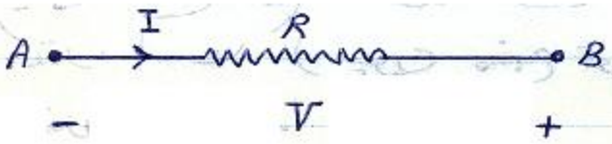


: $R = 1$

---

* در قانون اهم باید جهتها متناظر باشند .

جهت جریان و پلاریته ولتاژ متناظر است
$(V = RI)$

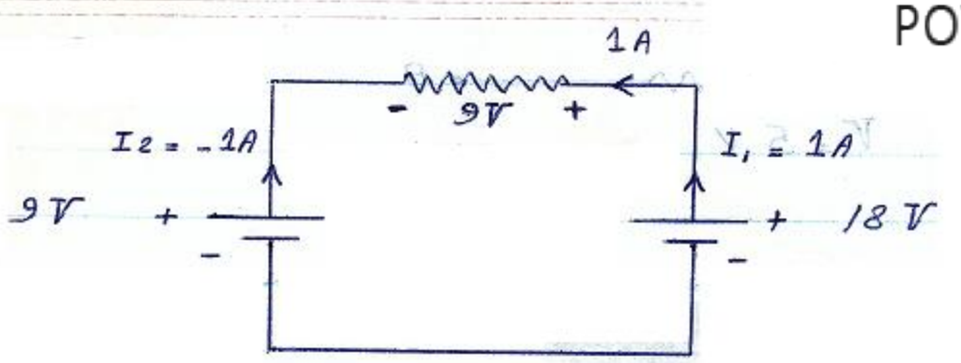


جهت جریان و پلاریته ولتاژ متناظر نیست
$(V = -RI)$

* در مدارها ما جهتها را متناظر می گیریم . یعنی برای عناصر الکتریکی مصرف کننده جهت جریان و پلاریته ولتاژ متناظر انتخاب می کنیم و همواره $(P = VI > 0)$ ، توان مصرف شده است .
برای منابع جهت جریان و پلاریته ولتاژ را غیر متناظر انتخاب می کنیم و $(P = VI)$ ، توان تولید شده است .

مثال - در شکل زیر توان مصرف شده توسط مقاومت و تولید شده توسط منابع را بیابید .

POWEREN.IR



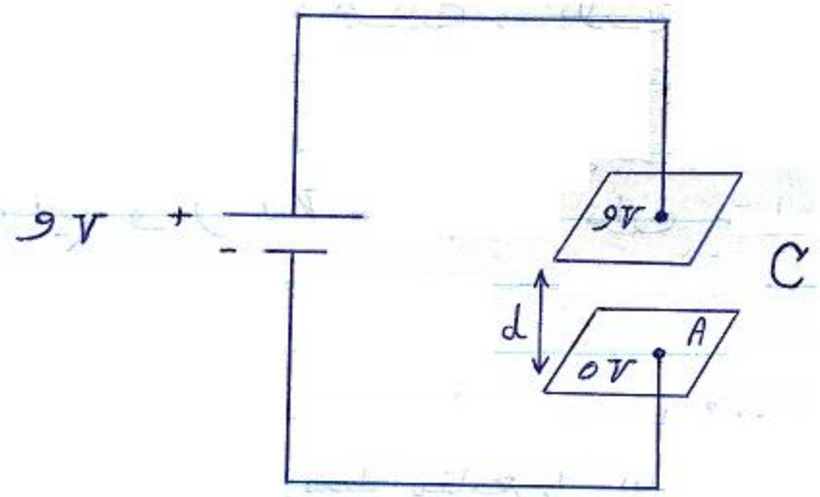
توان مصرف شده توسط مقاومت $P = 9 \times 1 = 9\ W$

توان تولید شده $P = 18 \times 1 = 18\ W$

توان تولید شده $P = 9 \times -1 = -9\ W$

* یعنی منبع دوّم که توان تولید شده‌اش منفی در آمده در واقع مصرف کننده است (چون منبع قوی تر در مدار داریم) و در حال شارژ شدن است.

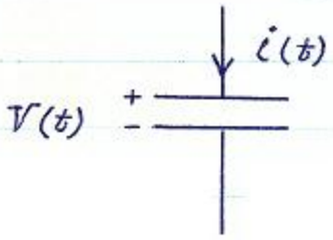
خازن : انرژی الکتریکی را ذخیره می‌کند و پس می‌دهد.



* $C = \frac{\varepsilon A}{d}$ Farad

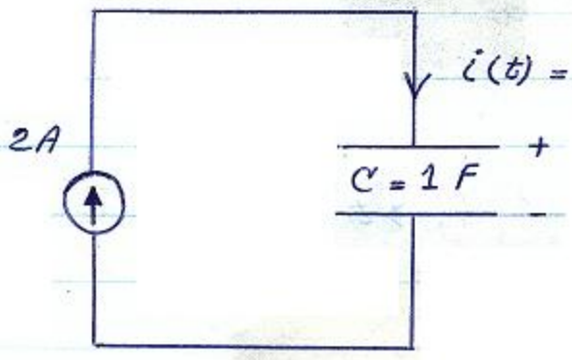
* رابطه ولتاژ- جریان برای خازن :

* ما جهتها را مثل یک مصرفکننده متناظر می گیریم .



$$\begin{cases} v(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,dt \\ i(t) = C\,\frac{dv(t)}{dt} \end{cases}$$

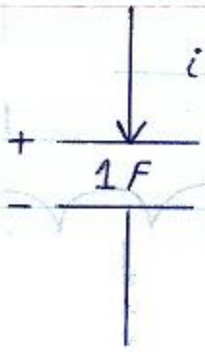
مثال -



$$v(t) = \frac{1}{1}\int_0^t 2\,dt = 2t$$

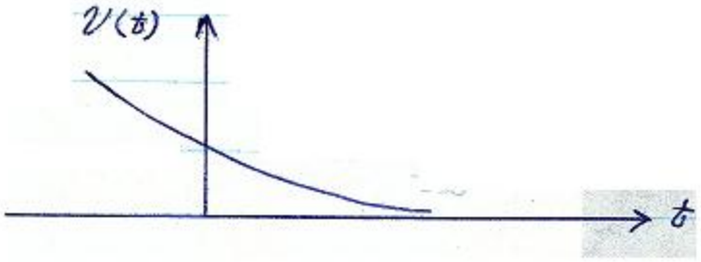
* یعنی الکترونهای یک صفحه مرتب تخلیه می شود و انفجار رخ می دهد پس خازن را نمی توان به منبع DC بست .

مثال -

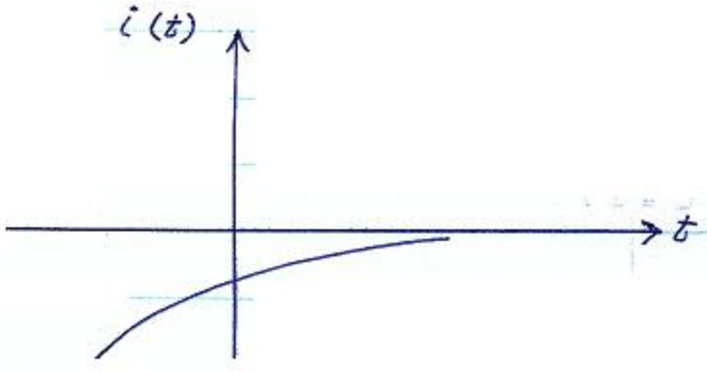


$$v(t) = 10\, e^{-5t}$$

$$i(t) = 1 \times \frac{d}{dt}\left(10\, e^{-5t}\right) = -50\, e^{-5t}$$

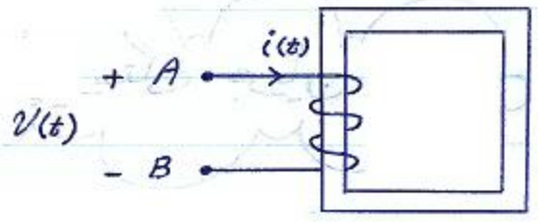


* چون ولتاژ کم شونده است یعنی خازن در حال پس دادن است.



$$\begin{cases} i(t) = C\,\dfrac{dv(t)}{dt} \\ v(t) = v(0) + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t i(t)\,dt \end{cases}$$

* سلف : یک عنصر الکتریکی است که می تواند انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند.

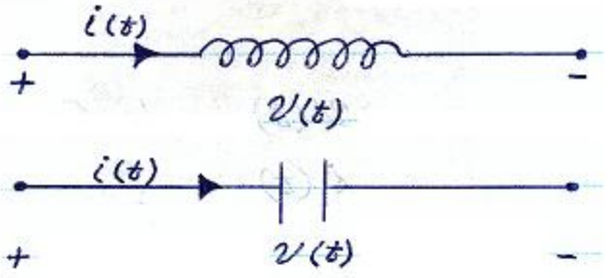


$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

ضریب خود القاء

* واحد اندازه گیری هانری (H) است.

$$\begin{cases} v(t) = L \dfrac{di(t)}{dt} \\ i(t) = i(0) + \dfrac{1}{L} \displaystyle\int_0^t v(t)\, dt \end{cases}$$



اصل پیوستگی ولتاژ خازن

چون ولتاژ خازن یک تابع اولیه است پس حتماً باید پیوسته باشد (هرچند $i(t)$ پیوسته نباشد).

اصل پیوستگی جریان سلف

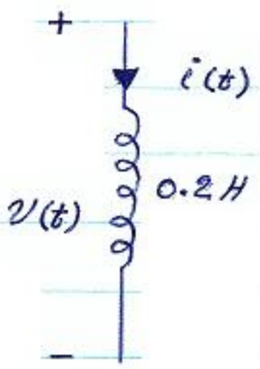
چون جریان سلف یک تابع اولیه است پس حتماً باید پیوسته باشد (هرچند $v(t)$ پیوسته نباشد).

	R	C	سلف
توان یا انرژی	$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$	$E = \frac{1}{2} C V^2$	$E = \frac{1}{2} L I^2$

مثال -

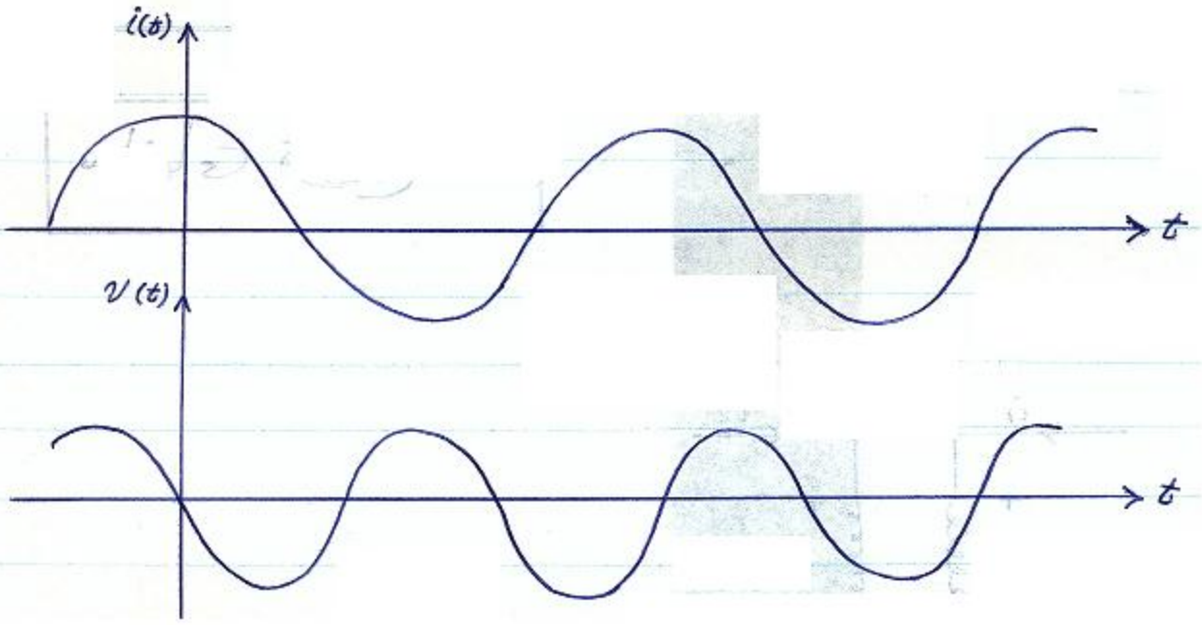
$v(t) = 10 \cos 100t$

$i(t) = ?$

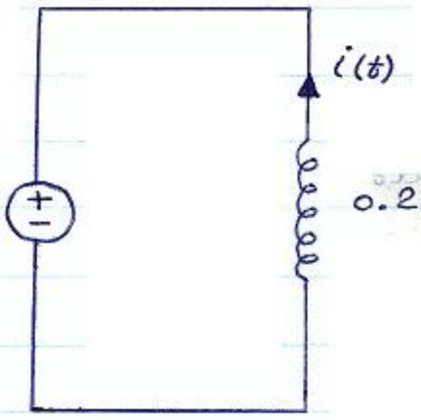


$$v(t) = L \frac{di}{dt}(t)$$

$$v(t) = 0.2\,(10 \cos 100t)' = -200 \sin 100t$$



- مثال



$v(t) = 22 \sin 5t$

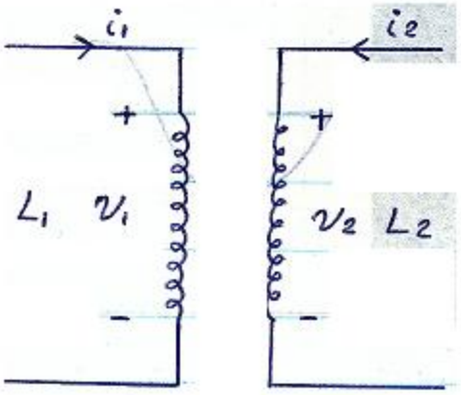
$i(t) = ?$

$i(0) = 0$

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t 22 \sin 5t = \frac{1}{0.2 \times 10^{-3}}\int_0^t \sin 5t\, dt$$

گویند که سنگ لعل می شود در مقام صبر
آری شود ولیک به خون جگر شود

سلفهای تزویج شده



اگر مستقل باشند :

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} \\ v_2 = L_2 \dfrac{di_2}{dt} \end{cases}$$

* امّا اکنون دو سلف باهم رابطه مغناطیسی دارند پس :

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} \\ v_2 = M \dfrac{di_1}{dt} + L_2 \dfrac{di_2}{dt} \end{cases}$$

* یعنی ولتاژ دوسر هر سلف هم در مقابل تغییر جریان خودش - مقاومت می کند و هم در مقابل تغییر جریان سلف دیگر. M - ضریب القای متقابل است برحسب هانری.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_1 \\ \frac{d}{dt} i_2 \end{bmatrix} \\ V = L \times \dfrac{d}{dt} I \end{cases}$$

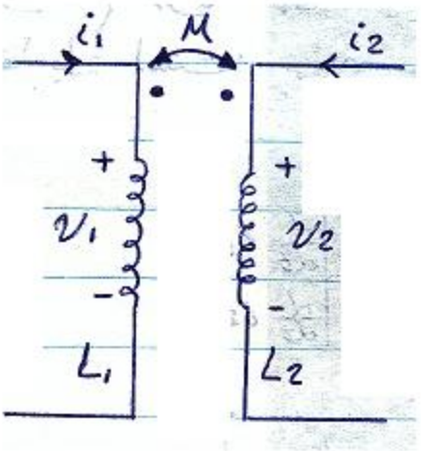
$$\begin{cases} 0 \leqslant M \leqslant L_1 L_2 \\ K^2 = \dfrac{M^2}{L_1 L_2} \rightarrow 0 \leqslant K \leqslant 1 \end{cases}$$

* اگر $m^2 = L_1 L_2$ باشد ترانس ایده‌آل است.
* اگر $m^2 = 0$ باشد سلفها مستقل هستند.

مثال -

$$\begin{cases} L_1 = 2\ mH \\ L_2 = 5\ mH \\ M = 3\ mH \\ i_1 = 5 \sin 10t \quad A \\ i_2 = 6 \sin (10t + 30) \quad A \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = ? \\ v_2 = ? \end{cases}$$



۱- جهت جریان و ولتاژ متناظر را انتخاب می کنیم.

۲- اگر جریانها باهم از سرهای نقطه دار وارد و یا خارج شوند برای M علامت مثبت در نظر می گیریم و اگر یکی وارد و یکی خارج شود علامت M را منفی در نظر می گیریم.

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} \\ v_2 = M \dfrac{di_1}{dt} + L_2 \dfrac{di_2}{dt} \end{cases}$$

$$v_1(t) = 2\times10^{-3}(50\cos 10t) + 3\times10^{-3}(60\cos(10t+30)) \quad Volt$$

$$v_2(t) = 3\times10^{-3}(50\cos 10t) + 5\times10^{-3}(60\cos(10t+30)) \quad Volt$$

تمرین - 1 -

$$\begin{cases} v_1 = 20\sin 300t \\ v_2 = -30\cos 300t \\ L_1 = 2\ mH \\ L_2 = 5\ mH \\ M = 3\ mH \\ i_1(0) = 0 \\ i_2(0) = 0 \\ i_1 = ? \\ i_2 = ? \end{cases}$$

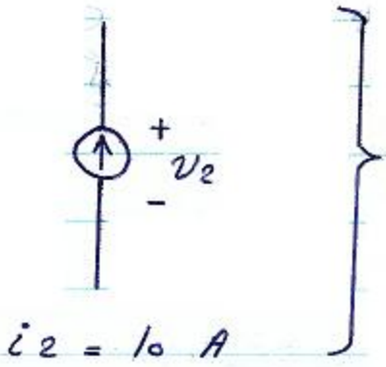
* دو معادله دو مجهولی دیفرانسیلی است که با یکبار انتگرال گیری حل می شود.

منابع ولتاژ { نابسته, وابسته } فعلاً ایده آل

منابع جریان { نابسته, وابسته } فعلاً ایده آل

$v_1 = 9$ Volt $v_1 = 10$ Volt

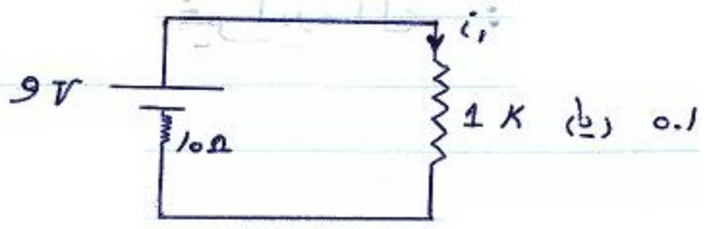
منابع ولتاژ نابسته به جریان.



منبع جریان نابسته به ولتاژ

* یعنی در حالت ایده‌آل مثلاً هر قدر جریان بکشیم ولتاژ پایانه افت نمی‌کند.

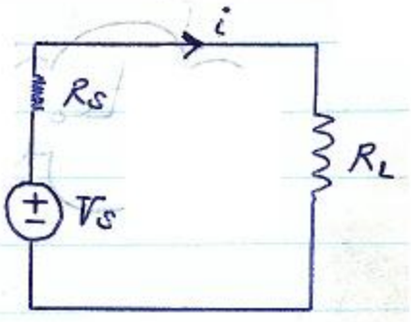
* در حالت ایده‌آل اگر به باطری 9 Volt و مقاومت 0.1 Ω ببندیم باید 90 A جریان بدهد اما اینطور نیست و این بعلت وجود مقاومت داخلی باطری است.



* $0.1 + 10\Omega = 10.1 \Rightarrow 890\ mA$

* $1K + 10\Omega = 1010\ \Omega \Rightarrow 8.99\ mA$
  $1K\Omega \Rightarrow 9\ mA$
  } تقریباً برابر

* یعنی اگر به منبع غیر ایده‌آل مقاومتی بزرگتر از مقاومت داخلی آن ببندیم عملاً همان جریان ایده‌آل را می‌دهد امّا در حالت عکس- مقاومت باطی تعیین کننده است.

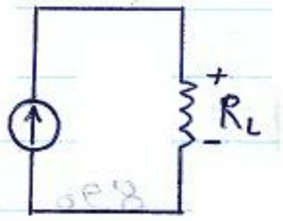


* $i_L = \frac{V_S}{R_S + R_L}$ جریان منبع ولتاژ غیر ایده‌آل

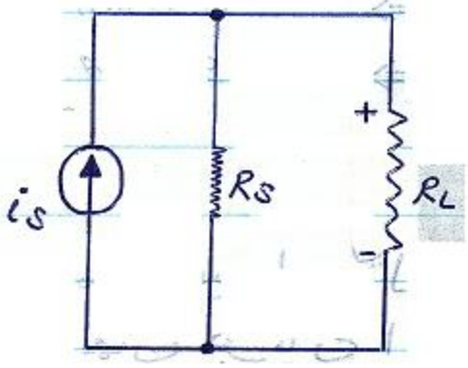
$R_L \gg R_S \rightarrow i_L \approx \frac{V_S}{R_L}$ جریان منبع ایده‌آل

$R_L \ll R_S \rightarrow i_L = \frac{V_S}{R_S} = Cte$ منبع جریان

* منبع جریان غیر ایده‌آل :



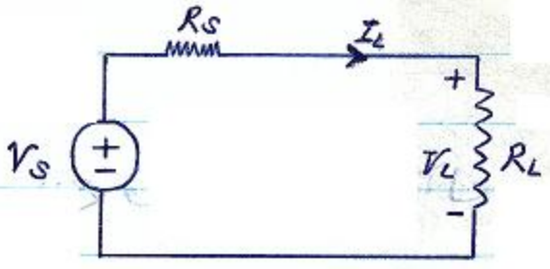
ایده‌آل



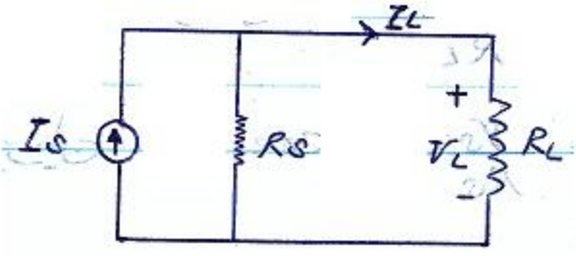
مقاومت داخلی منبع جریان همواره با آن موازی است.

غیر ایده‌آل

تبدیل منابع



$$\begin{cases} I_L = \dfrac{V_S}{R_S + R_L} \\ V_L = R_L \times \dfrac{V_S}{R_S + R_L} \end{cases}$$



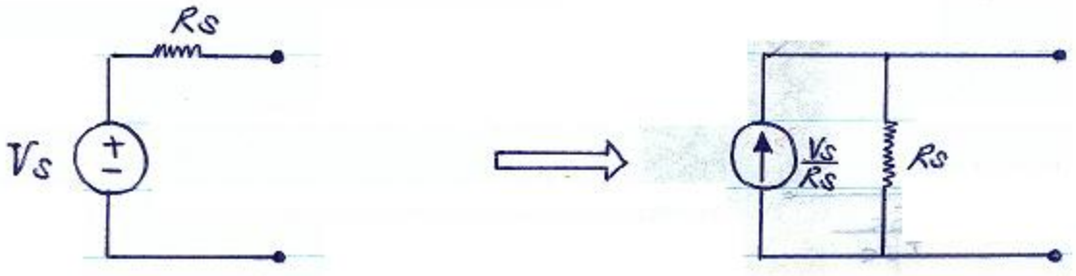
$$\begin{cases} V_L = \dfrac{R_S R_L}{R_S + R_L} I_S \\ I_L = \dfrac{R_S}{R_S + R_L} I_S \end{cases}$$

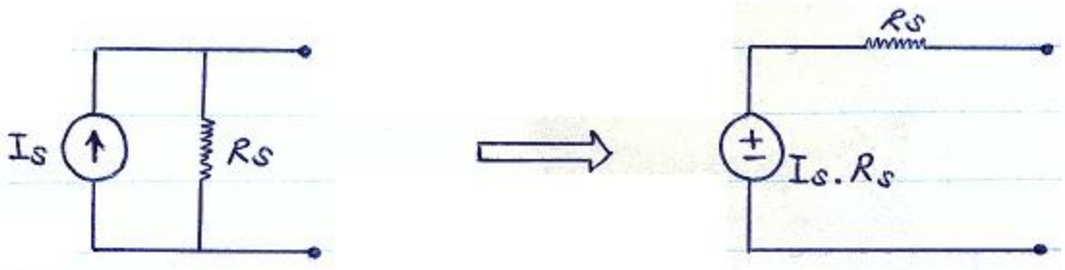
* فرض می کنیم $I_S = \frac{V_S}{R_S}$ باشد :

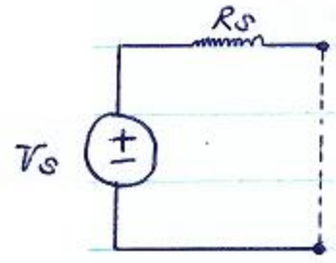
$$V_L = \frac{R_S R_L}{R_S + R_L} \quad I_S = \frac{R_S R_L}{R_S + R_L} \times \frac{V_S}{R_S} = R_L \frac{V_S}{R_S + R_L}$$

$$I_L = \frac{R_S}{R_S + R_L} \quad I_S = \frac{R_S}{R_S + R_L} \times \frac{V_S}{R_S} = \frac{V_S}{R_S + R_L}$$

* یعنی منبع جریان غیر ایده‌آل با این شرط همان منبع ولتاژ است.







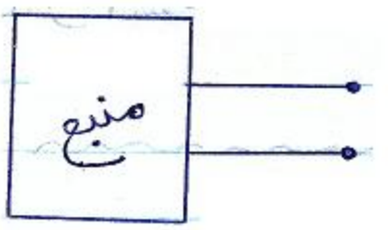
اتصال کوتاه $\left(I_{sc} = \frac{V_S}{R_S} \right)$

$\left(V_{oc} = I_s . R_s\right)$

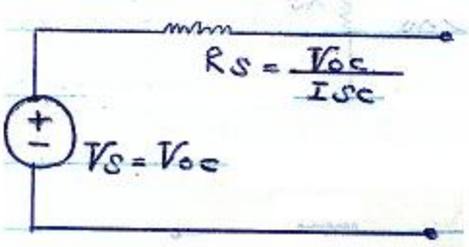
اتصال باز منبع جریان

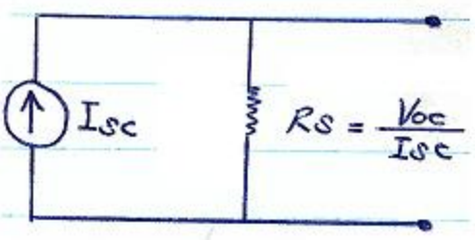
Short Cerket — _SC

Open Cerket — _Oc



$\begin{cases} V_{oc} & \text{(ولت متر سری شده)} \\ I_{sc} & \text{(آمپرمتر سری شده)} \end{cases}$





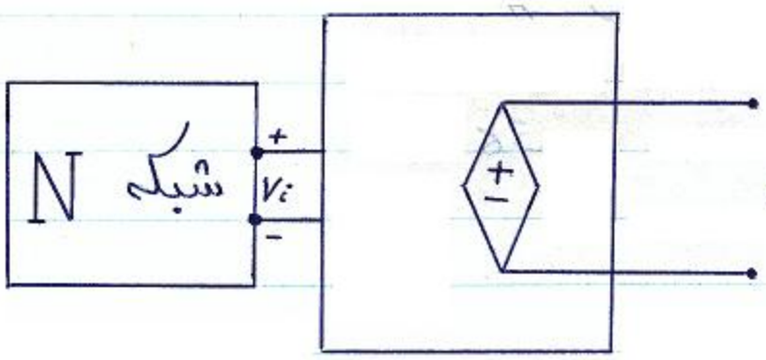
مثال - یک پیل الکتریکی داریم :
تمرین - 2 -

$$\begin{cases} V_S = 1.5 \ Volt \\ R_S = 1.2 \ \Omega \end{cases}$$

الف - مدار معادل منبع جریان این پیل را بیابید .
ب - مقادیر V_{oc} و I_{sc} را بیابید .

منابع وابسته

منابع وابسته
- ولتاژ
- جریان

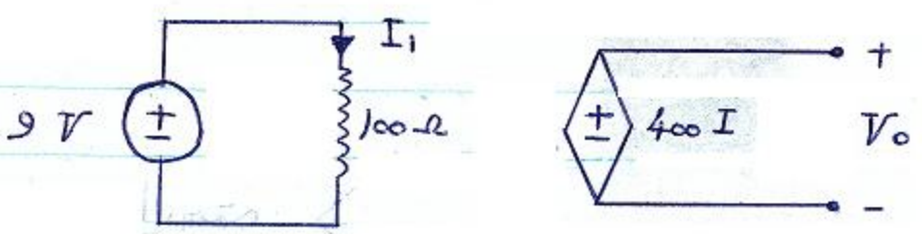


* یعنی اگر A بزرگتر از 1 باشد تقویت کننده است و اگر کوچکتر

از 1 باشد تضعیف کننده است. منبع فوق را منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ گویند. (VCVS)

1 - منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ	VCVS
2 - منبع ولتاژ وابسته به جریان	ICVS
3 - منبع جریان وابسته به ولتاژ	VCIS
4 - منبع جریان وابسته به جریان	ICIS

مثال - در مدار زیر ولتاژ خروجی را بیابید.

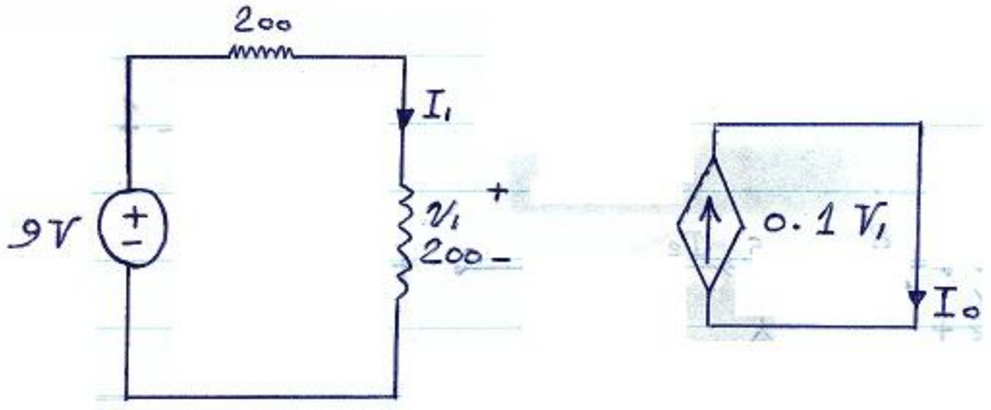


منبع ولتاژ وابسته به جریان

$$\begin{cases} I_1 = \frac{9}{100} = 0.09\ A \\ V_o = 400 \times 0.09 = 36\ V \end{cases}$$

POWEREN.IR

مثال - در مدار زیر مقدار I_o را بیابید.

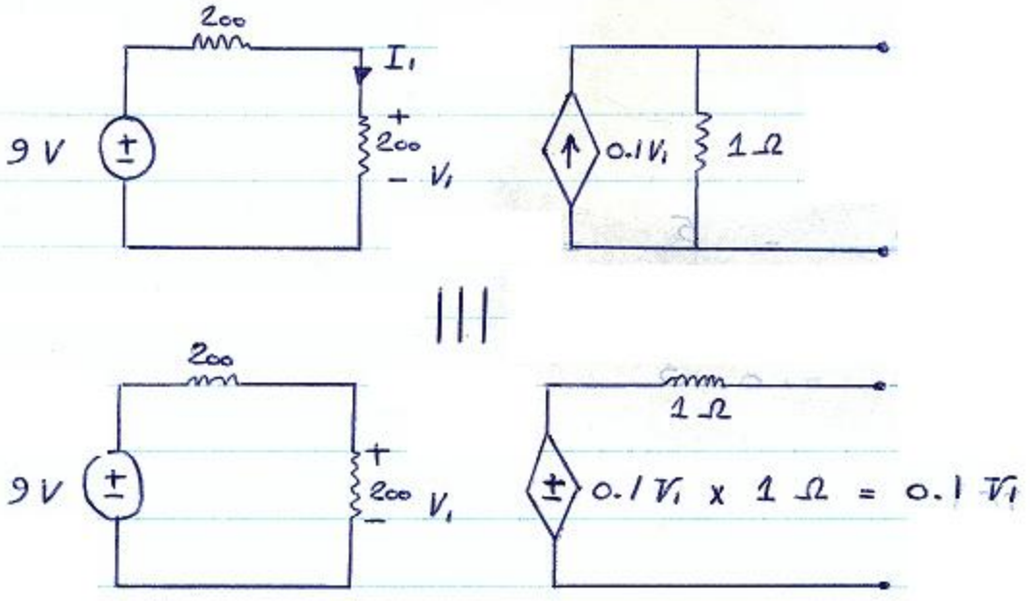


$$I_1 = \frac{9}{200 + 200} = 22.5 \text{ mA}$$

$$V_1 = 200 \times I_1 = 4.5 \text{ V}$$

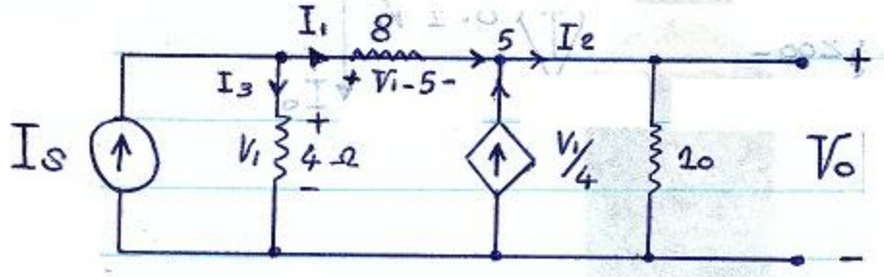
$$I_o = 0.1 \times 4.5 = 0.45 \text{ A}$$

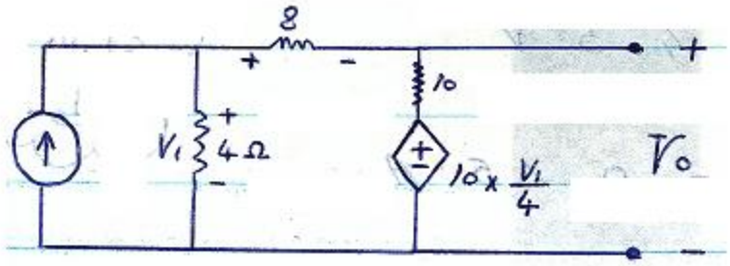
منبع جریان کنترل شده توسط ولتاژ



تمرینها - 1 - 5 ، 8 ، 19 ، 27 ، 34

تمرین 1 - 33.





