www.powerjam.ir

کنترل تطبیقی

« ویرایش دوم »

تألیف: کارل جان آستروم
یورن ویتن‌مارک
ترجمه: محمد تقی حمیدی بهشتی



انتشارات دانشگاه تربیت مدرّس
۴۰

www.powerjam.ir

٦٢٩
١ ٨٣٦
الف ٤٨٢ س
١٠ ن

بسم الله الرحمن الرحيم

www.powerjam.ir

www.powerjam.ir

کتابخانه دانشگاه آزاد اسلامی
واحد گرمسار
شماره ۱۰۱۲۵

دانشگاه آزاد اسلامی
واحد گرمسار
کتابخانه

۷۲/۴۱۲۹

کنترل تطبیقی

مؤلف: پرفسور کارل جان اَستروم، پرفسور یورن ویتن‌مارک

مترجم: دکتر محمدتقی حمیدی‌بهشتی

www.powerjam.ir

استروم، کارل یوهان، ۱۹۳۴ - Astrom. Karl Johan
کنترل تطبیقی / مؤلف کارل جان استروم، یورن ویتن مارک؛
مترجم: محمدتقی حمیدی بهشتی - تهران: دانشگاه تربیت مدرّس، مرکز نشر، ۱۳۷۷
بیست‌ویک، ۷۳۱ ص.. مصور، نمودار. - (دانشگاه تربیت مدرّس؛ ۴۰)
شابک: ۷ - ۰۵ - ۶۲۱۳ - ۹۶۴ ISBN 964 - 6213 - 05 - 7
فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا (فهرستنویسی پیش از انتشار).
عنوان اصلی Adaptive control. 2nd ed.
واژه‌نامه.
کتابنامه.
۱. کنترل تطبیقی.
الف. ویتن مارک، یورن، ۱۹۴۳ - Wittenmark. Bjorn
ب. حمیدی بهشتی، محمدتقی، ۱۳۳۴ -، مترجم.
ج. دانشگاه تربیت مدرّس. مرکز نشر.
د. عنوان.
۹ک ۵ الف/ TJ ۲۱۷ ۶۲۹/۸۳۶
۱۳۷۷
کتابخانه ملی ایران
۲۳۹۶ - ۷۷ م

عنوان : کنترل تطبیقی
مؤلف : کارل جان اَستروم، یورن ویتن‌مارک
مترجم : دکتر محمدتقی حمیدی‌بهشتی
ویراستار : بهادر باقری
ناشر : مرکز نشر دانشگاه تربیت مدرس
شماره انتشار : ۴۰
شماره مسلسل : ۴۳
تاریخ انتشار : ۱۳۷۷
حروفچینی : مؤسسه امید
طراحی جلد : محمد حمزه
چاپ : ممتاز
شمارگان : ۲۰۰۰
بها : ۲۶۰۰۰ ریال
شابک: ۷ـ۰۵ـ۶۲۱۳ـ۹۶۴ ISBN 964-6213-05-7

www.powerjam.ir

تقدیم به:

همسر عزیز و

فرزندان دلبندم، یاسمن و شبنم

www.powerjam.ir

www.powerjam.ir

فهرست

مقدمه مترجم ..... سیزده
مقدمه مؤلف ..... پانزده

۱ کنترل تطبیقی چیست؟ ۱
۱ ـ ۱ مقدمه ۱
۱ ـ ۲ پسخور خطی ۴
۱ ـ ۳ اثرهای تغییرات فرایند ۱۱
۱ ـ ۴ روشهای تطبیقی ۲۱
۱ ـ ۵ مسألهٔ کنترل تطبیقی ۲۸
۱ ـ ۶ کاربردها ۳۱
۱ – ۷ نتایج ۳۸
مسایل ۴۰
مراجع ۴۴

۲ تخمین پارامتر زمان ـ حقیقی ۴۹
۲ ـ ۱ مقدمه ۴۹
۲ ـ ۲ حداقل مربعات و مدلهای رگرسیون ۵۰
۲ ـ ۳ تخمین پارامترها در سیستمهای دینامیکی ۶۸
۲ ـ ۴ شرایط آزمایشی ۷۶
۲ ـ ۵ شبیه سازی تخمین بازگشتی ۸۶
۲ ـ ۶ اطلاعات اولیه ۹۴

www.powerjam.ir

۲ ـ ۷ نتایج ۹۸
مسایل ۹۸
مراجع ۱۰۵

۳ رگولاتورهای خودتنظیم قطعی ۱۰۹
۳ ـ ۱ مقدمه ۱۰۹
۳ ـ ۲ طراحی جایابی قطب ۱۱۲
۳ ـ ۳ رگولاتورهای خود تنظیم غیر مستقیم ۱۲۴
۳ ـ ۴ خود تنظیم‌گرهای زمان ـ پیوسته ۱۳۲
۳ ـ ۵ رگولاتورهای خودتنظیم مستقیم ۱۳۵
۳ ـ ۶ اغتشاشهای دارای مشخصه‌های معلوم ۱۴۶
۳ – ۷ نتایج ۱۵۶
مسایل ۱۵۶
مراجع ۱۶۶

۴ رگولاتورهای خودتنظیم اتفاقی و پیش‌بین ۱۶۹
۴ ـ ۱ مقدمه ۱۶۹
۴ ـ ۲ طراحی کنترلگرهای حداقل واریانس و میانگین متحرک ۱۶۹
۴ ـ ۳ رگولاتورهای خودتنظیم اتفاقی ۱۸۰
۴ ـ ۴ اتحاد رگولاتورهای خود تنظیم مستقیم ۱۹۲
۴ ـ ۵ STR خطّی درجه دوم ۲۰۱
۴ ـ ۶ کنترل پیش‌بین تطبیقی ۲۰۶
۴ ـ ۷ نتایج ۲۲۰
مسایل ۲۲۰
مراجع ۲۲۳

۵ سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع ۲۲۹
۵ ـ ۱ مقدمه ۲۲۹
۵ ـ ۲ قاعدهٔ MIT ۲۳۰
۵ ـ ۳ تعیین بهرهٔ تطبیق ۲۴۰
۵ ـ ۴ نظریهٔ لیاپانوف ۲۴۶

www.powerjam.ir

۵ ـ ۵ طراحی MRAS با استفاده از نظریهٔ لیاپانوف ۲۵۵
۵ ـ ۶ پایداری ورودی ـ کراندار خروجی ـ کراندار ۲۶۶
۵ ـ ۷ کاربردها در کنترل تطبیقی ۲۸۴
۵ ـ ۸ پیشخور خروجی ۲۹۱
۵ ـ ۹ ارتباط میان MRAS و STR ۳۰۰
۵ ـ ۱۰ سیستمهای غیر خطی ۳۰۲
۵ ـ ۱۱ نتایج ۳۱۶
مسایل ۳۱۷
مراجع ۳۲۳

۶ ویژگیهای سیستمهای تطبیقی ۳۲۷
۶ ـ ۱ مقدمه ۳۲۷
۶ ـ ۲ دینامیکهای غیر خطی ۳۲۹
۶ ـ ۳ تطبیق یک بهرهٔ پیشخور ۳۴۱
۶ ـ ۴ تحلیل خود تنظیم‌گرهای زمان ـ گسسته غیرمستقیم ۳۴۸
۶ ـ ۵ پایداری الگوریتمهای زمان ـ گسسته مستقیم ۳۶۴
۶ ـ ۶ میانگین‌گیری ۳۷۱
۶ ـ ۷ کاربرد روشهای میانگین‌گیری ۳۷۹
۶ ـ ۸ میانگین‌گیری در سیستمهای اتفاقی ۳۹۴
۶ ـ ۹ کنترلگرهای تطبیقی مقاوم ۴۰۶
۶ ـ ۱۰ نتایج ۴۱۹
مسایل ۴۲۰

۷ کنترل تطبیقی اتفاقی ۴۳۳
۷ ـ ۱ مقدمه ۴۳۳
۷ ـ ۲ مسایل تصمیم‌گیری چند گامی ۴۳۵
۷ ـ ۳ مسألهٔ تطبیقی اتفاقی ۴۳۸
۷ ـ ۴ کنترل دوگان ۴۴۰
۷ ـ ۵ راهبردهای زیر بهینه ۴۵۰
۷ ـ ۶ مثالها ۴۵۴
۷ ـ ۷ نتایج ۴۶۰

www.powerjam.ir

مسایل ۴۶۱
مراجع ۴۶۳

۸ تنظیم ـ خودکار ۴۶۷
۸ ـ ۱ مقدمه ۴۶۷
۸ ـ ۲ کنترل PID ۴۶۸
۸ ـ ۳ روشهای تنظیم خودکار ۴۶۹
۸ ـ ۴ روشهای پاسخ‌گذرا ۴۷۰
۸ ـ ۵ روشهای منطبق بر پسخور رله‌ای ۴۷۳
۸ ـ ۶ نوسانهای رله‌ای ۴۷۹
۸ ـ ۷ نتایج ۴۸۲
مسایل ۴۸۲
مراجع ۴۸۳

۹ جدولبندی بهره ۴۸۷
۹ ـ ۱ مقدمه ۴۸۷
۹ ـ ۲ اصول ۴۸۸
۹ ـ ۳ طرّاحی کنترلگرهای جدولبندی بهره ۴۹۰
۹ ـ ۴ تبدیلهای غیرخطی ۴۹۶
۹ ـ ۵ کاربردهای جدولبندی بهره ۵۰۱
۹ ـ ۶ نتایج ۵۱۷
مسایل ۵۱۸
مراجع ۵۱۹

۱۰ سیستمهای مقاوم و خودنوسانی ۵۲۱
۱۰ ـ ۱ چرا کنترل تطبیقی نه؟ ۵۲۱
۱۰ ـ ۲ کنترل پسخور بهره زیاد مقاوم ۵۲۱
۱۰ ـ ۳ سیستمهای تطبیقی خودنوسانی ۵۲۹
۱۰ ـ ۴ سیستمهای ساختار متغیر ۵۴۰
۱۰ ـ ۵ نتایج ۵۴۸
مسایل ۵۴۸

www.powerjam.ir

مراجع ۵۵۱

۱۱ مباحث عملی و پیاده‌سازی ۵۵۵
۱۱ ـ ۱ مقدمه ۵۵۵
۱۱ ـ ۲ پیاده‌سازی کنترلگر ۵۵۶
۱۱ ـ ۳ طراحی کنترلگر ۵۶۶
۱۱ ـ ۴ حل معادلهٔ دیوفانتین ۵۷۲
۱۱ ـ ۵ پیاده‌سازی تخمینگر ۵۷۶
۱۱ ـ ۶ الگوریتمهای جذری ۵۹۴
۱۱ـ ۷ اثر متقابل تخمین و کنترل ۶۰۳
۱۱ ـ ۸ الگوریتمهای نمونه ۶۰۷
۱۱ ـ ۹ مباحث کاربردی ۶۱۱
۱۱ ـ ۱۰ نتایج ۶۱۲
مسایل ۶۱۴
مراجع ۶۱۶

۱۲ محصولات تجاری و کاربردها ۶۱۹
۱۲ ـ ۱ مقدمه ۶۱۹
۱۲ ـ ۲ چگونگی کاربردها ۶۲۰
۱۲ ـ ۳ کنترلگرهای تطبیقی صنعتی ۶۲۴
۱۲ ـ ۴ بعضی از کنترلگرهای تطبیقی صنعتی ۶۲۸
۱۲ ـ ۵ کنترل فرایند ۶۴۱
۱۲ ـ ۶ کنترل خودرو ۶۵۳
۱۲ ـ ۷ هدایت کشتی ۶۵۵
۱۲ ـ ۸ فرافیلتراژ ۶۶۱
۱۲ ـ ۹ نتایج ۶۶۹
مراجع ۶۷۱

۱۳ دورنمای کنترل تطبیقی ۶۷۵
۱۳ ـ ۱ مقدمه ۶۷۵
۱۳ ـ ۲ پردازش تطبیقی سیگنال ۶۷۶

www.powerjam.ir

۱۳ ـ ۳ کنترل اکسترمم ۶۸۲
۱۳ ـ ۴ سیستمهای کنترل خبره ۶۸۶
۱۳ ـ ۵ سیستمهای یادگیر ۶۸۹
۱۳ ـ ۶ روند آینده ۶۹۳
۱۳ ـ ۷ نتایج ۶۹۶
مراجع ۶۹۶
واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۷۰۱
واژه‌نامه انگلیسی به فارسی ۷۱۱
فهرست نویسندگان ۷۲۱
نمایه ۷۲۶

www.powerjam.ir

مقدمهٔ مترجم

آنچه باید در خصوص موضوع کنترل تطبیقی، روشها و الگوریتمهای آن گفته شود، نگارندگان کتاب به بهترین وجهی بیان کرده‌اند. آنچه طرح آن خالی از لطف نیست در مورد انگیزه و نیاز به ترجمه این کتاب است که به اختصار عرض می‌کنم.

متون و منابع علمی در گرایشهای فنی و مهندسی در کشور به طور عمده به زبان انگلیسی است و کم و بیش در کتابفروشیها و نمایشگاههای کتاب یافت می‌شود. روند فزایندهٔ تحقیقات، چاپ کتب، مجلات علمی و مجموعه مقالات کنفرانسها تمامی فعالیتهای پژوهشگران را نه تنها در ایران بلکه در کشورهای تراز اول نیز تحت‌الشعاع قرار داده است؛ به طوری که واهمهٔ دوباره‌کاریها چه در زمینهٔ پژوهشهای جدید و چه در نوشتن و ترجمه کتب و مقالات فراگیر شده است. این احساس که طرح تحقیقاتی یک دانشجوی دکتری پس از سه تا چهار سال ممکن است در دیگر کارایی روزامدی نداشته باشد اکنون گریبانگیر مجامع علمی و پژوهشگران جوان است. در این آشفته بازار یک سؤال اساسی مطرح است: آیا ترجمه یک کتاب علمی آن هم در سطح تحصیلات تکمیلی در رشتهٔ فنی و مهندسی کار پسندیده‌ای است؟ این سؤال مدتها پس از بازگشت به وطن ذهن مرا به خود مشغول کرده بود. اصولاً با توجه به نکات فوق با ترجمهٔ متون موافق نبودم. آهنگ سریع پیشرفت علم و فناوری، آگاهی و اشراف دانشجویان و پژوهشگران (بخصوص در سطح تحصیلات تکمیلی) به زبان انگلیسی از جمله دلایل بنده برای این مخالفت بود. در هر حال با اظهار تمایل و اشتیاق یکی از دانشجویان قدیمم به همکاری، کار ترجمه این کتاب (چاپ اول ۱۹۸۹) شروع شد. بعد از ترجمه و انجام تمامی مراحل ویرایشی برای حروفچینی ارسال گردید. بیش از چهار فصل از کتاب حروفچینی نشده بود که دریافتیم ویرایش دوم کتاب (۱۹۹۵) به بازار آمده است. اینکه با چه مشکلاتی نسخهٔ جدید فراهم شد و تغییرات صورت پذیرفته از سوی نگارندگان در این نسخه تا چه حدّ بود (بسیار زیاد)؛ بماند. با شرح این واقعه قصدم این است که تأییدی بر نظر مخالفم در خصوص ترجمهٔ متون آورده باشم. تغییرات

www.powerjam.ir

چاپ جدید کتاب را نگارندگان بتفصیل شرح داده‌اند و نیازی به تکرار آن نمی‌بینم. اکنون که به لطف پروردگار مهربان ترجمه پایان یافته است، یک بار دیگر سؤال فوق را در ذهنم مرور می‌کنم؛ برای پاسخ به آن کافی است بدانید ترجمهٔ کتاب دیگری را شروع کرده‌ام. اعتقاد به خودباوری و همچنین نیاز به تدوین فرهنگ علمی مورد نیاز در هر گرایشی، از جمله کنترل، باعث تعدیل نظر بنده شد؛ به نحوی که در پایان این ترجمه، تهیه فرهنگ لغات کنترلی را از جمله ضروریات علمی (شاخهٔ کنترل) در کشور می‌دانم و امیدوارم بتوانم در این راستا قدمی هر چند کوچک بردارم.

امّا جمله‌ای با شما خواننده گرامی که قطعاً در امر تحقیق صاحبنظر بوده، یا در آینده نزدیک خواهی بود، و آن اینکه نگارندگان کتاب، اثری بی‌بدیل در زمینهٔ کنترل تطبیقی نوشته‌اند که شهرت علمی آن در سطح بین‌المللی و مراکز عملی جهان بر اهل فن و خبرهٔ علم کنترل پوشیده نیست. ترجمهٔ حاضر تلاش بی‌وقفه و بی‌مدعایی است که سعی در حفظ امانت و ارائهٔ مطالب بدون دستبرد در مفاهیم دارد. امید است که حق مطلب تا حدودی ادا شده باشد. امّا قطعاً، همانطور که متن اصلی بدون نقص نبود و نقایص آن را یادداشت کرده، برای نگارندگان ارسال خواهم نمود، ترجمهٔ آن نیز بدون ایراد نخواهد بود. از این رو از شما فرهیختگان تقاضا دارم نقایص کتاب را بزرگوارانه گوشزد کنید تا در رفع آنها کوشش کرده، در چاپهای بعدی و ترجمه‌های دیگر نصب‌العین قرار گیرد.

در خاتمه بر خود لازم می‌دانم از دوستانی که در این راه مرا یاری کردند تشکر و قدردانی نمایم. قبل از همه از آقای مهندس علیرضا خلیلی تهرانی که در کار ترجمه این کتاب با بنده همکاری صمیمانه داشتند، تشکر می‌کنم. اگر پشتکار و علاقه ایشان نبود، شاید این کار هرگز شروع نمی‌شد و پایان نمی‌یافت. حقاً اگر موانع قانونی وجود نداشت، می‌بایست نام ایشان نیز به عنوان یکی از مترجمان روی این کتاب نوشته می‌شد. ویراستاری این کتاب به عهدهٔ آقای بهادر باقری بود که دقت، حوصله و پیشنهادهای ایشان بسیار مؤثر بود. از ایشان تقدیر و تشکر می‌نمایم. مرکز نشر آثار علمی دانشگاه تربیت مدّرس تلاش ارزشمندی را در جهت اشاعهٔ فرهنگ و علوم دانشگاهی، به صورت حمایت و پشتیبانی از نگارندگان و مترجمان آغاز نموده است، در اینجا از همه مسؤولان و کارمندان مرکز سپاسگزاری می‌کنم.

محمدتقی حمیدی بهشتی
استادیار و مدیر گروه کنترل
دانشگاه تربیت مدّرس
آذر ماه ۱۳۷۶

www.powerjam.ir

پیشگفتار مؤلف

کنترل تطبیقی میدان جذّابی برای مطالعه و تحقیق است و به دلیل اینکه روشهای تطبیقی هر چه بیشتر در سیستمهای کنترل صنعتی به کار گرفته می‌شود، اهمیت علمی و کاربردی آن رو به افزایش است؛ لیکن هنوز مسایل عملی و نظری حل نشده‌ای در این زمینه وجود دارد.

● ***هدف کتاب***

هدف ما ارائهٔ مقدمه و مروری بر جنبه‌های عملی و نظری کنترل تطبیقی است.

از آنجا که اطلاعات موجود در منابع در مورد کنترل تطبیقی بسیار گسترده و پراکنده است، برای یک تازه‌وارد، درک خوب و مفیدی از این موضوع، مشکل خواهد بود. در این کتاب، ما ایده‌های اساسی کنترل تطبیقی را مطرح کرده، روشهای مختلف آن را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. مسایل عملی مانند پیاده‌سازی و کاربردها به‌طور عمیق مطرح می‌شوند. این موارد در درک فواید و معایب کنترل تطبیقی بسیار مهم هستند. این کتاب نتیجهٔ سالها تدریس و تحقیق در زمینهٔ کنترل تطبیقی است.

پس از یادگرفتن مطالب این کتاب، خواننده باید دید خوبی از روشهای تطبیقی، دانشی فعال از مطالب کلیدی و حسی خوب از مواردی که روشهای تطبیقی قابل استفاده هستند و نیز مواردی که سایر روشها مفیدند، پیدا کرده باشد.

● ***ویرایش جدید***

کنترل تطبیقی میدان پویایی در تحقیقات و کاربردهای صنعتی است. اطلاعات جدید بسیاری در این زمینه به دست آمد که خود انگیزه ویرایش جدید را فراهم کرد.

ما از ویرایش اول کتاب برای تدریس در جاهای مختلفی مانند دروس معمول دانشگاهی،

www.powerjam.ir

دروسی برای مهندسان صنایع، و دوره‌های کوتاه آموزشی در کنفرانسها استفاده کرده‌ایم. ترکیب این تجربیات همراه با تازه‌های تحقیقاتی، اصلاحات انجام شده در ویرایش جدید را سبب شدند. علاوه‌براین از پسخور گرفته شده از دانشجویان و همکارانمان در صنایع و دانشگاهها ـ که از ویرایش اوّل کتاب استفاده کرده‌اند ـ نیز استفاده کرده‌ایم.

فصلهای جدیدی اضافه شده‌اند و مطالب کتاب دوباره سازمان داده شده‌اند. اکثر فصلها به‌طور اساسی تجدید نظر شده‌اند. در این تجدید نظرها تأکید بیشتری بر ارتباط بین روشهای مختلف طراحی کنترل تطبیقی داشته‌ایم. ضمناً تغییری اساسی در روش برخورد ما با نظریهٔ کنترل تطبیقی در این کتاب به وجود آمده است: در ویرایش اوّل در مطالب ریاضی به مراجع زیادی تکیه داشتیم؛ در ویرایش جدید، نتایج به دست آمده از اصول اولیه را در سطح بسیار وسیعتری مطرح کرده‌ایم. برای این کار در تعداد کمی از حالات فرضیات قویتری را اِعمال کرده‌ایم، امّا مطالب جدیدِ حاصل، برای آموزش ساده‌تر است. همچنین سازمان جدید کتاب، آن را برای استفاده در موارد مختلف ساده‌تر کرده است.

ویرایش اوّل شامل دو فصل مقدماتی بود که در ویرایش جدید این دو فصل در یک فصل جمع‌آوری شده است. در آنجا برای تعقیب جنبهٔ تاریخی با سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع شروع کردیم. در این ویرایش با تخمین پارامتر و رگولاتور خود تنظیم شروع کرده‌ایم. این کار فواید متعددی دارد. یکی اینکه دانشجویان می‌توانند شبیه‌سازی و آزمایش با کنترل تطبیقی کامپیوتری را زودتر شروع کنند، دیگر اینکه شناسایی سیستم پیش‌زمینه‌ای طبیعی و مفاهیم کلیدی لازم را برای درک بسیاری از مسایل کنترل تطبیقی در اختیار قرار می‌دهد.

مطالب کنترل خود تنظیم با افزودن یک فصل جدید، به‌طور اساسی توسعه یافته است. این‌کار جداسازی خود تنظیم‌گرهای قطعی و اتفاقی را فراهم آورده است. این جداسازی برای دروسی که به حالت قطعی محدود می‌شوند، مفید خواهد بود.

فصل کنترل تطبیقی مدل ـ مرجع به طور اساسی توسعه یافته و نتایج کلیدی نظریهٔ پایداری از اصول اولیه استخراج شده است. این کار، تدریس به دانشجویانی را که زمینهٔ کمی در نظریهٔ پایداری دارند، ساده‌تر می‌کند. بخش جدیدی نیز در کنترل تطبیقی سیستمهای غیر خطی اضافه شده است.

این سازماندهی مجدد تبدیل الگوریتمها به نظریه‌ها را آسانتر می‌سازد. حال فصل نظری به طور طبیعی توسعه نظریهٔ پایداری غیر خطی را دنبال می‌کند. ارائه این نظریه به طور اساسی اصلاح شده است. قسمت جدیدی در مورد پایداری سیستمهای متغیر با زمان اضافه شده است. این قسمت درک بهتری از تطبیق بهرهٔ پیشخور را سبب می‌شود. همچنین این قسمت بستر انتقال

www.powerjam.ir

مناسبی به حالت غیر خطی است. علاوه‌براین مطالبی نیز در مورد رفتار غیر خطی سیستمهای تطبیقی بیان شده است. این مطالب، فهم رفتار سیستمهای تطبیقی را بهبود می‌بخشد.

فصل مربوط به مسایل عملی و پیاده‌سازی، به‌طور کامل بازنویسی شده تا افزایش تجربیات استفادهٔ عملی از کنترل تطبیقی را بیان کند. مشاهدهٔ افزایش استفادهٔ صنعتی از کنترل تطبیقی بسیار شادی بخش بوده است. این موضوع در بازنویسی فصل کاربردها تأثیر داشته است. برای مثال، امروزه کنترل تطبیقی در اتومبیلها به طور وسیعی استفاده می‌شود.

مثالها و شبیه‌سازیهای زیادی در سراسر کتاب برای توضیح ایده‌ها و نظریه‌ها ارائه و مسایل زیادی نیز مطرح شده است. مسایل نظری و همچنین مسایلی که در آنها لازم است از کامپیوتر برای تحلیل و شبیه‌سازیها استفاده شود، وجود دارند. مثالها و مسائل در مورد خواص، روشهای طراحی و پیاده‌سازی کنترلگرهای تطبیقی بینش خوبی را به خواننده می‌دهند. ضمناً برای ارائهٔ کتابی با حجم معقول، مطالب اضافی حذف شده است.

در یک کلام، تحقیقات و تجربیات جدید، این امکان را فراهم آورد که میدان کنترل تطبیقی را به طریقی ارائه کنیم که امیدواریم روش بهتری باشد.

رؤوس مطالب کتاب

● ***مطالب پیش زمینه‌ای***

فصل اوّل ارائهٔ گسترده‌ای از کنترل تطبیقی و پیش زمینه‌های لازم برای آن است. تخمین زمان حقیقی که گامی ضروری در کنترل تطبیقی است در فصل دوم معرّفی می‌شود که هر دو نوع تخمین زمان ـ گسسته و زمان ـ پیوسته را دربر می‌گیرد.

● ***رگولاتورهای خود تنظیم و سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع***

فصلهای سوم، چهارم و پنجم، دو مطلب اساسی کنترل تطبیقی را مطرح می‌کنند: رگولاتورهای خود تنظیم (STR) و سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع (MRAS). امروزه ما نمی‌توانیم تفاوتی بین این دو مقوله قائل شویم، زیرا هر دو در حقیقت معادلند. ما سعی کرده‌ایم جنبهٔ تاریخی را با مطرح کردن روش MRAS در زمان ـ پیوسته و STR در زمان ـ گسسته دنبال کنیم. به این ترتیب پرداختن به بسیاری از مطالب رگولاتورهای تطبیقی ممکن خواهد بود. این فصلها به طور عمده نظریه‌ها و خواص اساسی کنترلگرها را دربر داشته، همچنین به‌صورت منبعی برای الگوریتمهای کنترل تطبیقی عمل می‌کند.

www.powerjam.ir

● **نظریه**

فصل ششم، شامل اطلاعات عمیقتری در زمینهٔ نظریه کنترل تطبیقی و همچنین سؤالاتی از قبیل پایداری، همگرایی و قوام است. کنترل تطبیقی اتفاقی در فصل هفتم مطرح می‌شود. بسته به اطّلاعات قبلی دانشجویان، بعضی از مطالب فصول ششم و هفتم در یک درس مقدماتی قابل حذف است.

گسترش دید

تنظیم خودکار رگولاتورها (که پذیرش صنعتی آن بسرعت در حال افزایش است)، در فصل هشتم و جدولبندی بهره در فصل نهم توضیح داده شده است. اگرچه کنترلگرهای تطبیقی ابزار بسیار مفیدی هستند، امّا یگانه روشِ بررسی سیستمهای با پارامترهای متغیر نیستند. از آنجا که ما معتقدیم برای یک مهندس، دانستن چندین روش برای حل یک مسأله مفید خواهد بود، روشهای جایگزین (آلترناتیوهای) کنترل تطبیقی نیز در این کتاب آورده شده است. از این رو کنترل بهره زیاد مقاوم و کنترلگرهای خودنوسانی در فصل دهم ارائه شده است.

● ***مسایل عملی و پیاده سازی***

در فصل یازدهم پیشنهادهایی در خصوص پیاده‌سازی کنترلگرهای تطبیقی ارائه شده است. این پیشنهادها بر پایهٔ تجربیات عملی دربارهٔ استفاده از کنترلگرهای تطبیقی در فرایندهای واقعی است. فصل دوازدهم خلاصه‌ای از کاربردها و توضیحاتی دربارهٔ بعضی از کنترلگرهای تطبیقی تجاری را بیان می‌کند. کاربردها بیانگر این مطلب است که کنترل تطبیقی می‌تواند در انواع مختلف فرایندها مورد استفاده واقع شود. همچنین همهٔ این کاربردها ویژگیهای خاصّی دارند که برای به دست آوردن یک سیستم کنترل خوب باید در نظر گرفته شود.

دورنما

سرانجام فصل سیزدهم شامل مرور کوتاهی است بر بعضی از مطالبی که به طور تنگاتنگ به کنترل تطبیقی مربوط می‌شوند و ما در این کتاب قادر به پرداختن به آنها نبوده‌ایم. در ضمن در این فصل مطالبی نیز در مورد پردازش تطبیقی سیگنالها، سیستمهای خبره و شبکه‌های عصبی آمده است.

www.powerjam.ir

پیش نیازها

این کتاب برای درسی در سطح تحصیلات تکمیلی رشته‌های مهندسی در نظر گرفته شده است. فرض شده است که خواننده پیش از این، اطلاعات خوبی در کنترل خودکار و دانسته‌های مقدماتی در سیستمهای با داده‌های نمونه‌برداری شده دارد. در دانشگاه ما این درس را می‌توان پس از گذراندن دروس مقدماتی در کنترل پسخور و یک درس در کنترل دیجیتال انتخاب کرد. همچنین هدف این بوده است که این کتاب برای یک صنعتگر نیز مفید واقع شود.

ساختار درس

این کتاب به گونه‌ای سازمان یافته است که به روشهای مختلفی قابل استفاده باشد: در یک درس مقدماتی در کنترل تطبیقی می‌توان فصلهای اوّل، دوم، سوم، چهارم، پنجم، هشتم، یازدهم، دوازدهم و سیزدهم را ارائه کرد و در یک درس پیشرفته‌تر می‌توان تمامی فصول کتاب را پوشش داده برای ارائه درس در محیطهای صنعتی می‌توان فصل اوّل را به همراه قسمتهایی از فصلهای دوم، سوم، چهارم و پنجم و نیز فصول هشتم، نهم، یازدهم و دوازدهم بیان نمود. برای استفادهٔ کامل از درس، مطالعهٔ مقالات تکمیلی همراه با جلسات حلّ تمرین و انجام آزمایشهای گوناگون در آزمایشگاه بسیار مفید است.

ابزار شبیه‌سازی

شبیه‌سازی کامپیوتری ابزاری واجب و ضروری برای فهم رفتار سیستمهای تطبیقی است. بیشتر شبیه‌سازیهای این کتاب با استفاده از بستهٔ نرم افزاری سیمنون[1] که در انستیتو تکنولوژی لاند[2] طراحی شده، ترتیب یافته است. این بستهٔ نرم افزاری برای کامپیوترهای سازگار با IBM - PC و سایر کامپیوترهای بزرگ[3] قابل استفاده است. اطلاعات بیشتر را می‌توانید از طریق نشانی: SSPA Systems , Box 24001 , S - 40022 Göteborg , Sweden , email: simon @ sspa.se. دریافت کنید. ماکروهای[4] استفاده شده در شبیه‌سازیها برای FTP های بی‌نام از طریق ftp.control.lth.se شاخهٔ pub / books / adaptive - control / در دسترس است. البتّه برای شبیه‌سازی سیستمهای تطبیقی می‌توان از ابزارهای دیگر نیز استفاده کرد.

---

1. Simnon
2. Lund institute of technology
3. Main frame
4. Macro

www.powerjam.ir

مکمّلها

یک راهنمای مدرّس همراه با حل مسایل کتاب از طریق ناشر قابل دریافت است.

خواسته: پسخور

ما به عنوان معلم و محقّق در زمینهٔ کنترل خودکار به اهمیت نقش پسخور واقفیم؛ لذا از کلّیهٔ خوانندگان می‌خواهیم که اشتباههای ما و نکات نامفهوم کتاب را یادآوری کرده، پیشنهادهای خود را برای اصلاح کتاب و طرح مباحثی که ذکر آن در این کتاب، ارزشمند به نظر می‌رسد به ما اطلاع بدهند.

سپاسگزاری

در طی سالهایی که در زمینهٔ کنترل تطبیقی تحقیق کرده، این کتاب را به رشتهٔ تحریر درآورده‌ایم، سعادت و امتیاز ارتباط با بسیاری از همکاران را در سراسر جهان داشته‌ایم. ما خواسته یا ناخواسته، از پایگاه اطلاعاتی که کنترل تطبیقی نامیده می‌شود بهره‌مند شده‌ایم. نام بردن از کلّیهٔ کسانی که عقاید، پیشنهادها، مفاهیم و مثالهایی در اختیار ما نهاده‌اند ممکن نیست، امّا عمیقترین تقدیرهایمان را به همهٔ آنها وامدار خواهیم بود. بزرگترین تغذیهٔ کنندهٔ ما در تحقیقات در زمینهٔ کنترل تطبیقی، کمپانی توسعهٔ صنعتی و تکنیکی سوئد[1] (NUTEK) و شورای تحقیقاتی علوم مهندسی سوئد[2] (TFR) است.

برای ویرایش دوم باید از پیتر. وی. کوکوتوویک[3]، پ.ر. کومار[4]، دیوید جی. تیلور[5]، آ. گالیپ یولسوی[6]، و باکستر. اف. وُماک[7]، که نسخه‌های دستنویس را خوانده، پسخور بسیار خوبی به ما داده‌اند، تشکر کنیم.

در پایان لازم است از برخی افراد که بیش از دیگران زمینهٔ نوشتن این کتاب را برای ما فراهم کرده‌اند تشکر کنم.

لیف آندرسن[8] به عنوان ویراستار به ما کمک بسیاری کرده است. او و اِوادگنگارد[9] به دلیل

---

1. Swedish Board of Industrial and Technical Development
2. Swedish Research Council for Engineering Sciences
3. Petar V.Kokotovic
4. P.R.Kumar
5. David.G.Tailor
6. A.Galip Ulsoy
7. Baxter F.Womack
8. Leif Anderson
9. Eva Dagnegård

www.powerjam.ir

برطرف کردن بسیاری از مشکلات متن، بسیار مفید واقع شده‌اند. اِوادگنگارد و اَجنتا تارینسکی[1] کاری بسیار پاکیزه در تایپ بسیاری از نسخه‌های دستنویس انجام دادند. اکثر توضیحات متن را بریت ـ ماری کارلسن[2] و دوریس نیلسون[3] نوشته‌اند. بدون بردباریها و صبوریهای آنها در برابر وسواسهای ما، به پایان رساندن این کتاب به هیچ‌وجه ممکن نبود. همچنین باید از کارکنان انتشارات ادیسون وسلی[4] برای همکاری و تلاششان در به پایان رساندن چاپ این کتاب تشکر و قدردانی کنیم.

کارل جان استروم[5]
یورن و یتن مارک[6]
بخش کنترل خودکار
انستیتو تکنولوژی لاند
صندوق پستی ۱۱۸، لاند ۲۲۱۰۰ ـS، سوئد
Karl - johan.astrom @ control.lth.se
bjorn.wittenmark @ control.lth.se

1. Agneta Tuszynski
2. Britt - Marie Carlsson
3. Doris Nilsson
4. Addison - Wesley
5. Karl John Aström
6. Björn Wittenmark

www.powerjam.ir

www.powerjam.ir

فصل اوّل

کنترل تطبیقی چیست؟

۱ ـ ۱ مقدّمه

در زبان روزمره کلمهٔ «تطبیق»، به معنای تغییر رفتار برای وفق یافتن با وضع جدید است. به طور حسّی کنترلگر تطبیقی، کنترلگری است که بتواند رفتارش را در پاسخ به تغییر دینامیک فرایند و اغتشاشها، تغییر دهد. از آنجایی که پسخور معمولی نیز به منظور کاهش اثرات اغتشاشها و عدم قطعیت فرایند معرّفی شده، این سؤال مطرح می‌شود که تفاوت بین کنترل پسخور و کنترل تطبیقی چیست؟ در طیّ سالهای متمادی، تلاشهای زیادی برای تعریف کنترل تطبیقی صورت گرفته است؛ در نهایت در سال ۱۹۶۱ بحثهای طولانی به این تعریف منتهی شد: "سیستم تطبیقی، هر سیستمی فیزیکی است که با دیدی تطبیقی طرّاحی شده باشد." در سال ۱۹۷۳ گروهی از IEEE تلاش مجددی را بر این کار مبذول داشت. و تعریف جدیدی براساس مفاهیمی همچون سیستم کنترل خود سامان[1] (SOC)، سیستم SOC پارامتر ـ تطبیقی، سیستم SOC عملکرد تطبیقی و سیستم کنترل یادگیرنده، مطرح شد. البتّه این کوششها به طور فراگیر مورد پذیرش قرار نگرفت به طوری که هنوز تعریفی با معنی از کنترل تطبیقی که بتواند مفاهیم سخت افزار و نرم افزار رگولاتور را دربر گرفته، همچنین به طور قطعی درمورد تطبیقی بودن و یا نبودن آن نظر دهد، در دست نیست. به هر حال این توافق وجود دارد که پسخوری با بهرهٔ ثابت، سیستمی تطبیقی محسوب نمی‌شود.

در این کتاب ما از این دید عملی به مسأله نگاه می‌کنیم که کنترلگر تطبیقی، کنترلگری است با پارامترهای قابل تنظیم همراه با مکانیزمی برای تنظیم پارامترها چنین کنترلگری به دلیل وجود

---

1. self - Organizing Control

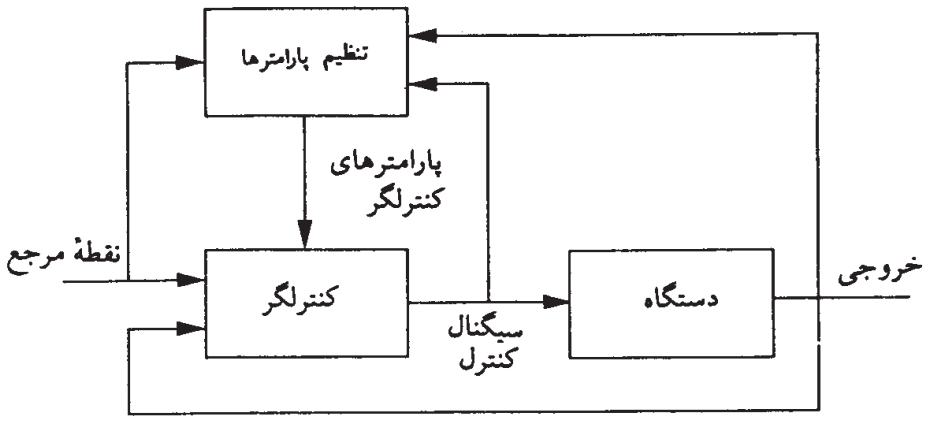
www.powerjam.ir

مکانیزم تنظیم، غیرخطی است؛ لیکن دارای ساختار ویژه‌ای است. از آنجا که بررسی سیستمهای غیرخطی درحالت کلی مشکل است، درنظر گرفتن دسته‌های خاصّی از سیستمهای غیرخطی منطقی به نظر می‌رسد. می‌توان چنین در نظر گرفت که یک سیستم کنترل تطبیقی از دو حلقه تشکیل می‌شود: یک حلقه، پسخوری معمولی شامل فرایند و کنترلگر و دیگری حلقهٔ تنظیم پارامتر است. نمودار بلوکی سیستمهای تطبیقی در شکل ۱ ـ ۱ نشان داده شده است. حلقهٔ تنظیم پارامتر غالباً کندتر از حلقهٔ پسخور معمولی است.

دلیل اینکه مهندسان کنترل باید اطلاعاتی در مورد سیستمهای تطبیقی داشته باشند آن است که این سیستمها تواناییهای سودمند و خواص جالبی دارند که می‌تواند در طراحی سیستمهای کنترل جدید بسیار مفید واقع شود.

تاریخچه

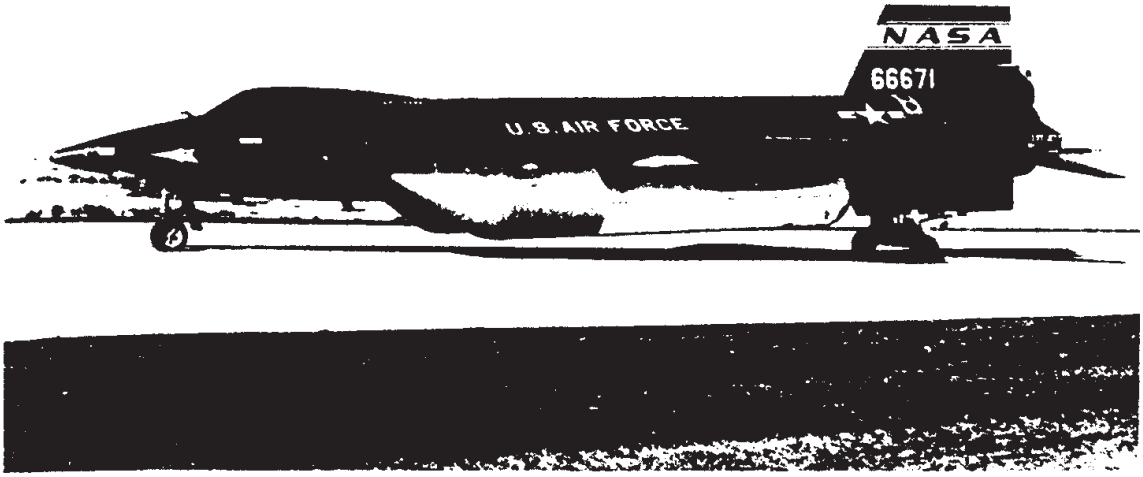
در اوایل دههٔ ۱۹۵۰ تحقیقات وسیعی در زمینهٔ کنترل تطبیقی و در خصوص طرّاحی اتوپایلوتها برای هواپیماهای با عملکرد بالا[1] انجام گرفت (شکل ۱ ـ ۲ را ببینید). چنین هواپیمایی، قادر به عمل در محدودهٔ وسیعی از سرعت و ارتفاع هستند. پیش از شروع این تحقیقات، پژوهشگران دریافته بودند که کنترل پسخور خطّی با بهرهٔ ثابت می‌تواند فقط در یک نقطهٔ کار، کارایی خوبی داشته باشد. امّا تغییراتی که در نقطهٔ کار به وجود می‌آمد، مشکلاتی را پدید آورد؛ در نتیجه لزوم استفاده از کنترلگر پیچیده‌تری احساس می‌شد که بتواند در محدودهٔ وسیعی از وضعیتهای کاری، بخوبی کار کند. بعضاً به علّت عدم امکان حلّ مسأله کنترل تطبیقی با استفاده از تکنیکهای موجود در آن زمان، علاقه به کنترل تطبیقی کاهش یافت.



شکل ۱ ـ ۱. نمودار بلوکی سیستم تطبیقی

1. High Performance

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۲. سیستمهای کنترل پرواز پیشرفتهٔ متعددی بر روی ۱۵ ـ X مورد آزمایش قرار گرفتند.
(اهدایی از انستیتو اسمیتسونین)

در دههٔ ۱۹۶۰ کارهای زیادی در خصوص نظریهٔ کنترل انجام شد که در توسعهٔ کنترل تطبیقی نقش بسزایی داشت: مسألهٔ فضای حالت و نظریهٔ پایداری مطرح شد. همچنین نتایج مهمّی در مورد نظریهٔ کنترل فرایندهای اتّفاقی به دست آمد. برنامه‌ریزی پویا، که مبدع آن بلمن[1] بود، فهم فرایندهای تطبیقی را افزایش داد. همچنین سیپکین[2]، نظریه‌ای اساسی را مطرح کرد که نشان می‌داد بسیاری از طرحهای کنترل یادگیرنده و کنترل تطبیقی را می‌توان در یک استخوانبندی مشترک، مطرح کرد. همچنین پیشرفتهای عظیمی در مورد شناسایی سیستم[3] و تخمین پارامتر[4] حاصل شد.

در دههٔ ۱۹۷۰ با ترکیب انواع مختلف تخمین و روشهای گوناگون طرّاحی، دورهٔ جدیدی در کنترل تطبیقی به وجود آمد و کاربردهای زیادی از کنترل تطبیقی معرّفی شد، امّا نتایج نظری بسیار محدود بود. در اواخر دههٔ ۱۹۷۰ و اوایل دههٔ ۱۹۸۰ برهانهایی، برای پایداری سیستمهای تطبیقی، البتّه با فرضهای محدودکننده، مطرح شد.

انجام کوششهایی برای ترکیب ایده‌های کنترل مقاوم[5] و شناسایی سیستم از تناسب ویژه‌ای برخوردار است. مطالعهٔ لزوم وجود آن فرضیات باعث بروز جرقّه‌ای در تحقیقات جدید شد که موضوع آنها، قوام[6] کنترل تطبیقی و کنترلگرهایی بود که به طور جهان شمول[7] پایدار سازند. تحقیقات انجام شده در اواخر دههٔ ۱۹۸۰ و اوایل ۱۹۹۰ بینشهای جدیدی را در قوام

1. Belman 2. Tsypkin 3. System Identification
4. Parametr Estimation 5. Robust Control 6. Robustness
7. Universal

www.powerjam.ir

کنترلگرهای تطبیقی پدید آورد. بررسیهای انجام شده روی سیستمهای غیر خطی، درک کنترل تطبیقی را به طور چشمگیری افزایش داد. اخیراً این موضوع نیز مطرح شده که کنترل تطبیقی ارتباطی قوی با ایده‌های یادگیری در علوم کامپیوتر دارد.

آزمایشهای زیادی روی کنترل تطبیقی در آزمایشگاهها و صنایع انجام شده، پیشرفت سریع ریز الکترونیک[1]، ابزاری قوی برای شبیه‌سازی فراهم کرده است، علاوه‌براین پیشرفت جنبه‌های نظری و آزمایشگاهی، باعث توسعهٔ شدید این میدان شده است که پیامد آن مطرح شدن تجاری کنترلگرهای تطبیقی از اواسط دههٔ ۱۹۸۰ بوده است. این توسعه در حال حاضر، شدت یافته است. یکی از نتایج این امر آن است که در کنترلگرهای تک حلقه‌ای، که امروزه در بازار بوفور در دسترس است، روشهای تطبیقی به کار رفته است.

دلیل اولیهٔ مطرح شدن کنترل تطبیقی، رسیدن به کنترلگرهایی بود که بتواند با تغییر دینامیک فرایند و مشخصه‌های اغتشاش تطبیق یابد. این حقیقت ثابت شده که روشهای تطبیقی برای تنظیم خودکار کنترلگرها قابل استفاده است.

۱ ـ ۲ پسخور خطی

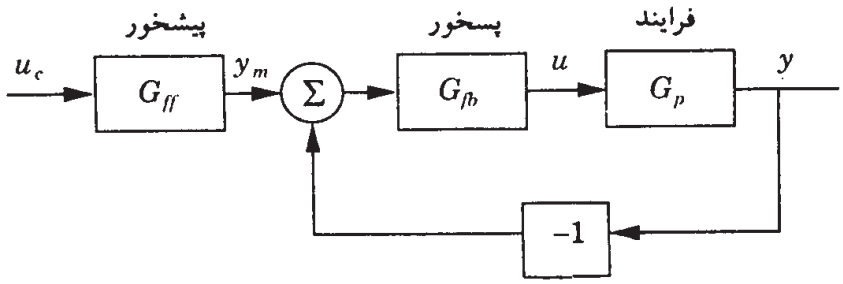
پسخور به خودی خود توانایی مواجهه با تغییرات پارامتر را دارد. در حقیقت تحقیقات برای رسیدن به روشهایی برای طراحی سیستمی که نسبت به تغییرات فرایند غیر حساس باشد نیروی محرکه‌ای برای اختراع پسخور بود. در نتیجه لازم است محدودهٔ تغییرات فرایندی را که با استفاده از پسخور قابل حل است بدانیم. در این قسمت نشان می‌دهیم که یک کنترلگر خطی چگونه می‌تواند با تغییر دینامیک فرایند روبرو شود.

کنترل بهره زیاد مقاوم

کنترلگرهای پسخور خطی را می‌توان به کمک نمودار بلوکی شکل ۱ ـ ۳ نمایش داد. تابع انتقال پسخور، G_{fb}، به طور نوعی به گونه‌ای انتخاب می‌شود که اغتشاشهای مؤثر بر فرایند تضعیف شده، سیستم حلقه ـ بسته نسبت به تغییرات فرایند غیر حساس باشد. تابع انتقال پیشخور، G_{ff}، به گونه‌ای انتخاب می‌شود که به سیگنالهای فرمان پاسخ مطلوبی بدهد. این سیستم، یک سیستم دو درجه آزادی نامیده می‌شود، زیرا کنترلگر دارای دو تابع انتقال است که می‌توان آنها را به طور مستقل انتخاب کرد.

1. Micro Electronic

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۳. نمودار بلوکی سیستم بهره زیاد مقاوم

این حقیقت را که پسخور خطی توانایی مقابله با تغییرات قابل ملاحظهٔ دینامیک فرایند را دارد، می‌توان به صورت زیر پیگیری کرد: سیستم شکل ۱ ـ ۳ را در نظر بگیرید؛ تابع انتقال از y_m به y به صورت زیر است:

$$T = \frac{G_p G_{fb}}{1 + G_p G_{fb}}$$

با گرفتن مشتق از رابطهٔ فوق نسبت به G_p خواهیم داشت:

$$\frac{dT}{T} = \frac{1}{1 + G_p G_{fb}} \frac{dG_p}{G_p}$$

بنابراین در فرکانسهایی که تابع انتقال حلقه ـ بازِ:

$$L = G_p G_{fb} \qquad (1 - 1)$$

بزرگ است، تابع انتقال حلقه ـ بستهٔ T نسبت به تغییرات تابع انتقال فرایند، غیر حساس است؛ از این رو برای طراحی کنترلگر مقاوم، سعی بر یافتن G_{fb} به گونه‌ای است که برای فرکانسهایی که تغییرات بزرگی در تابع انتقال فرایند وجود دارد، تابع انتقال حلقه بزرگ باشد. لیکن برای فرکانسهایی که $L(jw) \approx 1$ است، لازم است تغییرات به شکلی کاهش یابد که سیستم دارای خواص قوام کافی باشد.

قضاوت در مورد بحرانی بودن تغییرات فرایند

حال مثالهای خاصّی را برای به دست آوردن دید روشنی نسبت به قضاوت در مورد تأثیر تغییر پارامترها در نظر می‌گیریم. مثال زیر نشان می‌دهد که ممکن است تغییر زیادی در پاسخ پلهٔ حلقه ـ باز، تأثیر کمی بر عملکرد حلقه ـ بسته داشته باشد.

www.powerjam.ir

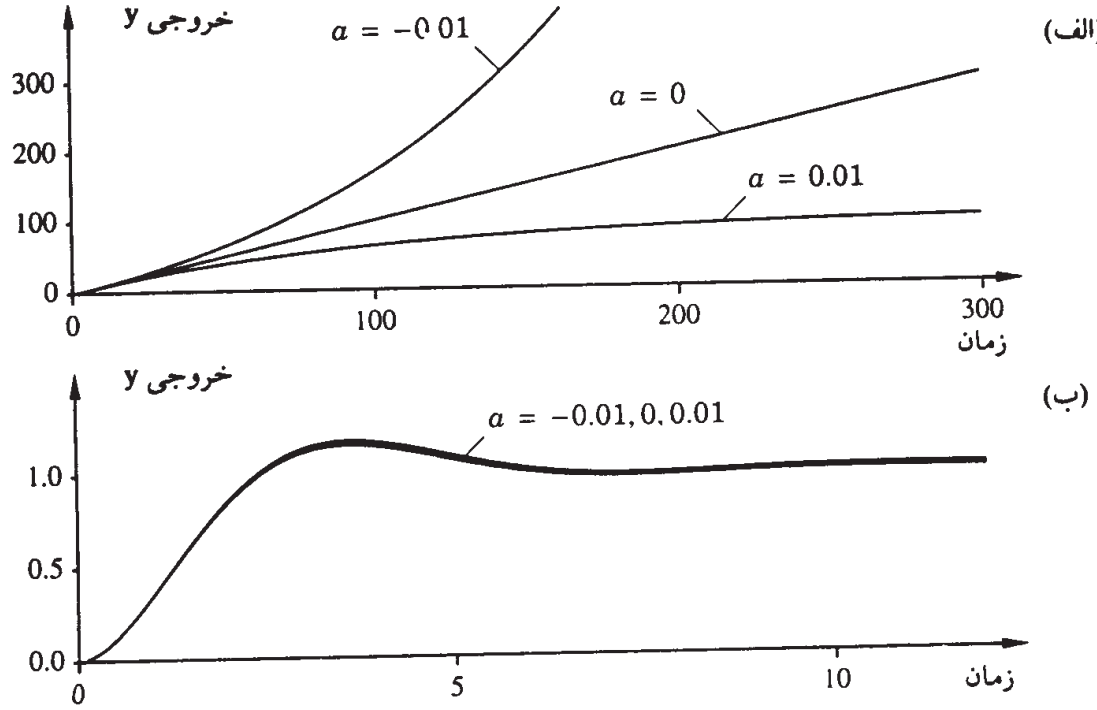
مثال ۱ ـ ۱ پاسخهای متفاوت حلقه ـ باز

سیستمی با تابع انتقال حلقه ـ باز ذیل مفروض است:

$$G_o(s) = \frac{۱}{(s+۱)(s+a)}$$

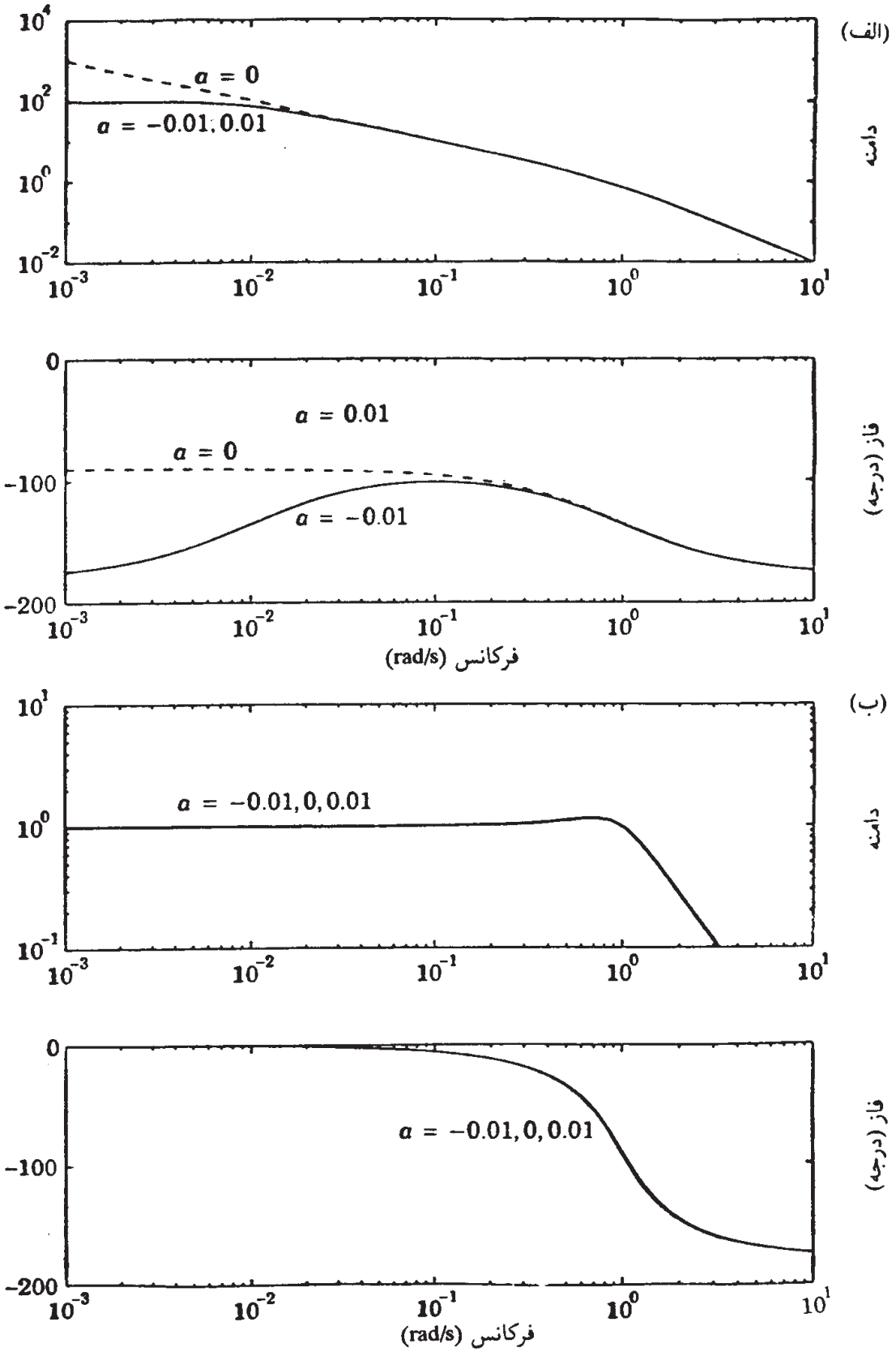
که a = − ۰/۰۱ و ۰ و ۰/۰۱ است. همچنانکه در شکل ۱ ـ ۴ ـ الف نشان داده شده، رفتار این فرایندها کاملاً متفاوت خواهد بود. توجه کنید که پاسخها به طور چشمگیری با یکدیگر تفاوت دارد. سیستمی که در آن a = ۰/۰۱ است پایدار و سایر سیستمها ناپایدار می‌باشد. لیکن قسمت ابتدایی همهٔ این سیستمها بسیار مشابه است. همهٔ سیستمهای حلقه ـ بسته‌ای که با استفاده از یک پسخور تناسبی واحد، به صورت $u = u_c - y$، به دست آمده، دارای پاسخهایی به صورت شکل ۱ ـ ۴ ـ ب است. توجه کنید که پاسخ سیستمهای حلقه ـ بسته کاملاً یکسان است. از پاسخهای فرکانسی می‌توان نتایجی را به دست آورد.

نمودارهای بُد سیستمهای حلقه ـ باز و حلقه ـ بسته در شکل ۱ ـ ۵ نشان داده شده است. توجه کنید که نمودارهای بُد سیستمهای حلقه ـ باز در فرکانسهای پایین، تفاوت زیادی دارند، اما در فرکانسهای بالا کاملاً یکسانند. بنابراین به طور حسّی می‌توان دریافت که اگر پهنای باند سیستم حلقه ـ بسته به اندازهٔ کافی زیاد انتخاب شود در طراحی کنترلگری که برای همهٔ سیستمها بخوبی



شکل ۱ ـ ۴. (الف) پاسخ پلهٔ واحد حلقه ـ باز فرایند مثال ۱ ـ ۱ با a = − ۰/۰۱ و ۰ و ۰/۰۱ (ب) پاسخ پلهٔ حلقه بسته برای همان سیستمها با پسخور $u = u_c - y$. به اختلاف مقیاسهای زمانی توجه کنید.

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۵. نمودارهای بُد فرایند مثال ۱ ـ ۱ برای: (الف) سیستم حلقه ـ باز (ب) سیستم حلقه ـ بسته

www.powerjam.ir

کار کند، هیچ مسأله‌ای وجود ندارد. نمودار بُد سیستمهای حلقه ـ بستهٔ شکل ۱ ـ ۵ ـ ب (که دقیقاً یکسان هستند) نیز این موضوع را تصدیق می‌کند. پاسخ پله سیستمهای حلقه ـ بستهٔ شکل ۱ ـ ۴ ـ ب را نیز با یکدیگر مقایسه کنید.

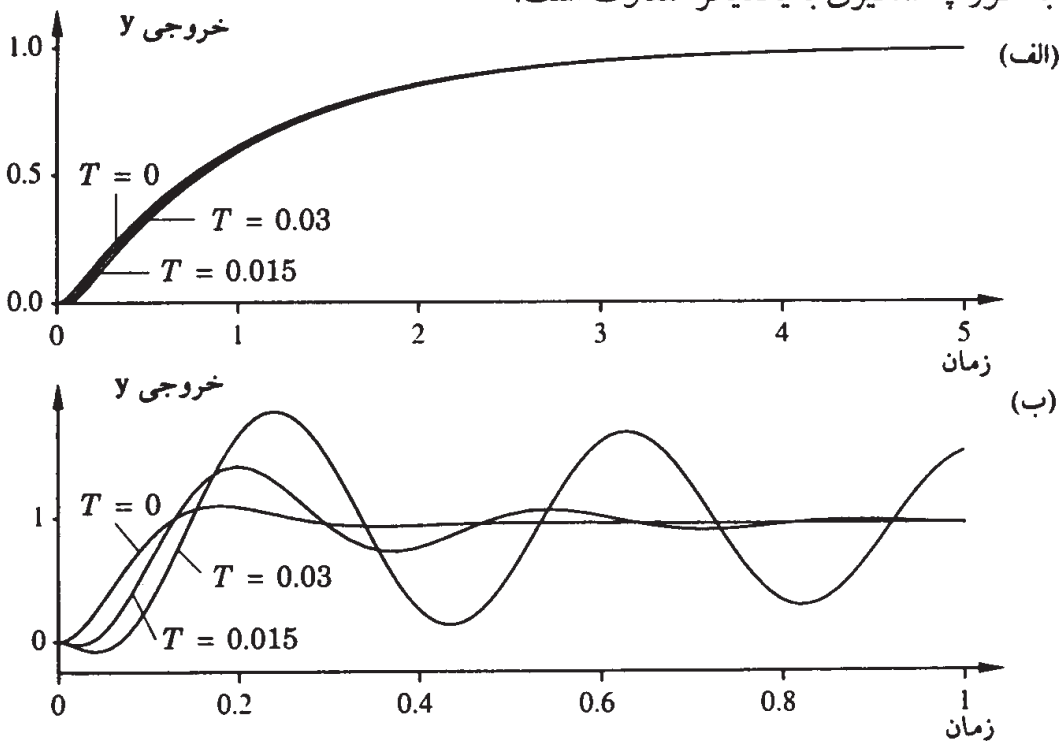
مثال بعد نشان می‌دهد که در برخی سیستمها گرچه پاسخهای حلقه ـ بازشان بسیار به یکدیگر نزدیک است؛ لیکن رفتار حلقه ـ بستهٔ بسیار متفاوتی دارند.

مثال ۱ ـ ۲ پاسخهای حلقه ـ باز مشابه

سیستمهایی با توابع تبدیل حلقه ـ باز زیر را در نظر بگیرید:

$$G_o(s) = \frac{۴۰۰\,(۱ - sT)}{(s + ۱)(s + ۲۰)(۱ + Ts)}$$

که مقادیر T برابر ۰/۰۳ و ۰/۰۱۵ و ۰ است. پاسخهای پله حلقه باز در شکل ۱ ـ ۶ ـ الف و پاسخهای پلهٔ حلقه ـ بسته با استفاده از پسخور $u = u_c - y$ در شکل ۱ ـ ۶ ـ ب نشان داده شده است. توجه کنید که پاسخهای حلقه ـ باز بسیار مشابه هستند، ولی پاسخهای حلقه ـ بسته به طور چشمگیری با یکدیگر متفاوت است.



شکل ۱ ـ ۶. (الف) پاسخ پلهٔ واحد حلقه ـ باز برای فرایند مثال ۱ ـ ۲ با ۰/۰۳ و ۰/۰۱۵ و ۰ = T (ب) پاسخهای پلهٔ حلقه ـ بسته برای همان سیستمها با پسخور $u = u_c - y$. به تفاوت مقیاسهای زمانی توجه کنید.

www.powerjam.ir

پاسخهای فرکانسی بینش روشنی را از مسأله ارائه می‌دهد. نمودارهای بُد سیستمای حلقه ـ باز و حلقه ـ بسته در شکل ۱ ـ ۷ نشان داده شده است. توجه کنید که پاسخهای فرکانسی سیستمهای حلقه ـ باز در فرکانسهای پایین بسیار به یکدیگر نزدیک است امّا فاز آنها در فرکانسهای بالا تفاوت قابل ملاحظه‌ای دارد. بنابراین در صورتی که پهنای باند حلقه ـ بسته به اندازهٔ کافی کوچک انتخاب شود، می‌توان کنترلگری طرح کرد که برای همهٔ سیستمها بخوبی کار کند.
در فرکانس قطع انتخاب شده در مثال، تغییرات قابل ملاحظه‌ای وجود دارد که در نمودارهای بُد سیستمهای حلقه ـ بسته در شکل ۱ ـ ۷ ـ ب و پاسخهای پله سیستم حلقه ـ بسته در شکل ۱ ـ ۶ ـ ب ظاهر شده است.