با منبع جریان
منبع ولتاژ
بدل می
شود

* $I_1 = \frac{V_1 - 5}{8}$

$I_e = I_1 + \frac{V_1}{4} = \frac{5}{10} = 0.5$

$\frac{V_1 - 5}{8} + \frac{V_1}{4} = 0.5 \rightarrow$

$(V_1 = 3\ V)$

$I_1 = \frac{V_1 - 5}{8} = -\frac{1}{4}\ A$

$$I_3 = \frac{V_1}{4} = \frac{3}{4} \; A \longrightarrow$$

$$\left(I_S = I_1 + I_3 = \frac{1}{2} \; A \right)$$

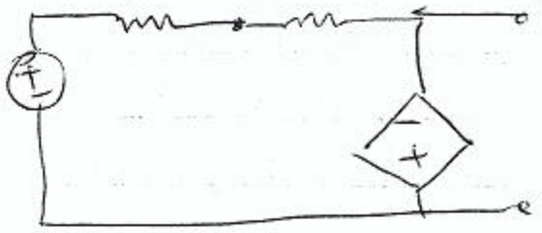
فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه آموزشی درس مبانی مهندسی برق (۱) آقای مهندس عبداله زاده
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران – دانشکده فنی (۱۳۷۲)

پتروپالامحور پیشتاز در ارائه خدمات مهندسی و متعهد به کیفیت

PPM , Dedicated For The Best Quality

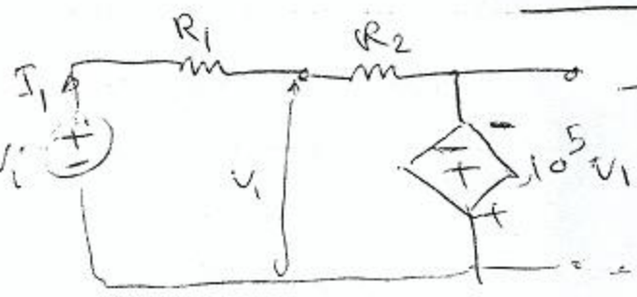
6)



$$I_1 = \frac{2.5 - V_1}{5\times10^3} = \frac{V_1 - (-10^5)V_1}{(5\times10^3}$$

$$\Rightarrow V_1 = 5\times10^{-5}\ V$$

$$V_o = -10^5 V_1 = -5\ V$$



حرین: ثابت کنید $\frac{V_o}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1}$

حل (د):

تحلیل مدارهای مقاومتی: (برای حل، این مدارها شامل مقاومت و منابع ثابت و وابسته‌اند)

روش کلاسیک:

مدارهای مقاومتی با توجه به سه اصل زیر آنالیز می‌شوند:

۱- قانون اهم ۲- KVL ۳- KCL

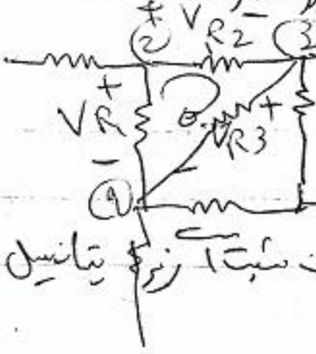
قانون KCL: مجموع جریان‌های ورودی به یک گره برابر مجموع جریان‌های خروجی از آن گره می‌باشد

(مجموع جریان‌های وارده به هر گره، برابر صفر است)

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

قانون KVL: در هر حلقه‌ای، مجموع جبری ولتاژهای شاخه‌های آن برابر صفر است

(مجموع جبری افت (افزایش) شاخه‌های هر حلقه برابر صفر است)



افت ولتاژ:

$$-V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} = 0$$

اگر منظور افت ولتاژ باشد، اگر پتانسیل بالادست افت کم می‌شود

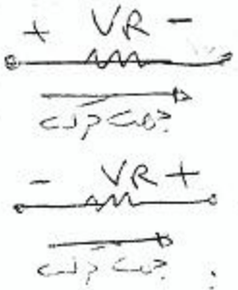
پس $V_R < 0$ می‌شود (منفی می‌شود) و اگر پتانسیل از گره پایین‌دست کم شود، افت مثبت است زیرا پتانسیل آن شاخه را بیشتر کرده و افت زیاد شده پس $V_R > 0$ یعنی (مثبت است)

برای افزایش ولتاژ $V_{R1} - V_{R2} - V_{R3} = 0$

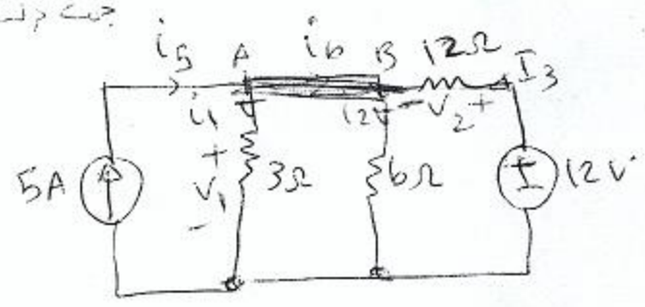
اگر در مدار حلقه بزنیم هر جا کاهش پتانسیل داشته باشیم، چون افت ولتاژ زیاد شده پس ولتاژ کم شده و اگر افزایش ولتاژ مد نظر باشد مطابق $V_R < 0$ و اگر افزایش پتانسیل داشته باشیم چون افت ولتاژ کم می شود پس، ولتاژ زیادی شود و $V_R > 0$ است

قرارداد: $V_R < 0$ برای افزایش، $V_R > 0$ برای افت

$V_R > 0$ برای افزایش، $V_R < 0$ برای افت



مثال:



A: $I_5 - I_1 - I_6 = 0$

B: $I_6 - I_2 + I_3 = 0$

$I_5 - I_1 - I_2 + I_3 = 0$

نکته: در مدار بالا از آنجایی که بین A و B، المانی وجود ندارد (المان الکتریکی) پس می توان A و B را به یک گره در نظر گرفت و نوشت

$i_5 + I_3 = I_1 - i_2 = 0$

(زیرا A و B هم پتانسیل هستند)

نکته: به تعداد عناصر مقاومتی می توان قانون اهم نوشت: $V_1 = 3I_1 \quad V_2 = 6I_2 \quad V_3 = 12I_3$

نکته: به تعداد گره ها منهای یکی "KCL" می نویسیم، در مدار بالا دو گره داریم پس یک KCL می نویسیم

$KCL: I_5 - I_1 - I_2 + I_3 = 0$

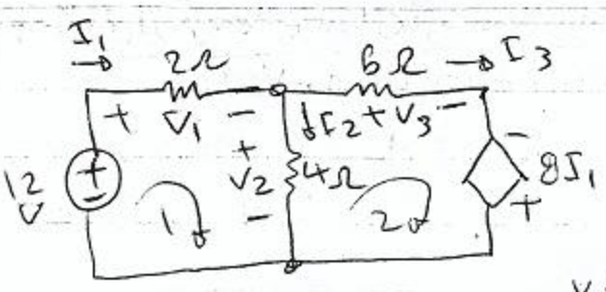
نکته: به تعداد حلقه مستقل KVL می نویسیم

حلقه مستقل به حلقه ای گفته می شود که اگر از آن یک سیم بکشیم هیچ جریانی از مدار در آن حلقه وجود نداشته باشد و حلقه مستقل بعدی (حلقه ای که با حلقه های قبلی تداخل نداشته باشد)

$KVL: -V_1 - V_2 + 24 = 0$

در مثال از مدار فوق هر حلقه ای هم بزنیم فقط دو ولتاژ V_1 و V_2 را دارد، پس یک حلقه می توان نوشت

7)



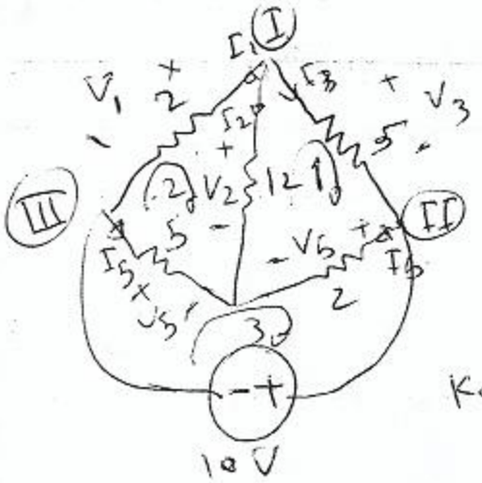
مبانی برق I — تدریس است

مثال: با استفاده از روش حلقه مسئله را حل کنید:

$V_1=2I_1 \quad V_2=4I_2 \quad V_3=6I_3$

KCL: $I_1-I_2-I_3=0$

KVL: $\begin{cases} -12+V_1+V_2=0 \\ -V_2+V_3-8I_1=0 \end{cases}$



مثال: قانون اهم:

$\begin{cases} V_1=2I_1 & V_2=12I_2 \\ V_3=5I_3 & V_4=5I_4 \\ V_5=5I_5 & V_6=2I_6 \end{cases}$

۴ گره داریم پس سعی KCL می نویسیم:

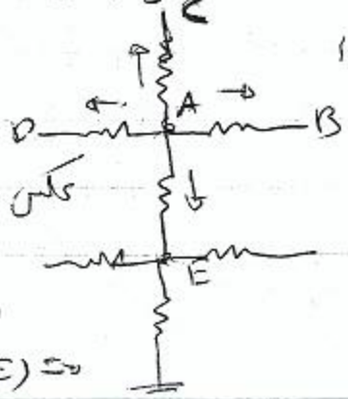
KCL: $\begin{cases} \text{(I) گره}: I_1+I_2+I_3=0 \\ \text{(II) گره}: I_3=I_6+I_4 \\ \text{(III) گره}: I_1-I_5+I_4=0 \end{cases}$

KVL: $\begin{cases} \text{(1)}\ V_3+V_6-V_2=0 \\ \text{(2)}\ V_2-V_5-V_1=0 \\ \text{(3)}\ 10+V_5-V_6=0 \end{cases}$

روش دوم تحلیل گره: در این روش تمام مقاومت ها فقط برحسب ولتاژ مستقل جریان ندارد

تحلیل حلقه: در این روش تمام مقاومت ها فقط برحسب جریان مستقل ولتاژ وجود ندارد

روش گره:



$I_B+I_C+I_D+I_E=0$ (1)

$I_D=\frac{V_A-V_D}{R_D} \quad I_C=\frac{V_A-V_C}{R_C} \quad I_E=\frac{V_A-V_E}{R_E}$

$I_B=\frac{V_A-V_B}{R_B}$

مکوس مقاومت $\left(\frac{1}{R}\right)$ را هدایت نامیده و با G نشان می دهیم $G=\frac{1}{R}$

$\Rightarrow$ (1) $= G_B(V_A-V_B)+G_C(V_A-V_C)+G_D(V_A-V_D)+G_E(V_A-V_E)=0$

تعداد گره ها منهای یکی است پس آن یکی را (به دلخواه) مبنا می گیریم و محاسبه نمی کنیم

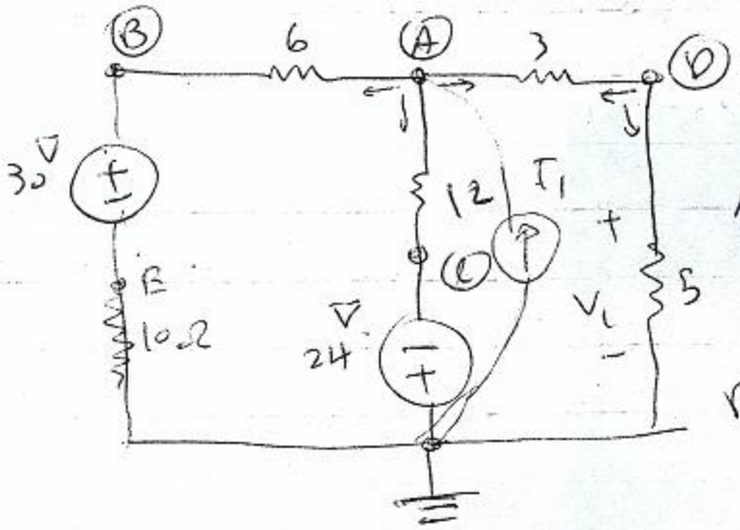
(در این روش یکی از گره ها به عنوان گره مبنا کنار گذاشته می شود و محاسبه نمی شود زیرا تعداد معادلات KCL به اندازه)

$$G_B(V_A-V_B)+G_C(V_A-V_C)+G_D(V_A-V_D)+G_E(V_A-V_E)=0$$

در این روش به تعداد گره ها مستقل، رابطه KCL وجود دارد.

مثال: در مثال قبل 4 گره B و C و D و E داریم پس 4 مجهول هم داریم: (V_B, V_C, V_D, V_E)

مثال (حل تمرین 2.17 صفحه 21)



$$A: \frac{1}{6}(V_A-V_B)+\frac{1}{12}(V_A-V_C)+\frac{1}{3}(V_A-V_D)=0$$

$$D: \frac{1}{3}(V_D-V_A)+\frac{1}{5}(V_D-0)=0$$

اگر در شاخه ای منبع باشد نمی توانیم از روش فوق استفاده کنیم زیرا روش فوق فقط برای شاخه هایی که دارای مقاومت هستند

$$B: V_B=30\ V \qquad C: V_C=-24\ V$$

پس:

اگر E اضافه شود:

$$V_B=V_E+30 \qquad B,E: (V_B-V_A)\times\frac{1}{6}+(V_E-0)\times\frac{1}{10}=0$$

(در این روش اگر در شاخه ای منبع ولتاژی سری بود بهتر آن را به منبع جریان تبدیل کنیم)

اگر فرض کنیم در مثال بالا در شاخه وسطی یک منبع جریان معادل با یک منبع ولتاژ و مقاومت سری بود گذاریم:

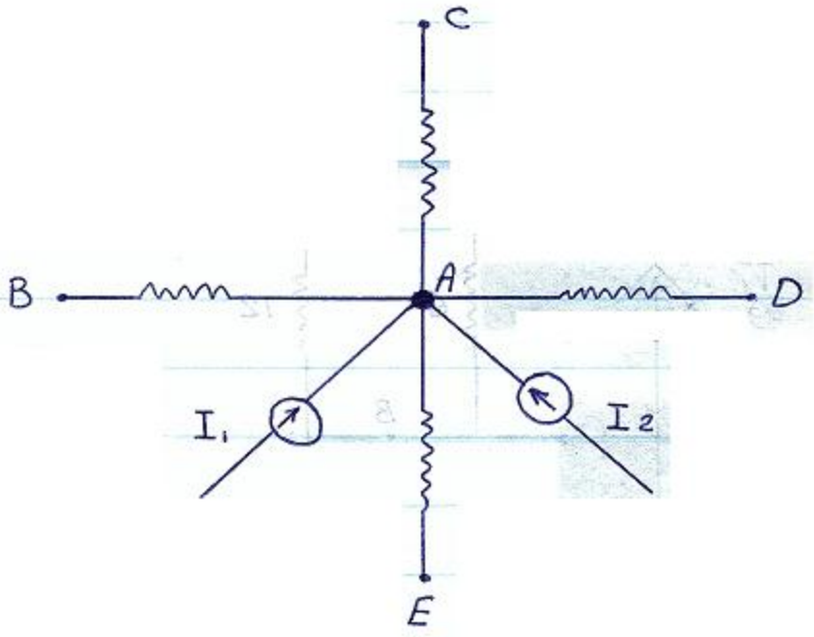
$$\frac{1}{6}(V_A-V_B)+\frac{1}{12}(V_A-V_C)+\frac{1}{3}(V_A-V_D)-I_1=0$$

$$\frac{1}{6}(V_A-V_B)+\frac{1}{12}(V_A-V_C)+\frac{1}{3}(V_A-V_D)=I_1$$

فرمول کلی:

$$G_{AB}(V_A-V_B)+G_{AC}(V_A-V_C)+G_{AD}(V_A-V_D)=\Sigma I_A$$

روش گره -



* فرض می‌شود که منبع ولتاژ نداریم و یا - به منبع جریان - تبدیل شده است.

* $I_{AC} + I_{AB} + I_{AD} + I_{AE} - I_1 - I_2 = 0$

$$G_{AC}(V_A - V_C) + G_{AB}(V_A - V_B) + G_{AE}(V_A - V_E)$$

$$= I_1 + I_2 - G_{AD}(V_A - V_D)$$

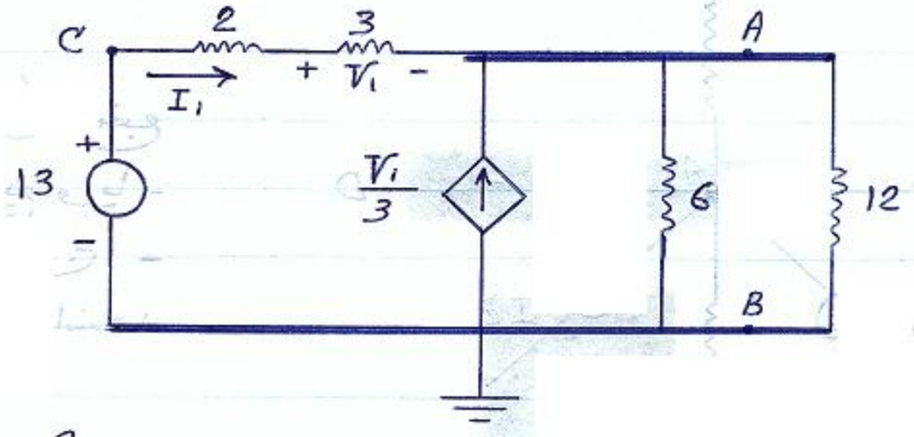
$$\underbrace{(G_{AC} + G_{AB} + G_{AE} + G_{AD})}_{G_{AA}} V_A - G_{AB} V_B -$$

$$G_{AC} V_C - G_{AE} V_E - G_{AD} V_D = \bar{Z} I$$

$$G_{AA} V_A - G_{AB} \cdot V_B - G_{AC} V_C - G_{AE} V_E - G_{AD} V_D = \bar{Z} I$$

* همواره n گره داریم که n معادله می‌دهد و n مجهول ما یافت می‌شود.

تمرین 2.31 -



$$\begin{cases} V_A = ? \\ V_C = 13\ V \end{cases}$$

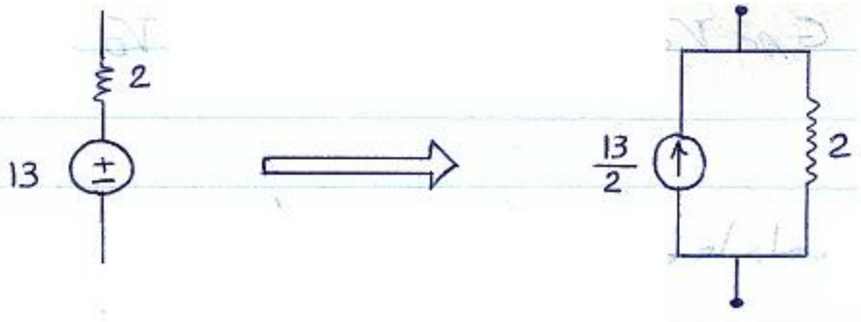
روش 1 -

$$\frac{1}{12}(V_A - 0) + \frac{1}{6}(V_A - 0) - \frac{V_1}{3} + \frac{1}{5}(V_A - 13) = 0 \quad (I)$$

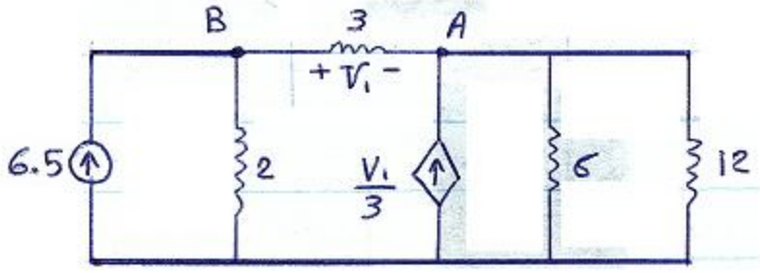
* رابطه دیگری باید از منبع جریان بدست آورد تا مجهولات V_A و V_1 بدست آید:

$$V_1 = 3 \times I_1 = 3 \times \left(\frac{V_C - V_A}{5}\right) = \frac{3}{5}(13 - V_A) \quad (II)$$

روش 2 -



* ابتدا منبع ولتاژ را که با مقاومت 2Ω سری است به منبع جریان تبدیل می کنیم. (مقاومت 3Ω را در نظر نگرفتیم چون ولتاژ دوسر آن V_1 است که ما در جای دیگر نیاز داریم).

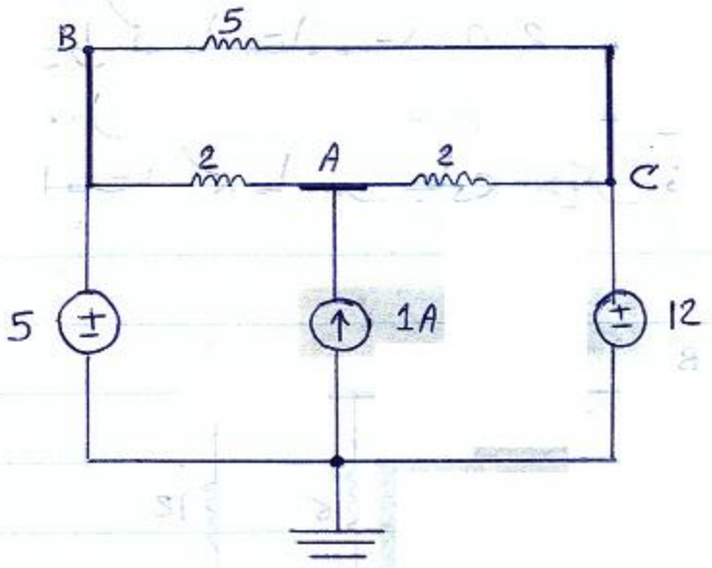


$$A: \begin{cases} G_{AA} V_A - G_{AB} V_B = \bar{I} I_A \\ G_{BB} V_B - G_{BA} V_A = \bar{I} I_B \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right) V_A - \frac{1}{3} V_B = \frac{V_1}{3} & \text{(I)} \\ \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) V_B - \frac{1}{3} V_A = 6.5 & \text{(II)} \\ V_1 = V_B - V_A & \text{(III)} \end{cases}$$

* منبع ولتاژ را وقتی می توان به منبع جریان تبدیل کرد که یک مقاومت با آن سری باشد. در غیر این صورت یا اندوش گره نمی توان حل کرد یا باید ترفندی بکار برد.

مثال -

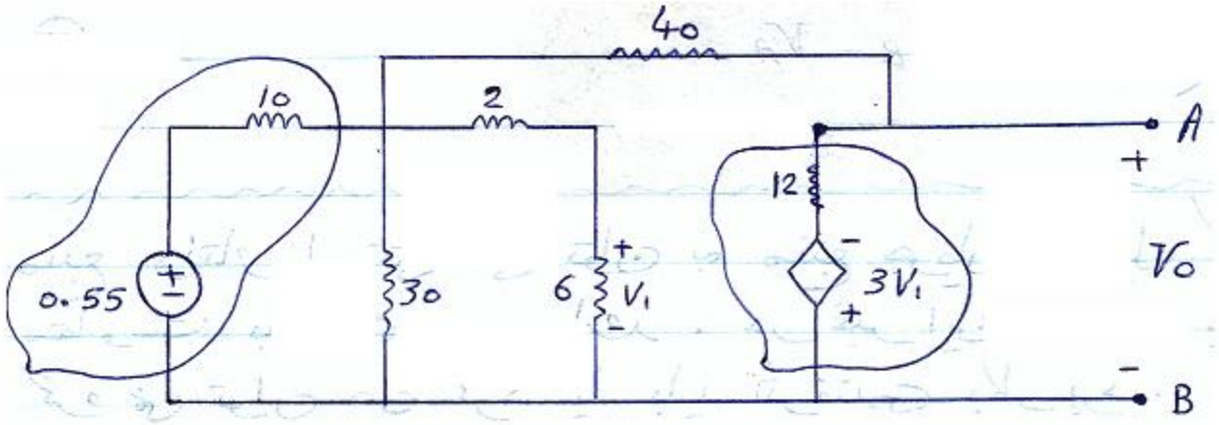


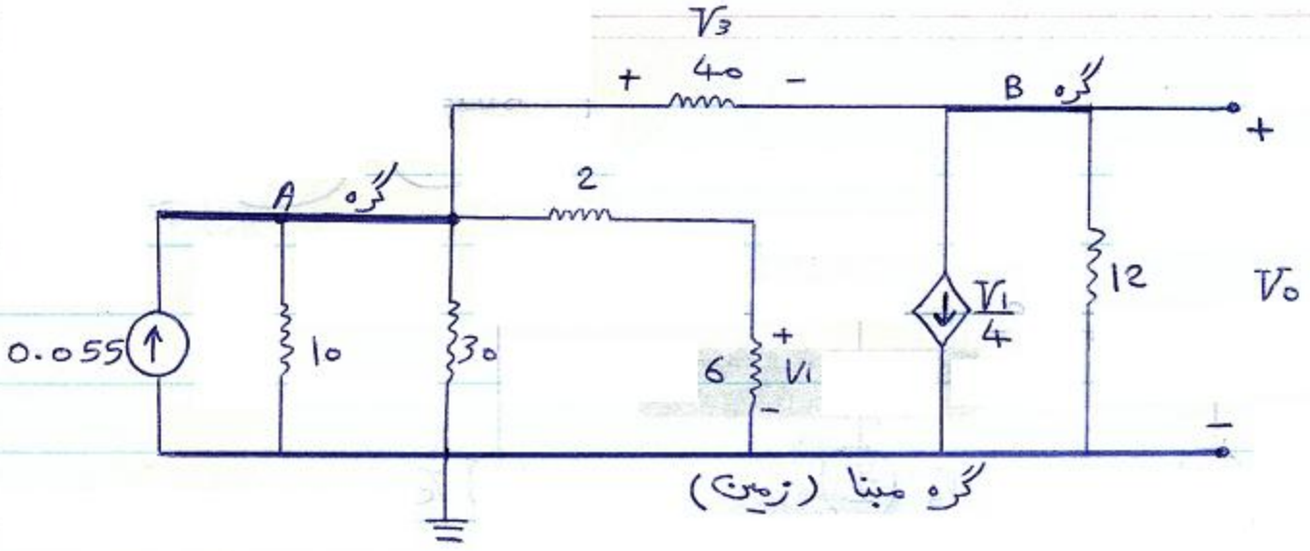
$$G_{AC}(V_A - V_C) + G_{AB}(V_A - V_B) - 1A = 0$$

$$\frac{1}{2}(V_A - 12) + \frac{1}{2}(V_A - 5) = 1 \longrightarrow$$

(V_A بدست می‌آید)

تمرین 2-36 -





$$G_{AA} V_A - G_{AB} V_B = \Sigma I_A$$
$$G_{BB} V_B - G_{BA} V_A = \Sigma I_B$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{8} + \frac{1}{40}\right) V_A - \frac{1}{40} V_B = 0.055 & (I) \\ \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{40}\right) V_B - \frac{1}{40} V_A = -\frac{1}{4} V_1 & (II) \end{cases}$$

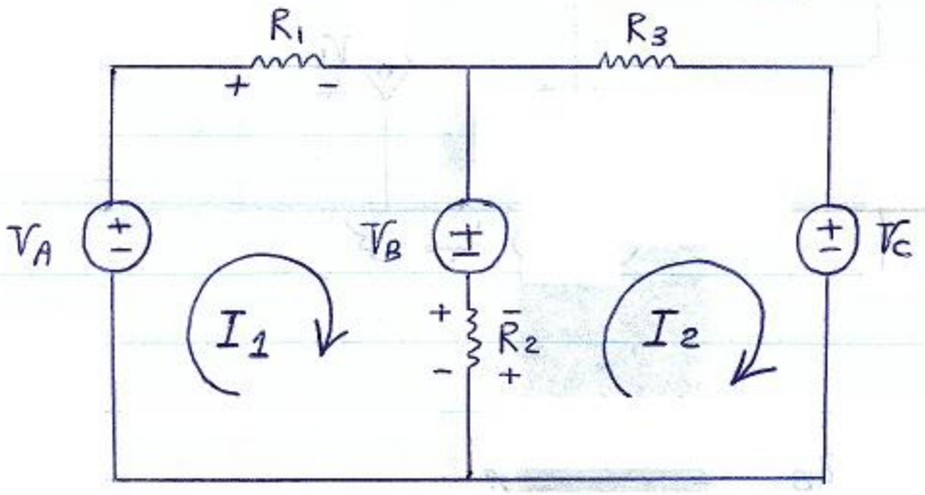
$$\begin{cases} V_1 = 6 \times I_1 \\ I_1 = \frac{V_A}{8} \end{cases} \longrightarrow V_1 = \frac{6}{8} V_A \qquad (III)$$

* اگر مثلاً V_3 (ولتاژ دوسر مقاومت 40 اهمی) را بخواهیم می نویسیم:

* $V_3 = V_A - V_B$

(V_A و V_B هم بدست آمده)

روش تحلیل حلقه



* در هر حلقه از نقطه ای شروع کرده و در جهت حلقه پیش می رویم :

① : $-V_A + R_1 I_1 + V_B + R_2 (I_1 - I_2) = 0$

② : $R_2 (I_2 - I_1) - V_B + R_3 I_2 + V_C = 0$

⟶ (I_1 و I_2 را می یابیم)

* یعنی تعداد حلقه های مستقل را می یابیم و به هر یک جریانی در جهت دلخواه نسبت می دهیم و سپس برای هر حلقه (KVL) را می نویسیم . سایر پارامترها را از روی I_1 و I_2 می یابیم .

رابطه کلی :

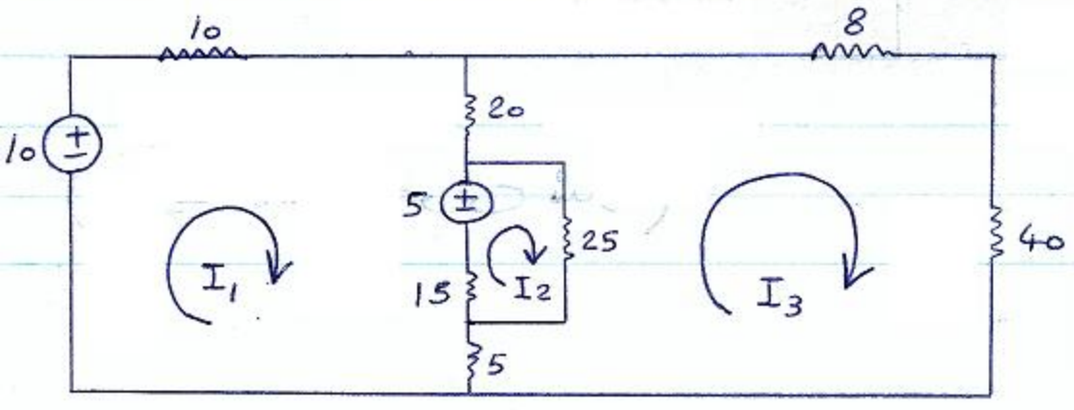
$$\begin{cases} R_{11} I_1 \pm R_{12} I_2 \pm R_{13} I_3 \pm \dots = \sum V_1 & \text{حلقه ①} \\ R_{22} I_2 \pm R_{21} I_1 \pm R_{23} I_3 \pm \dots = \sum V_2 & \text{حلقه ②} \end{cases}$$

R_{12} ↓ یعنی مقاومت مشترک بین حلقه 1 و 2

* مثلاً در شکل قبل اگر جهت I_1 (↻) و جهت I_2 (↻) باشد :

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) I_1 + R_2 I_2 = V_A - V_B \\ (R_3 + R_2) I_2 + R_2 I_1 = V_C - V_B \end{cases}$$

مثال -

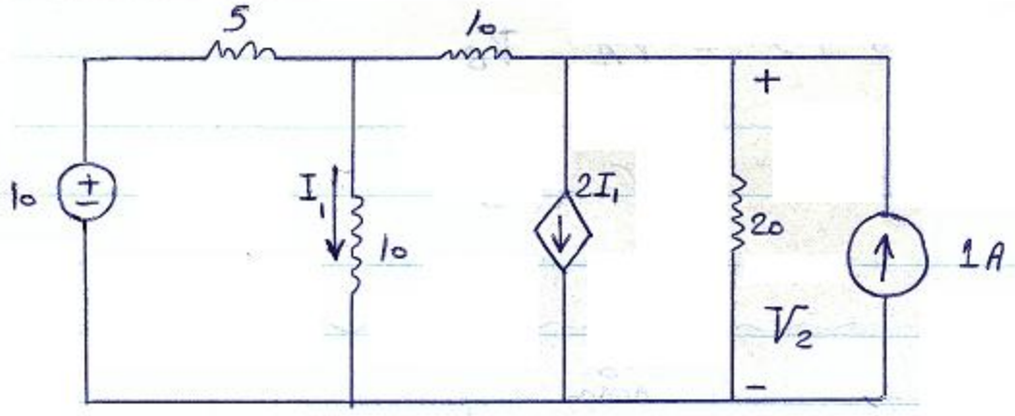


$$\begin{cases} R_{11} I_1 \pm R_{12} I_2 \pm R_{13} I_3 = \bar{\Sigma} V_1 \\ R_{22} I_2 \pm R_{21} I_1 \pm R_{23} I_3 = \bar{\Sigma} V_2 \\ R_{33} I_3 \pm R_{31} I_1 \pm R_{32} I_2 = \bar{\Sigma} V_3 \end{cases}$$

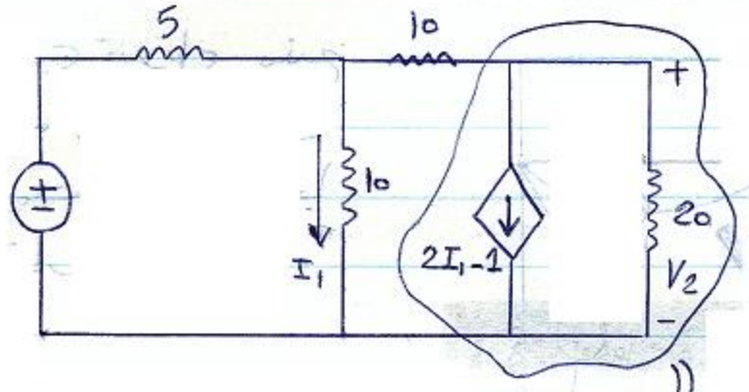
$$\begin{cases} (10+20+15+5)\, I_1 - 5 I_2 - (20+5) I_3 = 10 - 5 \quad ① \\ (15+25) I_2 - 15 I_1 - 25 I_3 = 5 \quad ② \\ (8+40+5+25+20) I_3 - (20+5) I_1 - 25 I_2 = 0 \quad ③ \end{cases}$$

* در روش حلقه اگر منبع جریان داشته باشیم به منبع ولتاژ تبدیل می کنیم.

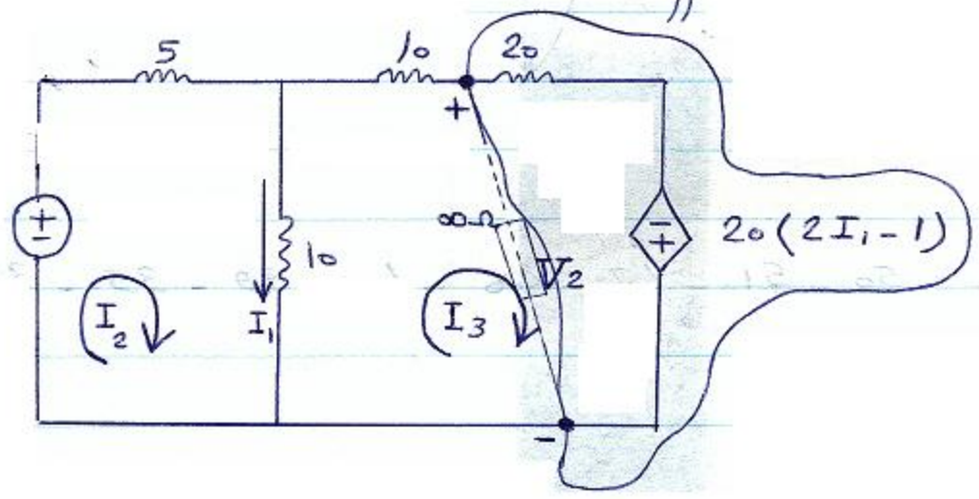
تمرین 2-38 -



(صورت مسئله عوض شده)



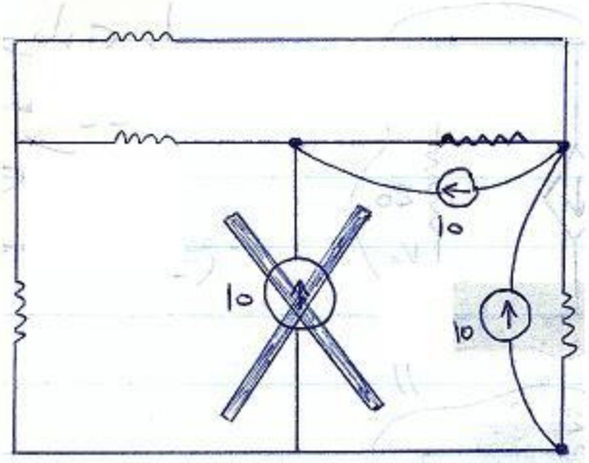
دو منبع جریان را تبدیل به یکی کردیم چون یک مقاومت موازی داریم.



$$\begin{cases} (15)\ I_2 - 10\ I_3 = 10 & \text{(I)} \\ (40)\ I_3 - 10\ I_2 = +20\ (2I_1 - 1) & \text{(II)} \\ I_1 = I_2 - I_3 & \text{(III)} \end{cases}$$

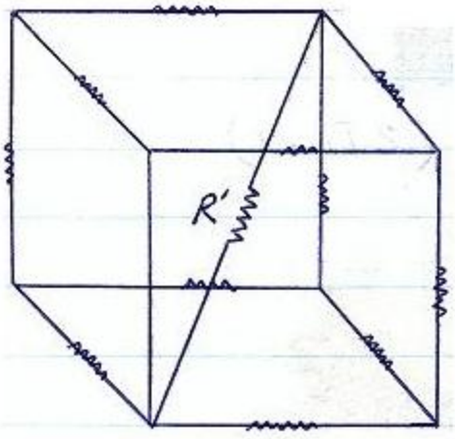
* $10\ (I_3 - I_2) + 10\ I_3 + V_2 = 0 \rightarrow$ V_2

* یعنی برای یافتن V_2 همسنگ آن را در مدار آخری یافته و بین دو نقطه + و - یک عنصر فرضی $\infty\Omega$ در نظر می‌گیریم و KVL را می‌نویسیم.



* ملک برای تبدیل منبع جریان به ولتاژ و حتی که مقاومت موازی با آن ندارید.

2 - 32 - 35 - 39 - 40 - 46 - 47 - 51 - 50



هاR = 1 Ω

R' = ?

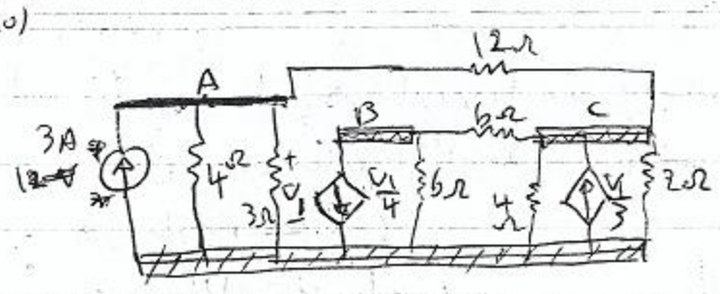
فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه آموزشی درس مبانی مهندسی برق (۱) آقای مهندس عبداله زاده
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران – دانشکده فنی (۱۳۷۲)

39 a

10) مبانی برق I

حل تمرین 2.32



$$G_{AA}V_A - G_{AB}V_B - G_{AC}V_C = \sum I_A \quad (1)$$
$$G_{BB}V_B - G_{BA}V_A - G_{BC}V_C = \sum I_B \quad (2)$$
$$G_{CB}V_C - G_{CA}V_A - G_{CB}V_B = \sum I_C \quad (3)$$

③: $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12})V_C - \frac{1}{6}V_B - \frac{1}{12}V_A = \frac{V_1}{3}$

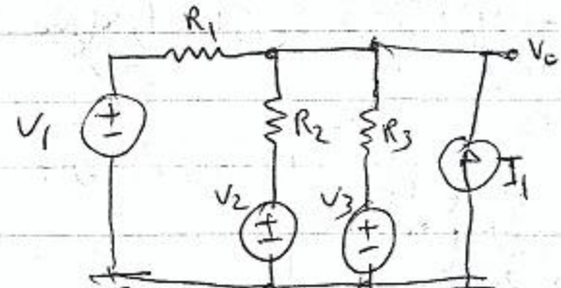
②: $(\frac{1}{6}+\frac{1}{6})V_B - \frac{1}{6}V_C - \frac{1}{12}V_A = -\frac{V_1}{4}$

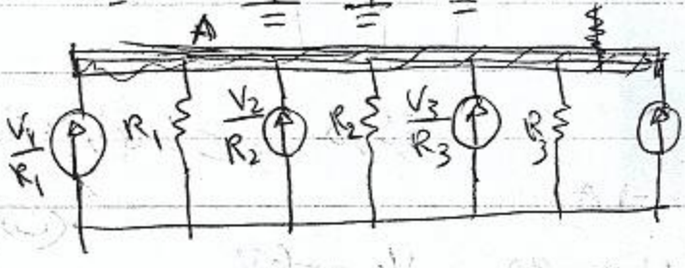
①: $(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12})V_A - \frac{1}{12}V_C = 3$

$V_1 = V_A$

اصل برهم نهی:

می خواهیم V_o را پیدا کنیم، بهترین کار آشتی منابع ولتاژ را با جریان تبدیل کنیم:

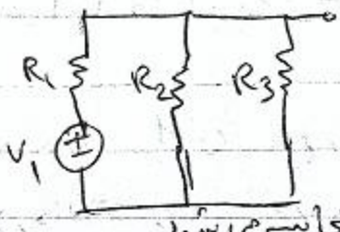




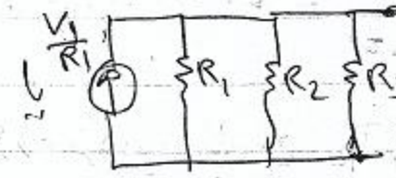
$$G_{AA}V_A = \sum I_A$$
$$(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})V_A = \frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}+\frac{V_3}{R_3}+I_1$$

$$V_o = V_A = \frac{\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}+\frac{V_3}{R_3}+I_1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

~~پس می توانیم در مدار اصلی~~ اگر در مدار اصلی، $I_1 = 0$ مرتبی باشد و همچنین $V_2 = V_3 = 0$ باشند و فقط V_1 داشته باشیم، داریم:



یا



$$V_o\big|_{V_1} = \frac{V_1/R_1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

یعنی مقدار V_o وقتی که فقط V_1 حاضر می شود

همین کار را برای منبع V_2 و V_3 و I_1 حساب می کنیم و داریم:

$$V_o\big|_{V_2} = \frac{\frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} \qquad V_o\big|_{V_3} = \frac{\frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} \qquad V_o\big|_{I_1} = \frac{I_1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

40 6

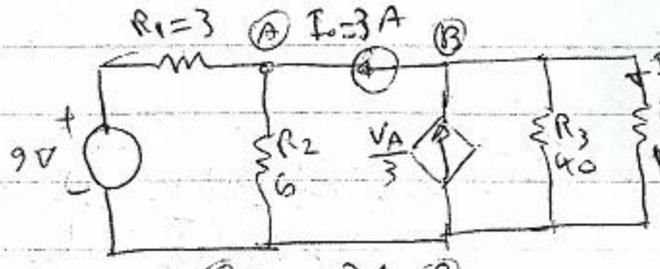
اصل برهمنی: پاسخ هر مدار در حالت کلی برابر است با مجموع سهم هریک از منابع درخروجی
(یعنی سهم منابع را تک تک حساب می کنیم و در نهایت همه سهم ها را با هم جمع می کنیم تا پاسخ کلی مدار به دست آید)

$$V_o = V_A = V_o\big|_{\bar{V}_1} + V_o\big|_{V_2} + V_o\big|_{V_3} + V_o\big|_{I_1}$$

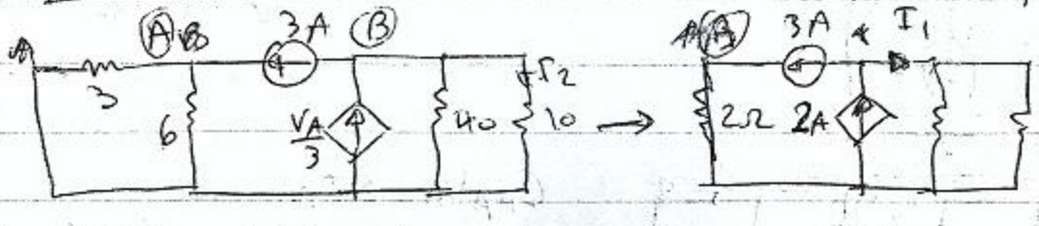
پس در مثال قبلی داریم:
(منابع جریان مثل اصل قوی نیستند)

پس نتیجه می گیریم که هریک از منابع در مدار اثر دارد و پاسخ کل مدار از جمع آثار تک تک منابع به دست می آید

مثال: در مدار زیر به روش برهمنی ای خواهیم I_2 را با استفاده از اصل برهمنی پیدا کنیم



ابتدا منبع ولتاژ 9V را مدار را صفر فرض می کنیم



$$\frac{3\times 6}{3+6} = 2$$

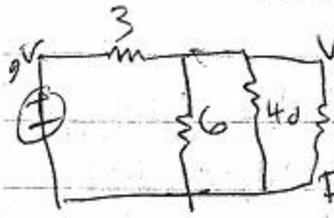
KCL را برای گره بالا مدار نوشته

$$-3+2-I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = -1A$$

(الف)

$$I_2 = \frac{R_3}{R_3+R_4} * I_1 = \frac{40}{40+10}(-1) = -0.8A \qquad V_A = -6V$$

حال منبع جریان را صفر کرده و منبع ولتاژ را صفر می کنیم



(ب)

$$V_A = \frac{6}{6+3}\times 9 = 6V \Rightarrow I_2\big|_{I_0=0} = 2\times\frac{40}{40+10} = 1.6A$$

$$I_2 = I_2\big|_{V_1=0} + I_2\big|_{I_0=0} = -0.8 + 1.6 = 0.8A$$

پس اثر I_2 را جمع می کنیم

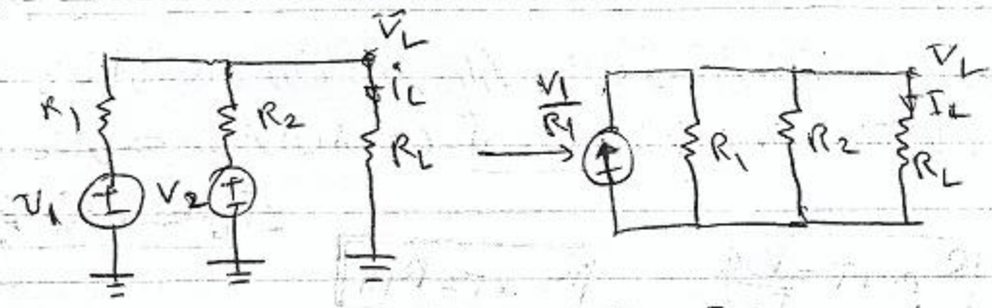
در حالت الف) منبع ولتاژ را صفر کردیم و پاسخ I_2 را به منبع جریان 3A پیدا کردیم
در حالت ب) منبع جریان را صفر کردیم و پاسخ I_2 را به منبع ولتاژ پیدا کردیم

41 C

11)

روش اول

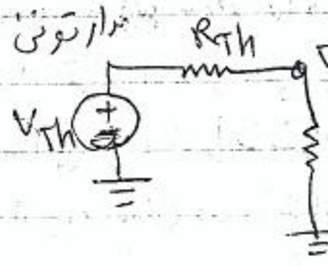
مدار معادل تونن را در مدار روبرو، V_L را از اصل برهمنی پیدا می‌کنیم



$$V_L\Big|_{V_1} = (R_1 \| R_2 \| R_L)\frac{V_1}{R_1} \qquad V_L\Big|_{V_2} = (R_1 \| R_2 \| R_L)\frac{V_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow V_L = (R_1 \| R_2 \| R_L)\left(\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}\right) \Rightarrow V_L = \frac{\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_1}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_L}}$$

مدار تونن



مدار دیگر را از نظری گیریم مطابق شکل، و V_L را پیدا می‌کنیم

$$\begin{cases} V_{Th} = \dfrac{\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} \\ R_{Th} = \dfrac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} \end{cases}$$

$$V_L = \frac{R_L}{R_L+R_{Th}}V_{Th} = \frac{R_L}{R_L+\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}} \cdot \frac{\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} = \cdots\cdots = \frac{\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_1}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_L}}$$

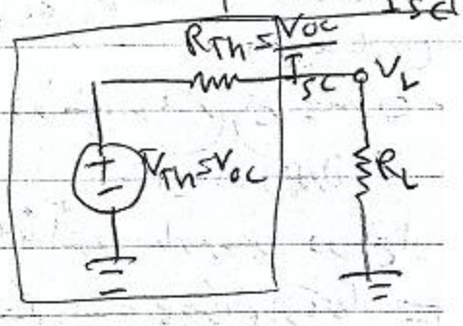
پس مشاهده می‌شود که V_L از هر دو محاسبه با هم برابر است پس مدار اول را به مدار تونن می‌توان تبدیل کرد

پس هر مداری که قابل تبدیل و معادل باشد مدار تونن مشابه آن است

قضیه تونن: هر مداری را می‌توان به مدار تونن تبدیل کرد و در این روش برای به دست آوردن V_{Th} هر مقاومتی که ولتاژ دو سر آن مقاومت را اندازه می‌گیرند: $\boxed{V_{oc}=V_{Th}}$ (دو سر مقاومت را باز در نظر می‌گیرند و با ولتمتر، دو سر آنرا اندازه می‌گیرند تا V_{oc} به دست آید)

برای به دست آوردن R_{Th} دو سر مقاومت مطالب مزبور را از مدار اتصال کوتاه می‌کنیم و جریان آنرا به دست می‌آوریم (I_{sc} به دست می‌آید) و سپس $\boxed{R_{Th}=\frac{V_{oc}}{I_{sc}}}$ می‌باشد

(جریان اتصال کوتاه را به دست می‌آوریم)



42 D

قضیه مدار معادل نورتن: هر مدار معادل یک مدار نورتن است (هر مدار معادل یا یک منبع جریان است که یک مقاومت موازی آن است) اگر در مدار نورتن، منبع ولتاژ را به منبع جریان تبدیل کنیم، مدار معادل نورتن به دست می آید

$$I_{norT} = I_{sc} \qquad R_{norT} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} \qquad R_{norT} = R_{Th}$$

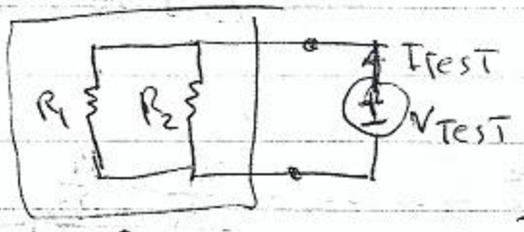
(R_{Th}) تونن معادل (R_n) نورتن است

برای محاسبه R_{Th} یا R_n بدون محاسبه I_{sc} و V_{oc} به طریق زیر عمل می کنیم،
همه منابع مدار را صفر فرض می کنیم یعنی یک منبع ولتاژ V_{TEST} را دو سر مدار قرار داده و سپس I_{TEST} عبور از مدار را اندازه میگیریم و در نهایت

$$R_{Th} = R_{norT} = \frac{V_{TEST}}{I_{TEST}}$$

(منابع وابسته را مثل تراشیم صفر کنیم)

مثلاً برای مثال صفحه قبل،

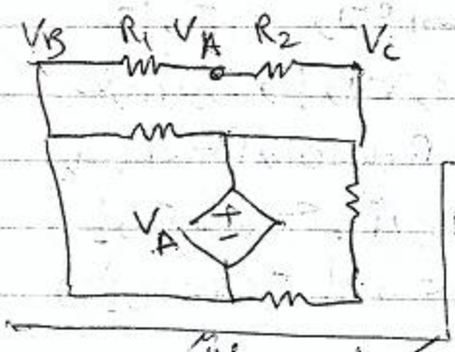


$$R_{Th} = R_{norT} = \frac{V_{TEST}}{I_{TEST}}$$

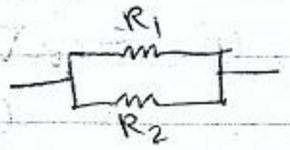
ساده کردن مدارات:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

در بعضی جاها نمی توان مقاومت را سری کرد (یعنی نمی توان مدار را ساده کرد)
مثلاً در مدار روبرو چون V_A مربوط به منبع وابسته، وابسته به ولتاژ دو سر A می باشد و نقطه A بین دو مقاومت R_1 و R_2 است پس نمی توان R_1 و R_2 را سری کرد (البته در این مورد سری هستند) زیرا ولتاژ V_A مربوط به منبع وابسته مجهول می شود (زیرا نقطه A از بین نمی رود)



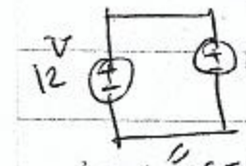
مگر آنکه V_A به نحوی مشخص باشد



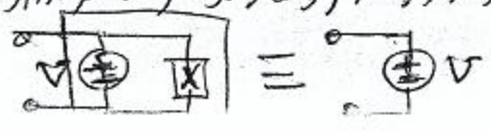
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

(غیر متساوی)

دو منبع ولتاژ غیر یکسان نمی توانند با هم موازی شوند زیرا عملاً غیر ممکن است مثلاً ایده آل (بدون مقاومت)



مثلاً اگر در مدار روبرو دو منبع ایده آل 12V و 6V با هم موازی شوند، مدار غیر ممکن است و ممکن است به هر کدام از آنها آسیبی برسد. اگر منبع ولتاژی با هر عنصر مداری (غیر از منابع ولتاژ دیگر) موازی شود، مانند آنست که آن منبع ولتاژ به طور تنهایی در مدار باشد (ولتاژ دو سر عناصر مدار نمی تواند در ولتاژ دو سر منبع ولتاژ تغییر/ایجاد کند)



43 E

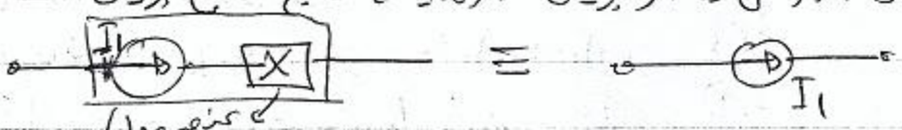
(12)

عبارتی برقی ۲

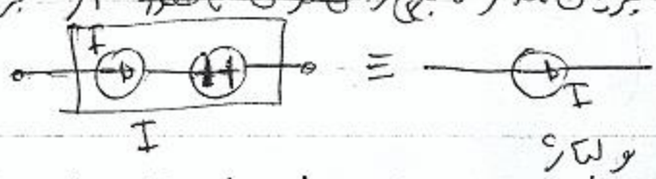
اگر منبع جریان سری با هر عنصر مدار دیگر باشد دو حالت دارد:

الف) یا آن عنصر مدار، یک منبع جریان دیگر است که در این صورت برای آنکه مدار ممکن و عملی باشد، این منبع جریان باید با منبع جریان اولی مساوی باشد (از نظر مقدار). در غیر این صورت سری کردن دو منبع جریان یکسان، غیر ممکن است و مدار غیر عملی و ناهمگن است.

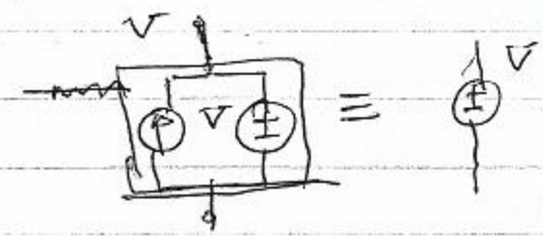
ب) در این حالت عنصر مدار می‌تواند هر عنصر دیگر (غیر از یک منبع جریان دیگر) باشد که در این صورت آن عنصر مدار تأثیری در جریان مدار نمی‌دهد و جریان مدار همیشه تابع منبع جریان است



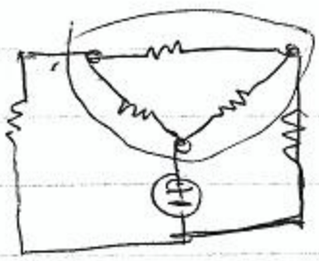
اگر منبع جریان و ولتاژ با هم سری باشند، جریان مدار تابعی از جریان منبع جریان است و کاری به منبع ولتاژ ندارد



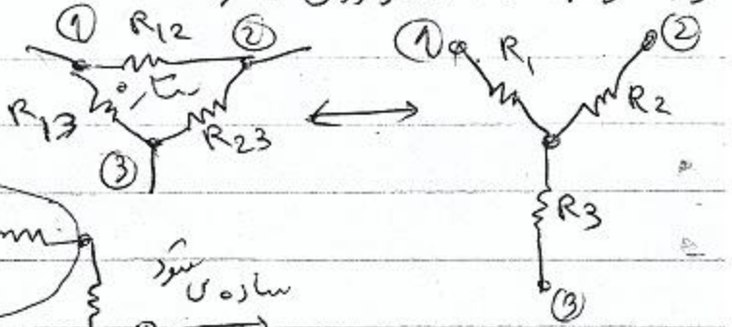
اگر منبع ولتاژ و جریان با هم موازی باشند، دو سر منبع جریان مدار، تابعی از ولتاژ منبع ولتاژ است و کاری به منبع جریان ندارد

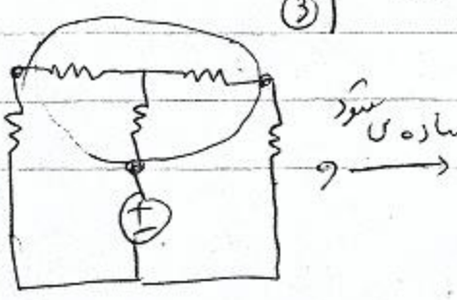


تبدیل ستاره به مثلث یا گره

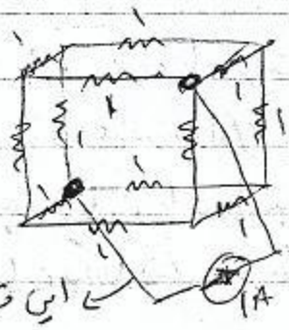


مدار روبرو را با استفاده از تحلیل حلقه و گره می‌توان حل کرد ولی نمی‌توان مدار روبرو را ساده کرد مگر با استفاده از روش ستاره مثلث





مثال: مقاومت معادل بین دو گره نشان داده شده را بیابید.

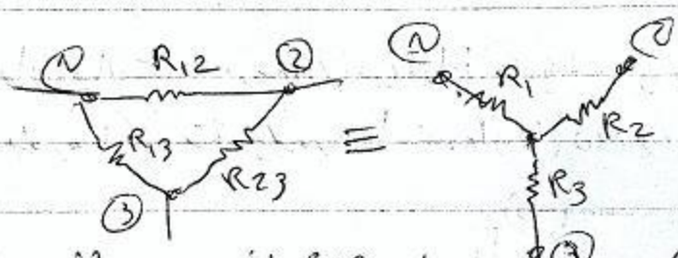


(مدار فوق از روش تحلیل گره و یا حلقه قابل حل است)
برای حل از روش گره، یک منبع جریان (1A) در دو سر مزبور قرار می‌دهیم و سپس از روش تحلیل گره مسئله را حل می‌کنیم

مدار این قسمت جزء مسئله نیست

فرمولهای روش ستاره - مثلث:

اگر اهم متری را بین دو سر ① و ② در مدار ستاره برنامه باید مقاومت حاصل معادل با مثلثی باشد که اهم متر را بین دو سر ① و ② هر کدام از دو سر مدار باید قرار باشد (دو سر ② و ③ و دو سر ① و ③)



در مدار مثلث برنامه و در مورد

2.54 حل شود

ستاره — مثلث

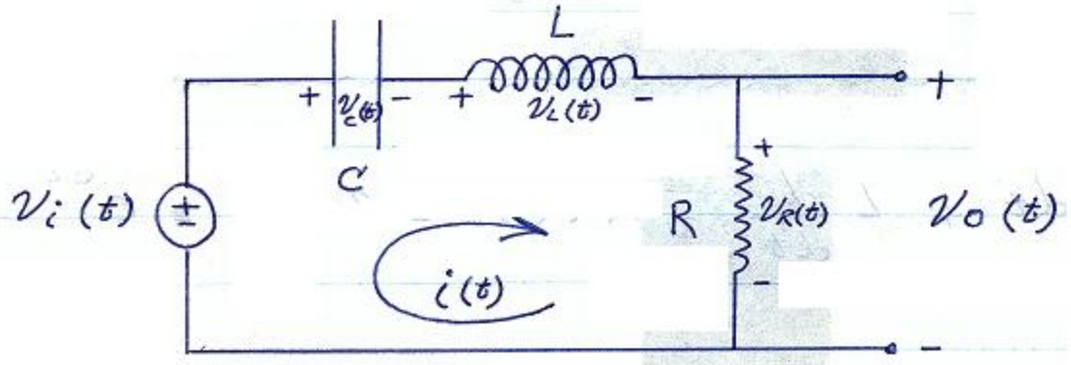
$$R_{13} \| (R_{12}+R_{23}) = R_1+R_3$$

$$R_{12} \| (R_{13}+R_{23}) = R_1+R_2$$

$$R_{23} \| (R_{13}+R_{12}) = R_2+R_3$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

پاسخ مدارات با تحریک متغیر وابسته به زمان (AC)



خازن : $i = C \frac{dv}{dt}$

سلف : $v = L \frac{di}{dt}$

مقاومت : $v = Ri$

$$-v_i(t) + v_c(t) + v_L(t) + v_R(t) = 0$$

$$\rightarrow \quad v_c(t) + v_L(t) + v_R(t) = v_i(t)$$

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad \rightarrow \quad v_c(t) = \frac{1}{C} \int i(t)\, dt$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{C} \int i(t)\, dt + L \frac{di}{dt} + R\, i(t) = v_i(t) \right)$$

* معمولاً درجه معادله دیفرانسیل تعداد عناصر ذخیره کننده انرژی است.

* ورودی e^{st} است
  - 1- ورودی DC $\quad S = 0$
  - 2- ورودی نمائی $\quad S = jw$

$$\frac{1}{C}\int i(t)\,dt + L\frac{di}{dt} + R\,i(t) = v_i(t) = e^{st}$$

جواب کامل = جواب خصوصی + جواب طبیعی

$$\frac{1}{C}\int i(t)\,dt + L\frac{di}{dt} + R\,i(t) = 0 \longrightarrow$$

* به فرض $i_1(t)$ و $i_2(t)$ دو جواب طبیعی (همگن) هستند.