مثالهای بالا نشان می‌دهد که برای قضاوت در مورد اهمیت تغییرات فرایند از روی دینامیک حلقه باز، بهتر است به جای پاسخ زمانی از پاسخ فرکانسی استفاده شود. همچنین لازم است اطلاعاتی در مورد فرکانس قطع مطلوب داشته باشیم. به طور حسّی ممکن است انتظار داشته باشیم که تغییر فرایندی که رفتار سیستم را از حالت ناپایدار به حالت پایدار تغییر می‌دهد، بسیار شدید باشد؛ امّا مثال ۱ ـ ۱ نشان می‌دهد که لزوماً چنین نیست.

مثال ۱ ـ ۳ انتگرالگیر با علامت نامعلوم

فرایندی را در نظر بگیرید که رفتار آن با رابطهٔ ذیل توصیف می‌شود:

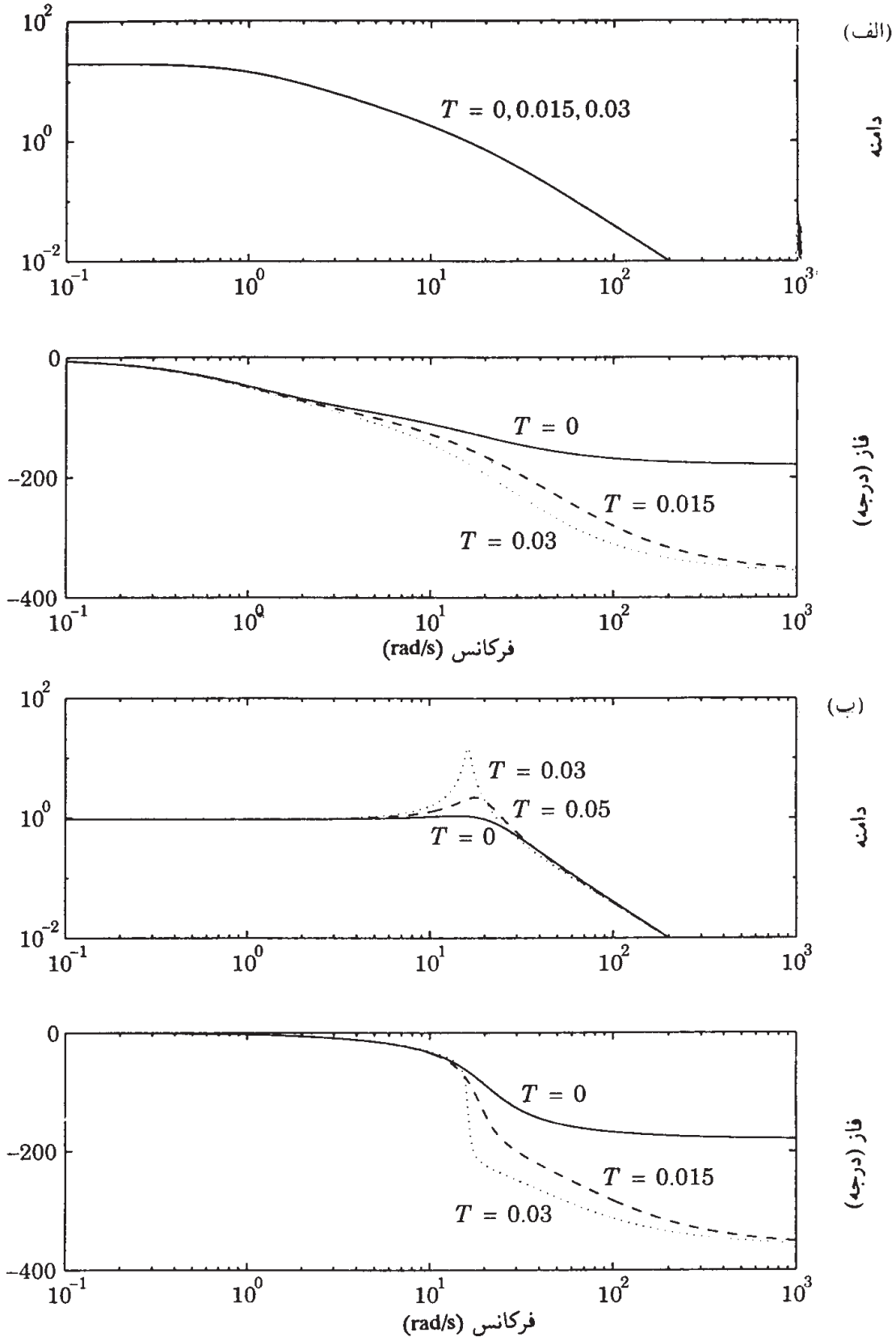
$$G_o(s) = \frac{k_p}{s} \qquad (۱ ـ ۲)$$

که علامت k_p را می‌توان هم مثبت و هم منفی فرض کرد. این موضوع تغییر شدیدی را سبب می‌شود، زیرا فاز سیستم می‌تواند 180° تغییر کند. این فرایند را نمی‌توان با یک کنترلگر خطی با تابع انتقال گویا کنترل کرد. این موضوع به صورت زیر قابل پیگیری است: فرض کنید تابع انتقال کنترلگر به صورت $S(s)/R(s)$ باشد که $R(s)$ و $S(s)$ چند جمله‌ای است. همچنین فرض کنید: درجهٔ $S \geq$ درجهٔ R. بنابراین معادلهٔ مشخصهٔ سیستم حلقه ـ بسته به صورت زیر خواهد بود:

$$P(s) = sR(s) + k_pS(s)$$

بدون اینکه کلیّت مسأله از بین برود می‌توان فرض کرد که ضریب بزرگترین توان s در چند جمله‌ای $R(s)$ برابر ۱ است. بنابراین ضریب بزرگترین توان s در چند جمله‌ای $P(s)$ نیز برابر ۱ خواهد بود. ضریب ثابت چند جمله‌ای $k_pS(s)$ متناسب با k_p است و بنابراین می‌تواند مثبت یا منفی باشد. یکی از شروط لازم برای اینکه همهٔ ریشه‌های $P(s)$ در نیم صفحهٔ چپ باشد آن

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۷. نمودارهای بُد فرایند مثال ۱ ـ ۲ برای: (الف) سیستم حلقه ـ باز، (ب) سیستم حلقه ـ بسته

www.powerjam.ir

است که همهٔ ضرایب آن مثبت باشد. از آنجا که k_p هم می‌تواند مثبت و هم منفی باشد، چند جمله‌ای $P(s)$ همواره برای بعضی از مقادیر k_p دارای یک صفر در نیم صفحهٔ راست خواهد بود. □

۱ ـ ۳ اثرهای تغییرات فرایند

روش استاندارد طراحی سیستم کنترل، ایجاد مدلی خطی برای فرایند در چند حالت کار و طراحی کنترلگری با پارامترهای ثابت است. این روش بسیار موفقیت آمیز بوده است. یکی از ویژگیهای اساسی این روش آن است که سیستمهای پسخور ذاتاً نسبت به خطاهای مدلسازی و اغتشاشها، غیر حساس است. در این قسمت مکانیزمهایی را توضیح می‌دهیم که باعث تغییرات در دینامیک فرایند می‌شوند. همچنین اثر تغییرات فرایند را در عملکرد سیستم کنترل نشان می‌دهیم.

مثالها تا حدی که مشکل کنترلی چندان مهمّی را ایجاد نکند ساده شده اما می‌توانند برخی از مشکلاتی را که ممکن است در سیستمهای واقعی به وجود آید، نشان دهند.

محرکهای غیر خطی

بسیاری از محرّکهای متداول مانند شیرها، دارای مشخصهٔ غیرخطی هستند و این موضوع باعث بروز مشکلاتی می‌شود که با مثال ذیل نشان داده می‌شود:

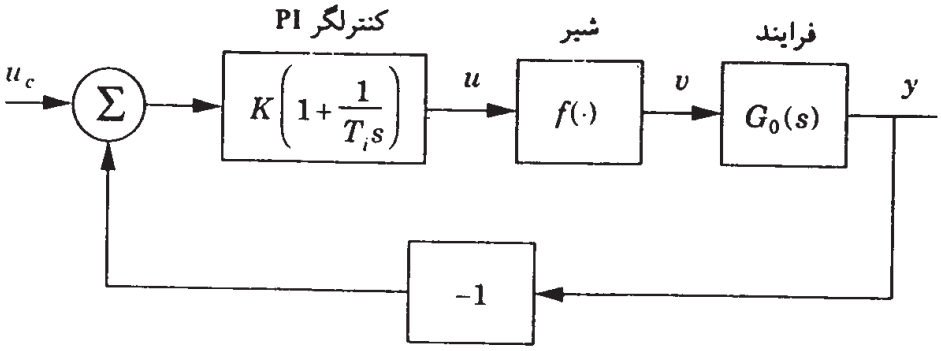
مثال ۱ ـ ۴ شیر غیرخطی

یک حلقهٔ پسخور ساده همراه با کنترلگر تناسبی انتگرالی (PI)، یک شیر غیرخطی و یک فرایند در شکل ۱ ـ ۸ نشان داده شده است. فرض کنید مشخصهٔ استاتیک شیر به صورت زیر باشد:

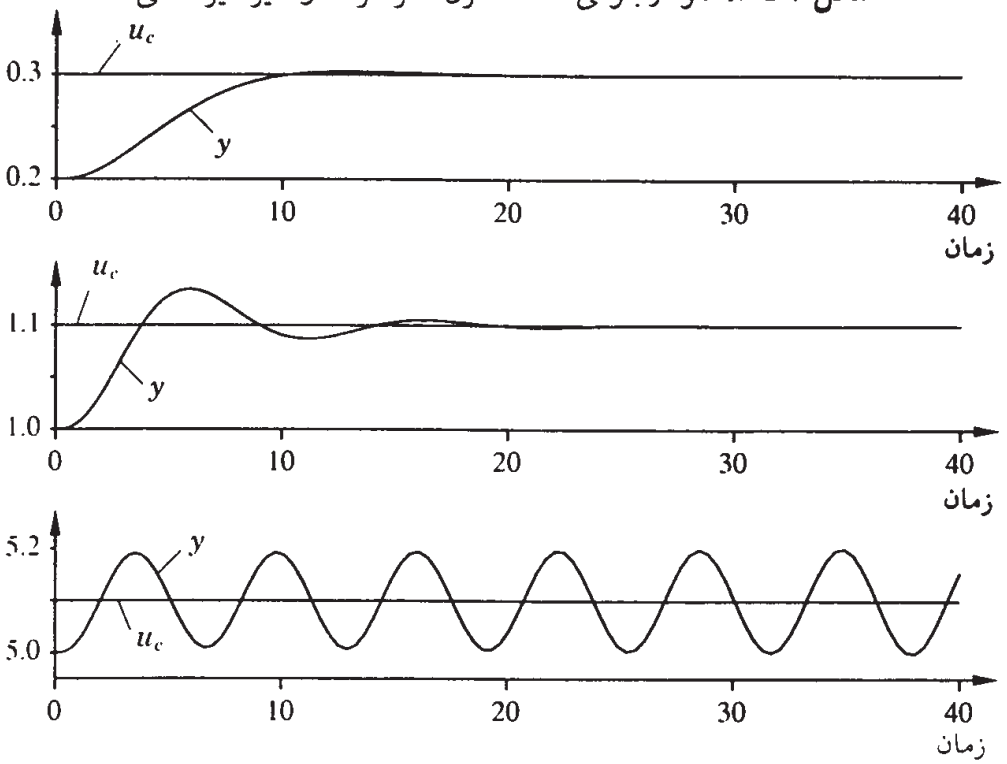
$$v = f(u) = u^4 \qquad u \geqslant 0$$

خطی سازی سیستم حول یک نقطهٔ کار در حالت تعادل نشان می‌دهد که بهرهٔ افزایشی شیر برابر $f'(u)$ و بنابراین بهرهٔ حلقه با $f'(u)$ متناسب است. همچنین می‌بینیم که سیستم در یک نقطهٔ کار، بخوبی عمل می‌کند، ولی در نقاط کار دیگر، عملکرد ضعیفی دارد. این موضوع در پاسخ پلّهٔ شکل ۱ ـ ۹ نشان داده شده است. کنترلگر برای اینکه در مقادیر پایین نقطهٔ کار پاسخ خوبی بدهد، تنظیم می‌شود. برای مقادیر بالاتر نقطهٔ کار، ممکن است حتّی سیستم حلقه ـ بسته ناپایدار شود. یکی از روشهای حلّ اینگونه مسایل، اِعمال سیگنال کنترل u از طریق معکوس مشخصهٔ غیر خطی شیر است که برای این منظور غالباً استفاده از یک تقریب نسبتاً خام، کافی

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۸. نمودار بلوکی حلقهٔ کنترل کنترلگر PI و شیر غیر خطّی



شکل ۱ ـ ۹. پاسخ پلّه برای کنترل PI حلقهٔ سادهٔ مثال ۱ ـ ۴ در نقاط کار مختلف. پارامترهای کنترلگر PI، $T_i = ۱$ و $K = ۰/۱۵$ و مشخصه‌های فرایند، $f(u) = u^۴$ و $G_0(s) = ۱/(s+۱)^۳$ است.

است (مثال ۱ ـ ۹ را ببینید). همچنین این مسأله را می‌توان به صورت حالت خاصّی از جدولبندی بهره در نظر گرفت که در فصل ۹ به تفصیل توضیح داده شده است.

تغییرات جریان و سرعت

سیستمهایی که در آنها جریان از لوله‌ها و مخازن مختلف عبور می‌کند، از مسایل متداول کنترل صنعتی است. که اغلب رابطهٔ نزدیکی میان میزان تولید و جریانها وجود دارد ولذا در این سیستمها با تغییر میزان تولید، دینامیکهای فرایند نیز تغییر می‌کند؛ از این رو کنترلگری که برای

www.powerjam.ir

یک میزان تولید خاصّ، تنظیم شده باشد، لزوماً برای مقادیر دیگر میزان تولید، بخوبی کار نخواهد کرد. یک مثال ساده نشان می‌دهد که چه اتّفاقی ممکن است بیفتد.

مثال ۱ ـ ۵ کنترل غلظت

مسألهٔ کنترل غلظت را برای سیّالی در نظر بگیرید که از لوله‌ای بدون هیچ‌گونه مخلوط کردن، و آنگاه از مخزنی، با مخلوط کردن کامل، عبور می‌کند. نمودار طرحوارهٔ این فرایند در شکل ۱ ـ ۱۰ نشان داده شده است. غلظت در مدخل ورودی برابر با C_{in} است. فرض کنید حجم لوله، V_d و حجم مخزن، V_m باشد. همچنین فرض کنید میزان جریان، q و غلظت سیّال در مخزن و در خروجی برابر C باشد.

از رابطهٔ تعادل جرم، معادلهٔ زیر نتیجه می‌شود:

$$V_m \frac{dC(t)}{dt} = q(t)\,(C_{in}(t-\tau) - C(t)) \qquad (۱-۳)$$

که

$$\tau = \frac{V_d}{q(t)}$$

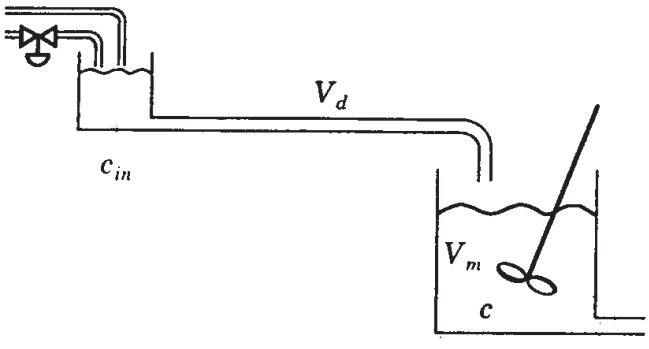
ـ همچنین داریم:

$$T = \frac{V_m}{q(t)} \qquad (۱-۴)$$

تابع انتقال فرایند برای وضعیت ثابت بودن جریان بدین قرار است:

$$G_o(s) = \frac{e^{-s\tau}}{1 + sT} \qquad (۱-۵)$$

رفتار سیستم با یک تأخیر زمانی و یک سیستم مرتبه اول مشخص می‌شود که هم ثابت زمانی T و هم تأخیر زمانی τ با عکس مقدار جریان q متناسب است.

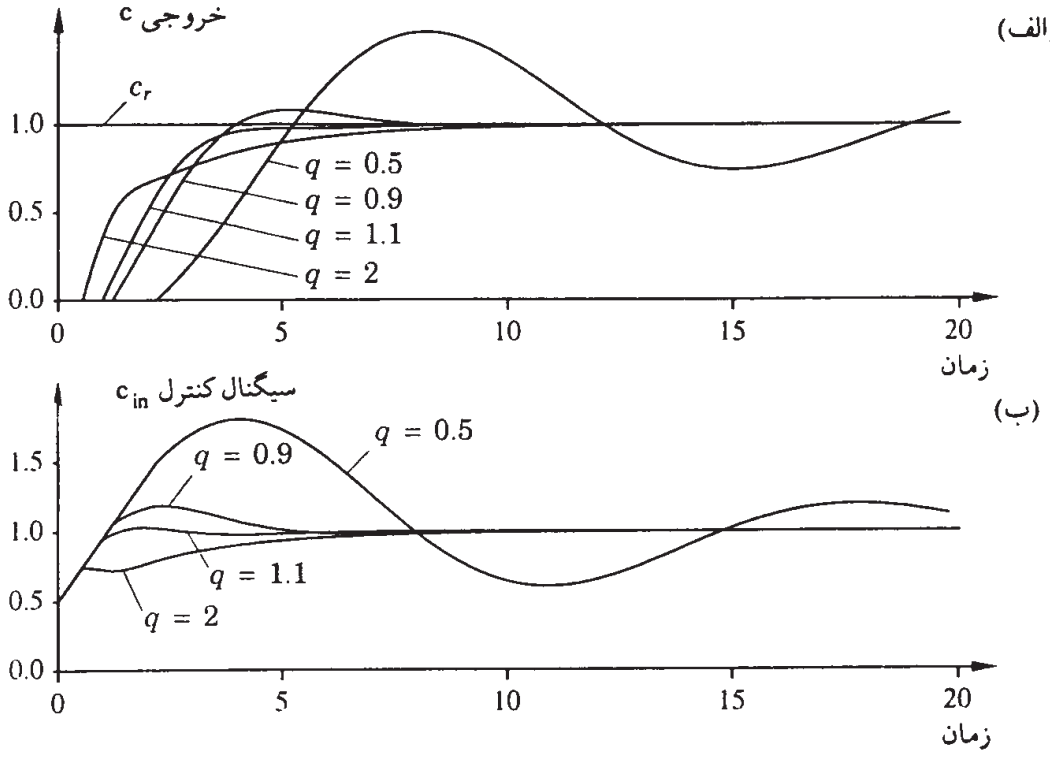


شکل ۱ ـ ۱۰. نمودار طرحوارهٔ سیستم کنترل غلظت

www.powerjam.ir

سیستم حلقه ـ بسته، مشابه شکل ۱ ـ ۸ است که در آن $f(.) = 1$ بوده، $G_o(s)$ با معادلهٔ (۱ ـ ۵) مشخص می‌شوند. ابتدا کنترلگری برای حالت نامی طراحی می‌شود که در آن $q = 1$، $T = 1$ و $\tau = 1$ است. در این حالت یک کنترلگر PI با بهرهٔ $K = 0/5$ و زمان انتگرالگیری $T_i = 1/1$ سیستم حلقه بسته‌ای با عملکرد خوب را نتیجه می‌دهد. شکل ۱ ـ ۱۱ پاسخ پلّهٔ سیستم حلقه ـ بسته را برای جریانهای مختلف و اعمال کنترلی متناظر با آنها نشان می‌دهد. میزان فراجهش با کاهش جریان، افزایش می‌یابد و هنگامی که جریان، افزایش می‌یابد سیستم کُند خواهد شد. بنابراین برای اینکه عملکرد مطمئنی داشته باشیم، خوب است که کنترلگر را در پایین‌ترین جریان، تنظیم کنیم. شکل ۱ ـ ۱۱ نشان می‌دهد که سیستم بسادگی می‌تواند از عهدهٔ تغییرات جریان در حدود ۱۰٪ ± برآید امّا هنگامی که تغییرات جریان با ضریب ۲ تغییر کند، عملکرد سیستم بشدّت خراب می‌شود.

تغییرات سرعت، مسایل مشابهی را سبب می‌شود. این موضوع به طور مثال در مکانیزمهای دوّار و ماشینهای تولید روزنامه دیده می‌شود.



شکل ۱ ـ ۱۱. تغییر مقدار مرجع برای جریانهای مختلف در سیستم مثال ۱ ـ ۵: (الف) غلظت خروجی C و غلظت مرجع C_r، (ب) سیگنال کنترل

www.powerjam.ir

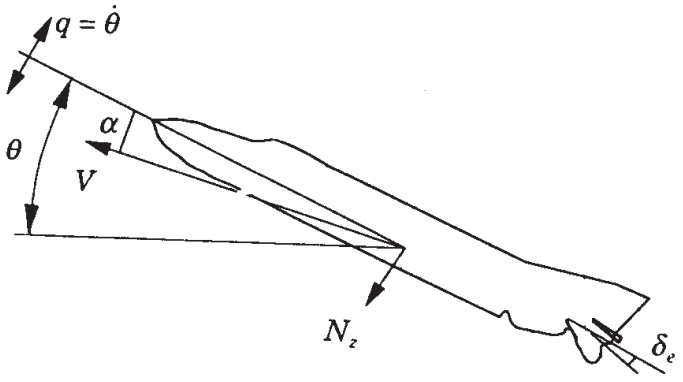
کنترل پرواز

رفتار هواپیما شدیداً با سرعت، ارتفاع، زاویهٔ حمله و سایر پارامترها تغییر می‌کند. سیستمهای کنترلی مانند اتوپایلوتها و سیستمهای افزایش پایداری برای کنترل اینگونه سیستمها مورد استفاده واقع شده است. این سیستمها براساس پسخور خطی با ضرایب ثابت استوار است. چنین سیستمهایی تا زمانی که سرعت و ارتفاع پرواز، کم باشد خوب کار می‌کند امّا با افزایش سرعت و ارتفاع در سیستمهای جدیدتر مشکلاتی به وجود می‌آید. این مسایل در پرواز با سرعتهای بیش از سرعت صوت شدید می‌شود. کنترل پرواز یکی از محرّکهای قویِ توسعهٔ کنترل تطبیقی بود. مثال زیر از آکرمان[1] (۱۹۸۳) تغییر رفتار سیستم را توضیح می‌دهد. این تغییرات حتی می‌تواند برای هواپیماهای با تغییرات زیاد در رژیم پرواز، بیشتر باشد.

مثال ۱ ـ ۶ دینامیکِ با پریود کم هواپیما

طرحواره‌ای از یک هواپیما در شکل ۱ ـ ۱۲ نشان داده شده است. برای توضیح تأثیر تغییرات پارامتر، حرکت عمودی[2] هواپیما را در نظر می‌گیریم. زاویهٔ دوران عمودی θ را در نظر بگیرید. شتاب عمودی[3] N_z، سرعت حرکت عمودی $q = \dot{\theta}$ و زاویهٔ سکان δ_e را به عنوان متغیرهای حالت و ورودی سروُسکان را به عنوان سیگنال ورودی u در نظر بگیرید. اگر فرض کنیم که هواپیما یک جسم صلب است، مدل زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & -a \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \\ a \end{bmatrix} u \qquad (۶ - ۱)$$



شکل ۱ ـ ۱۲. طرحوارهٔ هواپیما در مثال ۱ ـ ۶

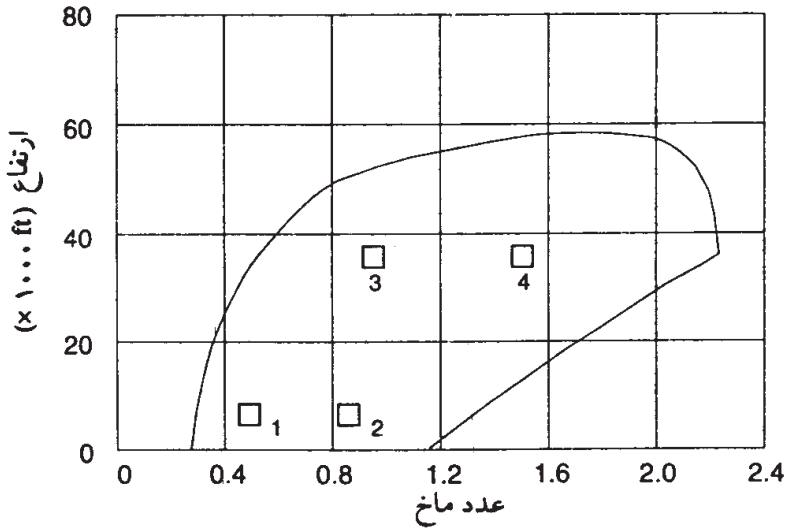
1. Ackerman 2. Pitch 3. Narmal Acceleration

www.powerjam.ir

که در آن $x^T = [N_z \ \dot{\theta} \ \delta_e]$ است. این مدل، دینامیک با پریود کم خوانده می‌شود. پارامترهای مدل براساس وضعیت کاری (با عدد ماخ و ارتفاع) بیان می‌شود. شکل ۱ ـ ۱۳ که پوش پرواز را نشان می‌دهد، ببینید.

جدول ۱ ـ ۱ پارامترها را برای ۴ حالت پرواز (FC)[1] مشخص شده در شکل ۱ ـ ۱۳ نشان می‌دهد. این اطلاعات برای هواپیمای مافوق صوت F4 - E می‌باشد. سیستم دارای سه مقدار ویژه است. یکی از مقادیر ویژه، $a = -۱۴$ ـ که به سروُسکان مربوط می‌شود، ثابت است. دیگر مقادیر ویژهٔ λ_1 و λ_2 به شرایط پرواز وابسته است. جدول ۱ ـ ۱ نشان می‌دهد که سیستم برای سرعتهای مادون صوت (حالتهای پرواز ۱، ۲ و ۳) ناپایدار و برای شرط پرواز مافوق صوت FC ۴، پایدار اما دارای میرایی ضعیف است. به دلیل این تغییرات، استفاده از کنترلگری که برای همهٔ شرایط پرواز دارای پارامترهای یکسانی است امکان ندارد. نقطهٔ کار به کمک حسگرهای اطلاعات هوا که ارتفاع و عدد ماخ را اندازه می‌گیرد، تعیین می‌شود و پارامترهای کنترلگر به صورت تابعی از این پارامترها تغییر داده می‌شود. چگونگی این کار در فصل نهم توضیح داده می‌شود.

در عمل، مدلهای پیچیده‌تری در نظر گرفته می‌شود، زیرا بدنهٔ هواپیما دارای خاصیت ارتجاعی است و خم خواهد شد. همچنین از پیش فیلترهای باریک در سیگنال فرمان صادره از خلبان استفاده می‌شود تا فرمانهای کنترل مُدهای خمشی هواپیما را تحریک نکند.



شکل ۱ ـ ۱۳. پوش پرواز برای هواپیمای F4 - E. چهار حالت مختلف مشخص شده است (از آکرمان (۱۹۸۳) اهدایی از اسپرینگر ـ ورلگ)

1. Flight Condition

www.powerjam.ir

جدول ۱ ـ ۱. پارامترهای مدل حالت هواپیمای معادلهٔ (۱ ـ ۶) برای حالات مختلف پرواز

	حالت پرواز ۱	حالت پرواز ۲	حالت پرواز ۳	حالت پرواز ۴
ماخ	۰/۵	۰/۸۵	۰/۹	۱/۵
ارتفاع(فوت)	۵۰۰۰	۵۰۰۰	۳۵۰۰۰	۳۵۰۰۰
a_{11}	−۰/۹۸۹۶	−۱/۷۰۲	−۰/۶۶۷	−۰/۵۱۶۲
a_{12}	۱۷/۴۱	۵۰/۷۲	۱۸/۱۱	۲۶/۹۶
a_{13}	۹۶/۱۵	۲۶۳/۵	۸۴/۳۴	۱۷۸/۹
a_{21}	۰/۲۶۴۸	۰/۲۲۰۱	۰/۰۸۲۰۱	−۰/۶۸۹۶
a_{22}	−۰/۸۵۱۲	−۱/۴۱۸	−۰/۶۵۸۷	−۱/۲۲۵
a_{23}	−۱۱/۳۹	−۳۱/۹۹	−۱۰/۸۱	−۳۰/۳۸
b_1	−۹۷/۷۸	−۲۷۲/۲	−۸۵/۰۹	−۱۷۵/۶
λ_1	−۳/۰۷	−۴/۹۰	−۱/۸۷	−۰/۸۴ ± ۴/۳ i
λ_2	۱/۲۳	۱/۷۸	۰/۵۶	

تغییرات مشخصه‌های اغتشاش

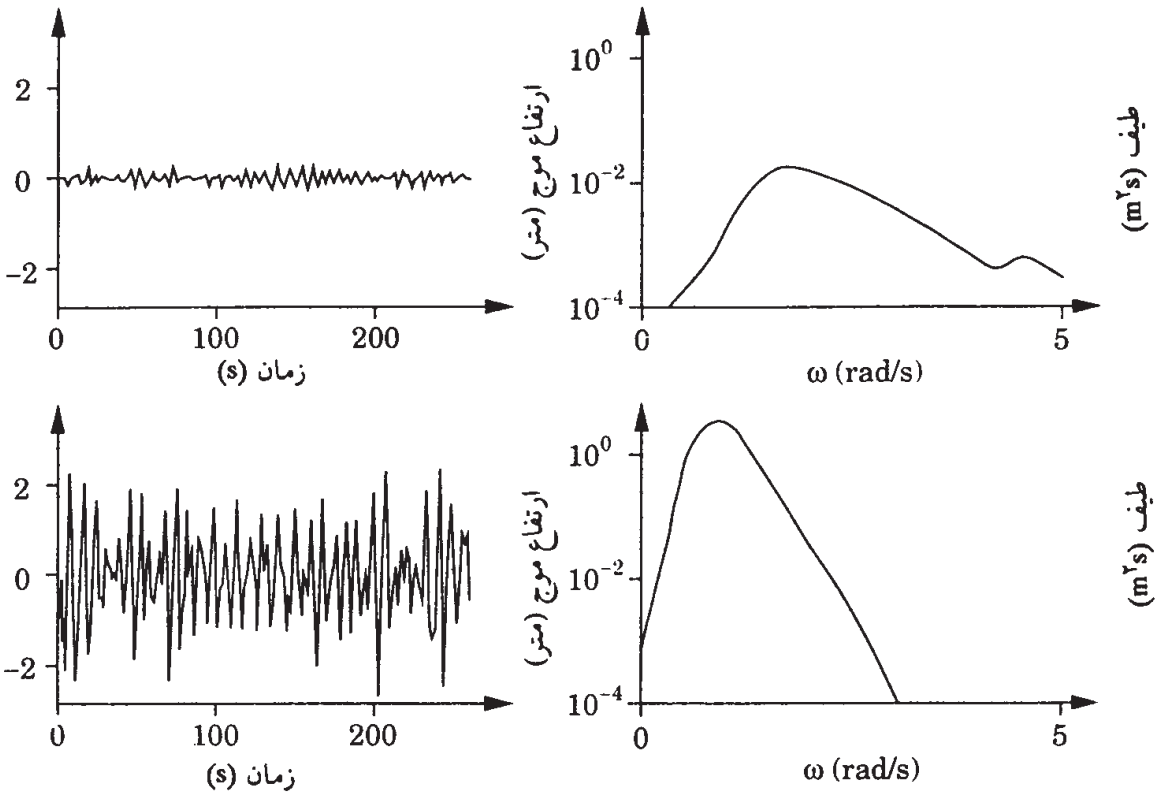
تاکنون اثرهای تغییرات رفتار فرایند را توضیح داده‌ایم. حالاتی نیز وجود دارند که در آنها مسألهٔ اساسی، تغییرات مشخصه اغتشاشهاست. دو مثال در زیر ارائه می‌گردد.

مثال ۱ ـ ۷ هدایت کشتی

یکی از مسائل کلیدی در طراحی اتوپایلوت برای هدایت کشتی جبران نیروهای اغتشاشی است که در اثر باد، امواج و جریان برکشتی اثر می‌کند، البته در بیشتر موارد، نیروهای ناشی از امواج، غالب است. امواج دارای مؤلفه‌های متناوب قدرتمندی هستند. فرکانس موج غالب ممکن است هنگام تغییر شرایط جوّی از نسیم آرام به باد تا ۳ برابر افزایش یابد. فرکانس نیروهای ناشی از امواج بیشتر تغییر خواهد کرد، زیرا سرعت و سمت کشتی نیز بر آنها مؤثّر است. مثالهایی از ارتفاع موج و طیف در دو حالت مختلف شرایط جوّی در شکل ۱ ـ ۱۴ نشان داده شده است. طبیعی است که طبیعت اغتشاشهای موج در طراحی اتوپایلوتها و میراکننده‌های حرکت چرخشی[1] لحاظ گردد. از آنجا که نیروهای القایی ـ موج تغییرات فراوانی

1. Roll

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۱۴. اندازه‌گیریها و طیف امواج در شرایط مختلف جوّی در هوبرگن سوئد (الف) سرعت باد ۳ تا ۴ متر بر ثانیه (ب) سرعت باد ۱۸ تا ۲۰ متر بر ثانیه (اهدایی SSPA گوتنبرگ ـ سوئد).

دارند، طبیعی است که پارامترهای کنترلگر برای سازگار شدن با مشخصه‌های اغتشاش تنظیم گردند.

قرارگیری کشتیها و سکوها مثال دیگری مشابه هدایت کشتی است. در این حالت معمولاً سیستم کنترل، توانایی کمی دارد. این بدان معناست که سکویی که در سطح وسیعتری عمل می‌کند می‌تواند "سوار موج شود" و فقط قادر به جبران مؤلفه‌های فرکانس پایین اغتشاشهاست. این موضوع به دست آوردن مدلی برای الگوی اغتشاش را نیز بحرانی‌تر می‌کند.

در کنترل فرایند، مسألهٔ کلیدی، اغلب تنظیم دقیق است. برای متغیرهای کیفیِ مهم، حتی کاهش کمی در نوسانهای یک متغیر کیفی می‌تواند تأثیر زیادی داشته باشد. اگر اغتشاشها دارای ترتیب آماری خاصّی باشد، این امکان وجود دارد که بتوان با استفاده از کنترلگری که در مشخصهٔ خاصّ اغتشاش تنظیم شده است. اصلاح قابل ملاحظه‌ای را در کیفیت کنترل بوجود آورد. چنین کنترلگرهایی می‌توانند عملکرد بسیار بهتری نسبت به کنترلگرهای استاندارد PI داشته باشند. در اینجا اهمیت جبران اغتشاشها با یک مثال نشان داده می‌شود.

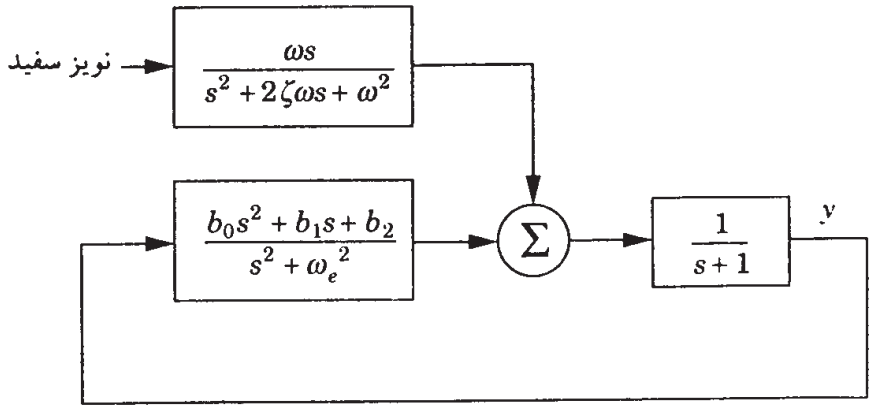
www.powerjam.ir

مثال ۱ ـ ۸ تنظیم یک متغیر کیفی در کنترل فرایند

مسألهٔ تنظیم یک متغیر کیفی را در فرایندی صنعتی در نظر بگیرید که در آن اغتشاشهایی با مشخصه‌های متغیر وجود دارد. نمودار بلوکی این سیستم در شکل ۱ ـ ۱۵ نشان داده شده است. در این آزمایش فرض می‌شود که دینامیک فرایند از مرتبهٔ اوّل با ثابت زمانی $T = ۱$ است. همچنین فرض می‌کنیم که اغتشاش بر ورودی فرایند اثر می‌کند. اغتشاش با عبور دادن نویز سفید از یک فیلتر میان گذر شبیه سازی می‌شود. دینامیک فرایند ثابت است، امّا فرکانس فیلتر میان گذر تغییر می‌کند. تنظیم را می‌توان با یک کنترلگر PI انجام داد، امّا اصلاح عملکرد با استفاده از یک کنترلگر پیچیده‌تر که در مشخصهٔ اغتشاش تنظیم شده باشد، امکان‌پذیر است.

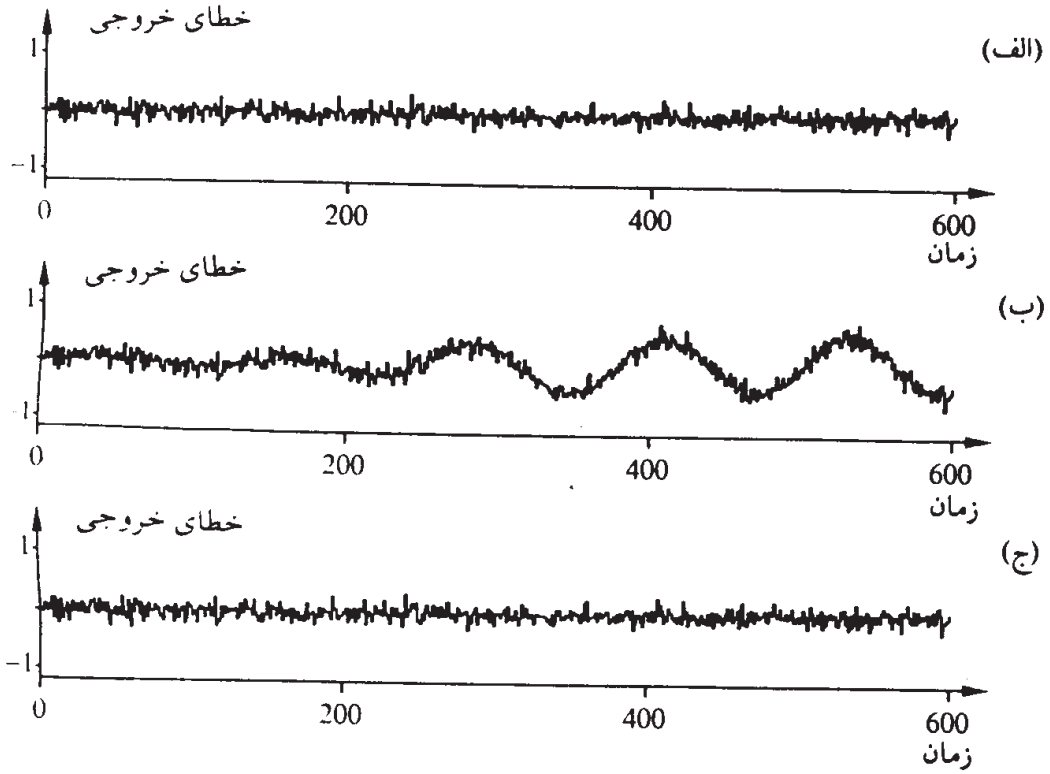
چنین کنترلگری دارای بهره‌ای بسیار زیاد در فرکانس مرکزی اغتشاش است. شکل ۱ ـ ۱۶ خطای کنترل را تحت شرایط مختلف نشان می‌دهد. فرکانس مرکزی فیلتر میان‌گذری که برای تولید اغتشاش استفاده می‌شود، برابر ω و مقدار متناظر آن که در طراحی کنترلگر موارد استفاده قرار می‌گیرد، برابر ω_e است. شکل ۱ ـ ۱۶ ـ الف خطای کنترل را، برای زمانی که کنترلگر در اغتشاش تنظیم شده، یعنی: $\omega_e = \omega = ۰/۱$، نشان می‌دهد.

شکل ۱ ـ ۱۶ ـ ب نشان می‌دهد که وقتی ویژگیهای اغتشاش تغییر کند، چه اتفاقی می‌افتد. پارامتر ω به ۰/۰۵ تغییر داده می‌شود در حالی که $\omega_e = ۰/۱$ است. در این صورت عملکرد سیستم کنترل به میزان زیادی مختل می‌شود. در شکل ۱ ـ ۱۶ ـ ج اصلاح انجام شده با تنظیم کنترلگر به شرایط جدید $\omega = \omega_e = ۰/۰۵$ نشان داده شده است. مثالهای عملی متعدد دیگری از این نوع وجود دارد که دارای تغییرات قابل ملاحظه‌ای در مشخصه‌های اغتشاش هستند. وقتی که توانایی کنترل، محدود بوده یا زمان مرده در رفتار فرایند وجود داشته باشد، داشتن کنترلگری که بتواند با تغییر الگوهای اغتشاش تطبیق یابد بسیار حائز اهمیت است.



شکل ۱ ـ ۱۵. نمودار بلوکی سیستم همراه با اغتشاش در مثال ۱ ـ ۸

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۱۶. این شکل، عملکرد کنترلگرهایی را که در مشخصه‌های اغتشاش تنظیم شده توضیح می‌دهد. خطای خروجی وقتی که: (الف) $\omega = \omega_c = ۰/۱$، (ب) $\omega_c = ۰/۱$ و $\omega = ۰/۰۵$، (ج) $\omega = \omega_c = ۰/۰۵$.

خلاصه

مثالهای این قسمت بعضی از مکانیزمهایی را که می‌تواند باعث ایجاد تغییرات در رفتار فرایند شود مطرح کرد. مثالها لزوماً بسیار ساده انتخاب شده تا بعضی از مشکلاتی را که ممکن است اتفاق بیافتد، نشان دهد. در بعضی از حالات، کاهش تغییرات با قرار دادن جبرانسازی غیر خطی در کنترلگرها بسیار سر راست است. برای شیر غیر خطی مثال ۱ ـ ۴ قرار دادن یک جبرانساز غیر خطی در خروجی کنترلگر که معکوس مشخصهٔ شیر است، طبیعی است. این اصلاح در مثال ۹ ـ ۱ انجام شده است. در مورد تغییرات سرعت جریان در مثال ۱ ـ ۵ می‌توان با اندازه‌گیری جریان و تغییر پارامترهای کنترلگر بر طبق آن، به‌طور مشابه رفتار کرد. برای جبران تغییرات دینامیک در مثال ۱ ـ ۶ لازم است شرایط پرواز اندازه‌گیری شود. در مثالهای ۱ ـ ۷ و ۱ ـ ۸ که در آنها تغییرات در اثر اغتشاش به وجود می‌آید، ارتباط دادن مستقیم تغییرات به کمیت قابل اندازه‌گیری ممکن نیست. در این حالات ممکن است استفاده از کنترل تطبیقی بسیار مفید باشد.

در عمل ممکن است تغییرات از منابع مختلفی ناشی شده باشد و همواره ترکیبی از عوامل

www.powerjam.ir

مختلف مؤثر هستند. در بیشتر حالات دلایل اساسی تغییرات، کاملاً قابل فهم نیست. هنگامی که فیزیک فرایند به طور قابل قبولی معلوم باشد (مانند هواپیماها)، تعیین پارامترهای کنترلگرِ مناسب، برای شرایط کاری مختلف به کمک خطی سازی مدلها و استفاده از بعضی روشهای طراحی کنترل، ممکن است. این روشی معمول برای طراحی اتوپایلوتِ هواپیماهاست. شناسایی سیستم، روش دیگری در مقابل مدلسازی فیزیکی است. هر دو این روشها نیاز به تلاش مهندسی فراوانی دارد.

بیشتر فرایندهای صنعتی بسیار پیچیده هستند و بخوبی قابل فهم نیستند. بررسی منابع تغییرات فرایند نه ممکن و نه اقتصادی است. در این حالتها کنترلگرهای تطبیقی انتخاب خوبی هستند. در سایر حالتها ممکن است برخی از دینامیکها بخوی قابل فهم باشد، اما سایر قسمتها، نامعلوم است. مثالی نوعی از این نمونه، روباتها هستند که در آنها، هندسهٔ ساخت، موتورها و جعبه دندهها تغییر نمی‌کند امّا بار تغییر می‌کند. در چنین حالتهایی بسیار مهم است که از اطلاعات قبلی در دسترس، فقط برای تخمین و تطبیق قسمتهای نامعلوم فرایند استفاده کنیم.

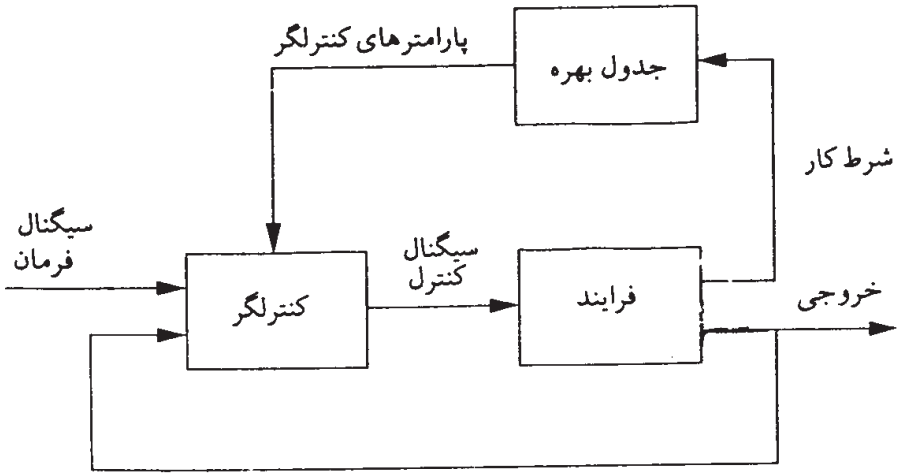
۱ ـ ۴ روشهای تطبیقی

در این قسمت چهار نوع از سیستمهای تطبیقی را مطرح می‌کنیم: جدولبندی بهره، کنترل تطبیقی مدل ـ مرجع، رگولاتورهای خود تنظیم و کنترل دوگان.

جدولبندی بهره

در بسیاری از حالات امکان یافتن متغیرهایی قابل اندازه‌گیری وجود دارد که بخوبی با تغییرات دینامیک فرایند مرتبط باشند. یک حالت نوعی در مثال ۱ ـ ۴ مطرح شده است. از این متغیرها می‌توان برای تغییر دادن پارامترهای کنترلگر استفاده کرد. این روش، جدولبندی بهره نامیده می‌شود. زیرا این روش براساس اندازه‌گیری بهره و سپس تغییر (جدول) کنترلگر برای جبران تغییرات بهرهٔ فرایند استوار است. نمودار بلوکی سیستم جدولبندی بهره در شکل ۱ ـ ۱۷ نشان داده شده است. سیستم را می‌توان به صورت دو حلقه در نظر گرفت یکی حلقهٔ درونی که شامل فرایند و کنترلگر است و دیگری حلقهٔ برونی که پارامترهای کنترلگر را براساس شرایط کار تنظیم می‌کند. جدولبندی بهره را می‌توان به صورت نگاشت پارامترهای فرایند به پارامترهای کنترلگر در نظر گرفت. این موضوع به کمک یک تابع یا یک جدول جستجو قابل پیاده سازی است. مفهوم جدولبندی بهره با توسعهٔ سیستمهای کنترل پرواز ارتباط تنگاتنگی دارد. در این کاربرد، عدد ماخ و ارتفاع، به کمک حسگرهای اطلاعات جوّی اندازه‌گیری شده، به عنوان

www.powerjam.ir



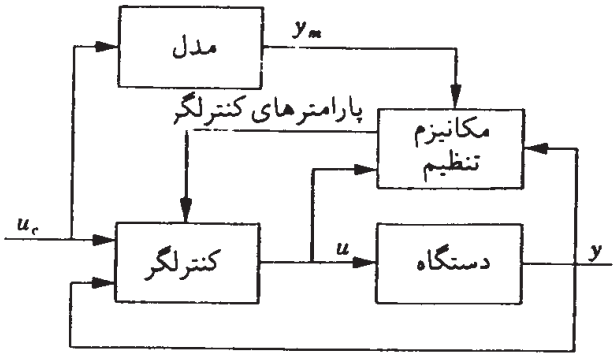
شکل ۱ ـ ۱۷. نمودار بلوکی سیستم با جدولبندی بهره

متغیرهای جدولبندی استفاده می‌شود. این روش به عنوان نمونه در X - 15 (شکل ۱ ـ ۲) مورد استفاده قرار گرفت. در کنترل فرایند، اغلب می‌توان از نرخ تولید به عنوان یکی از متغیرهای جدولبندی استفاده کرد، زیرا معمولاً ثابتهای زمانی و زمانهای تأخیر با نرخ تولید نسبت عکس دارند. بنابراین جدولبندی بهره روشی بسیار مفید برای کاهش اثرهای تغییرات پارامتر است. در مورد اینکه آیا جدولبندی بهره را می‌توان به عنوان یکی از انواع سیستمهای تطبیقی در نظر گرفت یا خیر، از قدیم اختلاف‌نظر وجود دارد. اگر از تعریف غیر رسمی قسمت ۱ ـ ۱ که مطابق آن یک سیستم تطبیقی، کنترلگری با پارامترهای قابل تنظیم همراه با یک مکانیزم تنظیم است، استفاده شود، این سیستم تطبیقی است. توضیحات دقیقتر جدولبندی بهره در فصل نهم آمده است.

سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع (MRAS)

سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع (MRAS) در اصل برای حل مسایلی پیشنهاد شده که در آن مشخصات مورد نظر در قالب یک مدلِ مرجع مطرح می‌شود و بیانگر پاسخ ایدئال فرایند به سیگنال فرمان است. نمودار بلوکی چنین سیستمی در شکل ۱ ـ ۱۸ نشان داده شده است. در این شکل، کنترلگر شامل دو حلقه است: حلقهٔ درونی یک پسخور معمولی است و شامل فرایند و کنترلگر است؛ حلقهٔ برونی پارامترهای کنترلگر را به طریقی تنظیم می‌کند که خطا، یعنی اختلاف بین خروجی فرایند (y) و خروجی مدل (y_m)، کم شود. سیستم MRAS در ابتدا برای

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۱۸. نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع (MRAS)

کنترل پرواز مطرح شد. در این حالت مدلِ مرجع پاسخ مطلوب هواپیما به حرکات اهرم[1] را توصیف می‌کند. مسألهٔ کلیدی سیستمهای MRAS، مشخص کردن مکانیزم تنظیم است به گونه‌ای که سیستم پایدار باشد و باعث شود تا خطا به سمت صفربرود. این مسأله، موضوع ساده‌ای نیست. مکانیزم تنظیم پارامتر ذیل که قاعدهٔ MIT نامیده می‌شود، در سیستم MRAS اوّلیّه استفاده شده است:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \qquad (۷ - ۱)$$

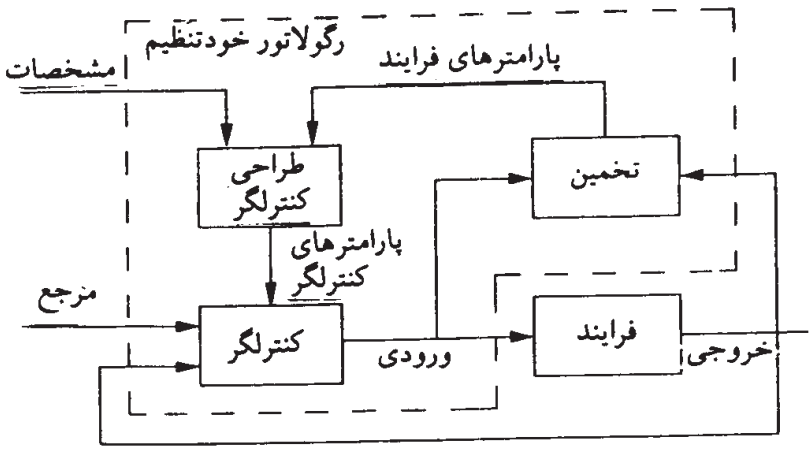
در این معادله، $e = y - y_m$ خطای مدل و θ پارامتر کنترلگر است. کمیت $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ مشتق حساسیت خطا نسبت به پارامتر θ است. پارامتر γ میزان تطبیق را تعیین می‌کند. در عمل برای به دست آوردن مشتق حساسیت لازم است تقریبهایی زده شود. قاعدهٔ MIT را می‌توان به صورت روش گرادیان برای کمینه کردن مربع خطای e^2 در نظر گرفت.

رگولاتورهای خود تنظیم (STR)

روشهایی که تاکنون توضیح داده شد، روشهای مستقیم نامیده می‌شود. زیرا قواعد تنظیم. چگونگی بهنگام شدن پارامترهای رگولاتور را مستقیماً بیان می‌کنند، لیکن اگر پارامترهای فرایند بهنگام شده، آنگاه پارامترهای رگولاتور از حلّ یک مسأله طراحی به دست آید روش متفاوتی حاصل می‌شود. نمودار بلوکی چنین روشی در شکل ۱ ـ ۱۹ نشان داده شده است:
می‌توان چنین در نظر گرفت که کنترلگر تطبیقی از دو حلقه تشکیل یافته است: حلقهٔ درونی

1. Joy Stick

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۱۹. نمودار بلوکی رگولاتور خود تنظیم (STR).

شامل فرایند و یک کنترلگر پسخور معمولی است. پارامترهای کنترلگر به کمک حلقهٔ بـرونی تنظیم می‌شود که این حلقه شامل دو بخش تخمینگر بازگشتی پارمتر و محاسبهٔ طراحی است. گاهی اوقات تخمین پارامترهای فرایند بدون اعمال سیگنالهای کنترلی اندازه‌گیری یا سیگنالهای آشفتگی به سیستم امکان‌پذیر نیست. توجّه کنید که سیستم را می‌توان به شکل یک اتوماسیون مدلسازی فرایند و طرّاحی در نظر گرفت که در آن مدل فرایند و طرّاحی کنترل در هر زمان نمونه برداری بهنگام می‌شود. کنترلگری که به این صورت عمل کند، رگولاتور خـود تـنظیم نـامیده می‌شود تا بر این نکته تأکید شود که کنترلگر به طور خودکار، پارامترهای خود را برای حصول عملکرد مطلوب حلقه ـ بسته، تنظیم می‌کند. رگولاتورهای خود تنظیم، در فـصلهای سـوم و چهارم توضیح داده می‌شود. قسمتی که در شکل ۱ ـ ۱۹، "طراحی کنترلگر" نامیده شده پاسخی بی‌درنگ را برای مسألهٔ طرّاحی سیستم با پارامترهای معلوم، ارائه مـی‌کند. ایـن مـوضوع یک مسألهٔ **مستتر**[1] طراحی است. که ممکن است با روشهای متعدّد کنترل تطبیقی مرتبط باشد، امّا اغلب به طور غیر مستقیم مطرح می‌شود. برای ارزیابی روشهای کنترل تطبیقی، معمولاً یافتن مسألهٔ مستتر طرّاحی مفید خواهد بود؛ زیرا در حالی کـه پـارامـترها بـه طـور دقـیق شـناخته می‌شوند، مشخّصات سیستم را تحت شرایط ایدئال به دست خواهد داد. روش STR نسبت به انتخاب طرّاحی مستتر و روشهای تـخمین بسـیار انـعطاف‌پذیر است. و از ایـن رو تـرکیبهای مختلف فراوانی به دست آمده است. در سیستم خود تنظیم‌گری که در شکل ۱ ـ ۱۹ نشان داده شده، پارامترهای کنترلگر به طور غیر مستقیم از طریق محاسبات طرّاحی، بهنگام می‌شود. گاهی این امکان وجود دارد که فرایند دوباره چنان پارامتریزه شود، که مدل بتواند برحسب پارامترهای

1. Underlying Design Problem

www.powerjam.ir

کنترلگر بیان شود. این کار، ساده‌سازی مهمّی را در الگوریتم سبب می‌شود. زیرا محاسبات طرّاحی را حذف می‌کند. با انجام این کار، در شکل ۱ ـ ۱۹ قسمت "طرّاحی کنترلگر" حذف شده، پارامترهای کنترلگر مستقیماً بهنگام می‌شوند.

در سیستم STR، پارامترهای کنترلگر یا پارامترهای فرایند در زمان حقیقی تخمین زده می‌شوند. سپس اگر این تخمینها با مقادیر صحیح برابر باشد (یعنی عدم قطعیتهای تخمین در نظر گرفته نشود)، مورد استفاده قرار می‌گیرد. این موضوع اصل هم ارزی قطعیت[1] نامیده می‌شود. در بسیاری از روشهای تخمین، اندازه‌گیری کیفیت تخمینها نیز ممکن است، در این صورت می‌توان از این عدم قطعیت در طراحی کنترلگر استفاده کرد. برای مثال اگر عدم قطعیت زیادی وجود داشته باشد می‌توان طرحی محافظه کارانه را انتخاب کرد. این موضوع در فصل هفتم توضیح داده می‌شود.

کنترل دوگان

روشهایی که تا اینجا مورد مطالعه قرار گرفت روشهای ذهنی معقولی به نظر می‌رسد. امّا از توضیحات آنها به نظر می‌رسد که دارای محدودیتهایی باشند. برای مثال عدم قطعیتهای پارامتر در طراحی کنترلگر به حساب نمی‌آید. بنابراین طبیعی است سؤال کنیم که آیا روشهای بهتری نسبت به روش هم ارزی قطعیت وجود دارد یا خیر؟ همچنین ممکن است سؤال کنیم آیا می‌توان کنترلگرهای تطبیقی را از اصول عمومی استخراج کرد یا خیر؟

این امکان وجود دارد که بتوان جوابی به دست آورد که از یک فرموله کردن محض و استفاده از نظریهٔ بهینه سازی به دست آمده باشد. ابزار ویژه‌ای که می‌توان از آن استفاده کرد، نظریهٔ کنترل اتفاقی غیر خطی است.

اینک مفهوم کنترل دوگان را مطرح خواهیم کرد. این روش ساختار کنترلگر را با خواص جالبی نتیجه می‌دهد. یکی از نتایج مهم آن است که عدم قطعیتهای پارامترهای تخمینی در کنترلگر به حساب آورده می‌شود. همچنین کنترلگر در مواقعی که اطلاعات کمی از فرایند دارد فرمانهای خاصّی را صادر می‌کند. بنابراین این روش پیچیده است و نمی‌توان از آن برای مسایل عملی استفاده کرد؛ امّا از آنجا که ایده‌های این روش بسیار مفید است، آنها را به طور مختصر در این قسمت توضیح خواهیم داد. اولین مسألهٔ مورد بررسی توصیف ریاضی ایدهٔ مجهول بودن یک پارامتر ثابت یا دارای تغییرات آهسته است. یک ثابت نامعلوم را می‌توان به کمک معادلهٔ

1. Certainty Equivalence principle

www.powerjam.ir

دیفرانسیل ذیل:

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \qquad (۸-۱)$$

همراه با توزیع اولیه‌ای که بازتابی از عدم قطعیت پارامتر است، مدلسازی کرد. رانش پارامتر را می‌توان با افزودن متغیرهای تصادفی به سمت راست معادلهٔ (۱ ـ ۸) در نظر گرفت. بنابراین با افزودن[1] متغیرها ی‌حالت فرایند و محیط اطرافش به کمک بردار پارامتری که دینامیک آن توسط معادلهٔ (۱ ـ ۸) مشخص می‌شود، مدلی از یک فرایند با پارامترهای دارای عدم قطعیت حاصل می‌شود. توجه کنید که با این فرموله کردن تفاوتی بین این پارامترها و سایر متغیرهای حالت وجود ندارد.

این بدان معناست که کنترلگرِ حاصل، می‌تواند در برابر تغییرات بسیار سریع پارامتر نیز عمل کند. حال می‌توان حالت افزودهٔ $z = [x^T \quad \theta^T]^T$ را که شامل حالت فرایند و پارامترهاست در نظر گرفت. دراین صورت هدف کنترل به صورت کمینه کردن تابع تلف زیر فرموله می‌شود:

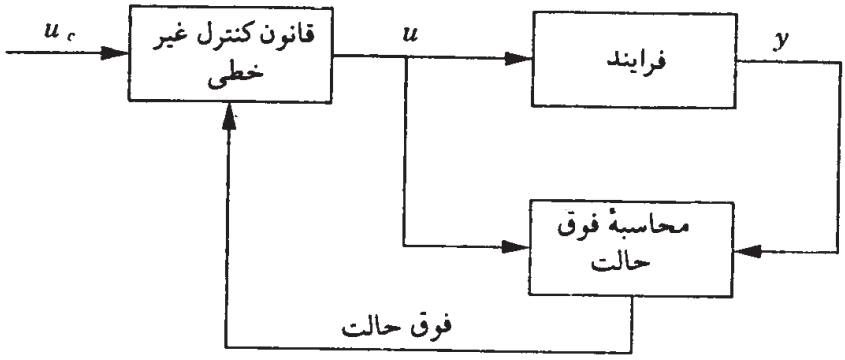
$$V = E\left(G(z(T), u(T)) + \int_0^T g(z, u)\, dt \right)$$

که در آن E امید ریاضی، u متغیر کنترل و G و g توابع اسکالر از z و u است. امید ریاضی نسبت‌به توزیع همهٔ مقادیر اولیه و همهٔ اغتشاشهایی گرفته می‌شود که در مدلهای سیستم ظاهر می‌شود. معیار V باید نسبت به کنترلهای مجاز $u(t)$ که تابعی از اندازه‌گیریهای گذشته و حال و نیز توزیعهای قبلی است، کمینه شود. مسألهٔ پیدا کردن کنترلگری که تابع تلف را کمینه کند مشکل است. با در نظر گرفتن فرضیات کافی می‌توان با استفاده از برنامه‌ریزی پویا پاسخی برای مسأله یافت. در این صورت پاسخ برحسب یک معادلهٔ تابعی[2] به دست می‌آید که معادلهٔ بلمن[3] نامیده می‌شود. این معادله تعمیمی از معادلهٔ هامیلتن ـ ژاکوبی[4] در حساب تغییرات است. حل عددی معادلهٔ بلمن (درصورت امکان) بسیار مشکل و وقت گیر است.

بعضی از ویژگیهای ساختاری در شکل ۱ ـ ۲۰ نشان داده شده است. کنترلگر را می‌توان متشکل از دو حلقه در نظر گرفت: یکی تخمینگر غیر خطی و دیگری کنترلگر پسخور. تخمینگر، توزیع احتمال شرطیِ حالت را از اندازه‌گیریها به دست می‌دهد، $p(z \mid y,u)$. این توزیع، فوق *حالت*[5] مسأله نامیده می‌شود. کنترلگر پسخور، تابعی غیر خطی است که فوق حالت را به فضای

1. Augmentation
2. Functional Equation
3. Belman equation
4. Hamilton - Jacobi
5. Hyperstate

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۲۰. نمودار بلوکی کنترلگر دوگان

متغیرهای کنترل می‌نگارد. این تابع را می‌توان پیشاپیش محاسبه کرد. لیکن فوق حالت باید بیدرنگ بهنگام شود. سادگی ساختاری این روش به بهای معرّفی فوق حالت، به دست آمده، که خود کمیّتی با بُعدی بسیار زیاد است. بهنگام کردن فوق حالت معمولاً به حل یک مسألهٔ فیلتراژ غیر خطی پیچیده می‌انجامد. همانطور که در فصل هفتم نشان داده خواهد شد، در حالات ساده می‌توان توزیع را توسّط میانگین و کوواریانس آن مشخص کرد.

قانون کنترل بهینه خواصّ جالبی دارد که با حلّ چند مسألهٔ نمونه مشخّص خواهد شد. قانون کنترل سعی می‌کند خروجی را به مقدار مطلوب آن برساند. امّا در مواقعی که پارامترها دارای عدم قطعیّت است، مسألهٔ آشفتگیها (تزریق سیگنال) نیز مطرح می‌شود. این مسأله باعث تغییراتی در خواصّ تخمینها و عملکرد بعدی سیستم حلقه بسته می‌شود. کنترل بهینه باعث ایجاد تعادلی درست بین داشتن یک کنترل خوب و خطاهای کوچک تخمین می‌شود. نام کنترل دوگان به منظور بیان این ویژگی انتخاب شده است.

مقایسهٔ کنترلگر شکل ۱ ـ ۲۰ با رگولاتور خود تنظیم شکل ۱ ـ ۱۹ جالب خواهد بود. در سیستم STR حالات سیستم به دو دسته تقسیم می‌شود: ۱ ـ متغیّرهای حالت معمولی مدل با پارامترهای ثابت، ۲ ـ پارامترهایی که فرض می‌شود تغییرات آهسته‌ای دارند. تخمینگر پارامتر را می‌توان به صورت رؤیتگری برای پارامترها درنظر گرفت. توجّه کنید که بسیاری از تخمینگرها تخمین عدم قطعیتها را نیز فراهم می‌کنند، گرچه این تخمینها در محاسبه سیگنال کنترل بکار نمی‌رود. از محاسبه فوق حالت در کنترلگر دوگان، توزیع شرطی همه متغیرها و پارامترهای فرایند به‌دست می‌آید. از میانگین شرطی، تخمینها و از کواریانسهای شرطی، عدم قطعیتهای تخمینها حاصل می‌شود. عدم قطعیتها در محاسبه سیگنال کنترل در رگولاتور خود تنظیم بکار

www.powerjam.ir

نمی‌رود. آنها در کنترل دوگان مهّم‌اند زیرا امکان دارد اگر تخمینها ضعیف باشند باعث ایـجاد آشفتگی گردند. موضوع کنترل دوگان، در فصل هفتم با شرح بیشتری خواهد آمد.

۱ ـ ۵ مسألهٔ کنترل تطبیقی

در این قسمت مسألهٔ کنترل تطبیقی را فرموله می‌کنیم. این کار را با ارائه مثالهایی از مدلهای فرایند، ساختارهای کنترلگر و روشهای تطبیق پارامترهای کنترلگر انجام می‌دهیم.

توصیف فرایند

در این کتاب فرایندها اساساً به کمک سیستمهای تک ورودی ـ تک خروجیِ خطّی توصیف می‌شود. در حالت زمان ـ پیوسته می‌توان فرایند را در فضای حالت به صورت:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \qquad (۹ ـ ۱)$$

$$y = Cx$$

یا به صورت تابع انتقال:

$$G_p(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots a_n} \qquad (۱۰ ـ ۱)$$

که در آن s متغیر تبدیل لاپلاس است، توصیف نمود. توجه کنید کـه A و B و C بـه عـنوان ماتریس و هم به عنوان چند جمله‌ای استفاده می‌شوند. در حالتهای معمولی این کار مسألهٔ غیر قابل فهمی ایجاد نخواهد کرد. در حالتهای اشکال برانگیز چند جمله‌ایها بهمراه آرگومان نشان داده می‌شوند.

در حالت زمان ـ گسسته فرایند در فضای حالت به صورت زیر قابل توصیف است:

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma u(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

که فاصلهٔ نمونه برداری به عنوان واحد زمانی انتخاب شده است. سـیستم زمـان ـ گسسـته را می‌توان به صورت تابع انتقال پالسی نیز نمایش داد.

www.powerjam.ir

$$H_p(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots a_n} \qquad (۱-۱۱)$$

که در آن z، متغیر تبدیل z است.

پارامترهای a_n، ...، a_1، b_m، .. b_1، b_0 در سیستمهای (۱ - ۱۰) و (۱ - ۱۱) با مرتبه‌های m و n اغلب مجهول یا بعضی از آنها مجهول فرض می‌شود.

اشاره به یک نماد

در سراسر این کتاب ما به نماد مناسبی برای توابع زمانی حاصل از عبور سیگنالها از سیستمهای خطی نیاز داریم. برای این منظور از عملگر دیفرانسیل $p = \frac{d}{dt}$ استفاده خواهیم کرد، لذا خروجی سیستمی با تابع انتقال G(s) هنگامی که سیگنال ورودی u(t) باشد، به صورت زیر بیان خواهد شد:

$$y(t) = G(p)\,u(t)$$

البته خروجی به شرایط اولیه نیز وابسته خواهد بود. در استفاده از نماد فوق فرض می‌شود که همهٔ شرایط اولیّه، صفر است. در مورد سیستمای زمان ـگسسته از عملگر انتقال پیشرو[1] q که به صورت زیر تعریف می‌شود، استفاده می‌کنیم:

$$qy(t) = y(t+1)$$

بنابراین خروجی سیستمی با ورودی u و تابع انتقال پالسی H(z) به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$y(t) = H(q)\,u(t)$$

در این حالت نیز فرض می‌شود که همهٔ شرایط اولیه، صفر هستند.

ساختارهای کنترلگر

فرایند با کنترلگری کنترل می‌شود که دارای پارامترهای قابل تنظیم است. فرض می‌شود که اگر فرایند و محیط اطراف آن معلوم باشد، چند روش طراحی وجود دارد که تعیین کنترلگری را که بعضی از معیارهای طراحی را برآورده سازد، ممکن می‌کند. این موضوع، مسألهٔ طراحی

1. Forward Shift Operator

www.powerjam.ir

مستتر نامیده می‌شود. در این صورت مسألهٔ کنترل تطبیقی، وقتی که مشخصه‌های فرایند و محیط اطراف آن نامعلوم و یا متغیر باشد، پیدا کردن روش تنظیم کنترلگر است. در کنترل تطبیقی مستقیم، پارامترهای کنترلگر مستقیماً بدون اینکه ابتدا مشخصه‌های فرایند و اغتشاشهای آن تعیین شود، تغییر داده می‌شود. در روشهای غیر مستقیم ابتدا مدل فرایند و در صورت امکان مشخصهٔ اغتشاش تعیین می‌گردند و سپس پارامترهای کنترلگر، براساس این اطلاعات، طرح می‌شود.

یکی از مسائل کلیدی پارامتریزه کردن کنترلگر است. برای توضیح این مطلب به ذکر چند مثال می‌پردازیم.

مثال ۱ ـ ۹ تنظیم بهره‌ها در پسخور حالت

سیستم تک ورودی ـ تک خروجی را در نظر بگیرید که به کمک معادلهٔ (۱ ـ ۹) توصیف می‌شود. فرض کنید مرتبهٔ فرایند، n، معلوم است و کنترلگر به صورت زیر است:

$$u = -Lx$$

در این حالت کنترلگر به کمک عناصر ماتریس L پارامتریزه می‌شود. □

مثال ۱ ـ ۱۰ کنترلگر خطی عمومی

یک کنترلگر خطی عمومی به صورت زیر قابل توصیف است:

$$R(s)U(s) = -S(s)Y(s) + T(s)U_c(s)$$

که در آن R، S و T چند جمله‌ای و U، Y و U_c به ترتیب تبدیل لاپلاس سیگنال کنترل، خروجی فرایند و مقدار مرجع است. روشهای طراحی متعددی برای تعیین پارامترهای کنترلگر در حالی که سیستم معلوم است. وجود دارد.

درمثالهای ۱ ـ ۹ و ۱ ـ ۱۰، کنترلگر، خطی است. البته پارامترهای کنترلگرهای غیر خطی نیز قابل تنظیم هستند. یک مثال معمول به صورت ذیل است:

مثال ۱ ـ ۱۱ تنظیم یک جبرانگر اصطکاک

اصطکاک در همهٔ سیستمهای مکانیکی وجود دارد. یک محرک سروِ ساده را در نظر بگیرید. اصطکاک با اضافه کردن سیگنال u_{fc} زیر به یک کنترلگر، تا حدّی قابل جبران است:

www.powerjam.ir

$$u_{fc} = \begin{cases} u_+ & \text{اگر } v > 0 \\ -u_- & \text{اگر } v < 0 \end{cases}$$

که در آن v سرعت است. این سیگنال سعی می‌کند اصطکاک کولنی[1] را با افزودن سیگنال کنترل مثبت u_+ (در حالت مثبت بودن سرعت) و کاستن u_- (در حالت منفی بودن سرعت) جبران کند. دلیل داشتن دو پارامتر آن است که نیروهای اصطکاک عموماً متقارن نیستند. از آنجا که عوامل زیادی بر اصطکاک اثر می‌گذارند، طبیعی است سعی کنیم مکانیزمی بیابیم که بتواند پارامترهای u_+ و u_- را به طور خودکار تنظیم کند.

مسألهٔ کنترل تطبیقی

کنترلگر تطبیقی به صورت کنترلگری با پارامترهای قابل تنظیم و مکانیزمی برای تنظیم پارامترها تعریف شده است. بنابراین دستیابی به یک کنترلگر تطبیقی شامل گامهای زیر است:

- رفتار مطلوب سیستم حلقه ـ بسته را مشخص کنید؛
- قانون کنترل مناسبی را همراه با پارامترهای قابل تنظیم تعیین کنید؛
- مکانیزمی برای تنظیم پارامترها بیابید؛
- قانون کنترل را پیاده کنید.

در این کتاب روشهای مختلفی برای استخراج قاعدهٔ تنظیم توضیح داده خواهد شد.

۱ ـ ۶ کاربردها

تا اواسط دههٔ ۱۹۵۰ کاربردهای معدودی برای کنترل پسخور تطبیقی، وجود داشت. آزمایشهای اولیه که با استفاده از پیاده‌سازی آنالوگ انجام شد، با مشکلات سخت‌افزاری روبرو گشت. سیستمهایی که به وسیلهٔ کامپیوترهای کوچک[2] پیاده‌سازی شد، تقریباً در اوایل دههٔ ۱۹۷۰ ظاهر گردیدند.

با ظهور ریزپردازنده‌ها[3]، کاربردهای کنترل تطبیقی افزایش یافت و این تکنولوژی را مقرون به صرفه کرد. از دههٔ ۱۹۸۰ روشهای تطبیقی در کنترلگرهای معمول صنعتی مورد استفاده قرار گرفت. امروزه، تعداد بسیاری از حلقه‌های کنترل صنعتی با استفاده از کنترل تطبیقی کار می‌کنند. به‌طوری که محدودهٔ گسترده‌ای از مباحث فضانوردی، کنترل فرایند، هدایت کشتی، روباتیک،

1. Coulomb Friction 2. Mini - Computer 3. Microprocessor

www.powerjam.ir

صنعت اتومبیل‌سازی و بیومدیکال را در بر گرفته است. این کاربردها نشان داده که در بسیاری از موارد، کنترل تطبیقی بسیار سودمند، در مواردی دیگر، فواید مرزی و حتی در بعضی موارد کنترل تطبیقی مناسب نیست. براساس محصولات و موارد استفادهٔ آنها واضح است که روشهای تطبیقی به شکلهای مختلفی قابل استفاده می‌باشد. در این قسمت بحث کوتاهی درباره بعضی از کاربردها ارائه می‌شود. در فصل دوازدهم توضیحات بیشتری در این زمینه داده خواهد شد.

تنظیم خودکار

وسیعترین کاربرد این سیستمها در تنظیم خودکار کنترلگرهاست. تنظیم خودکار بدان معناست که پارامترهای یک کنترلگر استاندارد، به عنوان نمونه یک کنترلگر PID، به جای استفاده از اپراتور، به طور خودکار تنظیم شود. پس از تنظیم، پارامترها ثابت نگه داشته می‌شود. در عمل داشتن ابزاری برای تنظیم خودکار همهٔ کنترلگرها مفید خواهد بود که کاربرد کنترلگرها را شدیداً ساده می‌کند و برای این منظور همهٔ روشهای تطبیقی قابل استفاده است. کنترلگرهای تک حلقه‌ای و سیستمهای گسترده کنترل فرایند از جمله کاربردهای مهّم این روش هستند. اکثر این کنترلگرها، از نوع PID است. این موضوع کاربرد وسیعی را تشکیل می‌دهد زیرا میلیونها کنترلگرِ مورد استفاده از این نوعند. بسیاری دارای تنظیم ضعیفی هستند.

اگرچه تنظیم خودکار به طور وسیعی در کنترلگرهای ساده در حال استفاده است، این روش برای کنترلگرهای پیچیده‌تر نیز مفید است. در حقیقت این موضوع یک پیش نیاز برای توسعهٔ همه جانبه الگوریتمهای کنترلی پیشرفته‌تر است. غالباً برای به دست آوردن مقیاس زمانی صحیح و پیدا کردن یک مقدار شروع برای یک کنترلگر تطبیقی پیچیده‌تر، مکانیزم تنظیم لازم است. فایدهٔ اصلی استفاده از تنظیم‌کننده خودکار آن است که تنظیم را بسیار ساده می‌کند و بنابراین کیفیت کنترل را بهبود می‌بخشد. تنظیم کننده‌ها برای کاربردهای استاندارد دیگر مانند کنترل موتور نیز بکار گرفته شده است. این نیز نمونه‌ای از حالتی است که در آن یک سیستم کاملاً استاندارد شده در بسیاری از کاربردها به کار رفته است.

جدولبندی بهره

جدولبندی بهره روشی قدرتمند و سر راست و ساده برای استفاده است. مسألهٔ کلیدی در آن پیدا کردن متغیرهای مناسبی است که شرایط کار را مشخص کند (شکل ۱ ـ ۱۷ را ببینید). همچنین ممکن است با تلاش مهندسی چشمگیر، جدول تعیین شود. با استفاده از تنظیم خودکار، این تلاش مهندسی کاهش می‌یابد زیرا در این صورت جدولها به صورت آزمایشی

www.powerjam.ir

به‌دست می‌آید. تنظیم خودکار یا الگوریتمهای تطبیقی می‌توانند برای ایجاد این جدول مورد استفاده قرار گیرند. ابتدا یک متغیر جدولبندی تعیین می‌شود و محدودهٔ تغییرات آن به تعداد شرایط کار گسسته، کوانتیزه می‌شود؛ هنگامی که سیستم در یک نقطهٔ کار فعالیت می‌کند به کمک تنظیم خودکار، پارامترهای کنترلگر به دست می‌آید و مقادیر پارامتر در یک جدول ذخیره می‌شود. این عمل برای همهٔ نقاط کار تکرار می‌شود. به این ترتیب نصب و تنظیم جدولبندی بهره در یک سیستم کنترل کامپیوتری، ساده است. تنها کاری که باید انجام شود ایجاد جدولی برای ذخیره و فراخوانی پارامترهای کنترلگر است.

جدولبندی بهره روشی استاندارد است که در سیستمهای کنترل پرواز هواپیماهای با قابلیت زیاد استفاده می‌شود. مثالی از این نوع در شکل ۱ ـ ۲۱ نشان داده شده است. برای انجام چنین کاری یک تلاش مهندسی فوق‌العاده لازم است. جدولبندی بهره به‌طور افزایشی در کنترل فرایندهای صنعتی در حال استفاده است. ترکیب این سیستم با تنظیم خودکار به میزان چشمگیری از تلاش مهندسی می‌کاهد.

تطبیق پیوسته

حالتهای متعددی وجود دارد که فرایند یا مشخصه‌های اغتشاش به طور پیوسته تغییر می‌کند. در این مورد به تطبیق پیوستهٔ پارامترهای کنترلگر نیاز است. سیستمهای MRAS و STR معمولترین مباحث تنظیم پارامتر هستند. شیوه‌های بسیاری برای استفاده از این روشها وجود دارد. در بعضی از حالتها طبیعی است فرض کنیم که فرایند توسط یک مدل خطی عمومی



شکل ۱ ـ ۲۱. جدولبندی بهره بخش مهمّی در سیستم کنترل پرواز است (اهدایی شرکت ناوروکی استوک فوتو، نیل هرگرو)

www.powerjam.ir

توصیف می‌شود. در سایر حالتها، قسمتهایی از مدل معلوم است و فقط تعدادی از پارامترها تنظیم می‌شود. در بسیاری از حالتها امکان اندازه‌گیری اغتشاشهای مؤثر بر سیستم وجود دارد. یک مثال نوعی کنترل آب و هوای خانه است که در آن دمای بیرونی قابل اندازه‌گیری است.

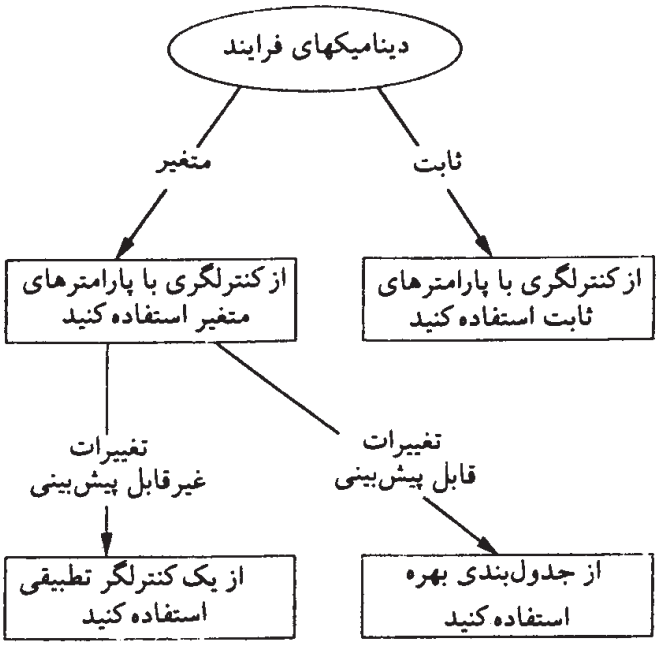
فرایند استفاده از اغتشاش قابل اندازه‌گیری و جبران تأثیر آن، پیشخور نامیده می‌شود. تطبیق جبرانسازهای پیشخور به عنوان روش بسیار مفیدی شناخته شده است. یک دلیل این امر آن است که کنترل پیشخور به مدلهای خوبی نیاز دارد. دلیل دیگر آن است که تنظیم حلقه‌های پیشخور به دلیل نیاز به صبر کردن برای ظاهر شدن اغتشاش مناسب، مشکل و وقت‌گیر است. بنابراین تطبیق پیش نیازی برای استفاده از کنترل پیشخور است.

از آنجا که کنترل تطبیقی تکنولوژی نسبتاً جدیدی است، تجربیات کمی برای استفاده از آن در صنایع وجود دارد. یک مسأله مهم آن است که ارتباط بشر و ماشین بسیار مهم است. کنترلگرهای تطبیقی نیز خود پارامترهایی دارند که باید تعیین شود. تجربهٔ ما این است که کنترلگرهایی که پارامترهای تنظیم شده از خارج ندارند برای کاربردهای خاصی که در آن هدف کنترل از قبل قابل تعیین است می‌توانند طراحی شوند. اتوپایلوتها برای موشکها و کشتیها نمونه‌هایی از این مورد هستند. لیکن در بسیاری از حالات مشخص کردن هدف کنترل از قبل ممکن نیست. و حداقل لازم است به کنترلگر بگوییم که از آن انتظار چه کاری می‌رود. این کار با معرفی کلیدهایی که خواص مطلوب سیستم حلقه ـ بسته را مشخص می‌کند امکان‌پذیر است. این کلیدها به عملکرد مربوط می‌شود. انواع جدید کنترلگرها با استفاده از این روش قابل طراحی هستند. برای مثال ممکن است کنترلگری با کلیدی که پهنای باند مطلوب حلقه ـ بسته را مشخص می‌کند داشته باشیم. این کار برای کاربردهای کنترل موتور بسیار معمول است. امکان دیگر این است که کنترلگری با کلیدی که وزن بین انحراف حالت و عمل کنترل را در یک مسألهٔ بهینه‌سازی درجه دوم مشخص می‌کند داشته باشیم. همچنین می‌توان تطبیق را با جدولبندی بهره ترکیب کرد. در این صورت از جدول بهره برای رساندن سریع یک پارامتر به محدودهٔ صحیح و سپس از تطبیق برای تنظیم نهایی استفاده می‌شود. در مجموع بنظر می‌رسد فضای گسترده‌ای برای خلاقیت مهندسی در مجتمع کردن روشهای تطبیقی وجود دارد.

کاربردهای نابجا از کنترل تطبیقی

کنترلگر تطبیقی ذاتاً غیر خطی است و از یک کنترلگر با بهرهٔ ثابت پیچیده‌تر است. پیش از سعی برای استفاده از کنترل تطبیقی مهم است که امکان حل مسألهٔ کنترل را به کمک پسخور با بهرهٔ ثابت بررسی کنیم. در منابع کنترل تطبیقی حالات بسیاری وجود دارد که پسخور با بهرهٔ

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۲۲. روش تصمیم‌گیری استفاده از نوع کنترلگر مورد نیاز

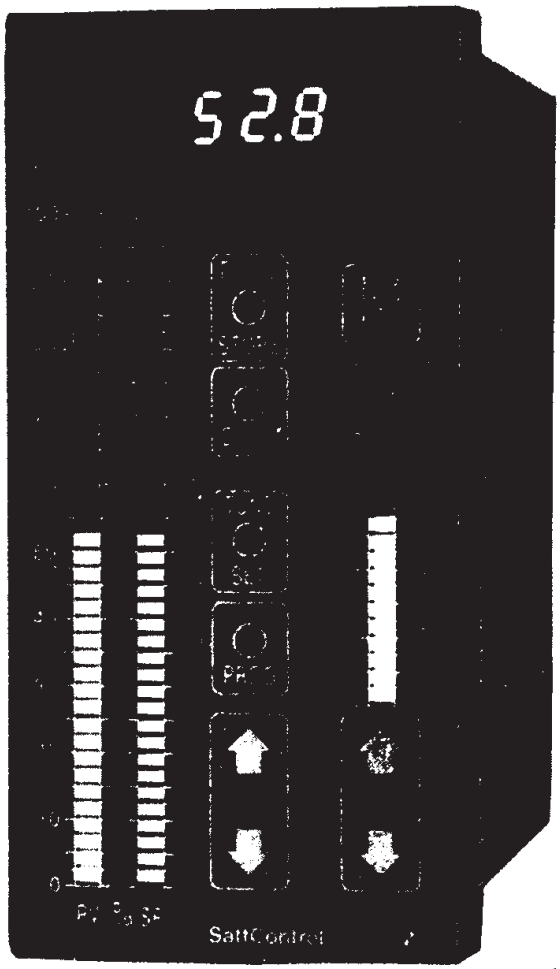
ثابت به خوبی یک کنترلگر تطبیقی عمل می‌کند. این یکی از دلایلی است که ما روشهای دیگر را نیز در این کتاب مطرح کرده‌ایم. یک راه تصمیم‌گیری در این مورد در شکل ۱ ـ ۲۲ نشان داده شده است.

تولیدات صنعتی

تولیدات صنعتی به سه دستهٔ مختلف تقسیم می‌شود: کنترلگرهای استاندارد، سیستمهای کنترل گسترده و سیستمهای منظور خاص.

کنترلگرهای استاندارد بزرگترین دسته را تشکیل می‌دهند. آنها نوعاً براساس الگوریتمهای PID کار می‌کنند. امروزه این سیستمها بسیار گسترده شده‌اند و در سطح بسیار وسیعی به کار می‌روند. تقریباً اکثر کنترلگرهای تک حلقه‌ای معرفی شده جدید از نوعی تطبیق با روشهای مختلف استفاده می‌کنند. در واقع کنترلگر تک حلقه‌ای در شرف تبدیل شدن به کاربرد اثبات شده‌ای از کنترل تطبیقی است. مثالی از این نوع در شکل ۱ ـ ۲۳ نشان داده شده است. این سیستم دارای کنترلگر PID با تنظیم خودکار است. همچنین این کنترلگر دارای پیشخور و جدولبندی بهره است. تنظیم خودکار به گونه‌ای پیاده می‌شود که فقط لازم است کاربر یک دکمه را برای انجام تنظیم، فشار دهد.

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۲۳. یک کنترلگر PID تجاری با تنظیم خودکار، جدولبندی بهره و پیشخور (صنایع سَت کنترل ECA50). هنگامی که دکمهٔ تنظیم، فشار داده شود تنظیم به وسیلهٔ اپراتور انجام می‌شود (اهدایی صنایع سَت کنترل)

یک کنترلگر استاندارد را می‌توان به صورت انجام خودکار اعمال یک اپراتور فرایند در نظر گرفت. کنترلگر نشان داده شده در شکل ۱ ـ ۲۳ را می‌توان به عنوان سطح بعدی خودکارکردن در نظر گرفت که در آن اعمال مهندس ابزار دقیق به طور خودکار انجام می‌شود.

سیستمهای کنترل گسترده، سیستمهای منظور عامی است که در ابتدا برای کاربردهای کنترل فرایند به کار گرفته شد. این سیستمها را می‌توان به عنوان ابزاری برای پیاده‌سازی محدودهٔ وسیعی از سیستمهای کنترل در نظر گرفت. علاوه بر ابزاری برای کنترل PID، اعلام خطر و شروع ناگهانی، روشهای کنترلی پیشرفته‌تری نیز بکار گرفته می‌شود. امروزه از روشهای تطبیقی در سیستمهای گسترده استفاده شده است (هر چند توسعهٔ آنها در این سیستمها به اندازهٔ کنترلگرهای تک حلقه‌ای نبوده است)

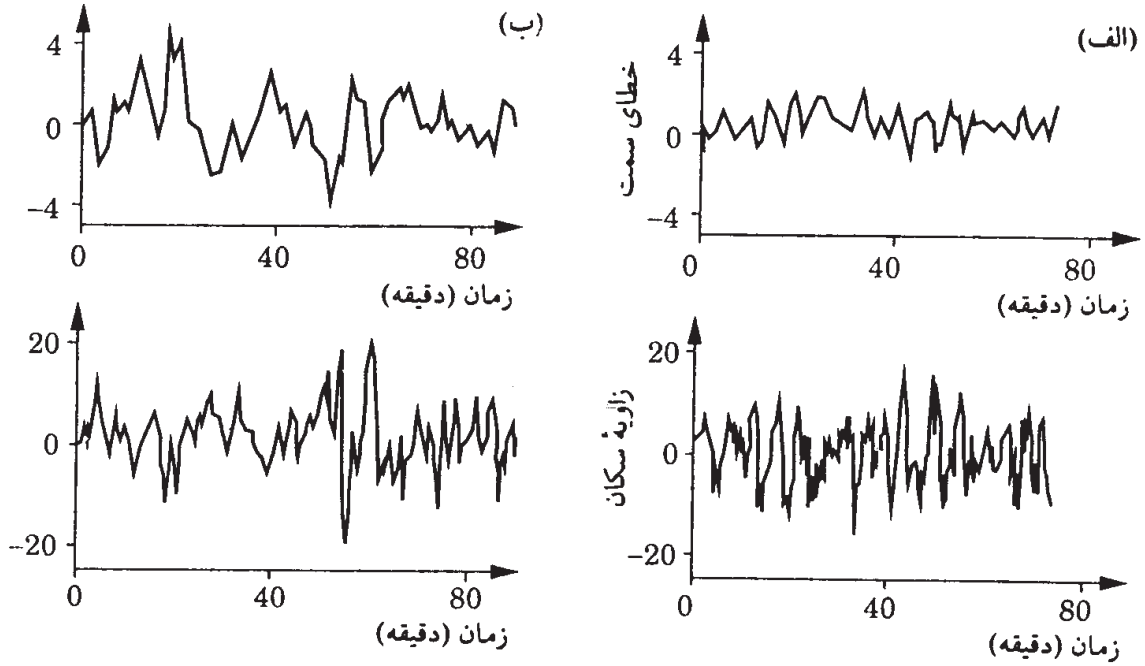
سیستمهای منظور خاص زیادی برای کنترل تطبیقی وجود دارند. محدودهٔ کاربردها از

www.powerjam.ir

سفینه‌های فضایی تا اتومبیلها و الکترونیک مصرفی گسترده شده است. به طور مثال فضاپیمای جمنی[1] دارای یک فیلتر تطبیقی باریک و یک جبرانسازی اصطکاک تطبیقی است. مثال زیر نمونهٔ دیگری از کنترلگر تطبیقی است.

مثال ۱ ـ ۱۲ یک اتوپایلوت تطبیقی برای هدایت کشتی

این مثالی از سیستمی مشخص برای یک کاربرد خاص است. اتوپایلوت تطبیقی به دو دلیل از یک اتوپایلوت معمولی بهتر است: کارایی بهتر و سهولت کاربرد. هر اتوپایلوت معمولی دارای سه کلید است که باید در یک مقیاس پیوسته تنظیم شود. اتوپایلوت تطبیقی دارای یک سوییچ مشخص کنندهٔ عملکرد با دو وضعیت (هدایت سخت و هدایت اقتصادی) است. در حالت هدایت سخت، اتوپایلوت بدون توجه به صرفهٔ اقتصادی، پاسخی خوب و سریع می‌دهد. در حالت هدایت اقتصادی، اتوپایلوت سعی می‌کند تلف هدایتی را کمینه کند. عملکرد کنترل به طور قابل ملاحظه‌ای از بهترین حالت تنظیم اتوپایلوت معمولی بهتر است. (شکل ۱ ـ ۲۴ را ببینید). شکل ۱ ـ ۲۴ انحرافهای سمت و حرکات سکان را برای اتوپایلوت تطبیقی و یک اتوپایلوت معمولی نشان می‌دهد.



شکل ۱ ـ ۲۴. این شکل انحرافهای سمت و حرکات سکان مربوطه را برای یک کشتی نشان می‌دهد (الف) اتوپایلوت تطبیقی (ب) اتوپایلوت معمولی براساس الگوریتمی مشابه PID.

1. Gemini

www.powerjam.ir

آزمایشها، تحت شرایط آب و هوای یکسان انجام شده است. توجه کنید که انحرافهای سمت در اتوپایلوت تطبیقی بسیار کمتر از اتوپایلوت معمولی است اما حرکات سکان در هر دو دارای دامنهٔ یکسان است.

استفاده از اتوپایلوت تطبیقی بهتر است زیرا به جای سه پارامتر کنترلگر معمولی از قانون کنترل پیچیده‌تری شامل هشت پارامتر استفاده می‌کند. برای مثال اتوپایلوت تطبیقی دارای یک مدل درونی از حرکت موج است. اگر مکانیزم تطبیق قطع شود، کنترلگرِ دارای پارامتر ثابت، برای مدتی خوب کار می‌کند، امّا با تغییر شرایط، عملکرد سیستم خراب می‌شود. از آنجا که تنظیم هشت پارامتر با دست مشکل است، تطبیق برای استفاده از چنین کنترلگری لازم است. اتوپایلوت تطبیقی با جزئیات بیشتری در فصل دوازدهم مطرح می‌شود. مثال بعد یک سیستم تطبیقی منظور عام را مطرح می‌کند.

مثال ۱ ـ ۱۳ نواتیون

اولین سیستم تطبیقی منظور عام، نواتیون بود که توسط کمپانی سوئدی Asea در سال ۱۹۸۲ ساخته شد. این سیستم را می‌توان به عنوان یک بستهٔ نرم‌افزاری برای حل مسائل کنترل در نظر گرفت. این سیستم با استفاده از یک تابع انتقال پالس زمان ـ گسسته منظور عام به عنوان بلوک ساختاری برای کنترل فرایند معمولی بکار می‌رود. همچنین این سیستم شامل عناصری برای کنترل PI و PID معمولی، فیلتر پس ـ پیش فاز، منطق، ترتیب‌دهنده و سه بلوک برای کنترل تطبیقی است. این سیستم برای پیاده‌سازی سیستمهای کنترل در گستره وسیعی از مسائل کنترل فرایند بکار رفته است. برتری سیستم آن است که طراح سیستم کنترل ابزار ساده‌ای برای معرفی تطبیق در اختیار دارد. کنترلگر تطبیقی در ABB Master بکار می‌رود (فصل دوازدهم را ببینید).

۱ ـ ۷ نتایج

هدف این فصل ارائه مفهوم کنترل تطبیقی، توصیف بعضی از سیستمهای تطبیقی و توضیح علّت سودمند بودن تطبیق بوده است. یک کنترلگر تطبیقی به صورت کنترلگری با پارامترهای قابل تنظیم و مکانیزمی برای تنظیم پارامترها تعریف شد.

عنصر کلیدی، مکانیزمهای تنظیم پارامتر است. پنج روش برای این کار توضیح داده شد: جدولبندی بهره، تنظیم خودکار، کنترل تطبیقی مدل ـ مرجع، کنترل خود تنظیم و کنترل دوگان. به منظور ارائهٔ متعادل مطالب و دادن اطلاعات لازم برای ساخت یک سیستم کامل، همهٔ مسائل

www.powerjam.ir

کنترل تطبیقی در این کتاب مطرح می‌شود. بعضی از دلایل استفاده از کنترل تطبیقی در این فصل توضیح داده شد. عوامل کلیدی به صورت زیر است:



- تغییرات دینامیکهای فرایند،
- تغییرات مشخصه اغتشاشها
- راندمان مهندسی و سادگی استفاده.

مثالهایی از مکانیزمهایی که باعث ایجاد تغییرات در رفتار فرایند می‌شود، مطرح شد. مثالها ساده شده‌اند. در بسیاری از مسائل روزمره، توصیف تحلیلی مکانیزمها مشکل است. تغییرات مشخصهٔ اغتشاشها دلیل محکم دیگری برای استفاده از تطبیق است.

کنترل تطبیقی تنها روش برای مقابله با تغییرات پارامتر نیست. کنترل مقاوم روش دیگری برای این کار است. یک کنترلگر مقاوم، کنترلگری است که بتواند دستهٔ خاصی از سیستمها را که دارای عدم قطعیتهای معیّنی در مدل فرایند است، به طور رضایتبخشی کنترل کند. برای اینکه دیدی متعادل از روشهای تطبیقی پیدا کنیم، لازم است در مورد این روشها نیز اطلاعاتی داشته باشیم (فصل دهم را ببینید). توجه کنید که روشهای جایگزینی که برای تطبیق کنترل پیشخور فرایندهای با دینامیکهای متغیر وجود دارد بسیار محدود هستند.

راندمان مهندسی عاملی است که اغلب در انتخاب روشهای مختلف در نظر گرفته نمی‌شود. ممکن است استفاده از تلاشهای مهندسی در مقابل "هوشمندی" کنترلگر مفید باشد. این موضوع یکی از دلایل موفقیّت تنظیم خودکار است. وقتی یک حلقهٔ کنترل به سادگی با فشردن یک دکمه قابل تنظیم باشد، ایجاد یک سیستم کنترل و مراقبت از صحت اجرای آن بسادگی امکان‌پذیر است. این موضوع استفاده از کنترلگر پیچیده‌تری مانند پیشخور را نیز ممکن می‌سازد. با وجود ابزار کنترل تطبیقی (مانند ABB Master) غالباً ایجاد یک سیستم کنترل تطبیقی و اجرای آزمایشی آن ساده خواهد بود. این کار از روشهای دیگر مدلسازی، طراحی و پیاده‌سازی یک سیستم کنترل معمولی زمان کمتری می‌برد. اطلاعات لازم برای ساخت و استفاده از ابزار کنترل تطبیقی در فصول بعدی مطرح می‌شود. لازم است متذکر شویم که معمولاً فرایندهای صنعتی نوعی به قدری پیچیده هستند که تعیین تغییرات پارامتر آنها از اصول اولیه ممکن نیست.

یک کنترلگر پیچیده‌تر می‌تواند در فرایندهای مختلف به کار رود و هزینه‌های توسعه را می‌توان بین کاربرهای متعدد تقسیم کرد. لیکن باید توجه داشت که استفاده از کنترلگر تطبیقی نمی‌تواند جایگزین اطلاعات خوبی از فرایند شود که هنوز برای انتخاب مشخصات، ساختار کنترلگر و روش طراحی لازم است.

www.powerjam.ir

مسائل

۱ ـ ۱ به تعاریف "تطبیق" و "یادگیری" در یک فرهنگ لغت خوب دقت کنید. کاربرد این لغات را در حوزه‌های مختلف مقایسه کنید.

۱ ـ ۲ مشخصات کنترلگرهای تطبیقی را از بعضی از سازندگان پیدا کرده، در مورد آنها بررسی کنید.

۱ ـ ۳ حالاتی را ارائه دهید که ممکن است استفاده از کنترل تطبیقی برای آنها مفید باشد. چه عواملی را هنگام قضاوت در مورد استفاده از کنترل تطبیقی در نظر خواهید گرفت؟

۱ ـ ۴ با جستجوی منابع علمی، یک ارزیابی از حوزهٔ عمل کنترل تطبیقی به دست دهید. به توسعهٔ کاربردهای کنترل تطبیقی در طی سالها توجه کنید. آیا می‌توانید الگوهایی در خصوص استفاده از روشهای مختلف، تأکید بر نظریات و کاربردها و سایر موارد ببینید؟

۱ ـ ۵ سیستم مثال ۱ ـ ۴ دارای مشخصهٔ زیر است:

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

$$f(u) = u^4$$

کنترلگر PI دارای بهرهٔ $K = 0/15$ و زمان بازنشانی $T_i = 1$ است. وقتی که مقادیر مراجع برابر $5/1$ و $1/1$ و $u_c = 0/3$ باشد این معادلات را خطی کنید. ریشه‌های معادلهٔ مشخصه را در حالتهای مختلف تعیین کنید. مقدار مرجعی را تعیین کنید که معادلات خطی شده به مرز ناپایداری وارد شود.

۱ ـ ۶ سیستم کنترل غلظت مثال ۱ ـ ۵ را در نظر بگیرید. فرض کنید $V_d = V_m = 1$ و جریان نامی برابر $q = 1$ است. کنترلگرهای PI با تابع انتقال:

$$K_c\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

را تعیین کنید که برای جریانهای ۲ و ۱ و $q = 0/5$ عملکرد حلقه ـ بستهٔ خوبی را نتیجه دهد. کنترلگرها را برای جریان نامی آزمایش کنید.

www.powerjam.ir

۱ ـ ۷ سیستم زیر را که دارای دو ورودی و دو خروجی است در نظر بگیرید:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & -۱ \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۲ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۰ & ۱ \end{bmatrix} x$$

فرض کنید پسخور تناسبی برای حلقهٔ دوم بدین صورت است:

$$u_۲ = - K_۲ y_۲$$

(الف) تابع انتقال از $u_۱$ به $y_۱$ و همچنین وابستگی بهرهٔ حالت ماندگار به $K_۲$ را مشخّص کنید.

(ب) برای مقادیر مختلف $K_۲$ پاسخ $y_۱$ و $y_۲$ را وقتی که $u_۱$ پلهٔ واحد باشد، شبیه‌سازی کنید.

۱ ـ ۸ نموداری بلوکی از سیستمی که برای برش فلزات به وسیلهٔ یک "ماشین کنترل عددی"[1] به کار می‌رود، در شکل ۱ ـ ۲۵ نشان داده شده است. این ماشین دارای یک حسگر نیروست که نیروی برش را اندازه‌گیری می‌کند. یک کنترلگر نیز سیستم پسخور را برای داشتن یک نیروی برش ثابت تنظیم می‌کند. نیروی برشی که به طور تقریبی از این رابطه به دست می‌آید عبارت است از:

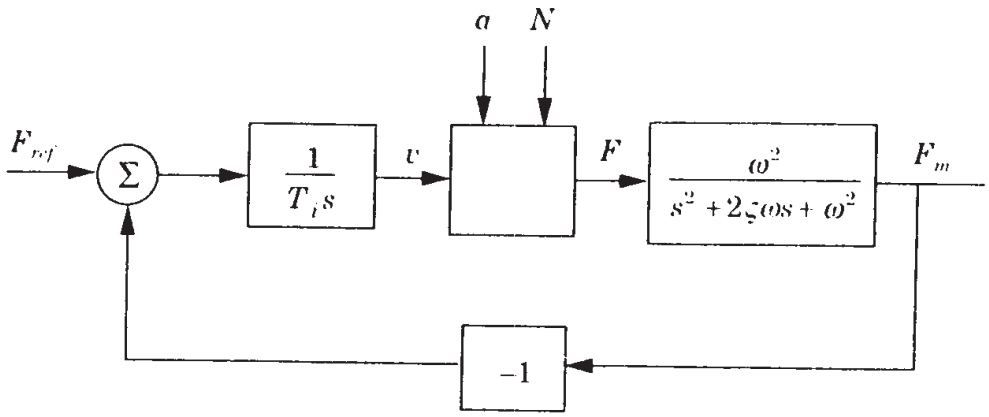
$$F = ka(\frac{v}{N})^{\alpha}$$

که در آن a عمق برش، v میزان تغذیه، N سرعت میل، α پارامتری در بازهٔ $۰/۵ < \alpha < ۱$ و k پارامتری مثبت است. بهرهٔ حالت ماندگار به عنوان نسبت میزان تغذیه به نیرو به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K = k\alpha a v^{\alpha - ۱} N^{-\alpha}$$

1. Numerically Controlled Machine

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۲۵. نمودار بلوکی سیستم کنترل برش فلزات

بهرهٔ فوق با افزایش عمق a، کاهش میزان تغذیهٔ v و کاهش سرعت میل N، افزایش می‌یابد. فرض کنید $\alpha = ۰/۷$، $k = ۱$، $a = ۱$، $\zeta = ۰/۷$ و $\omega = ۵$ باشد. T_i را طوری تعیین کنید که سیستم حلقه بسته، رفتار خوبی برای $N = ۱$ و $a = ۱$ نشان دهد.

(الف) وقتی که N بین ۰/۲ و ۲ تغییر می‌کند و $a = ۱$ است پاسخ حلقه ـ بسته را بررسی کنید.

(ب) در صورتی که a بین ۰/۵ و ۴ تغییر کند و $N = ۱$ باشد، قسمت (الف) را تکرار کنید.

۱ ـ ۹ سیستم شکل ۱ ـ ۲۶ را در نظر گرفته، فرض کنید فرایند بدین صورت باشد:

$$G_۰(s) = \frac{K}{s + a}$$

که

$$K = K_۰ + \Delta K \qquad K_۰ = ۱$$

$$a = a_۰ + \Delta a \qquad a_۰ = ۱$$

$$-۰/۵ \leqslant \Delta K \leqslant ۲$$

$$-۲ \leqslant \Delta a \leqslant ۲$$

فرض کنید پاسخ حلقه ـ بستهٔ ایدئال به صورت زیر داده شود:

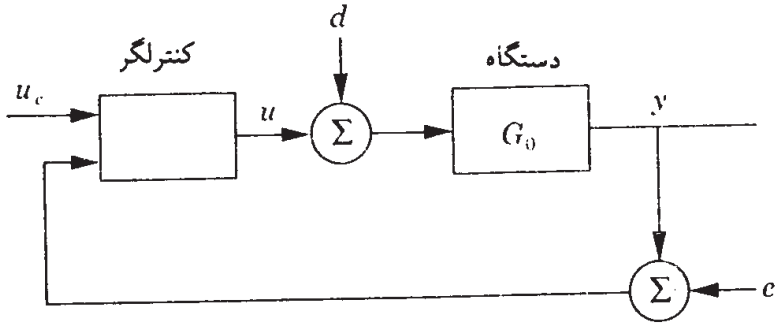
$$Y_m(s) = \frac{۱}{s + ۱} U_c(s)$$

(الف) پاسخهای حلقه ـ باز را برای برخی از مقادیر K و a شبیه‌سازی کنید.

(ب) کنترلگری برای سیستم نامی تعیین کنید که بین پاسخهای پلهٔ سیستم حلقه ـ بستهٔ نامی و سیستم مطلوب اختلاف، کمتر از ۱٪ دامنهٔ پله باشد.

(ج) کنترلگر قسمت (ب) را به کار برده، حساسیت را نسبت به تغییرات پارامتر بررسی کنید.

www.powerjam.ir



شکل ۱ ـ ۲۶. نمودار بلوکی مسائل ۱ ـ ۹ و ۱ ـ ۱۰

(د) کنترلگر قسمت (ب) را به کار برده، حسّاسیّت را نسبت به **اغتشاش** $d(t)$ وقتی $d(t)$ به صورت زیر باشد، بررسی کنید.

$$d(t) = \begin{cases} -۱ & و \quad ۰ \leqslant t < ۶ \\ ۲ & و \quad ۶ \leqslant t < ۱۵ \\ ۱ & و \quad ۱۵ \leqslant t \end{cases}$$

(ه) کنترلگر قسمت (ب) را بکار برده، اثر نویز اندازه‌گیری $e(t)$ را بررسی کنید. فرض کنید $e(t)$ نویز سفید با میانگین صفر باشد.

این مسأله و مثال بعد براساس جلسهٔ ویژه‌ای در کنفرانس کنترل آمریکا[1] سال ۱۹۸۸ در آتلانتای جورجیاست. توضیحات مفصلتر این مسائل در مجلهٔ بین‌المللی کنترل تطبیقی و پردازش سیگنال[2]، شمارهٔ ۲، ژوئن ۱۹۸۹ وجود دارد.

۱ ـ ۱۰ مسألهٔ ۱ ـ ۹ را برای فرایند زیر تکرار کنید.

$$G_0(s) = \frac{K}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

که:

$$K = K_0 + \Delta K \qquad K_0 = ۱$$

$$a_1 = a_{10} + \Delta a_1 \qquad a_{10} = ۱/۴$$

$$a_2 = a_{20} + \Delta a_2 \qquad a_{20} = ۱$$

$$-۰/۵ \leqslant \Delta K \leqslant ۲ \quad و \quad -۲ \leqslant \Delta a_1 \leqslant ۲ \quad و \quad -۳ \leqslant \Delta a_2 \leqslant ۳$$

1. American Control Conference
2. International Journal of Adaptive Control and signal Processing

www.powerjam.ir

و فرض کنید پاسخ حلقه ـ بستهٔ مطلوب به صورت ذیل باشد:

$$Y_m(s) = \frac{۱}{s^۲ + ۱/۴ s + ۱} U_c(s)$$

مراجع

مقالات، کتابها و گزارشهای فراوانی دربارهٔ کنترل تطبیقی نوشته شده است. بعضی از پیشرفتهای اولیه در مراجع زیر خلاصه شده:

Kalman, R. E., 1958. "Design of Self - optimizing Control Systems." *ASME Transactions* **80**: 468 - 478.

Gregory, P. C., ed., 1959. *Proc. Self Adaptive Flight Control Symposium.* Wright - Patterson Air Force Base, Ohio: Wright Air Development Center.

Bellman, R., 1961. *Adaptive Control - A Guided Tour. Princeton,* N.J.: Princeton University Press.

Mishkin, E., and L. Braun, 1961. *Adaptive Control Systems. New York*: Mc - Graw - Hill.

Tsypkin, Y.Z., 1971. *Adaptation and Learning in Automatic Systems.* New York: Academic Press.

مجموعه مقالات نوشته شده توسط گریگوری یک سند تاریخیِ جالب است. مقالات و توضیحات این مجموعه، جنبهٔ خوبی از تحقیقات اولیه روی کنترل تطبیقی را ارائه می‌کند. اکثر روشهای مطرح شده در کنفرانس نیز در کتابی از میشکین (Mishkin) و براون (Braun) یافت می‌شود. کتاب بلمن هنوز برای خواندن جالب است. رابطهٔ تطبیق با یادگیری هم در این کتاب و هم در کتاب سیپکین یافت می‌شود. تجدید چاپ بسیاری از مقالات اصلی در مراجع زیر یافت می‌شود.

Gupta, M. M., ed., 1986. *Adaptive Methods for Control System Design.* New York: IEEE Press.

Narendra, K. S., R. Ortega, and P. Dorato, eds., 1991. *Advances in Adaptive Control.*

New York: IEEE Press.

www.powerjam.ir

مقالات متعدد خوبی در مورد کنترل تطبیقی در مراجع ذیل وجود دارد.

Åström, K. J., 1983. "Theory and applications of adaptive control - A survey." Automatica **19**: 471 - 486.

Kumar, P. R., 1985. "A survey of some results in stochastic adaptive control." *SIAM J. Control and Opt.* **23**: 329 - 380.

Seborg, D. E., T. F. Edgar, and S. L. Shah, 1986. "Adaptive control strategies for process control: A survey." *AIChE Journal* **32**: 881 - 913.

Åström, K. J., 1987. "Adaptive feedback control." *Proc. IEEE* **75**: 185 - 217.

Ioannou, P. A., and A. Datta, 1991. "Robust Adaptive Control: A Unified Approach." *Proc. IEEE* **79**: 1736 - 1768.

از کتابهای درسی کنترل تطبیقی می‌توان به مراجع زیر اشاره کرد:

Narendra, K. S., and R. V. Monopoli, eds., 1980. *Applications of Adaptive Control.* New York: Academic Press.

Unbehauen, H., ed., 1980. *Methods and Applications in Adaptive Control.* Berlin: Springer - Verlag.

Harris, C. J., and S. A. Billings, 1981. *Self - tuning and Adaptive Control: Theory and Applications.* London: Peter Peregrinus.

Goodwin, G. C., and K. S. Sin, 1984. *Adaptive Filtering Prediction and Control.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice - Hall.

Anderson, B. D. O., R. R. Bitmead, C. R. Johnson, P. V. Kokotovic, R. L. Kosut, I. M. Y. Mareels, L. Praly, and B. D. Riedle, 1986. *Stability of Adaptive Systems: Passivity and Averaging Analysis.* Cambridge, Mass.: MIT Press.

Gawthrop, P. J., 1986. *Continuous Time Self - Tuning Control.* Letchworth, U. k.: Research Studies Press.

Narendra, K. S., and A. M. Annaswamy, 1989. *Stable Adaptive Systems.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice - Hall.

Sastry, S., and M. Bodson, 1989. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice - Hall.

Wellstead, P. E., and M. B. Zarrop, 1991. *Selftuning Systems: Control and*

www.powerjam.ir

Signal Processing. Chichester, U. K.: John Wiley & Sons.

Isermann, R., K. - H. Lachmann, and D. Matko, 1992. *Adaptive Control Systems.* Hemel Hempstead, U. K.: Prentice - Hall International.

پیشرفتهای اخیر، با تأکید بر سیستمهای غیر خطی، در مرجع زیر آمده است:

Kokotovic, P. V., ed., 1991. *Foundations of Adaptive Control.* Berlin: Springer - Verlag

طبیعتاً نشستهایی در کنترل تطبیقی در کنفرانسهای کنترل وجود دارد. انحادیهٔ بین‌المللی کنترل خودکار (IFAC)، مسؤول سمپوزیوم سیستمهای تطبیقی در کنترل و پردازش سیگنال (ACASP) است که هر سه سال یک بار تشکیل می‌شود. اولین سمپوزیوم در سانفرانسیسکو در سال ۱۹۸۳ تشکیل شد. این سمپوزیومها اطلاعات به روز را در این حوزه تهیه می‌کنند. مذاکرات کمی در مورد هنگام استفاده از کنترل تطبیقی در منابع علمی وجود دارد. بعضی از مقالاتی که در این مورد بحث کرده عبارت است از:

Åström, K. J., 1980. "Why use adaptive techniques for steering large tankers?" *Int. J. Control* **32**: 689 - 708.

Jacobs, O. L. R., 1981. "When is adaptive control useful?" *Proceedings Third IMA Conference on Control Theory.* New York: Academic Press.

سیستمهای کنترل پرواز معمولاً براساس جدولبندی بهره است. مطالعات امکان‌سنجی استفاده از کنترل تطبیقی برای کنترل هواپیما در مرجع زیر گزارش شده است:

IEEE, 1977. "Mini - issue on NASA's advanced control law program for the F - 8 DFBW aircraft." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC - 22**: 752 - 806.

توضیحی در مورد کنترل پرواز تطبیقی در مرجع زیر آمده:

Stein, G., 1980. "Adaptive flight control: A pragmatic view" In *Applications of Adaptive Control,* eds. K. S. Narendra and R. V. Monopoli. New York: Academic Press.

مسألهٔ هواپیما در مثال ۱ ـ ۶ از مرجع زیر گرفته شده:

Ackermann, J., 1983. *Abtastregelung Band II: Entwurf robuster Systeme.* Berlin: Springer - Verlag.

کنترل مقاوم بهرهٔ زیاد در مرجع زیر توضیح داده شده است:

Horowitz, I. M., 1963. *Synthesis of Feedback Systems.* New York: Academic Press.

www.powerjam.ir

کتاب هوروتیز (Horowitz) شامل زیر بنای طراحی سیستمهای کنترل پسخور در حوزهٔ فرکانسی است و مزایا و مضرّات پسخور، سیستمهای دارای عدم قطعیت پارامتری، تلرانسها و مشخّصات و بحث درباره پارامترهای با تغییرات کُند را در بر می‌گیرد. مطالب زمینه‌ای اساسی دربارهٔ پسخور و حسّاسیّت در مرجع زیر آمده است.

Bode, H. W., 1945. *Network Analysis and Feedback Amplifier Design.* New York: Van Nostrand.

آشفتگیهای بی‌ساختار در مرجع ذیل ذکر شده:

Doyle, J. C., and G. Stein, 1981. "Multivariable feedback design: Concepts for a classical / modern synthesis." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC - 26**: 4 - 16.

طراحی گوسیِ درجه دوم خطّی و خواص قوام آن در مرجع زیر آمده:

Stein, G., and M. Athans, 1987. "The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC - 32**: 105 - 114.

مراجع دیگر در مورد قوام و حساسیت به شرح ذیل است:

Zames, G., 1981. "Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms and approximate inverses." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC - 26**: 301 - 320.

Zames, G., and B. A. Francis, 1983. "Feedback, minimax sensitivity and optimal robustness." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC - 28**: 585 - 601.

Morari, M., and E. Zafiriou, 1989. Robust Process Control. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice - Hall.

Doyle, J. C., B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum, 1992. *Feedback Control Theory.* New York: Macmillan

www.powerjam.ir

www.powerjam.ir

فصل دوم

تخمین پارامتر زمان ـ حقیقی

۲ ـ ۱ مقدّمه

مشخص کردن بیدرنگ پارامترهای فرایند، نکته‌ای اساسی در کنترل تطبیقی است. تخمینگر پارامتر بازگشتی صریحاً به شکل عنصری از رگولاتور خود تنظیم ظاهر می‌شود. (شکل ۱ ـ ۱۹ را ببینید). تخمین پارامتر به طور ضمنی در رگولاتور تطبیقی مدل ـ مرجع نیز دیده می‌شود (شکل ۱ ـ ۱۸ را ببینید). این فصل روشهایی را برای تخمین پارامتر در زمان ـ حقیقی ارائه می‌کند. بررسی تخمین پارامتر در مقیاس وسیعتر شناسایی سیستم، مفید است. مسائل کلیدی در شناسایی سیستم عبارت است از: انتخاب ساختار مدل، طراحی آزمایش، تخمین پارامتر و بررسی اعتبار.

از آنجا که شناسایی سیستم به طور خودکار، در سیستمهای تطبیقی، انجام می‌گیرد، داشتن درکی خوب از تمام جنبه‌های مسأله، ضروری است. موضوع اساسی، انتخاب مدل و پارامتریزه کردن مسأله است. اگر مدل سیستم نسبت به پارامترها، خطّی باشد، مسألهٔ شناسایی سیستم به میزان زیادی ساده می‌شود. طرّاحی آزمایش برای شناسایی موفقیت‌آمیز سیستم امری ضروری است. در مسائل کنترل، این کار به انتخاب سیگنال ورودی وابسته است. انتخاب سیگنال ورودی نیاز به معلوماتی از فرایند و نیّت استفاده از مدل دارد. در سیستمهای تطبیقی سیگنال ورودی فرایند به کمک پسخور تولید می‌شود، که باعث بروز مشکلاتی اضافی می‌شود؛ به طوری که در بعضی از حالات، این موضوع سبب می‌شود تا پارامترها به صورت یکتا تعیین نشوند، که این امر، نتایج زیان‌آوری در پی دارد. در برخی از حالات ممکن است در نظر گرفتن سیگنالهای آشفتگی لازم شود. این موضوع در فصلهای ششم و هفتم توضیح داده خواهد شد. در کنترل تطبیقی، پارامترهای فرایند، به طور پیوسته تغییر می‌کنند. بنابراین لازم است روشهایی به

www.powerjam.ir

دست آورد که به طور بازگشتی، پارامترها را بهنگام کند. در حل مسائل شناسایی سیستم، معتبر بودن نتایج بسیار مهم است. این موضوع در سیستمهای تطبیقی، که شناسایی سیستم در آنها به طور خودکار انجام می‌شود، اهمیت بیشتری دارد؛ بنابراین برخی شیوه‌های تعیین اعتبار این روشها، توضیح داده خواهد شد.

روش حداقل مربعات[1] شیوه‌ای اساسی در تخمین پارامتر است. این روش، بخصوص اگر سیستم نسبت به پارامترها خطی باشد، بسیار ساده است. در این حالت تخمین حداقل مربعات، به طور تحلیلی قابل محاسبه است. روش حدّاقلّ مربّعات در قسمت ۲ ـ ۲ به طور فشرده معرفی و فرمولها لازم برای تخمین استخراج و تعبیرهای هندسی و آماری آن ارائه می‌شود. در قسمت ۲ ـ ۳ چگونگی استفاده از روش حداقل مربعات برای تخمین پارامترهای سیستمهای دینامیکی توضیح داده می‌شود. شرایط آزمایشی در قسمت ۲ ـ ۴ بیان می‌شود. بخصوص مسألهٔ تحریک پایا را مطرح خواهیم کرد. برای استفاده از تخمین پارامتر در کنترل تطبیقی، داشتن تصوّری ذهنی از خواص تخمینگرها مفید است. از این رو برای شروع، به کمک چند مثال در قسمت ۲ ـ ۵ خواص الگوریتمهای مختلف مطرح شده است. خواص بیشتری از روشهای تخمین در خصوص تحلیل همگرایی و پایداری کنترلگرهای تطبیقی در فصل ششم ارائه خواهد شد.

۲ ـ ۲ حداقل مربعات و مدلهای رگرسیون[2]

در اواخر قرن هجدهم، کارل فردریک گوس[3] قانون حداقل مربعات را تنظیم و آن را برای مشخص کردن مدارهای سیّارات بزرگ و کوچک به کار برد. براساس این قاعده، پارامترهای مجهول یک مدل ریاضی، باید چنان انتخاب شوند که مجموع مربعاتِ اختلافِ بین مشاهدهٔ واقعی و مقادیر محاسبه شده ضرب در اعدادی که درجهٔ دقت را اندازه‌گیری می‌کنند، کمینه شود. حداقل مربعات را می‌توان برای مسائل مختلفی به کار برد. این روش، بخصوص برای مدل ریاضی ذیل، بسیار ساده است:

$$y(i) = \varphi_1(i)\theta_1^\circ + \varphi_2(i)\theta_2^\circ + \ldots + \varphi_n(i)\theta_n^\circ = \varphi^T(i)\theta^\circ \qquad (۱ - ۲)$$

که در آن y متغیرِ مشاهده شده، θ_1° و θ_2° ، ... ، θ_n° پارامترهای مجهول و φ_1 و φ_2 ، ... ، φ_n توابع معلومی هستند که ممکن است به متغیرهای معلوم دیگری وابسته باشند. بردارهای $\varphi^T(i) = [\varphi_1(i)\ \varphi_2(i) \ldots \varphi_n(i)]$ و $\theta^\circ = [\theta_1^\circ\ \theta_2^\circ \ldots \theta_n^\circ]^T$ را در نظر بگیرید. مدل فوق با

1. Least Squares 2. Regression 3. Karl Friedrich Gauss

www.powerjam.ir

متغیر i اندیس‌گذاری شده که اغلب زمان را مشخص می‌کند. و معمولاً فرض می‌شود که مجموعهٔ اندیسها مجموعه‌ای گسسته باشد. متغیرهای φ_i، متغیرهای رگرسیون[1] یا رگرسورها[2] نامیده می‌شود و مدل معادلهٔ ۲ ـ ۱ *مدل رگرسیون* خوانده می‌شود. زوج مشاهدات و رگرسورها، یعنی: $\{(y(i), \varphi(i)), i = ۱, ۲, \dots, t\}$، به کمک آزمایش به دست می‌آیند. مسألهٔ اساسی، تعیین پارامترها به شکلی است که خروجیهای حاصل از معادلهٔ (۲ ـ ۱)، تا آنجا که ممکن است به متغیرهای اندازه‌گیری شدهٔ $y(i)$ (با معیار حداقل مربعات) نزدیک باشند. به عبارت دیگر پارامتر θ باید به گونه‌ای انتخاب شود که تابع معیار حداقل مربعات زیر را کمینه کند.

$$V(\theta, t) = \frac{۱}{۲}\sum_{i=۱}^{t}(y(i) - \varphi^T(i)\theta)^۲ \qquad (۲ ـ ۲)$$

از آنجا که متغیر اندازه‌گیری شدهٔ y نسبت به پارامترهای θ° خطی و معیار حداقل مربّعات از درجهٔ دوم است، مسأله، دارای پاسخی تحلیلی است. برای این کار نمادهای زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t) = [y(۱)\ \ y(۲) \dots y(t)]^T$$
$$E(t) = [\varepsilon(۱)\ \ \varepsilon(۲) \dots \varepsilon(t)]^T$$
$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} \varphi^T(۱) \\ \vdots \\ \varphi^T(t) \end{pmatrix}$$

$$P(t) = (\Phi^T(t)\Phi(t))^{-۱} = \left(\sum_{i=۱}^{t}\varphi(i)\varphi^T(i)\right)^{-۱} \qquad (۲ ـ ۳)$$

که مانده‌های $\varepsilon(i)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon(i) = y(i) - \hat{y}(i) = y(i) - \varphi^T(i)\theta$$

خطای حداقل مربعات بدین صورت نوشته می‌شود:

$$V(\theta, t) = \frac{۱}{۲}\sum_{i=۱}^{t}\varepsilon^۲(i)$$
$$= \frac{۱}{۲}E^TE = \frac{۱}{۲}\| E \|^۲$$

1. Regression Variables
2. Regressors

www.powerjam.ir

که:

$$E = Y - \hat{Y} = Y - \Phi\theta \qquad (۲ - ۴)$$

حلّ مسألهٔ حداقل مربعات به کمک قضیهٔ ذیل ارائه می‌شود:

قضیهٔ ۲ ـ ۱ تخمین حداقل مربعات

تابع معادلهٔ (۲ ـ ۲) به ازای پارامترهای $\hat{\theta}$، کمینه است که $\hat{\theta}$ در معادلهٔ زیر صدق می‌کند:

$$\Phi^T \Phi \hat{\theta} = \Phi^T y \qquad (۲ - ۵)$$

اگر ماتریس $\Phi^T \Phi$ غیر منفرد باشد این مقدار کمینه یکتاست و داریم:

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y \qquad (۲ - ۶)$$

برهان: معیار معادلهٔ (۲ ـ ۲) را می‌توان به این شکل نوشت:

$$\begin{aligned} 2V(\theta, t) &= E^T E = (y - \Phi\theta)^T (y - \Phi\theta) \\ &= y^T y - y^T \Phi\theta - \theta^T \Phi^T y + \theta^T \Phi^T \Phi\theta \end{aligned} \qquad (۲ - ۷)$$

چون ماتریس $\Phi^T \Phi$ همواره معین نامنفی است تابع V دارای یک مینیمم است. این مینیمم را از روشهای مختلفی می‌توان بدست آورد. یکی از روشها مشتق‌گیری از معادلهٔ (۲ ـ ۷) نسبت به θ است. (مسألهٔ ۲ ـ ۱ را در انتهای فصل ببینید). مشتق وقتی برابر صفر است که شرط معادلهٔ (۲ ـ ۵) برآورده شود. روش دیگر یافتن مینیمم، کامل کردن مربع است. داریم:

$$\begin{aligned} 2V(\theta, t) &= y^T y - y^T \Phi\theta - \theta^T \Phi^T y + \theta^T \Phi^T \Phi\theta + y^T \Phi (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y - y^T \Phi \\ &\quad (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y \\ &= y^T (I - \Phi (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T) y \\ &\quad + (\theta - (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y)^T \Phi^T \Phi (\theta - (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y) \end{aligned} \qquad (۲ - ۸)$$

در این معادله جمله اوّل سمت راست، مستقلّ از θ است و جمله دوم همواره مثبت است. در نتیجه مقدار کمینهٔ تابع معیار به ازای $\theta = \hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y$ به دست می‌آید و قضیه ثابت می‌شود.

www.powerjam.ir

نکتهٔ ۱: معادلهٔ (۲ ـ ۵)، *معادلهٔ نرمال*[1] نامیده می‌شود. معادلهٔ (۲ ـ ۶) را می‌توان به صورت زیر بازنوشت:

$$\hat{\theta}(t) = \left(\sum_{i=1}^{t} \varphi(i)\varphi^T(i)\right)^{-1}\left(\sum_{i=1}^{t} \varphi(i)y(i)\right) = P(t)\left(\sum_{i=1}^{t} \varphi(i)y(i)\right) \qquad (۲ ـ ۹)$$

نکتهٔ ۲: شرط وارون‌پذیر بودن ماتریس $\Phi^T\Phi$، شرط تحریک[2] نامیده می‌شود.