* فرض می کنیم $i_0(t)$ جواب خاص (واداشته) معادله است:

$$i_0(t) + A\,i_1(t) + B\,i_2(t)\;v_i(t) = e^{st}$$

اگر: $v_i(t) = Ae^{st} \longrightarrow$ پاسخ مدار $= Be^{st}$

$$\frac{1}{C}\int i(t)\,dt + L\frac{di}{dt} + R\,i(t) = e^{st}$$

POWEREN.IR

* $i(t) = B e^{st}$

$$\int i(t)\,dt = \frac{B}{s} e^{st}$$

$$\frac{di}{dt} = Bs e^{st}$$

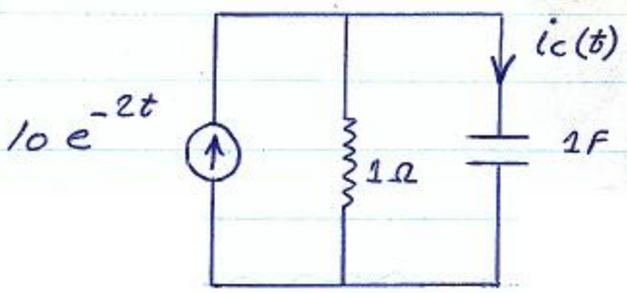
} در معادله قرار می دهیم

$$\frac{1}{cs}\underbrace{B e^{st}}_{i(t)} + LsB e^{st} + RB e^{st} = e^{st}$$

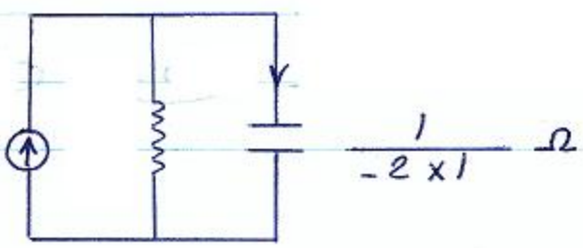
$$\frac{1}{cs} i(t) + Ls\, i(t) + R i(t) = e^{st}$$

* یعنی بجای خازها مقاومت $\frac{1}{cs}$ و بجای سلفها مقاومت Ls قرار می دهیم و آنها را عناصر اهمی فرض می کنیم.

مثال ص48 -



$S = -2$ →



$$i_c(t) = 10e^{-2t} \times \frac{1}{1 + \frac{1}{-2}} = 10e^{-2t} \times \frac{1}{0.5}$$

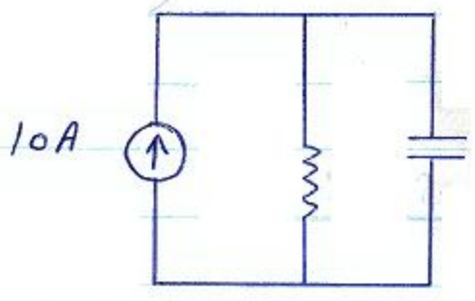
$$= 20e^{-2t}$$

$$i(t) = I e^{st}$$

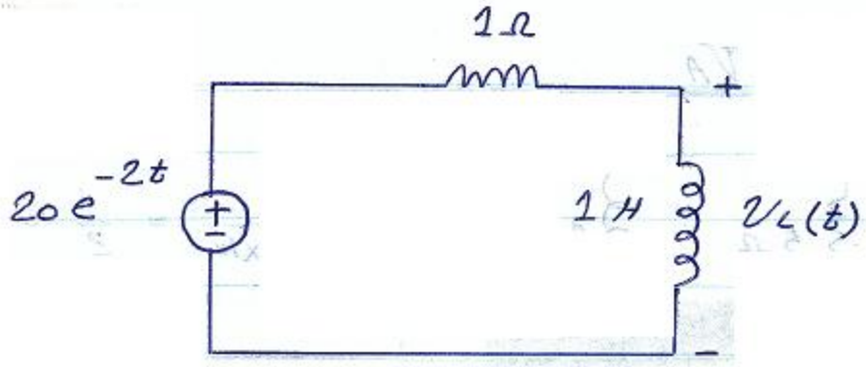
$$\frac{1}{cs} I e^{st} + LsI e^{st} + RI e^{st} = e^{st}$$

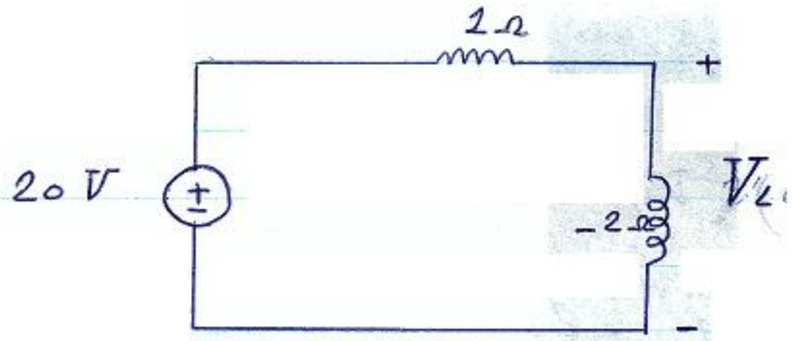
$$\frac{1}{cs} I + LsI + RI = 1$$

چون منبع را هم منبع DC می کنیم . در مثال قبل :



مثال ص ۱۱۵ -

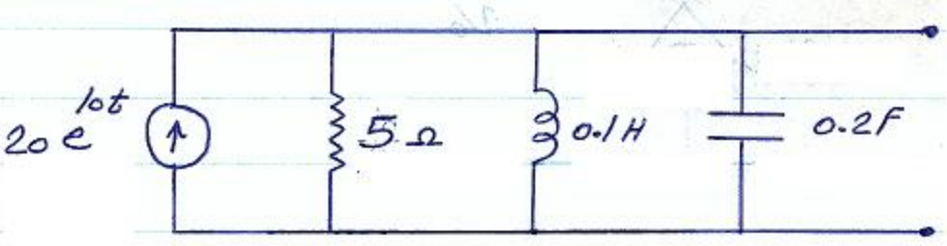


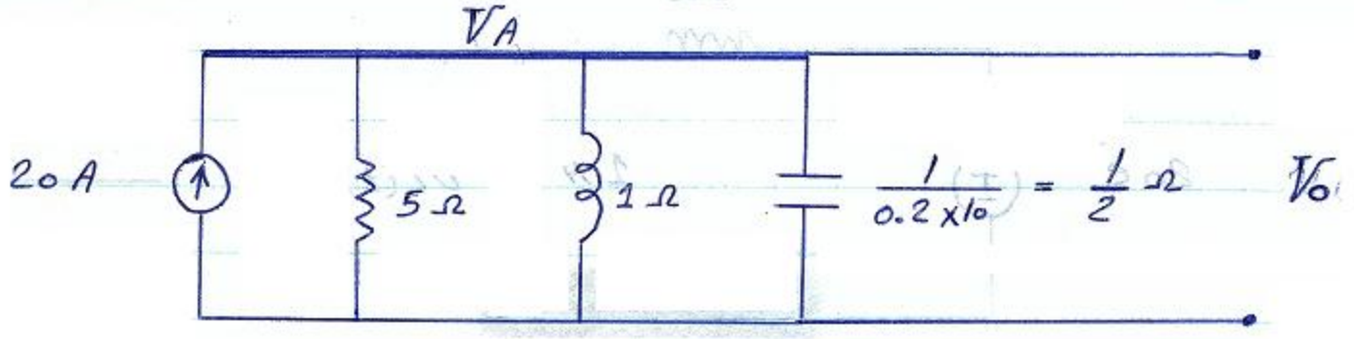


$$V_L = \frac{-2}{1+(-2)} \times 20 = 40\ V$$

$$v_L(t) = V_L\, e^{-2t} = 40e^{-2t}$$

مثال -





روش گره -

$$G_{AA} V_A = \Sigma I_A$$

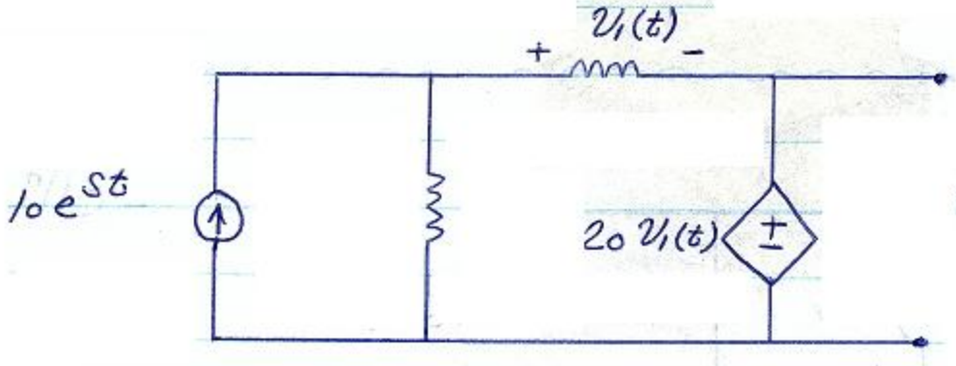
$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1/2}\right) V_A = 20$$

$$(0.2 + 1 + 2) \quad V_A = 20$$

$$V_A = \frac{25}{4}$$

$$v_o(t) = \frac{25}{4} e^{10t}$$

مثال -



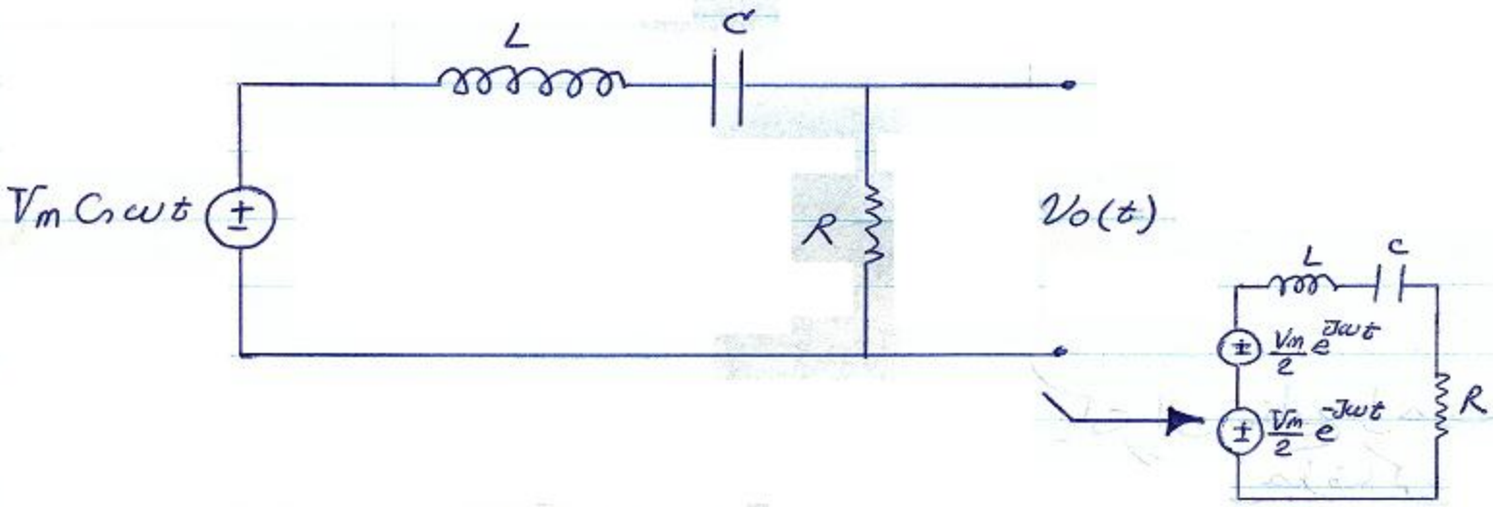
$$v_1(t) = V_1 e^{st}$$

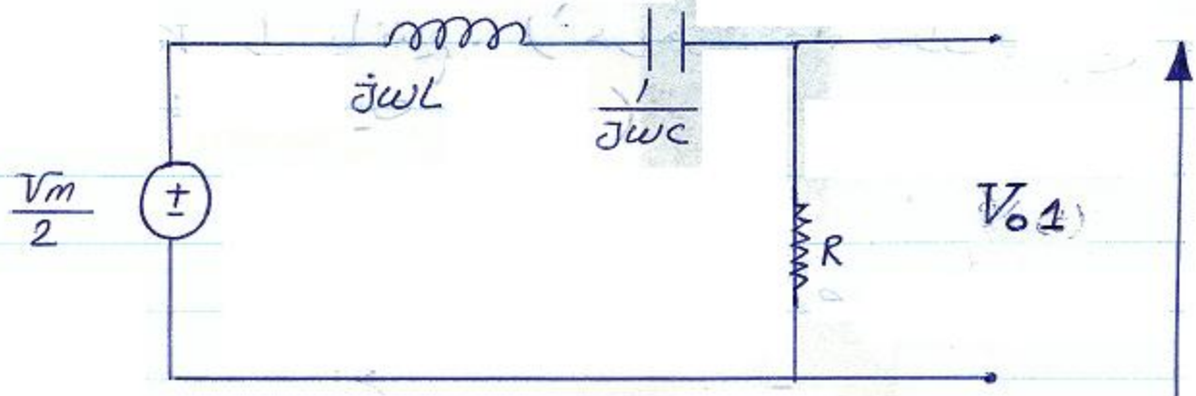
$$20\, v_1(t) = 20 \times V_1 \times e^{st}$$

برای منبع وابسته

⟶ راه حل عادی

استفاده از توابع نمائی Ae^{St} در حل مدارات متناوب (سینوسی)

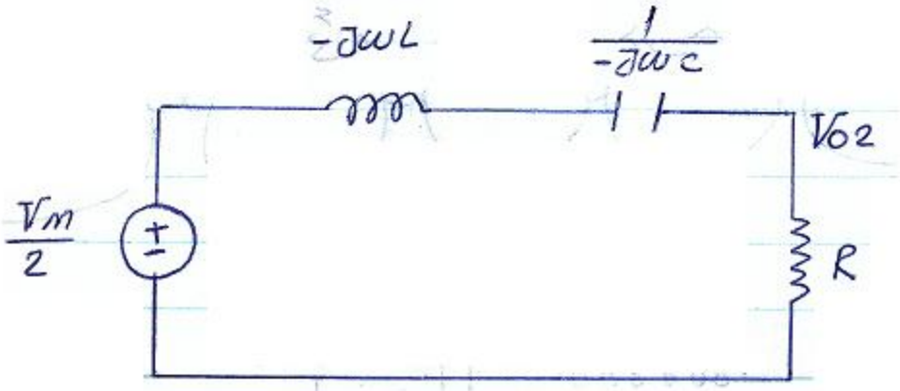




(1)

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} e^{j\omega t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega t}$$

$$V_{o1} = f\left(\frac{V_m}{2}, j\omega\right)$$



②

$$V_{o2} = f\left(\frac{V_m}{2} \text{ ، } -Jw\right)$$

* یعنی به روش superposition اوّل یکی از منابع را حذف کردیم و V_{o1} را یافتیم و سپس منبع دیگر را حذف کردیم و V_{o2} را یافتیم. (در هر مرحله مدار با منبع نهائی را به منبع DC تبدیل کردیم).

$$\begin{cases} v_{o1}(t) = V_{o1}\, e^{Jwt} \\ v_{o2}(t) = V_{o2}\, e^{-Jwt} \end{cases} \longrightarrow$$

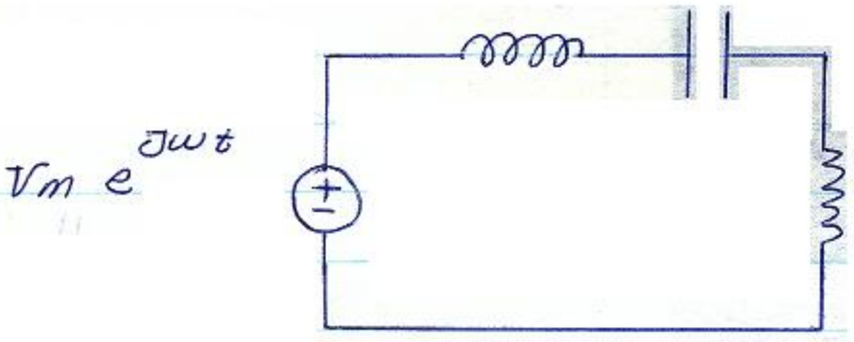
$$v_o(t) = \underbrace{f\left(\frac{V_m}{2}, Jw\right) e^{Jwt}} + \underbrace{f\left(\frac{V_m}{2}, -Jw\right) e^{-Jwt}}$$

$$(Real + J\,Imagge) + (Real + J\,Imagge)$$

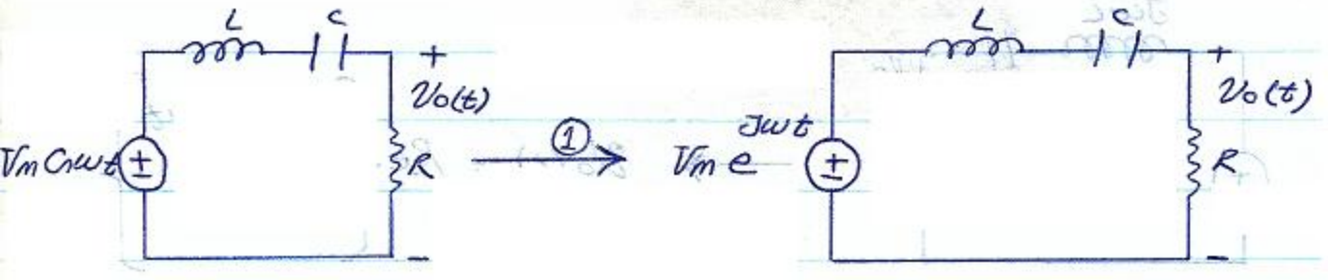
(Image) دو عبارت قرینه است و حذف می شود و (Real) دو عبارت برابر است :

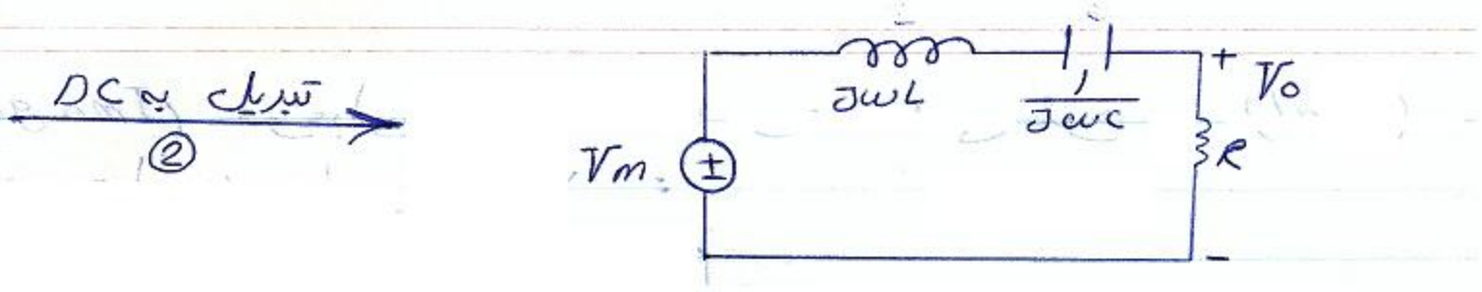
$$V_o(t) = 2\,Real\left\{V_{o1}\,e^{jwt}\right\}$$

* یعنی کافیست پاسخ مدار را به منبع بالائی یافته و (Real) آن را دو برابر کنیم، یا به عبارتی منبع را از اوّل ضرب در 2 کنیم و پاسخ که بدست آمد (Real) آن را دو برابر می کنیم.



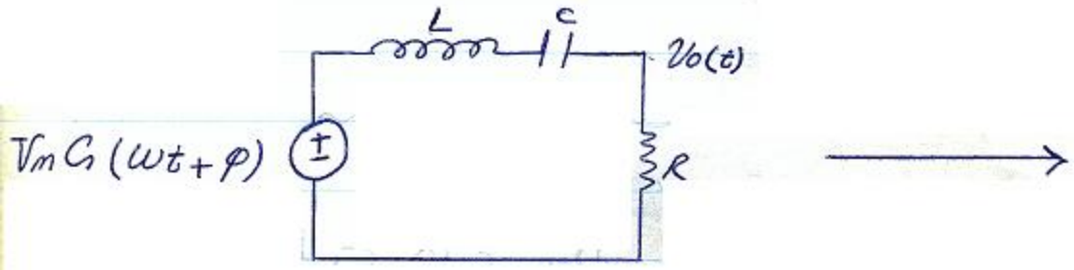
* پس برای حل مدار کسینوسی :

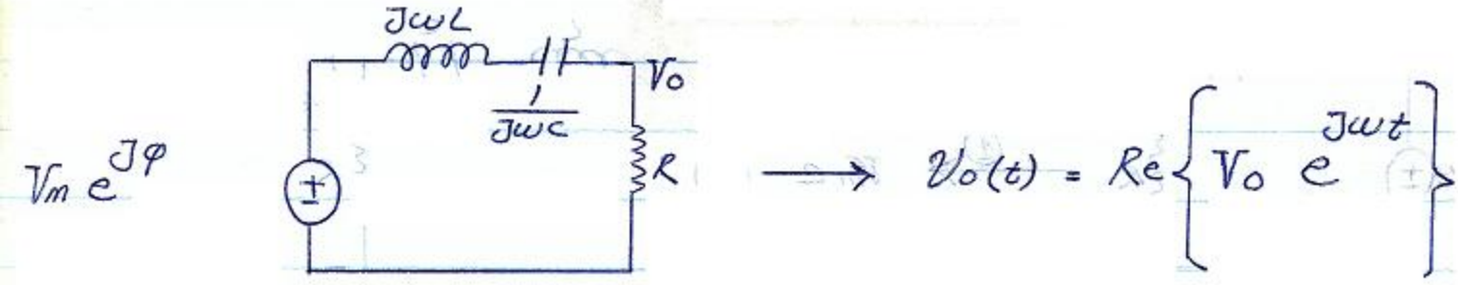




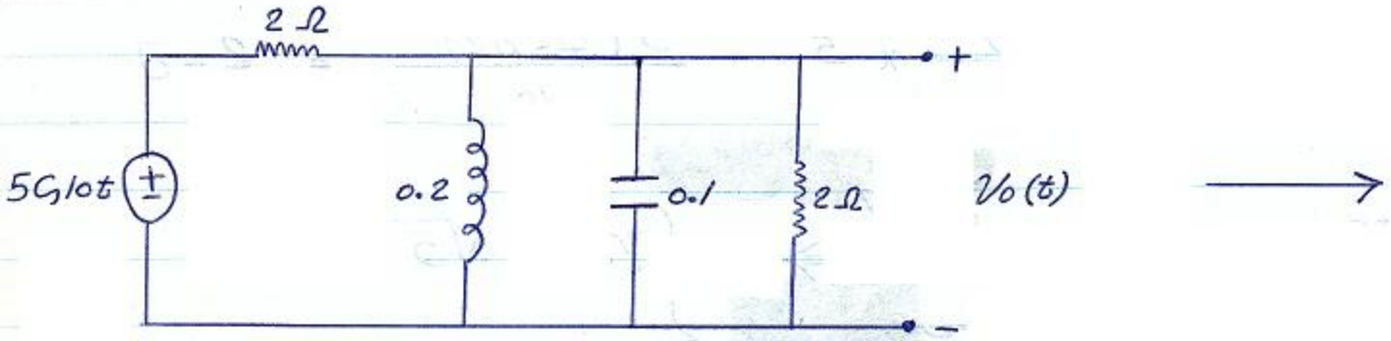
* واضح است که عمل ① اضافی است و می توان مستقیماً از مدار اوّل تبدیل به DC نمود و سپس Real گرفت.

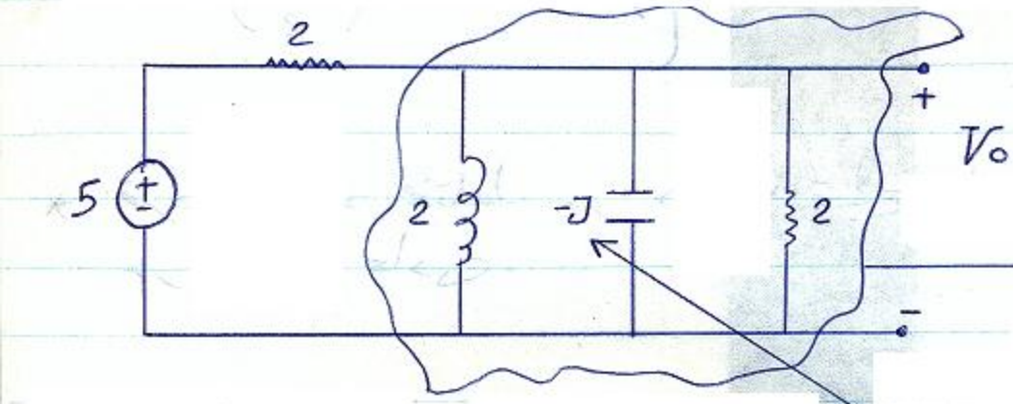
حالت کلی :





مثال -

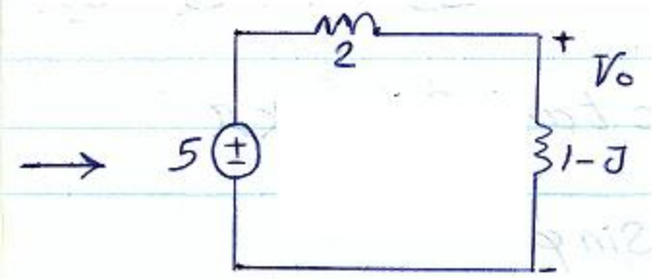




مقاومتها موازی

$$* \quad \frac{1}{10J \times \frac{1}{10}} = \frac{1}{J} = \frac{J}{J^2} = \frac{J}{-1} = -J$$

$$\begin{cases} \frac{1}{Zeq} = \frac{1}{J^2} + \frac{1}{-J} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}J + J = \frac{1}{2} + J\frac{1}{2} \\ Zeq = \frac{(\frac{1}{2} - J\frac{1}{2})}{(\frac{1}{2} + J\frac{1}{2})(\frac{1}{2} - J\frac{1}{2})} = \frac{\frac{1}{2} - J\frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = 1 - J \end{cases}$$



$$V_o = \frac{1-J}{2+1-J} \times 5 = \frac{1-J}{3-J} \times 5$$

$$= \frac{(1-J)(3+J)}{9+1} \times 5 = \frac{5(4-J2)}{10} = 2-J$$

$$V_o = 2-J \xrightarrow{re^{J\phi}} \begin{cases} V_o = \sqrt{5}\, e^{J\phi} \\ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) \end{cases}$$

قدر مطلق

* ضرب اعداد مختلط در حالت قطبی راحتتر است و جمع آنها در حالت عادی.

$$v_o(t) = Re\left\{V_o\, e^{J\omega t}\right\} = Re\left\{\sqrt{5}\, e^{J\varphi} \times e^{J\omega t}\right\}$$

$$= Re\left\{\sqrt{5} \times e^{J(\omega t+\varphi)}\right\} = \sqrt{5}\cos\left(10t + \arctan\left(\frac{-1}{2}\right)\right)$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

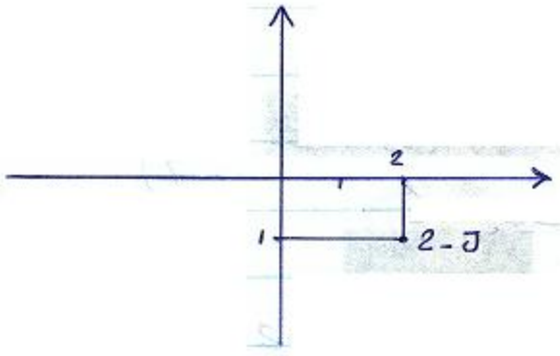
تبدیل قطبی $\leftrightarrow$ کارتی : $(A + JB = re^{J\varphi})$

$$r = \sqrt{A^2 + B^2} \qquad \varphi = \text{Arc}\tan\frac{B}{A} + K\pi$$

$$a = r\cos\varphi \qquad b = r\sin\varphi$$

* $\phi = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + K\pi = -26.5^\circ + K\pi$

مثلاً :



که چون 26.5° خودش در ربع چهارم است پس $K=0$ است.
و $\phi = -26.5^\circ$

---

* راکتانس : در حالت دائمی سینوسی کمیت ωL و $\frac{-1}{\omega C}$ را - راکتانس یا مقاومت ظاهری می نامند. (Ω)

* سوسپتانس : $\frac{1}{\omega L}$ - و ωC را سوسپتانس (هدایت ظاهری) گویند. (U) مهو

* در تحلیل گره از هدایت و در تحلیل حلقه از مقاومت استفاده می کنیم.

مقدار مؤثر :

$i(t) = I_m \cos \omega t$

$$P(t) = i(t)\,V(t) = R\,[i(t)]^2$$

$$V(t) \downarrow (Ri(t))$$

$$(\text{توان مؤثر}) = \frac{1}{T}\int_{\text{یک پریود}} P(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{\text{یک پریود}} R\,[I_m \cos\omega t]^2\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_{\text{یک پریود}} \frac{RI_m^2}{2}\,[1+\cos 2\omega t]\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_T \frac{RI_m^2}{2}\,dt + \frac{1}{T}\int \frac{RI_m^2}{2}\cos 2\omega t\,dt = \frac{RI_m^2}{2}$$

$$\rightarrow \quad \text{توان متوسط} = \frac{RI_m^2}{2}$$

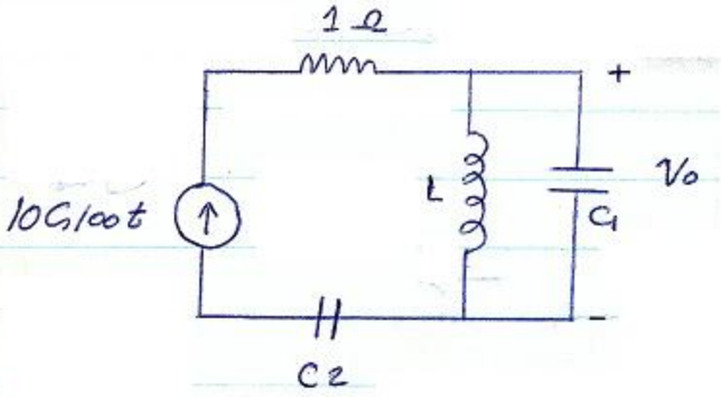
I_{eq} (DC) $\rightarrow$ $\rightarrow P = RI_{eq}^2$

$$I_{eq} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = I_{eff}$$

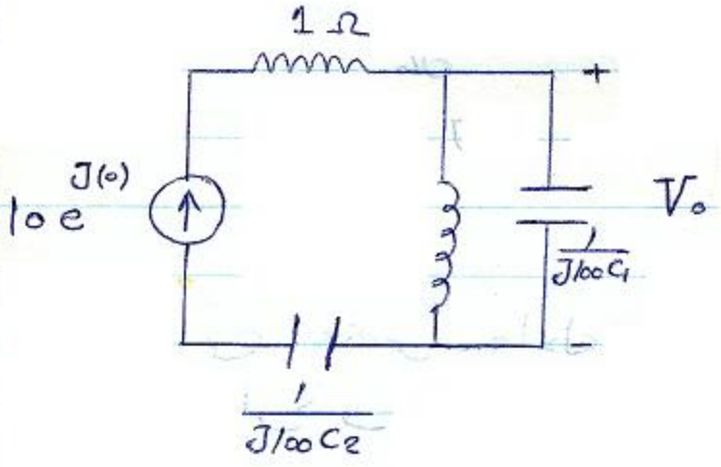
$$V_{eq} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = V_{eff}$$

$$P = \frac{1}{2} I_m^2 \times R = I_{eff}^2 \times R$$

مثال -



$$\begin{cases} \omega = 100 \\ \varphi = 0 \end{cases}$$

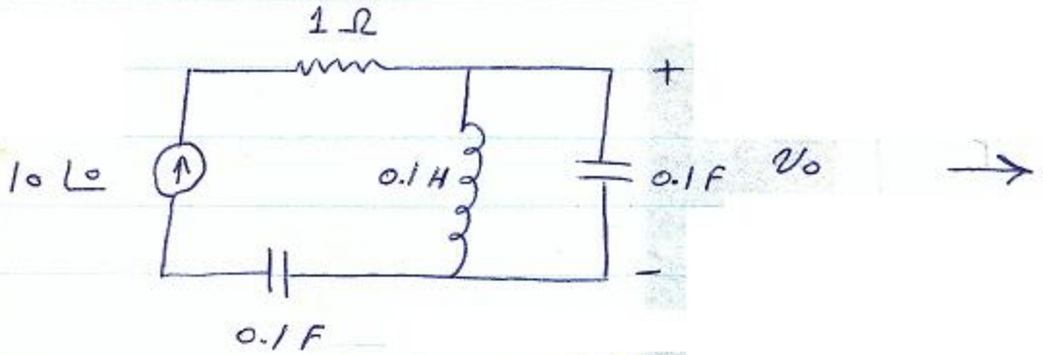


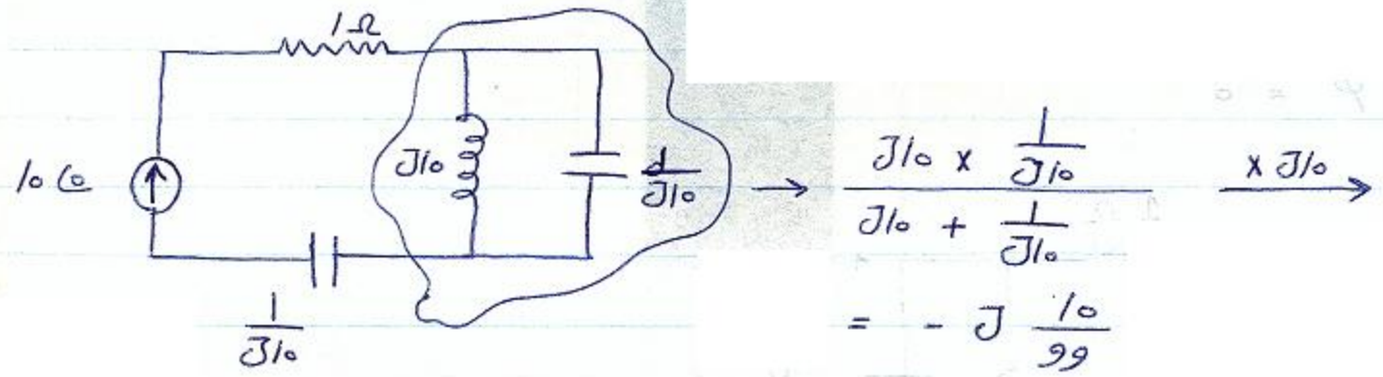
ما می توانیم منابع را به منابع DC با مقدار Max $\begin{cases} Ime^{J\varphi} \\ Vme^{J\varphi} \end{cases}$

و یا منابع DC با مقدار مؤثر $\begin{cases} Ieff\, e^{J\varphi} \\ Veff\, e^{J\varphi} \end{cases}$ تبدیل کنیم .

* عبارت $Ae^{j\varphi}$ را بصورت $A\angle\varphi^\circ$ نشان می دهند مثلاً $10\cos(\omega t+\varphi)$ می شود : $\frac{10}{\sqrt{2}}e^{j\varphi}$ و می شود $\frac{10}{\sqrt{2}}\angle\varphi^\circ$ که $A\angle\varphi$ را (فازور) گویند .

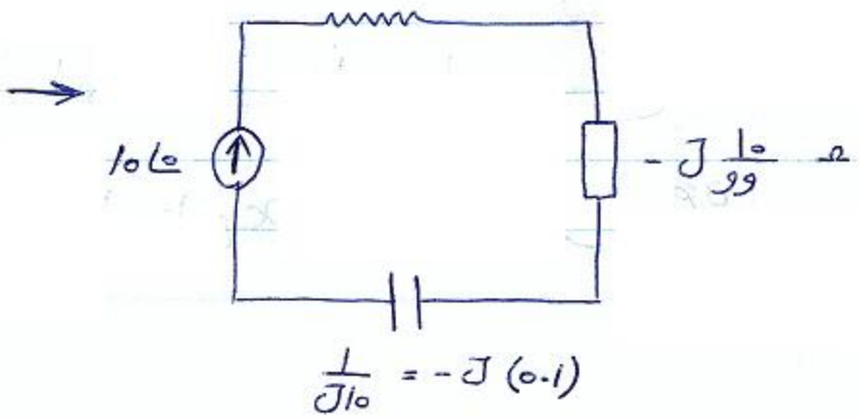
مثال -





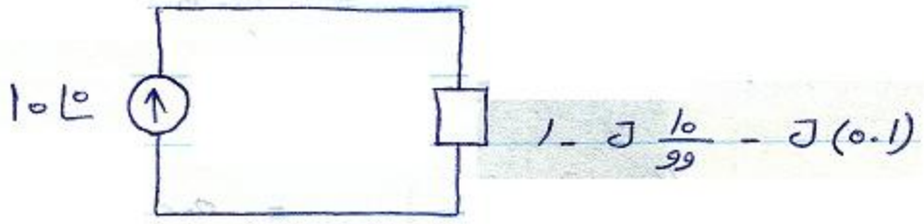
$$\frac{j10 \times \frac{1}{j10}}{j10+\frac{1}{j10}} = -j\frac{10}{99}$$

* چون این عنصر معادل دارای مقاومت منفی شده پس خاصیت خازنی دارد و باید با خازن سری شود .



$$Req = 1 - J\frac{10}{99} - J(0.1)$$

$$V_o = Req\, I = \left(1 - J\frac{10}{99} - J(0.1)\right)(10\angle 0^\circ)$$

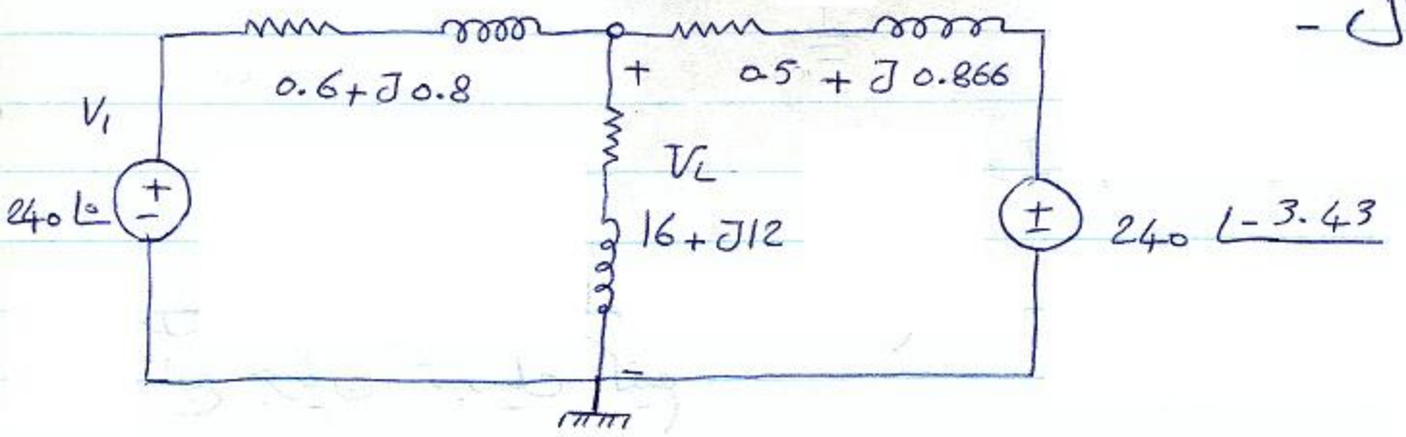


* ماشین حساب: 1 [r→P] 0.2 ⇒

$(1 - J0.2)$

نکته - $A\angle\varphi_1 \times B\angle\varphi_2 = AB\angle\varphi_1+\varphi_2$

مثال -



* تحلیل گره مناسب است :

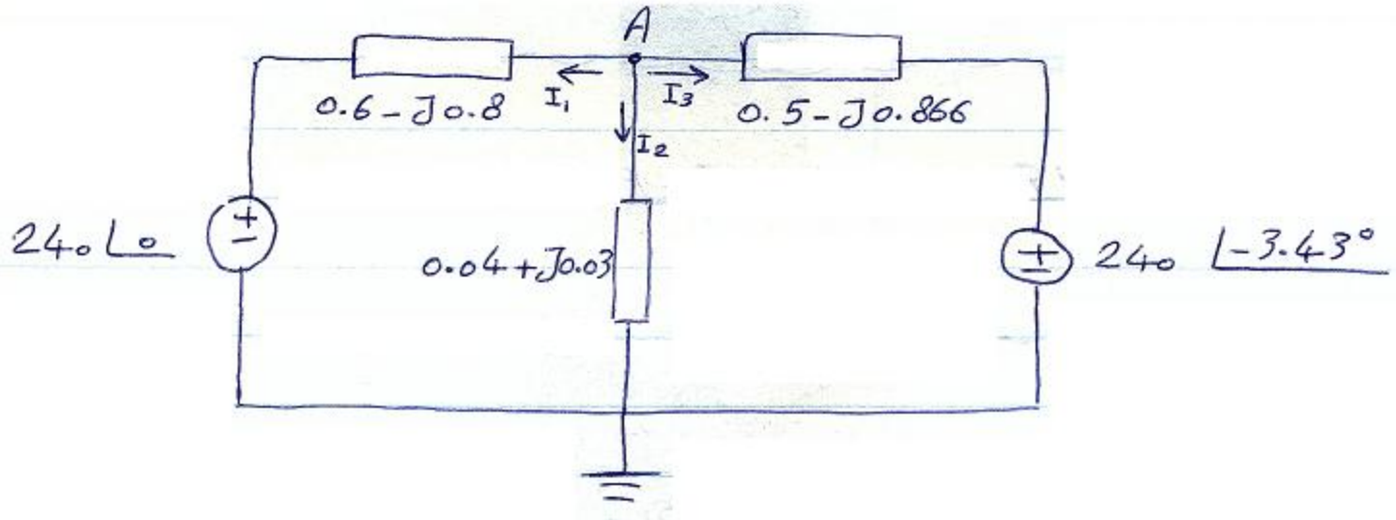
* در تحلیل حلقه باید هدایت عناصر را بنویسیم .

① $\frac{1}{0.6 + J0.8}$

$= \frac{(0.6 - J0.8)}{(0.6 + J0.8)(0.6 - J0.8)} = 0.6 - J0.8$

② $\frac{1}{16 + J12} = \frac{16 - 1J\,12}{16^2 + 12^2} = 0.04 - J\,0.03$

③ $\frac{1}{0.5 + J\,0.866} = 0.5 - J\,0.866$



$I_1 + I_2 + I_3 = 0$

* چون از تبدیل گره استفاده می کنیم باید منابع ولتاژ را به منابع جریان تبدیل کنیم .

$$(V_A - 240\angle 0)(0.6 - J0.8) + (V_A - 0)(0.04 - J0.3) + (V_A - 240\angle -3.43)(0.5 - J0.866) = 0$$

$$V_A \left[0.6 - J0.8 + 0.04 - J0.03 + 0.5 - J0.866 \right]$$

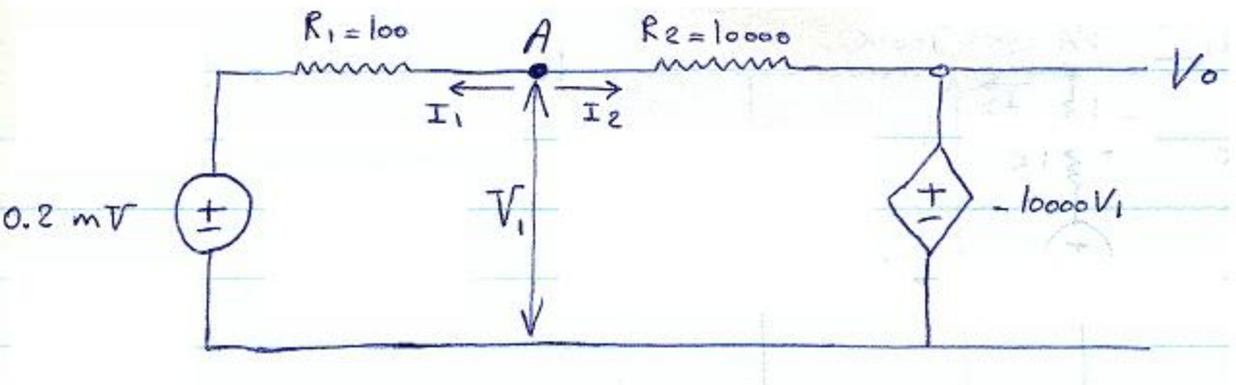
$$= 240\angle 0\,(0.6 - J0.8) + 240\angle -3.43\,(0.5 - J0.866)$$

$$V_A = 233.9\angle -2.19$$

$$I_L = (V_A)(0.04 - J0.03) =$$

$$233.9\angle -2.19\,(0.04 - J0.03)$$

تمرین نمونه میان ترم :



(A) عند : $I_1 + I_2 = 0$

$$I_1 = \frac{V_A - 0.2\times10^{-3}}{100}$$

$$I_2 = \frac{V_A - V_o}{10000}$$

, $V_A = V_1$ ⟶

* $$\frac{V_1 - 0.2\times10^{-3}}{100} + \frac{V_1 - (-10000V_1)}{10000} = 0$$

$$V_1 \times \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + 1\right) = \frac{0.2\times10^{-3}}{100}$$

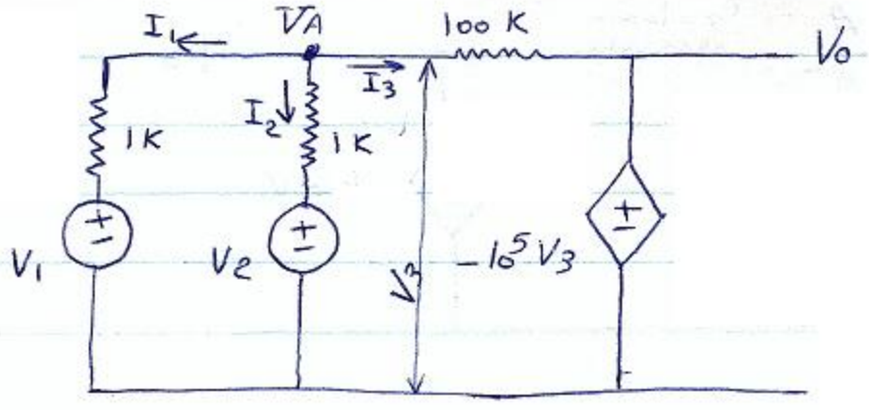
$$V_1\,(1.0101) = 0.2\times10^{-5} \longrightarrow V_1 = 0.2\times10^{-5}$$

(1)

$$V_o = -10000\,V_1$$

$$V_o = 0.2\times10^{-1} \Longrightarrow V_o = 20\ mV$$

تمرين -



$$V_A = V_3$$

$$V_o = -10^{-5} V_3$$

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{V_3 - V_1}{1000 = (1K)} \\ I_2 = \dfrac{V_3 - V_e}{1000} \\ I_3 = \dfrac{V_3 - (-10^5 V_3)}{100000} \\ I_3 = V_3 \end{cases}$$

از V_3 در مقابل 100000 صرفنظر کردیم.

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{V_3 - V_1}{1000} + \frac{V_3 - V_2}{1000} + V_3 = 0$$

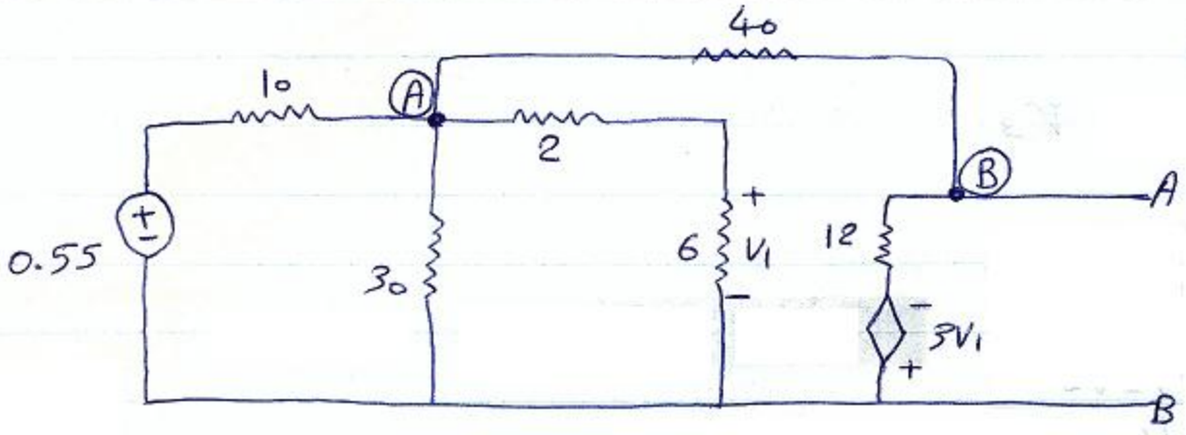
$$V_3 \left\{ \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + 1 \right\} = \frac{V_1}{1000} + \frac{V_e}{1000}$$

$$V_3 = \frac{V_1}{1000} + \frac{V_e}{1000}$$

$$V_o = -10^5 (V_3) = -100 V_1 - 100 V_2$$

* می توانستیم طبق اصل برهم نهی یکی از منابع را صفر کنیم و سهم منبع دیگر را بدست آوریم و یکبار هم برعکس و بعد جمع می زنیم.

- 2-46

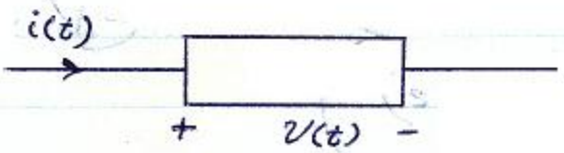


III

* V_{th} ولتاژ مدار باز A و B است.

$$R_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$$

توان

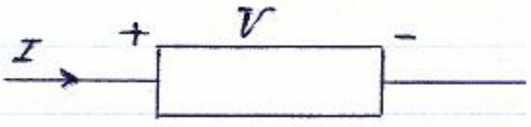


توان مصرفی = $v(t)\, i(t)$

متوسط توان مصرفی = $\frac{1}{T}\int_T v(t)\, i(t)\, dt$

(به شرطی که پریودیک با پریود T باشد.)

(اگر جریان پریودیک نباشد توان مصرفی معنی ندارد)



توان تولید شده = $P(t) = v(t) \cdot i(t)$

متوسط توان تولید شده = $\frac{1}{T}\int_T v(t)\, i(t)\, dt$

$$\begin{cases} I = I_{eff} \angle \varphi_1 \\ V = V_{eff} \angle \varphi_2 \end{cases}$$

$$i(t) = I_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$v(t) = V_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_2)$$

در حالت کلی

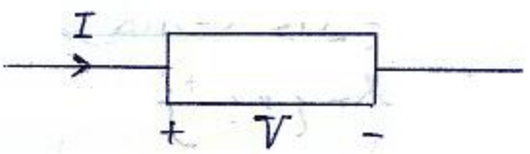
$$P(t) = 2 I_{eff} V_{eff} \cos(\omega t + \varphi_1)\cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$** \quad P(t) = I_{eff} \cdot V_{eff}\left[\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2)\right]$$

جمله ثابت — جمله تابع زمان

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

مثال -



$$i(t) = 2\cos(\omega t + 45)$$
$$v(t) = 220\cos(\omega t + 45) \longrightarrow$$

$$\begin{cases} I = \dfrac{2}{\sqrt{2}} \angle 45 \\ V = \dfrac{220}{\sqrt{2}} \angle 45 \end{cases} \longrightarrow$$

$$VI = \frac{2 \times 220}{2} \angle 90$$

$$P = VI^* = V_{eff} \cdot I_{eff} \angle \varphi_1 - \varphi_2 \longrightarrow$$

$$VI = V_{eff}\, I_{eff} \angle \varphi_1 + \varphi_2$$

$$Re\{VI\} = V_{eff}\, I_{eff} \cos(\varphi_1 + \varphi_2)$$

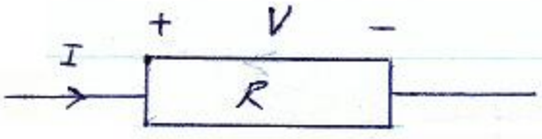
$$Re\{VI^*\} = V_{eff}\, I_{eff} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

(*) علامت مزدوج است.

پس در حالت دائمی سینوسی برای محاسبه توان متوسط کافی است $Re\{VI^*\}$ را محاسبه کنیم یعنی ولتاژ را در مزدوج جریان ضرب نماییم پس:

توان متوسط = ولتاژ × مزدوج جریان

توان مقاومت:



$$\left.\begin{aligned} V &= V_1 \angle \varphi_1 \\ I &= I_1 \angle \theta_1 \end{aligned}\right\} \longrightarrow \theta_1 = \varphi_1$$

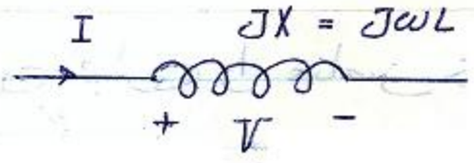
$$P_{av} = Re\{VI^*\} = Re\{V_1 \angle \varphi_1 \times I_1 \angle -\varphi_1\}$$

$$= Re\{V_1 I_1 \angle 0\}$$

* یعنی در مورد مقاومت جریان و ولتاژ هم فازند و بنابراین قسمت موهومی نداریم:

$$P_{av} = V_1 I_1$$

توان سلف -



* سلف را یک مقاومت $J\omega L$ می گیریم و ($X = \omega L$) را فرض می کنیم :

$$I = I_1 \angle \theta_1$$
$$V = V_1 \angle \varphi_1$$

$$V = (JX)\, I \qquad (J = 1 \angle 90^\circ) \rightarrow$$

$$V_1 \angle \varphi_1 = X \angle 90^\circ \times I_1 \angle \theta_1 \rightarrow$$

$$\varphi_1 = 90^\circ + \theta_1$$

* پس ولتاژ به اندازه 90° جلوتر از جریان است.

$$V I^* = V_1 \angle \varphi_1 \times I_1 \angle -\theta_1 = V_1 I_1 \angle \varphi_1 - \theta_1$$

$$= V_1 I_1 \angle 90^\circ \rightarrow$$ یک کمیت کاملاً موهومی

* یعنی سلف توان مصرف نمی کند بلکه در یک سیکل توان می گیرد و در سیکل بعد پس می دهد.

$$P_{av} = Re\{V_1 I_1 \angle 90^\circ\} = 0$$

توان مجازی را عناصر ذخیره کننده انرژی مثل سلف و خازن می گیرند و پس می دهند :

$$P_{reactive} = Q_{av} = Im\{VI^*\} = V_1 I_1$$

توان خازن -

$$\frac{1}{j\omega C} = -jX \qquad X = \frac{1}{\omega C}$$

$$\begin{cases} I = I_1 \angle \theta_1 \\ V = V_1 \angle \varphi_1 \end{cases} \longrightarrow \quad V = -jXI$$

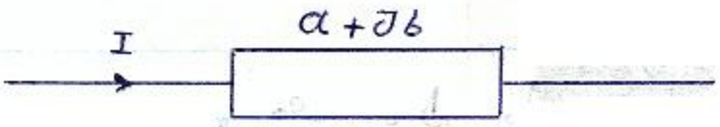
$$\rightarrow \quad \varphi_1 = \theta_1 - 90^\circ$$

* یعنی ولتاژ نسبت به جریان 90° پس فاز است.

$$VI^* = V_1 \angle \varphi_1 \cdot I_1 \angle -\theta_1 = V_1 I_1 \angle -90^\circ$$

$$\begin{cases} P_{av} = P_{active} = 0 & \text{توان حقیقی} \\ Q_{av} = P_{reactive} = -V_1 I_1 & \text{توان واکنشی (ظاهری)} \end{cases}$$

توان یک عنصر دلخواه -



$$Z = Z_1 \angle \theta_Z$$

$$I = I_1 \angle \theta_1$$

$$V = IZ = I_1 \angle \theta_1 \cdot Z \angle \theta_Z \Longrightarrow$$

$$V = I_1 Z_1 \angle \theta_1 + \theta_Z$$

$$P = V I^* = I_1 Z_1 \angle \theta_1 + \theta_Z \cdot I_1 \angle -\theta_1$$

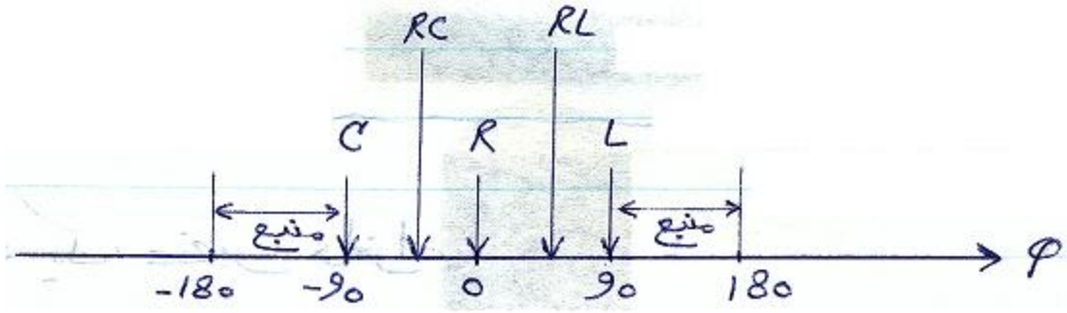
$$P = Z_1 I_1^2 \angle \theta_Z = Z_1 I_1^2 \angle \theta_Z$$

$$P_{ac} = Re\{P\} = Z_1 I_1^2 \cos\theta_Z$$

$\theta_z = 0 \longrightarrow$ مقاومت

$\theta_z = +90 \longrightarrow$ سلف

$\theta_z = -90 \longrightarrow$ خازن



* یعنی بین ۰ و ۹۰ مدار باید ترکیبی از سلف و مقاومت باشد و اگر هم خازن داریم باید سلف بر خازن غلبه کند.

مثال -

$\omega = 5$

$L = 4\ H$

$C = 0.02\ F$

$$\frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \times 5 \times 0.02} = -j10$$

در این مثال خازن غلبه کرده.

امپدانس $Z = 10 + j10$

POWEREN.IR

$$Z = R + jX$$

امپدانس — مقاومت — راکتانس

مثال - مقاومت، راکتانس و امپدانس عنصر ذیل را بیابید.

$\omega = 20 \text{ rad/s}$

$Z = R + jX = j40$

$R = 0$

$X = 40$

مثال -

Z و R و X مدارات زیر را بیابید.

$L = 1\ H$

$\omega = 10$

$R = 10$

$C_1 = 1$

$C_2 = 0.01$

$C_3 = 0.001$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

1)

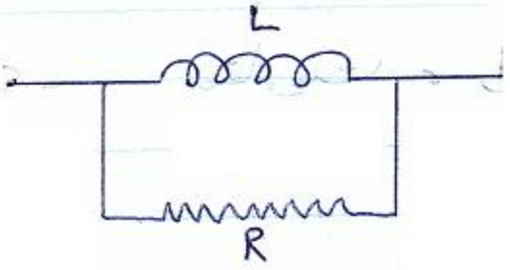
$\omega L = 10\ \Omega$

$Z = 10 + j10 = 14\angle 45^\circ$

$R = 10$ $\quad \theta_Z$

$X = 10$

2)



$$Z = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{10 \times j10}{10 + j10}$$

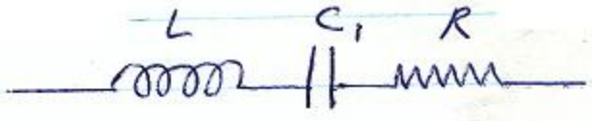
$$= \frac{j(10)(1-j)}{(1+j)(1-j)} = \frac{10 + j10}{2}$$

$$= 5 + j5 = 7\angle 45^\circ$$

$R = 5$

$X = 5$

3)



$j\omega L = j10$

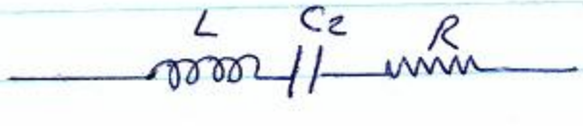
$$\frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j10 \times 1} = -j0.1$$

$Z = 10 + j10 - j0.1 =$

$10 + j\,9.9 \approx 14\angle 45^\circ$

خازن نتوانسته بگرید چون X مثبت است.

4)



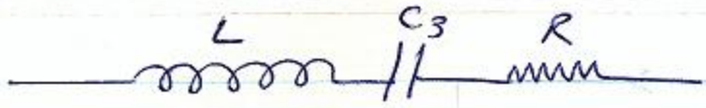
$$\frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1}{j10 \times 0.01} = -j10$$

$Z = 10 + j10 - j10 = 10$

$= 10\angle 0^\circ$

$X = 0$

* راکتانس L و C_2 قرینه است و تشدید پیش می‌آید و مدار مقاومتی خالص می‌شود (L و C_2 هم را خنثی می‌کنند)

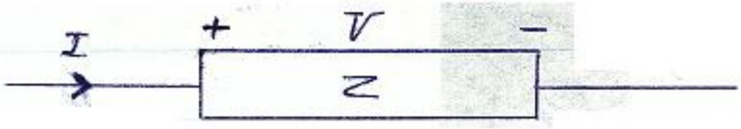
5) 

$$\frac{1}{j\omega C_3} = \frac{1}{j(10) \times 0.001}$$

$$= -j100 \approx 90 \angle -83^\circ$$

X منفی است پس خاصیت خازنی دارد.

$$Z = j10 - j100 \Rightarrow$$
$$Z = 10 - j90$$



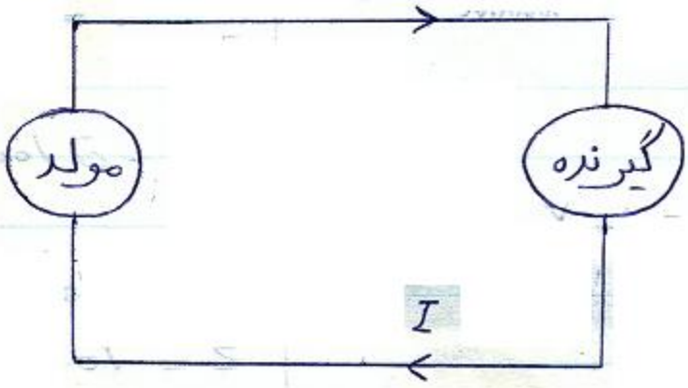
$$\begin{cases} P = VI^* \\ P_{ac} = Z_1 I_1^2 \cos\theta_z \end{cases}$$

ضریب توان

درمثال های قبل :

	ضریب توان	
1	0.7	
2	0.7	
3	0.7	
4	1	→ مقاومت کامل
5	0.11	

مثال -



حالت ۱-

$$V = 220 \angle 0$$

$$(Z = 10 \angle 30)$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220 \angle 0}{10 \angle 30} = 22 \angle -30$$

$$P = 220 \times 22 \angle +30$$

$$P_{ac} = 4840 \times \cos 30 = 4840 \times 0.83$$

$$P_{ac} = 4000\,W \qquad (\cos\varphi = 0.83)$$

حالت دوم : $(Z = 1 \angle 85°)$:

$$I = 220 \angle -85$$

$$P = VI^* = 220 \angle 0 \times 220 \angle -85 = 48400 \angle 85$$

$P_{ac} = 4200$ $\quad (\cos\varphi = 0.08)$

---

admitance : ***

$Y = G + jB$

B - سوسپتانس

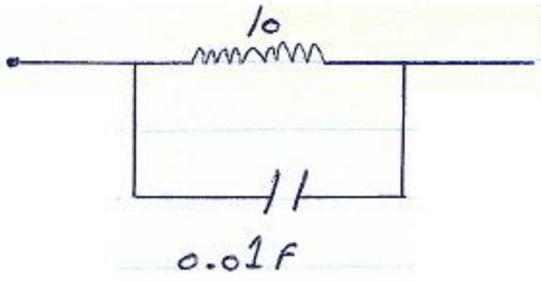
Y - ادمیتانس

$Z = R + jX$ $\quad \left(Y = \frac{1}{Z}\right)$

مثال -

1)

* $\omega = 20$

2) 

* $\omega = 20$

1 : $\frac{1}{j\omega c} = -j5$

$Z = 10 - j5$

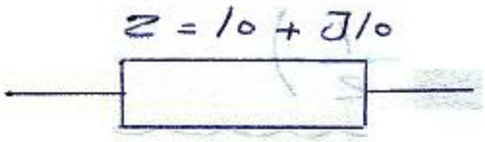
2 : $\frac{1}{j\omega c} = -j5$

$Z = \frac{10 \times -j5}{10 - j5} = \frac{-j50}{10-j5} = \frac{-j10(2+j)}{(2-j)(2+j)} = 2 - j4$

1: $Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{10 - J5} = 0.08 + J\,0.16$

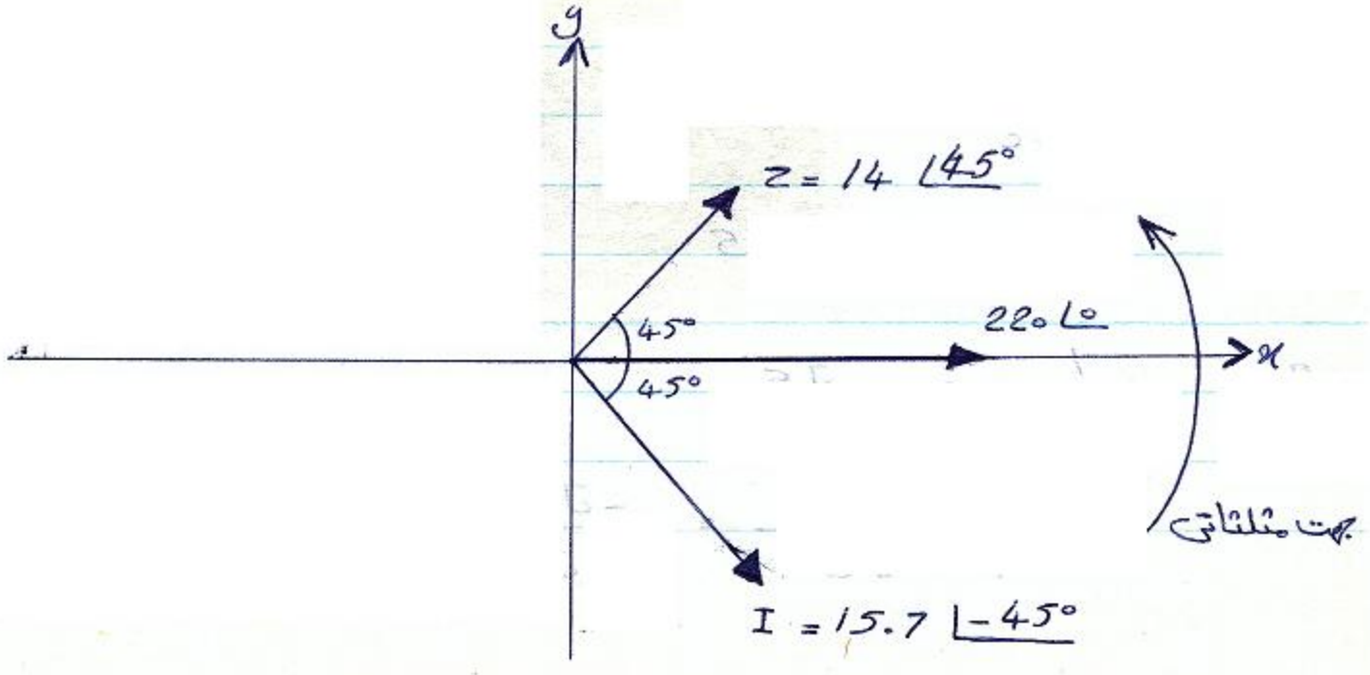
2: $Y = 0.1 + J\,0.2$

* سوسپتانس برای خازن (+) و برای سلف (-) است برعکس راکتانس.