نکتهٔ ۳: معیار حداقل مربعات، همهٔ خطاهای $\varepsilon(i)$ را به طور یکسان وزنگذاری می‌کند و این در راستای فرض یکسان بودن دقت همهٔ اندازه‌گیریها است.

با تغییر دادن تابع معیار معادلهٔ (۲ ـ ۲) می‌توان به صورت زیر خطاها را به شکل متفاوتی وزنگذاری کرد.

$$V = \frac{1}{2} E^T W E \qquad (۲ ـ ۱۰)$$

که در آن W ماتریس قطری وزن است؛ در نتیجه تخمین حداقل مربعات به کمک تخمین زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\theta} = (\Phi^T W \Phi)^{-1} \Phi^T W Y \qquad (۲ ـ ۱۱)$$

مثال ۲ ـ ۱ تخمین حداقل مربعات در سیستمهای ایستا

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$y(i) = b_0 + b_1 u(i) + b_2 u^2(i) + e(i)$$

که $e(i)$، نویزگوسی با میانگین صفر و انحراف معیار ۰/۱ است. سیستم، نسبت به پارامترها خطی است و با در نظر گرفتن:

$$\varphi^T(i) = [1 \quad u(i) \quad u^2(i)]$$
$$\theta^T = [b_0 \quad b_1 \quad b_2]$$

به صورت معادلهٔ (۲ ـ ۱) قابل بیان است. خروجی برای هفت ورودی مختلف که در شکل ۲ ـ ۱ توسط نقاط نشان داده شده، اندازه‌گیری می‌شود. در حقیقت ساختار مدل معمولاً نامعلوم است و کاربر باید مدل مناسبی را انتخاب کند. این موضوع را به کمک تخمین پارامترها در

1. Normal Equation 2. Excitation Condition

www.powerjam.ir

مدلهای زیر توضیح می‌دهیم:

مدل ۱: $y(i) = b_0$

مدل ۲: $y(i) = b_0 + b_1 u$

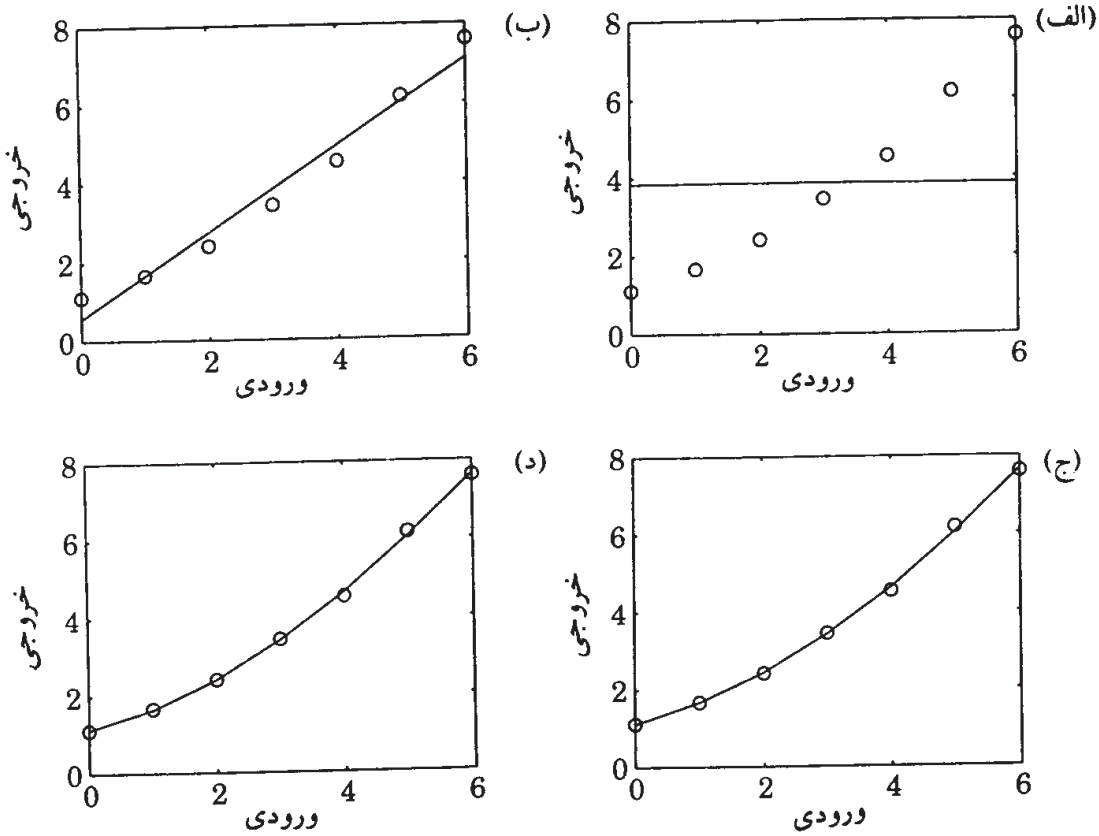
مدل ۳: $y(i) = b_0 + b_1 u + b_2 u^2$

مدل ۴: $y(i) = b_0 + b_1 u + b_2 u^2 + b_3 u^3$

مدلهای مختلف، چند جمله‌ایهایی وابسته به مرتبه‌های مختلف بین y و u را نتیجه می‌دهند.

جدول ۲ ـ ۱ تخمین حداقل مربعات مدلهای مختلف را به همراه تابع معیار مربوط به آن، و شکل ۲ ـ ۱ نیز رابطهٔ تخمین زده شدهٔ بین u و y را برای مدلهای مختلف نشان می‌دهد. از جدول دیده می‌شود که معیار حاصل برای مدلهای ۳ و ۴ تقریباً یکسان است. همانطور که در شکل ۲ ـ ۱ دیده می‌شود برازش با نقاط داده برای این دو مدل تقریباً یکسان است.

این مثال نشان می‌دهد که انتخاب صحیح ساختار مدل، برای داشتن مدلی خوب مهّم است. برازیدن مناسب داده‌ها با پارامترهای کم ممکن نیست؛ امّا اگر از پارامترهای بیشتری استفاده شود، برازش داده‌های اندازه‌گیری شده بسیار خوب خواهد بود؛ لیکن ممکن است برازش سایر



شکل ۲ ـ ۱. نقاط داده‌های اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهد. مدلهای به‌دست آمده که با خط پر نشان داده شده، براساس تخمینهای حداقل مربعات برای: (الف) مدل ۱، (ب) مدل ۲، (ج) مدل ۳، (د) مدل ۴ است.

www.powerjam.ir

جدول ۲ ـ ۱. تخمینهای حداقل مربعات و توابع معیار برای سیستم مثال ۲ ـ ۱ با استفاده از ساختارهای مدلهای مختلف

مدل	$\hat{b}_0$	$\hat{b}_1$	$\hat{b}_2$	$\hat{b}_3$	V
۱	۳/۸۵				۱۴/۴۶
۲	۰/۵۷	۱/۰۹			۱/۰۱
۳	۱/۱۱	۰/۴۵	۰/۱۱		۰/۰۳۱
۴	۱/۱۳	۰/۳۷	۰/۱۴	−۰/۰۰۳	۰/۰۲۷

مجموعه داده‌ها ضعیف باشد. این حالت اخیر، *فوق برازش*[1] نامیده می‌شود.

تعبیر هندسی

مسألهٔ حداقل مربعات را می‌توان به صورت مسأله‌ای هندسی در R^t، که t تعداد مشاهدات است، تعبیر کرد. شکل ۲ ـ ۲ حالتی را نشان می‌دهد که دو پارامتر و سه مشاهده وجود دارد. با فرض مستقل خطی بودن بردارهای φ^1 و φ^2، آنها صفحه‌ای را پدید می‌آورند که خروجی پیش‌بینی شدهٔ $\hat{Y}$ در این صفحه قرار می‌گیرد. در این صورت خطای $E = Y - \hat{Y}$ وقتی کمترین مقدار خود را دارد که E بر این صفحه عمود باشد. توجه کنید که معادلهٔ (۲ ـ ۴) را می‌توان بدین شکل باز نوشت:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon(1) \\ \varepsilon(2) \\ \vdots \\ \varepsilon(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \varphi_1(1) \\ \varphi_1(2) \\ \vdots \\ \varphi_1(t) \end{pmatrix} \theta_1 - \ldots - \begin{pmatrix} \varphi_n(1) \\ \varphi_n(2) \\ \vdots \\ \varphi_n(t) \end{pmatrix} \theta_n$$

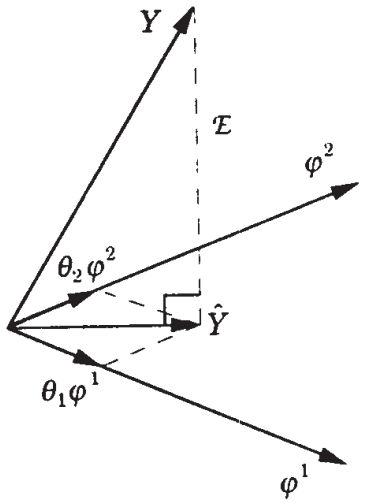
و یا

$$E = y - \varphi^1 \theta_1 - \varphi^2 \theta_2 - \ldots - \varphi^n \theta_n$$

که φ^i ستونهای ماتریس φ است. بنابراین مسألهٔ حداقل مربعات را می‌توان بصورت مسألهٔ یافتن ثابتهای θ_1، ...، θ_n تعبیر نمود. به طوری که بردار y دارای بهترین تقریب ممکن توسط ترکیب خطی بردارهای φ^n، ...، φ^2، φ^1 باشد. فرض کنید $\hat{Y}$ برداری در گستره φ^n، ...، φ^2،

1. Overfitting

www.powerjam.ir



شکل ۲ ـ ۲. تعبیر هندسی تخمین حداقل مربعات

φ^1 باشد که بهترین تقریب است و $E = Y - \hat{Y}$. بردار E وقتی کمترین مقدار را دارد که بر تمام بردارهای φ^i عمود باشد. آنگاه داریم:

$$(\varphi^i)^T (y - \theta_1 \varphi^1 - \theta_2 \varphi^2 - \ldots - \theta_n \varphi^n) = 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

که معادلهٔ فوق، همان معادلهٔ نرمال (معادلهٔ ۲ ـ ۵) است و اگر بردارهـای φ^n، ...، φ^2، φ^1 مستقل خطی باشند، بردار θ به طور یکتا قابل محاسبه است.

تعبیر آماری

مسألهٔ حداقل مربعات را می‌توان به صورت آماری نیز تـعبیر کـرد. از ایـن رو فـرضهایی درباره چگونگی تولید داده‌ها لازم است. برای مثال فرض کنید اطلاعات به کمک رابـطهٔ ذیـل تولید شود:

$$y(i) = \varphi^T(i)\theta^\circ + e(i) \qquad (۲ ـ ۱۲)$$

که در آن θ° برداری از پارامترهای "صحیح" و $\{e(i), i = 1, 2, \ldots\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با میانگین صفر و توزیع یکسان است. همچنین فرض می‌شود که e از φ مستقل است. معادلهٔ (۲ ـ ۴) به صورت زیر قابل بیان است:

$$Y = \Phi\theta^\circ + E$$

www.powerjam.ir

با ضرب کردن طرفین معادلهٔ فوق در $(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$ خواهیم داشت:

$$(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y = \hat{\theta} = \hat{\theta}^\circ + (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T E \qquad (۱۳ ـ ۲)$$

که اگر E از Φ^T مستقل باشد (استقلال $e(i)$ از $\varphi(i)$)، امید ریاضی $\hat{\theta}$ با θ° برابر می‌باشد. تخمینی که این ویژگی را داشته باشد، بایاس نشده[1] نامیده می‌شود. قضیهٔ زیر بدون اثبات بیان می‌شود.

قضیهٔ ۲ ـ ۲ خواص آماری تخمین حداقل مربعات

تخمین معادلهٔ (۲ ـ ۶) را در نظر گرفته فرض کنید داده‌ها به کمک معادلهٔ (۲ ـ ۱۲) حاصل شده باشد که در آن $\{e(i), i = ۱, ۲, ...\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با میانگین صفر و واریانس $\sigma^۲$ است. فرض کنید E، امید ریاضی و cov، کواریانس متغیر تصادفی را نشان دهد: در این صورت اگر $\Phi^T \Phi$ نامنفرد باشد داریم:

$$(i) \qquad E\hat{\theta}(t) = \theta^\circ$$

$$(ii) \qquad \text{cov}\,\hat{\theta}(t) = \sigma^۲ (\Phi^T \Phi)^{-1}$$

$$(iii) \qquad \hat{\sigma}^۲(t) = ۲V(\hat{\theta}, t)/(t - n)$$

که $\hat{\sigma}^۲$ تخمین بایاس نشدهٔ $\sigma^۲$ است.

در این روابط n تعداد پارامترهای θ° و $\hat{\theta}$ و t نیز تعداد داده‌ها است.

قضیه فوق بیان می‌کند که تخمینها با یاس نشده‌اند یعنی، $E\hat{\theta}(t) = \theta^\circ$. یکی از ویژگیهای مطلوب تخمین آن است که با افزایش تعداد مشاهدات به سمت بی‌نهایت، مقدار تخمینها به سمت مقدار صحیح پارامترها همگرا شود. این خاصیت را *سازگاری*[2] می‌نامند. مفاهیم همگرایی متناظری با نمادهای متعددّی از سازگاری در فرایندهای اتّفاقی وجود دارد. یکی از این نمادها، همگرایی براساس میانگین مربع است که بسادگی می‌توان آن را به کمک تحلیل واریانس تخمین، بررسی کرد. از نتیجهٔ (ii) می‌توان برای مشخّص کردن چگونگی کاهش واریانس تخمین، با افزایش تعداد مشاهدات، استفاده کرد. این موضوع را با مثال زیر توضیح می‌دهیم:

1. Unbiased Estimation
2. Consistency

www.powerjam.ir

مثال ۲ ـ ۲ کاهش واریانس

حالتی را در نظر بگیرید که مدل معادلهٔ (۲ ـ ۱۲) تنها یک پارامتر داشته باشد. فرض کنید t تعداد مشاهدات باشد. از قسمت (ii) قضیهٔ ۲ ـ ۲ نتیجه می‌گیریم که واریانس تخمین به صورت زیر است:

$$\mathrm{cov}\hat{\theta} = \frac{\sigma^2}{\sum_{k=1}^{t} \varphi^2(k)}$$

حال براساس رفتار مجانبی $\varphi(k)$ برای مقادیر بزرگ k می‌توان حالات مختلفی را در نظر گرفت. (نماد $a \sim b$ را برای بیان اینکه a و b متناسب هستند به کار می‌بریم):

(الف) ـ فرض کنید $\varphi(k) \sim e^{-\alpha k}, \alpha > 0$ باشد؛ در این صورت مجموعه مخرج همگرا شده، واریانس به سمت یک مقدار ثابت میل می‌کند.

(ب) فرض کنید $\varphi(k) \sim k^{-a}, a > 0$ باشد؛ در این حالت داریم:

$$\sum_{k=1}^{t} \varphi^2(k) \sim \begin{cases} \text{const} & a > 0/5 \\ \log t & a = 0/5 \\ t^{1-2a} & a < 0/5 \end{cases}$$

که اگر $a \leqslant 0/5$ باشد، واریانس به سمت صفر می‌رود.

(ج) فرض کنید $\varphi(k) \sim 1$ باشد؛ در نتیجه واریانس به شکل $\frac{1}{t}$ به سمت صفر میل می‌کند.

(د) فرض کنید $\varphi(k) \sim k^a, a > 0$ باشد؛ در این حالت واریانس به صورت $t^{-(1+2a)}$ به سمت صفر میل می‌کند.

(ه) فرض کنید $\varphi(k) \sim e^{\alpha k}, \alpha > 0$ باشد؛ در نتیجه واریانس به صورت $e^{-2\alpha t}$ به سمت صفر میل می‌کند.

مثال فوق بوضوح نشان می‌دهد که دقّت تخمین، چگونه به نرخ رشد بردار رگرسیون وابسته است. اگر بردار رگرسیون، آهسته‌تر از $1/\sqrt{t}$ افزایش یابد، با افزایش مشاهدات، مقدار واریانس به سمت صفر نمی‌رود. در حالت نرمال هنگامی که مرتبهٔ دامنهٔ رگرسورها با یکدیگر برابر باشد، واریانس به شکل $\frac{1}{t}$ کاهش می‌یابد. اگر متّغیرهای رگرسیون سریعتر افزایش یابد، واریانس، نیز سریعتر کاهش می‌یابد.

در حالتی که پارامترهای متعدّدی تخمین زده می‌شود، ممکن است نرخ همگرایی در پارامترهای مختلف متفاوت باشد. این موضوع به ساختار ماتریس $(\Phi^T \Phi)^{-1}$ در معادلهٔ (۲ ـ ۶) بستگی دارد.

www.powerjam.ir

محاسبات بازگشتی

درکنترلگرهای تطبیقی مشاهدات پی در پی در زمان ـ حقیقی به دست می‌آیند. برای این کار استفاده از محاسبات بازگشتی برای صرفه‌جویی در زمان محاسبه، امر مطلوبی است. محاسبه تخمین حداقل مربعات را می‌توان چنان تنظیم کرد که نتایج به دست آمده در زمان $t-1$، برای به دست آوردن تخمینهای زمان t مورد استفاده واقع شود. حلّ معادله (۲ ـ ۶) برای مسألهٔ حداقل مربعات به صورت بازگشتی نوشته می‌شود. فرض کنید $\hat{\theta}(t-1)$ تخمین حداقل مربعات براساس اندازه‌گیری در زمان $(t-1)$ باشد. علاوه بر این فرض کنید ماتریس $\Phi^T\Phi$ برای تمام مقادیر t، غیر منفرد باشد. از تعریف $P(t)$ در معادلهٔ (۲ ـ ۳) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} P^{-1}(t) &= \Phi^T(t)\Phi(t) = \sum_{i=1}^{t} \varphi(i)\varphi^T(i) \\ &= \sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)\varphi^T(i) + \varphi(t)\varphi^T(t) \\ &= P^{-1}(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t) \end{aligned} \qquad (۱۴-۲)$$

در این صورت تخمین حداقل مربعات $\hat{\theta}(t)$ از معادلهٔ (۲ ـ ۹) به دست می‌آید:

$$\hat{\theta}(t) = P(t)\left(\sum_{i=1}^{t} \varphi(i)y(i)\right) = P(t)\left(\sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)y(i) + \varphi(t)y(t)\right)$$

از معادلات (۲ ـ ۹) و (۲ ـ ۱۴) نتیجه می‌گیریم:

$$\sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)y(i) = P^{-1}(t-1)\hat{\theta}(t-1) = P^{-1}(t)\hat{\theta}(t-1) - \varphi(t)\varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)$$

حال، تخمین در زمان t اینسان نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) - P(t)\varphi(t)\varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t)y(t) \\ &= \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t)\left(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)\right) \\ &= \hat{\theta}(t-1) + K(t)\varepsilon(t) \end{aligned}$$

که:

$$\begin{aligned} K(t) &= P(t)\varphi(t) \\ \varepsilon(t) &= y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1) \end{aligned}$$

www.powerjam.ir

مانده $\varepsilon(t)$ را می‌توان به عنوان خطای پیش‌بینی (یک گام به جلو) $y(t)$ براساس تخمین $\hat{\theta}(t-1)$ تعبیر کرد.

برای استفاده از این روش، لازم است به جای محاسبهٔ $P(t)^{-1}$ از طریق معادلهٔ (۲ ـ ۱۴)، رابطه‌ای بازگشتی برای $P(t)$ بدست آوریم. لم زیر برای این کار مفید خواهد بود:

لم ۲ ـ ۱ لم وارون‌سازی ماتریس

فرض کنید، A، C و $C^{-1} + DA^{-1}B$ ماتریسهای غیر منفرد مربعی باشند؛ در این صورت $A + BCD$ وارون‌پذیر است و داریم:

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$$

برهان: با ضرب مستقیم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
&(A + BCD)(A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}) \\
&\quad = I + BCDA^{-1} - B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} - \\
&\quad\quad BCDA^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \\
&\quad = I + BCDA^{-1} - BC(C^{-1} + DA^{-1}B)(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \\
&\quad = I
\end{aligned}$$

از اعمال لم ۲ ـ ۱ بر $P(t)$ با استفاده از معادلهٔ (۲ ـ ۱۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
P(t) &= (\Phi^T(t)\Phi(t))^{-1} = (\Phi^T(t-1)\Phi(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t))^{-1} \\
&= (P^{-1}(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t))^{-1} \\
&= P(t-1) - P(t-1)\varphi(t)(I + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t))^{-1}\varphi^T(t)P(t-1)
\end{aligned}$$

از معادلهٔ بالا نتیجه می‌گیریم:

$$K(t) = P(t)\varphi(t) = P(t-1)\varphi(t)(I + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t))^{-1}$$

توجّه کنید برای محاسبهٔ P، وارون‌سازی ماتریس لازم است. ماتریسِ وارون نیز دارای ابعادی به اندازهٔ تعداد اندازه‌گیریهاست که برای سیستمهای تک خروجی، به صورت اسکالر در می‌آید.

www.powerjam.ir

محاسبات بازگشتی در قضیهٔ زیر خلاصه شده است:

قضیهٔ ۲ ـ ۳ تخمین حداقل مربعات بازگشتی (RLS)[1]

فرض کنید ماتریس $\Phi(t)$ دارای رتبهٔ کامل باشد، این بدان معناست که $\Phi^T(t)\Phi(t)$ برای تمام $t \geqslant t_0$، غیر منفرد است. با داشتن $\hat{\theta}(t_0)$ و $P(t_0) = (\Phi^T(t_0)\Phi(t_0))^{-1}$، تخمین حداقل مربعات $\hat{\theta}$، معادلات بازگشتی ذیل را برآورده می‌سازد:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\,(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)) \qquad (۲\text{ـ}۱۵)$$

$$K(t) = P(t)\varphi(t) = P(t-1)\varphi(t)\,(I + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t))^{-1} \qquad (۲\text{ـ}۱۶)$$

$$\begin{aligned} P(t) &= P(t-1) - P(t-1)\varphi(t)\,(I+\varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t))^{-1}\varphi^T(t)P(t-1) \\ &= (I - K(t)\varphi^T(t))P(t-1) \end{aligned} \qquad (۲\text{ـ}۱۷)$$

نکتهٔ ۱: معادلهٔ (۲ ـ ۱۵) دارای جذابیّت حسّی قوی است بدین معنا که تخمین $\hat{\theta}(t)$ با اضافه کردن جمله تصحیحی به مقدار قبلی تخمین $\hat{\theta}(t-1)$ به دست می‌آید که جمله تصحیحی با $y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)$ متناسب است؛ که در آن جملهٔ آخر را می‌توان به عنوان مقدار y در زمان t تعبیر کرد که به کمک مدل معادلهٔ (۲ ـ ۱) پیش‌بینی شده است. بنابراین، جمله تصحیحی با تفاضل مقدار اندازه‌گیری شده $y(t)$ و مقدار پیش‌بینی شدهٔ $\hat{y}(t)$ براساس تخمینهای قبلی پارامترها متناسب است. مؤلفه‌های بردار $K(t)$ ضرایب وزنی هستند که نشان می‌دهند جمله تصحیحی و تخمین قبلی باید چگونه ترکیب شوند.

نکتهٔ ۲: تخمین حداقل مربعات را می‌توان به صورت یک فیلتر کالمن در فرآیند ذیل تعبیر کرد:

$$\begin{aligned} \theta(t+1) &= \theta(t) \qquad (۲\text{ـ}۱۸) \\ y(t) &= \varphi^T(t)\theta(t) + e(t) \end{aligned}$$

نکتهٔ ۳: معادلات بازگشتی را می‌توان با استفاده از تابع معیار (۲ ـ ۲) نیز به دست آورد. برای این کار با استفاده از معادلات (۲ ـ ۸) و (۲ ـ ۶) نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{aligned} &2V(\theta,t) = 2V(\theta,t-1) + \varepsilon^2(\theta,t) \\ &= Y^T(t-1)\big(I - \Phi(t-1)\,(\Phi^T(t-1)\Phi(t-1))^{-1}\Phi(t-1)\big)\,Y(t-1) + \\ &+ (\theta - \hat{\theta}(t-1))^T\Phi^T(t-1)\Phi(t-1)\,(\theta - \hat{\theta}(t-1)) \\ &+ (y(t) - \varphi^T(t)\theta)^T(y(t) - \varphi^T(t)\theta) \end{aligned} \qquad (۲\text{ـ}۱۹)$$

1. Recursive Least-Squares

www.powerjam.ir

جملهٔ اول سمت راست معادلهٔ فوق مستقلّ از θ است و دو جملهٔ باقیمانده نسبت به θ . $V(\theta, t)$ درجه دوّم هستند که می‌تواند بسادگی برحسب θ کمینه شوند.

توّجه کنید که ماتریس $P(t)$ تنها زمانی تعریف می‌شود که ماتریس $\Phi^T(t)\,\Phi(t)$ غیر منفرد باشد. چون $\Phi^T(t)\,\Phi(t) = \sum_{i=1}^{t} \varphi(i)\,\varphi^T(i)$ لذا نتیجه می‌شود که اگر $t < n$ باشد ماتریس $\Phi^T\,\Phi$ همواره منفرد خواهد بود. بنابراین برای به دست آوردن یک شرط اولیه برای P، لازم است $t = t_0$ طوری انتخاب شود که $\Phi^T(t_0)\,\Phi(t_0)$ غیر منفرد باشد؛ در این صورت شرط اولیه خواهد شد:

$$P(t_0) = (\Phi^T(t_0)\,\Phi(t_0))^{-1}$$
$$\hat{\theta}(t_0) = P(t_0)\,\Phi^T(t_0)\,Y(t_0)$$

و معادلات بازگشتی با شروط اولیهٔ فوق برای $t > t_0$ قابل استفاده است. امّا اغلب مناسب است که از معادلات بازگشتی، در همهٔ گامهای محاسبات استفاده شود. اگر معادلات بازگشتی با شرط اولیهٔ $P(0) = P_0$ شروع شود به طوری که P_0 معیّن مثبت باشد، آنگاه داریم:

$$P(t) = (P_0^{-1} + \Phi^T(t)\,\Phi(t))^{-1}$$

اگر P_0 به اندازهٔ کافی بزرگ انتخاب شود، $P(t)$ به $(\Phi^T(t)\,\Phi(t))^{-1}$ نزدیکتر خواهد شد.

با استفاده از تعبیر فیلتر کالمن برای روش حداقل مربعات می‌توان دید که این روشِ شروعِ معادلات بازگشتی، متناظر با موقعیتّی است که پارامترها دارای توزیع اوّلیه‌ای با میانگین θ_0 و کواریانس P_0 باشند.

پارامترهای متغیّر با زمان

در مسألهٔ حداقل مربعات (معادلهٔ ۲ ـ ۱) پارامترهای θ_i° ثابت فرض می‌شوند. امّا در برخی مسائل کنترل تطبیقی، در نظر گرفتن پارامترها طوری که با زمان، متغیّر باشند مفید خواهد بود. با توسیع سادهٔ روش حداقل مربعات می‌توان دو حالت را در بر گرفت: در یکی از حالات، پارامترها به طور ناگهانی ولی بندرت و در حالت دیگر پارامترها به‌طور پیوسته امّا بکُندی تغییر می‌کنند. حالت تغییرات ناگهانی پارامتر را می‌توان با حربهٔ بازنشانی[1] پاسخ داد. در این روش ماتریس P در الگوریتم حداقل مربعات (قضیهٔ ۲ ـ ۳) به طور تناوبی به مقدار αI باز می‌گردد. که

1. Resetting

www.powerjam.ir

α عدد بزرگی است. درنتیجه بهره K(t) در تخمینگر بزرگ شده و تخمین را می‌توان با گام بزرگتری بهنگام کرد. یک روش پیچیده‌تر، به کار بردن n تخمین‌گر، به صورت موازی است که بطور ترتیبی باز نشانده می‌شوند (فصل ۶ را ببینید). در حالتی که تغییرات پارامترها، آرام است می‌توان مسأله را به کمک مدلهای نسبتاً سادهٔ ریاضی حلّ کرد. یک روش عملی این است که معیار حداقل مربعات معادلهٔ (۲ ـ ۲) با معادلهٔ زیر جایگزین شود:

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{t} \lambda^{t-i} (y(i) - \varphi^T(i)\theta)^2 \qquad (۲۰ ـ ۲)$$

که λ پارامتری است به طوری که $0 < \lambda \leqslant 1$. پارامتر λ ضریب *فراموشی*[1] یا ضریب *تخفیف*[2] نامیده می‌شود. تابع معیار (۲ ـ ۲۰) درواقع بیان کنندهٔ نوعی وزنگذاری متغیر با زمان در داده‌ها است که آخرین داده دارای وزن واحد و داده n واحد زمان عقبتر دارای وزن λ^n است. به همین دلیل این روش، *فراموشی نمایی*[3] یا *تخفیف نمایی*[4] نامیده می‌شود. با تکرار محاسبات قضیهٔ (۲ ـ ۳) برای تابع معیار معادلهٔ (۲ ـ ۲۰) به نتیجه زیر می‌رسیم:

قضیهٔ ۲ ـ ۴ حداقل مربعات بازگشتی با فراموشی نمایی

فرض کنید ماتریس $\Phi(t)$ برای $t \geqslant t_0$ دارای رتبهٔ کامل باشد. پارامتر θ که معادلهٔ (۲ ـ ۲۰) را کمینه می‌کند به طور بازگشتی از معادلات زیر بدست می‌آید:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\left(y(t) - \Phi^T(t)\hat{\theta}(t-1)\right)$$
$$K(t) = P(t)\varphi(t) = P(t-1)\varphi(t)\left(\lambda I + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)\right)^{-1} \qquad (۲۱ ـ ۲)$$
$$P(t) = (I - K(t)\varphi^T(t))P(t-1)/\lambda$$

یکی از اشکالات روش فراموشی نمایی این است که حتّی اگر $P(t)\varphi(t) = 0$ باشد، از مقدار داده‌ها کاسته می‌شود. این حالت نتیجه می‌دهد که $y(t)$ شامل هیچ اطلاعات جدیدی در مورد پارامتر θ نیست. در این حالت از معادلهٔ (۲ ـ ۲۱) نتیجه می‌گیریم که ماتریس P به طور نمایی و با نرخ λ افزایش می‌یابد. روشهای متعددی برای اجتناب از این اشکال در فصل ۱۱ به تفصیل ذکر شده است.

یک روش دیگر در برخورد با پارامترهای متغیر با زمان، این است که مدل ریاضی مشخصی

1. Forgetting Factor 2. Discounting Factor
3. Exponential Forgetting 4. Exponential Discounting

www.powerjam.ir

برای این پارامترها فرض شود. پارامترهای متغیّر با زمان را می‌توان با قرار دادن مدل زیر به جای معادلهٔ اول از معادلهٔ (۲ ـ ۱۸) به دست آورد:

$$\theta(t+1) = \Phi_v \theta(t) + v(t)$$

که Φ_v یک ماتریس معلوم و $\{v(t)\}$ نویز سفید زمان گسسته است. تعبیر فیلترسازی مسألهٔ حداقل مربعات که در نکته ۲ قضیه ۲ ـ ۳ بیان شده است در اینجا به سادگی قابل تعمیم است. بنابراین تخمینگر حداقل مربعات، فیلتر کالمن خواهد بود. حالت $\Phi_v = I$ متناظر با مدلی است که پارامترهای آن فرایندهای وینر رانشی[1] هستند.

الگوریتمهای ساده شده

الگوریتم حداقل مربعات داده شده در قضیهٔ ۲ ـ ۳ دارای دو متغیر حالت $\hat{\theta}$ و P است که در هر گام، باید بهنگام شوند.

الگوریتمهای ساده شدهٔ فراوانی برای اجتناب از بهنگام کردن P (البته به بهای کُندی همگرایی) وجود دارد. *الگوریتم تصویرگر کازمارز*[2] حل ساده‌ای برای این مسأله است. در تبیین این الگوریتم، پارامتر مجهول را به عنوان یکی از عناصر R^n درنظر بگیرید. یک اندازه‌گیری

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta \qquad (۲۲ ـ ۲)$$

تصویر پارامتر بردار θ را بر بردار $\varphi(t)$ مشخص می‌کند. از تعبیر فوق نتیجه می‌گیریم که برای مشخص کردن بردار θ به طور یکتا، لازم است n اندازه‌گیری (یعنی عناصر $\varphi(n)$، ...، $\varphi(1)$ که مولّد فضای R^n هستند) انجام پذیرد. فرض کنید تخمینی از $\hat{\theta}(t-1)$ در دسترس است و اندازه‌گیری جدید براساس معادلهٔ (۲ ـ ۲۲) به دست آمده باشد. از آنجا که مقدار اندازه‌گیری $y(t)$ فقط اطلاعات واقع در جهت $\varphi(t)$ در فضای پارامتری را شامل می‌شود، طبیعی است که مقدار جدید $\hat{\theta}(t)$ را بگونه‌ای انتخاب کنیم که $\| \hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1) \|$ را با درنظر گرفتن قید $y(t) = \varphi^T(t)\hat{\theta}(t)$ کمینه کند. با درنظر گرفتن ضریب لاگرانژین $\bar{\alpha}$ بمنظور برآورده کردن این قید، لازم است تابع زیر را حداقل کنیم:

$$V = \frac{1}{2}\left(\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1)\right)^T\left(\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1)\right) + \bar{\alpha}\left(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t)\right)$$

1. Drifting Wiener Processes
2. Kaczmarz's Projection Algorithm.

www.powerjam.ir

اینک با مشتق‌گیری نسبت به $\hat{\theta}(t)$ و $\bar{\alpha}$ خواهیم داشت:

$$\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1) - \bar{\alpha}\varphi(t) = 0$$
$$y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t) = 0$$

از حل معادله فوق خواهیم داشت:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{\varphi(t)}{\varphi^T(t)\varphi(t)}\left(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)\right) \quad (۲۳ ـ ۲)$$

که این معادله، *الگوریتم کازمارز* نامیده می‌شود. در این الگوریتم استفاده از ضریبی مانند γ برای امکان تغییر طول گام تنظیم پارامتر مفید می‌باشد. این کار با درنظر گرفتن فرمول زیر انجام می‌شود:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{\gamma\varphi(t)}{\varphi^T(t)\varphi(t)}\left(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)\right)$$

برای اجتناب از مشکل بالقوه که هنگام $\varphi(t) = 0$ اتفاق می‌افتد، مخرج از $\varphi^T(t)\varphi(t)$ به $\varphi^T(t)\varphi(t) + \alpha$ تغییر داده می‌شود. که α ثابتی مثبت است.

بنابراین الگوریتم ذیل حاصل می‌شود:

الگوریتم ۲ ـ ۱ الگوریتم تصویرگر

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{\gamma\varphi(t)}{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)}\left(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)\right) \quad (۲۴ ـ ۲)$$

که $\alpha \geq 0$ و $0 < \gamma < 2$ است.

نکتهٔ ۱: در برخی از کتابها این الگوریتم، الگوریتم تصویرگر نرمالیزه خوانده می‌شود.

نکتهٔ ۲: محدودهٔ پارامتر γ از تحلیل ذیل بدست می‌آید. فرض کنید داده‌ها به کمک معادلهٔ (۲ ـ ۲۲) با پارامتر $\theta = \theta^*$ حاصل شده باشد، درنتیجه از معادله (۲ ـ ۲۴) نتیجه می‌گیریم که خطای پارامتر $\tilde{\theta} = \theta^* - \hat{\theta}$ در معادلهٔ زیر صدق می‌کند:

$$\tilde{\theta}(t) = A(t)\tilde{\theta}(t-1)$$

که

$$A(t) = I - \frac{\gamma\varphi(t)\varphi^T(t)}{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)}$$

www.powerjam.ir

است. ماتریس A (t) دارای یک مقدار ویژه به صورت زیر است:

$$\lambda = \frac{\alpha + (1 - \gamma)\varphi^T \varphi}{\alpha + \varphi^T \varphi}$$

اگر $0 < \gamma < 2$ باشد، اندازهٔ آن از ۱ کوچکتر است. سایر مقادیر ویژه A همگی برابر ۱ هستند.

الگوریتم تصویرگر فرض می‌کند که داده‌ها به کمک معادلهٔ (۲ ـ ۲۲) و بدون خطا تولید شده است. هنگامی که داده‌ها از معادلهٔ (۲ ـ ۱۲) با خطای اتفاقی اضافی تولید شود، الگوریتم ساده‌ای به صورت زیر مطرح می‌شود:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t)\left(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)\right) \qquad (۲۵ ـ ۲)$$

$$P(t) = \left(\sum_{i=1}^{t} \varphi^T(i)\varphi(i)\right)^{-1} \qquad (۲۶ ـ ۲)$$

این الگوریتم، *الگوریتم تقریب اتفاقی* (SA)[1] نامیده می‌شود. توجه کنید که در اینجا $P = \Phi\Phi^T$ یک اسکالر است. هنگامیکه y(t) اسکالر باشد نوعی ساده‌سازی دیگر، *الگوریتم حداقل مربع میانگین* (LMS)[2] است که در آن بهنگام شدن پارامترها به صورت زیر انجام می‌شود.

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma\varphi(t)\left(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)\right)$$

که γ عددی ثابت است.

مدلهای زمان ـ پیوسته

در روشهای بازگشتی، مشاهدات به کمک اندیس t که متعلق به یک مجموعهٔ گسسته بود، مشخص می‌شد. اندیس t به این دلیل انتخاب شده بود که در بسیاری از کاربردها مشخص کنندهٔ زمان است. اما در برخی حالات، طبیعی است که از مشاهدات زمان ـ پیوسته استفاده کنیم. تعمیم نتایج به این حالت سر راست است. معادلهٔ (۲ ـ ۱) هنوز قابل استفاده است، با این تفاوت که i یک متغیّر حقیقی فرض می‌شود. حالت فراموشی نمایی را درنظر بگیرید. پارامترها باید چنان تعیین شود که معیار زیر، کمینه شود:

$$V(\theta) = \int_0^t \bar{e}^{\alpha(t-\tau)}\left(y(\tau) - \varphi^T(\tau)\theta\right)^2 d\tau \qquad (۲۷ ـ ۲)$$

1. Stochastic Approximation Algorithm
2. Least Mean Square Algorithm

www.powerjam.ir

پارامتر α در حالت $\alpha \geqslant 0$ نقش ضریب فراموشیِ λ را در معادلهٔ (۲ ـ ۲۰) ایفا می‌کند. محاسبات مستقیم نشان می‌دهد که اگر رابطهٔ زیر برقرار باشد، معیار فوق کمینه خواهد شد (مسأله ۲ ـ ۱۵ را در آخر فصل ببینید):

$$\left(\int_0^t \bar{e}^{\alpha(t-\tau)}\varphi(\tau)\varphi^T(\tau)\,d\tau\right)\hat{\theta}(t)=\int_0^t \bar{e}^{\alpha(t-\tau)}\varphi(\tau)y(\tau)\,d\tau \qquad (۲۸ ـ ۲)$$

که معادلهٔ فوق همان *معادلهٔ نرمال* است. اگر ماتریس زیر وارون‌پذیر باشد، مقدار تخمین یکتا خواهد بود:

$$R(t)=\int_0^t \bar{e}^{\alpha(t-\tau)}\varphi(\tau)\varphi^T(\tau)\,d\tau \qquad (۲۹ ـ ۲)$$

علاوه بر این می‌توان با مشتقگیری از معادله (۲ ـ ۲۸) به معادلات بازگشتی دست یافت. قضیهٔ ذیل چنین تخمینی را تبیین می‌کند:

قضیه ۲ ـ ۵ تخمین حداقل مربعات زمان ـ پیوسته

فرض کنید ماتریس $R(t)$ که به کمک معادلهٔ (۲ ـ ۲۹) مشخص می‌شود، برای همهٔ مقادیر t وارون‌پذیر باشد. تخمینی که معادلهٔ (۲ ـ ۲۷) را کمینه کند بدین صورت است:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt}=P(t)\varphi(t)e(t) \qquad (۳۰ ـ ۲)$$

$$e(t)=y(t)-\varphi^T(t)\hat{\theta}(t) \qquad (۳۱ ـ ۲)$$

$$\frac{dP(t)}{dt}=\alpha P(t)-P(t)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t) \qquad (۳۲ ـ ۲)$$

برهان: قضیهٔ یادشده با مشتقگیری از معادلهٔ (۲ ـ ۲۸) ثابت می‌شود.

نکته ۱: ماتریس $R(t)=P(t)^{-1}$ در معادلهٔ زیر صدق می‌کند:

$$\frac{dR}{dt}=-\alpha R+\varphi\varphi^T$$

نکته ۲: شکلهای دیگری از الگوریتم‌های ساده شده در زمان ـ پیوسته وجود دارد، به طوری که الگوریتم تصویرگر متناظر با معادلات (۲ ـ ۲۵) و (۲ ـ ۲۶) را می‌توان به کمک معادلهٔ (۲ ـ ۳۰) و با کاربرد:

www.powerjam.ir

$$P(t) = \left(\int_{0}^{t} \varphi^{T}(\tau)\varphi(\tau)\,d\tau \right)^{-1}$$

بدست آورد. که $P(t)$ اسکالر است.

۲ ـ ۳ تخمین پارامترها در سیستمهای دینامیکی

در اینجا نشان خواهیم داد که روش حداقل مربعات را چگونه می‌توان برای تخمین پارامترها در مدلهای سیستمهای دینامیکی، مورد استفاده قرار داد. روش خاصّ این کار، به مشخصه مدل و چگونگی پارامتریزه کردن آن بستگی دارد.

مدلهای با پاسخ ضربهٔ محدود (FIR)

سیستمهای دینامیکی خطیّ مستقل از زمان، به‌کمک پاسخ ضربه‌شان به طور یکتا مشخص می‌شود. امّا پاسخ ضربه عموماً دارای بُعد نامحدودی است. در سیستمهای پایدار، پاسخ ضربه با سرعت نمایی به سمت صفر میل می‌کند و ممکن است بعداً بریده شود. لیکن توجه کنید که اگر فاصله نمونه برداری در مقایسه با کُندترین ثابت زمانی سیستم کوتاه باشد، ممکن است پارامترهای زیادی لازم شود. بنابراین، باتوجه به مطالب فوق، این مدل، مدل با پاسخ ضربهٔ محدود (FIR) یا فیلتر تقاطعی[1] نامیده و با معادلهٔ زیر بیان می‌شود:

$$y(t) = b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + \ldots + b_n u(t-n) \qquad (۳۳ ـ ۲)$$

یا:

$$y(t) = \varphi^{T}(t-1)\theta$$

که

$$\varphi^{T}(t-1) = [u(t-1) \ldots u(t-n)]$$

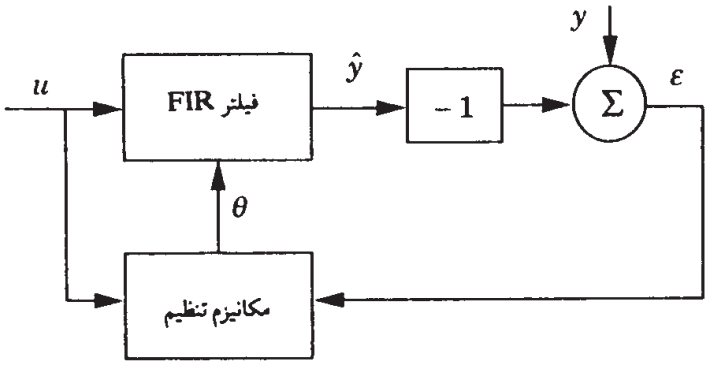
$$\theta^{T} = [b_1 \ldots b_n]$$

این مدل، همان مدل رگرسیون معادلهٔ (۲ ـ ۱) است. به جز در مورد اندیس t در بردار رگرسیون که متفاوت است. دلیل این تغییر نماد مناسب بودن معرفی بردار رگرسیون با زمان آخرین داده ظاهر شده در رگرسور است. مدل معادلهٔ (۲ ـ ۳۳) کاملاً برای استفاده از حداقل مربعات مناسب است و تخمینگر با قضیهٔ ۲ ـ ۳ داده می‌شود.

تخمینگر پارامتر به کمک نمودار بلوکی شکل (۲ ـ ۳) قابل بیان است:

1. Transversal Filter

www.powerjam.ir



شکل ۲ ـ ۳. نمودار بلوکی نمایش یک تخمینگر پارامتر بازگشتی برای یک مدل FIR.

تخمینگر به صورت سیستمی با ورودیهای u و y و خروجی θ درنظر گرفته می‌شود. از آنجا که سیگنال $\hat{y}(t) = \hat{b}_1(t-1)u(t-1) + \ldots + \hat{b}_n(t-1)u(t-n)$ در سیستم در دسترس است می‌توانیم $\hat{y}(t)$ را به عنوان یکی از خروجیها نیز در نظر بگیریم. از آنجا که $\hat{y}(t)$ یک تخمین پیش‌بینی شده از y است، تخمینگر بازگشتی را می‌توان به عنوان *فیلتر تطبیقی* به منظور پیش‌بینی y نیز تعبیر کرد. استفاده از این فیلتر در فصل سیزدهم توضیح داده خواهد شد.

مدلهای تابع انتقال

روش حداقل مربعات را می‌توان برای شناسایی پارامترهای سیستمهای دینامیکی مورد استفاده قرار داد. فرض کنید سیستم، به کمک مدل زیر توصیف شود:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) \qquad (۲ ـ ۳۴)$$

که در آن q عملگر انتقال پیشرو و $A(q)$ و $B(q)$ چندجمله‌ایهایی به صورت زیر هستند:

$$A(q) = q^n + a_1 q^{n-1} + \ldots + a_n$$
$$B(q) = b_1 q^{m-1} + b_2 q^{m-2} + \ldots + b_m$$

معادلهٔ (۲ ـ ۳۴) به صورت معادلهٔ تفاضلی زیر قابل بیان است:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \ldots + a_n y(t-n) = b_1 u(t+m-n-1) + \ldots + b_m u(t-n)$$

فرض کنید دنباله ورودیهای $\{u(1), u(2), \ldots, u(t)\}$ به سیستم اعمال شده و دنبالهٔ متناظر خروجیهای $\{y(1), y(2), \ldots, y(t)\}$ مشاهده شده باشد. بردار پارامتر

$$\theta^T = [a_1 \ldots a_n \;\; b_1 \ldots b_m] \qquad (۲ ـ ۳۵)$$

www.powerjam.ir

و بردار رگرسیون $\varphi^T(t-1)=[-y(t-1)\ldots-y(t-n)\quad u(t+m-n-1)\ldots u(t-n)]$ را درنظر بگیرید. توجه کنید که سیگنال خروجی به صورت تأخیر یافته در بردار رگرسیون ظاهر شده است. از این‌رو مدل فوق، مدل خود رگرسیو[1] نامیده می‌شود و ترتیب قرار دادن عناصر ماتریس θ، اختیاری است، مشروط براینکه $\varphi(t-1)$ نیز بطور مشابه مرتب شود. در مراحل بعدی کنترل تطبیقی، مرتب کردن مجدد جملات، طبیعی خواهد بود. همچنین قرارداد می‌شود که اندیس زمان در بردار φ، اشاره به زمانی است که در آن، تمام عناصر این بردار در دسترس هستند. پس این مدل، قابل بیان به صورت مدل رگرسیونِ زیر است:

$$y(t)=\varphi^T(t-1)\theta$$

و تخمین پارامترها با اعمال روش حداقل مربعات (قضیهٔ ۲ ـ ۱)، قابل محاسبه است. علاوه بر این ماتریس Φ به صورت $\Phi=\begin{bmatrix}\varphi^T(n)\\ \vdots\\ \varphi^T(t-1)\end{bmatrix}$ مشخص می‌شود. با استفاده از تعبیر آماریِ تخمینِ حداقل مربعات آورده شده در قضیهٔ ۲ ـ ۲ نتیجه می‌شود که روش فوق زمانی بخوبی کار می‌کند که بتوان اغتشاشها را به صورت نویز سفیدی در نظر گرفت که به سمت راست معادله (۲ ـ ۳۴) اضافه شده است، این مسأله مدل حداقل مربعات زیر را سبب می‌شود:

$$A(q)y(t)=B(q)u(t)+e(t+n)$$

(با معادلهٔ (۲ ـ ۱۲) مقایسه کنید). این روش، روش *خطای معادله*[2] نامیده می‌شود. اگر تغییری جزیی در روش فوق اعمال کنیم، عملی‌تر خواهد بود. یعنی اغتشاش را به صورت نویز سفید اضافه شده به خروجی سیستم درنظر بگیریم. این موقعی است که مدل بصورت زیر باشد:

$$y(t)=\frac{B(q)}{A(q)}u(t)+e(t)$$

روش به دست آمده از این طریق، روش *خطای خروجی*[3] نامیده می‌شود. برای توضیح این روش فرض کنید u سیگنال ورودی و $\hat{y}$ سیگنال خروجی یک سیستم با رابطهٔ ورودی ـ خروجی زیر باشد:

$$\hat{y}(t)+a_1\hat{y}(t-1)+\ldots+a_n\hat{y}(t-n)=b_1u(t+m-n-1)+\ldots+b_mu(t-n)$$

1. Autoregressive 2. Equation Error method 3. Output Error method

www.powerjam.ir

که در آن:

$$\hat{y}(t) = \frac{B(q)}{A(q)} u(t)$$

پارامترهایی را که تابع معیار زیر را کمینه می‌کنند تعیین کنید:

$$\sum_{k=1}^{t} \left(y(k) - \hat{y}(k)\right)^2$$

که:

$$y(t) = \hat{y}(t) + e(t)$$

مسأله فوق یک مسألهٔ حداقل مربعات است که حل آن به کمک روابط زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t-1)\varepsilon(t)$$

که:

$$\varphi^T(t-1) = [-\hat{y}(t-1) \ldots -\hat{y}(t-n) \quad u(t+m-n-1) \ldots u(t-n)]$$

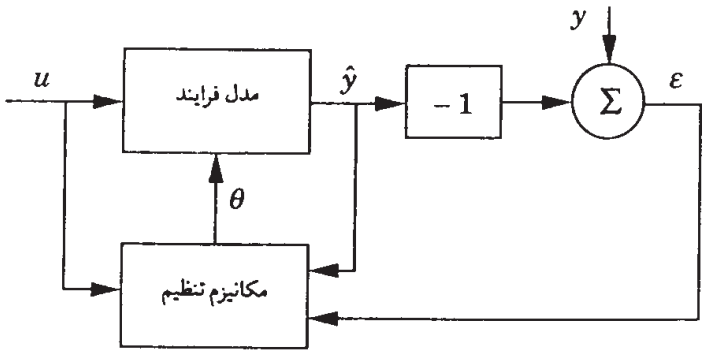
$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)$$

این نتیجه را با قضیهٔ ۲ ـ ۱ مقایسه کنید. تخمینگر بازگشتی به دست آمده، با نمودار بلوکی شکل ۲ ـ ۴ قابل بیان است.

توابع تبدیل زمان ـ پیوسته

اکنون نشان می‌دهیم که مدل حداقل مربعات را می‌توان برای تخمین پارامترهای توابع تبدیل زمان ـ پیوسته نیز به کار برد. برای مثال مدل زمان ـ پیوستهٔ زیر را درنظر بگیرید:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_n y = b_1 \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \ldots + b_m u$$



شکل ۲ ـ ۴. نمودار بلوکی تخمینگر حداقل مربعات براساس خطای خروجی.

www.powerjam.ir

که رابطهٔ فوق را می‌توان به شکل زیر نیز نوشت:

$$A(p)y(t) = B(p)u(t) \qquad (۲ - ۳۶)$$

که $A(p)$ و $B(p)$ چند جمله‌ایهایی برحسب عملگر دیفرانسیل $p = d/dt$ هستند. در بیشتر حالات، محاسبهٔ $p^n y(t)$ صلاح نیست، زیرا این کار مستلزم n بار مشتقگری از سیگنال خواهد بود. بنابراین مدل معادلهٔ (۲ ـ ۳۶) بدین شکل بازنویسی می‌شود:

$$A(p)y_f(t) = B(p)u_f(t) \qquad (۲ - ۳۷)$$

که:

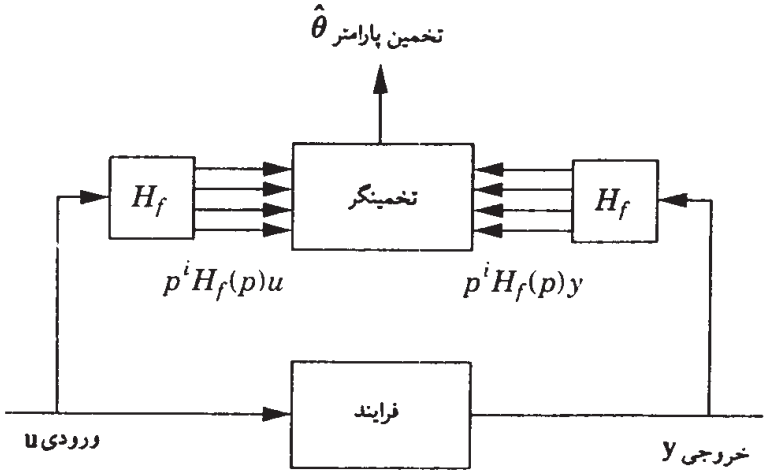
$$y_f(t) = H_f(p)y(t)$$
$$u_f(t) = H_f(p)u(t)$$

و $H_f(p)$ یک تابع انتقال پایدار با حداقل فزونی قطب[1] n است (شکل ۲ ـ ۵ را ببینید). اینک با معرفیِ:

$$\theta = [a_1 \dots a_n\ b_1 \dots b_m]^T$$

$$\varphi^T(t) = [-p^{n-1}y_f \dots -y_f \quad p^{m-1}u_f \dots u_f]$$

$$= [-p^{n-1}H_f(p)y \dots -H_f(p)y \quad p^{m-1}H_f(p)u \dots H_f(p)u]$$



شکل ۲ ـ ۵. نمودار بلوکی تخمینگر با فیلترهای H_f.

1. Pole Excess

www.powerjam.ir

می‌توان معادلهٔ مدل ۲ ـ ۳۷ را به صورت زیر نوشت:

$$p^n y_f(t) = p^n H_f(p) y(t) = \varphi^T(t)\theta$$

با تحقق مناسب فیلتر H_f می‌توان از یک فیلتر برای تولید همهٔ سیگنالهای $p^i H_f(p) y$, $i = ۰, \ldots, n$ و از فیلتر دیگری برای تولید، $p^i H_f(p) u$, $i = ۰, \ldots, m - ۱$ استفاده کرد. حال حداقل مربعات استاندارد قابل اعمال است، زیرا یک مدل رگرسیون به دست آمده است. تخمین بازگشتی در قضیهٔ ۲ ـ ۵ داده شده است. با مقیّد کردن H_f، هیچ مشتق خالصی از خروجی یا ورودی در سیستم نخواهد بود.

مدلهای غیرخطّی

می‌توان از روش حداقل مربعات برای برخی از مدلهای غیرخطّی نیز استفاده کرد. مسألهٔ اساسی، خطّی بودن این مدلها نسبت به پارامترهاست تا بتوان آن را به صورت مدل رگرسیون خطی نوشت. توجّه کنید که نیازی به خطی بودن رگرسورها در ورودیها و خروجیها نیست. یک مثال ساده، این موضوع را توضیح می‌دهد:

مثال ۲ ـ ۳ سیستم غیرخطّی

مدل زیر را درنظر بگیرید:

$$y(t) + ay(t - ۱) = b_۱ u(t - ۱) + b_۲ \sin(u(t - ۱))$$

با تعریف:

$$\theta = \begin{bmatrix} a & b_۱ & b_۲ \end{bmatrix}^T$$

و

$$\varphi^T(t) = \begin{bmatrix} -y(t) & u(t) & \sin u(t - ۱) \end{bmatrix}$$

مدل فوق به صورت زیر قابل بیان است.

$$y(t) = \varphi^T(t - ۱)\theta$$

بدین ترتیب مدل نسبت به پارامتر θ خطی است و روش حداقل مربعات برای تخمین θ قابل استفاده است.

www.powerjam.ir

مدلهای اتفاقی

اعمال روش تخمین حداقل مربعات بر داده‌های تولیدشده از معادلهٔ (۲ ـ ۱۲) در حالت همبسته بودن خطاهای e (i) باعث بایاس شدن تخمین می‌شود. دلیل این امر آن است که $E\varphi^T(i)e(i) \neq 0$ (با معادله (۲ ـ ۱۳) مقایسه کنید). روشی برای مقابله با این مشکل آن است که مدلی برای همبستگی اغتشاشها در نظر گرفته، پارامترهایی را که بیانگر همبستگی هستند، تخمین بزنیم. مدل زیر را درنظر بگیرید:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t) \qquad (۳۸ ـ ۲)$$

که A (q)، B (q) و C (q) چند جمله‌ایهایی برحسب عملگر انتقال پیشرو و {e (t)} نویز سفید است. پارامترهای چندجمله‌ای C بیانگر همبستگی اغتشاشهاست. از آنجا که متغیرهای {e (t)} مجهول هستند مدل معادلهٔ (۲ ـ ۳۸) به طور مستقیم قابل تبدیل به مدل رگرسیون نیست، امّا با به کار بردن یک سری تقریبهای مناسب می‌توان این کار را انجام داد. برای توضیح این مطلب فرض کنید:

که:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)$$

$$\theta = \left[a_1 \dots a_n\ b_1 \dots b_n\ c_1 \dots c_n\right]$$

$$\varphi^T(t-1) = \left[-y(t-1) \dots -y(t-n)\ \ u(t-1) \dots u(t-n)\ \ \varepsilon(t-1) \dots \varepsilon(t-n)\right]$$

بنابراین متغیرهای e (t) توسط خطاهای پیش‌بینی ε (t) تقریب زده می‌شوند. لذا مدل به دست آمده به صورت زیر، قابل تقریب است:

$$y(t) = \varphi^T(t-1)\theta + e(t)$$

و حال روش حداقل مربعات استاندارد به آن قابل اعمال است. روش به دست آمده، روش *حداقل مربعات تعمیم‌یافته*[1] (ELS) نامیده می‌شود. درنتیجه معادلهٔ بهنگام کردن تخمینها بدین شکل است:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t-1)\varepsilon(t) \qquad (۳۹ ـ ۲)$$
$$P^{-1}(t) = P^{-1}(t-1) + \varphi(t-1)\varphi^T(t-1)$$

1. Extended Least Squares

www.powerjam.ir

معادلات فوق را با قضیهٔ ۲ ـ ۳ مقایسه کنید. روش دیگر تخمینِ پارامترهای معادلهٔ (۲ ـ ۳۸)، استفاده از معادلات (۲ ـ ۳۹) با درنظر گرفتن مانده به صورت زیر است.

$$\hat{C}(q)\varepsilon(t) = \hat{A}(q)y(t) - \hat{B}(q)u(t) \qquad (۲ ـ ۴۰)$$

و بردار رگرسیون φ_f به جای φ جایگزین می‌شود، که:

$$\hat{C}(q)\varphi_f(t) = \varphi(t) \qquad (۲ ـ ۴۱)$$

نکتهٔ مهم اینکه باید از جدیدترین تخمینها در این بهنگام سازی استفاده کرد. از آنجا که در روش فوق، معادلات (۲ ـ ۴۱) و (۲ ـ ۴۰) باید از $t = ۱$ برای هر اندازه‌گیری حل شوند، این روش به معنای واقعی، یک روش بازگشتی نیست. در این مورد می‌توان از تقریبهای ذیل استفاده کرد:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi_f^T(t-۱)\hat{\theta}(t-۱)$$

الگوریتم حاصل، روش *حداکثر شانس بازگشتی*[1] (RML) نامیده می‌شود.

در اینجا سودمند است که در هر دو تخمین ELS و RML، به جای مانده در بردار رگرسیون، از ماندهٔ تأخری[2] استفاده کنیم. این مانده با رابطهٔ ذیل تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_p(t) = y(t) - \varphi^T(t-۱)\hat{\theta}(t)$$

که این آخرین مقدار $\hat{\theta}$ است که در محاسبه ε_p بکار می‌رود.

یک روش دیگر برای مدل کردن نویز همبسته استفاده از مدل زیر به جای معادله (۲ ـ ۳۸) است.

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)}u(t) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t)$$

تخمینهای پارامتر بازگشتی در این معادله، به همان روشی که در معادلهٔ (۲ ـ ۳۸) مطرح شد، به دست می‌آیند. جزئیات روش حداقل مربعات تعمیم یافته و روش حداکثر شانس بازگشتی در مراجع آخر فصل قابل دسترسی است.

اتحاد روشها

الگوریتمهای بازگشتی مختلفِ توضیح داده شده، همگی با یکدیگر مشابهند و می‌توان همهٔ

1. Recursive Maximum Likelihood
2. Posterier Residual

www.powerjam.ir

آنها را به کمک معادلات زیر بیان کرد:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t-1)\varepsilon(t)$$

$$P(t) = \frac{1}{\lambda}\left(P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t-1)\varphi^T(t-1)P(t-1)}{\lambda + \varphi^T(t-1)P(t-1)\varphi(t-1)}\right)$$

که θ و φ و ε در روشهای مختلف، متفاوت هستند.

۲ ـ ۴ شرایط آزمایشی

خواص داده‌های استفاده شده در تخمین پارامتر به طور قطع برای کیفیت تخمینها مهم است. برای مثال، واضح است که اگر همهٔ سیگنالها برابر صفر باشند هیچ تخمین مفیدی از پارامترها به دست نخواهد آمد. در این قسمت تأثیر شرایط آزمایش را بر کیفیت تخمینها توضیح خواهیم داد. در شناسایی سیستم به طور خودکار، مانند عملی که در یک سیستم تطبیقی انجام می‌شود، دانستن این شرایط و مکانیزمی که مزاحم شناسایی مناسب شود، ضروری است. ایدهٔ تحریک پایا (که روشی برای توصیف ورودیهای فرایند است) در این قسمت مطرح می‌گردد. در سیستمهای تطبیقی، ورودیِ سیستم، به وسیلهٔ پسخور تولید می‌شود از این‌رو مشکلات ناشی از این عمل را نیز بیان خواهیم کرد.

تحریک پایا

ابتدا تخمین پارامترهای یک مدل FIR حاصل از معادلهٔ (۲ ـ ۳۲) را درنظر می‌گیریم. در این حالت تا وقتی که سیگنال ورودی ویژگیهای خاصی را برآورده نکند پارامترهای مدل قابل تعیین نیستند. از شرط یکتاییِ تخمین حداقل مربعات ـ قضیهٔ (۲ ـ ۱) نتیجه می‌شود که اگر ماتریس ذیل دارای رتبه کامل باشد، آنگاه مینیمم، یکتا خواهد بود.

$$\Phi^T\Phi = \begin{bmatrix} \sum_{n+1}^{t} u^2(k-1) & \sum_{n+1}^{t} u(k-1)u(k-2) & \cdots & \sum_{n+1}^{t} u(k-1)u(k-n) \\ \sum_{n+1}^{t} u(k-1)u(k-2) & \sum_{n+1}^{t} u^2(k-2) & \cdots & \sum_{n+1}^{t} u(k-2)u(k-n) \\ \vdots & & & \\ \sum_{n+1}^{t} u(k-1)u(k-n) & & & \sum_{n+1}^{t} u^2(k-n) \end{bmatrix}$$

(۴۲ ـ ۲)

www.powerjam.ir

شرط فوق، شرط تحریک نامیده می‌شود. برای مجموعه‌های طولانیِ داده‌ها تمام مجموعه‌های معادلهٔ (۲ ـ ۴۲) را می‌توان از ۱ تا t محاسبه کرد؛ درنتیجه خواهیم داشت:

$$C_n = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \Phi^T \Phi = \begin{bmatrix} c(0) & c(1) & \cdots & c(n-1) \\ c(1) & c(0) & \cdots & c(n-2) \\ \vdots & & & \\ c(n-1) & c(n-2) & \cdots & c(0) \end{bmatrix} \quad (۴۳ ـ ۲)$$

که c (k) کواریانسهای تجربی[1] ورودی هستند. یعنی:

$$c(k) = \operatorname{Lim}_{t \to \infty} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} u(i)\, u(i-k) \quad (۴۴ ـ ۲)$$

برای مجموعه‌های طولانی داده‌ها، معینِ مثبت بودنِ ماتریس معادلهٔ (۲ ـ ۴۳) شرط یکتایی است. و این موضوع ما را به تعریف زیر رهنمون می‌کند:

تعریف ۲ ـ ۱ تحریک پایا

سیگنال u تحریک کنندهٔ پایا (PE) از مرتبهٔ n گفته می‌شود، اگر حدهای معادلهٔ (۲ ـ ۴۳) وجود داشته باشد و ماتریس C_n در معادلهٔ (۲ ـ ۴۳)، معیّن مثبت باشد.