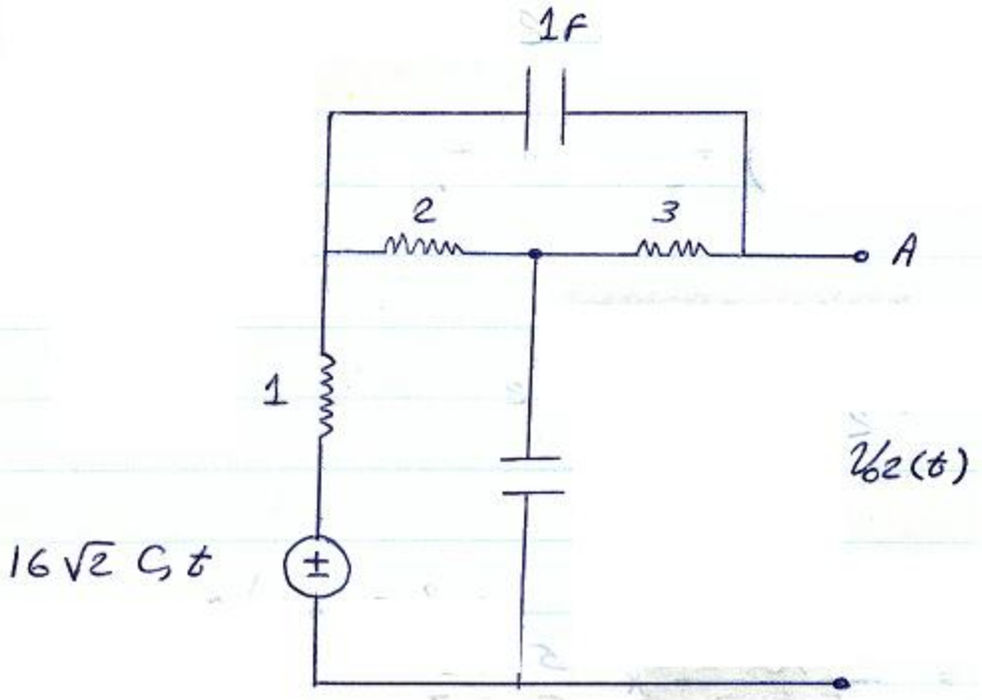


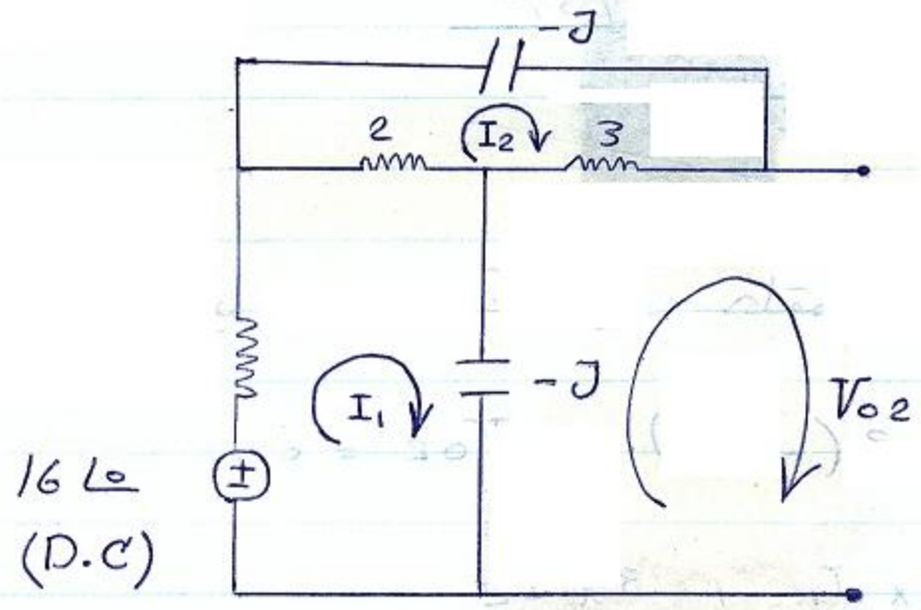
$$\begin{cases} I = 14 \angle 45^\circ \\ \text{به فرض} : V = 220 \angle 0 \end{cases} \rightarrow$$

$I = 15.7 \angle -45^\circ$



مسئله 3_29





* چون می خواهیم از روش حلقه برویم تمام عناصر را مقاومتی می کنیم. منبع دائمی سینوسی را هم منبع DC می کنیم.

(1) حلقه - $(1 + 2 - J) I_1 - 2 I_2 = 16 \angle 0$

(2) حلقه - $(2 + 3 - J) I_2 - 2 I_1 = 0$ $\rightarrow$

$$I_1 = \left(\frac{5}{2} - \frac{J}{2}\right) I_2 \quad \rightarrow$$

$$\begin{cases} I_1 = \text{محاسبه می شود} \\ I_2 = \dfrac{16}{5 - 4J} \times \dfrac{5 + 4J}{5 + 4J} = \dfrac{80 + 64J}{41} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_2 = 2.46 \angle 37^\circ \\ I_1 = \dfrac{5 - J}{2} I_2 \end{cases}$$

حال برای یافتن V_{o2} یک حلقه می گیریم :

$$-J(I_1) + 3(-I_2) + V_{o2} = 0$$

$$V_{o2} = -J \times I_1 + 3 \times I_2$$

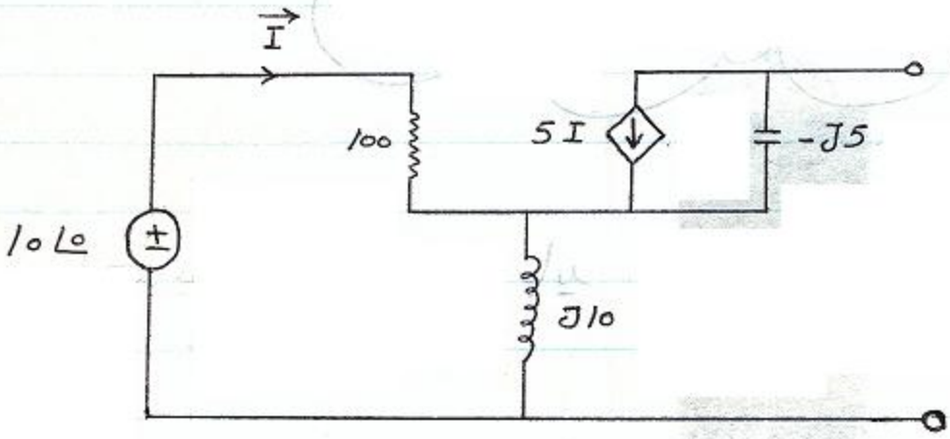
$$v_{o2}(t) = Re\left\{ V_{o2} \sqrt{2}\, e^{J\omega t} \right\}$$

(یا)

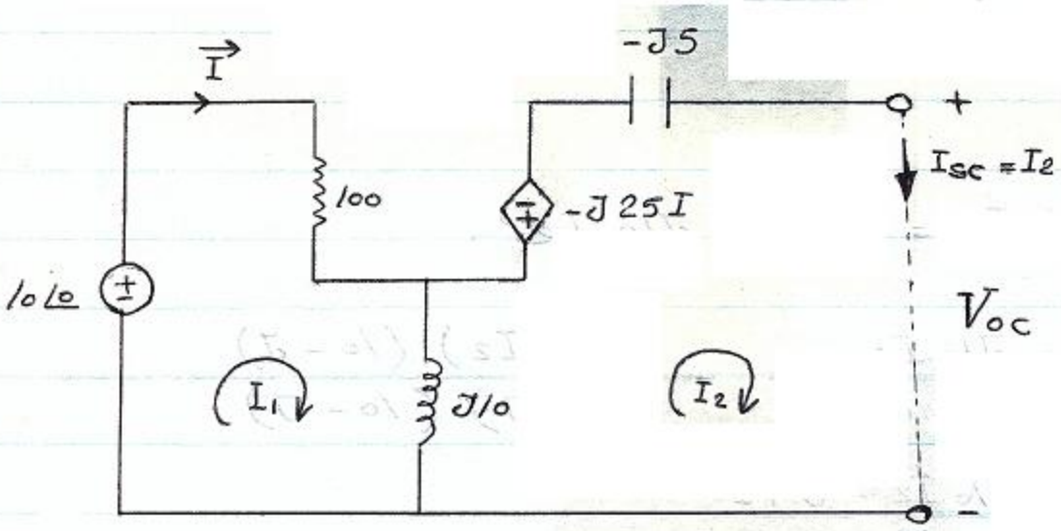
$$v_{o2}(t) = 2_0 \sqrt{2}\, \cos(\omega t + 50)$$

پنجشنبه ۳/۱۲ س ـ ۱۰ کلاس جبرانی

مثال-



* مدار معادل تونن را بیابید.



$$-10\angle 0 + 100\, I_1 + J10\, I_1 = 0$$

$$(100 + J10)\, I_1 = 10\angle 0$$

$$I_1 = \frac{10\angle 0}{100 + J10} = \frac{10\angle 0}{100.5\angle 5.7} = 0.0995\angle -5.7$$

$$j10\,(I_2 - I_1) + (-j25\,I_1) - j5\,I_2 + V_{oc} = 0$$

$$V_{oc} = j10\,I_1 + j25\,I_1 = j35\,I_1 \longrightarrow$$

$$V_{oc} = 3.48 \angle 84.3 \text{ Volt}$$

* برای یافتن I_{sc} باید مدار باز را بصورت نقطه چین رسم شده می بندیم :

$$\begin{cases} -10\angle 0^\circ + 100\,I_1 + j10\,(I_1 - I_2) = 0 \\ +j10\,(I_2 - I_1) - j25\,I_1 - j5\,I_2 = 0 \end{cases}$$

$$(100 + j10)\,I_1 = 10 + j10\,I_2$$

$$I_1 = \frac{10 + j10\,I_2}{100 + j10} = \frac{(1 + j\,I_2)(10 - j)}{(10 + j)(10 - j)}$$

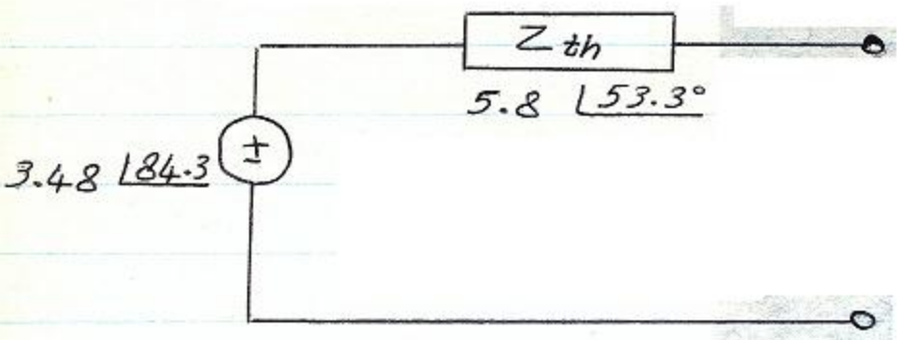
$$I_1 = \frac{10 + j10\,I_2 - j + I_2}{99}$$

$$I_1 \approx 0.1 - 0.01j + (j0.1 + 0.01)\,I_2$$

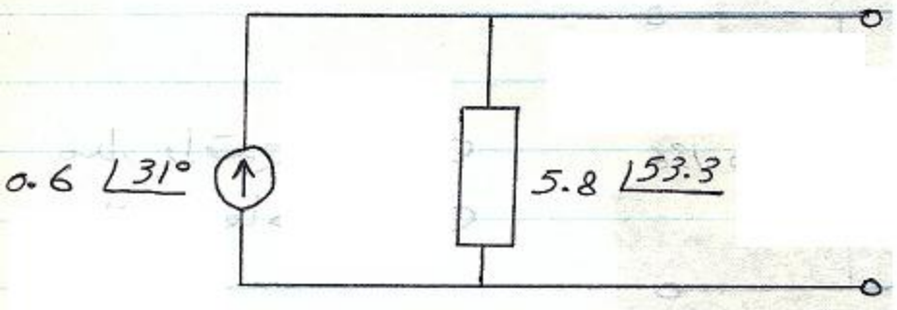
$$j10\,(I_2 - 0.1 + 0.01j - (j0.1 + 0.01)\,I_2) -$$
$$j25\,(\text{〃}\ \text{〃}) - j5\,I_2 = 0$$

$$I_2 = I_{sc} = 0.6 \angle 31^\circ \quad A$$

$$R_{th} = Z_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = 5.8 \angle 53.3^\circ \quad \Omega$$



مدار معادل تونن

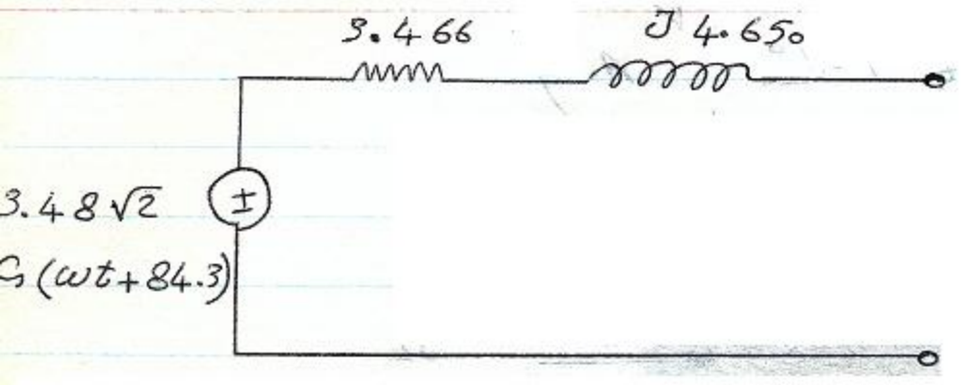


مدار معادل نورتن

$$Z = R + J X = 5.8 \angle 53.3 = 3.466 \oplus J\,4.650$$

خاصیت سلفی داریم

$$\begin{cases} R = 3.466 \\ \omega L = X = 4.650 \end{cases}$$



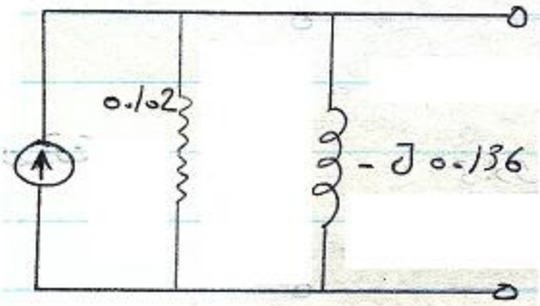
مدار معادل تونن
بصورت واقعی
مقاومتی - سلفی

$Z = 5.8 \angle 53.3$ $\quad (Y = \frac{1}{Z})$

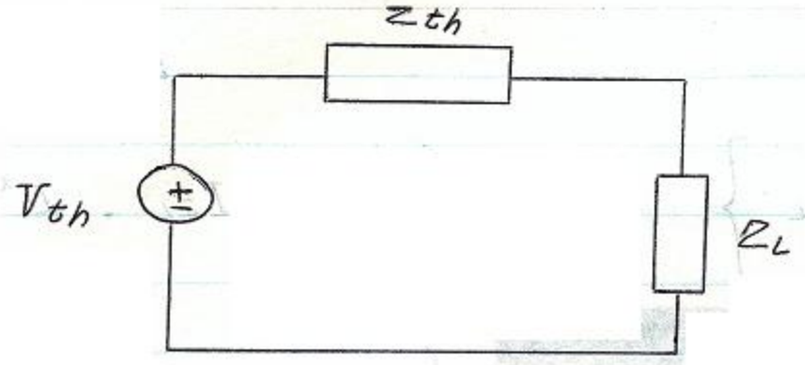
$Y = 0.17 \angle -53.3$ U

$Y = G + JB = 0.17 \angle -53.3$

$Y = 0.102 - J\,0.136$

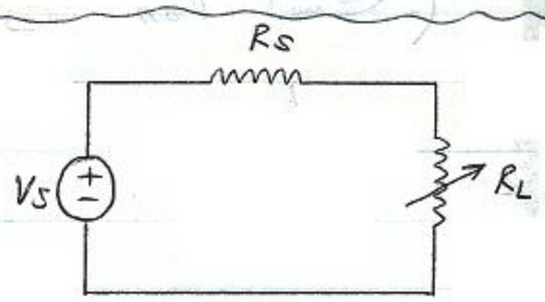


مدار واقعی مقاومتی
سلفی معادل نورتن



Z_L چقدر باشد تا ماکزیمم توان را از مدار بکشد؟

مثلاً :



$$I_{RL} = \frac{V_S}{R_S + R_L}$$

$$P_{RL} = R_L I_{R_L}^2 = V_S^2 \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2}$$

$$\frac{d P_{RL}}{d R_L} = \frac{1 \times (R_S + R_L)^2 - 2 (R_L + R_S) R_L}{(R_S + R_L)^4} = 0 \rightarrow$$

$R_L = R_S$ ← جایگذاری

$$(P_{RL})_{Max} = \frac{1}{4} \frac{V_S^2}{R_S}$$

ادامه بحث :

$$P_{ZL} = Re\left\{ V_{ZL} \cdot I^*_{ZL} \right\} = Re\left\{ Z_L \cdot I_{ZL} \cdot I^*_{ZL} \right\}$$

$$= Re\left\{ Z_L \, / I_{ZL} / \right\} = Re\left\{ \frac{Z_L \cdot (V_S)^2}{(Z_L + Z_S)^2} \right\}$$

$$/I_{ZL}/ = \left/ \frac{V_S}{Z_L + Z_S} \right/$$

(V_S همان V_{th} است.)

$$= Re\left\{ \frac{(R_L + jX_L) \; /V_S/^2}{/Z_L + Z_S/^2} \right\}$$

$$= \frac{R_L \cdot /V_S/^2}{/Z_L + Z_S/^2}$$

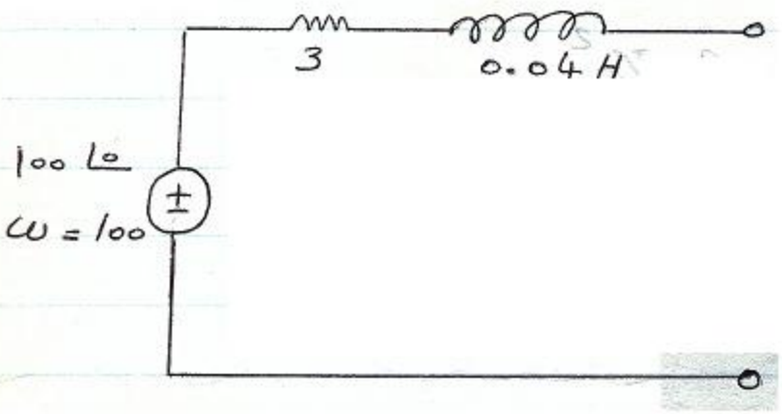
$$\begin{cases} Im\{Z_L\} = -Im\{Z_S\} \\ Re\{Z_L\} = Re\{Z_S\} \end{cases}$$

$$(Z_L = Z_S^*)$$

* قسمت موهومی Z_L را طوری می‌گیریم تا قسمت موهومی Z_S را کنسل کند و مسئله مقاومتی شود تا از روش همان مثال قبل استفاده کنیم.

یعنی اگر Max توان را بخواهیم باید : $(Z_L = Z_S^*)$

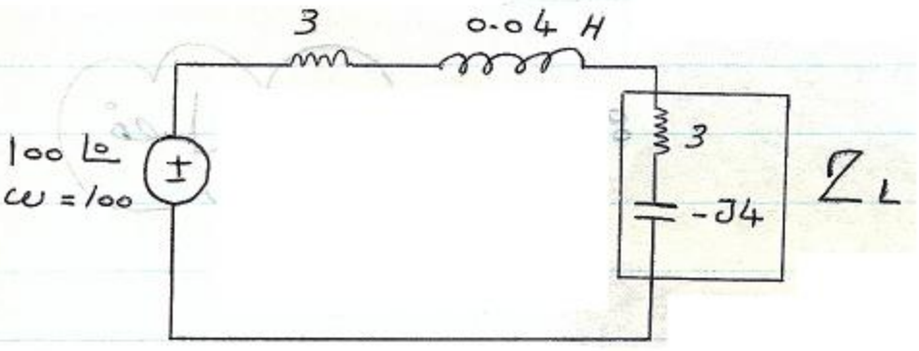
مثال- چه امپدانسی می‌تواند max توان منبع را بگیرد؟



$$Z_S = 3 + J\,100 \times 0.04 = 3 + J4$$

$$Z_L = Z_S^* = 3 - J4$$

Z_L باید خازنی باشد



* پس اگر مدار سلفی باشد load (بار یا Z_L) باید خازنی باشد و اگر مدار خازنی باشد load باید سلفی باشد.

اگر منبع V_s با مقاومت داخلی R_s به مقاومت R_L ولتاژ بدهد :

$$\text{تلف توان روی } R_s = \frac{R_s V_s^2}{(R_s + R_L)^2}$$

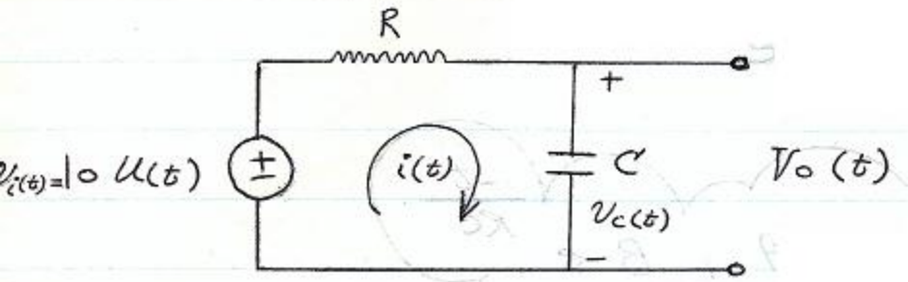
$$\text{توان رسیده به } R_L = \frac{R_L V_s^2}{(R_s + R_L)^2}$$

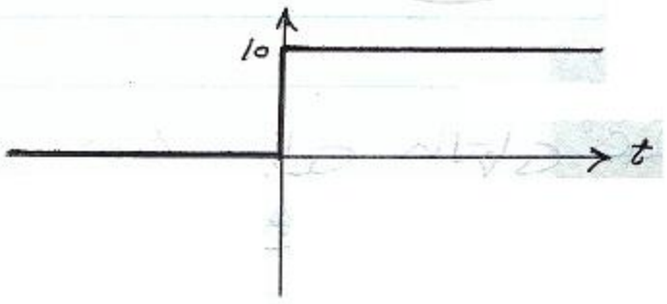
** درجائی که انرژی قیمتی ندارد و می خواهیم هرطور شده Max توان را بگیریم مثل مورد آنتن و گیرنده تلویزیونی حضیه مقدار Max را رعایت می کنیم . درمواردی مثل ژنراتور و لامپ که انرژی ارزش دارد حضیه مقدار Max را بکار نمی بریم .

فصل 4

POWEREN.IR

* می خواهیم پاسخ مدارات را به ورودی های ساده مثل (پله ای یا ترکیبات پله ای و ...) بیابیم . معمولاً مدارات RC و RL را در نظر می گیریم و مدار RLC را بحث نمی کنیم . در ضمن سعی می کنیم $L=1$ و $C=1$ باشد و هر تعداد مقاومت می تواند باشد .





* $V_o(t) = V_c(t)$

$-V_i(t) + V_R(t) + V_c(t) = 0$; KVL

$V_i(t) + RC\frac{dV_c}{dt} + V_c(t) = 0$

$$RC\frac{dV_c}{dt} + V_c(t) = V_i(t)$$

$$\frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{RC}V_c(t) = \frac{1}{RC}V_i(t)$$

ورودی D.C است → پاسخ خاص = D.C

(پاسخ همگن) ; $\lambda + \frac{1}{RC} = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{1}{RC}$

→ پاسخ همگن $= e^{-\frac{t}{RC}}$

→ پاسخ کلی $= A + B e^{\frac{-t}{RC}}$

* در $t=\infty$ برای حالتهای D.C خازن شارژ شده و از مدار خارج می شود:

	$t=0$	$t=\infty$
پاسخ مدار	0	10
مقدار معادله	$A+B$	A

$v_i(t) = 10\,u(t)$

* $v_c(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,dt$ یعنی ولتاژ خازن پیوسته است و چون بازای $t<0$ صفر بوده به ازای $t\geq 0$ هم باید از صفر شروع شود.

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

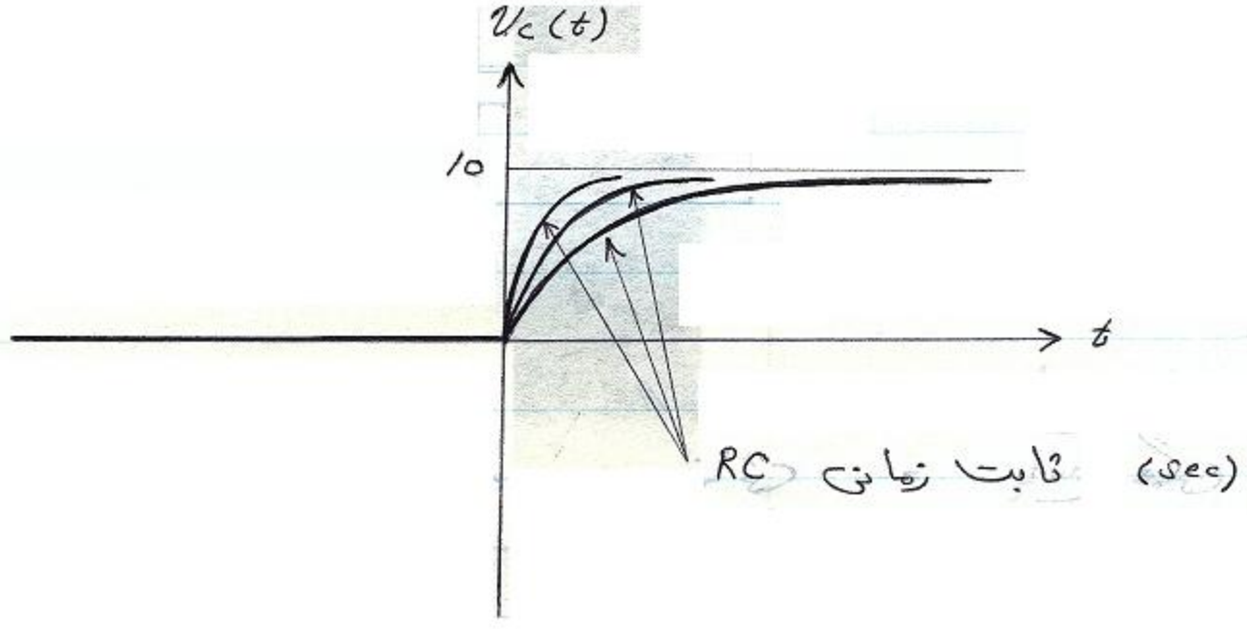
* در $t=\infty$ خازن را باز می کنیم.

$$\begin{cases} A = 10 \\ A + B = 0 \end{cases} \longrightarrow$$

$A = 10$

$B = -10$

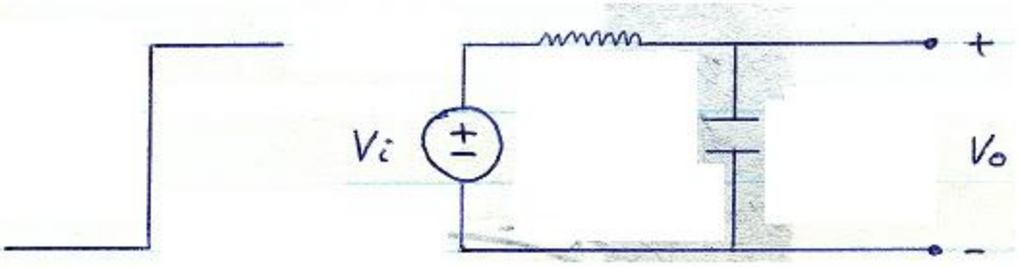
$$v_c(t) = 10 - 10\, e^{-t/RC}$$



t/RC	درصد مقدار نهائی
1	$63\% = (1-e^{-1})10$
2	88%
5	99%

پاسخ مدارات الکتریکی به ورودی دلخواه :

۱- مدارات با یک عنصر ذخیره کننده انرژی (سلف یا خازن)



پاسخ خاص = D.C = A

پاسخ همگن = نمائی = $Be^{-t/\tau}$

پاسخ کلی = $A + Be^{-t/\tau}$

	مدار می گوید		معادله می گوید
$t = 0$	0	=	$A + B$
$t = \infty$	I_0	=	A

→ $A = 10$
$B = -10$

$$\tau = RC = R_{eq} \cdot C$$

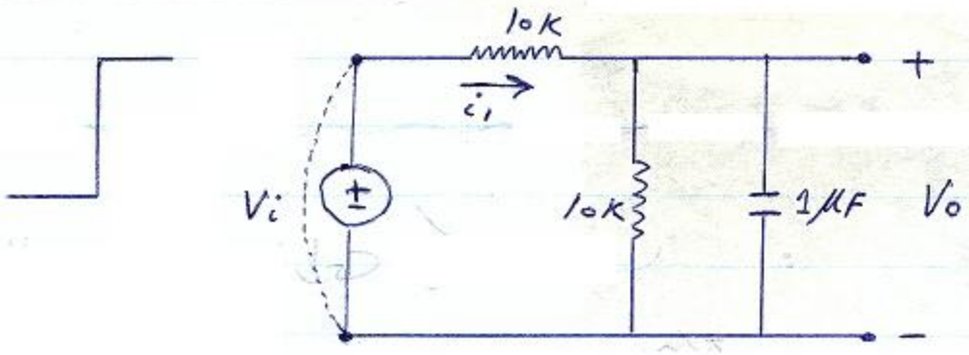
برای یافتن R_{eq} :

۱- همه منابع را صفر می کنیم (منابع مستقل را) . یعنی منابع ولتاژ را short و منابع جریان را open می کنیم.

۲- یک اهم متر به دو سر خازن می بندیم و مقدار مقاومت را می خوانیم .

از دیدگاه خازن : $R_{eq} = R_{th}$

مثال-



R_1, R_2 موازی هستند (در حالت short) و مقدار آن همان R_{eq} یا R اهم متر است.

$\tau = 5k \times 1\mu F = 0.5\ ms$

	مدار می‌گوید		معادله می‌گوید
$t=0$	0	$=$	$A+B$
$t=\infty$	5	$=$	A

$\tau = 0.5\ ms$
$A = 5$
$B = -5$

$A + Be^{-t/\tau} = V_o(t)$ $\longrightarrow$

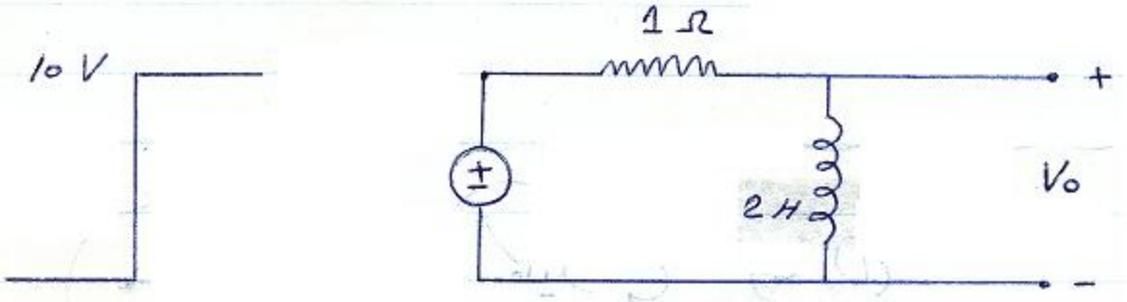
$V_o(t) = 5 - 5e^{-t/0.5\ [ms]}$

۲- مدار دارای یک سلف:

سیگنال $= A + Be^{-t/\tau}$

$\tau = \frac{L}{Req}$ روش یافتن Req همان است.

مثال -



$$\tau = \frac{L}{Req} = 2$$

$t=0$	10	$A+B$
$t=\infty$	0	A

(سلف)

* چون در $t=0$ اصل پیوستگی جریان ~~خازن~~ می گوید که جریان سلف باید پیوسته باشد پس در $t=0$ جریان سلف صفر است و می توان آن را برداشت و ولتاژ را خواند. اما در مثال قبل و در مورد خازن اصل پیوستگی ولتاژ را داریم یعنی ولتاژ خازن در $t=0$ صفر است. سلفها در ∞ در پاسخ به پله‌ای short می شوند و خازنها open می شوند.

→ $A=0$, $B=10$

$$V_o(t) = 10\, e^{-t/2}$$

مدارات دارای کلید (D.C)

* تنها یک عنصر ذخیره کننده و منابع D.C :

۱- مدار را قبل از $t=0$ آنالیز کرده و ولتاژ خازن یا جریان سلف را بدست می‌آوریم.

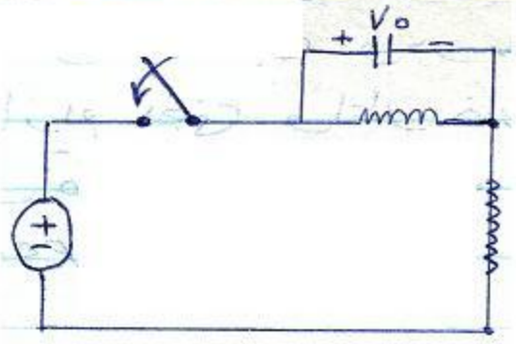
۲- اگر سلف باشد : $i_L(0^+) = i_L(0^-)$

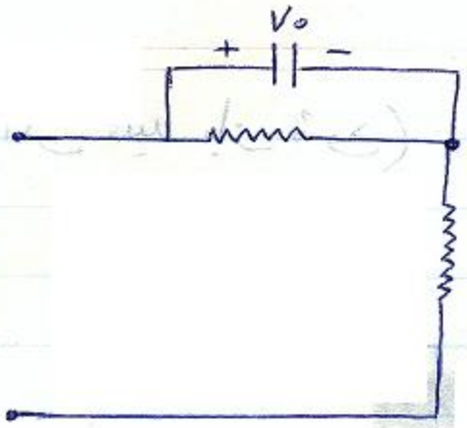
اگر خازن باشد : $V_C(0^+) = V_C(0^-)$

(بند ۲ لحظه پس از بستن کلید است.)

** با استفاده از نتایج مقادیر A و B و τ را می‌یابیم.

مثال -

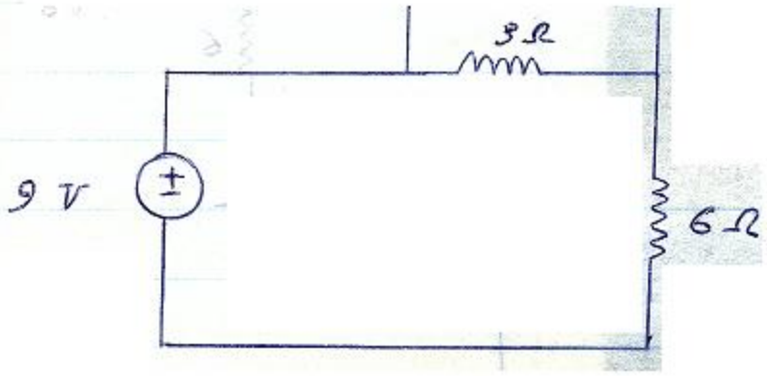




① بند $v_c(0^-) = 0$

② بند $v_c(0^+) = 0$

(1)



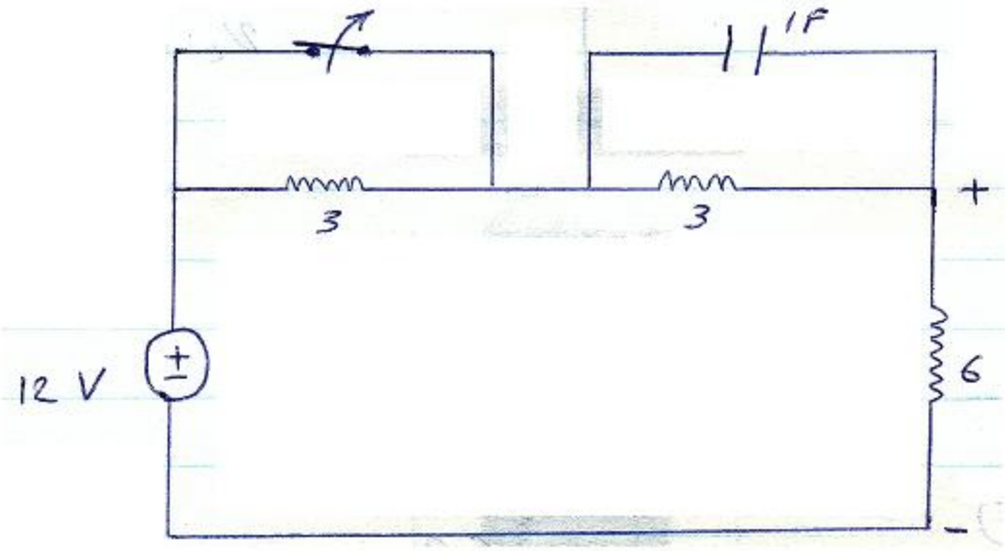
رابطه مقسم مقاومتی : $\frac{9 \times 3}{3+6} = 3\ V$

	مدار	معادله
$t=0$	0	$A+B$
$t=\infty$	3	A

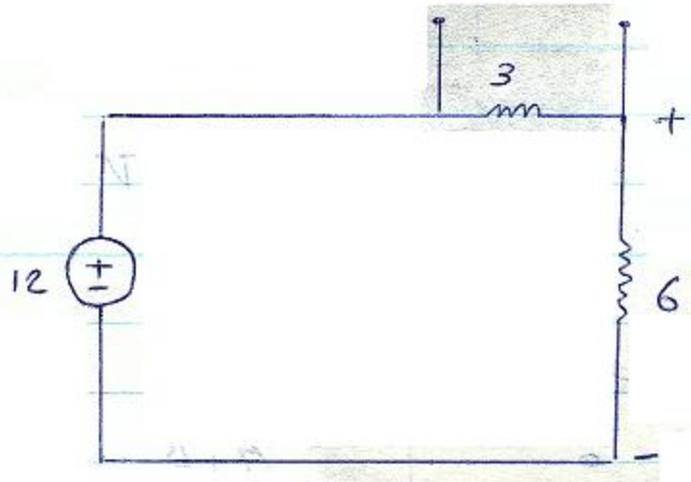
$A = 3$
$B = -3$

* 3 و 6 موازی هستند و 2 هم بدست می‌آید.

مثال- (اگر کلید باز شود)



$t<0$

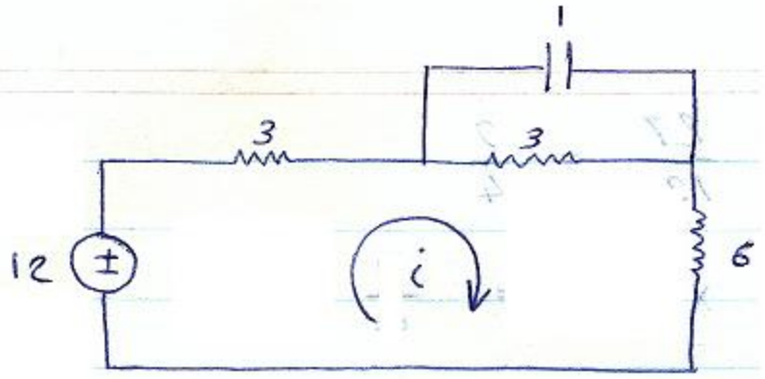


در $t<0$ خازن را حذف می کنیم چون کلید مدت طولانی بسته بوده و خازن شارژ شده.

$$V_{3\Omega} = 12 \times \frac{R_{3\Omega}}{R_{3\Omega} + R_{6\Omega}} = 4\ V$$

$$v_c(0^-) = 4$$

$$v_c(0^+) = 4$$



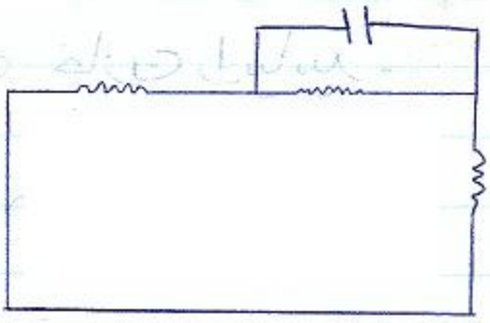
$$-12 + 3i + 4 + 6i = 0$$

$$9i = 8 \longrightarrow i = 8/9\ A$$

$$V_o(0^+) = 6i = \frac{16}{3}$$

	مدار	معادله
$t=0^+$	$16/3$	$A+B$
$t=\infty$	$\frac{12\times 6}{3+3+6} = 6\ V$	A

$$A = 6$$
$$B = -\frac{2}{3}$$



یافتن τ :

$$\begin{cases} 3 \,//\, 9 = \dfrac{27}{12} = \dfrac{9}{4} \\ \tau = 3 \,//\, 9 \times C = \dfrac{9}{4} \times 1 \end{cases}$$

$$V_o(t) = 6 - \frac{2}{3} e^{-t/\tau}$$

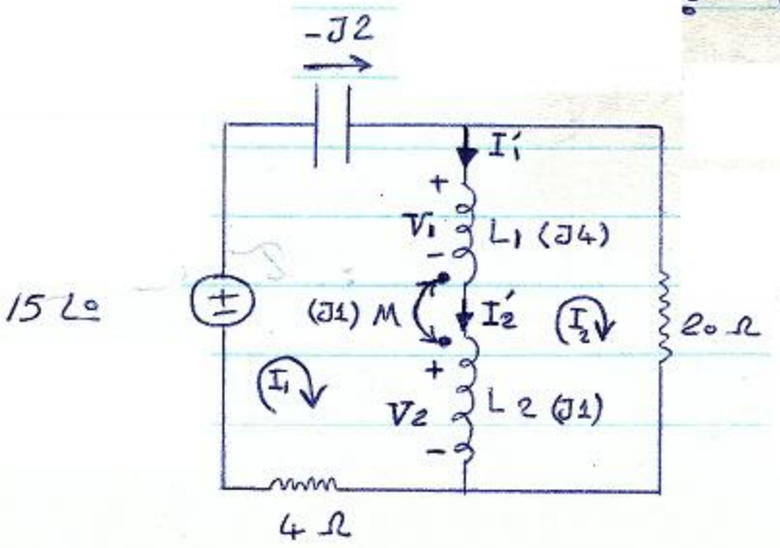
سؤالات :

کلید زنی
سه فاز
سینوسی تک فاز
سینوسی تک فاز (قدرت و توان)
D.C
اندوکتانس (L_1 و L_2 و M)

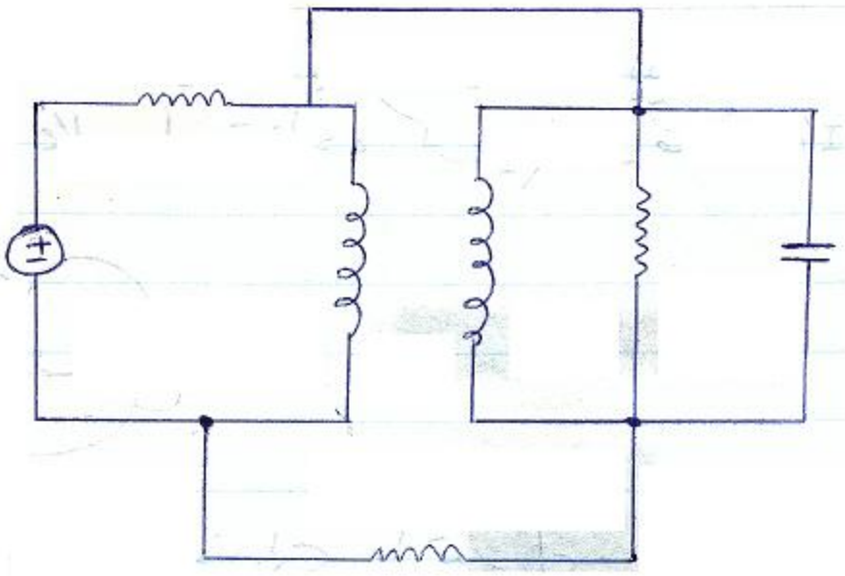
مثال از اندوکتانس کوپله :

* جریان خازن را بیابید.

از تحلیل حلقه ی روبرو :



≡



(I_1, V_1) و (I_2, V_2) را دلخواه و ترجیحاً با جهات متناظر - می گیریم. چون I_1 از سر نقطه دار خارج و I_2 وارد می‌شود پس در رابطه M منفی است. اگر جهت I' را متناظر نمی گرفتیم ممکن بود M مثبت شود.

$$\begin{cases} \omega = 10 \\ L_1 = 0.4 \\ L_2 = 0.1 \\ M = 0.1 \end{cases}$$

KVL

$$\begin{cases} -15\angle 0 - (j2 \times I_1) + V_1 + V_2 + 4 I_1 = 0 \quad (I) & \text{حلقه } (1) \\ -V_2 - V_1 + (I_2 \times 20) = 0 \quad (II) & \text{حلقه } (2) \end{cases}$$

* چون رابطه V_1 و V_2 با I'_1 و I'_2 پیچیده بود در نوشتن KVL از V_1 و V_2 استفاده کردیم و فعلاً I'_1 و I'_2 را دخالت ندادیم.

روابط تزویج:

هر معادله دیفرانسیلی با تبدیل $\frac{d}{dt}$ به $(j\omega)$ به حالت دائمی سینوسی تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \frac{d}{dt} i_1 \pm M \frac{d}{dt} i_2 \\ v_2 = \pm M \frac{d}{dt} i_1 + L_2 \frac{d}{dt} i_2 \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \rightarrow j\omega \\ \frac{d^2}{dt^2} \rightarrow (j\omega)(j\omega) \end{array} \right. \rightarrow$$

$$\begin{cases} V_1 = j4 I'_1 - j1 I'_2 \quad (III) \\ V_2 = -j1 I'_1 + j4 I'_2 \quad (IV) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I'_1 = I_1 - I_2 & \text{(V)} \\ I'_2 = I_1 = I_2 = I'_1 & \text{(VI)} \end{cases}$$

* اگر ولتاژ سلفها را غیر متناظر داده بودند ما متناظر فرض می‌کنیم و روابط را می‌نویسیم و سپس در منفی ضرب می‌کنیم.

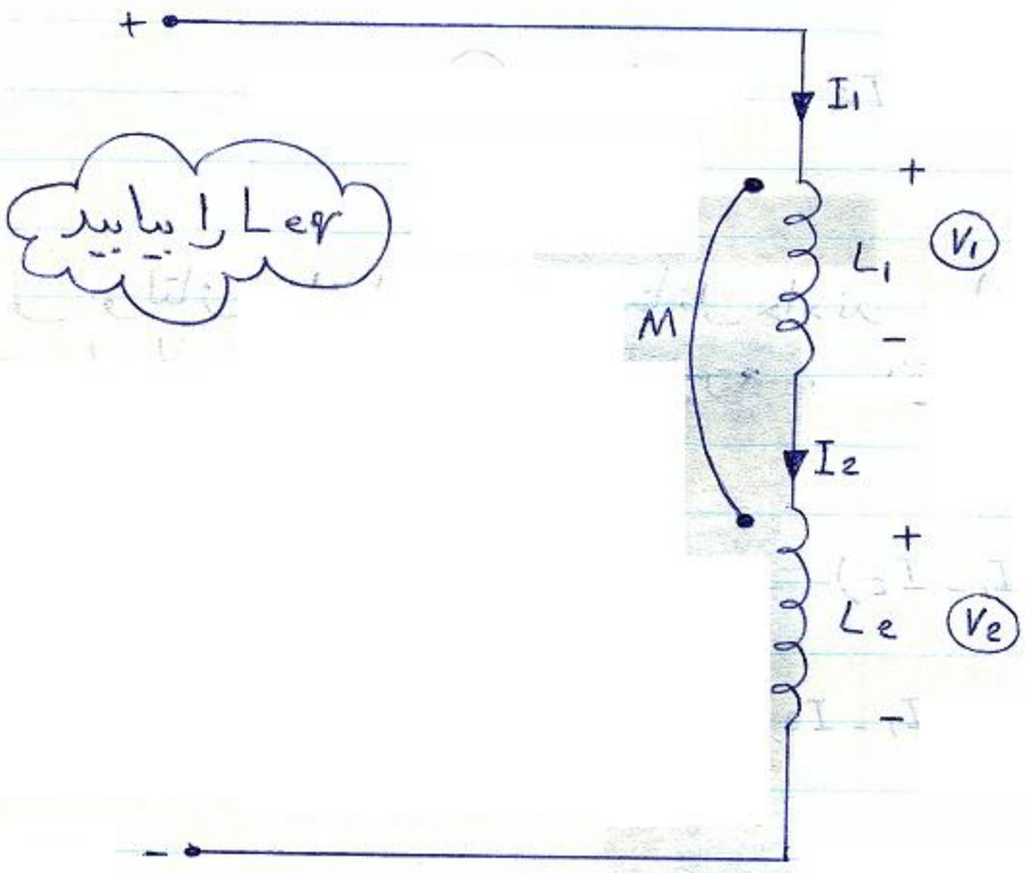
$$\begin{cases} V_1 = J4(I_1 - I_2) - J1(I_1 - I_2) & \text{(V)} \\ V_2 = -J1(I_1 - I_2) + J4(I_1 - I_2) \end{cases} \longrightarrow$$

$V_1 = V_2 \xrightarrow{\text{(I)}, \text{(II)}}$

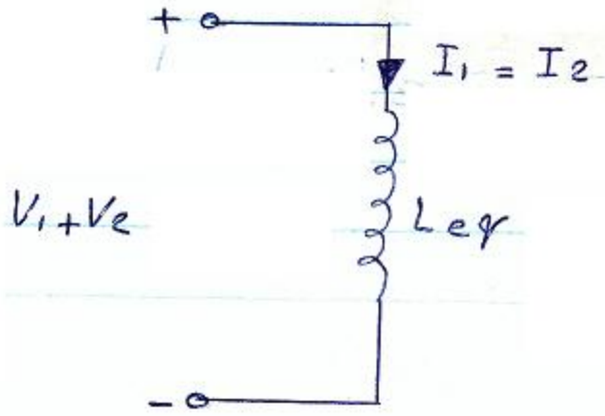
$$\begin{cases} -15 + (4 - J2) I_1 + 2V_1 = 0 \\ -2V_1 + 20 I_2 = 0 \\ V_1 = J3 I_1 - J3 I_2 \leftarrow \text{(V)} \end{cases}$$

** این دستگاه بعنوان تمرین حل شود.

مثال -



$$\begin{cases} V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 & (I) \\ V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 & (II) \end{cases}$$



$$\begin{cases} V_1 + V_2 = j\omega L_{eq} I_1 & (III) \\ I_1 = I_2 & (VI) \end{cases}$$

(I) $\rightarrow$

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_1$$
$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_1 \quad +$$

$$V_1 + V_2 = (j\omega L_1 + j\omega L_2 + 2j\omega M) I_1$$

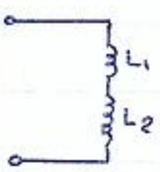
(III) (VI) $\rightarrow$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$

اگر $M = 0$ باشد دو سلف سری هستند.

---

* پس هروقت دو سلف تزویج دار بهمان سیمی در سر وسط آنها داشتیم:



$$L_{eq} = L_1 + L_2 \pm 2M$$

(-) : هروقت دو نقطه نزدیک به هم یا دور از هم باشند.
(+) : هروقت که یکی نزدیک و دیگری دور باشد.
(البته در حالت متناظر)

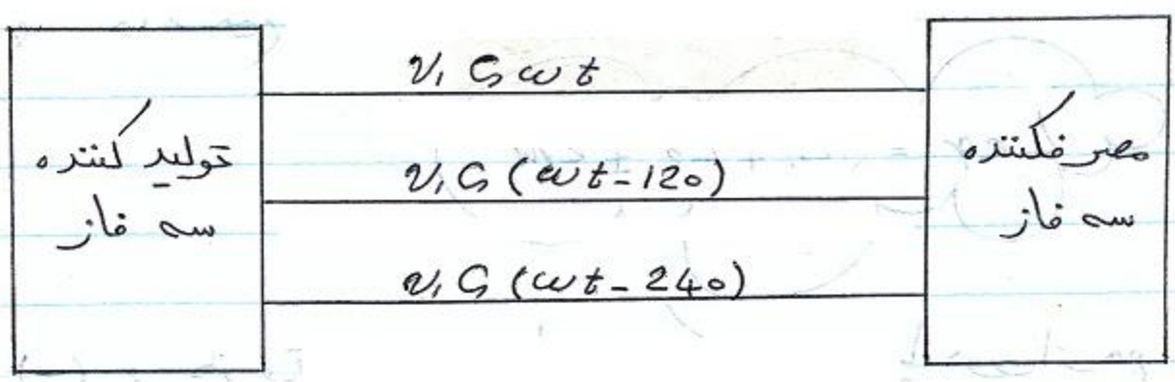
پنجشنبه ۱۰ تا ۳ - مرکز ۳۳

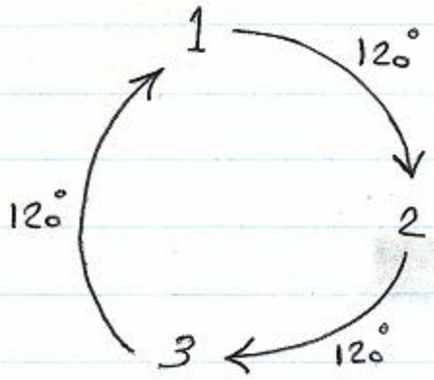
روز چهارشنبه به گروه برق مراجعه شود. ساعت (12) ۱۰ اگر نبود پنجشنبه ۳ به بعد در مرکز ۳۴.

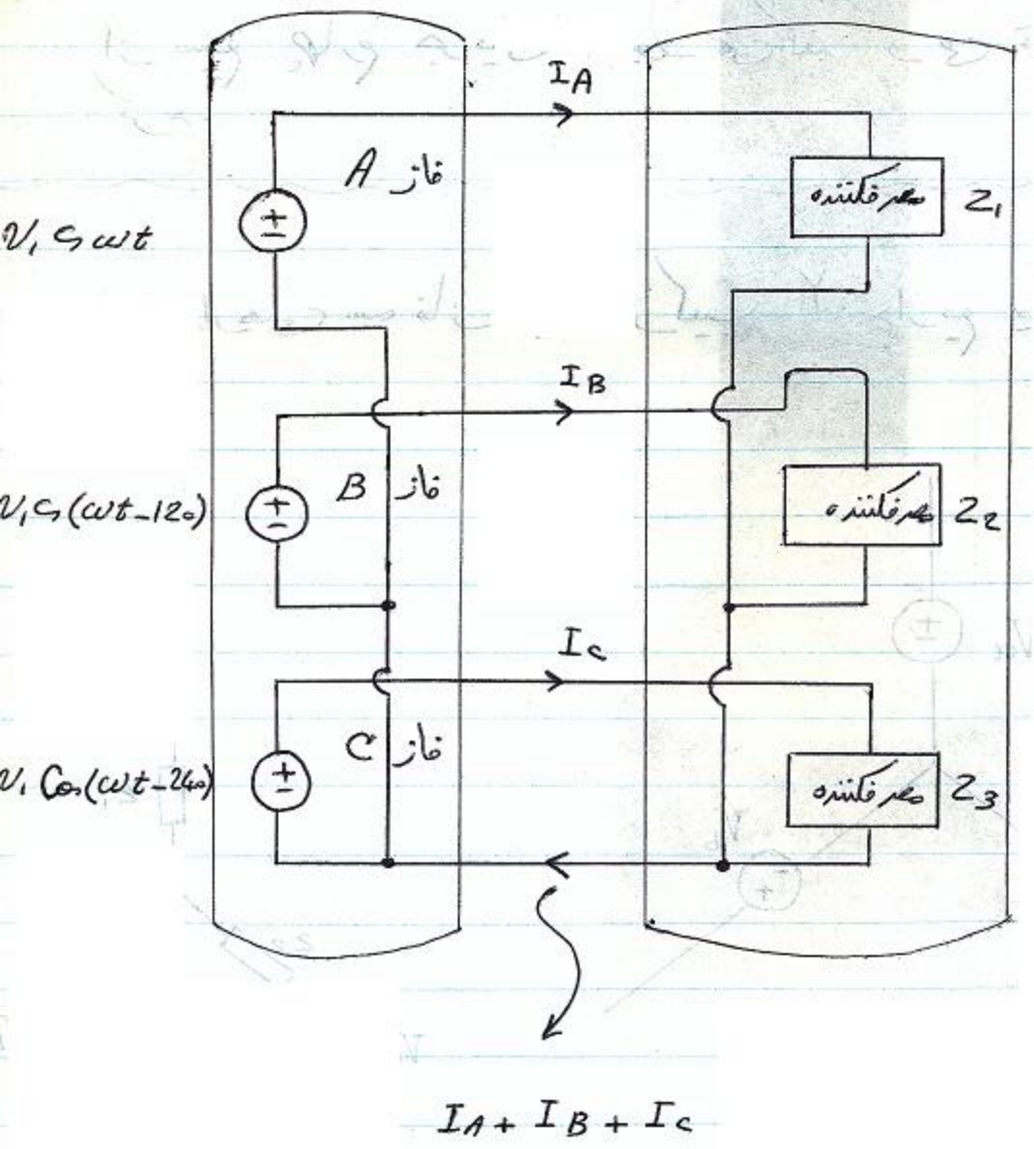
تمرین 4 - 21 و 22 و 24

در 4 - 21 سلف را با مقاومت 1 اهمی عوض می کنیم. در 4 - 22 سلف را با مقاومت 5 اهمی عوض می کنیم. در 4 - 24 بجای خازن مقاومت 3Ω می نهیم.

برق سه فاز




1
2
3
120°
120°
120°


I_A
فاز A
مصرف‌کننده Z_1
$V_1 \cos \omega t$
I_B
فاز B
مصرف‌کننده Z_2
$V_1 \cos(\omega t - 120)$
I_C
فاز C
مصرف‌کننده Z_3
$V_1 \cos(\omega t - 240)$
$I_A + I_B + I_C$

$$I_A = \frac{V_1 \cos \omega t}{Z_1}$$

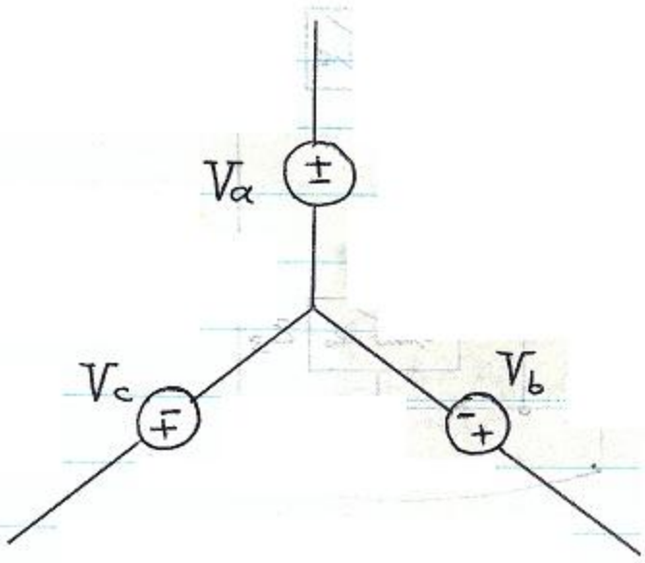
$$I_B = \frac{V_1 \cos(\omega t - 120^\circ)}{Z_2}$$

$$I_C = \frac{V_1 \cos(\omega t - 240^\circ)}{Z_3}$$

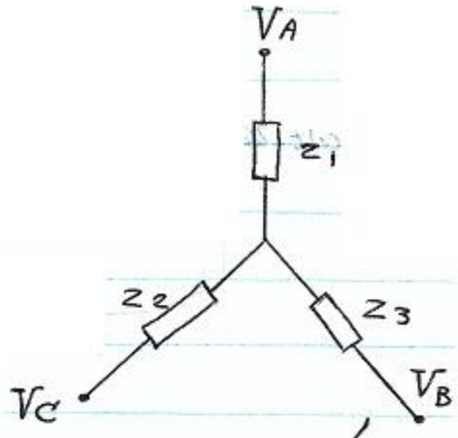
* اگر $Z_1 = Z_2 = Z_3$ باشد مصرف کننده بالانس است و از سیم چهارم جریان عبور نمی کند و می توان آن را حذف کرد.

---

* در مدارهای سه فاز یا ترکیب Y داریم یا ترکیب Δ :

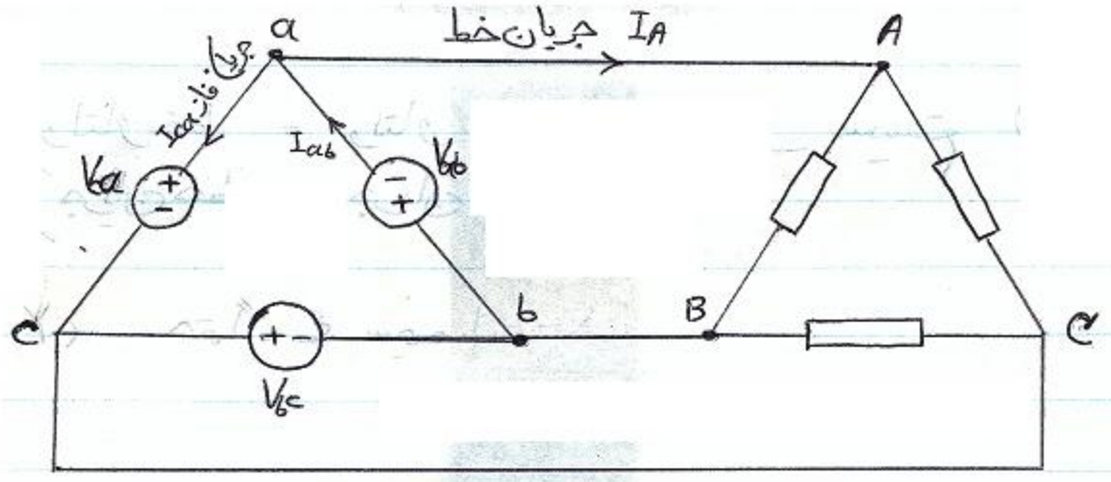


تولید کننده Y

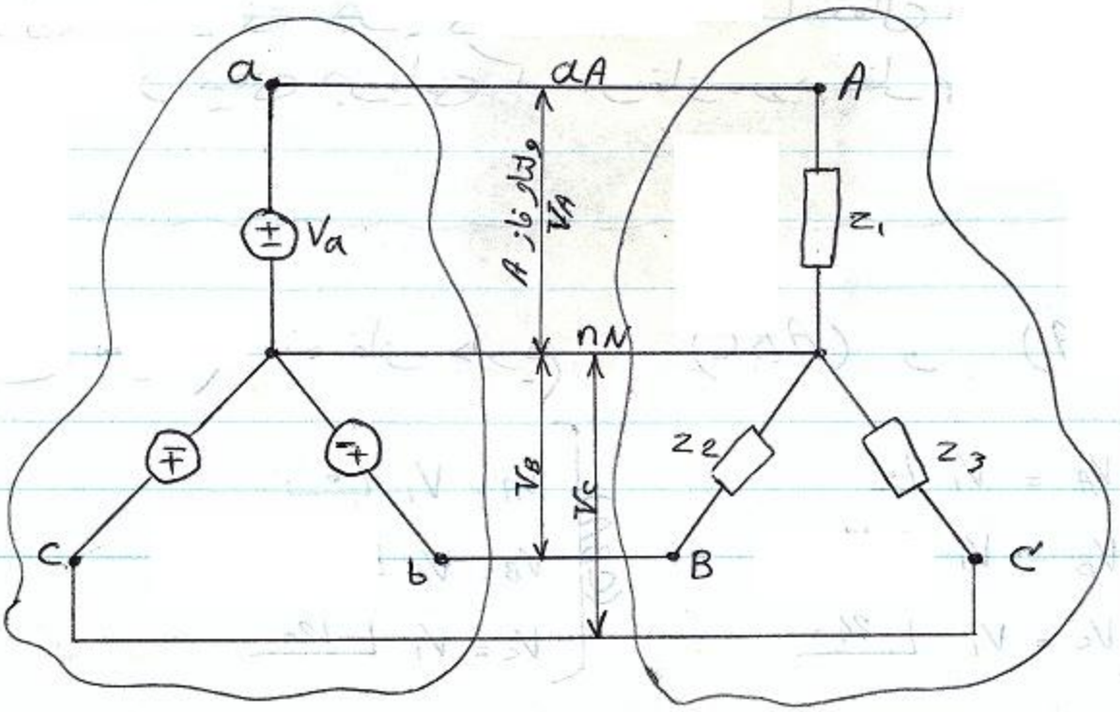


مصرف کننده Y

(V) علامت نازور است. در تولید کننده برای اندیس از a و b و c استفاده می کنیم و ولتاژ ها را (بارها را) در مصرف کننده با اندیس A و B و C نمایش می دهیم.