نکته ۱: در منابع کنترل تطبیقی اغلب تعریف دیگری از PE نیز به کار می‌رود. سیگنال u تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ n گفته می‌شود اگر برای همهٔ مقادیر t یک مقدار صحیح m وجود داشته باشد به طوری که:

$$\rho_1 I > \sum_{k=t}^{t+m} \varphi(k) \varphi^T(k) > \rho_2 I$$

که در آن $\rho_1, \rho_2 > 0$ و بردار $\varphi(t)$ به صورت زیر است:

$$\varphi(t) = \left[u(t-1)\ u(t-2) \ldots u(t-n) \right]$$

1. Empirical Covariance

www.powerjam.ir

توجه کنید که ماتریس (۲ ـ ۴۳) بصورت زیر قابل بیان است:

$$C_n = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^{t} \varphi(k) \varphi^T(k)$$

نکته ۲: توجه کنید که هیچ مقدار میانگینی در تعریف کواریانس تجربی c (k) در معادلهٔ (۲ ـ ۴۴) وجود ندارد.

بر این اساس، نتایج زیر قابل دستیابی است:

قضیهٔ ۲ ـ ۶ سازگاری برای مدلهای FIR

تخمین حداقل مربعات مدلی با پاسخ ضربهٔ محدود را در نظر بگیرید که دارای n پارامتر است. اگر سیگنال ورودی تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ n باشد، این تخمین سازگار است و واریانس تخمینها به صورت $\frac{1}{t}$ به سمت صفر میل می‌کند.

برهان: اثبات این قضیه با استفاده از تعریف ۲ ـ ۱ و قضیهٔ ۲ ـ ۲ صورت می‌گیرد.

حال قضیهٔ زیر را مطرح می‌کنیم.

قضیهٔ ۲ ـ ۷ سیگنالهای تحریک‌کنندهٔ پایا

سیگنال u که در شرط (۲ ـ ۴۴) صدق می‌کند تحریک‌کنندهٔ پایا (PE) از مرتبهٔ n است اگر و فقط اگر برای تمام چند جمله‌ایهای غیر صفر A با درجهٔ (n − ۱) یا کمتر از آن داشته باشیم:

$$U = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^{t} \big(A(q)\, u(k)\big)^2 > 0 \qquad (۲ ـ ۴۵)$$

برهان: فرض کنید چندجمله‌ای A به صورت زیر باشد:

$$A(q) = a_0 q^{n-1} + a_1 q^{n-2} + \ldots + a_{n-1}$$

که محاسبهٔ مستقیم نتیجه زیر را سبب می‌شود:

$$U = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^{t} \big(a_0\, u(k+n-1) + \ldots + a_{n-1}\, u(k)\big)^2 = a^T C_n a$$

که C_n ماتریسی است که با معادلهٔ (۲ ـ ۴۳) مشخص می‌شود. اگر ماتریس C_n معین

www.powerjam.ir

مثبت باشد، سمت راست معادله برای تمام مقادیر a مثبت خواهد بود و درنتیجه سمت چپ معادله نیز مثبت است. از طرف دیگر، اگر سمت چپ معادله برای تمام مقادیر a مثبت باشد، سمت راست نیز مثبت خواهد بود.

نتیجهٔ فوق برای بررسی تحریک کنندگی پایای سیگنالهای خاصی مفید می‌باشد.

مثال ۲ ـ ۴ پالس

از معادلهٔ (۲ ـ ۴۵) نتیجه می‌گیریم که اگر u یک پالس باشد، برای تمام مقادیر n، مقدار C_n به سمت صفر میل خواهد کرد. بنابراین یک پالس، برای هیچ مقداری از n، PE نیست.

مثال ۲ ـ ۵ پله

فرض کنید برای تمام مقادیر $t > ۰$، $u(t) = ۱$ و در غیر این صورت $u(t) = ۰$ باشد. درنتیجه خواهیم داشت:

$$(q - ۱)\, u(t) = \begin{cases} ۱ & t = ۰ \\ ۰ & t \neq ۰ \end{cases}$$

بنابراین یک سیگنال پله حداکثر می‌تواند PE از مرتبهٔ یک باشد. از آنجا که:

$$C_۱ = \frac{۱}{t} \sum_{k=۱}^{t} u^۲(k) = ۱$$

نتیجه می‌شود که سیگنال پله PE از مرتبهٔ ۱ است.

مثال ۲ ـ ۶ سینوس

فرض کنید $u(t) = \sin \omega t$ باشد؛ درنتیجه خواهیم داشت:

$$(q^۲ - ۲ q \cos \omega + ۱)\, u(t) = ۰$$

لذا سینوس می‌تواند حداکثر PE از مرتبهٔ ۲ باشد و از آنجا که:

$$C_۲ = \frac{۱}{۲} \begin{bmatrix} ۱ & \cos \omega \\ \cos \omega & ۱ \end{bmatrix}$$

www.powerjam.ir

بنابراین یک سیگنال سینوسی دقیقاً PE از مرتبه ۲ است.

مثال ۲ ـ ۷ سیگنال متناوب

فرض کنید u (t) سیگنالی متناوب با دورهٔ تناوب n باشد؛ درنتیجه خواهیم داشت:

$$(q^n - ۱)\, u\,(t) = ۰$$

پس این سیگنال می‌تواند حداکثر PE از مرتبهٔ n باشد.

مثال ۲ ـ ۸ سیگنالهای اتفاقی

فرایند اتفاقی زیر را درنظر بگیرید:

$$u\,(t) = H\,(q)\, e\,(t)$$

که در آن e (t) نویز سفید و H (q) تابع انتقال پالس است. از تعریف نویز سفید نتیجه می‌شود که معادلهٔ (۲ ـ ۴۵) برای سیگنال e و برای هرچند جمله‌ایِ غیرصفرِ A (q) برقرار است. این خاصیت برای سیگنال u نیز صادق است. بنابراین سیگنال u نیز از همهٔ مرتبه‌هاست.

برای آنکه بتوانیم تعبیری فرکانسی از PE داشته باشیم قضیهٔ زیر را بدون اثبات بیان می‌کنیم:

قضیهٔ ۲ ـ ۸ قضیهٔ پارسوال[1]

فرض کنید داشته باشیم:

$$H\,(q^{-۱}) = \sum_{k=۰}^{\infty} h_k\, q^{-k}$$

$$G\,(q^{-۱}) = \sum_{k=۰}^{\infty} g_k\, q^{-k}$$

که دو تابع انتقال، پایدار و e (t) نویز سفید با میانگین صفر و کواریانس $\sigma^۲$ است. در این صورت داریم:

$$\sigma^۲ \sum_{k=۰}^{\infty} h_k\, g_k = \frac{\sigma^۲}{۲\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H\,(e^{i\omega})\, G\,(e^{i\omega})\, d\omega$$

1. Parseval's Theorem

www.powerjam.ir

نکته: سمت راست معادلهٔ فوق را می‌توان به شکل $E\,(H\,(q^{-1})\,e\,(t)\,.\,G\,(q^{-1})\,e\,(t))$ تعبیر کرد و درنتیجه می‌توان گفت که کواریانس دو سیگنال از اِعمال نویز سفید به توابع تبدیل $H\,(q^{-1})$ و $G\,(q^{-1})$ به دست می‌آید.

مثال ۲ ـ ۹ توصیف در حوزهٔ فرکانس

سیگنال شبه ایستانِ $u\,(t)$ را با طیف $\Phi_u\,(\omega)$ درنظر بگیرید. با استفاده از قضیهٔ پارسوال نتیجه می‌شود:

$$\lim_{t\to\infty}\ \frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\ \Big(A\,(q)\,u\,(k)\Big)^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\ |\ A\,(e^{i\omega})\ |^2\,\Phi_u\,(\omega)\,d\omega \qquad (۴۶-۲)$$

معادلهٔ فوق دید روشنی نسبت به مسألهٔ تحریک پایا به دست می‌دهد. یک چندجمله‌ای مرتبهٔ $(n-1)$ حداکثر می‌تواند در $(n-1)$ نقطه صفر شود. درنتیجه اگر $\Phi_u\,(\omega)$ حداقل برای n نقطه در محدودهٔ $-\pi \leqslant \omega \leqslant \pi$ مخالف صفر باشد سمت راست معادلهٔ (۲ ـ ۴۶) مثبت خواهد بود، درنتیجه سیگنالی که طیف آن در یک محدوده، مخالف صفر باشد، تحریک کنندهٔ پایا از همهٔ مرتبه‌هاست.

یک سیگنال سینوسی دارای طیفی نقطه‌ای است که در دو نقطه مخالف صفر است. بنابراین سیگنال سینوسی تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ ۲ است؛ علاوه بر این سیگنالی که مجموعی از k سیگنال سینوسی باشد، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ $2k$ خواهد بود. توصیف حوزهٔ فرکانس نتیجه زیر را نیز به دست می‌دهد:

قضیه ۲ ـ ۹ PE بودن سیگنالهای فیلتر شده

فرض کنید سیگنال u، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ n و $A\,(q)$ یک چندجمله‌ای از مرتبهٔ $m < n$ باشد، درنتیجه سیگنالی که به صورت $V(t) = A\,(q)\,u\,(t)$ تعریف می‌شود، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ ℓ، که $n - m \leqslant \ell \leqslant n$ است. همچنین اگر A پایدار باشد، سیگنالی که به صورت $w(t) = \frac{1}{A(q)}\,u(t)$ تعریف می‌شود، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ n خواهد بود.

مدلهای تابع انتقال

حال، خواصّ تخمینهای پارامترهای توابع تبدیل زمان ـ گسستهٔ را توضیح می‌دهیم. ابتدا مسألهٔ یکتایی تخمینها بررسی خواهد شد. برای این منظور فرض می‌شود که داده‌ها از معادلهٔ

www.powerjam.ir

زیر تولید شوند:

$$A^\circ(q)\,y(t) = B^\circ(q)\,u(t) + e(t+n) \qquad (۲-۴۷)$$

که A° و B° نسبت به یکدیگر اول هستند. فرض کنید A و B بهترتیب تخمینهای A° و B° باشند. اگر $e = 0$، «درجهٔ A° > درجهٔ A و درجهٔ B° > درجهٔ B» باشد، از قضیهٔ ۲ ـ ۱ نتیجه می‌گیریم که تخمین، یکتا نخواهد بود. زیرا ستونهای ماتریس Φ وابستهٔ خطی هستند، امّا نتیجهٔ زیر را خواهیم داشت:

قضیهٔ ۲ ـ ۱۰ تخمین تابع انتقال

داده‌های تولیدی از مدل معادلهٔ (۲ ـ ۴۷) را با A° پایدار و $e = 0$ درنظر گرفته، فرض کنید پارامترهای چندجمله‌ایهای A و B به کمک حداقل مربعات برازش شوند. فرض کنید ورودی u تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ «۱ + درجهٔ B + درجهٔ A» باشد، ضمناً اگر «درجهٔ A° = درجه A» و «درجه $B^\circ \geq$ درجهٔ B» باشد، آنگاه $\lim_{t\to\infty} \frac{\Phi^T\Phi}{t}$ معیّن مثبت خواهد بود.

برهان: فرض کنید:

$$V(\theta) = \theta^T \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t}\Phi^T\Phi\,\theta = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t} (\varphi^T(k)\,\theta)^2$$

حال با معرفی:

$$v(t) = \varphi^T(t+n-1)\,\theta = B(q)\,u(t) - (A(q) - q^n)\,y(t)$$

$$= B(q)\,u(t) - \frac{A(q) - q^n}{A^\circ(q)}\,B^\circ(q)\,u(t)$$

$$= \left\{A^\circ(q)\,B(q) - (A(q) - q^n)\,B^\circ(q)\right\}\frac{1}{A^\circ(q)}\,u(t)$$

از آنجا که A° پایدار است، از قضیه ۲ ـ ۹ نتیجه می‌گیریم که سیگنال $[A^\circ(q)^{-1}\,u(t)]^{-1}$ تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ «۱ + درجهٔ B + درجهٔ A» است. چون چندجمله‌ای داخل آکلاد دارای درجه‌ای کمتر یا مساوی «درجهٔ B + درجهٔ A» است مشاهده می‌کنیم که سیگنال v (t) به مفهوم مربع میانگین صفر نمی‌شود مگر اینکه چند جمله‌ای متحد با صفر باشد و این حالت زمانی اتّفاق می‌افتد که معادلهٔ زیر برقرار باشد:

$$\frac{B^\circ(q)}{A^\circ(q)} = \frac{B(q)}{A(q) - q^n}$$

www.powerjam.ir

چون «درجهٔ A° = درجهٔ A» است، لذا مخرج سمت راست معادلهٔ فوق دارای درجهٔ «۱ − درجهٔ A° = ۱ − درجهٔ A» خواهد بود؛ درنتیجه توابع گویا متحدّ نیستند و بنابراین قضیه ثابت می‌شود.

نکتهٔ ۱: توجه کنید که «۱ + درجهٔ B + درجهٔ A» برابر با تعداد پارامترهای مدل معادلهٔ (۲ ـ ۴۷) است. بنابراین مرتبهٔ PE بودنِ موردنیاز، برابر با تعداد پارامترهای تخمینی است.

نکتهٔ ۲: اگر داده‌ها از معادلهٔ (۲ ـ ۴۷) تولید شده، $\{e(t)\}$ نویز سفید باشد (یعنی دنباله‌ای از متغیرهای تصادفیِ ناهمبسته)، آنگاه ماتریس $\lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \Phi^T \Phi$ برای مدلهایی از همه مرتبه‌ها معین مثبت خواهد بود اگر ورودی تحریک کننده پایا از مرتبه «درجه B + ۱» باشد.

قضیهٔ ۲ ـ ۲ بخودی خود برای تخمین پارامترهای یک تابع انتقال بکار نمی‌رود، زیرا خروجی y در بردار رگرسور ظاهر می‌شود. یک پیامد این موضوع آن است که خواص نظری تخمینها تنها برای تعداد زیاد مشاهدات بطور مجانبی قابل برقراری است.

شناسایی در حلقه ـ بسته

در سیستمهای کنترل تطبیقی، عمل شناسایی، اغلب تحت شرایط حلقه ـ بسته صورت می‌گیرد، که ممکن است باعث ایجاد مشکلاتی شود. برای مثال، مسألهٔ تخمین ضرایب مدل تابع تبدیلِ معادلهٔ (۲ ـ ۳۴) را درنظر بگیرید. درنتیجه ماتریس Φ اینچنین خواهد بود:

$$\Phi = \begin{bmatrix} -y(n) \ldots\ldots -y(1) & u(n) \ldots\ldots u(1) \\ -y(n+1) \ldots\ldots -y(2) & u(n+1) \ldots\ldots u(2) \\ -y(t-1) \ldots\ldots -y(t-n) & u(t-1) \ldots\ldots u(t-n) \end{bmatrix} \quad (۴۸ ـ ۲)$$

استفاده از پسخوری خطی از مرتبهٔ به حد کافی پایین، باعث وابستگی خطی بین ستونهای ماتریس Φ می‌شود. این بدان معناست که پارامترها به طور یکتا قابل تعیین نیستند. مثال ساده ذیل نشان می‌دهد که چه اتفاقی خواهد افتاد:

مثال ۲ ـ ۱۰ از بین رفتن شناسایی‌پذیری براثر پسخور

سیستمی با معادلهٔ زیر توصیف می‌شود:

$$y(t+1) + ay(t) = bu(t) \quad (۴۹ ـ ۲)$$

www.powerjam.ir

فرض کنید پارامترهای a و b با وجود پسخور زیر تخمین زده شوند:

$$u(t) = -ky(t) \qquad (۲ - ۵۰)$$

از ضرب معادلهٔ (۲ ـ ۵۰) در α و جمع آن با معادلهٔ (۲ ـ ۴۹) این نتیجه به دست می‌آید:

$$y(t+۱) + (a + \alpha k)\, y(t) = (b - \alpha)\, u(t)$$

این نشان می‌دهد که هر پارامتری به صورت $\hat{b} = b - \alpha$ و $\hat{a} = a + \alpha k$ نیز همان رابطهٔ ورودی ـ خروجی را نتیجه می‌دهد. معادلهٔ فوق یک خط راست را بصورت زیر در فضای پارامتر مشخص می‌کند (شکل ۲ ـ ۶ را ببینید).

$$\hat{b} = b + \frac{۱}{k}(a - \hat{a}) \qquad (۲ - ۵۱)$$

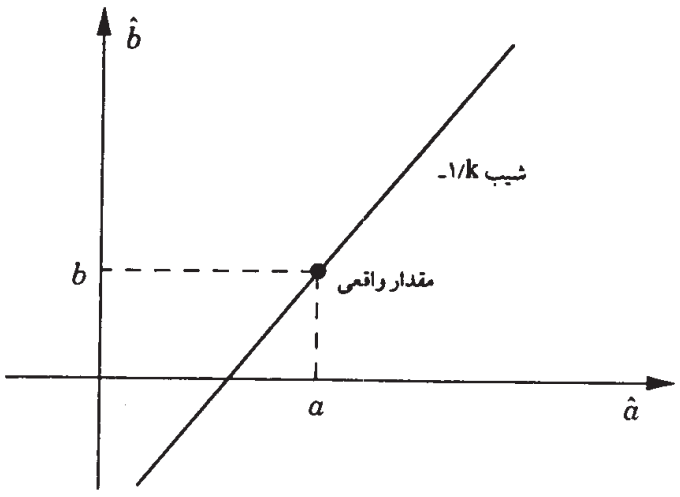
تابع معیار معادلهٔ (۲ ـ ۲) برای تمام پارامترهای روی این خط، یک مقدار را داراست.

اگر از پسخور خطی با درجهٔ به حد کافی زیاد استفاده شده، یا بهرهٔ پسخور متغیر با زمان باشد مسألهٔ از بین رفتن شناسایی‌پذیری بر اثر پسخور، از بین خواهد رفت. به عنوان نمونه در مثال ۲ ـ ۱۰ کافی است که پسخور به صورت زیر باشد:

$$u(t) = -k_۱ y(t) - k_۲ y(t-۱)$$

که $k_۲ \neq ۰$ است و حالت دیگر، استفاده از قانون پسخور بدین صورت است:

$$u(t) = -k(t)\, y(t)$$



شکل ۲ ـ ۶. یکتا نبودن پارامتر در شناسایی حلقه ـ بسته.

www.powerjam.ir

که k با زمان تغییر می‌کند. به عنوان نمونه در مثال ۲ ـ ۱۰ کافی است که از دو مقدار بهره، استفاده کنیم. هر مقدار بهره، نمایانگر یک خط راست با شیب $-\frac{۱}{k}$ در فضای پارامتر است. دو خط، دارای یک نقطهٔ تقاطع یکتا هستند.

در سیستمهای تطبیقی به دلیل اینکه بهره‌های پسخور به تخمینهای پارامتر وابسته‌اند، نوعی تغییر طبیعی زمانی در پسخور وجود دارد. در یک حالت نوعی، واریانس پارامترها به صورت $\frac{۱}{t}$ کاهش می‌یابد. امّا رفتارهای پیچیده‌تر نیز امکان دارد. مثال زیر نشان می‌دهد که چه اتّفاقی ممکن است بیفتد:

مثال ۲ ـ ۱۱ نرخ همگرایی

فرض کنید داده‌ها از معادلهٔ:

$$y(t) + ay(t-۱) = bu(t-۱) + e(t)$$

با پسخور به شکل زیر حاصل شود:

$$u(t) = -k\left(۱ + \frac{v(t)}{\sqrt{t}}\right) y(t) \qquad (۵۲ ـ ۲)$$

که $\{v(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل و همچنین مستقل از $\{e(t)\}$ است. با درنظر گرفتن قانون پسخور (۲ ـ ۵۲) سیستم حلقه ـ بسته به صورت زیر خواهد بود:

$$y(t+۱) = -\left(a + bk + \frac{bkv(t)}{\sqrt{t}}\right) y(t) + e(t+۱)$$

با داشتن مقادیر اندازه‌گیری شده تا زمان $t+۱$، ماتریس $\Phi^T\Phi$ مربوط به مسألهٔ تخمین بدین شکل است:

$$\Phi^T\Phi = \begin{bmatrix} \sum_{j=۱}^{t} y^۲(j) & \sum_{j=۱}^{t} y(j)u(j) \\ \sum_{j=۱}^{t} y(j)u(j) & \sum_{j=۱}^{t} u^۲(j) \end{bmatrix}$$

درنتیجه خواهیم داشت:

$$\sum_{j=۱}^{t} y(j)u(j) = -k\sum_{j=۱}^{t} y^۲(j) - k\sum_{j=۱}^{t} \frac{v(j)y^۲(j)}{\sqrt{j}} \approx -k\sum_{j=۱}^{t} y^۲(j) \approx -kt\,\sigma_y^۲$$

www.powerjam.ir

$$\sum_{j=1}^{t} u^2(j) = k^2 \left(\sum_{j=1}^{t} y^2(j) + 2 \sum_{j=1}^{t} \frac{v(j) y^2(j)}{\sqrt{j}} + \sum_{j=1}^{t} \frac{v^2(j) y^2(j)}{j} \right)$$

$$\approx k^2 \left(\sum_{j=1}^{t} y^2(j) + \sum_{j=1}^{t} \frac{v^2(j) y^2(j)}{j} \right) \approx k^2 \sigma_y^2 (t + \sigma_v^2 \operatorname{Log} t)$$

بنابراین برای مقادیر بزرگ t داریم:

$$\Phi^T \Phi \approx \sigma_y^2 \begin{pmatrix} t & -kt \\ -kt & k^2 (t + \sigma_v^2 \operatorname{Log} t) \end{pmatrix}$$

پس ماتریس کواریانس تخمین خواهد شد:

$$\sigma_e^2 (\Phi^T \Phi)^{-1} \approx \frac{\sigma_e^2}{\sigma_y^2 \sigma_v^2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\operatorname{Log} t} + \frac{\sigma_v^2}{t} & \frac{1}{k \operatorname{Log} t} \\ \frac{1}{k \operatorname{Log} t} & \frac{1}{k^2 \operatorname{Log} t} \end{pmatrix}$$

درنتیجه خواهیم داشت:

$$\operatorname{cov}(\hat{a} - k\hat{b}) = \sigma_e^2 [1 \; -k] (\Phi^T \Phi)^{-1} [1 \; -k]^T \approx \frac{\sigma_e^2}{t \sigma_y^2}$$

$$\operatorname{cov}(k\hat{a} + \hat{b}) = \sigma^2 [k \; 1] (\Phi^T \Phi)^{-1} [k \; 1]^T \approx \frac{\sigma_e^2}{\sigma_y^2 \sigma_v^2 \operatorname{Log} t}$$

بنابراین مقدار تخمین، با نرخ $\frac{1}{t}$ به خط (۲ ـ ۵۱) نزدیک و مقدار تخمین با شیب $\frac{1}{\operatorname{Log} t}$ به سمت مقادیر واقعی همگرا خواهد شد. همگرایی در طول خطّ (۲ ـ ۵۱) بسیار آهسته‌تر از همگرایی در عرض خط است.

۲ ـ ۵ شبیه‌سازی تخمین بازگشتی

در این قسمت خواص مختلف روش حداقل مربعات بازگشتی (RLS) را از طریق شبیه‌سازی توضیح می‌دهیم و فرض می‌شود که داده‌ها از معادلهٔ زیر حاصل شده است:

www.powerjam.ir

$$y(t) + ay(t-۱) = bu(t-۱) + e(t) + ce(t-۱) \qquad (۵۳-۲)$$

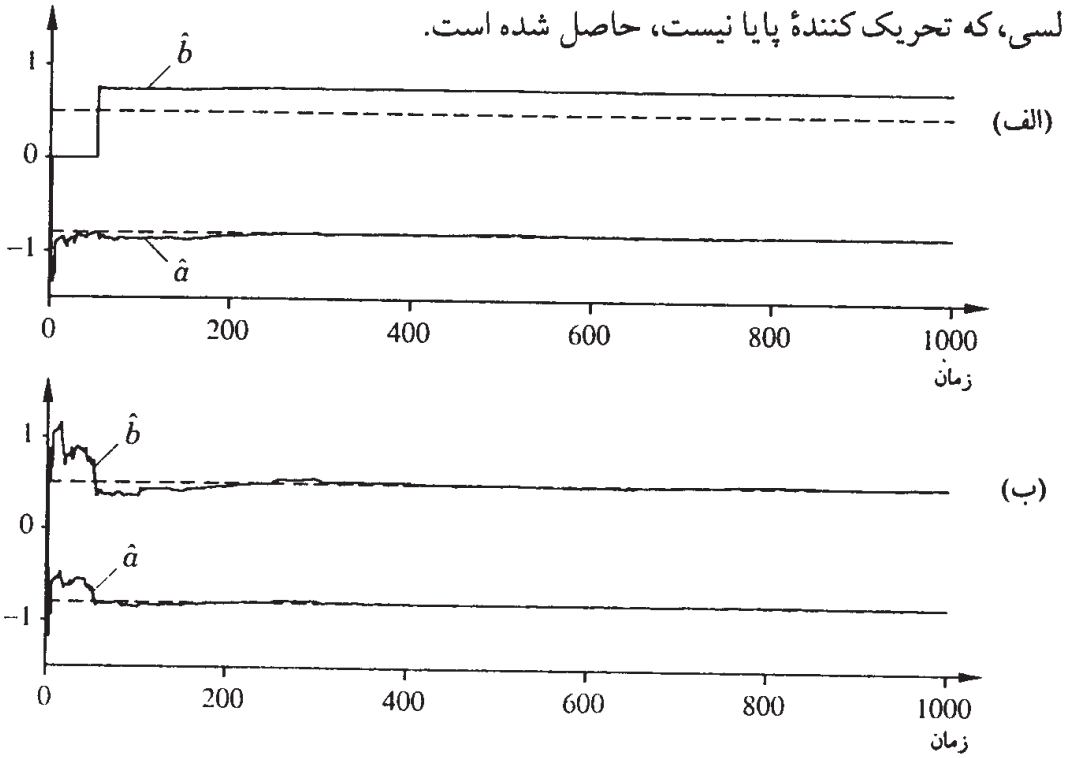
که در آن $a = -۰/۸$، $b = ۰/۵$ و $e(t)$ نویز سفید با میانگین صفر و انحراف معیار $\sigma = ۰/۵$ است. ضمناً بجز در مواقعی که ذکر می‌شود، $c = ۰$، $P(۰) = ۱۰۰ . I$ و $\hat{\theta}(۰) = ۰$ است. در اکثر حالات از:

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \\ \hat{b} \end{bmatrix} \qquad \varphi(t-۱) = [-y(t-۱) \quad u(t-۱)]$$

استفاده می‌شود. فقط در مثال ۲ ـ ۱۳ پارامتر c تخمین زده می‌شود.

مثال ۲ ـ ۱۲ تحریک

در این مثال نیاز به تحریک پایا، توضیح داده می‌شود. شکل ۲ ـ ۷ ـ الف شبیه‌سازی تخمینها را برای حالتی که ورودی، یک پالس واحد در $t = ۵۰$ است، نشان می‌دهد. تخمین $\hat{a}$ به سمت مقدار صحیح همگرا می‌شود، اما تخمین $\hat{b}$ چنین نیست. علت این امر آن است که اطلاعاتِ پارامتر a از طریق تحریک توسط نویز به دست آمده، حال آنکه اطلاعاتِ پارامتر b فقط از طریق پالسی، که تحریک کنندهٔ پایا نیست، حاصل شده است.



شکل ۲ ـ ۷. مقادیر تخمینی (خط پر) و صحیح (خط‌چین) پارامترها در تخمین پارامترهای مدل (۲ ـ ۵۳)؛ سیگنال ورودی $u(t)$ الف ـ یک پالس واحد در $t = ۵۰$ است، ب ـ یک موج مربعی واحد با دورهٔ تناوب ۱۰۰ است.

www.powerjam.ir

در شکل ۲ ـ ۷ ـ ب این آزمایش مجدداً تکرار شده، لیکن در این حالت، ورودی یک موج مربعی با دامنهٔ واحد و دورهٔ تناوب ۱۰۰ نمونه است. هر دو پارامتر $\hat{a}$ و $\hat{b}$ به مقادیر صحیح خود همگرا خواهند شد، زیرا ورودی، تحریک کنندهٔ پایاست. قدر مطلق عناصر P (t) با گذشت زمان کاهش می‌یابند.

برای شبیه‌سازی شکل ۲ ـ ۷ ـ ب داریم:

$$\begin{bmatrix} \hat{a}\,(۱۰۰۰) \\ \hat{b}\,(۱۰۰۰) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۰/۷۹۶ \\ ۰/۵۱۱ \end{bmatrix} \qquad P\,(۱۰۰۰) = \begin{bmatrix} ۰/۵۵۰ & ۱/۱۱۴ \\ ۱/۱۱۴ & ۳/۲۵۸ \end{bmatrix} . ۱۰^{-۳}$$

مطابق قضیهٔ ۲ ـ ۲ نتیجه می‌شود که انحراف معیار تخمینها به شکل ذیل است:

$$\sigma_{\hat{a}} = ۰/۵\sqrt{۵/۵۰} \,.\, ۱۰^{-۲} = ۰/۰۱۲$$

$$\sigma_{\hat{b}} = ۰/۵\sqrt{۳۲/۵۸} \,.\, ۱۰^{-۲} = ۰/۰۲۹$$

بنابراین تخمینها بخوبی در محدوده انحراف معیار از مقادیر صحیح خود هستند.

مثال ۲ ـ ۱۳ ساختار مدل

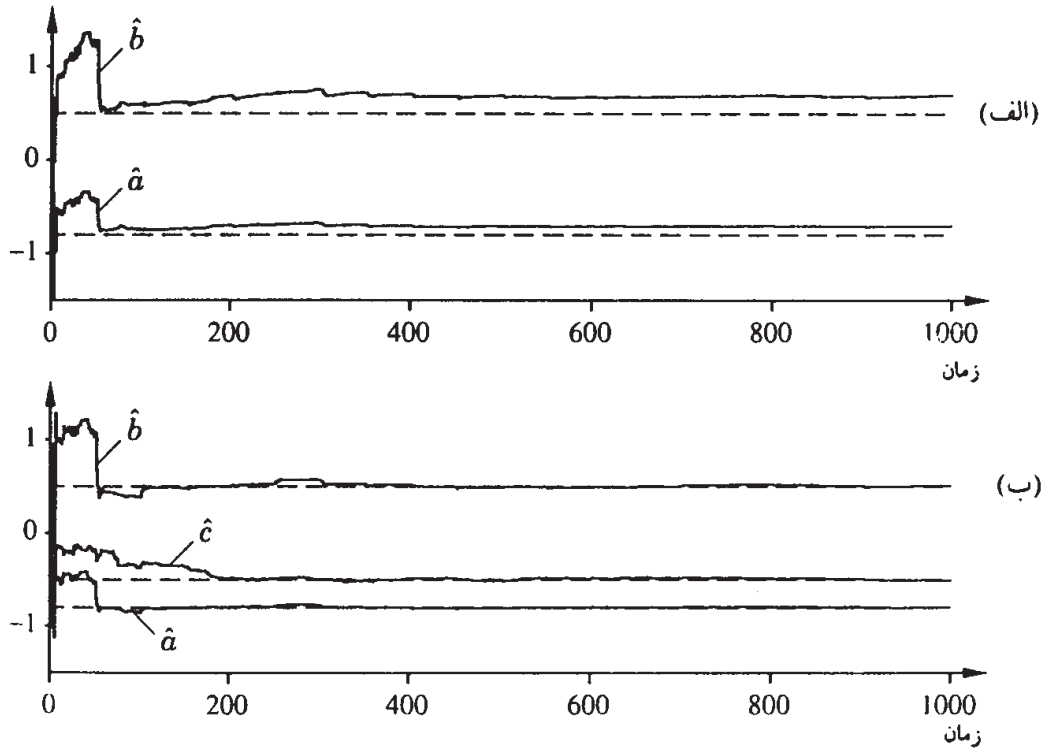
در این مثال، پارامتر c در معادلهٔ (۲ ـ ۵۳) دارای مقدار ۰/۵ − است. شکل ۲ ـ ۸ ـ الف تخمین پارامترهای a و b را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که تخمینها به مقادیر صحیحشان همگرا نمی‌شوند. این بدان علت است که معادلهٔ خطای e (t) + ce (t − ۱)، نویز سفید نیست. بنابراین مفروضات قضیهٔ ۲ ـ ۲ برآورده نمی‌شود. شکل ۲ ـ ۸ ـ ب مقادیر تخمینها را هنگام استفاده از روش حداقل مربعات تعمیم یافته (ELS) نشان می‌دهد. درنتیجه هر سه پارامتر a، b و c، تخمین زده شده، به مقدار صحیح خود همگرا می‌شوند.

هنگامی که فقط پارامترهای a و b با استفاده از روش حداقل مربعات تخمین‌زده شود، تخمینها و ماتریس P در زمان t = ۱۰۰۰ به صورت زیر هستند:

$$\begin{bmatrix} \hat{a}\,(۱۰۰۰) \\ \hat{b}\,(۱۰۰۰) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۰/۷۰۲ \\ ۰/۶۹۷ \end{bmatrix} \qquad P\,(۱۰۰۰) = \begin{bmatrix} ۰/۷۱۰ & ۱/۴۳۵ \\ ۱/۴۳۵ & ۳/۹۰۳ \end{bmatrix} . ۱۰^{-۳}$$

عناصر ماتریس P کوچک هستند. که اگر فرایند، مفروضات دربارهٔ ساختار نویز را برآورده کرده باشد، این موضوع بر دقت خوب دلالت می‌کند. قضیهٔ ۲ ـ ۲ تخمینهای زیر را از انحراف معیار $\hat{a}$

www.powerjam.ir



شکل ۲ ـ ۸. پارامترهای تخمینی وقتی که مدل (۲ ـ ۵۳) با درنظر گرفتن $c = -0/5$ به کمک (الف) LS و (ب) ELS تخمین زده شده است.

و $\hat{b}$ نتیجه می‌دهد:

$$\sigma_{\hat{a}} = 0/5\sqrt{7/10} \cdot 10^{-2} = 0/013$$
$$\sigma_{\hat{b}} = 0/5\sqrt{39/03} \cdot 10^{-2} = 0/031$$

بنابراین تنها درنظر گرفتن ماتریس P، قضاوت در مورد دقت تخمینها را دچار اشتباه خواهد کرد. برای استفاده از ماتریس P به منظور دقت تخمینها لازم است که داده‌ها از مدلی به شکل (۲ ـ ۱۲) تولید شده باشد.

اگر سفید نبودن خطای معادله را مشاهده نکردیم، ممکن است به شدت گمراه شویم. یکی از روشهای ممکن برای اجتناب از این اشتباه آن است که همبستگی خطای معادله را نیز محاسبه کنیم و بررسی کنیم که آیا نویز سفید است یا خیر.

مثال ۲ ـ ۱۴ تخمین حلقه ـ بسته

مثال ۲ ـ ۱۰ نشان داد که شناسایی‌پذیری به واسطه پسخور می‌تواند از بین برود. وقتی که ورودی از طریق پسخور زیر تولید شود، مقدار تخمینها مطابق شکل ۲ ـ ۹ (الف) است:

$$u(t) = -0/2\, y(t)$$

www.powerjam.ir

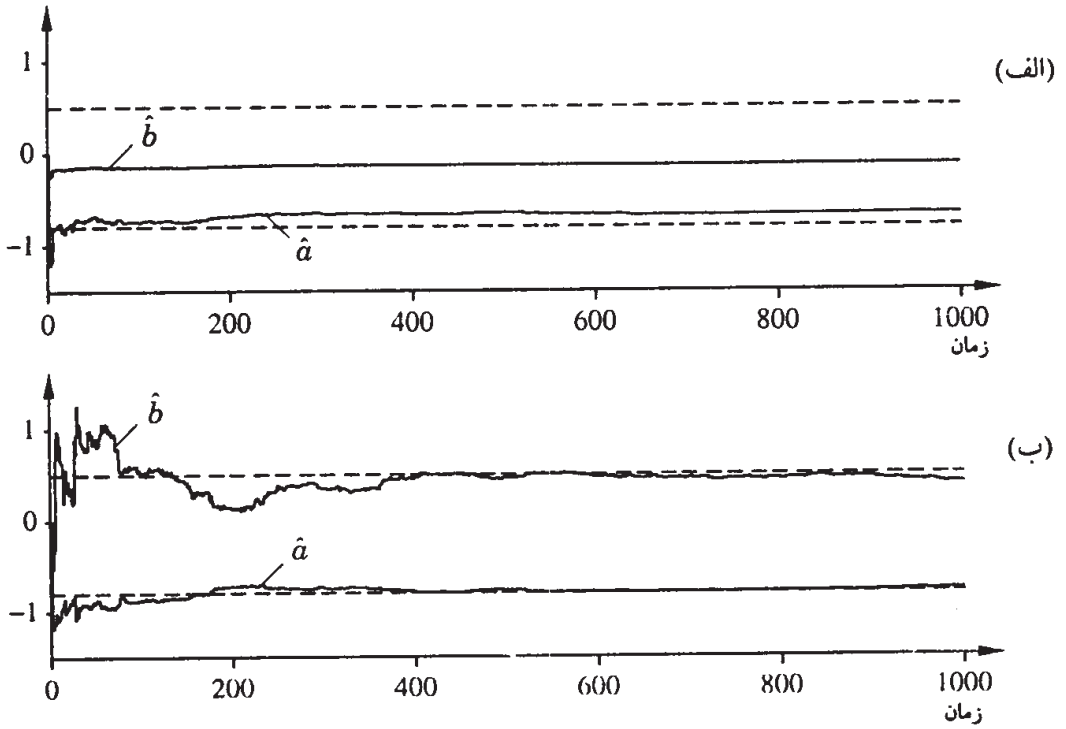
مشاهده می‌شود تخمینها به سمت مقادیر غلط همگرا شده‌اند. لیکن توجه داشته باشید که این تخمینها روی خط راست (۲ ـ ۵۱) هستند. در شکل ۲ ـ ۹ (ب) پسخور پیچیده‌تر است:

$$u(t) = -۰/۳۲\, y(t-۱)$$

با کاربرد این دو قانون کنترل، سرعت و واریانسِ خروجیِ سیستم حلقه ـ بسته تقریباً یکسان است. حال شناسایی پذیری دوباره به دست می‌آید و تخمینها به مقادیر صحیحشان همگرا می‌شوند. وقتی که $u(t) = -۰/۲\, y(t)$ است صفحهٔ فاز $\hat{b}$ برحسب $\hat{a}$ برای شرایط اولیه مختلف در شکل ۲ ـ ۱۰ نشان داده شده است. مقدار اولیهٔ ماتریس P برابر با $P(۰) = ۰/۰۱\, I$ است و برای هر شرط اولیه، ۲۰۰۰۰ گام شبیه‌سازی شده است. در این صورت تخمینها به زیرفضای شناسایی‌پذیرِ زیرهمگرا می‌شوند:

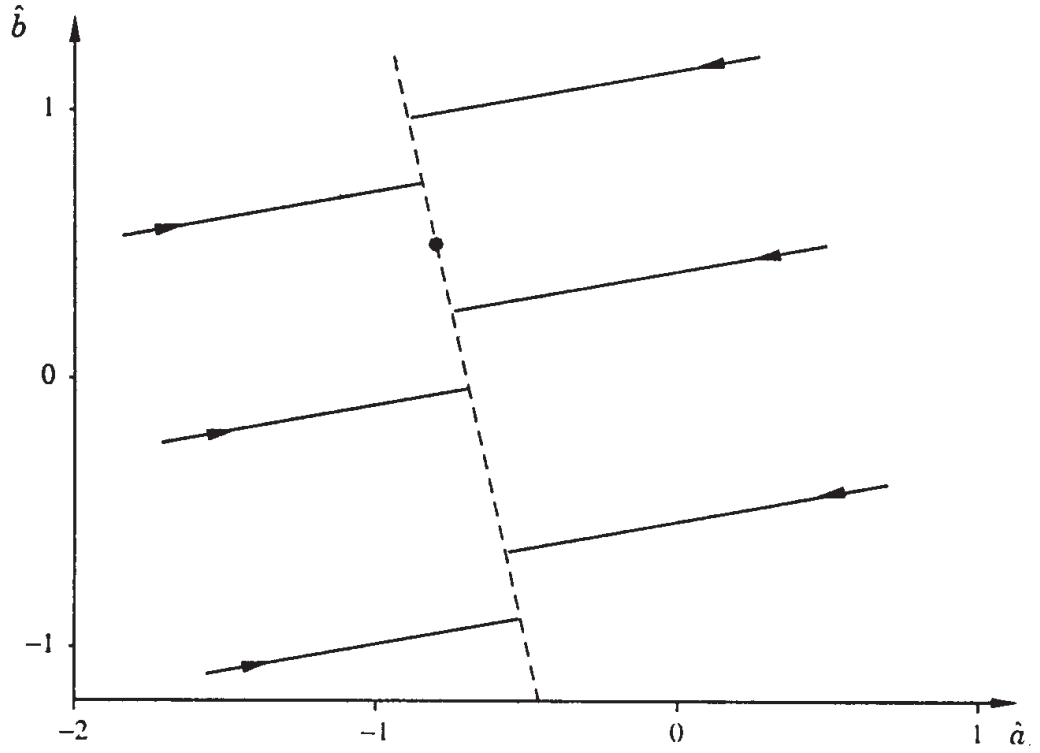
$$\hat{a} + ۰/۲\hat{b} + ۰/۷ = ۰$$

(با معادلهٔ (۲ ـ ۵۱) مقایسه کنید). این خط در صفحهٔ فاز به صورت خط‌چین نشان داده شده است. تخمینها در امتداد خطهای راست به زیر فضای شناسایی‌پذیر نزدیک می‌شوند. همین شرایط اولیه برای قانون کنترل $u(t) = -۰/۳۲\, y(t-۱)$ در شکل ۲ ـ ۱۱ شبیه‌سازی شده است و ملاحظه می‌شود تخمینها مستقل از مقادیر اولیه به مقدار صحیح $(۰/۵\ ,\ -۰/۸)$ همگرا می‌شوند.

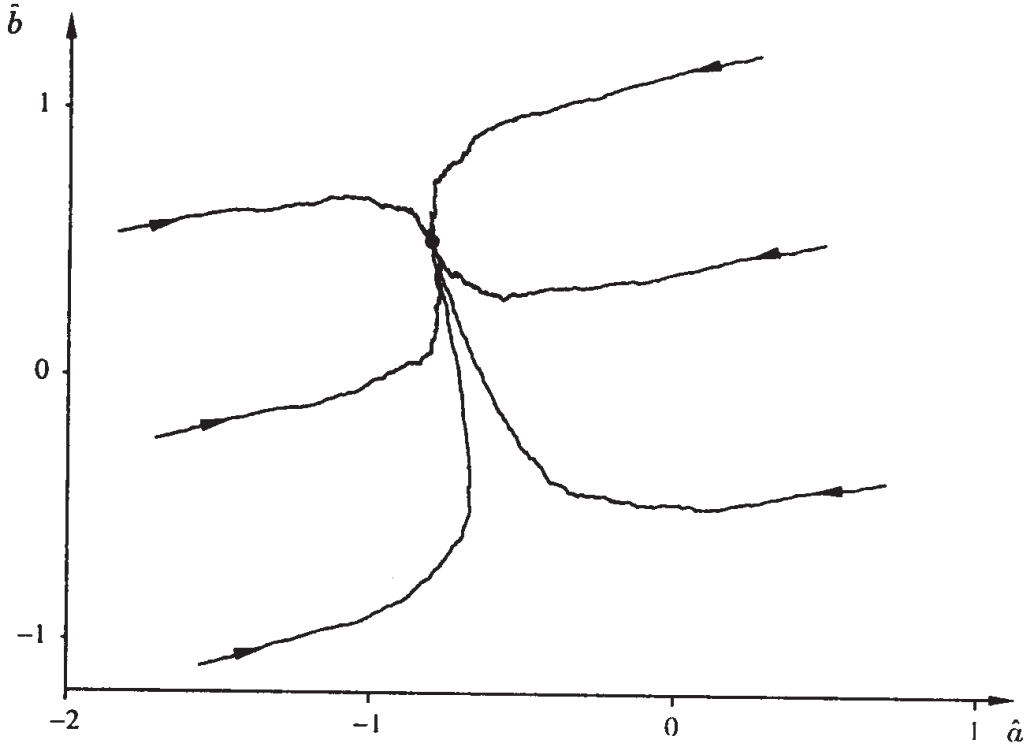


شکل ۲ ـ ۹. تخمینها وقتیکه سیگنال کنترل از طریق پسخور (الف) $u(t) = -۰/۲\, y(t)$ و (ب) $u(t) = -۰/۳۲\, y(t-۱)$ تولید شده باشد.

www.powerjam.ir



شکل ۲ ـ ۱۰. صفحهٔ فاز تخمینها وقتی که سیستم (۲ ـ ۵۳) با $u(t) = -0/2\,y(t)$ برای شرایط اولیهٔ مختلف شبیه‌سازی شده است. خط‌چین زیرفضای شناسایی‌پذیر را نشان می‌دهد. نقطهٔ پر مقادیر صحیح پارامتر را نشان می‌دهد.



شکل ۲ ـ ۱۱. صفحهٔ فاز تخمینها وقتی که سیستم (۲ ـ ۵۳) برای شرایط اولیهٔ مختلف همراه با $u(t) = -0/32\,y(t-1)$ شبیه‌سازی شده است. نقاط پرمقادیر پارامتر صحیح را نشان می‌دهد.

www.powerjam.ir

مثال ۲ ـ ۱۵ تأثیر ضریب فراموشی

الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی (۲ ـ ۲۱) دارای ضریب فراموشی λ است. تأثیر ضریب فراموشی در شکل ۲ ـ ۱۲ نشان داده شده است. وقتی که $\lambda = ۱$ است، چون بهرهٔ $K(t)$ به سمت صفر می‌رود تخمینها هموارتر و هموارتر می‌شوند امّا هنگامی که $\lambda < ۱$ است، بهرهٔ تخمینگر $K(t)$ به سمت صفر نمی‌رود و همواره تخمینها نوسان خواهند کرد. این نوسانها با کاهش λ افزایش می‌یابد. به عنوان یک قاعدهٔ سرانگشتی "حافظهٔ" تخمینگر به صورت زیر است:

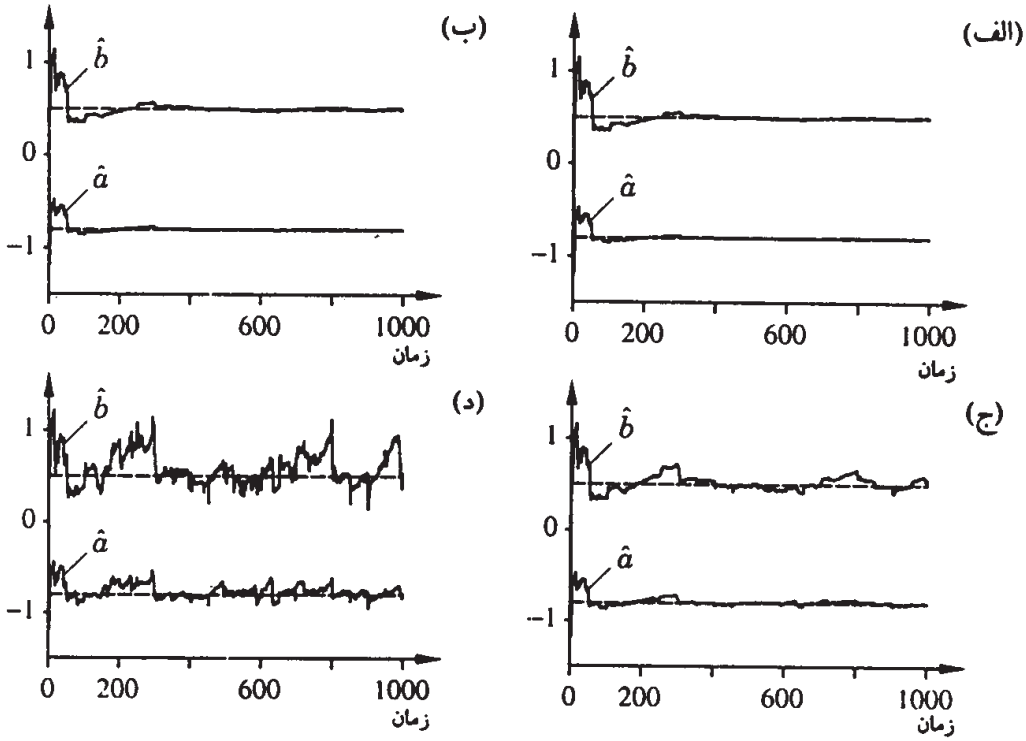
$$N = \frac{۲}{۱ - \lambda}$$

به ازای $\lambda = ۰/۹۹$، تخمینها تقریباً براساس ۲۰۰ گام آخر حاصل می‌شود.

مثال ۲ ـ ۱۶ روشهای مختلف تخمین

در مثالهای قبل از روشهای RLS و ELS استفاده شد. امّا روشهای تخمین ساده شده‌ای نیز براساس الگوریتم تصویرگر در قسمت ۲ ـ ۲ توضیح داده شد. در اینجا سه الگوریتم تصویرگر مختلف با روش RLS مقایسه خواهد شد. این سه الگوریتم را می‌توان به شکل زیر بازنوشت:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-۱) + P(t)\varphi(t)\left(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-۱)\right) \qquad (۲ ـ ۵۴)$$



شکل ۲ ـ ۱۲. تخمینهای پارامترهای فرایند (۲ ـ ۵۳) وقتی که از روش RLS استفاده شود و (الف) $\lambda = ۱$، (ب) $\lambda = ۰/۹۹۹$، (ج) $\lambda = ۰/۹۹$ و (د) $\lambda = ۰/۹۵$ باشد.

www.powerjam.ir

(با معادلهٔ (۲ ـ ۲۴) مقایسه کنید). بهرهٔ اسکالر P (t) توسط الگوریتم‌های زیر به دست می‌آید:

حداقل میانگین مربعات (LMS):

$$P(t) = \gamma$$

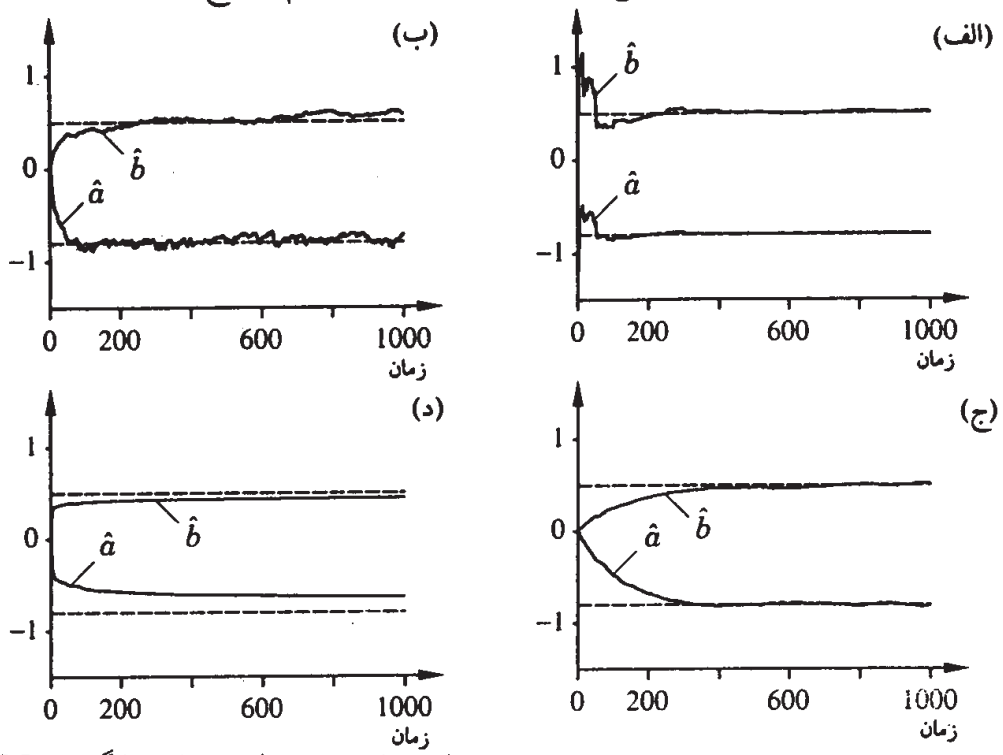
الگوریتم تصویرگر (PA):

$$P(t) = \frac{\gamma}{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)} \qquad \alpha \geq 0 \text{ و } 0 < \gamma < 2$$

تقریب اتفاقی (SA):

$$P(t) = \frac{\gamma}{\sum_{i=1}^{t} \varphi^T(i)\varphi(i)}$$

خواص همگرایی چهار الگوریتم RLS، LMS، PA و SA در شکل ۲ ـ ۱۳ مقایسه شده است. همهٔ الگوریتمها مقدار اولیهٔ $\theta(0) = 0$ را می‌گیرند. روش RLS در شکل ۲ ـ ۱۳ (الف) از $P(0) = 100\,I$ و $\lambda = 1$ استفاده می‌کند. توجه کنید که در هنگام شروع، تخمینها بسیار سریع



شکل ۲ ـ ۱۳. تخمین پارامترهای فرایند به روشهای مختلف: (الف) حداقل مربعات بازگشتی (RLS) با $P(0) = 100$ و $\lambda = 1$؛ (ب) حداقل میانگین مربعات (LMS) با $\gamma = 0/01$، (ج) الگوریتم تصویرگر (PA) با $\alpha = 0/1$ و $\gamma = 0/01$، (د) تقریب اتفاقی (SA) با $\gamma = 0/2$.

www.powerjam.ir

حرکت می‌کنند. روش LMS استفاده شده در شکل ۲ ـ ۱۳ (ب) دارای بهرهٔ ثابت $\gamma = ۰/۰۱$ است. این تخمینها با سرعت نسبتاً سریعی به مقادیری در همسایگی مقادیر واقعی نزدیک شده، اما همگرا نمی‌شوند زیرا بهره، کاهش نمی‌یابد. در روش PA مطابق شکل ۲ ـ ۱۳ (ج) بهره با $\varphi^T(t)\varphi(t)$ نرمالیزه می‌شود. ضمناً از $\alpha = ۰/۱$ و $\gamma = ۰/۰۱$ استفاده می‌شود.

نزدیک شدن به مقادیر صحیح در الگوریتم LMS کندتر است. لیکن روش PA نسبت به روش LMS نسبت به اندازهٔ سیگنالها حساسیت کمتری دارد. روش SA در شکل ۲ ـ ۱۳ با $\gamma = ۰/۲$ استفاده شده و ملاحظه می‌شود به مقادیر صحیح همگرا شده است ولو اینکه سرعت همگرایی بسیار کند باشد، به طوری که پیش از آنکه تخمینها به مقادیر صحیح همگرا شوند بین ۲۵۰۰۰ تا ۵۰۰۰۰ گام لازم است. از شبیه‌سازیها دیده می‌شود که روش حداقل مربعات بازگشتی از خواص همگرایی بهتری برخوردار است. البته بهای این امر افزایش محاسبات است.

این مثالها نشان می‌دهند که عوامل زیادی بر عملکرد تخمینگرها اثر می‌گذارد و مهم است که بخاطر داشته باشیم در کنترل تطبیقی تخمین در حلقه ـ بسته انجام می‌شود.

۲ ـ ۶ اطلاعات اولیه

استفاده از اطلاعات اولیهٔ موجود، مزایای چشمگیری دارد. این کار تعداد پارامترهایی را که باید تخمین زده شود کاهش می‌دهد، دقت تخمینها را اصلاح می‌کند و ملزومات تحریک را کاهش می‌دهد.

اطلاعات اولیه به طور نوعی به خواص مدل وابسته است. برای مثال ممکن است این اطلاعات، شامل دانسته‌هایی راجع به ثابتهای زمانی راه‌انداز باشد. استفاده از این نوع اطلاعات در الگوریتمهای تطبیقی غیرمستقیم ساده است. لیکن ممکن است استفاده از آنها در الگوریتم تطبیقی مستقیم مشکل باشد، زیرا پارامترهای فرایند به شکل پیچیده‌ای بر پارامترهای کنترلگر تأثیر می‌گذارد. از آنجاکه اطلاعات اولیه اغلب به مدلهای زمان ـ پیوسته مربوط هستند، استفاده از آنها برای خود تنظیم‌کننده‌های زمان ـ پیوسته ساده‌تر از حالت زمان ـ گسسته است. این خواص با تعدادی مثال روشنتر می‌شود.

مثال ۲ ـ ۱۷ اطلاعات اولیه در زمان ـ پیوسته

سیستم زمان ـ پیوسته با تابع انتقال ذیل را درنظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{\theta_۳}{(۱ + \theta_۱ s)(۱ + \theta_۲ s)}$$

www.powerjam.ir

پارامتر θ_1 معلوم و θ_2 و θ_3 نامعلوم فرض می‌شود. اگر سیگنال فیلتر شدهٔ $\bar{u}$ راکه به صورت ذیل تعریف شده درنظر بگیریم:

$$\bar{u} = \frac{1}{1 + \theta_1 p} u$$

رابطهٔ ورودی ـ خروجی به شکل زیر قابل بیان است:

$$y + \theta_2 \frac{dy}{dt} = \theta_3 \bar{u} \qquad (۲ ـ ۵۵)$$

بنابراین مسألهٔ تخمین به تخمین پارامترهای θ_2 و θ_3 مربوط به سیستم مرتبه اول معادلهٔ (۲ ـ ۵۵) کاهش می‌یابد. این مثال نشان می‌دهد که استفاده از اطلاعات اولیه در مدل زمان ـ پیوسته سرراست است. مثال بعدی برخی از پیچیدگیهایی را نشان می‌دهد که هنگام نمونه‌برداری از مدل به اتفاق می‌افتد.

مثال ۲ ـ ۱۸ اطلاعات اولیه در مدلهای نمونه‌برداری شده

سیستم مثال ۲ ـ ۱۷ را درنظر بگیرید. نمونه‌برداری از سیستم با دوره تناوب h، عملگر تبدیل پالسی زیر را نتیجه می‌دهد:

$$H(q) = \frac{b_1 q + b_2}{q^2 + a_1 q + a_2}$$

که در آن:

$$b_1 = \theta_3 \frac{\theta_1 (1 - e^{-h/\theta_1}) - \theta_2 (1 - e^{-h/\theta_2})}{\theta_1 - \theta_2}$$

$$b_2 = \theta_3 \frac{\theta_2 (1 - e^{-h/\theta_2}) e^{-h/\theta_1} - \theta_1 (1 - e^{-h/\theta_1}) e^{-h/\theta_2}}{\theta_1 - \theta_2}$$

$$a_1 = -(e^{-h/\theta_1} + e^{-h/\theta_2})$$

$$a_2 = e^{-(1/\theta_1 + 1/\theta_2)h}$$

ملاحظه می‌شود تابع انتقال پالس نسبت به θ_1، θ_2 و θ_3 غیرخطی است؛ به علاوه هر دو پارامتر در همهٔ ضرایب تابع انتقال پالس زمان ـ گسسته ظاهر می‌شوند. بنابراین هر تغییری در ثابت زمانیِ نامعلوم θ_2، در همهٔ ضرایب مدل با داده‌های نمونه‌برداری شده تأثیر خواهد گذاشت.

www.powerjam.ir

لیکن ساختار مشخصی در وابستگی پارامتر وجود دارد. چند جمله‌ای مخرج را می‌توان به صورت ذیل نوشت:

$$q^2 + a_1 q + a_2 = (q - e^{-h/\theta_1})(q - e^{-h/\theta_2})$$
$$= (q - \alpha_1)(q - \alpha_2)$$

وقتی که θ_1 معلوم باشد، یک ضریب A (q) نیز معلوم خواهد بود. اگر مدل با داده‌های نمونه‌برداری شده را دوباره پارامتریزه کنیم، می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$H(q) = \frac{b_1 q + b_2}{(q - \alpha_1)(q - \alpha_2)}$$

اطلاعات اولیه برای کاهش پارامترهای تخمینی از ۴ به ۳ قابل استفاده است. وقتی که فاصلهٔ نمونه‌برداری در مقایسه با θ_1 و θ_2 کوچک باشد، می‌توان مسأله را ساده‌تر کرد. تقریب سریِ b_1 و b_2 برحسب h به صورت ذیل است:

$$b_1 \approx \frac{\theta_3}{2\theta_1\theta_2} h^2 - \frac{\theta_3(\theta_1 + \theta_2)}{6\theta_1^2\theta_2^2} h^3$$

$$b_2 \approx \frac{\theta_3}{2\theta_1\theta_2} h^2 - \frac{\theta_3(\theta_1 + \theta_2)}{\theta_1^2\theta_2^2} h^3$$

در حالت کوچک بودن زمان نمونه‌برداری داریم:

$$b_1 \approx b_2 \approx \frac{\theta_3}{2\theta_1\theta_2} h^2$$

و درنتیجه مدل را می‌توان با معادلهٔ ذیل توصیف کرد:

$$H(q) = \frac{k(q + 1)}{(q - \alpha_1)(q - \alpha_2)}$$

که پارامتر α_1 معلوم و α_2 و $k = \theta_3 / (h^2\theta_1\theta_2)$ مجهول هستند.

مشاهده ساختار مدل نمونه‌برداری شده برای زمانهای نمونه‌برداری کوچک درواقع پیامدی از یک نتیجه عمومی درباره چگونگی جابجایی قطبها و صفرها در اثر نمونه‌برداری است. به طور کلی اگر α_i قطبی از سیستم زمان ـ پیوسته باشد، آنگاه سیستم نمونه‌برداری شده دارای

www.powerjam.ir

قطبی در $\exp(\alpha_i h)$ خواهد بود. فرمول سادهٔ دقیقی برای تبدیل صفرها وجود ندارد. لیکن اگر زمان نمونه‌برداری کوچک باشد، صفر در β_i تقریباً به $\exp(\beta_i h)$ تبدیل می‌شود. اگر d فزونی قطب سیستم زمان ـ پیوسته باشد، تعداد $d - 1$ صفر اضافی در سیستم نمونه‌برداری شده وجود خواهد داشت. حالات حدی این صفرها وقتی که زمان نمونه‌برداری به سمت صفر می‌رود در قضیهٔ ۶ ـ ۹ فصل ششم ارائه خواهد شد. در این رابطه استفاده از اطلاعات اولیه هم برحسب قطبها و هم صفرها برای خود تنظیم کننده‌های زمان ـ پیوسته و خود تنظیم‌کننده‌های زمان ـ گسسته با زمان نمونه‌برداریِ کوتاه ممکن است.

مثال ۲ ـ ۱۸ نشان می‌دهد که چگونگی پارامتریزه شدن مدل فرایند مهم است. پارامتریزه کردنهای مختلفی قابل بررسی است. این موضوع با یک مثال نشان داده می‌شود.

مثال ۲ ـ ۱۹ دوباره پارامتریزه کردن

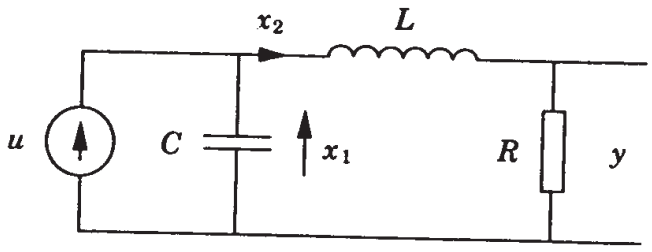
مدار شکل ۲ ـ ۱۴ را درنظر بگیرید. نمایش فضای حالت این مدار به صورت ذیل است:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -1/C \\ 1/L & -R/L \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1/C \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & R \end{bmatrix} x$$

و تابع انتقال آن به صورت زیر است:

$$G(s) = \frac{\frac{R}{Lc}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{Lc}}$$



شکل ۲ ـ ۱۴. مدار مثال ۲ ـ ۱۹.

www.powerjam.ir

فرض کنید $\theta_1 = R$، $\theta_2 = \frac{1}{L}$ و $\theta_3 = \frac{1}{C}$ باشد؛ در این صورت:

$$G(s) = \frac{\theta_1 \theta_2 \theta_3}{s^2 + \theta_1 \theta_2 s + \theta_2 \theta_3}$$

ضرایب (با وجود ساختار خاص) نسبت به پارامترهای فیزیکی R، $\frac{1}{L}$ و $\frac{1}{C}$ غیرخطی هستند. سیستم را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$G(s) = \frac{k_1}{s^2 + k_2 s + k_3} \qquad (۵۶ - ۲)$$

و با استفاده از معادلهٔ (۲ ـ ۵۶) می‌توان تخمینی از θ_1، θ_2 و θ_3 را به دست آورد. لیکن این تخمینها باید به گونه‌ای مقید شود که روابط:

$$k_1 = \theta_1 \theta_2 \theta_3$$
$$k_2 = \theta_1 \theta_2$$
$$k_3 = \theta_2 \theta_3$$

برقرار باشد.

برای رگولاتورهای خودتنظیم غیرمستقیم، تخمین پارامترهای فرایند زمان ـ پیوسته از اندازه‌گیریهای زمان ـ گسسته، ممکن است. درنتیجه می‌توان مدل را نمونه‌برداری و کنترلگر را برای فاصلهٔ نمونه‌برداری انتخاب شده طراحی کرد.

۲ ـ ۷ نتایج

در این فصل ما تخمین پارامتر بازگشتی را که عنصری کلیدی در کنترل تطبیقی است، مطرح کردیم. تمرکز ما بر روی روش حداقل مربعات بود که شیوه‌ای ساده اما مفید است. در فصل بعد چگونگی استفاده از این روش را در سیستمهای تطبیقی ارائه خواهیم کرد. شناسایی سیستم مسائل مهمی را در بر دارد که ما در مورد آنها توضیح نداده‌ایم. یکی از آنها معتبر بودن مدل و دیگری جنبه‌های محاسباتی است. این موارد در فصل یازدهم توضیح داده خواهد شد.

مسائل

۲ ـ ۱ تابع زیر را درنظر بگیرید:

$$V(x) = x^T A x + b^T x + c$$

www.powerjam.ir

که x و b بردارهای ستونی هستند، A ماتریس و c اسکالر است. نشان دهید گرادیان V نسبت به x از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{grad}_x V = (A + A^T)x + b$$

این رابطه برای پیداکردن مینیمم معادلهٔ (۲ ـ ۷) قابل استفاده است.

۲ ـ ۲ مدل FIR زیر را درنظر بگیرید:

$$y(t) = b_0 u(t) + b_1 u(t-1) + e(t) \qquad t = 1, 2, \ldots$$

که $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای اتفاقی ناهمبستهٔ نرمال به صورت $N(0, \sigma)$ است.
(الف) تخمین حداقل مربعات پارامترهای b_0 و b_1 را وقتی u، به شکل پله است تعیین کنید. کواریانس تخمین را وقتی تعداد مشاهدات به سمت بینهایت می‌رود، تحلیل کنید. نتایج را به مسألهٔ تحریک پایا ارتباط دهید.
(ب) موارد قسمت (الف) را وقتی سیگنال ورودی، نویز سفید با واریانس واحد است انجام دهید.

۲ ـ ۳ داده‌هایی را که از سیستم زمان ـ گسستهٔ زیر تولید می‌شود، درنظر بگیرید:

$$y(t) = b_0 u(t) + b_1 u(t-1) + e(t)$$

که در آن $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل به صورت $N(0, 1)$ است. فرض کنید پارامتر b در مدل $y(t) = bu(t)$ به روش تخمین حداقل مربعات مشخص می‌شود.
(الف) مقادیر تخمین را برای تعداد زیاد مشاهده‌ها وقتی ورودیِ u، به شکل پله است تعیین کنید. (این موضوع توضیحی ساده از مسألهٔ برازش یک مدل مرتبهٔ پایین به داده‌های تولید شده از یک مدل پیچیده است. نتایج حاصل، به میزان زیادی به مشخصات سیگنال ورودی وابسته است).
(ب) همان موارد قسمت (الف) را برای هنگامی که سیگنال ورودی، دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل به صورت $N(0, \sigma)$ است، انجام دهید.

۲ ـ ۴ تعیین کنید که کدامیک از سیگنالهای ورودی زیر، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ حداقل ۴ است.
(الف)

$$u(t) = a_0 + a_1 \sin \omega t \qquad a_i \neq 0, i = 0, 1$$

www.powerjam.ir

(ب)

$$u(t) = \frac{q - ۰/۵}{(q - ۰/۴)(q - ۰/۶)} v(t)$$

که $v(t)$، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ ۵ است.

(ج)

$$u(t) = \frac{q - ۰/۵}{(q - ۰/۴)(q - ۰/۶)} v(t)$$

که $v(t)$، دارای طیف $\Phi_v(\omega)$ است که در فاصلهٔ $۲ > \omega > ۱$ مخالف صفر است.

۲ ـ ۵ سیستم زمان ـ گسستهٔ زیر را درنظر بگیرید:

$$y(t+۱) + ay(t) = by(t) + e(t+۱)$$

که در آن سیگنال ورودیِ u و نویزِ e دنباله‌هایی از متغیرهای تصادفی با مقادیر میانگین صفر و انحراف معیارهای σ و ۱ است. کواریانس تخمینها را برای تعداد زیاد مشاهده‌ها تعیین کنید.

۲ ـ ۶ اطلاعات تولیدشده از مدل حداقل مربعات زیر را درنظر بگیرید:

$$y(t+۱) + ay(t) = bu(t) + e(t+۱) + ce(t) \qquad t = ۱, ۲, \ldots$$

که در آن $\{u(t)\}$ و $\{e(t)\}$ دنباله‌هایی از متغیرهای تصادفی مستقل با میانگین صفر و انحراف معیارهای ۱ و σ هستند. فرض کنید پارامترهای a و b در مدل:

$$y(t+۱) + ay(t) = bu(t)$$

با روش حداقل مربعات تخمین زده می‌شود. مقادیر مجانبی تخمینها را تعیین کنید.

۲ ـ ۷ تخمین حداقل مربعات پارامترهای $b_۱$ و $b_۲$ را در مدل زیر درنظر بگیرید:

$$y(t) = b_۱ u(t) + b_۲ u(t-۱)$$

فرض کنید اندازه‌گیریهای زیر بدست آمده است:

t	u	y
۱	۱۰۰۰	ـــ
۲	۱۰۰۱	۲۰۰۱
۳	۱۰۰۰	۲۰۰۱

نتایج عددی به دست آمده از حل معادلات نرمال را با حل مستقیم مسأله مقایسه کنید.

www.powerjam.ir

۲ ـ ۸ مدل زیر را درنظر بگیرید:

$$y(t) = a + b.t + e(t) \qquad t = ۱, ۲, ۳, \ldots$$

که در آن $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی ناهمبسته به صورت $N(۰, ۱)$ است. تخمین حداقل مربعات پارامترهای a و b را تعیین کرده، کواریانس تخمین را به دست آورید. رفتار کواریانس را با افزایش تعداد تخمینها بررسی کنید.

۲ ـ ۹ مدل مسألهٔ ۲ ـ ۸ را در حالت مشاهدهٔ زمان ـ پیوسته درنظر بگیرید که $e(t)$ نویز سفید است (یعنی $e(t)$ تابعی تصادفی با کواریانس $\delta(t)$ است). مقدار تخمین و کواریانس آن را مشخص کرده، چگونگی رفتار کواریانس را برای فواصل مشاهدهٔ بزرگ تحلیل کنید.

۲ ـ ۱۰ داده‌های حاصل از مدل زیر را درنظر بگیرید:

$$y(t) = b + e(t) \qquad t = ۱, ۲, \ldots, N$$

که در آن $\{e(t)\}$؛ $t = ۱, ۳, ۴, \ldots$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل است، بعلاوه فرض کنید در $t = ۲$ خطای بزرگی وجود دارد. یعنی:

$$e(۲) = a$$

که a عددی بزرگ است. فرض کنید پارامتر b در مدل:

$$y(t) = b$$

با استفاده از روش حداقل مربعات تخمین زده شود. تخمین به دست آمده را تعیین کرده، وابستگی آن را به a توضیح دهید. (این مثالی ساده است که نشان می‌دهد حساسیت روش حداقل مربعات نسبت به خطاهای بزرگ نادر چگونه است).

۲ ـ ۱۱ مثال ۲ ـ ۱۲ را در نظر بگیرید. خواص مجانبی ماتریس P را تحلیل کرده، شبیه‌سازی شکلهای ۲ ـ ۷ (الف) و ۲ ـ ۷ (ب) را شرح دهید.

۲ ـ ۱۲ نشان دهید که معادلهٔ (۲ ـ ۱۱)، تابع تلف حداقل مربعات وزندارِ (۲ ـ ۱۰) را کمینه می‌کند.

www.powerjam.ir

۲ ـ ۱۳ معادلات (۲ ـ ۲۱) را با شرط اولیهٔ $\hat{\theta}(0) = \theta_0$ و $P(0) = P_0$ در نظر بگیرید. نشان دهید که $\hat{\theta}(t)$ تابع معیار زیر را کمینه می‌کند:

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{t} \lambda^{t-i}(y(i) - \varphi^T(i)\theta)^2 + \frac{\lambda^t}{2}(\theta - \theta^*)^T P_0^{-1}(\theta - \theta^*)$$

با قضیهٔ ۲ ـ ۴ مقایسه کنید.

۲ ـ ۱۴ مدل پارامترهای متغیر با زمان را به شکل زیر درنظر بگیرید:

$$\theta(t) = \Phi_v \theta(t-1) + v(t)$$
$$y(t) = \varphi^T(t)\theta(t) + e(t)$$

که در آن $\{v(t), t = 1, 2, ...\}$ و $\{e(t), t = 1, 2, ...\}$ دنباله‌هایی مستقل از بردارهای تصادفی با توزیع یکسان، میانگین صفر و کواریانسهای به ترتیب R_1 و R_2 است. نشان دهید تخمین حداقل مربعات θ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)(y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1))$$
$$K(t) = \Phi_v P(t-1)\varphi(t-1)(R_2 + \varphi^T(t-1)P(t-1)\varphi(t-1))^{-1}$$
$$P(t) = \Phi_v P(t-1)\Phi_v^T + R_1 - \Phi_v P(t-1)\varphi(t)$$
$$(R_2 + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t))^{-1}\varphi^T(t)P(t-1)\Phi_v^T$$

۲ ـ ۱۵ نشان دهید که معادلهٔ (۲ ـ ۲۸) معادلهٔ (۲ ـ ۲۷) را کمینه می‌کند و از این موضوع برای اثبات قضیهٔ ۲ ـ ۵ استفاده کنید. (راهنمایی: از نکتهٔ ۱ قضیهٔ ۲ ـ ۵ و اینکه مشتق زمانی ماتریس واحد $I = PP^{-1}$ به صوررت ذیل است:

$$\frac{dP}{dt} = -P\frac{d(P^{-1})}{dt}P$$

استفاده کنید).

۲ ـ ۱۶ در یک کنترلگر تطبیقی، پارامترهای فرایند طبق مدل زیر تخمین زده می‌شود:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) = b_0 u(t-1) + b_1 u(t-2) + e(t)$$

www.powerjam.ir

کنترلگر دارای ساختاری به صورت زیر است:

$$u(t) + r_1 u(t-1) = -s_0 y(t) - s_1 y(t-1)$$

بنابراین مقدار مرجع صفر است. حالتی را که پارامترهای کنترلگر ثابت هستند درنظر بگیرید.

(الف) نشان دهید که پارامترهای a_1، a_2، b_0 و b_1 بصورت یکتا قابل تعیین نیستند.

(ب) ترکیبهایی از پارامترها را که قابل تعیین است، مشخص کنید.

(ج) نشان دهید که با کنترلگری با ساختار:

$$u(t) + r_1 u(t-1) + r_2 u(t-2) = -s_0 y(t) - s_1 y(t-1) - s_2 y(t-2)$$

همهٔ پارامترهای فرایند، به صورت یکتا تخمین زده می‌شود.

۲ ـ ۱۷ شکل ۲ ـ ۱۵ یک سیستم حلقه ـ بسته برای تخمین پارامتر مجهول b در تابع انتقال پالس $H(q) = b/(q+a)$ را نشان می‌دهد. ثابت a معلوم و $|a| > 1$ است. این بدان معناست که سیستم حلقه ـ باز، ناپایدار است و برای داشتن سیگنالهای کراندار برای تخمین، لازم است سیستم را با یک کنترلگر، پایدار کنیم. این کار با یک کنترلگر P با بهرهٔ k به طوری که $|a + kb| < 1$ باشد، انجام می‌شود. تخمینگر، از نوع حداقل مربعات (LS) است که براساس مدل رگرسیون زیر استوار است:

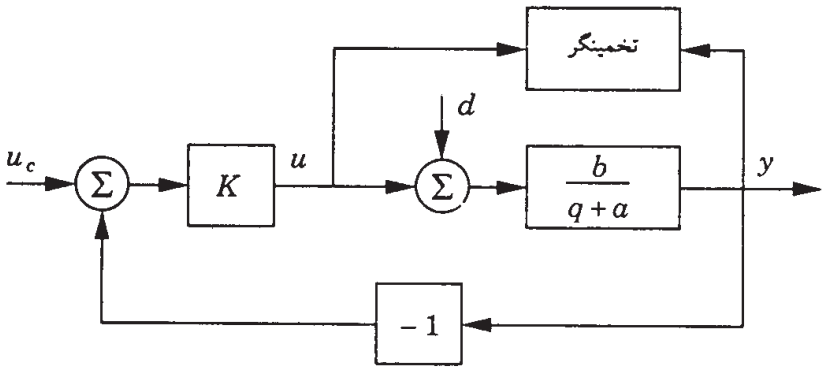
$$\bar{y}(t) = \varphi^T(t-1)\theta$$

که در آن:

$$\bar{y}(t) = y(t) + ay(t-1)$$

$$\varphi(t-1) = u(t-1)$$

$$\theta = b$$



شکل ۲ ـ ۱۵ روش تخمین حلقه ـ بسته برای مسألهٔ ۲ ـ ۱۷

www.powerjam.ir

(الف) تخمین LS مجانبی $\theta = b$ را تعیین کنید به شرطی که $d = 0$ و $\{u_c\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان با میانگین صفر و واریانس σ^2 باشد (یعنی u_c یک سیگنال نویز سفید است).

(ب) تخمین LS مجانبی b را وقتی $u_c = 0$ و ثابت $= d_0$ $d = d_0$ است، تعیین کنید.

(ج) حالتی از تخمین حداقل مربعات b را توضیح دهید که در آن u_c مانند قسمت (الف) و ثابت $= d_0$ $d = d_0$ است. برای اجتناب از تخمین بایاس شدهٔ b چه باید کرد؟

۲ ـ ۱۸ یک برنامهٔ کامپیوتری برای شبیه‌سازی مسألهٔ تخمین حداقل مربعات بازگشتی بنویسید، به گونه‌ای که برای سیگنالهای ورودی دلخواه قابل استفاده باشد. از این برنامه برای بررسی تأثیر مقادیر اولیه بر تخمین استفاده کنید.

۲ ـ ۱۹ از برنامهٔ مسألهٔ ۲ ـ ۱۸ برای تخمین پارامترهای a و b در مسألهٔ ۲ ـ ۶ استفاده کرده، بررسی کنید که وابستگی مقدار بایاس تخمین به c چگونه است.

۲ ـ ۲۰ موضوع تخمین مسألهٔ ۲ ـ ۶ را درنظر بگیرید. از برنامهٔ کامپیوتری نوشته شده در مسألهٔ ۲ ـ ۱۸ برای بررسی این موضوع استفاده کنید که وقتی سیگنال u به کمک پسخور $u(t) = -ky(t)$ تولید می‌شود چه اتفاقی می‌افتد. سعی کنید مشاهدات خود را با تحلیل، توجیه کنید.

۲ ـ ۲۱ سیستم حلقه ـ باز قسمت ۲ ـ ۵ را وقتی $c = 0$ است، درنظر بگیرید. فرض کنید سیگنال ورودی یک موج مربعی با دامنهٔ واحد و دورهٔ تناوب ۱۰۰ نمونه باشد. به کمک شبیه‌سازی، همگرایی و رفتار تخمینهای پارامتر را با تغییر پارامترهای ذیل بررسی کنید:

(الف) مقدار اولیهٔ $\hat{\theta}(0)$؛

(ب) مقدار اولیهٔ ماتریس کواریانس $P(0)$؛

(ج) ضریب فراموشی λ؛

(د) دورهٔ تناوب سیگنال ورودی.

www.powerjam.ir

مراجع

کتابهای زیر برای علاقه‌مندانِ یادگیری شناسایی سیستم، پیشنهاد می‌شود:

Ljung, L., 1987. System Identification - Theory for the User. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.

Söderström, T., and P. Stoica, 1988. System Identification. Hemel Hempstead, U.K.: Prentice - Hall International.

Norton, J.P., 1986. An Introduction to Identification. London: Academic Press.

Johansson, R. 1992. System Modeling and Identification. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.

مدل رگرسیون در بسیاری از شاخه‌های ریاضیات متداول است. برای مثال مرجع زیر را ببینید:

Draper, N.R., and H.Smith, 1981. Applied Regression Analysis, 2nd edition. New York: Jahn Wiley.

شناسایی بازگشتی به طور عمیق در مراجع زیر مطرح شده است:

Ljung, L., and T. Söderström, 1983. Theory and Practice of Recursive Identification. Cambridge, Mass.: MIT Press.

Goodwin, G.C., and K.S.Sin, 1984. Adaptive Filtering, Prediction and Control. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice - Hall.

ویژگیهای شناسایی در سیستمهای حلقه ـ بسته در مراجع زیر یافت می‌شود.

Wellstead, P.E., and J.M.Edmunds, 1975. "Least - squares identification of closed loop systems." Int. J. of Control 21: 689 - 699.

Gustafsson, I., L.Ljung, and T. Söderström, 1979. "Identification of processes in closed - loop - identification and accuracy aspects." Automotica 13: 59 - 75.

مجموعه مقالات کنفرانس IFAC در مورد شناسایی سیستم (که به طور مرتب از سال ۱۹۶۷ به بعد تشکیل شده) نیز، منابع خوبی است. روش حداقل مربعات ابتدا در مرجع زیر مطرح شد:

Gauss, K.F. 1809. Theoria motus Corposum Coelestium, (In Latin). English translation: Theory of the motion of the Heavenly Bodies. New York: Dover, 1963.

www.powerjam.ir

حل عددی مسائل حداقل مربعات در مرجع زیر آمده است:

Lawson, C.L., and R.J.Hanson, 1974. Solving Least Squares Problems. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice - Hall.

الگوریتمهای جذری بازگشتی در مرجع زیر مطرح شده است:

Bierman, G.J., 1977. Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation. New York: Academic Press.

وزندهی نماییِ داده‌ها در تخمین حداقل مربعات ابتدا در مرجع زیر مطرح شد:

Plackett, R.L., 1950. "Some theorems in least squares." Biometrika 37: 149 - 157

روشهای مختلفِ اصلاح تخمینگرهای بازگشتی برای تعقیب پارامترهای منغیر با زمان، در مراجع زیر پیشنهاد می‌شود:

Irving, E., 1980. "New develpments in improving power network stability with adaptive generator control." In Applications of Adaptive Control, eds. K.S. Narendra and R.V.Monopoli. New York: Academic Press.

Fortescue, T.R., L.S. Kershenbaum, and B.E.Ydstie, 1981. "Implementation of self - tuning regulators with variable forgetting factors." Automatica 17: 831 - 835.

Kulhavý, R., and M. Kárný, 1984. "Tracking of slowly varying parameters by directional forgetting." Paper 14.4 / E - 4, 9th IFAC World Congress. Budapest.

Hägglund, T., 1985. "Recursive estimation of slowly time - varying parameters." Preprints 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, pp. 1255 - 1260. York, U.K.

Kulhavý, R., 1987. "Restricted exponential forgetting in real - time identification." Automatica 23: 589 - 600.

الگوریتم کازمارز ابتدا در آلمان در سال ۱۹۳۷ چاپ شد:

Kaczmarz, S., 1937. "Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichunger." Bulletin International de l'Academie Polonaise des Sciences. Lett A: 355 - 357.

www.powerjam.ir

ترجمهٔ انگلیسی مقالهٔ اصلی در مرجع زیر یافت می‌شود:

Kaczmarz, S., 1993. "Approximate solution of systems of linear equations." Int. J. Control 57: 1269 - 1271.

تخمین مدلهای زمان ـ پیوسته به عنوان نمونه در مراجع زیر موجود است:

Young, P.C., 1981. "Parameter estimation for continuous - time models: A survey." Automatica 17: 23 - 29.

Unbehauen, H., and G.P.Rao, 1987. Identification of Contionuous - Time Systems. Amsterdam: North - Holland.

Sastry, S., and M. Bodson, 1989. Adaptive Control: Stability Convergence and Robustness. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice - Hall.

روش LMS در مراجع زیر به تفصیل آمده است:

Widrow, B., and S.D.Stearns, 1985. Adaptive Signal Processing. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice - Hall.

Haykins, S., 1991. Adaptive Filter Theory, 2nd edition. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice - Hall.

به عنوان مرجع درسی راجع به تعقیب در سیستمهای متغیر با زمان می‌توان از مأخذ ذیل استفاده کرد:

Ljung, L., and S. Gunnarsson, 1990. "Adaptation and tracking in system identification - A survey." Automatica 26: 7 - 21.

www.powerjam.ir

www.powerjam.ir

فصل سوم

رگولاتورهای خودتنظیم قطعی

۳ ـ ۱ مقدمه

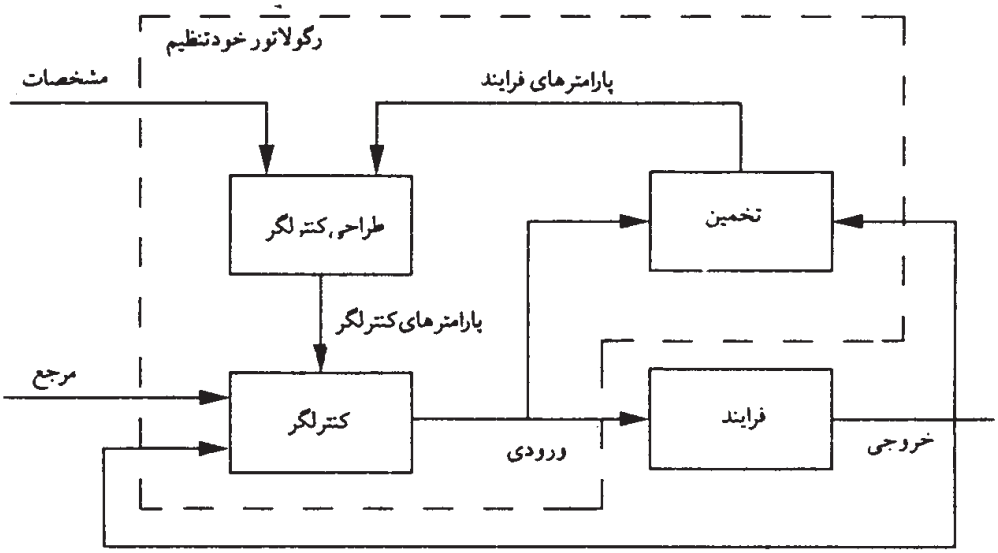
توسعهٔ سیستمهای کنترل، کارهای زیادی مانند مدلسازی، طراحی قانون کنترل، پیاده‌سازی و تعیین اعتبار را در بر دارد. رگولاتور خودتنظیم[1] (STR) سعی بر خودکار کردن تعدادی از این کارها دارد. این موضوع در شکل ۳ ـ ۱ توضیح داده شده است که نمودار بلوکی یک فرایند را همراه با یک رگولاتور خودتنظیم نشان می‌دهد. فرض می‌شود که ساختار مدل فرایند مشخص است. پارامترهای مدل به طور بیدرنگ تخمین زده می‌شود، و بلوکِ دارای برچسب «تخمین» در شکل ۳ ـ ۱ تخمینی از پارامترهای فرایند را به دست می‌دهد. این بلوک تخمینگری بازگشتی از نوعی است که در فصل دوم توضیح داده شده است. بلوکِ دارای برچسب "طراحی کنترلگر" شامل محاسباتی است که برای طراحی کنترلگر با روشی مشخص و تعدادی پارامترهای طراحی (که می‌تواند به طور برونی انتخاب شود) لازم است. مسألهٔ طراحی برای سیستمهای با پارامترهای معلوم، *مسألهٔ مستتر طراحی* نامیده می‌شود. بلوکِ دارای برچسب «کنترلگر» نوعی پیاده‌سازی از کنترلگری است که پارامترهای آن از طراحی کنترل حاصل شده است.

نام "رگولاتور خودتنظیم" از یکی از مقالات قدیمی گرفته شده است. دلیل اصلی استفاده از کنترلگر تطبیقی، تغییرات پیوستهٔ فرایند یا محیط اطراف آن است. تحلیل چنین سیستمهایی مشکل است. برای ساده کردن مسأله می‌توان فرض کرد که فرایند دارای پارامترهای ثابت امّا مجهول است. عنوان خود تنظیم بیان این ویژگی است که: پارامترهای کنترلگر به کنترلگری همگرا می‌شود که در حالت معلوم بودن فرایند طراحی شده باشد. نتیجه‌ای جالب این بود که

---

1. Self - Tuning Regulator

www.powerjam.ir



شکل ۳ ـ ۱. نمودار بلوکی یک رگولاتور خودتنظیم.

حتی اگر ساختار مدل صحیح نباشد، این حالت می‌توانست اتفاق بیافتد.

اعمال نشان داده شده در نمودار بلوکی می‌تواند به روشهای مختلفی انجام شود. ترکیبهای زیادی از مدل و ساختار کنترلگر وجود دارد. تخمین را می‌توان به طور پیوسته یا به صورت دسته‌ای انجام داد. در پیاده‌سازیهای دیجیتال، که استفاده از آن بسیار معمول است، می‌توان از نرخهای نمونه برداری مختلف برای کنترلگر و تخمینگر استفاده کرد. همچنین می‌توان از روشهای ترکیبی استفاده کرد که در آنها کنترل به صورت پیوسته امّا بهنگام کردن پارامترها به طور گسسته انجام می‌شود. تخمین پارامتر از روشهای متعددی، مانند روشهایی که در فصل دوم توضیح داده شد، قابل اجراست. همچنین روشهای بسیاری برای طراحی سیستم کنترل وجود دارد. می‌توان مدلها و روشهای طراحی غیرخطی را نیز درنظر گرفت. اگرچه روشهای تخمین بسیاری، برای تخمین عدم قطعیتهای پارامتر وجود دارد، لیکن اغلب از این روشها در طراحی کنترل استفاده نمی‌شود و با پارامترهای تخمینی در طراحی کنترلگر چنان برخورد می‌شود که گویی این پارامترها همان مقادیر صحیح هستند. این موضوع، *اصل هم‌ارزی قطعیت* نامیده می‌شود.

کنترلگر نشان داده شده در شکل ۳ ـ ۱ یک ساختار بسیار توانمند است. فقط امکانات محدودی بررسی شده است. انتخاب ساختار مدل و پارامتریزه کردن آن برای رگولاتورهای خودتنظیم، مسائل مهمی هستند. یک روش سرراست، تخمین پارامترهای تابع انتقال فرایند است. این کار یک *الگوریتم تطبیقی غیرمستقیم*[1] را سبب می‌شود که در آن پارامترهای کنترلگر

1. Indirect Adaptive Algorithm

www.powerjam.ir

مستقیماً بهنگام نشده، بلکه به طور غیرمستقیم و از طریق تخمین مدل فرایند بهنگام می‌شوند.

اغلب می‌توان مدل را به گونه‌ای دوباره پارامتریزه کرد که پارامترهای کنترلگر مستقیماً قابل تخمین باشند. بدین ترتیب یک *الگوریتم تطبیقی مستقیم*[1] حاصل می‌شود (با توضیحات MRAS مستقیم در قسمت ۱ ـ ۴ مقایسه کنید). در مراجع مختلف اسامی متعددی برای این روشها به کار رفته است. در مبحث خودتنظیم، غالباً روشهای غیرمستقیم، *کنترل خودتنظیم صریح*[2] خوانده می‌شود، زیرا پارامترهای فرایند تخمین زده می‌شود. بهنگام کردن مستقیم پارامترهای کنترلگر، *کنترل خودتنظیم ضمنی*[3] نامیده می‌شود. در مقالات قدیمیترِ کنترل تطبیقی، اغلب کنترلگر تطبیقی مستقیم، به عنوان کنترلگر تطبیقی بدون شناسائی معرفی شده است. تقسیم این الگوریتمها به دو دستهٔ مستقیم و غیرمستقیم مناسب است، ولی نباید بر تفاوتهای آنها تأکید زیادی شود. ایدهٔ اصلی در هر دو نوع الگوریتم، شناسایی تعدادی پارامتر وابسته به فرایند و (یا) مشخصات سیستم حلقه ـ بسته است.

هدف این فصل ارائهٔ ایده‌های اصلی و توضیح برخی از خواص رگولاتورهای خودتنظیم است. فرض می‌شود که مدل فرایند و کنترلگر، سیستمهای خطی هستند. همچنین توضیحات این فصل به سیستمهای تک ورودی ـ تک خروجی (SISO) محدود خواهد شد. در بیشتر حالتها فرض خواهیم کرد که کنترلگر، نمونه‌برداری شده است و تخمین و کنترل نیز با همان نرخ، نمونه‌برداری می‌شوند. برای تخمین پارامتر از روش حداقل مربعات بازگشتی استفاده خواهد شد و روش طراحی، روش جایابی قطبِ قطعی می‌باشد. دلایل این انتخابها غالباً آموزنده است؛ ما می‌خواهیم روشهای ساده‌ای را ارائه کنیم که در عمل قابل استفاده باشد. تخمین حداقل مربعات در فصل دوم توضیح داده شد. در قسمت ۳ ـ ۲ یک روش طراحی را با ساختاری ساده معرفی خواهیم کرد. ترکیب مستقیمی از تخمین حداقل مربعات و طراحی جایابی قطب، یک رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم را نتیجه می‌دهد. حالت نمونه‌برداری شده این موضوع در قسمت ۳ ـ ۳ و حالت زمان ـ پیوستهٔ آن در قسمت ۳ ـ ۴ توضیح داده می‌شود. در قسمت ۳ ـ ۵ نشان می‌دهیم که چگونه یک رگولاتور خودتنظیم مستقیم به دست می‌آید. در این قسمت الگوریتم آمیخته[4]، که ترکیبی از الگوریتمهای مستقیم و غیرمستقیم است، مطرح خواهد شد. در قسمت ۳ ـ ۶ چگونگی اصلاح کنترلگرهای تطبیقی به منظور برخورد با اغتشاش را مطرح می‌کنیم.

---

1. Direct Adaptive Algorithm
2. Explicit Self - Tuning Control
3. Implicit Self - Tuning Control
4. hybrid Algorithm

www.powerjam.ir

۳ـ۲ طراحی جایابی قطب

در این قسمت روشی ساده برای طراحی کنترل را ارائه خواهیم کرد. ایدهٔ این روش تعیین کنترلگری است که قطبهای حلقه ـ بستهٔ مطلوب را نتیجه دهد. بعلاوه لازم است که سیستم، سیگنالهای فرمان را به طریق مشخصی تعقیب کند. این موضوع روش ساده‌ای است که اگر بدرستی پیاده شود، کنترلگرهای عملی مفید و همچنین درک خوبی از کنترل تطبیقی به دست می‌دهد. ضمناً این موضوع، کلید فهم تشابه بین رگولاتور خودتنظیم و کنترلگر تطبیقی مدل ـ مرجع است.

مدل فرایند

فرض می‌شود که فرایند با مدل تک ورودی ـ تک خروجی (SISO) زیر قابل توصیف باشد:

$$A(q)y(t) = B(q)(u(t) + v(t))$$

که در آن y خروجی، u ورودی فرایند و v اغتشاش است. اغتشاش را می‌توان به روشهای مختلفی وارد سیستم نمود. در اینجا فرض می‌شود که اغتشاشها در ورودیِ فرایند، وارد می‌شود. برای سیستمهای خطی، که اصل جمع آثار در آنها صدق می‌کند، همواره یک اغتشاش ورودیِ معادل می‌توان یافت؛ بعلاوه A و B چند جمله‌ایهایی برحسب عملگر انتقال پیشرو q هستند. درجهٔ این چند جمله‌ایها بصورت «$n =$ درجهٔ A» و «$d_0 =$ درجهٔ A − درجهٔ B» است. پارامتر d_0 که *فزونی قطب* نامیده می‌شود قسمت صحیح نسبت تأخیر زمانی به زمان نمونه‌برداری را نشان می‌دهد.

گاهی مناسب است که مدل فرایند را برحسب عملگر تأخیر q^{-1} بنویسیم. این کار را می‌توان با استفاده از چند *جمله‌ای معکوس*[1] به صورت زیر انجام داد:

$$A^*(q^{-1}) = q^{-n}A(q)$$

که در آن «$n =$ درجه A» است. می‌توان این مدل را به صورت زیر باز نوشت:

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})(u(t-d_0) + v(t-d_0))$$

که در آن:

1. Reciprocal Polynomial

www.powerjam.ir

$$A^*(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \ldots + a_n q^{-n}$$
$$B^*(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \ldots + b_m q^{-m}$$

که $m = n - d_0$ است. توجه کنید که چون n به عنوان درجهٔ سیستم تعریف شده، داریم: $n \geq m + d_0$ و بنابراین ممکن است ضرایب جملات A^* صفر باشد.

اغلب با سیستمهای زمان ـ گسسته سر و کار خواهیم داشت. از آنجا که روش طراحی، کاملاً جبری است، می‌توان سیستمهای زمان ـ پیوسته را با نوشتن مدل زیر در بر گرفت:

$$A\,y(t) = B\,(u(t) + v(t)) \qquad (۱ ـ ۳)$$

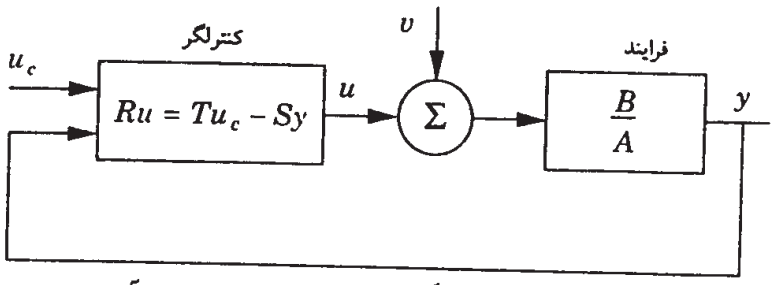
که در آن A و B چند جمله‌ایهایی برحسب عملگر دیفرانسیل $p = \frac{d}{dt}$ یا عملگر انتقال پیشرو q است. فرض می‌شود که A و B نسبت به هم *اول*[1] هستند که این بدان معناست که نمی‌توانند عامل مشترک داشته باشند. بعلاوه فرض می‌کنیم که A تکین[2] است، یعنی ضریب بزرگترین توان A برابر واحد است.

شکل عمومی کنترلگرهای خطی به صورت زیر است:

$$R\,u(t) = T u_c(t) - S y(t) \qquad (۲ ـ ۳)$$

که در آن R، S و T چندجمله‌ای هستند. این قانون کنترل، بیانگر پسخوری منفی با عملگر تبدیل S/R ـ و پیشخوری با عملگر تبدیل T/R است. بنابراین دارای دو درجه آزادی است. نمودار بلوکی سیستم حلقه ـ بسته در شکل ۳ ـ ۲ نشان داده شده است. با حذف u بین معادلات (۳ ـ ۱) و (۳ ـ ۲)، معادلات ذیل برای سیستم حلقه ـ بسته بدست می‌آید:

$$y(t) = \frac{BT}{AR + BS} u_c(t) + \frac{BR}{AR + BS} v(t)$$
$$u(t) = \frac{AT}{AR + BS} u_c(t) - \frac{BS}{AR + BS} v(t) \qquad (۳ ـ ۳)$$



شکل ۳ ـ ۲. یک کنترلگر خطی عمومی با دو درجه آزادی.

1. Relatively Prime 2. Monic

www.powerjam.ir

بنابراین چندجمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بسته به صورت زیر است:

$$AR + BS = A_c \qquad (۴ - ۳)$$

ایدهٔ کلیدی روش طراحی، مشخص کردن چندجمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بستهٔ مطلوب A_c است. آنگاه چندجمله‌ایهای R و S را می‌توان از معادلهٔ (۳ ـ ۴) حل کرد. توجه کنید که در مرحلهٔ طراحی، چندجمله‌ای A_c را یک پارامتر طراحی درنظر می‌گیریم که برای رسیدن به ویژگیهای مطلوب در سیستم حلقه ـ بسته، انتخاب می‌شود. معادلهٔ (۳ ـ ۴) که نقش اساسی در جبر بازی می‌کند، *معادلهٔ دیوفانتین*[1] نامیده می‌شود. این معادله، *اتحاد بزو*[2] یا *معادلهٔ آریاهاتا*[3] نیز خوانده می‌شود. که اگر چندجمله‌ایهای A و B عامل مشترک نداشته باشند این معادله همواره دارای جواب است. اگر این چندجمله‌ایها دارای عوامل نزدیک به هم باشد شرط جواب تضعیف می‌شود. جواب معادله با درنظرگرفتن چندجمله‌ایهای با ضرایب مجهول و حل معادلات خطیِ حاصل، قابل دستیابی می‌باشد. حل این معادله به طور مفصل در فصل یازدهم توضیح داده خواهد شد.

تعقیب ـ مُدل[4]

معادله دیوفانتین (۳ ـ ۴) تنها چند جمله‌ایهای R و S را تعیین می‌کند. برای اینکه چند جمله‌ای T در کنترلگر (۳ ـ ۲) نیز تعیین شود باید شرایط دیگری معرفی گردند. برای اینکار لازم است که پاسخ سیگنال نرمال u_c به خروجی توسط معادلات دینامیکی زیر توصیف شود:

$$A_m y_m(t) = B_m u_c(t) \qquad (۵ - ۳)$$

بنابراین از معادلات (۳ ـ ۳) نتیجه می‌شود که شرط زیر باید برقرار باشد:

$$\frac{BT}{AR + BS} = \frac{BT}{A_c} = \frac{B_m}{A_m} \qquad (۶ - ۳)$$

شرط تعقیب مدل فوق بیان این مطلب است که پاسخ سیستم حلقه ـ بسته به سیگنالهای فرمان به شکل مدل (۳ ـ ۵) مشخص می‌شود. قابل دستیابی بودن تعقیب ـ مدل به مدل، سیستم و به سیگنال فرمان بستگی دارد. درصورتیکه بتوان خطا را برای همه سیگنالهای فرمان صفر کرد، آنگاه تعقیب ـ *مدل کاملی* به دست می‌آید.

1. Diophantine Equation
2. Bezout Identity
3. Aryabhatta Equation
4. Model - Following

www.powerjam.ir

حال پیامدهای شرط تعقیب ـ مدل بررسی می‌گردد. معادل (۳ ـ ۶) نتیجه می‌دهد که عاملهای مشترک BT و A_c حذف می‌شوند. چند جمله‌ای B را بصورت ذیل تجزیه کنید:

$$B = B^+ B^- \qquad (۳ ـ ۷)$$

که B^+ چند جمله‌ای تکینی است که صفرهای آن پایدار بوده و چنان بخوبی میرا می‌شوند که می‌توانند توسط کنترلگر حذف گردند و B^- با عوامل ناپایدار یا عواملی که میرایی ضعیفی داشته و قابل حذف نیستند متناظر است. بنابراین نتیجه می‌شود که B^- باید عاملی از B_m باشد. پس:

$$B_m = B^- B'_m \qquad (۳ ـ ۸)$$

از آنجاکه B^+ حذف می‌شود باید عاملی از A_c باشد. بعلاوه از معادله (۳ ـ ۶) نتیجه می‌شود که A_m باید عاملی از A_c باشد. بنابراین چند جمله‌ای مشخصه حلقه ـ بسته به شکل زیر است:

$$A_c = A_o A_m B^+ \qquad (۳ ـ ۹)$$

چون B^+ عاملی از B و A_c است، از معادله (۳ ـ ۴) نتیجه می‌شود که عاملی از R نیز می‌باشد. پس:

$$R = R' B^+ \qquad (۳ ـ ۱۰)$$

و معادلهٔ دیوفانتین (۳ ـ ۴) به معادله زیر تبدیل می‌گردد:

$$AR' + B^- S = A_o A_m = A'_c \qquad (۳ ـ ۱۱)$$

با قراردادن معادلات (۳ ـ ۷)، (۳ ـ ۸) و (۳ ـ ۹) در معادله (۳ ـ ۶) خواهیم داشت:

$$T = A_o B'_m \qquad (۳ ـ ۱۲)$$

شرایط علّی بودن

برای به‌دست آوردن کنترلگری که در حالت زمان ـ گسسته علّی یا در حالت زمان ـ پیوسته سِره[1] باشد، باید شرایط ذیل را برقرار کنیم:

$$\begin{aligned} &\text{درجهٔ } R \geqslant \text{درجهٔ } S \\ &\text{درجهٔ } R \geqslant \text{درجهٔ } T \end{aligned} \qquad (۳ ـ ۱۳)$$

1. proper

www.powerjam.ir

معادله دیونانتین (۳ ـ ۴) جوابهای زیادی دارد زیرا اگر R° و S° جوابهای آن باشند، آنگاه

$$R = R^\circ + QB$$
$$S = S^\circ - QA \qquad (۱۴ - ۳)$$

نیز جواب خواهند بود، که Q یک چند جمله‌ای دلخواه است. از آنجا که جوابهای زیادی وجود دارد ممکن است بتوان جوابی را که کنترلگری با حداقل درجه نتیجه دهد انتخاب کرد. چون «درجهٔ B > درجهٔ A» است جمله دارای بزرگترین مرتبه در سمت راست معادله (۳ ـ ۴)، AR است. پس:

$$\text{درجهٔ } R = \text{درجهٔ } A_c - \text{درجهٔ } A$$

به دلیل معادلات (۳ ـ ۱۴) همواره جوابی وجود دارد که n = درجهٔ A > درجهٔ S. بنابراین همواره می‌توان جوابی یافت که در آن درجهٔ S حداکثر برابر «۱ − درجهٔ A» باشد. این جواب، *جوابِ حداقل* ـ درجهٔ معادله دیوفانتین نامیده می‌شود. از این رو شرط «درجهٔ R ⩾ درجهٔ S» نتیجه می‌دهد:

$$\text{درجهٔ } A_c \geqslant ۲ \text{ (درجهٔ A)} - ۱$$

از معادله (۳ ـ ۱۲) خواهیم داشت که شرط «درجهٔ R ⩽ درجهٔ T» نامساوی ذیل را نتیجه می‌دهد:

$$\text{درجهٔ } A_m - \text{درجهٔ } B'_m \geqslant \text{درجهٔ } A - \text{درجهٔ } B^+$$

با افزودن «درجهٔ B^-» به دو طرف نامساوی فوق به این نتیجه می‌رسیم که «$d_\circ$ ⩾ درجهٔ B_m − درجهٔ A_m». این بدان معنی است که در حالت زمان ـ گسسته تأخیر زمانی مدل باید حداقل به بزرگی تأخیر زمانی فرایند باشد، که شرطی کاملاً طبیعی است. به‌طور خلاصه در می‌یابیم که شرایط علّی بودن (۳ ـ ۱۳) را می‌توان به‌صورت ذیل نوشت:

$$\text{درجهٔ } A_c \geqslant ۲ \text{ (درجهٔ A)} - ۱$$

$$\text{درجهٔ } A_m - \text{درجهٔ } B_m \geqslant \text{درجهٔ } A - \text{درجهٔ } B = d_\circ \qquad (۱۵ - ۳)$$

طبیعی است جوابی را انتخاب کنیم که در آن کنترلگر دارای حداقل درجه ممکن باشد. در حالت زمان ـ گسسته نیز معقول آنست که عدم وجود تأخیرهای اضافی در کنترلگر را ایجاب کنیم. این موضوع در جه یکسان R، S و T را دربر دارد. آنگاه روش طراحی ذیل حاصل می‌گردد.

www.powerjam.ir

الگوریتم ۳ ـ ۱ جایابی قطب با حداقل ـ درجه (MDPP)[1]

داده‌ها: چندجمله‌ایهای A و B؛

مشخصات: چندجمله‌ایهای A_m، B_m و A_o؛

شروط سازگاری:

$$\text{درجهٔ } A_m = \text{درجهٔ } A$$
$$\text{درجهٔ } B_m = \text{درجهٔ } B$$
$$\text{درجهٔ } A_o = \text{درجهٔ } A - \text{درجهٔ } B^+ - ۱$$
$$B_m = B^- B'_m$$

گام ۱: عامل B را به صورت $B = B^+ B^-$، که B^+ تکین باشد، تجزیه کنید؛

گام ۲: جواب R' و S را با «درجه A > درجه S» از معادلهٔ زیر بیابید:

$$AR' + B^- S = A_o A_m$$

گام ۳: $R = R' B^+$ و $T = A_o B'_m$ را تشکیل داده، سیگنال کنترل را از معادلهٔ زیر محاسبه کنید:

$$Ru = Tu_c - Sy$$

حالات خاصِ روند طراحی، که مورد علاقهٔ ما نیز هست، به شرح ذیل است:

همهٔ صفرها حذف شود؛ روند طراحی در حالت خاصی که همهٔ صفرهای فرایند حذف شود به طور قابل ملاحظه‌ای ساده می‌شود و درنتیجه: «۱ − درجهٔ B − درجهٔ A = درجهٔ A_o» می‌شود. طبیعی است که در این حالت B_m را به شکل $A_m(1)q^{d^\circ}$ انتخاب کرد که درنتیجه تجزیهٔ گام ۱ بسیار ساده و $B^- = b_o$ و $B^+ = B/b_o$ می‌شود؛ بعلاوه $T = A_m(1)q^{d^\circ}/b_o$ خواهد بود و چندجمله‌ایِ مشخصهٔ حلقه ـ بسته به صورت $A_c = B^+ A'_c$ درمی‌آید. معادلهٔ دیوفانتین گام ۲ نیز به صورت زیر درمی‌آید:

$$AR' + b_o S = A'_c = A_o A_m$$

حل این معادله، ساده است زیرا R' خارج قسمت و $b_o S$ باقیماندهٔ تقسیم $A_o A_m$ بر A است. لیکن برای حذف، باید تمام صفرهای فرایند دارای میرایی قوی و پایدار باشد.

1. Minimum - Degree Pole Placement

www.powerjam.ir

هیچ صفری حذف نشود؛ اگر هیچ صفری حذف نشود تجزیهٔ گام ۲ بسیار ساده می‌شود. در این حالت داریم: $B^+ = ۱$ و $B^- = B$ و $B_m = \beta B$ که $\beta = A_m(۱)/B(۱)$؛ بعلاوه «۱ − درجهٔ B − درجهٔ A = درجهٔ A_o» و $T = \beta A_o$ است. چندجمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بسته به شکل $A_c = A_o A_m$ و معادلهٔ دیوفانتین گام ۲ به صورت زیر درمی‌آید:

$$AR + BS = A_c = A_o A_m$$

مثالها

طراحی تعقیب ـ مدل را با سه مثال توضیح می‌دهیم:

مثال ۳ ـ ۱ تعقیب ـ مدل با حذف صفر

فرایند زمان ـ پیوسته‌ای را با تابع انتقال ذیل درنظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{۱}{s(s+۱)} \qquad (۱۶-۳)$$

این تابع انتقال را می‌توان به عنوان مدل نرمالیزهٔ یک موتور درنظر گرفت. عملگر تبدیل پالس برای زمان نمونه‌برداری $h = ۰/۵\ s$ به صورت زیر است:

$$H(q) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{b_۰ q + b_۱}{q^۲ + a_۱ q + a_۲} = \frac{۰/۱۰۶۵ q + ۰/۰۹۰۲}{q^۲ - ۱/۶۰۶۵ q + ۰/۶۰۶۵} \qquad (۱۷-۳)$$

که «۲ = درجهٔ A» و «۱ = درجهٔ B» است. بنابراین طراحی، یک کنترلگر مرتبهٔ اول را نتیجه می‌دهد و سیستم حلقه ـ بسته از مرتبهٔ سه خواهد بود. سیستم با داده‌های نمونه‌برداری شده دارای صفری در ۰/۸۴− و قطبهایی در ۱ و ۰/۶۱ است. فرض کنید سیستم حلقه ـ بستهٔ مطلوب به صورت زیر باشد:

$$\frac{B_m(q)}{A_m(q)} = \frac{b_{m۰} q}{q^۲ + a_{m۱} q + a_{m۲}} = \frac{۰/۱۷۶۱ q}{q^۲ - ۱/۳۲۰۵ q + ۰/۴۹۶۶} \qquad (۱۸-۳)$$

این معادله دارای فرکانس طبیعی ۱ rad/s و ضریب میرایی ۰/۷ است. پارامتر $b_{m۰}$ به گونه‌ای انتخاب می‌شود که بهرهٔ استاتیک واحد باشد. این مدل شروط سازگاری را برآورده می‌کند، زیرا دارای فزونی قطبی مانند فرایند است و صفر فرایند، هرچند دارای میرایی ضعیف است، اما

www.powerjam.ir

پایدار می‌باشد. برای اعمال روش طراحی الگوریتم ۳ ـ ۱ ابتدا چندجمله‌ای B را تجزیه می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$B^{+}(q) = q + \frac{b_1}{b_0}$$
$$B^{-}(q) = b_0$$
$$B'_m(q) = b_{m0}\, q / b_0$$

چون فرایند از مرتبهٔ دوم است، چند جمله‌ایهای R، S و T همگی از مرتبهٔ اول خواهند بود. بنابراین چندجمله‌ای R' از درجه صفر است و چون چندجمله‌ای، تکین است، داریم: $R' = 1$. از آنجا که «درجهٔ $B^{+} = 1$» از شروط سازگاری نتیجه می‌شود که «درجه $A_0 = 0$»؛ اینک انتخاب می‌کنیم:

$$A_0(q) = 1$$

در این صورت معادلهٔ دیوفانتین (۳ ـ ۱۱) به صورت زیر درمی‌آید:

$$(q^2 + a_1 q + a_2).1 + b_0 (s_0 q + s_1) = q^2 + a_{m1} q + a_{m2}$$

از برابر قرار دادن ضرایب هم توانِ q داریم:

$$a_1 + b_0 s_0 = a_{m1}$$
$$a_2 + b_0 s_1 = a_{m2}$$

اگر $b_0 \neq 0$ باشد، معادله‌های فوق قابل حل است و جواب آنها به صورت زیر است:

$$s_0 = \frac{a_{m1} - a_0}{b_0}$$

$$s_1 = \frac{a_{m2} - a_2}{b_0}$$

بنابراین کنترلگر، با چندجمله‌ایهای زیر مشخص می‌شود:

$$R(q) = B^{+} = q + \frac{b_1}{b_0}$$

$$s(q) = s_0 q + s_1$$

$$T(q) = A_0 B'_m = \frac{b_{m0} q}{b_0}$$

www.powerjam.ir

فرایند مثال ۳ ـ ۱ دارای صفری است که پایدار بوده، ولی دارای میرایی ضعیفی است. معادل زمان ـ پیوستهٔ آن صفری با ضریب میرایی $\zeta = ۰/۰۶$ است. بنابراین کنترلگری را نیز مطرح می‌کنیم که حذف صفر انجام نمی‌دهد. این کار در مثال بعد انجام می‌شود:

مثال ۳ ـ ۲ تعقیب ـ مدل بدون حذف صفر

همان فرایند مثال ۳ ـ ۱ را درنظر بگیرید امّا از روش طراحی کنترلی استفاده کنید که هیچیک از صفرهای فرایند حذف نشود. چون فرایند از مرتبهٔ دوم است، پاسخ حداقل ـ درجه دارای چندجمله‌ایهای R، S و T از مرتبهٔ اول و سیستم حلقه ـ بسته از مرتبهٔ سوم خواهد بود. از آنجا که هیچ صفری حذف نمی‌شود از شرط سازگاری الگوریتم ۳ ـ ۱ نتیجه می‌شود که «$۱ =$ درجه $A_۰$» و داریم:

$$B^+ = ۱$$

$$B^- = B = b_۰ q + b_۱$$

همچنین از شروط سازگاری نتیجه می‌شود که باید مدل همان صفر فرایند را داشته باشد. بنابراین عملگر تبدیل حلقه ـ بسته مطلوب به صورت زیر است:

$$H_m(q) = \beta \frac{b_۰ q + b_۱}{q^۲ + a_{m۱} q + a_{m۲}} = \frac{b_{m۰} q + b_{m۱}}{q^۲ + a_{m۱} q + a_{m۲}}$$

که در آن: $b_{m۰} = \beta b_۰$ است و:

$$\beta = \frac{۱ + a_{m۱} + a_{m۲}}{b_۰ + b_۱}$$

که منجر به‌بهرهٔ واحد درحالت ماندگارمی‌شود. معادلهٔ‌دیوفانتین (۳ ـ ۴) به‌صورت‌زیرتبدیل می‌شود:

$$(q^۲ + a_۱ q + a_۲)(q + r_۱) + (b_۰ q + b_۱)(s_۰ q + s_۱) = (q^۲ + a_{m۱} q + a_{m۲})(q + a_۰) \qquad (۱۹ ـ ۳)$$

با قراردادن $q = -b_۱ / b_۰$ و حل معادله برای $r_۱$ داریم:

$$r_۱ = \frac{b_۱}{b_۰} + \frac{(b_۱^۲ - a_{m۱} b_۰ b_۱ + a_{m۲} b_۰^۲)(-b_۱ + a_۰ b_۰)}{b_۰ (b_۱^۲ - a_۱ b_۰ b_۱ + a_۲ b_۰^۲)} \qquad (۲۰ ـ ۳)$$

$$= \frac{a_۰ a_{m۲} b_۰^۲ + (a_۲ - a_{m۲} - a_۰ a_{m۱}) b_۰ b_۱ + (a_۰ + a_{m۱} - a_۱) b_۱^۲}{b_۱^۲ - a_۱ b_۰ b_۱ + a_۲ b_۰^۲}$$

www.powerjam.ir

توجه کنید که اگر A (q) و B (q) دارای یک عامل مشترک باشند مخرج برابر صفر می‌شود. از برابر قرار دادن ضرایب جملات q^2 و q^0 در معادلهٔ (۳ ـ ۱۹) داریم:

$$s_0 = \frac{b_1 (a_0 a_{m1} - a_2 - a_{m1} a_1 + a_1^2 + a_{m2} - a_1 a_0)}{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

$$+ \frac{b_0 (a_{m1} a_2 - a_1 a_2 - a_0 a_{m2} + a_0 a_2)}{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

$$s_1 = \frac{b_1 (a_1 a_2 - a_{m1} a_2 + a_0 a_{m2} - a_0 a_2)}{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2} \qquad (۳ ـ ۲۱)$$

$$+ \frac{b_0 (a_2 a_{m2} - a_2^2 - a_0 a_{m2} a_1 + a_0 a_2 a_{m1})}{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

بعلاوه از معادلهٔ (۳ ـ ۱۲) نتیجه می‌شود که:

$$T (q) = \beta A_0 (q) = \beta (q + a_0)$$

از آنجا که روش طراحی کاملاً جبری است، تفاوتی بین سیستمهای زمان ـ گسسته و زمان ـ پیوسته وجود ندارد. این موضوع را با یک مثال توضیح می‌دهیم:

مثال ۳ ـ ۳ سیستم زمان ـ پیوسته

فرایند مثالهای ۳ ـ ۱ و ۳ ـ ۲ دارای تابع تبدیلی به شکل زیر است:

$$G (s) = \frac{b}{s (s + a)}$$

که در آن $a = b = 1$ است. حال روش طراحی الگوریتم ۳ ـ ۱ را برای یافتن یک کنترلگر زمان پیوسته به کار می‌بریم. از آنجا که فرایند از مرتبهٔ دوم است، سیستم حلقه ـ بسته از مرتبهٔ سه و کنترلگرِ حداقل ـ درجه از مرتبه یک خواهد بود. چندجمله‌ای A_m دارای درجهٔ دو، B_m ثابت و A_0 دارای درجهٔ یک است. انتخاب می‌کنیم:

$$A_0 (s) = s + a_0$$

فرض کنید پاسخ مطلوب با تابع انتقال زیر مشخص شود:

$$\frac{B_m (s)}{A_m (s)} = \frac{\omega^2}{s^2 + 2 \zeta \omega s + \omega^2}$$

www.powerjam.ir

در این صورت معادلهٔ دیوفانتین (۳ ـ ۶) به شکل ذیل درمی‌آید:

$$s(s+a)(s+r_1)+b(s_0 s+s_1)=(s^2+2\zeta\omega s+\omega^2)(s+a_0)$$

از برابر قرار دادن ضرایب هم توان s به معادلات زیر می‌رسیم:

$$a+r_1=2\zeta\omega+a_0$$
$$ar_1+bs_0=\omega^2+2\zeta\omega a_0$$
$$bs_1=\omega^2 a_0$$

اگر $b\neq 0$ باشد، این معادلات قابل حل است و داریم:

$$r_1=2\zeta\omega+a_0-a$$
$$s_0=\frac{a_0\,2\zeta\omega+\omega^2-ar_1}{b}$$
$$s_1=\frac{\omega^2 a_0}{b}$$

بعلاوه داریم: $B^+=1$، $B^-=b$ و $B'_m=\omega^2/b$. آنگاه از معادلهٔ (۳ ـ ۱۲) نتیجه می‌شود:

$$T(s)=B'_m(s)A_0(s)=\frac{\omega^2}{b}(s+a_0)$$

تعبیری از چندجمله‌ای A_0

چندجمله‌ای A_0 در حل جایابی قطب با حداقل ـ درجه، در حالتی ظاهر می‌شود که هیچ صفری حذف نشود و از این رو می‌توان برای آن تعبیری یافت؛ برای این کار مشاهده می‌کنیم که مسألهٔ جایابی قطب با پسخور حالت و یک رؤیتگر نیز قابل حل است. در این صورت دینامیکهای حلقه ـ بسته از دو قسمت تشکیل می‌شود: یکی در پاسخ به پسخور حالت و دیگری در پاسخ به دینامیک رؤیتگر. برای یک سیستم درجهٔ n نیز می‌دانیم که استفاده از یک رؤیتگر درجهٔ $n-1$ کافی است. اگر هیچ صفری حذف نشود، آنگاه چندجمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بسته برابر با $A_m A_0$ است که A_m از درجهٔ n و A_0 از درجهٔ $n-1$ است. با این قیاس می‌توانیم چندجمله‌ای A_m را مرتبط با پسخور حالت و A_0 را مرتبط با رؤیتگر تعبیر نماییم. بنابراین A_0 را چندجمله‌ای رؤیتگر[1] می‌نامیم. همچنین در سیستمهای با پسخور

1. Observer Polynomial

www.powerjam.ir

حالت، طبیعی است سیگنالهای فرمان بنحوی معرفی شود که خطاهای رؤیتگر را تولید نکند. این بدان معناست که چندجمله‌ای رؤیتگر در تابع انتقال (نسبت خروجی به سیگنال فرمان) حذف شود.

رابطه با تعقیب ـ مدل

می‌توان بسیاری از روشهای طراحی دیگر را با جایابی قطب مرتبط کرد. حال نشان خواهیم داد که می‌توان جایابی قطب را به عنوان یک طراحی تعقیب ـ مدل تعبیر کرد. این، موضوع جالبی است زیرا بیشتر کار MRAS برحسب تعقیب ـ مدل فرموله می‌شود. به طور کلی تعقیب مدل بدان معناست که پاسخ سیستم حلقه ـ بسته به سیگنالهای فرمان به کمک مدل خاصی مشخص می‌شود. یعنی هم قطبها و هم صفرهای مدل از سوی کاربر تعیین می‌شود. از طرف دیگر جایابی قطب، فقط قطبهای حلقه ـ بسته را مشخص می‌کند. لیکن در روش جایابی قطب حداقل ـ درجه، چند شرط کمکی که شامل صفرهای فرایند می‌شود مطرح کردیم. حال نشان خواهیم داد که می‌توان قانون کنترل معادلهٔ (۳ ـ ۲) را به عنوان تعقیب ـ مدل نیز تعبیر کرد. از معادلات (۳ ـ ۱۱) و (۳ ـ ۱۲) نتیجه می‌شود که:

$$\frac{T}{R}=\frac{A_o B'_m}{R}=\frac{(AR'+B^- S)B'_m}{A_m R}=\frac{AB_m}{BA_m}+\frac{SB_m}{RA_m}$$

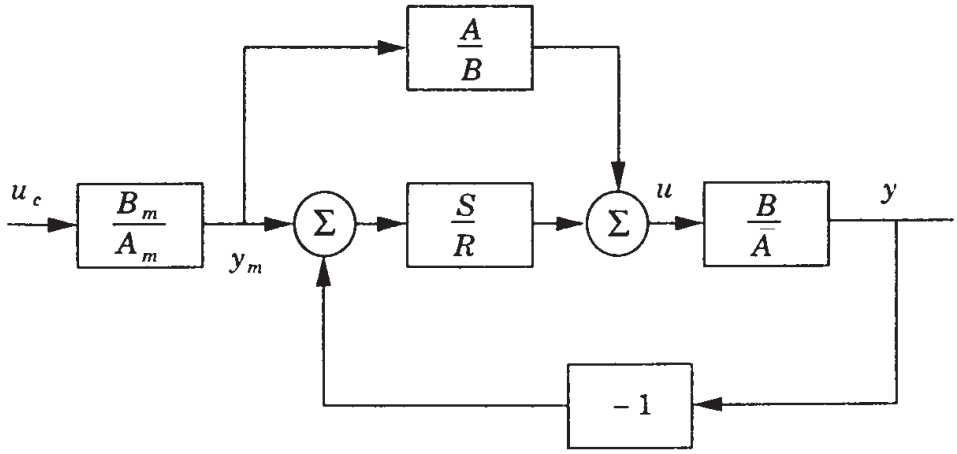
قانون کنترل معادلهٔ (۳ ـ ۲) به صورت ذیل قابل بیان است:

$$u=\frac{T}{R}u_c-\frac{S}{R}y=\frac{AB_m}{BA_m}u_c+\frac{SB_m}{RA_m}u_c-\frac{S}{R}y=\frac{AB_m}{BA_m}u_c-\frac{S}{R}(y-y_m)$$

نمودار بلوکی این کنترلگر در شکل ۳ ـ ۳ نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که کنترلگر را می‌توان بصورت ترکیبی از یک کنترلگر پیشخور و یک کنترلگر پسخور تعبیر کرد. کنترلگر پیشخور سعی می‌کند دینامیک فرایند را حذف کرده، آن را با پاسخ مدل B_m / A_m جایگزین نماید. همچنین قسمت پسخور سعی می‌کند که خروجی، را به تعقیب مدل وادارد. بنابراین واضح است که قانون کنترل (۳ ـ ۲) را می‌توان براستی یک الگوریتم تعقیب ـ مدل تعبیر کرد.

توجه کنید که شکل ۳ ـ ۳ برای گرفتن ایده، مناسب است اما کنترلگر را نمی‌توان به صورتی که در شکل نشان داده شده، پیاده‌سازی کرد زیرا مدل فرایند معکوس A/B در حالت کلی تحقق‌پذیر نیست؛ بعلاوه اگر سیستم ناکمینه فاز باشد، A/B ناپایدار خواهد بود. لیکن اگر

www.powerjam.ir



شکل ۳ ـ ۳. نمایش دیگری از تعقیب ـ مدل براساس پسخور خروجی.

مسألهٔ تعقیب مدل خوش حالت[1] باشد، (یعنی معادلات (۳ ـ ۱۳) برآورده گردد)، ترکیب سری تعقیب ـ مدل و مدل فرایند معکوس تحقق‌پذیر است. توجه کنید که مدلِ مرجع و مدل فرایند معکوس می‌توانند غیرخطی باشند بدون اینکه هیچگونه مسأله پایداری ایجاد کنند، زیرا آنها فقط به صورت قسمتی از یک جبرانساز پیشخور ظاهر می‌شوند.

خلاصه

در این قسمت روش طراحی سرراستی را، که نسبتاً بسادگی قابل استفاده است، ارائه کردیم. مسألهٔ کلیدی در اِعمال جایابی قطب، انتخاب قطبهای مطلوب حلقه ـ بسته و پاسخ مطلوب به سیگنالهای فرمان است. این انتخاب برای سیستمهای از مرتبهٔ پایین ساده است، اما ممکن است برای سیستمهای از مرتبهٔ بالاتر (وقتی که قطبهای زیادی باید مشخص شوند)، مشکل باشد. انتخابهای بد ممکن است سیستم حلقه ـ بسته‌ای را با حساسیت ضعیف نتیجه دهد. در فصلهای بعد این مسأله را با توضیح بیشتری مطرح خواهیم کرد.