در سیستم (Δ Δ) حتماً سه سیم داریم.



* ولتاژهای فاز نسبت به گره زمین (N) سنجیده می‌شود. در مقابل (ولتاژ خط) داریم که ولتاژ بین خط a و b و یا خط a و c و یا خط b و c را می‌دهد. (V_{AB} و V_{BC} و V_{CA})

در سیستم (Δ) : (ولتاژ خط = ولتاژ فاز) (جریان خط ≠ جریان فاز)

* سیستم (۲۲۰) حتماً ۳ سیم است.

در سیستم (Y) : (ولتاژ خط ≠ ولتاژ فاز) (جریان خط = جریان فاز)

---

* جریان خط یعنی جریانی که روی خط انتقال است.
* جریان فاز یعنی جریانی که از فاز مورد نظر می‌گذرد.

---

* دو نوع سیستم سه فاز داریم (ABC) و (CBA) :

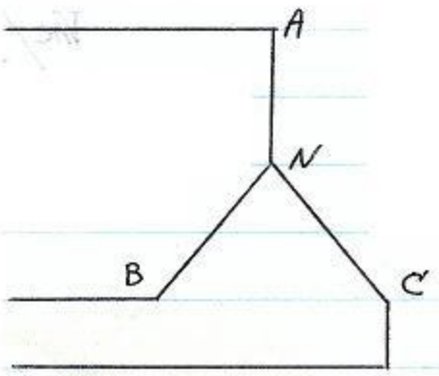
(ABC)
$$\begin{cases} V_A = V_1 \angle 0^\circ \\ V_B = V_1 \angle -120^\circ \\ V_C = V_1 \angle -240^\circ \end{cases}$$

(CBA)
$$\begin{cases} V_A = V_1 \angle 0^\circ \\ V_B = V_1 \angle -240^\circ \\ V_C = V_1 \angle -120^\circ \end{cases}$$

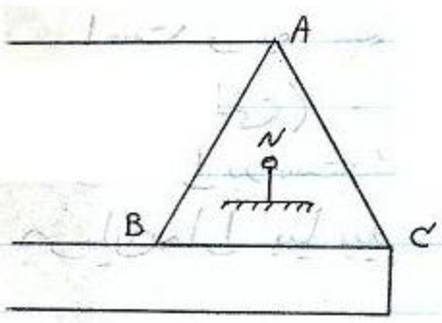
POWEREN.IR

و ABC

$$V_{AB} = V_A - V_B = V_{AN} - V_{BN}$$
$$V_{BC} = V_{BN} - V_{CN}$$
$$V_{CA} = V_{CN} - V_{AN}$$



$$V_{AB} = V_{AB}$$
$$V_{BC} = V_{BC}$$
$$V_{CA} = V_{CA}$$

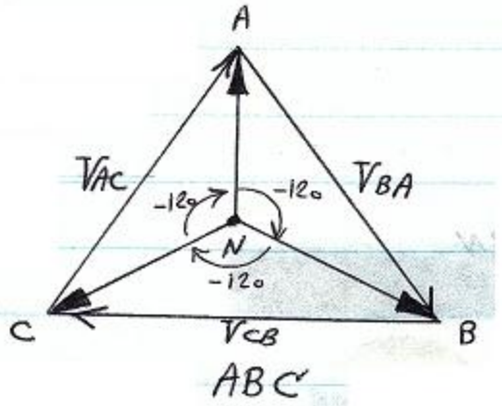


N نقطه فرضی (مرکز مثلث) است
که در صفر ولت است.

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰۳-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

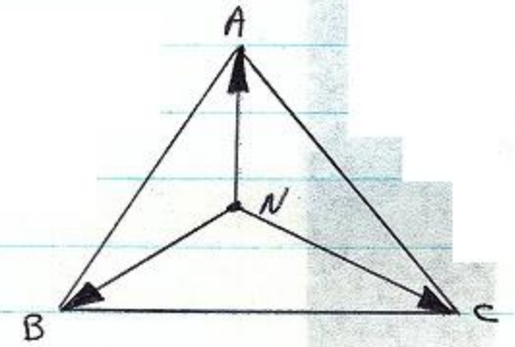
جزوه آموزشی درس مبانی مهندسی برق (۱) آقای مهندس عبداله زاده
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران – دانشکده فنی (۱۳۷۲)

دیاگرام فازوری ولتاژها؛
سیستم ستاره . ABC



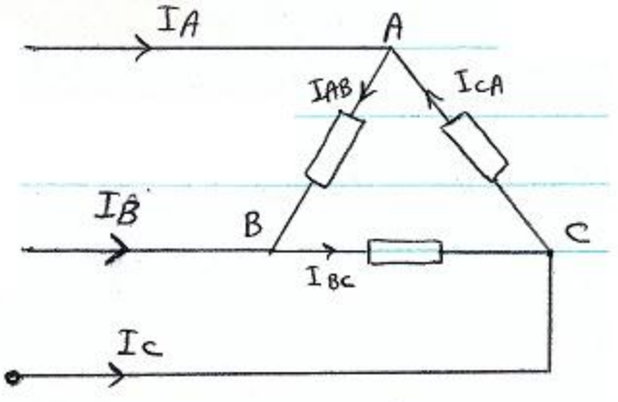
ABC

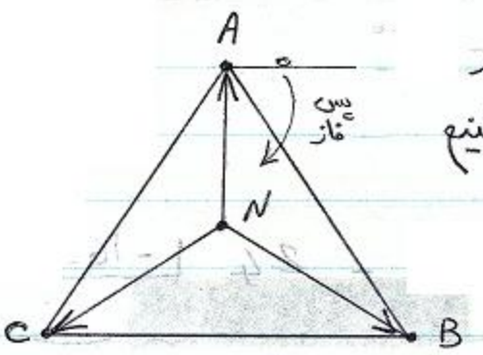
دیاگرام فازوری ولتاژها؛
سیستم ستاره . CBA



CBA

مثال ۱- در یک سیستم سه‌فاز سه‌سیمه ABC ولتاژ خط (یعنی ولتاژ مؤثر) 120 است و به سه بار $5\angle 45^\circ\ \Omega$ بسته شده (بار سلفی) . بصورت مثلث بسته شده . جریان خطوط را بدست آورده و دیاگرام فازوری ولتاژها و جریان‌ها را بیابید .





A را دلخواه می‌گیریم و حجد ترتیب ABC را اعمال می‌کنیم تا B و C بدست آید.

$$\begin{cases} V_{AB} = 120\,V \angle 120^\circ \\ V_{BC} = 120\,V \angle 0^\circ \\ V_{CA} = 120\,V \angle -120^\circ \end{cases}$$

* اوّل باید I_{AB} و I_{CA} و I_{BC} را بیابیم و از روی آنها I_A و I_B و I_C را بیابیم:

$$\begin{cases} I_A = I_{AB} - I_{CA} \\ I_B = I_{BC} - I_{AB} \\ I_C = I_{CA} - I_{BC} \end{cases}$$

$$* \quad I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{120 \angle 120}{5 \angle 45} = 24 \angle 75^\circ$$

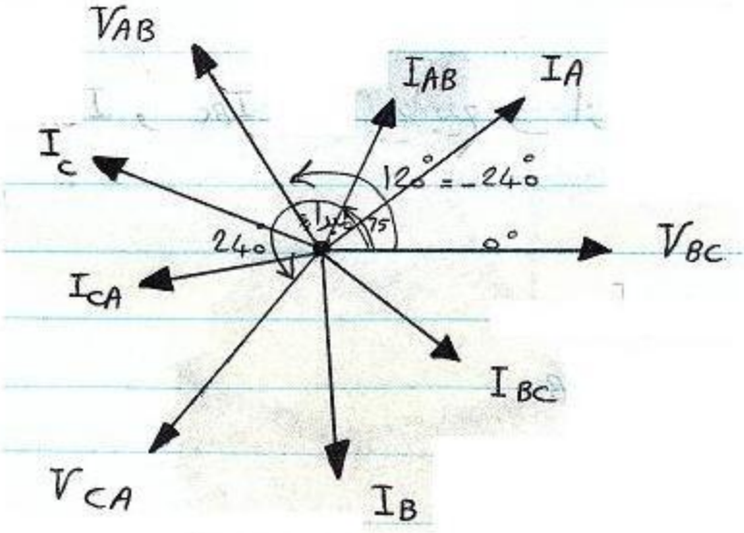
$$* \quad I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{120 \angle 0}{5 \angle 45} = 24 \angle -45^\circ$$

* $I_{cA} = 24 \angle -165^\circ$ ⟹

$$I_A = \underbrace{24 \angle 75^\circ}_{\text{تبدیل به دکارتی}} - \underbrace{24 \angle -165^\circ}_{\text{تبدیل به دکارتی}} = \underbrace{\frac{58.7}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ}_{\text{دوباره تبدیل به قطبی}}$$

$$I_B = 24 \angle -45 - 24 \angle 75^\circ$$

$$I_C = 24 \angle -165 - 24 \angle -45$$

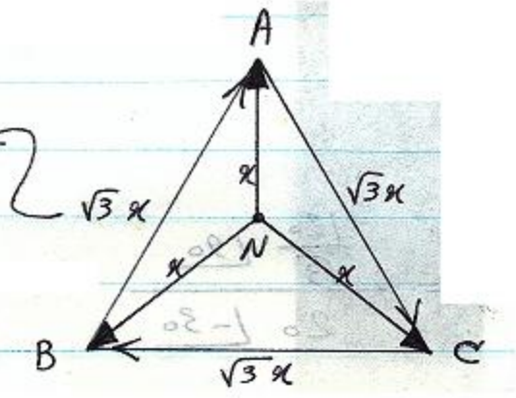


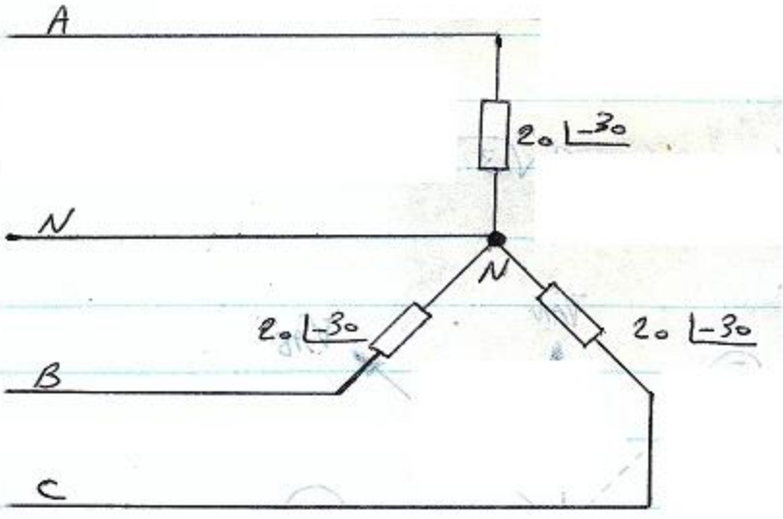
فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

مثال ۲- یک سیستم سه فاز چهارسیمه CBA . 120V خط .
بالانس . امپدانس $20\angle -30^\circ$. بشکل ۲ .
جریانهای خطوط و دیاگرام فازوری ولتاژ ها و جریانها
را بیابید .

* فاز یکی را به اختیاری گیریم مثلاً A را بالا می گیریم .

قانون جمع ریاضی





$$V_{AB} = 120 \angle 60$$
$$V_{BC} = 120 \angle 180$$
$$V_{CA} = 120 \angle -60$$

$$V_{AN} = \frac{120}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ$$

* اندازه را طبق قانون ریاضی محاسبه کرده و زاویه را هم می خوانیم.

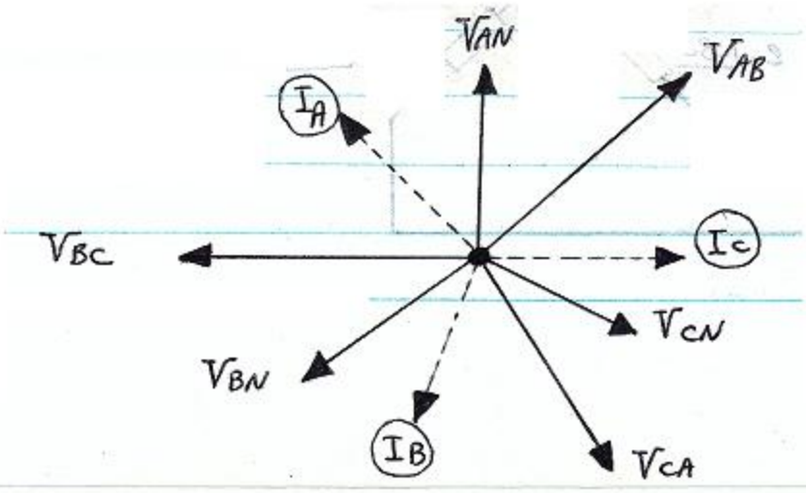
$$V_{BN} = \frac{120}{\sqrt{3}} \angle 210$$

$$V_{CN} = \frac{120}{\sqrt{3}} \angle 330$$

$$I_A = I_{AN} = \frac{V_{AN}}{Z_{AN}} = \frac{\frac{120}{\sqrt{3}} \angle 90}{20 \angle -30} = 2\sqrt{3} \angle 120$$

$$I_B = I_{BN} = \frac{V_{BN}}{Z_{BN}} = \frac{\frac{120}{\sqrt{3}} \angle 210}{20 \angle -30} = 2\sqrt{3} \angle 240$$

$$I_C = I_{CN} = \frac{V_{CN}}{Z_{CN}} = 2\sqrt{3} \angle 0$$



محاسبه توان در سه فاز :

$$P_A = Rel\left\{ V_{AN} \cdot I_{AN}^{*} \right\} = Rel\left\{ \frac{120\ \angle 90}{\sqrt{3}} \times 2\sqrt{3}\ \angle 120 \right\}$$

$$P_A = Re\left\{ 240\ \angle -30 \right\} = 240\ \angle 30^{\circ}\ \ W$$

* P_B را می توان حساب کرد یا در صورت بالانس بودن :

$$P_B = P_C = P_A = 240\ \angle 30^{\circ}\ \ W$$

توان ظاهری : توانی که رد و بدل می شود :

$$Q_A = Q_B = Q_C = Im\left\{ 240\ \angle -30 \right\}$$

$$= -120\ \ VAR$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

در سیستم بالانس ؛

$$P_{\text{سه فاز}} = \sqrt{3}\ \underbrace{V_{\text{خط}}}_{\text{اندازه}} \times \underbrace{I_{\text{خط}}}_{\text{اندازه}} \times \cos\theta$$

θ: زاویه ولتاژ خط و جریان خط

$$P_{\text{سه فاز}} = \sqrt{3}\ \underbrace{V_{\text{فاز}}}_{\text{اندازه}} \times \underbrace{I_{\text{فاز}}}_{\text{اندازه}} \times \cos\theta$$

$$P_{\text{سه فاز}} = Re\left\{\sqrt{3}\ V_L\ I_L^*\right\}$$

$$P_{\text{سه فاز}} = Re\left\{3\ V_{Ph}\ I_{Ph}^*\right\}$$

مثال ۳- سه فاز ABC و Δ . $V_L = 339.4\ V$

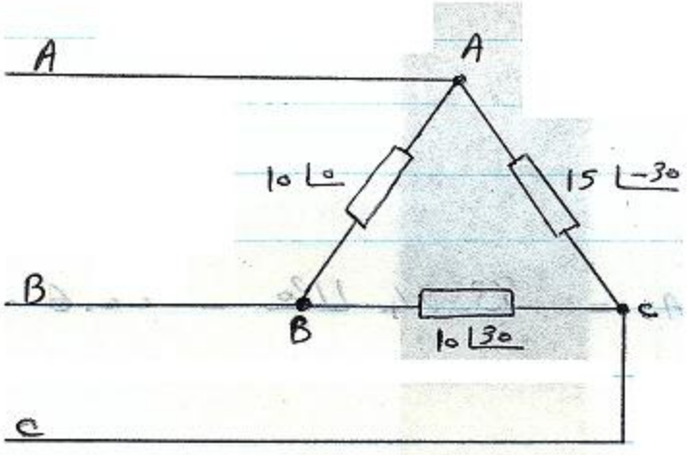
$Z_{AB} = 10\angle 0$, $Z_{BC} = 10\angle 30$

$Z_{CA} = 15\angle -30$

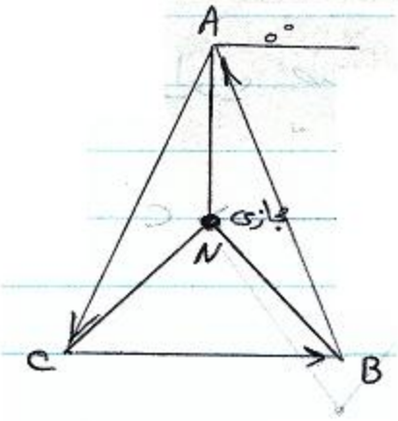
* جریانهای خط و فاز و دیاگرام فازوری را بیابید .

Y	Δ
$V_L = \sqrt{3}\ V_{Ph}$	$V_L = V_{Ph}$
$I_L = I_{Ph}$	$I_L = \sqrt{3}\ I_{Ph}$

حل مثال (۳) -



* چون شرطی تعیین نکرده A را با زاویه صفر می‌گیریم و طبق (ABC) B و C را می یابیم :



$$\begin{cases} V_{CA} = 339.4 \angle 240 \\ V_{AB} = 339.4 \angle 120 \\ V_{BC} = 339.4 \angle 0 \end{cases}$$

* وقتی V_{BC} می گوییم جهت فلش را از C به B قرار می دهیم لذا - زاویه بردارمان صفر می شود.

$$\begin{cases} I_{AB} = \dfrac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \dfrac{339.4 \angle 120}{10 \angle 0} = 33.94 \angle 120^\circ \\ I_{BC} = 33.94 \angle -30 \\ I_{CA} = 22.6 \angle 270 \end{cases}$$

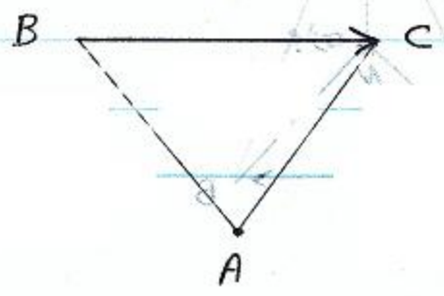
$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = 33.94 \angle 120 - 22.6 \angle 270$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

---

* اگر گفتند V_{CB} با زاویه صفر باشد و سیستم ABC :

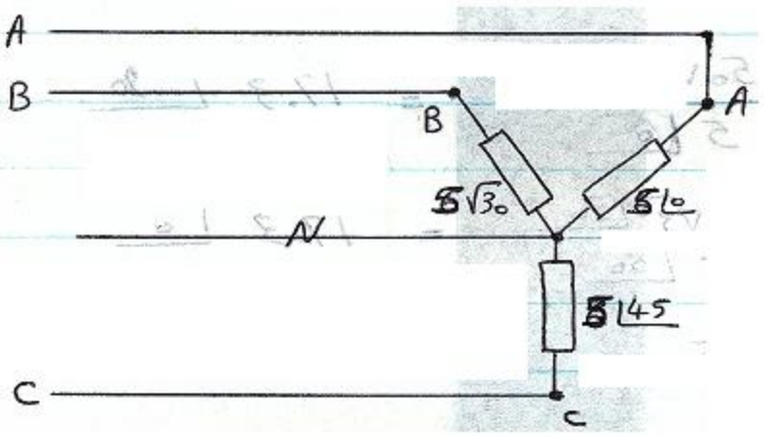


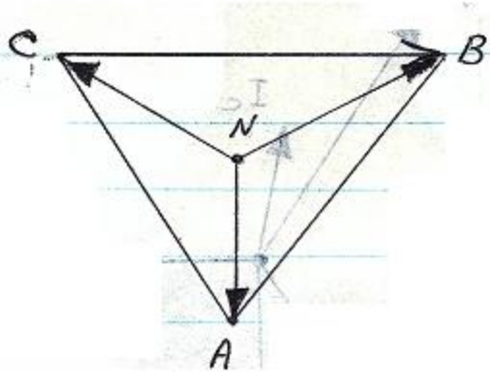
مثال (٤) - ٢ جهاز سيمه غير بالانس CBA . $\angle V_{BC} = 0°$

$Z_A = \not{5}\ \angle 10\ \Omega$

$Z_B = \not{5}\ \angle 130\ \Omega$

$Z_C = \not{5}\ \angle 145\ \Omega$





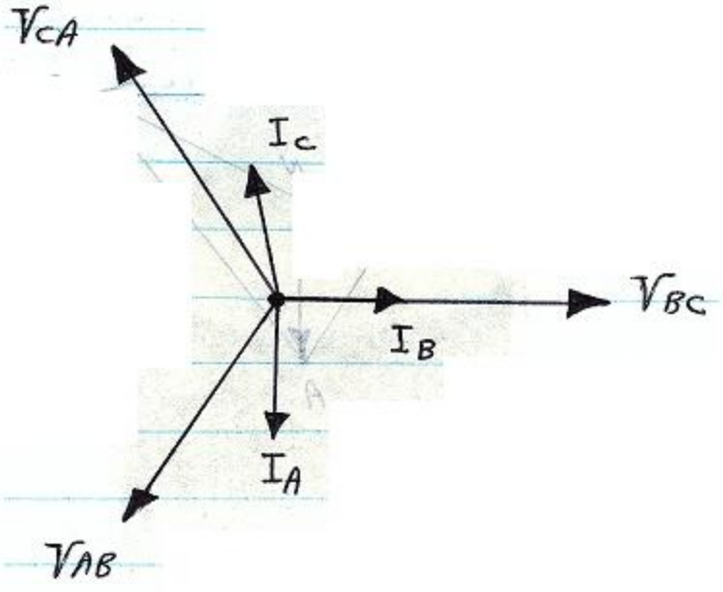
$V_{BC} = 150\ \angle 0$

$V_{CA} = 150\ \angle 120$

$V_{AB} = 150\ \angle -120$

$$\begin{cases} V_{AN} = \dfrac{150}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ = 50\sqrt{3} \angle -90^\circ \\ V_{BN} = 50\sqrt{3} \angle 30^\circ \\ V_{CN} = 50\sqrt{3} \angle 150^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_A = I_{AN} = \dfrac{50\sqrt{3} \angle -90^\circ}{5 \angle 0^\circ} = 17.3 \angle -90^\circ \\ I_B = I_{BN} = \dfrac{50\sqrt{3} \angle 30^\circ}{5 \angle 30^\circ} = 17.3 \angle 0^\circ \\ I_C = 17.3 \angle 105^\circ \end{cases}$$



۲ سه سیمه غیر بالانس

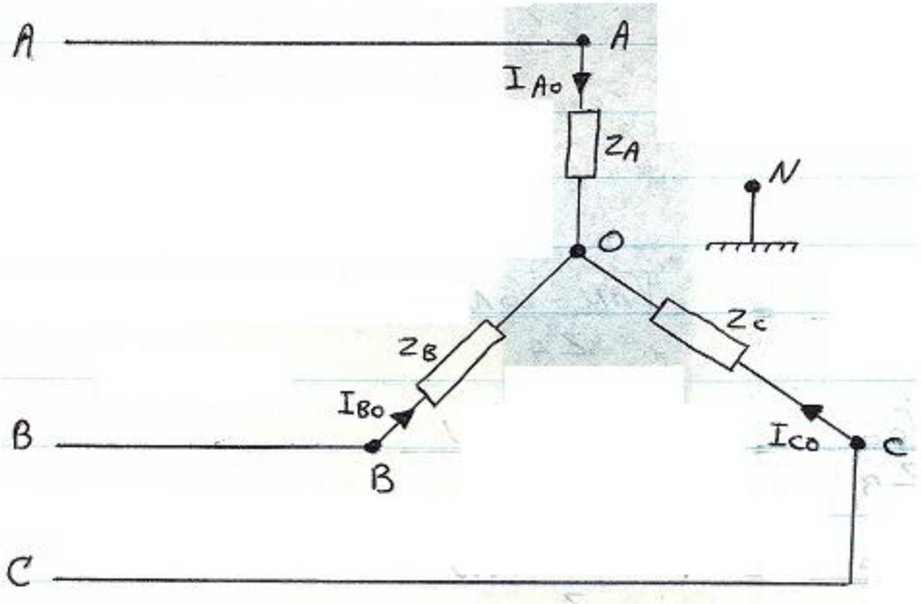
مثال (۵) - (مهم)

$Z_A = 5 \angle 0^\circ$

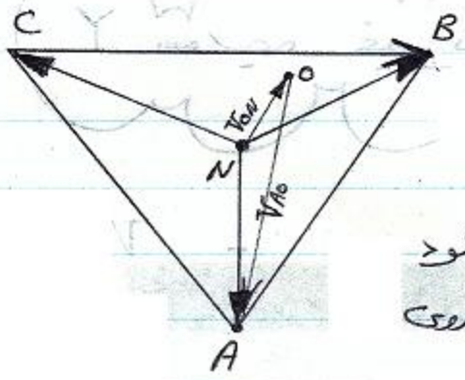
$Z_B = 5 \angle 30^\circ$

$Z_C = 5 \angle 45^\circ$

- $V_{BC} = 150 \angle 0^\circ$ - CBA



* در ۲ سه سیمه اگر بالانس باشد مرکز مثلث ولتاژش صفر است اما در ۲ سه سیمه غیر بالانس باید نقطه O را در نظر گرفته و ولتاژ آن را بیابیم (چون O دیگر N نیست). در ۲ سه سیمه غیر بالانس جریانها مجموعشان در O صفر نمی شود و در O - تجمع یا کاهش الکترون پدید می آید و دیگر پتانسیل صفر ندارد و لذا N باید از O جابجا شود تا مجموع جریانها در آن صفر شود.



پس از یافتن V_{ON} ولتاژ V_{AO} را مشخص می‌کنیم.

V_{AO} ولتاژ A نسبت به O

و V_{BO} و V_{CO} معین می‌شود

و ولتاژ واقعی است که روی A و B و C می‌افتد.

$$\begin{cases} V_{AB} = 150 \angle -120^\circ \\ V_{BC} = 150 \angle 0^\circ \\ V_{CA} = 150 \angle 120^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_A = \dfrac{V_{AO}}{Z_A} = \dfrac{V_{AN} - V_{ON}}{Z_A} \\ I_B = \dfrac{V_{BO}}{Z_B} = \dfrac{V_{BN} - V_{ON}}{Z_B} \\ I_C = \dfrac{V_{CO}}{Z_C} = \dfrac{V_{CN} - V_{ON}}{Z_C} \end{cases}$$

*** $I_A + I_B + I_C = 0$ ⟶

$$\frac{V_{AN} - V_{ON}}{Z_A} + \frac{V_{BN} - V_{ON}}{Z_B} + \frac{V_{CN} - V_{ON}}{Z_C} = 0$$

$$V_{ON} = \frac{\dfrac{V_{AN}}{Z_A} + \dfrac{V_{BN}}{Z_B} + \dfrac{V_{CN}}{Z_C}}{\dfrac{1}{Z_A} + \dfrac{1}{Z_B} + \dfrac{1}{Z_C}} \quad (I)$$

$$\begin{cases} V_{AN} = \dfrac{150}{\sqrt{3}} \angle -90 = 50\sqrt{3} \angle -90 \\ V_{BN} = 50\sqrt{3} \angle 30 \\ V_{CN} = 50\sqrt{3} \angle 150 \end{cases}$$

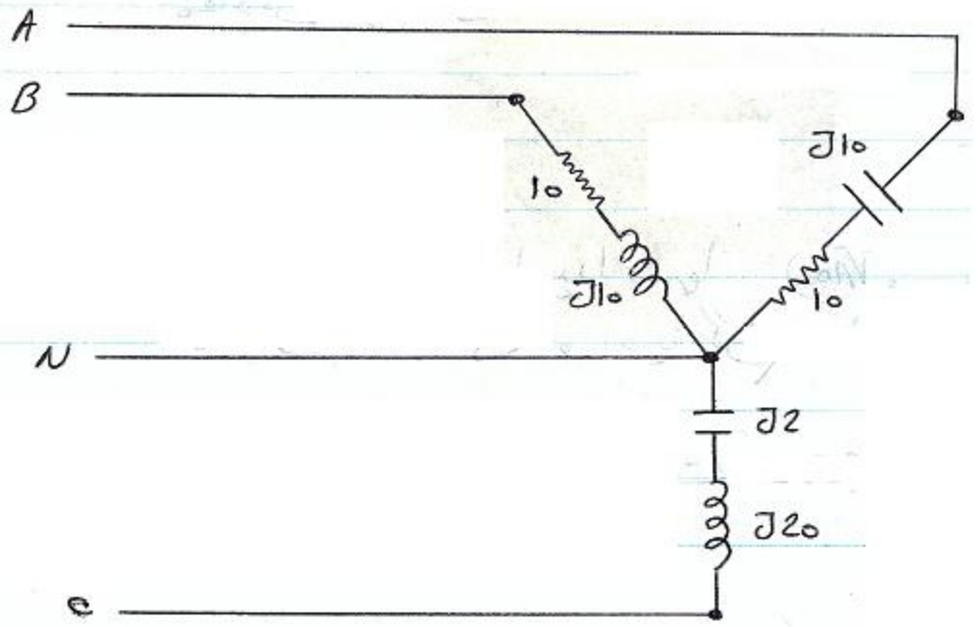
$V_{ON} = 20.2 \angle 39.5°$

جابجا شدن مرکز ستاره (ولتاژ O صفر نیست) .

V_{ON} را هم در دیاگرام فازوری رسم می کنیم .

مثال ۶ - سه فاز - چهار سیمه Y غیر متقارن

$V_{BC} = 150 \angle 0$ - ABC



$$\begin{cases} Z_A = 10 - J10 = 14.14 \angle -45 \\ Z_B = 10 + J10 = 14.14 \angle 45 \\ Z_C = J20 - J2 = J18 = 18 \angle 90 \end{cases}$$

« ادامه حل مانند مثالهای قبلی است »

** با داشتن I و V می توان توان مصرفی مقاومتها را و Q ظاهری را محاسبه نمود.

تمرین - سیستم سه فاز سه سیمه Y -

$$\begin{cases} V_{BC} = 208 \angle 0 \\ V_{AB} = 208 \angle 120 \end{cases}$$

مقادیر امپدانس :

$$\begin{cases} Z_A = 10 \angle 0 \\ Z_B = 15 \angle 30 \\ Z_C = 10 \angle -30 \end{cases}$$

ولتاژهای دوسر امپدانسها (V_{AO} و V_{BO} و V_{CO}) و مقدار جابجائی و دیاگرام فازوری ولتاژها.

$$V_{ON} = 23.3 \angle -144.5$$

تمرین - کل توان مصرفی و توان فازها را در تمرین - قبلی بدست آورید.

تمرین - سه فاز - سه سیمه - بالانس - Δ
به ولتاژ $V_L = 120\ V$ بسته شده است. ABC
امپدانسها همگی مقاومت $10\ \Omega$ و سلف $\frac{1}{20}\ H$ است.
جریانها و فازور جریانها و توان مقاومتها را بیابید.

$(F = 50\ Hz)$ $(\omega = 2\pi F)$ $j\omega$

تمرین - سه فاز - ABC - Δ در ترکیب $V_{BC} = 294 \angle 0\ V$

$Z_{AB} = 5 \angle 0$
$Z_{BC} = 4 \angle 30$
$Z_{CA} = 6 \angle -15$

*** جریانها و توان شاخه ها را بیابید.

جواب - $I_A = 99.7 \angle 99.7$
$I_B = 127.9 \angle -43.3$
$I_C = 77.1 \angle -172.1$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه آموزشی درس مبانی مهندسی برق (۱) آقای مهندس عبداله زاده
دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران – دانشکده فنی (۱۳۷۲)