در حالت سیستم با داده‌های نمونه‌برداری شده، فاصلهٔ نمونه‌برداری پارامتری بحرانی در طراحی است، از این‌رو انتخاب فاصلهٔ نمونه‌برداری متناسب با قطبهای حلقه ـ بستهٔ مطلوب، نکته‌ای حائز اهمیت است.

۳ ـ ۳ رگولاتورهای خودتنظیم غیرمستقیم

روشهای تخمین پارامترهای مدل معادلهٔ (۳ ـ ۱) در فصل دوم ارائه شد. اینک به منظور

1. Well Posed

www.powerjam.ir

دستیابی به یک رگولاتور خودتنظیم ساده این روشها با روش طراحی قسمت ۳ ـ ۲ ترکیب خواهد شد. برای سادگی فرض می‌کنیم که اغتشاش v در معادلهٔ (۳ ـ ۱) صفر است.

تخمین

می‌توان از روشهای متعدد تخمین بازگشتی ارائه شده در فصل دوم برای تخمین ضرایب چندجمله‌ایهای A و B استفاده کرد. برای این کار از معادلات تخمین حداقل مربعات بازگشتی بهره برده می‌شود. مدل فرایند (۳ ـ ۱) را می‌توان به طور صریح به شکل زیر نوشت:

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - \ldots - a_n y(t-n) + b_0 u(t-d_0) + \ldots + b_m u(t-d_0-m)$$

توجه کنید که درجهٔ سیستم برابر با $\max(n, d_0+m)$ است. مدل نسبت به پارامترها خطی و به صورت زیر قابل بیان است:

$$y(t) = \varphi^T(t-1)\theta$$

که در آن:

$$\theta^T = [a_1\ a_2 \ldots a_n\ b_0 \ldots b_m]$$
$$\varphi^T(t-1) = [-y(t-1) \ldots -y(t-n)\ u(t-d_0) \ldots u(t-d_0-m)]$$

لذا تخمینگر حداقل مربعات با فراموشی نمایی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\varepsilon(t)$$
$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)$$

(۳ ـ ۲۲)

$$K(t) = P(t-1)\varphi(t-1)(\lambda + \varphi^T(t-1)P(t-1)\varphi(t-1))^{-1}$$
$$P(t) = \left(I - K(t) + \varphi^T(t-1)\right)P(t-1)/\lambda$$

(با معادلهٔ (۲ ـ ۲۱) مقایسه کنید). اگر سیگنال ورودیِ فرایند به اندازهٔ کافی تحریک کننده بوده و ساختار مدل تخمینی با فرایند، سازگار باشد، تخمینها به مقادیر صحیح خود همگرا می‌شوند. پیش از تعریف بردار رگرسیون، مدّت ($m + d_0$ و n) $\max$ زمان نمونه‌برداری طول می‌کشد. در حالت قطعی با فرض اینکه ورودی فرایند، تحریک کنندهٔ پایا باشد حداقل $n + m + 1$ زمان نمونه برداری اضافی برای تعیین $n + m + 1$ پارامتر مدل لازم است. بنابراین مقدار زمان

www.powerjam.ir

نمونه‌برداری برای همگرایی الگوریتم حداقل برابر با:

$$N = n + m + 1 + \max(n, m + d_0) \qquad (۲۳-۳)$$

است. با استفاده از روش حداقل مربعات که در آن مقدار اولیهٔ ماتریس P بزرگ باشد، ممکن است تعداد کمی به گامها اضافه شود. از آنجا که ورودی فرایند به کمک پسخور تولید می‌شود بسختی می‌توان ادعا کرد که این تحریک کننده، پایاست. وجود نویز فرایند نیز ممکن است همگرایی را کندتر کند. مسائل همگرایی در فصل ششم بیشتر توضیح داده خواهد شد.

خود تنظیم‌گر غیرمستقیم

با ترکیب تخمینگر حداقل مربعات بازگشتی (RLS) معادلهٔ (۳-۲۲) با روش جایابی قطب حداقل - درجه (MDPP) برای طراحی کنترلگر داده شده در الگوریتم ۳-۱، رگولاتور خودتنظیم زیر به دست می‌آید:

الگوریتم ۳-۲ رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم با استفاده از RLS و MDPP

داده‌ها: داده‌های مسأله عبارت است از: مدلِ حلقه - بستهٔ مطلوب (که به صورت عملگر تبدیل پالسیِ حلقه - بسته $\frac{B_m}{A_m}$ بیان شده) و چندجمله‌ای رؤیتگر مطلوب (A_0)؛

گام ۱: ضرایب چندجمله‌های A و B در معادلهٔ (۳-۱) را با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی معادلات (۳-۲۲) تخمین بزنید.

گام ۲: روش جایابی قطب حداقل - درجه داده شده در الگوریتم ۳-۱ را، که در آن چندجمله‌ایهای A و B در گام ۱ تخمین زده شده است، اعمال کنید تا چندجمله‌ایهای R، S و T قانون کنترل به دست آید.

گام ۳: متغیر کنترل را با استفاده از معادلهٔ (۳-۲) به صورت زیر محاسبه کنید:

$$Ru(t) = Tu_c(t) - Sy(t)$$

گامهای ۱، ۲ و ۳ را در هر زمان نمونه‌برداری تکرار کنید. توجه کنید که بسته به حذف صفرهای فرایند، تغییراتی در الگوریتم بوجود می‌آید. همچنین دقت داشته باشید که انجام گامهای ۱ و ۲ در هر دوره نمونه برداری لازم نیست.

www.powerjam.ir

مثالها

ویژگیهای رگولاتورهای خودتنظیم غیرمستقیم، با دو مثال توضیح داده می‌شود:

مثال ۳ ـ ۴ خود تنظیم‌گر غیرمستقیم با حذف صفر فرایند

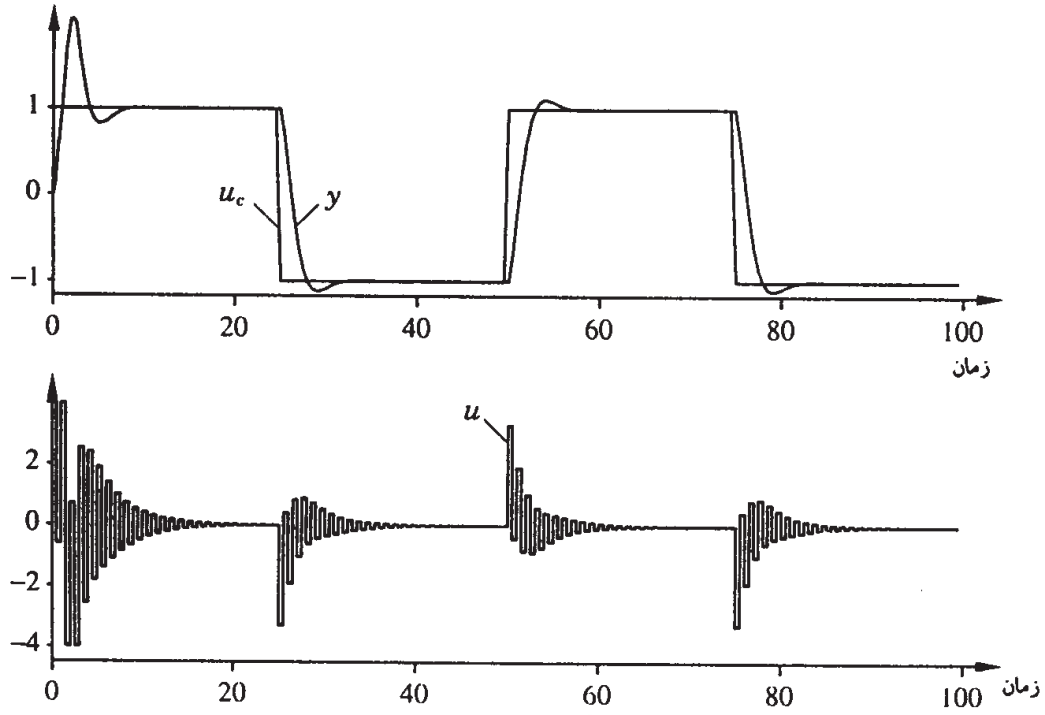
فرض کنید فرایند، همان فرایند مثال ۳ ـ ۱ بوده، صفر آن حذف شود. مشخصه‌ها، مانند مثال ۳ ـ ۱، به دست آوردن چندجمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بستهٔ A_m است. پارامترهای مدل:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) = b_0 u(t-1) + b_1 u(t-2)$$

که دارای همان ساختار معادلهٔ (۳ ـ ۱۷) است، به کمک الگوریتم حداقل مربعات تخمین زده می‌شوند. الگوریتم ۳ ـ ۲ برای رگولاتور خودتنظیم مورد استفاده قرار می‌گیرد. محاسباتی که در مثال ۳ ـ ۱ انجام شد، قانون کنترل زیر را نتیجه می‌دهد:

$$u(t) + r_1 u(t-1) = t_0 u_c(t) - s_0 y(t) - s_1 y(t-1)$$

پارامترهای کنترلگر به صورت تابعی از پارامترها مدل و مشخصات فرایند بیان شده است. شکل ۳ ـ ۴ خروجی فرایند و سیگنال کنترل در شبیه‌سازی فرایند را همراه با خود تنظیم‌گر، برای زمانی که سیگنال فرمان یک موج مربعی باشد، نشان می‌دهد. خروجی پس از یک حالت گذرای



شکل ۳ ـ ۴. خروجی و ورودی با استفاده از رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم در سیستم کنترل مثال ۳ ـ ۱؛ به «نوسانهای حلقه‌ای» که در سیگنال کنترل براثر حذف صفر $z = -0/84$ به وجود می‌آید، توجه کنید.

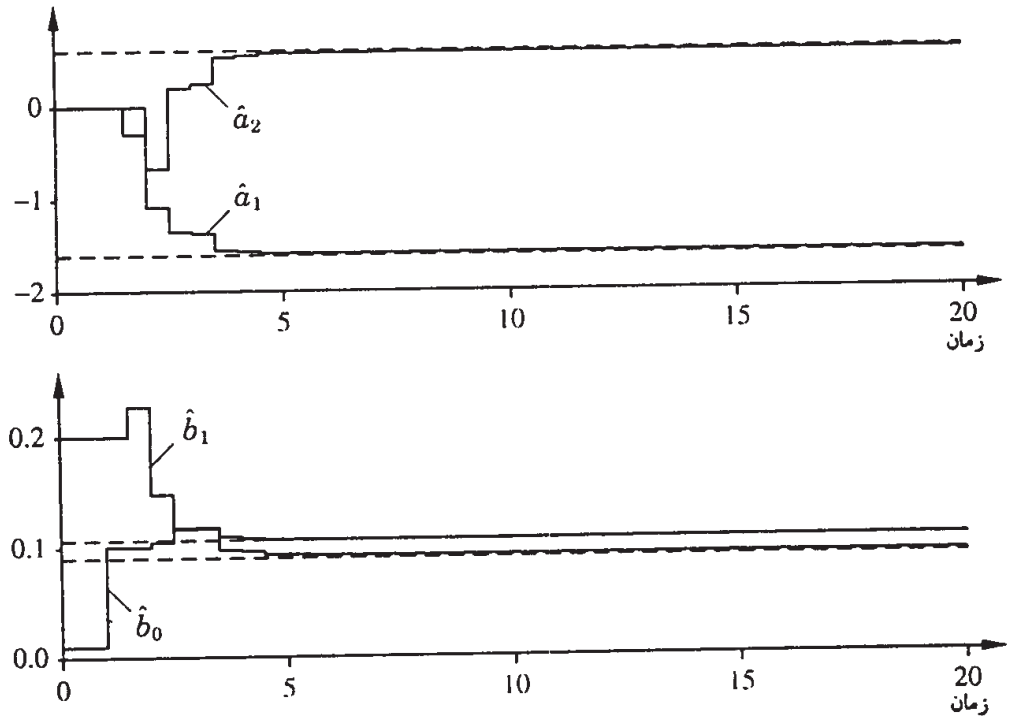
www.powerjam.ir

اولیه به خروجی مدل همگرا می‌شود. سیگنال کنترل دارای نوسانهای شدید (حلقه‌ای) با دورهٔ تناوبی دو برابر زمان نمونه‌برداری است. این امر به دلیل حذف صفر فرایند در $z = -b/b_0 = -0/84$ رخ می‌دهد. این نوسانها پیامدی از انتخاب بدِ روش مستتر طراحی است. حالت گذرای اولیه، به طور بحرانی به مقادیر اولیهٔ تخمینگر وابسته است. در این حالت خاص، این مقادیر برابر با: $\hat{a}_2(0) = 0$، $\hat{a}_1(0) = 0/01$، $\hat{b}_0(0) = 0/2$ و $\hat{b}_1(0) = 0$ است. توجه داشته باشید که لازم است $\hat{b}_0 \neq 0$ باشد. (با مثال ۳ ـ ۱ مقایسه کنید) ماتریس کواریانس اولیه ماتریسی قطری با مقادیر $P(1,1) = P(2,2) = 100$ و $P(3,3) = P(4,4) = 1$ بوده است. دلیل استفاده از مقادیر مختلف برای پارامترهای $\hat{a}_i$ و $\hat{b}_i$ آن است که این پارامترها به اندازه یک مرتبه بزرگی[1] با یکدیگر تفاوت دارند.

تخمین پارامترها در شکل ۳ ـ ۵ نشان داده شده است. رفتار تخمینها، به طور بحرانی به مقادیر اولیهٔ تخمینگر وابسته است. توجه کنید که تخمینها بسرعت همگرا و در زمان $t = 5$ به مقادیر صحیح نزدیک می‌شود.

تخمینهای بدست آمده در زمان $t = 100$ عبارت است از:

$$\hat{a}_1(100) = -1/60 \quad (-1/6065) \qquad \hat{b}_0(100) = 0/107 \quad (0/1065)$$
$$\hat{a}_2(100) = 0/60 \quad (0/6065) \qquad \hat{b}_1(100) = 0/092 \quad (0/0902)$$



شکل ۳ ـ ۵. تخمینهای پارامتر متناظر با شبیه‌سازی شکل ۳ ـ ۴؛ پارامترهای صحیح با خط چین نشان داده شده است.

1. order of magnitude

www.powerjam.ir

این مقادیر به مقادیر صحیح که در داخل پرانتز داده شده، بسیار نزدیک است. پارامترهای کنترلگر که در زمان $t = ۱۰۰$ بدست آمده، عبارت است از:

$$r_۱(۱۰۰) = ۰/۸۵ \ (۰/۸۴۶۷) \qquad t_۰(۱۰۰) = ۱/۶۵ \ (۱/۶۵۳۱)$$
$$s_۰(۱۰۰) = ۲/۶۴ \ (۲/۶۸۵۲) \qquad s_۱(۱۰۰) = -۰/۹۹ \ (-۱/۰۳۲۱)$$

سیستم مثال ۳ ـ ۴ صرف نظر از نوسانهای حلقه‌ای سیگنال کنترل بسیار خوب رفتار می‌کند. این نوسانها با استفاده از یک روش طراحی، که در آن صفر فرایند حذف نمی‌شود، قابل اجتناب است. پیامدهای این کار در مثال بعدی توضیح داده می‌شود.

مثال ۳ ـ ۵ خود تنظیم‌گر غیرمستقیم بدون حذف صفر فرایند

همان فرایند مثال ۳ ـ ۴ را درنظر بگیرید، اما از روشی برای طراحی کنترل استفاده کنید که در آن هیچ حذف صفری رخ ندهد. پارامترها به همان روش مثال ۳ ـ ۴ تخمین زده می‌شود. اما قانون کنترل مانند مثال ۳ ـ ۲ محاسبه می‌شود. چندجمله‌ای $A_۰$ از مرتبهٔ اول است. مانند مثالهای قبل حالت گذرای اولیه به طور بحرانی به حالت اولیهٔ تخمینگرِ بازگشتی وابسته است. برای محاسبات طراحی لازم است مقادیر اولیه به گونه‌ای انتخاب شود که چندجمله‌ایهای A و B عامل مشترکی نداشته باشند. در این حالت، تخمینهای اولیه برابر با $\hat{a}_۱(۰) = \hat{a}_۲(۰) = ۰$، $\hat{b}_۰(۰) = ۰/۰۱$ و $\hat{b}_۱(۰) = ۰/۲$ انتخاب شده است. مقدار اولیهٔ ماتریس P مانند مثال ۳ ـ ۴، یک ماتریس قطری با $P(۱,۱) = P(۲,۲) = ۱۰۰$ و $P(۳,۳) = P(۴,۴) = ۱$ است. شکل ۳ ـ ۶ نتایج شبیه‌سازی الگوریتم مستقیم را با $a_۰ = ۰$ نشان می‌دهد.

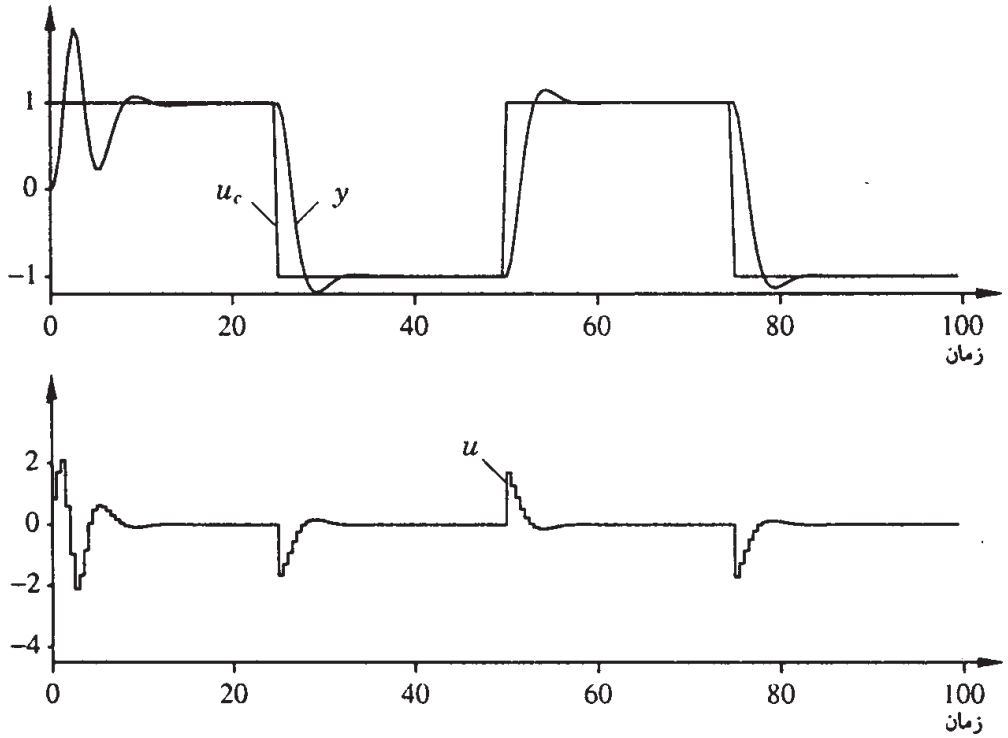
توجه کنید که رفتار خروجی فرایند کاملاً به شکل ۳ ـ ۴ شبیه است، اما هیچ نوسان حلقه‌ای در سیگنال کنترل دیده نمی‌شود. تخمینهای پارامتر در شکل ۳ ـ ۷ نشان داده شده است. مقادیر به دست آمده در زمان $t = ۱۰۰$ عبارت است از:

$$\hat{a}_۱(۱۰۰) = -۱/۵۷ \ (-۱/۶۰۶۵) \qquad \hat{b}_۰(۱۰۰) = ۰/۰۹۲ \ (۰/۱۰۶۵)$$
$$\hat{a}_۲(۱۰۰) = ۰/۵۷ \ (۰/۶۰۶۵) \qquad \hat{b}_۱(۱۰۰) = ۰/۱۱۲ \ (۰/۰۹۰۲)$$

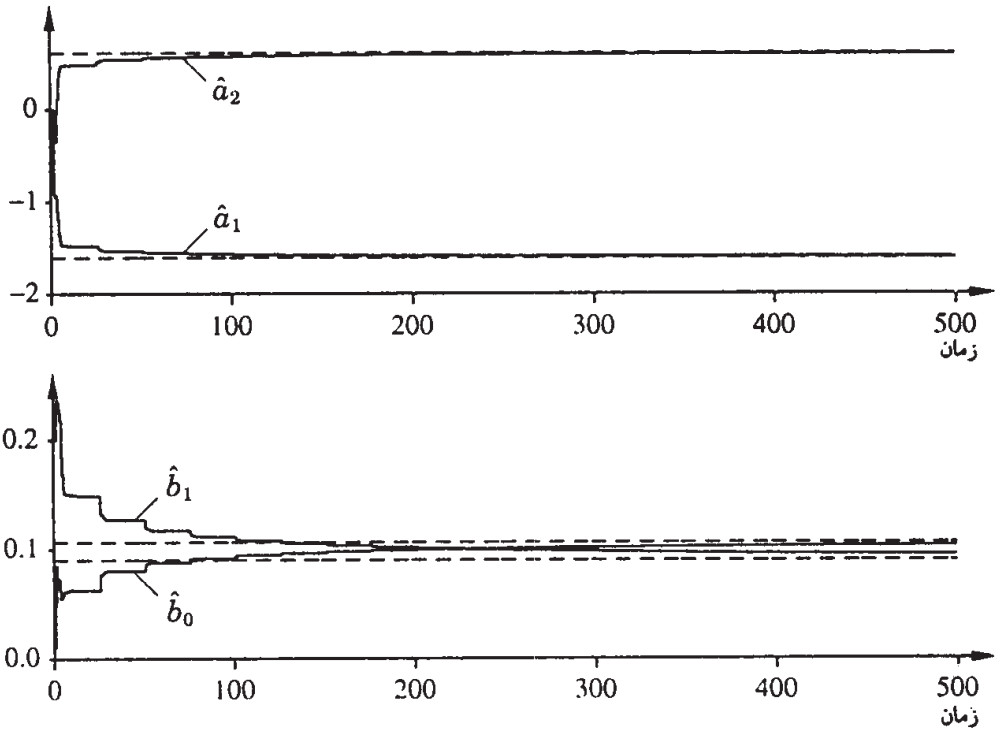
مقادیر صحیح در داخل پرانتز داده شده است. پارامترهای کنترلگر که در زمان $t = ۱۰۰$ بدست آمده، عبارت است از:

$$r_۱(۱۰۰) = ۰/۱۱۴ \ (۰/۱۱۱۱) \qquad t_۰(۱۰۰) = ۰/۸۶ \ (۰/۸۹۵۱)$$
$$s_۰(۱۰۰) = ۱/۴۴ \ (۱/۶۴۲۲) \qquad s_۱(۱۰۰) = -۰/۵۸ \ (-۰/۷۴۷۱)$$

www.powerjam.ir



شکل ۳ ـ ۶. همان شکل ۳ ـ ۴ با این تفاوت که حذف صفر فرایند رخ نمی‌دهد.



شکل ۳ ـ ۷. تخمینهای پارامتر متناظر با شبیه‌سازی شکل ۳ ـ ۶؛ مقادیر صحیح پارامتر با خط‌چین نشان داده شده است.

www.powerjam.ir

از مقایسهٔ شکلهای ۳ ـ ۵ و ۳ ـ ۷ دیده می‌شود که در حالی که هیچ صفری حذف نمی‌شود زمان بسیار بیشتری برای همگرایی تخمینها لازم است. دلیل این امر آن است که تحریک به خوبی زمانی که نوسانهای حلقه‌ای در سیگنال کنترل وجود دارد، نیست. در دوره‌های زمانی که خروجی و سیگنالهای کنترل ثابت هستند، تحریکِ اندکی در سیستم وجود دارد. این موضوع رفتار شبه پله‌ای تخمینها را توجیه می‌کند.

جای تعجّب است که در زمان $t = ۲۰$، وقتی که تخمینهای پارامتر بسیار از مقدار صحیح خود متفاوت است، کنترلگر مقدار حالت ماندگار صحیح را می‌دهد. پارامترهای کنترلگر عبارت است از:

$$r_۱(۲۰) = ۰/۰۹۰ \quad (۰/۱۱۱۱) \qquad t_۰(۲۰) = ۰/۸۳ \quad (۰/۸۹۵۱)$$
$$s_۰(۲۰) = ۱/۱۳ \quad (۱/۶۴۲۲) \qquad s_۱(۲۰) = -۰/۲۹ \quad (-۰/۷۴۷۱)$$

چون فرایند رفتار انتگرالی دارد، لذا $A(۱) = ۰$ است. بنابراین از معادلهٔ (۳ ـ ۳) نتیجه می‌شود که بهرهٔ استاتیک سیگنال فرمان به خروجی برابر است با:

$$\frac{B(۱)T(۱)}{A(۱)R(۱) + B(۱)S(۱)} = \frac{T(۱)}{S(۱)}$$

بنابراین برای رسیدن به مقدار حالت ماندگارِ صحیح، کافی است پارامترهای کنترلگر به گونه‌ای باشد که $T(۱) = S(۱)$ شود که در حالت خاصی به صورت $t_۰ = s_۰ + s_۱$ در می‌آید. وقتی که هیچ قطبی حذف نشود، از معادلهٔ (۳ ـ ۱۲) نتیجه می‌شود که:

$$T(۱) = A_۰(۱)B'_m(۱) = A_۰(۱)\frac{A_m(۱)}{\hat{B}(۱)}$$

که در آن $\hat{B}$ تخمین چندجمله‌ای B است. بنابراین داریم:

$$\frac{T(۱)}{S(۱)} = \frac{A_۰(۱)A_m(۱)}{\hat{B}(۱)S(۱)} = ۱$$

رابطهٔ اخیر از معادلهٔ (۳ ـ ۱۱) به دست می‌آید. توجه کنید که $A(۱) = ۰$ است. بنابراین نتیجهٔ شگفت‌انگیزی که به دست می‌آوریم آن است که در این حالت کنترلگر تطبیقی به طور خودکار پارامترهایی خواهد داشت که هیچ خطای ماندگاری به وجود نیاید.

این مثالها نشان می‌دهد که الگوریتم خودتنظیم غیرمستقیم، همانطور که می‌توان انتظار داشت، رفتار می‌کند و تخمین زمان همگراییِ طبق معادلهٔ (۳ ـ ۲۳) معقول است. همچنین مثالها اهمیت استفاده از یک طراحی کنترل مستقر خوب را نشان می‌دهد. در طراحی تعقیب ـ مدل، توصیه می‌شود که حذف صفرهای فرایند صورت نگیرد.

www.powerjam.ir

خلاصه

یکی از کاربردهای سرراست ایدهٔ خودتنظیم، رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم براساس تعقیب ـ مدل داده شده در الگوریتم ۳ ـ ۱ است. کنترلگر تطبیقی دارای حالتهایی است که با تخمین پارامتر θ، ماتریس کواریانس P، بردار رگرسیون φ و حالتهای لازم برای پیاده سازی قانون کنترل متناظر است. کنترلگر مثال ۳ ـ ۴ دارای ۲۰ متغیر حالت است؛ بهنگام‌سازی ماتریس کواریانس P فقط به ده حالت نیاز دارد. کدهای تکمیلی لازم برای کنترلگرهای مثالهای فوق در قسمت مسائل آخر فصل آورده شده است.

به طور کلی می‌توان از این الگوریتم به روشهای مختلفی با انتخاب روشهای تخمین بازگشتی دیگر و سایر روشهای طراحی کنترل استفاده کرد. استفاده از این ایده ساده است. توضیحات مفصّل مربوط به پیاده‌سازی عملی در فصل یازدهم مطرح خواهد شد.

۳ ـ ۴ خود تنظیم‌گرهای زمان ـ پیوسته

خود تنظیم‌گرهای زمان ـ پیوسته را می‌توان به همان روش زمان ـ گسسته به دست آورد. برای نشان دادن این مطلب، سیستم معادلهٔ (۳ ـ ۱) را با $v = 0$ درنظر بگیرید:

$$A(p)y(t) = B(p)u(t)$$

که در آن $A(p)$ و $B(p)$ چندجمله‌ایهایی برحسب عملگر دیفرانسیل $p = \frac{d}{dt}$ به صورت زیر است:

$$A(p) = p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n$$
$$B(p) = b_1 p^{n-1} + \ldots + b_n$$

با استفاده از الگوریتم ۳ ـ ۱ می‌توان یک رگولاتور خودتنظیم به دست آورد. تنها پیچیدگی مسأله آن است که در اینجا باید تخمین حداقل مربعات بازگشتی را بر مدل زمان ـ پیوسته اعمال کنیم. این موضوع در قسمت ۲ ـ ۳ توضیح داده شد. اجازه دهید ایدهٔ کلیدی را یادآوری کنیم. از آنجا که انجام اعمال مشتقگیری مطلوب ما نیست یک تابع انتقال فیلتری پایدار (H_f) با فزونیِ قطبِ n یا بیشتر را مطرح می‌کنیم.

اگر سیگنالهای فیلتر شدهٔ زیر را درنظر بگیریم:

$$y_f(t) = H_f y(t) \qquad u_f(t) = H_f u(t)$$

www.powerjam.ir

می‌توانیم مدل (۳ ـ ۱) را به صورت زیر بنویسیم:

$$p^n y_f(t) = \varphi^T(t)\theta$$

که در آن:

$$\varphi(t) = [-p^{n-1} y_f \dots -y_f \;\; p^{n-1} u_f \dots u_f]^T$$
$$\theta = [a_1 \dots a_n \; b_1 \dots b_n]^T$$

با استفاده از حداقل مربعات با فراموشی نمایی، تخمین پارامتر از قضیهٔ ۲ ـ ۵ به دست می‌آید:

$$\frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} = P(t)\varphi(t)(p^n y_f(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t))$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = \alpha P(t) - P(t)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t)$$

روش حاصل از الگوریتم ۳ ـ ۱ را با یک مثال توضیح می‌دهیم:

مثال ۳ ـ ۶ خود تنظیم‌گر زمان ـ پیوسته

سیستم مثال ۳ ـ ۳ را درنظر بگیرید که در آن فرایند، دارای تابع تبدیلی به صورت ذیل باشد:

$$G(s) = \frac{b}{s(s+a)}$$

که $a = 1$ و $b = 1$ است. توجه کنید که فرایند تنها دارای دو پارامتر مجهول a و b است. فیلترهای رگرسور تخمینگر به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$H_f(s) = \frac{1}{A_m(s)}$$

بعلاوه از تخمینگری بدون فراموشی (یعنی $a = 0$) استفاده می‌کنیم. فرض کنید که به دست آوردن سیستم حلقه ـ بسته‌ای با تابع انتقال زیر مطلوب باشد:

$$G_m(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta s + \omega^2}$$

چندجمله‌ای رؤیتگر به شکل $A_0(s) = s + a_0$ با $a_0 = 2$ انتخاب می‌شود. مشخصات مسأله، مانند مثال ۳ ـ ۴ برابر $\zeta = 0/7$ و $\omega = 1$ است. در مثال ۳ ـ ۳ مسألهٔ طراحی را برای وقتی که پارامترهای a و b معلوم بود، حل کردیم. که شکل کنترلگر به صورت ذیل درآمد:

$$u(t) = -\frac{s_0 p + s_1}{p + r_1} y(t) + \frac{t_0 (p + a_0)}{p + r_1} u_c(t)$$

www.powerjam.ir

که در آن پارامترهای کنترلگر به صورت ذیل است:

$$r_1 = 2\zeta\omega + a_0 - a$$

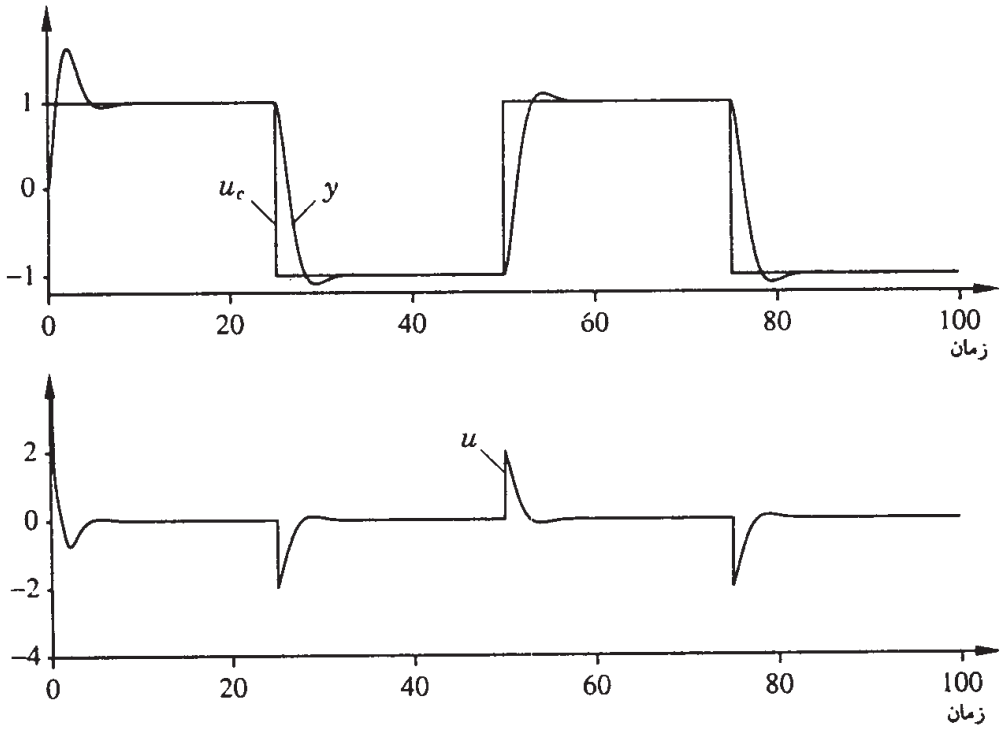
$$s_0 = \frac{a_0 2\zeta\omega + \omega^2 - ar_1}{b}$$

$$s_1 = \frac{\omega^2 a_0}{b}$$

$$t_0 = \frac{\omega^2}{b}$$

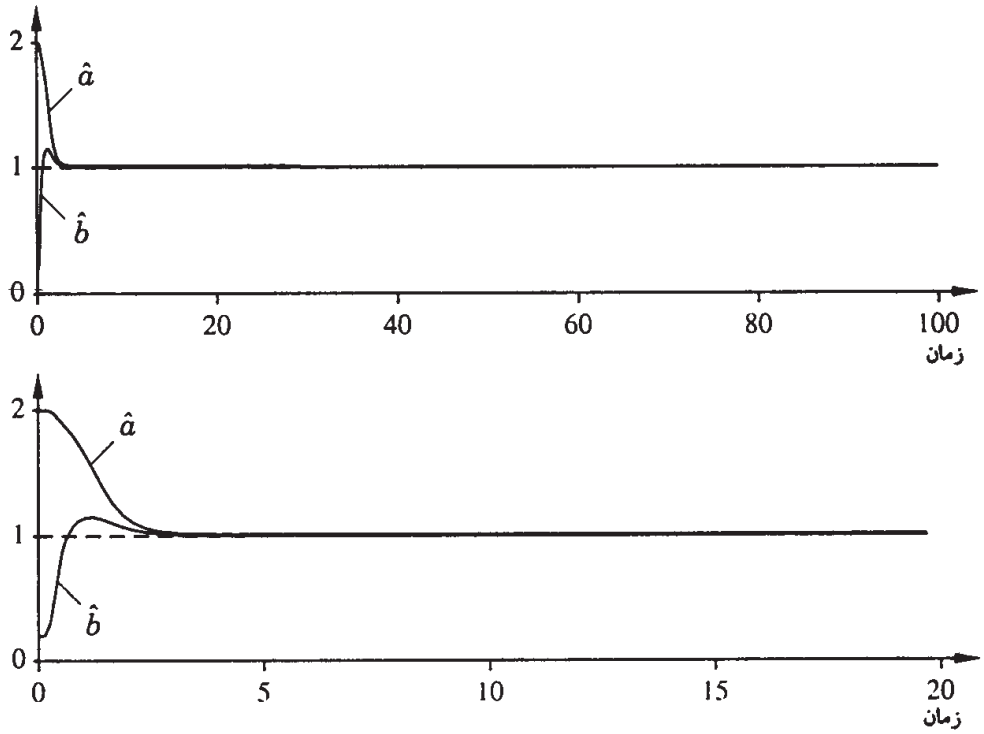
شکل ۳ ـ ۸ خروجی فرایند و سیگنال کنترل را در شبیه‌سازی نشان می‌دهد. حالت گذرای اولیه، به طور بحرانی به مقادیر اولیهٔ تخمینگر وابسته است. در این حالت $\hat{a}(0) = 2$ و $\hat{b}(0) = 0/2$ انتخاب شده است. کواریانس اولیه، ماتریسی قطری با $P(1,1) = P(2,2) = 100$ است. تخمینهای پارامتر در شکل ۳ ـ ۹ نشان داده شده است. تخمینهای به دست آمده در زمان $t = 100$ عبارت است از:

$$\hat{a}(100) = 1/004 \quad (1/0000) \qquad \hat{b}(100) = 1/001 \quad (1/0000)$$



شکل ۳ ـ ۸. خروجی و ورودی وقتی که از یک رگولاتور خودتنظیم زمان ـ پیوسته برای کنترل فرایند مثال ۳ ـ ۶ استفاده شده است.

www.powerjam.ir



شکل ۳ ـ ۹. تخمینهای پارامتر زمان ـ پیوسته متناظر با شبیه‌سازی شکل ۳ ـ ۸؛ قسمت پایینتر، تخمینها را در یک مقیاس زمانی توسعه یافته نشان می‌دهد.

که مقادیر صحیح پارامترها در داخل پرانتز داده شده است. توجه کنید که در این حالت تنها دو پارامتر تخمین زده می‌شود، در صورتی که در مثالهای ۳ ـ ۴ و ۳ ـ ۵، چهار پارامتر تخمین زده شد.

۳ ـ ۵ رگولاتورهای خودتنظیم مستقیم

ممکن است محاسبات طراحی در خود تنظیم‌گرهای غیرمستقیم زمان‌گیر بوده و موجب تضعیف شرایط برای برخی از مقادیر پارامتر شود. این امکان وجود دارد که بتوان الگوریتمهای دیگری به دست آورد که در آنها محاسبات طراحی، ساده و یا حتی حذف شده باشد. ایدهٔ کار، استفاده از معادلات طراحی برای دوباره پارامتریزه کردن مدل برحسب پارامترهای کنترلگر است. این پارامتریزه کردن مجدد کلید مهم فهم ارتباط بین سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع و رگولاتورهای خودتنظیم نیز هست.

فرایند توصیف شده با معادلهٔ (۳ ـ ۱) را همراه با $v = 0$ در نظر بگیرید:

$$Ay(t) = Bu(t)$$

www.powerjam.ir

و فرض کنید پاسخ مطلوب به کمک معادلهٔ (۳ ـ ۵) داده شده است:

$$A_m y_m (t) = B_m u_c (t)$$

حال مدل فرایند برحسب پارامترهای کنترلگر مجدداً پارامتریزه می‌شود. برای انجام این کار معادلهٔ دیوفانتین (۳ ـ ۱۱)، یعنی:

$$A_\circ A_m = AR' + B^- S$$

را به عنوان یک اتحاد اپراتوری درنظر بگیرید و آن را بر $y(t)$ اعمال کنید. از این کار نتیجه می‌شود:

$$A_\circ A_m y (t) = R' Ay (t) + B^- Sy (t) = R' Bu (t) + B^- Sy (t)$$

از معادلهٔ (۳ ـ ۱۰) نتیجه می‌شود که:

$$R' B = R' B^+ B^- = RB^-$$

بنابراین:

$$A_\circ A_m y (t) = B^- (Ru (t) + Sy (t)) \qquad (۲۴ ـ ۳)$$

توجه کنید که این معادله را می‌توان یک مدل فرایند درنظر گرفت که برحسب ضرایب چندجمله‌ایهای B^-، R و S پارامتریزه شده است. اگر پارامترهای مدلِ معادلهٔ (۳ ـ ۲۴) تخمین زده شود، قانون کنترل به طور مستقیم و بدون محاسبات طراحی به دست می‌آید. توجه کنید که مدل معادلهٔ (۳ ـ ۲۴) نسبت به پارامترها غیرخطی است، زیرا سمت راست معادله در B^- ضرب شده است. درحالت خاصی که سیستم کمینه فاز و در آن $B^- = b_\circ$ است (که $b_\circ$ مقدار ثابتی است) می‌توان از مشکلات ایجاد شده اجتناب کرد.

سیستمهای کمینه فاز

اگر دینامیک فرایند، کمینه فاز باشد، خواهیم داشت: «۱ − درجهٔ B − درجهٔ A = درجهٔ $A_\circ$». B^- در حالت ساده مقداری ثابت است و معادلهٔ (۳ ـ ۲۴) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$A_m A_\circ y (t) = b_\circ (Ru (t) + Sy (t)) = \tilde{R} u (t) + \tilde{S}y (t) \qquad (۲۵ ـ ۳)$$

www.powerjam.ir

که در آن R تکین، $\tilde{R} = b_0 R$ و $\tilde{S} = b_0 S$ می‌باشد. از آنجاکه R و $\tilde{R}$ تنها در تکین بودن R با هم فرق می‌کنند، در توضیحات بعدی از نمادهای جداگانه‌ای استفاده نخواهیم کرد. وقتی این کار لازم باشد، بسادگی متذکر می‌شویم که R تکین است یا نیست.

وقتی همهٔ صفرهای فرایند حذف شود، طبیعی است مشخصات را چنان انتخاب کنیم که داشته باشیم:

$$B_m = q^{d_0} A_m \quad (۱)$$

در این عبارت «درجهٔ B − درجهٔ A = d_0» است. این کار پاسخی با حداقل تأخیر و بهرهٔ استاتیک واحد را نتیجه می‌دهد.

با درنظر گرفتن بردار پارامتر:

$$\theta = [r_0 \dots r_\ell \; s_0 \dots s_\ell]$$

و بردار رگرسیون:

$$\varphi(t) = [u(t) \dots u(t-\ell) \; y(t) \dots y(t-\ell)]$$

مدلِ معادلهٔ (۳ ـ ۲۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\eta(t) = A_0^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1}) y(t) = \varphi^T(t-d_0)\theta \qquad (۲۶ ـ ۳)$$

از آنجاکه $\eta(t)$ را می‌توان از $y(t)$ محاسبه کرد، می‌توان آن را به صورت یک خروجی کمکی در نظر گرفت و حال می‌توان پارامترها را به کمک تخمین بازگشتی (به طوری که در فصل دوم توضیح داده شد) محاسبه کرد.

این روش تخمین، در صورتی که نویز کمی وجود داشته باشد، بسیار خوب کار می‌کند، اما عملگر $A_0^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1}) y(t)$ ممکن است به طور قابل ملاحظه‌ای نویز را تقویت کند. برای فائق آمدن بر این مشکل می‌توان از روش ذیل استفاده کرد. معادلهٔ (۳ ـ ۲۵) را به صورت زیر بازنویسی کنید:

$$y(t) = \frac{1}{A_0 A_m}(Ru(t) + Sy(t)) = R^* u_f(t-d_0) + S^* y_f(t-d_0) \quad (۲۷ ـ ۳)$$

که در آن:

$$u_f(t) = \frac{1}{A_0^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1})} u(t)$$

$$y_f(t) = \frac{1}{A_0^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1})} y(t) \qquad (۲۸ ـ ۳)$$

www.powerjam.ir

و «درجهٔ $B - 1$ = درجهٔ $A = d_0$» است. بعلاوه فرض کرده‌ایم که «$d_0 = \ell$ = درجه $(A_0 A_m)$ = درجهٔ S = درجهٔ R». از معادلهٔ (۳ ـ ۲۷) می‌توان برای تخمین حداقل مربعات استفاده کرد. چنانچه قرار دهیم:

$$\theta = [r_0 \dots r_\ell \; s_0 \dots s_\ell]$$

و

$$\varphi(t) = [u_f(t) \dots u_f(t-\ell) \;\; y_f(t) \dots y_f(t-\ell)]$$

می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$y(t) = \varphi^T(t - d_0)\theta$$

در این صورت تخمینها به طور بازگشتی از معادلات (۳ ـ ۲۲) به دست می‌آید. بنابراین الگوریتم کنترل تطبیقی زیر بدست می‌آید:

الگوریتم ۳ ـ ۳ خود تنظیم‌گر مستقیم ساده

داده‌ها: مشخصات داده شده برحسب A_m، B_m و A_0 و درجه d_0 مربوط به سیستم؛

گام ۱: ضرایب چندجمله‌ایهای R و S را در مدل (۳ ـ ۲۷)، که به صورت:

$$y(t) = R^* u_f(t - d_0) + S^* y_f(t - d_0)$$

است، به کمک روش حداقل مربعات بازگشتیِ معادلات (۳ ـ ۲۲) تخمین بزنید.

گام ۲: سیگنال کنترل را از:

$$R^* u(t) = T^* u_c(t) - S^* y(t)$$

که در آن R و S از تخمینهای گام ۱ بدست می‌آید؛ و:

$$T^* = A_0^* A_m(1) \qquad (۲۹ ـ ۳)$$

با «$d_0 - 1$ = درجهٔ A_0» است، به دست آورید. گامهای ۱ و ۲ را در هر دوره نمونه‌برداری تکرار کنید.

معادلهٔ (۳ ـ ۲۹) از این حقیقت به دست می‌آید که عملگر تبدیل حلقه ـ بسته (سیگنال فرمان

www.powerjam.ir

u_c به خروجی فرایند) برابر است با:

$$\frac{TB}{AR + BS} = \frac{Tb_0 B^+}{b_0 A_0 A_m B^+} = \frac{T}{A_0 A_m}$$

باتوجه به اینکه این معادله باید برابر با $A_m(1)/A_m$ باشد، معادلهٔ $q^{d_0} A_m$ (۳ ـ ۲۹) نتیجه می‌شود.

نکتهٔ ۱: مقایسه با الگوریتم ۳ ـ ۲ نشان می‌دهد که گام مربوط به طراحی کنترل در الگوریتم ۳ ـ ۳ حذف شده است. این موضوع انگیزه انتخاب نام "الگوریتم مستقیم" است.

نکتهٔ ۲: توجه کنید که لازم است درجهٔ نسبیِ d_0 *از قبل* معلوم باشد.

نکتهٔ ۳: چندجمله‌ایهای R و S شامل عامل b_0 هستند. توجه کنید که چندجمله‌ای R تکین نیست و پارامتر r_0 باید مخالف صفر باشد. در غیر این صورت قانون کنترل معادلهٔ (۳ ـ ۲) علّی نیست. از آنجا که d_0 درجهٔ نسبیِ فرایند است، مقدار صحیح $r_0 = b_0$ مخالف صفر است. بنابراین هر تخمین سازگاری از پارامتر، مخالف صفر خواهد بود. لیکن ممکن است تخمین به دست آمده برای زمانی محدود، صفر باشد. بنابراین در عمل رعایت جوانب احتیاط ضروری می‌باشد.

نکتهٔ ۴: توجه کنید که فرض $B^- = b_0$ موجب می‌شود که همهٔ صفرهای فرایند حذف شود و این دلیلِ نیازِ الگوریتم به کمینه فاز بودن فرایند است.

مثالها

حال خواص خود تنظیم‌گرهای مستقیم را با چند مثال توضیح خواهیم داد:

مثال ۳ ـ ۷ خود تنظیم‌گر مستقیم با $d_0 = 1$

سیستم مثال ۳ ـ ۱ را درنظر بگیرید. از آنجا که «۲ = درجهٔ A» و «۱ = درجهٔ B» است، داریم «۲ = درجهٔ A_m» و «۰ = درجهٔ A_0». بنابراین $A_0 = 1$ و $B_m = qA_m(1)$ را انتخاب می‌کنیم. آنگاه معادلهٔ (۳ ـ ۲۹) در الگوریتم ۳ ـ ۳ نتیجهٔ $T = qA_m(1)$ را سبب می‌شود. ساختار کنترلگر با «۱ = ۱ − درجهٔ A = درجهٔ T = درجهٔ S = درجهٔ R» داده می‌شود. بنابراین مدلِ معادلهٔ (۳ ـ ۲۷) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$y(t) = r_0 u_f(t-1) + r_1 u_f(t-2) + s_0 y_f(t-1) + s_1 y_f(t-2) \quad (۳۰ ـ ۳)$$

که در آن:

$$u_f(t) + a_{m1} u_f(t-1) + a_{m1} u_f(t-2) = u(t)$$
$$y_f(t) + a_{m1} y_f(t-1) + a_{m1} y_f(t-2) = y(t)$$

www.powerjam.ir

حال به دست آوردن یک خود تنظیم‌گر مستقیم با اعمال الگوریتم ۳ ـ ۳، سرراست است. بنابراین پارامترهای مدل که به کمک معادلهٔ (۳ ـ ۲۰) داده شده است شبیه‌سازی شده و سپس سیگنال کنترل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{f}_0\, u(t) + \hat{f}_1\, u(t-1) = \hat{t}_0\, u_c(t) - \hat{s}_0\, y(t) - \hat{s}_1\, y(t-1)$$

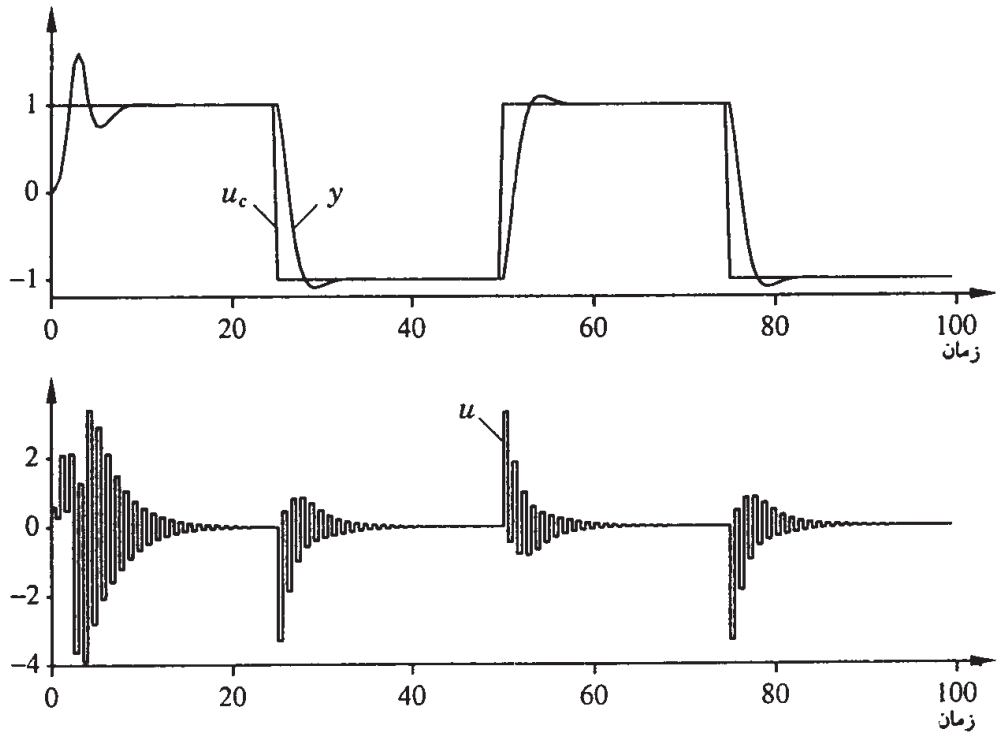
که در آن $\hat{f}_0$، $\hat{f}_1$، $\hat{s}_0$ و $\hat{s}_1$ تخمیهای حاصل هستند و $\hat{t}_0$ از معادلهٔ (۳ ـ ۲۹) به دست می‌آید که به صورت:

$$\hat{t}_0 = 1 + a_{m1} + a_{m2}$$

است.

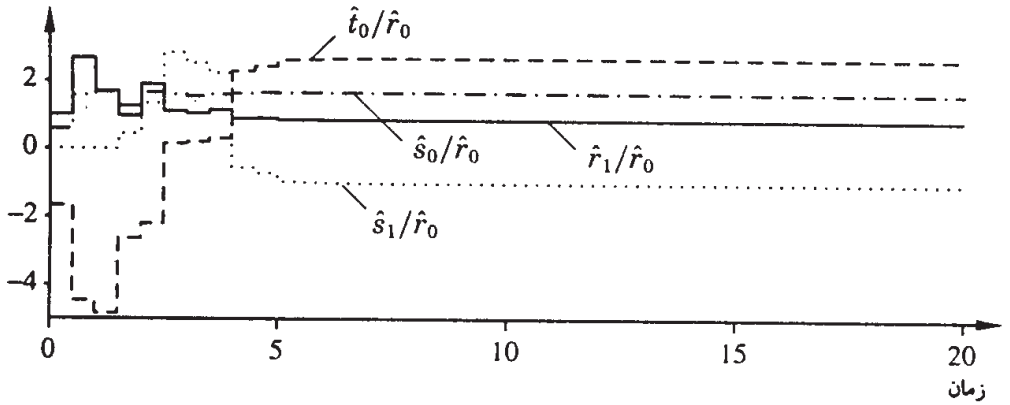
توجه کنید که تخمین r_0 باید مخالف صفر باشد تا کنترلگر علّی شود.

شکل ۳ ـ ۱۰ ورودیها و خروجیهای فرایند را در شبیه‌سازی الگوریتم مستقیم و شکل ۳ ـ ۱۱ تخمینهای پارامتر را نشان می‌دهد. حالت گذرای اولیه، بشدت به شرایط اولیه وابسته



شکل ۳ ـ ۱۰. سیگنال فرمان u_c، خروجی فرایند y و سیگنال کنترل u وقتی که فرایند معادلهٔ (۳ ـ ۱۶) با استفاده از یک خود تنظیم‌گر مستقیم با $d_0 = 1$ کنترل می‌شود. با شکل ۳ ـ ۴ مقایسه کنید.

www.powerjam.ir



شکل ۳ ـ ۱۱. تخمینهای پارامتر متناظر با شبیه‌سازی نشان داده شده درشکل ۳ ـ ۱۰: $\hat{r}_1/\hat{r}_0$، (خط پر)؛ $\hat{t}_0/\hat{r}_0$ (خط چین)؛ $\hat{s}_0/\hat{r}_0$ (خط ـ نقطه)؛ $\hat{s}_1/\hat{r}_0$، (نقطه چین)

است. در $t = ۱۰۰$ پارامترهای کنترلگر عبارت است از:

$$\frac{\hat{f}_1(۱۰۰)}{\hat{f}_0(۱۰۰)} = ۰/۸۵\ (۰/۸۴۶۷) \qquad \frac{\hat{t}_0(۱۰۰)}{\hat{f}_0(۱۰۰)} = ۱/۶۵\ (۱/۶۵۳۱)$$

$$\frac{\hat{s}_0(۱۰۰)}{\hat{f}_0(۱۰۰)} = ۲/۶۸\ (۲/۶۸۵۲) \qquad \frac{\hat{s}_1(۱۰۰)}{\hat{f}_0(۱۰۰)} = -۱/۰۳\ (-۱/۰۳۲۱)$$

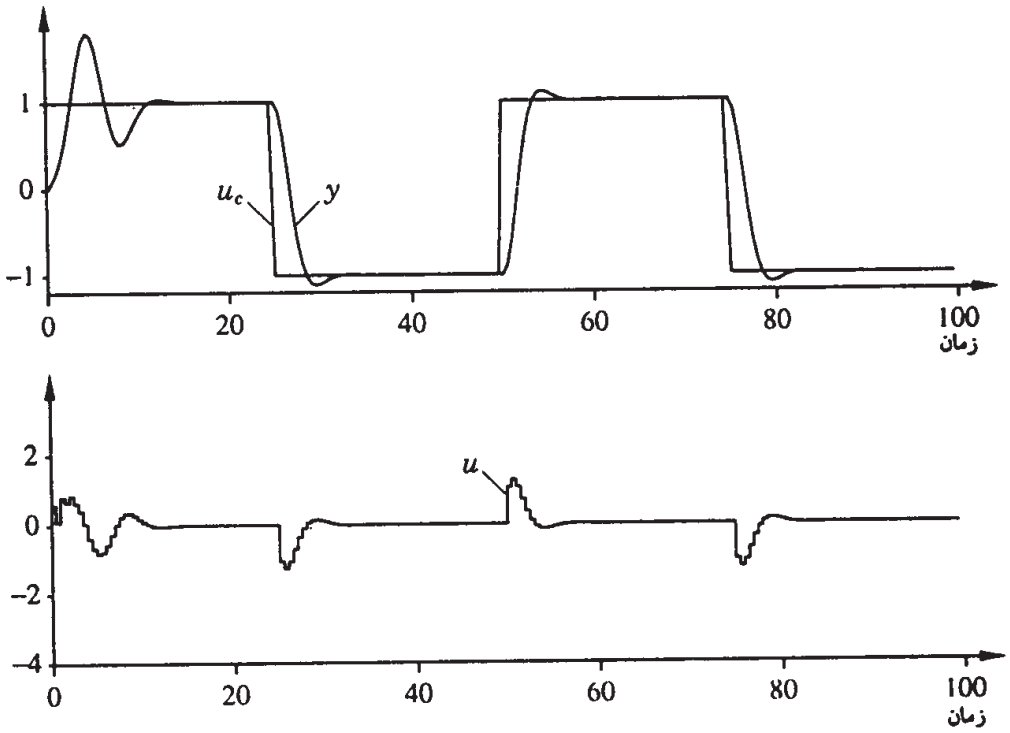
برای مقایسه مستقیم با مثالهای ۳ ـ ۱ و ۳ ـ ۳ پارامترهای کنترلگر بر $\hat{f}_0$ تقسیم می‌شود. مقادیر صحیح در داخل پرانتز داده شده است. مقایسهٔ شکلهای ۳ ـ ۴ و ۳ ـ ۱۰ نشان می‌دهد که الگوریتمهای مستقیم و غیرمستقیم دارای رفتار بسیار مشابهی هستند. قانون کنترل محدود در هر دو حالت یکسان است. به دلیل حذف صفر فرایند، نوسانهای حلقه‌ای در سیگنال کنترل دیده می‌شود.

در عمل تأخیر زمانی و مرتبهٔ فرایند تحت کنترل معلوم نیست. بنابراین طبیعی است که این متغیرها را به عنوان پارامترهای طراحی که کاربر آنها را انتخاب می‌کند، درنظر بگیریم. پارامتر d_0 برای یک الگوریتم مستقیم از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در مثال بعد نشان می‌دهیم که با افزایش مقدار d_0 می‌توان بسادگی از این نوسانها اجتناب کرد.

مثال ۳ ـ ۸ خود تنظیم‌گر مستقیم با $d_0 = ۲$

در استخراج الگوریتم مستقیم، پارامتر d_0، فزونی قطب فرایند بود. موقتاً فرض کنید که ما مقدار d_0 را نمی‌دانیم و در عوض آن را به عنوان یکی از پارامترهای طراحی در نظر می‌گیریم. شکل ۳ ـ ۱۲ شبیه‌سازی الگوریتم مستقیم استفاده شده در مثال ۳ ـ ۷ را با $d_0 = ۲$ به جای $d_0 = ۱$ نشان می‌دهد.

www.powerjam.ir



شکل ۳ ـ ۱۲. سیگنال فرمان u_c، خروجی فرایند y و سیگنال کنترل u وقتی که فرایند معادلهٔ (۳ ـ ۱۶) با یک خود تنظیم‌گر مستقیم با $d_0 = ۲$ کنترل می‌شود.

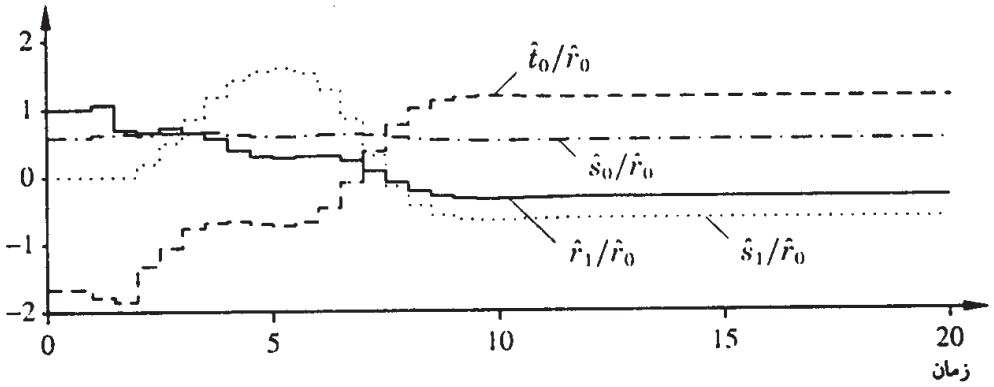
سایر پارامترها یکسان هستند. توجه کنید که رفتار سیستم، کاملاً منطقی و فاقد هیچ حلقه‌ای در سیگنال کنترل است. شکل ۳ ـ ۱۳ تخمینهای پارامتر را نشان می‌دهد. تخمینهای حاصل در زمان $t = ۱۰۰$ مربوط به پارامترهای کنترلگر عبارت است از:

$$\frac{\hat{f}_1(۱۰۰)}{\hat{f}_0(۱۰۰)} = -۰/۳۳۷ \qquad \frac{\hat{t}_0(۱۰۰)}{\hat{f}_0(۱۰۰)} = ۰/۵۲$$

$$\frac{\hat{S}_0(۱۰۰)}{\hat{f}_0(۱۰۰)} = ۱/۲۰ \qquad \frac{\hat{S}_1(۱۰۰)}{\hat{f}_0(۱۰۰)} = -۰/۶۷$$

بنابراین به این نتیجهٔ جالب و شگفت‌انگیز می‌رسیم که حذف صفر فرایند با افزایش پارامتر d_0 قابل اجتناب است. این حقیقت بعدتر هنگام تحلیل الگوریتم توضیح داده خواهد شد.

www.powerjam.ir



شکل ۳ ـ ۱۳. تخمینهای پارامتر متناظر با شکل ۳ ـ ۱۲: $\hat{r}_1/\hat{r}_0$، (خط پر)؛ $\hat{t}_0/\hat{r}_0$ (خط چین)؛ $\hat{s}_0/\hat{r}_0$ (خط ـ نقطه)؛ $\hat{s}_1/\hat{r}_0$، (نقطه چین)

کنترل پیشخور

یک جنبهٔ خوب خود تنظیم‌گر مستقیم آن است که بسادگی می‌تواند شامل پیشخور شود. فرض کنید v اغتشاش قابل اندازه‌گیری باشد. با تخمین پارامترهای مدلِ:

$$y(t) = \frac{1}{A_0 A_m}(Ru(t) + Sy(t) - Uv(t)) \qquad (۳۱ ـ ۳)$$

و استفاده از قانون کنترلِ:

$$Ru(t) = Tu_c(t) - Sy(t) - Uv(t)$$

به کنترلگر خودتنظیمی می‌رسیم که پسخور و پیشخور را ترکیب می‌کند. جملهٔ Tu_c در قانون کنترل را می‌توان به عنوان یک جملهٔ پیشخور درنظر گرفت.

در الگوریتم ۳ ـ ۳ چندجمله‌ایهای R و S تخمین زده شده، چندجمله‌ای T محاسبه می‌شود. این بدان معناست که جملات مختلف قانون کنترل به طرق مختلفی بدست می‌آید. می‌توان با درنظر گرفتن Tu_c بعنوان یک جملهٔ پیشخورِ تطبیق‌شونده به الگوریتمی دست یافت که در آن، همهٔ ضرایب قانون کنترل تخمین زده شود. برای این کار ابتدا توجه می‌کنیم که پاسخ مطلوب به کمک معادلهٔ زیر داده می‌شود:

$$y_m(t) = \frac{B_m}{A_m}u_c(t) = \frac{T}{A_0 A_m}u_c(t)$$

از معادلهٔ (۳ ـ ۲۷) نتیجه می‌شود که خطای $e(t) = y(t) - y_m(t)$ به صورت زیر است:

$$e(t) = \frac{1}{A_0 A_m}(Ru(t) + Sy(t) - Tu_c(t)) \qquad (۳۲ ـ ۳)$$

$$= R^* u_f(t - d_0) + S^* y_f(t - d_0) - T^* u_{cf}(t - d_0)$$

www.powerjam.ir

که در آن u_f، y_f و u_{cf} سیگنالهای فیلتر شده‌ای هستند که با معادلات (۳ ـ ۲۸) تعریف می‌شوند و داریم:

$$u_{cf}(t) = \frac{1}{A_o^*(q^{-1})A_m^*(q^{-1})}u_c(t)$$

بعلاوه «d_o = درجهٔ B_m − درجهٔ ($A_o A_m$)=درجهٔ S=درجهٔ R=درجهٔ T» و «A_m». حال با تخمین پارامترهای معادلهٔ (۳ ـ ۳۲) بسادگی الگوریتمی مشابه الگوریتم ۳ ـ ۳، که در آن پارامترهای چندجمله‌ای پیشخور T نیز تخمین زده می‌شود، به دست می‌آید.

سیستمهای ناکمینه فاز (NMP)

حال حالتی را توضیح می‌دهیم که صفرهای فرایند قابل حذف نیستند. مدل فرایند تبدیل یافته معادلهٔ (۳ ـ ۲۶) را که به صورت زیر است، درنظر بگیرید:

$$A_o A_m y(t) = B^- (Ru(t) + Sy(t))$$

که در آن «درجهٔ B^- = درجهٔ ($A_o A_m$) = درجهٔ S = درجهٔ R» است. چنانچه معرفی کنیم:

$$\mathcal{R} = B^- R \quad \text{و} \quad S = B^- S$$

معادله را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$y(t) = \frac{1}{A_o A_m}(\mathcal{R}u(t) + Sy(t)) = \mathcal{R}^* u_f(t - d_o) + S^* y_f(t - d_o) \qquad (۳۳ ـ ۳)$$

که در آن u_f و y_f به ترتیب ورودیها و خروجیهای فیلتر شده‌ای هستند که از معادلات (۳ ـ ۲۸) به دست می‌آیند. توجه کنید که چندجمله‌ای $\mathcal{R}$ تکین نیست. چندجمله‌ایهای $\mathcal{R}$ و S دارای یک عامل مشترک هستند که صفرهای دارای میرایی ضعیف را سبب می‌شود. این عامل باید قبل از محاسبهٔ قانون کنترل حذف شود. بدین ترتیب الگوریتم کنترل تطبیقی مستقیم زیر به دست می‌آید:

الگوریتم ۳ ـ ۴ رگولاتور خودتنظیم مستقیم برای سیستمهای NMP

داده‌ها: مشخصات داده شده برحسب A_m، B_m و A_o و درجهٔ d_o مربوط به سیستم؛

گام ۱: ضرایب چندجمله‌ایهای $\mathcal{R}$ و S را در مدل معادلهٔ (۳ ـ ۳۳) با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی تخمین بزنید.

www.powerjam.ir

گام ۲: عوامل مشترک ممکن در $\mathcal{R}$ و $\mathcal{S}$ را برای رسیدن به R و S حذف کنید.

گام ۳: سیگنال کنترل را از معادلهٔ (۳ ـ ۲) محاسبه کنید که در آن R و S مقادیر به دست آمده در گام ۲ و T از معادلهٔ (۳ ـ ۱۲) به دست می‌آید.

گامهای ۱، ۲ و ۳ را در هر دوره نمونه‌برداری تکرار کنید.

در این الگوریتم مسألهٔ تخمین غیرخطی وجود ندارد امّا از آنجا که پارامترهای چندجمله‌ای B^- دوبار تخمین زده می‌شود، پارامترهای بیشتری نسبت به وقتی که از معادلهٔ (۳ ـ ۲۴) استفاده می‌شد باید تخمین زده شود. لیکن به دلیل خطی بودن مدل نسبت به پارامترها، تخمین، سرراست است. می‌توان با استفاده از الگوریتم اقلیدسیِ فصل یازدهم در گام ۲، عوامل مشترک چندجمله‌ایهای $\mathcal{R}$ و $\mathcal{S}$ را حذف کرد. این گام بحرانی است، زیرا یک عامل مشترک ناپایدار می‌تواند باعث بروز ناپایداری شود.

باید از محاسبهٔ چندجمله‌ای T اجتناب ورزید. برای این کار توجه کنید که:

$$y_m = \frac{B^- B'_m}{A_m} u_c$$

خطای $e = y - y_m$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$e(t) = \frac{B^-}{A_\circ A_m} (Ru(t) + Sy(t) - Tu_c(t))$$

$$= \mathcal{R}^* u_f(t - d_\circ) + \mathcal{S}^* y_f(t - d_\circ) - \mathcal{T}^* u_{cf}(t - d_\circ) \qquad (۳۴ ـ ۳)$$

با درنظرگرفتن این معادلات برای تخمین پارامترها می‌توان تخمین چندجمله‌ایهای $\mathcal{R}$، $\mathcal{S}$ و $\mathcal{T}$ را تعیین کرد. توجه کنید که برای تخمین ضرایب $\mathcal{T}$ لازم است سیگنال فرمان، تحریک کنندهٔ پایا باشد.

آمیزش الگوریتمهای مستقیم و غیرمستقیم

در حالت خاصی که هیچکدام از صفرهای فرایند حذف نمی‌شود، می‌توان الگوریتم مستقیم دیگری را به دست آورد. در این حالت داریم: $B = B^-$ و مدل معادلهٔ (۳ ـ ۲۴) به صورت زیر درمی‌آید:

$$A_\circ A_m y(t) = B(Ru(t) + Sy(t))$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$y(t) = \frac{B}{A_\circ A_m} (Ru(t) + Sy(t)) = B^* \left(R^* u_f(t - d_\circ) + S^* y_f(t - d_\circ)\right)$$

(۳۵ ـ ۳)

www.powerjam.ir

الگوریتم ذیل، یک الگوریتم آمیخته است که مشخصه‌های روشهای مستقیم و غیرمستقیم را ترکیب می‌کند.

الگوریتم ۳ ـ ۵ خود تنظیم‌گر آمیخته

داده‌ها: چندجمله‌ایهای A_0 و A_m؛

گام ۱: پارامترهای چندجمله‌ایهای A و B را در مدل زیر تخمین بزنید:

$$Ay = Bu$$

گام ۲: پارامترهای چندجمله‌ایهای R و S را در معادلهٔ (۳ ـ ۳۵)، که B از تخمین گام ۱ بدست آمده است، تخمین بزنید.

گام ۳: از قانون کنترل:

$$Ru = Tu_c - Sy$$

که در آن R و S از گام ۲ و $T = t_0 A_0$ با $t_0 = \frac{A_m(1)}{B(1)}$ به دست آمده است، استفاده کنید.

نکتهٔ ۱: به جای محاسبهٔ T می‌توان با جایگزین کردن گام ۲ به صورت زیر، این چندجمله‌ای را نیز تخمین زد.

گام ۲′: پارامترهای چندجمله‌ایهای R، S و t_0 را از مدل زیر تخمین بزنید:

$$e(t) = y(t) - y_m(t) = \frac{B}{A_0 A_m}\left(Ru(t) + Sy(t) - t_0 A_0 u_c(t)\right)$$

$$= B^*\left(R^* u_f(t - d_0) + S^* y_f(t - d_0) - t_0 A_0^* u_{cf}(t - d_0)\right) \quad (۳۶ ـ ۳)$$

که در آن B چندجمله‌ای به دست آمده از گام ۱ است. در این صورت فرض می‌شود که «درجهٔ A = درجهٔ A_m» است.

نکتهٔ ۲: به جای اینکه در هر گام معادلهٔ دیوفانتین حل شود، دو مدل فرایند تخمین زده می‌شود. این موضوع یک تکرار اضافی تخمینگر حداقل مربعات را در هر زمان نمونه‌برداری سبب می‌شود.

۳ ـ ۶ اغتشاشهای دارای مشخصه‌های معلوم

تاکنون بر مسائل سروکه در هوا ـ فضا و مکاترونیک معمول هستند تمرکز کرده‌ایم. در کنترل صنعتی، مسائل تنظیم معمول‌تر است. بنابراین توجه به تضعیف اغتشاشهایی که بر فرایند عمل می‌کنند، مهم است. اغتشاش از طرق مختلفی ممکن است وارد فرایند شود. برای سادگی فرض

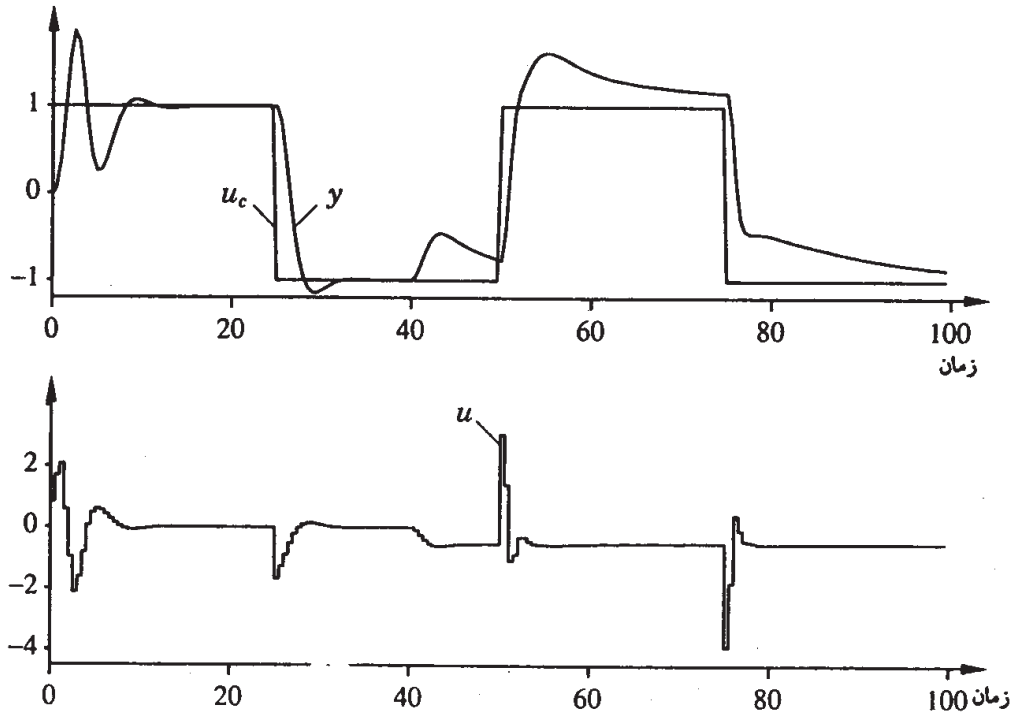
www.powerjam.ir

می‌کنیم این اغتشاشها مطابق شکل ۳ ـ ۲ در ورودی فرایند وارد می‌شود. این فرض خیلی محدودکننده نیست. اگر اغتشاشها با v نشان داده شود، آنگاه سیستم به کمک معادلهٔ (۳ ـ ۱) توصیف می‌شود. ابتدا از یک مثال برای نشان دادن این موضوع استفاده می‌کنیم که اغتشاشهای بار، مشکلاتی را به وجود می‌آورد.

مثال ۳ ـ ۹ تأثیر اغتشاشهای بار

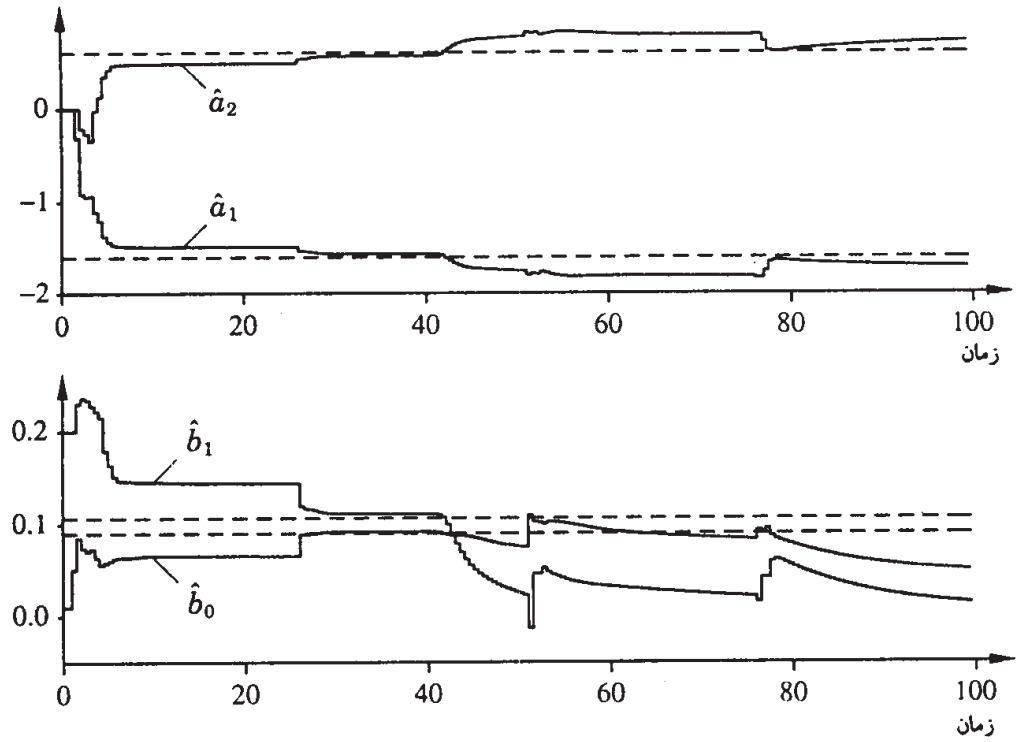
سیستم مثال ۳ ـ ۵ را درنظر بگیرید که در آن رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیمی بدون حذف صفر وجود دارد. حال شبیه‌سازی شکل ۳ ـ ۶ را دوباره تکرار می‌کنیم. بجز اینکه اغتشاش بار برای $t \geq ۴۰$ برابر $v(t) = ۰/۵$ است؛ ضمناً ضریب فراموشی $\lambda = ۰/۹۸$ نیز درنظر گرفته شده و سایر شرایطِ شبیه‌سازی، مانند شکل ۳ ـ ۱۴ است. شکل ۳ ـ ۱۴ را با شکل ۳ ـ ۶ مقایسه کنید. شکل ۳ ـ ۱۴ نشان می‌دهد که ممکن است اغتشاش بار فاجعه‌انگیز باشد. از توضیحات مثال ۳ ـ ۵ نتیجه می‌شود که درصورتی همواره به مقدار حالت ماندگار صحیح می‌رسیم که گامها به اندازهٔ کافی طولانی باشد.

توجه کنید که پاسخ بشدت نامتقارن است. دلیل این امر آن است که پارامترهای کنترلگر بسرعت با تغییر سیگنال کنترل تغییر می‌کند؛ شکل ۳ ـ ۱۵ را که تخمیهای پارامتر را نشان می‌دهد ببینید.



شکل ۳ ـ ۱۴. خروجی و سیگنال کنترل وقتی که برای یک سیستم با خود تنظیم‌گر غیرمستقیم (بدون حذف صفر) اغتشاش باری به شکل پله در زمان $t = ۴۰$ در ورودی فرایند وجود دارد.

www.powerjam.ir



شکل ۳ ـ ۱۵. تخمینهای پارامتر متناظر با شکل ۳ ـ ۱۴.

تغییر سریع تخمینها در پاسخ به سیگنالهای فرمان نشان می‌دهد که ساختار مدل دقیق نیست. همچنین تخمینهای پارامتر به‌طور قابل ملاحظه‌ای در پلهٔ اغتشاش بار تغییر می‌کنند. وقتی سیگنال فرمان ثابت است به نظر می‌رسد که پارامترها به مقادیر ثابتی می‌رسند که از پارامترهای صحیح دور هستند.

روشهای بسیاری برای مقابله با اغتشاش وجود دارد. در این قسمت از *اصل مدل درونی*[1] استفاده می‌شود. یک روش جایگزین، تخمین اغتشاش و جبران آن به روش پیشخور است. بررسی دقیق روشهای مختلف و فواید و مضرات آنها در فصل یازدهم مطرح می‌شود.

یک روش طراحی اصلاح شده

روش جایابی قطب را می‌توان به گونه‌ای اصلاح کرد که اغتشاشها نیز در آن به حساب آیند. در بسیاری از حالات اغتشاشهای مهم دارای مشخصه‌های معلومی هستند. برای رسیدن به این مطلب فرض کنید اغتشاش v در مدل (۳ ـ ۱) توسط سیستم دینامیکی زیر تولید می‌شود:

$$A_d v = e \qquad (۳۷ - ۳)$$

1. Internal Model Principle

www.powerjam.ir

که در آن e یک پالس، دنباله‌ای از پالسهای با پنهای زیاد، نویز سفید، یا مفاهیم زمان ـ پیوستهٔ معادل آنها است. برای مثال یک اغتشاش پله‌ای در سیستمهای زمان ـ گسسته به کمک مدل:

$$A_d(q) = q - 1$$

و در سیستمهای زمان ـ پیوسته با مدل زیر تولید می‌شود:

$$A_d(p) = p$$

با استفاده از کنترلگر معادلهٔ (۳ ـ ۲) داریم:

$$y = \frac{BT}{AR + BS} u_c + \frac{BR}{A_d(AR + BS)} e$$

$$u = \frac{AT}{AR + BS} u_c - \frac{BS}{A_d(AR + BS)} e \qquad (۳۸ - ۳)$$

بنابراین چندجمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بسته شامل دینامیک اغتشاش به عنوان یک عامل می‌باشد. این چندجمله‌ای، در حالت کلّی دارای ریشه‌هایی در محدودهٔ پایداری یا در ناحیهٔ ناپایداری است. از معادلهٔ (۳ ـ ۳۸) نتیجه می‌شود که برای محدود ماندن خروجی در حالی که این اغتشاشها وجود دارد، باید A_d عاملی از R باشد. این کار y را محدود خواهد کرد اما ممکن است ورودی کنترل u بینهایت شود. البته این موضوع برای جبران یک اغتشاش بینهایت لازم است.

قبلاً ذکر شد که معادلهٔ دیوفانتین جوابهای زیادی دارد (با معادلات (۳ ـ ۱۴) مقایسه کنید). اگر R° و S° جواب معادلهٔ دیوفانتینِ:

$$AR^\circ + BS^\circ = A_c^\circ$$

باشد، نتیجه می‌شود که:

$$R = XR^\circ + YB$$

$$S = XS^\circ - YA \qquad (۳۹ - ۳)$$

معادلهٔ زیر را برآورده می‌کند:

$$AR + BS = XA_c^\circ$$

www.powerjam.ir

اگر کنترلگر S° و R° که چندجمله‌ای مشخصهٔ A_c° را می‌دهد به دست آید، با استفاده از کنترلگر (۳ ـ ۳۹) می‌توانیم کنترلگری با چندجمله‌ای مشخصهٔ XA_c° داشته باشیم. فرض کنید یک کنترلگر R° و S° طراحی کرده‌ایم و می‌خواهیم کنترلگر جدیدی داشته باشیم که در آن $R' A_d = R$ باشد. آنگاه چندجمله‌ای پایدار X را که قطبهای حلقه ـ بستهٔ اضافی را شامل می‌شود انتخاب کرده، R' و Y را به گونه‌ای تعیین می‌کنیم که داشته باشیم:

$$R = A_d R' = XR^\circ + YB \qquad (۴۰ ـ ۳)$$

درنتیجه کنترلگر جدید از معادلات (۳ ـ ۳۹) به دست می‌آید.

رفتار انتگرالی

در حالت خاصی که اغتشاش ثابت و به صورت $A_d = q - ۱$ است، باید یک قطب حلقه ـ بسته اضافه کنیم. بنابراین داریم:

$$X = q + x_\circ$$

و معادلهٔ (۳ ـ ۴۰) به صورت زیر درمی‌آید:

$$(q - ۱) R' = (q + x_\circ) R^\circ + y_\circ B$$

با قرار دادن $q = ۱$ معادله‌ای برای حل $y_\circ$ به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$y_\circ = -\frac{(۱ + x_\circ) R^\circ (۱)}{B (۱)} \qquad (۴۱ ـ ۳)$$

با قرار دادن X و $Y = y_\circ$ در معادلات (۳ ـ ۲۹) کنترلگر جدید حاصل می‌شود.

اصلاحات تخمینگر

اغتشاش رابطهٔ بین ورودیها و خروجیهای فرایند را تغییر می‌دهد. اغتشاشهای بار مانند پله‌ها تأثیر بدی در ویژگیهای فرکانس پایین مدل دارد. روشهای متعدد مقابله با این مسأله در قسمت ۱۱ ـ ۵ توضیح داده خواهد شد. یک امکان، وارد کردن اغتشاش در مدل و تخمین آن است. راه دیگر، که ما در اینجا به کار خواهیم برد، فیلتر کردن سیگنال است به گونه‌ای که تأثیر

www.powerjam.ir

اغتشاش خیلی بزرگ نباشد. در مدل معادلهٔ (۳ ـ ۱) خطای معادله $B(q)v$ است. اگر $B(1) \neq 0$ و v یک پلهٔ بزرگ باشد این معادله کمیتی بسیار بزرگ خواهد بود. اگر اغتشاش v در معادلهٔ (۳ ـ ۱) به کمک معادلهٔ (۳ ـ ۳۷) قابل توصیف باشد درمی‌یابیم که معادلهٔ (۳ ـ ۱) به صورت زیر قابل بیان است:

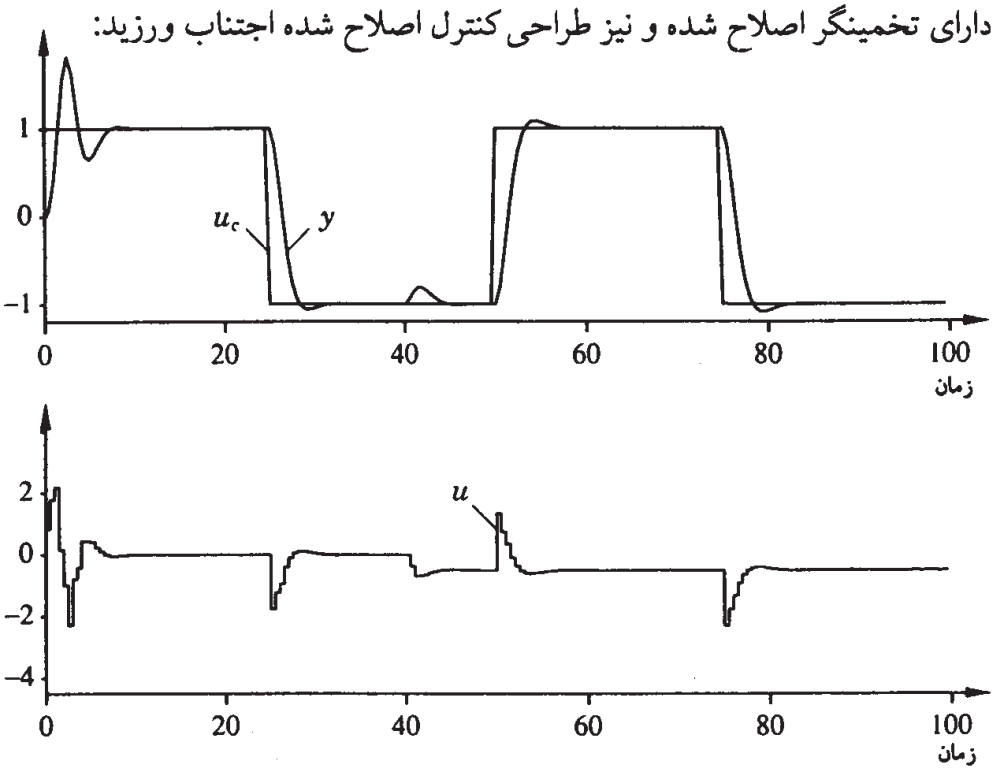
$$A_d Ay(t) = A_d B(u(t) + v(t)) = A_d By(t) + e(t)$$

بنابراین داریم:

$$Ay_f(t) = Bu_f(t) + e(t) \qquad (۴۲ ـ ۳)$$

بنابراین با درنظر گرفتن سیگنالهای فیلتر شدهٔ $y_f = A_d y$ و $u_f = A_d u$ مدلی به دست خواهیم آورد که در آن خطای معادله به جای v، برابر e است که e به اندازهٔ قابل ملاحظه‌ای از v کوچکتر است. برای مثال اگر v یک پله و $A_d = q - 1$ مانند مثال ۳ ـ ۹ باشد، درمی‌یابیم که e به جز در زمانی که پله‌ای در v اتفاق می‌افتد، برابر صفر است.

مثال بعد نشان می‌دهد که می‌توان از مشکلات مطرح شده در مثال ۳ ـ ۹ با استفاده از یک خود تنظیم‌گر دارای تخمینگر اصلاح شده و نیز طراحی کنترل اصلاح شده اجتناب ورزید:



شکل ۳ ـ ۱۶. خروجی و سیگنال کنترل با استفاده از یک خود تنظیم‌گر غیرمستقیم با رفتار انتگرالی و تخمینگر اصلاح شده.

www.powerjam.ir

مثال ۳ ـ ۱۰ اغتشاشهای بار: تخمینگر و کنترلگر اصلاح شده

حال نشان می‌دهیم که مشکلات پدید آمده در مثال ۳ ـ ۹ با اصلاح تخمینگر و کنترلگر، قابل اجتناب است. ابتدا کنترلگری را مطرح می‌کنیم که با اعمال روش طراحی که به تازگی توضیح دادیم، دارای رفتار انتگرالی است.

برای این کار همان سیستم مثال ۳ ـ ۵ را با کنترلگری که به صورت زیر تعریف شده است درنظر می‌گیریم:

$$R^{\circ} = q + r_1 \qquad S^{\circ} = s_0 q + s_1$$

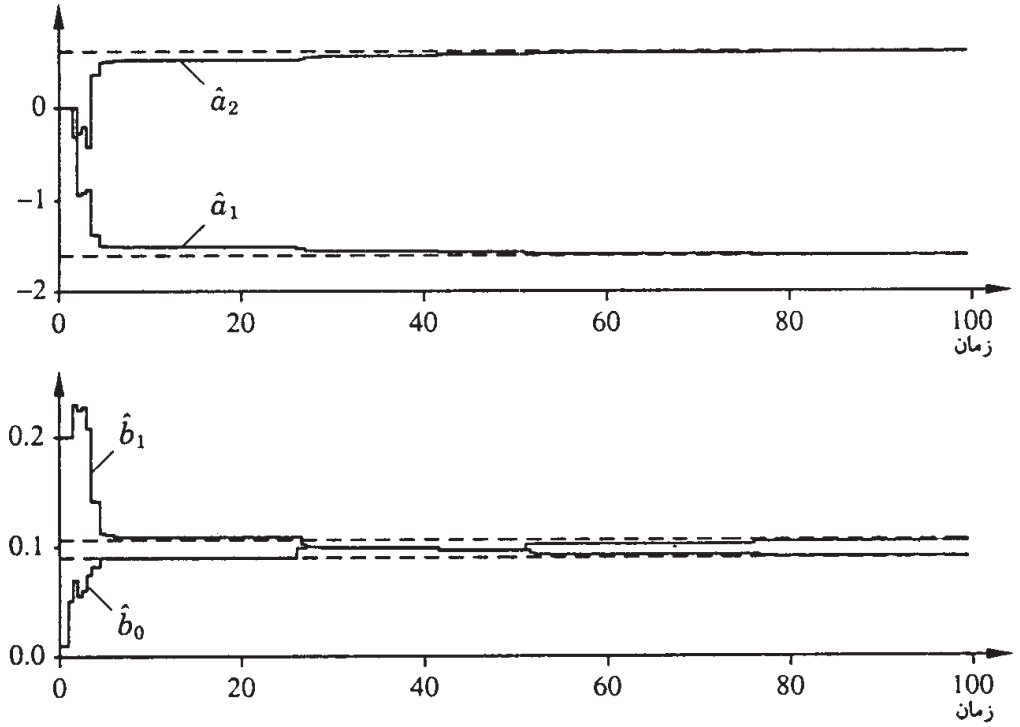
چندجمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بستهٔ A_c از درجهٔ سه است. برای به دست آوردن کنترلگری با رفتار انتگرالی، مرتبهٔ سیستمِ حلقه ـ بسته به کمک افزودن قطبی در چندجمله‌ای حلقه ـ بسته در $q = -x_0 = 0$ افزایش می‌یابد. در این صورت از معادلهٔ (۳ ـ ۴۱) نتیجه می‌شود که:

$$y_0 = -\frac{1 + r_1}{b_0 + b_1}$$

بنابراین $X = q$ و $Y = y_0$ و معادلات (۳ ـ ۳۹) نتایج زیر را سبب می‌شود:

$$R = q(q + r_1) + y_0(b_0 q + b_1) = (q - 1)(q - b_1 y_0)$$

$$S = q(s_0 q + s_1) - y_0(q^2 + a_1 q + a_2) = (s_0 - y_0)q^2 + (s_1 - a_1 y_0)q - a_2 y_0$$



شکل ۳ ـ ۱۷. تخمینهای پارامتر متناظر با شکل ۳ ـ ۱۶

www.powerjam.ir

تخمینها برای کاهش اثر اغتشاشها بر اساس مدل (۳ ـ ۴۲) و با $A_d = q - 1$ است. شکل ۳ ـ ۱۶ شبیه‌سازی متناظر با شبیه‌سازی شکل ۳ ـ ۱۴ را همراه با رگولاتور خودتنظیم اصلاح شده نشان می‌دهد. مقایسه با شکل ۳ ـ ۱۴ بهبود قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهد. اغتشاش بار بسرعت کاهش می‌یابد. به دلیل رفتار انتگرالی اندکی پس از $t = 40$، کنترل با دامنه‌ای متناظر با اغتشاش بار کاهش خواهد یافت. تخمینهای پارامتر نشان داده شده در شکل ۳ ـ ۱۷ بیانگر فواید استفاده از تخمینگر اصلاح شده است.

مخصوصاً توجه کنید وقتی که اغتشاش بار اتفاق می‌افتد تغییر بسیار کوچکی در تخمینها وجود دارد.

خود تنظیم‌گر مستقیم با رفتار انتگرالی

مطرح کردن انتگرالگیرها در خودتنظیم‌گرهای مستقیم نیز سرراست است. فرایند مدل زیر را درنظر بگیرید:

$$A(q)y(t) = B(q)(u(t) + v(t)) \qquad (۴۳ ـ ۳)$$

که در آن «درجهٔ $B(q)$ − درجهٔ $A(q) = d$» است. فرض می‌شود که v ثابت است یا بندرت تغییر می‌کند. فرض کنید پاسخ مطلوب به سیگنالهای فرمان به صورت زیر باشد:

$$A_m(q)y(t) = A_m(1)u_c(t - d) \qquad (۴۴ ـ ۳)$$

که در آن «$d \geq$ درجهٔ A_m» است. چندجمله‌ای رؤیتگر را، $A_o(q)$ درنظر بگیرید. در این صورت معادلهٔ طراحی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$AR + BS = B^+ A_o A_m \qquad (۴۵ ـ ۳)$$

که $B = b_o B^+$ است. اگر بخواهیم رگولاتور رفتار انتگرالی داشته باشد، درمی‌یابیم که چندجمله‌ای R باید به شکل زیر باشد:

$$R = R' B^+ = R'_1 B^+ (q - 1) = R'_1 B^+ \Delta \qquad (۴۶ ـ ۳)$$

آنگاه معادلهٔ (۳ ـ ۴۵) به صورت زیر درمی‌آید:

$$A\Delta R'_1 + b_o S = A_o A_m \qquad (۴۷ ـ ۳)$$

www.powerjam.ir

بنابراین:

$$A_0 A_m y = A R'_1 \Delta y + b_0 Sy \qquad (۴۸-۳)$$
$$= B R'_1 \Delta u + b_0 R' \Delta v + b_0 Sy$$
$$= b_0 (R' \Delta u + Sy) + b_0 R' \Delta v$$

که معادلهٔ (۳ـ۴۳) برای به دست آوردن تساوی دوم مورد استفاده قرار گرفته است. توجه کنید که اگر v ثابت باشد جملهٔ آخر پس از حالت گذرا از بین خواهد رفت. اگر معادلهٔ (۳ـ۴۸) را با استفاده از عملگر پس رو بازنویسی کنیم، با چشم‌پوشی از v خواهیم داشت:

$$A_0^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1}) y(t+d) = b_0 (R'^*(q^{-1}) \Delta^*(q^{-1}) u(t) + S^*(q^{-1}) y(t)) \qquad (۴۹-۳)$$

از این معادله می‌توان به عنوان اساس تخمین پارامترها استفاده کرد، اما موانع متعددی در این راه وجود دارد. اول اینکه جملهٔ $A_0^* A_m^*$ یک فیلتر بالاگذر است که به نویز بسیار حساس است. علاوه بر این از معادلهٔ (۳ـ۴۷) نتیجه می‌شود که:

$$b_0 S^*(1) = A_0^*(1) A_m^*(1) = A_0(1) A_m(1) \qquad (۵۰-۳)$$

بنابراین همهٔ پارامترهای چندجمله‌ای S آزاد نیستند. اگر همهٔ پارامترها تخمین زده شود، البته تضمینی برای برقرار شدن معادلهٔ (۳ـ۵۰) وجود ندارد. لیکن پیدا کردن چارهٔ این کار ساده است. می‌توان چندجمله‌ای S^* با خاصیت معادلهٔ (۳ـ۵۰) را به صورت زیر بیان کرد:

$$b_0 S^* = A_0(1) A_m(1) + (1 - q^{-1}) S'^*(q^{-1})$$
$$= A_0(1) A_m(1) + S'^*(q^{-1}) \Delta^*$$

در این صورت معادلهٔ (۳ـ۴۹) به صورت زیر درمی‌آید:

$$A_0^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1}) y(t+d) - A_0(1) A_m(1) y(t)$$
$$= b_0 (R'^*(q^{-1}) \Delta^* u(t) + S'^*(q^{-1}) \Delta^* y(t))$$
$$= \mathcal{R}^*(q^{-1}) \Delta^* u(t) + \mathcal{S}^*(q^{-1}) \Delta^* y(t) \qquad (۵۱-۳)$$

از تقسیم این معادله بر $A_0^* A_m^*$ خواهیم داشت:

$$y(t+d) - \frac{A_0(1) A_m(1)}{A_0^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1})} y(t) = \mathcal{R}^*(q^{-1}) u_f(t) + \mathcal{S}^*(q^{-1}) y_f(t) \qquad (۵۲-۳)$$

www.powerjam.ir

که در آن:

$$u_f(t) = \frac{1 - q^{-1}}{A_o^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1})} u(t)$$

$$y_f(t) = \frac{1 - q^{-1}}{A_o^*(q^{-1}) A_m^*(q^{-1})} y(t)$$

توجه کنید که عمل تفاضل سطوح را حذف می‌کند و تقسیم بر $A_o^* A_m^*$ با فیلترسازی پایین‌گذر متناظر است. بنابراین اثر نهایی، آن است که سیگنالها توسط فیلترهایی که با دینامیکهای مطلوب حلقه ـ بسته و چندجمله‌ای رؤیتگرِ مشخص شده جور شده است، به شکل میان‌گذر فیلتر می‌شود.

حال برای کامل کردن الگوریتم باید مشخص کنیم که قانون کنترل چگونه از پارامترهای تخمینی به دست می‌آید. برای به دست آوردن پاسخ به سیگنالهای فرمان (که با معادلهٔ (۳ ـ ۴۴) بیان می‌شود)، از معادلهٔ (۳ ـ ۱۵) نتیجه می‌شود که:

$$\mathcal{R}^*(q^{-1})\Delta^* u(t) + \mathcal{S}^*(q^{-1})\Delta^* y(t) + A_o(1) A_m(1) y(t) = A_o^*(q^{-1}) A_m(1) u_c(t)$$

در صورتی که راه‌اندازهای اشباع شونده‌ای وجود داشته باشد، کنترلگری با رفتار انتگرالی ممکن است ضعیف عمل نماید. حلقهٔ پسخور حین اشباع شکسته می‌شود و درنتیجه ممکن است انتگرالگیر به مقادیر نامطلوبی رانده شود. این پدیده که اختتام[1] نامیده می‌شود در صورت اصلاح الگوریتم کنترل به صورت زیر قابل اجتناب است.

$$\begin{aligned} A_o^*(q^{-1})(\bar{u}(t) - A_m(1) u_c(t)) &= -A_o(1) A_m(1) y(t) - \mathcal{S}^*(q^{-1})\Delta^* y(t) \\ &\quad - (\mathcal{R}^*(q^{-1})\Delta^* - A_o^*(q^{-1})) u(t) \\ u(t) &= \text{sat}\, \bar{u}(t) \end{aligned} \qquad (۵۳ ـ ۳)$$

پدیدهٔ اختتام در قسمت ۱۱ ـ ۲ بطور مشروح توضیح داده خواهد شد. از خلاصهٔ مطالب فوق الگوریتم ۳ ـ ۶ بدست می‌آید.

1. Windup

www.powerjam.ir

الگوریتم ۳ ـ ۶ الگوریتم خود تنظیم مستقیم

گام ۱: پارامترهای معادلهٔ (۳ ـ ۵۲) را با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی تخمین بزنید.

گام ۲: سیگنال کنترل را از معادلهٔ (۳ ـ ۵۳) با استفاده از تخمینهای گام ۱ محاسبه کنید.

این الگوریتم را می‌توان به عنوان حالت عملی الگوریتم ۳ ـ ۳ در نظر گرفت.

۳ ـ ۷ نتایج

رگولاتورهای خودتنظیم قطعی در این فصل مطرح شد. کنترلگرهای مطرح شده در این فصل را می‌توان به عنوان کوششی برای خودکار کردن گامهای مدلسازی و طراحی کنترل درنظر گرفت. که در حالت عادی به کمک طراح سیستم کنترل انجام می‌شود. با مشخص کردن ساختار مدل، عمل مدلسازی به تخمین پارامتر بازگشتی تبدیل می‌شود. طراحی کنترل نگاشتی از پارامترهای فرایند به پارامترهای کنترلگر را نتیجه می‌دهد. روشهای تخمین ساده (حداقل مربعات) و روشهای طراحی کنترل ساده (جایابی قطب) در این فصل مورد استفاده قرار گرفت. طراحی کنترل براساس اصل هم‌ارزی قطعیت که به معنی صرف‌نظر کردن از عدم قطعیتهای تخمینها در محاسبهٔ قانون کنترل است، استوار بود. دو دسته از الگوریتم‌ها توضیح داده شد: الگوریتم‌های غیرمستقیم و الگوریتم‌های مستقیم. الگوریتمهای غیرمستقیم روشهای پیاده‌سازی سرراستی است که در آنها پارامترهای فرایند تخمین زده شده، با استفاده از برخی معادلاتِ طراحی، پارامترهای کنترلگر محاسبه می‌شود. در الگوریتمهای مستقیم پارامترهای کنترلگر مستقیماً تخمین زده می‌شود. برای این کار از معادلات طراحی برای دوباره پارامتریزه کردن مدل فرایند برحسب پارامترهای کنترلگر استفاده می‌شود. این موضوع برقراری ارتباط بین MRAS و STR را، به گونه‌ای که در فصل ۵ مطرح خواهد شد، ممکن می‌سازد.

مسائل

۳ ـ ۱ در نمونه‌برداری از یک مدل فرایند زمان ـ پیوسته با $h = 1$ تابع انتقال پالس زیر به دست می‌آید:

$$H(z) = \frac{z + 1/2}{z^2 - z + 0/25}$$

طبق مشخصات طراحی مطلوب قطبهای حلقه ـ بستهٔ زمان ـ گسسته باید با چندجمله‌ای مشخصهٔ زمان ـ پیوستهٔ زیر متناظر باشد:

$$s^2 + 2s + 1$$

www.powerjam.ir

(الف) یک رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم زمان ـ گسسته حداقل ـ درجه طراحی کنید. کنترلگر باید رفتار انتگرالی داشته باشد و در حالت ایستان، سیستم حلقه بسته‌ای با بهرهٔ واحد را نتیجه دهد. معادلهٔ دیوفانتینی که این مسألهٔ طراحی را حل می‌کند مشخص کنید.
(ب) یک روش طراحی ارائه کنید که شامل تخمین مستقیم پارامترهای کنترلگر باشد. درمورد اینکه چرا طراحی یک رگولاتور خودتنظیم مستقیم با عملکرد خوب برای این فرایند از یک رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم مشکل‌تر است توضیح دهید.

۳ ـ ۲ فرایند زیر را درنظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{۱}{s(s+a)}$$

که در آن a پارامتری مجهول است. فرض کنید سیستم حلقه ـ بستهٔ مطلوب به صورت زیر باشد:

$$G_m(s) = \frac{\omega^۲}{s^۲ + ۲\zeta\omega s + \omega^۲}$$

الگوریتمهای خودتنظیم غیرمستقیم زمان ـ پیوسته و گسسته را برای این سیستم بنویسید.

۳ ـ ۳ سیستم زیر را درنظر بگیرید:

$$G(s) = G_۱(s)\,G_۲(s)$$

که در آن:

$$G_۱(s) = \frac{b}{s+a}$$

$$G_۲(s) = \frac{c}{s+d}$$

که a و b پارامترهای مجهول و c و d پارامترهای معلوم هستند. الگوریتم‌های خودتنظیم مستقیم و غیرمستقیم زمان ـ گسسته را برای این سیستم نیمه معلوم بنویسید.

۳ ـ ۴ فرایندی دارای تابع انتقال زیر است:

$$G(s) = \frac{b}{s(s+۱)}$$

www.powerjam.ir

که در آن b یک پارامتر متغیر با زمان است. سیستم به کمک کنترلگر تناسبی زیر کنترل می‌شود:

$$u(t) = k(u_c(t) - y(t))$$

مطلوب است انتخاب بهرهٔ پسخور بنحوی که سیستم حلقه ـ بسته دارای تابع انتقال زیر باشد:

$$G(s) = \frac{۱}{s^۲ + s + ۱}$$

یک الگوریتم خودتنظیم غیرمستقیم زمان ـ پیوسته برای این سیستم بنویسید.

۳ ـ ۵ کد شبیه‌سازی مثالهای ۳ ـ ۴ و ۳ ـ ۵ ذیلاً آمده است. این کد را مطالعه کرده، سعی کنید جزئیات آن را بفهمید.

```
DISCRETE SYSTEM reg
"Indirect Self - Tning Regulator based on the model
"H (q) = (b0 * q + b1 ) / (q ^ ۲ + a1 * q + a2 )
"using standard RLS estimation and pole placement design
"Polynomial B is canceled if cancel > 0.5
INPUT ysp y                              "set point and process output
OUTPUT u                                 "control variable
STATE ysp1 y1 u1 v1                      "controller states
STATE th1 th2 th3 th4                    "parameter stimates
STATE f1 f2 f3 f4                        "regression varables
STATE    p11  p12  p13  p14              "covariance matrix"
STATE         p22  p23  p24
STATE              P33  p34
STATE                   P4
NEW nysp1 ny1 nu1 nv1
NEW nth1 nth2 nth3 nth4
NEW nf1 nf2 nf3 nf4
NEW n11 n12 n13 n14 n22 n23 n24 n33 n34 n44
```

www.powerjam.ir


```
TIME t
TSAMP ts

INITIAL
"Compute sampled Am and Ao
a = exp (-z * w * h)
am1 = -2 * a * cos (w * h * sqrt (1-z * z))
am2 = a * a
aop = IF w * To>100 THEN 0 ELSE -exp (-h/To)
ao = IF cancel > 0.5 THEN 0 ELSE -aop

SORT
"1.0 Parameter Estimation
"1.1 Computation of P * f and estimator gain k
pf1 = p11 * f1 + p12 * f2 + p13 * f3 + p14 * f4
pf2 = p12 * f1 + p22 * f2 + p23 * f3 + p24 * f4
pf3 = p13 * f1 + p23 * f2 + p33 * f3 + p34 * f4
pf4 = p14 * f1 + p24 * f2 + p34 * f3 + p44 * f4
denom = lambda + f1 * pf1 + f2 * pf2 + f3 * pf3 + f4 * pf4
k1 = pf1 / denom
k2 = pf2 / denom
k3 = pf3 / denom
k4 = pf4 / denom

"1.2 Update estimates and covariances
eps = y-f1 * th1 - f2 * th2 - f3 * th3 - f4 * th4
nth1 = th1 + k1 * eps
nth2 = th2 + k2 * eps
nth3 = th3 + k3 * eps
```

www.powerjam.ir


```
nth4 = th4 + k4 * eps
n11 = (p11 - pf1 * k1) / 1ambda
n12 = (p12 - pf1 * k2) / 1ambda
n13 = (p13 - pf1 * k3) / 1ambda
n14 = (p14 - pf1 * k4) / 1ambda
n22 = (p22 - pf2 * k2) / 1ambda
n23 = (p23 - pf2 * k3) / 1ambda
n24 = (p24 - pf2 * k4) / 1ambda
n33 = (p33 - pf3 * k3) / 1ambda
n34 = (p34 - pf3 * k4) / 1ambda
n44 = (p44 - pf4 * k4) / 1ambda

"1.3 Update and filter regression vector.
nf1 = -y
nf2 = f1
nf3 = u
nf4 = f3

"2.0 Control design
"2.1 Rename parameters
a1 = nth1
a2 = nth2
b0 = nth3
b1 = nth4

"2.2 Solve the polynomial identity AR + BS = AoAm
n = b1 * b1 - a1 * b0 * b1 + a2 * b0 * b0
r10 = (ao * am2 * b0 2^+(a2-am2-ao * am1) * b0+b1+(ao+am1-a1) * b1 ^2)/n
```

www.powerjam.ir


```
w1 = (a2 * am1 + a2 * ao - a1 * a2 - am2 * ao) * b0
s00 = (w1 + (-a1 * am1 - a1 * ao - a2 + a1 ^ 2 + am2 + am1 * ao) * b1)/n
w2 = (-a1 * am2 * ao + a2 * am2 + a2 * am1 * ao - a2 ^ 2) * b0
s10 = (w2 + (-a2 * am1 - a2 * ao + a1 * a2 + am2 * ao) * b1)/n

"2.3 Compute polynomial T = Ao * Am(1)/B(1)
bs = b0 + b1
as = 1 + am1 + am2
bm0 = as/bs

"2.4 Choose control algorithm
r1 = IF cancel > 0.5 THEN b1/b0 ELSE r10
s0 = IF cancel > 0.5 THEN (am1 - a1)/b0 ELSE s00
s1 = IF cancel > 0.5 THEN (am2 - a2)/b0 ELSE s10
t0 = IF cancel > 0.5 THEN as/b0 ELSE bm0
t1 = IF cancel > 0.5 THEN 0 ELSE bm0*ao

"3.0 Control law with anti-windup
v = -ao * v1 + t0 * ysp + t1 * ysp1 - s0 * y - s1 * y1 + (ao - r1) * u1
u = IF v<-ulim THEN - ulim ELSE IF v<ulim THEN v ELSE ulim

"3.1 Update controller state
ny1 = y
nu1 = u
nv1 = v
nysp1 = ysp

"4.0 Update sampling time
ts = t+h
```

www.powerjam.ir


```
"Parameters
lambda:1                    "forgetting factor
To: 200                     "observer time constant
z: 0.7                      "desired closed loop daming
w: 1                        "desired closed loop natural frequency
h: 1                        "sampling period
ulim: 1                     "limit of control signal
cancel: 1                   "switch for canellation
th1: −2                     "initial estimates
th2: 1
th3 : 0.01
th4: 0.01
p11: 100                    "initial covariances
p22: 100
p33: 100
p44: 100
END
```

۳ ـ ۶ شبیه‌سازی رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم مثال ۳ ـ ۵ را درنظر بگیرید. نحوه وابستگی رفتار گذرای الگوریتم را به مقادیر اولیهٔ θ و P و ضریب فراموشی بررسی کنید.

۳ ـ ۷ رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم مثال ۳ ـ ۵ را درنظر بگیرید. شبیه‌سازی را با دوره‌های زمانی بلندتر روی این مسأله تکرار کنید و چگونگی نزدیک شدن پارامترها به مقادیر صحیح‌شان را بررسی نمایید. همچنین نحوه وابستگی نرخ همگرایی به ضریب فراموشی λ را بررسی کنید.

۳ ـ ۸ رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم مثال ۳ ـ ۵ را درنظر بگیرید. نشان دهید که در صورتی که شرط زیر برقرار باشد هیچ خطای ماندگاری به وجود نمی‌آید:

$$\hat{a}_1 + \hat{a}_2 = 1$$

www.powerjam.ir

شبیه‌سازی استفاده شده برای تولید شکلهای ۳ ـ ۶ و ۳ ـ ۷ را اصلاح کنید، ترکیب پارامتری $\hat{a}_1 + \hat{a}_2$ را رسم نموده، بررسی کنید که شرط فوق تا چه حد ارضاء می‌گردد.

۳ ـ ۹ رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم مثال ۳ ـ ۵ را درنظر بگیرید. مشخصات سیستم حلقه ـ بسته را تغییر داده، چگونگی تغییرات رفتار سیستم را بررسی نمایید.

۳ ـ ۱۰ رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم مثال ۳ ـ ۵ را درنظر بگیرید. برنامهٔ شبیه‌سازی را به گونه‌ای تصحیح نمایید که پارامترهای فرایند قابل تغییر باشند. به طور آزمایشی بررسی کنید که سیستم تطبیقی تا چه حد قادر به تعقیب تغییرات معقول پارامتر سیستم است.

۳ ـ ۱۱ رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم مثال ۳ ـ ۵ را به فرایندی با تابع انتقال زیر اعمال کنید:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

رفتار خطا را وقتی که سیگنال مرجع موجی مربعی باشد، مطالعه کرده و توضیح دهید.

۳ ـ ۱۲ کد شبیه‌سازی مثال ۳ ـ ۶ در زیر آمده است. این کد را مطالعه کرده و سعی کنید همهٔ جزئیات آن را بفهمید.

```
CONTINUOUS SYSTEM reg
"Continuous time STR for the system b/[s(s + a)]
"Desired response given by am2/(s ^ 2 + am1 * s + am2)
"Observer polynomial s + ao

INPUT y ysp
OUTPUT u
STATE yf yf1 uf uf1 xu
STATE th1 th2
STATE p11 p12 p22
DER dyf dyf1 duf duf1 dxu
```

www.powerjam.ir


```
DER dth1 dth2
DER dp11 dp12 dp22

"Filter input and output
dyf = yf1
dyf1 = -am1 * yf1 + am2 * (y - yf)
duf = uf1
duf1 = -am1 * uf1 + am2 * (u - uf)

"Update parameter estimate
f1 = -yf1
f2 = uf
e = dyf1 - f1 * th1 - f2 * th2
pf1 = p11 * f1 + p12 * f2
pf2 = p12 * f1 + p22 * f2
dth1 = pf1 * e
dth2 = pf2 * e

"Update covariance matrix
dp11 = alpha * p11 - pf1 * pf1
dp12 = alpha * p12 - pf1 * pf2
dp22 = alpha * p22 - pf2 * pf2
det = p11 * p22 - p12 * p12

"Control design
a = th1
b = th2
r1 = am1 + ao - a
s0 = (am2 + am1 * ao - a * r1) /b
s1 = am2 * ao /b
```

www.powerjam.ir


```
t0 = am2/b

"Control signal computation
dxu = − ao * xu − (s1 − ao * s0) * y + (ao − r1) * u
v = t0 * ysp − s0 * y + xu
u = if v<−ulim then −ulim else if v>ulim then ulim else v

"Parameters
am1: 1.4
am2: 1
alpha: 0
ao: 2
ulim: 4
END
```

۳ ـ ۱۳ شبیه‌سازی رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم زمان ـ پیوستهٔ مثال ۳ ـ ۶ را درنظر بگیرید. نحوه وابستگی رفتار گذرای الگوریتم را به مقادیر اولیهٔ θ و P بررسی کنید.

۳ ـ ۱۴ رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم مثال ۳ ـ ۶ را درنظر بگیرید. یک شبیه‌سازی انجام دهید و نحوه وابستگی نرخ همگرایی را به ضریب فراموشی α بررسی کنید.

۳ ـ ۱۵ سیستم مسأله ۱ ـ ۹ را درنظر بگیرید؛

(الف) از سیستم نمونه‌برداری کنید و یک کنترلگر زمان ـ گسسته برای سیستم نامی معلوم به گونه‌ای تعیین کنید که مشخصات لازم برآورده شود.

(ب) از یک کنترلگر خودتنظیم مستقیم استفاده کرده، حالت گذرا را برای شرایط اولیهٔ مختلف و مقادیر مختلف پارامترهای متغیر سیستم مطالعه کنید.

(ج) فرض کنید $e = 0$ و u_c موجی مربعی است. یک کنترلگر خودتنظیم را برای افقهای پیش‌بینی مختلف شبیه‌سازی کنید.

(د) رفتار آن را وقتی که اغتشاش d به شکل پله است، بررسی نمایید. وقتی که کنترلگر دارای انتگرالگیری نباشد چه اتفاقی می‌افتد؟

www.powerjam.ir

مراجع

طراحی جایابی قطب به طور مفصّل در مرجع زیر آمده است:

Åström, K.J., and B. Wittenmark, 1990. *Computer Controlled Systems - Theory and Design,* 2nd edition. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice - Hall.

امکان حل معادلهٔ دیوفانتین با استفاده از محاسبات چندجمله‌ای وجود دارد. حل معادلهٔ دیوفانتین در مراجع زیر بحث شده:

Blankinship, W.A., 1963. "A new version of the Euclidean algorithm." *American Mathematics Monthly* 70: 742 - 745.

Kučera, V., 1979. *Discrete Linear Control - The Polynomial Equation Approach.* New York: John Wiley.

Ježek, J., 1982. "New algorithm for minimal solution of linear polynomial equations." *Kybernetica* 18: 505 - 516

مقالات، گزارشها و کتابهای بسیاری در مورد الگوریتمهای خود تنظیم وجود دارد. بعضی از مراجع اصلی در این قسمت داده شده است. ایدهٔ خودتنظیم اولین بار در مرجع زیر چاپ شد:

Kalman, R. E., 1958. "Design of a self - optimizing control system." *Trans.* ASME 80: 468 - 478.

در این مقاله، ترکیب تخمین حداقل مربعات با کنترل مرده نَوِش توضیح داده شده است. امّا هیچ تحلیلی در مورد خواص سیستم حلقه ـ بسته داده نشده است. بعدتر نمونه‌ای از کامپیوتر منظور خاص برای پیاده‌سازی کنترلگر ساخته شد، اما توسعه آن با مشکلات سخت‌افزاری روبرو شد. توسعهٔ اصلی نظریهٔ کنترلگرهای خودتنظیم ابتدا برای سیستمهای زمان ـ گسسته با نویز اتفاقی انجام شد. این نوع از کنترلگرهای خودتنظیم در فصل بعد توضیح داده می‌شود. دو الگوریتم مشابه براساس تخمین حداقل مربعات و کنترل حداقل ـ واریانس در کنفرانس IFAC سال ۱۹۷۰ در پراگ ارائه شد:

Peterka, V., 1970. "Adaptive digital regulation of noisy systems." *Preprints 2nd IFAC Symposium on Identification and Process Parameter Estimation. Prague.*

Wieslander, J., and B. Wittenmark, 1971. "An approach to adaptive control using real time identification." *Automatica* 7: 211 - 217.

اولین معرفی و تحلیل جامع رگولاتور خودتنظیم در مرجع زیر آمده است:

Åström, K.J., and B. Wittenmark, 1972. "On the control of constant but unknown systems." *5th IFAC World Congress.* Paris.

www.powerjam.ir

و صورت اصلاح شدهٔ این مقاله، که در آن برای نخستین بار عبارت "رگولاتور خودتنظیم" به کار گرفته شد، مرجع زیر است:

Åström, K.J., and B. Wittenmark, 1973. "On self - tuning regulators." *Automatica* 9: 185 - 199.

مقالات بالا باعث فعالیتهای شدید تحقیقاتی در کنترل تطبیقی براساس ایدهٔ خودتنظیم، گردید. بیان جامعی از نظریهٔ بنیادی کنترل تطبیقی، بخصوص در مورد الگوریتمهای خودتنظیم، در مرجع زیر آمده:

Goodwin, G.C., and K.S.Sin, 1984. *Adaptive Filtering Prediction and Control,* Information and Systems Science Series. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice - Hall.

جایابی قطب و خودتنظیم‌گرهای نوع مدل ـ مرجع در مراجع زیر مورد توجه قرار گرفته:

Wellstead, P.E., J.M.Edmunds, D. Prager, and P.Zanker, 1979. "Self - tuning pole / zero assignment regulators." *Int. J. Control* 30: 1 - 26.

Åström, K.J., and B. Wittenmark, 1980. "Self - tuning regulators based on pole - zero placement." *IEE Proceedings Part D* 127: 120 - 130.

رگولاتورهای خودتنظیم زمان ـ پیوسته در مراجع زیر آمده است:

Egardt, B., 1979. *Stability of Adaptive Controllers,* Lecture Notes in Control and Information Sciences. Berlin: Springer - Verlag.

Gawthrop, P.J., 1987. *Continuous - Time Self - Tuning Control I.* Letchworth, U.K.: Research Studies Press.

کتاب اگاردت (Egardt) در مورد اتخاد روشهای MRAS و STR نیز مطالبی را بیان می‌کند.

www.powerjam.ir

www.powerjam.ir

فصل چهارم

رگولاتورهای خود تنظیم اتفاقی و پیش‌بین

۴ ـ ۱ مقدّمه

در فصل سوم مسألهٔ کلیدی، پیدا کردن کنترلگر خود تنظیمی بود که به سیگنالهای فرمان پاسخ مطلوبی بدهد. در این فصل در مورد خودتنظیم‌گرها در مسأله تنظیم توضیح خواهیم داد. در اینجا مسألهٔ کلیدی طراحی کنترلگری است که اغتشاش را تا حد ممکن کاهش دهد. مدلهای اتفاقی برای توصیف اغتشاش مفید است. برای این منظور با توصیف یک مسألهٔ کنترل اتفاقی ساده در قسمت ۴ ـ ۲ شروع می‌کنیم. این کار ما را به سمت یک کنترلگر حداقل ـ واریانس و عمومیت دادن آن به کنترلگر میانگین متحرک هدایت می‌کند. در قسمت ۴ ـ ۳ یک کنترلگر تطبیقی مستقیم را با این ویژگی شگفت‌انگیز که کنترلگر میانگین متحرک یک حل تعادل است، ارائه می‌کنیم. این ویژگی شگفت‌انگیز یکی از عوامل محرک در کار اساسی روی رگولاتور خود تنظیم بود. کنترلگر حداقل ـ واریانس دارای این عیب است که خواص آن به طور بحرانی به دوره نمونه‌برداری وابسته است. بنابراین در قسمت ۴ ـ ۴ برخی از تعمیمها ارائه خواهند شد. خود تنظیم‌گرهای گوسی خطی درجه دوم در قسمت ۴ ـ ۵ و کنترل پیش‌بین تطبیقی در قسمت ۴ ـ ۶ توضیح داده می‌شود.

۴ ـ ۲ طراحی کنترلگرهای حداقل ـ واریانس و میانگین متحرک

در این قسمت کنترلگرهایی برای سیستمهای اتفاقی خطی به دست خواهیم آورد. فرض می‌شود که بتوان فرایند را به کمک یک تابع انتقال پالس توصیف کرد و اغتشاشهای مؤثر بر سیستم، نویز سفید فیلتر شده باشد. در اینجا مسألهٔ تنظیم حالتِ ماندگار، مد نظر است. معیار نیز براساس انحراف مربع میانگین خروجی و سیگنال کنترل است.

www.powerjam.ir

مدل فرایند

فرض کنید دینامیک فرایند با معادلهٔ زیر مشخص شود:

$$x(t) = \frac{B_1(q)}{A_1(q)} u(t)$$

که در آن $A_1(q)$ و $B_1(q)$ چند جمله‌ایهایی برحسب عملگر انتقال پیشرو و بدون هیچ عامل مشترکی هستند. فرض می‌شود که عمل اغتشاش بر سیستم به صورت نویز سفید فیلتر شده قابل توصیف است. چون سیستم خطی است، می‌توان همهٔ اغتشاشها را به یک اغتشاش معادل v در خروجیِ سیستم تبدیل کنیم.

بنابراین خروجی به صورت زیر است:

$$y(t) = x(t) + v(t)$$

که در آن:

$$v(t) = \frac{C_1(q)}{A_2(q)} e(t)$$

$C_1(q)$ و $A_2(q)$ چند جمله‌ایهایی برحسب عملگر انتقال مستقیم و بدون هیچ عامل مشترکی هستند و $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل (نویز سفید) با میانگین صفر انحراف معیار σ است. حال می‌توان فرایند را به شکل استاندارد ذیل تبدیل کرد:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t) \qquad (۱-۴)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} A &= A_1 A_2 \\ B &= B_1 A_2 \\ C &= C_1 A_1 \end{aligned} \qquad (۲-۴)$$

به دلیل فرضیات مسأله، این سه چند جمله‌ای هیچ عامل مشترکی ندارند. بنابراین مدل (۴ - ۱) نمایش مینیمال است. چند جمله‌ایها چنان نرمالیزه شده‌اند که هر دو چند جمله‌ای A و C تکین باشند (یعنی اولین ضریب آنها واحد است). سرانجام اینکه می‌توان چند جمله‌ای C را در هر توان دلخواهی از q ضریب کرد بدون اینکه ساختار همبستگی $C(q)e(t)$ تغییر کند. این کار برای نرمالیزه کردن C استفاده می‌شود به طوریکه:

$$\text{درجهٔ } C = \text{درجهٔ } A = n$$

www.powerjam.ir

باشد. ممکن است چند جمله‌ایهای A و B دارای صفرهایی داخل یا خارج از دایرهٔ واحد باشند. فرض می‌شود که صفرهای چند جمله‌ای C داخل دایره واحد باشند. با استفاده از تجزیهٔ طیفی می‌توان چند جمله‌ای C(q) را طوری تغییر داد که همهٔ صفرهایش داخل یا روی دایرهٔ واحد قرار گیرد. مثال ذیل نشان می‌دهد که چگونه این عمل انجام می‌شود.

مثال ۴ ـ ۱ اصلاح چند جمله‌ای C

چند جمله‌ای زیر را در نظر بگیرید:

$$C(z) = z + ۲$$

که دارای صفر $z = -۲$ در خارج از دایرهٔ واحد می‌باشد. ضمناً فرض می‌کنیم:

$$v(t) = c(q)e(t)$$

که در آن $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی نا همبسته با میانگین صفر و واریانس واحد است. چگالی طیفی v به صورت زیر است:

$$\Phi(e^{i\omega h}) = \frac{۱}{۲\pi} C(e^{i\omega h}) C(e^{-i\omega h})$$

زیرا:

$$\begin{aligned} C(z)C(z^{-۱}) &= (z+۲)(z^{-۱}+۲) = (۱+۲z^{-۱})(۱+۲z) \\ &= (۲z+۱)(۲z^{-۱}+۱) \\ &= ۴(z+۰/۵)(z^{-۱}+۰/۵) \end{aligned}$$

سیگنال v به صورت زیر نیز قابل بیان است:

$$v(t) = C^*(q)e(t)$$

که در آن:

$$C^*(z) = ۲z + ۱$$

معکوس چند جمله‌ای C(z) است (قسمت ۳ ـ ۲ را ببینید).

اگر محاسبات (۴ ـ ۲) چند جمله‌ای C را چنان نتیجه دهد که دارای صفرهایی خارج از دایرهٔ واحد باشد، این چند جمله‌ای به صورت:

$$C = C^+ C^-$$

www.powerjam.ir

تجزیه می‌شود، که C^- شامل همهٔ عواممل دارای صفرهای خارج دایرهٔ واحد می‌باشد. در این صورت چند جمله‌ای C با $C^+ C^{-*}$ جایگزین می‌شود. مدل (۴ ـ ۱) یک *نمایش ابداعی*[1] است. بعدتر نشان داده خواهد شد که $e(t)$ ابداع یا خطای پیش بینی سیگنال $y(t)$ روی یک دوره نمونه‌برداری است. چند جمله‌ای C را می‌توان به عنوان چند جمله‌ای مشخصهٔ تـخمینگر یـا پیش‌بین تعبیر کرد.

معیار

در تنظیم حالت ماندگار مناسب است معیار را بر حسب واریانسهای حالت ماندگار خروجی و سیگنالهای کنترل نوشت. این کار معیار عملکرد زیر را نتیجه می‌دهد:

$$J = E\{y^2(t) + \rho u^2(t)\} \qquad (۴ ـ ۳)$$

که در آن E امید ریاضی را نسبت به فرایند نویز مؤثر بر سیستم بیان می‌کند. قانون کنترل حداقل کنندهٔ (۴ ـ ۳)، *کنترلگرگوسی خطی درجه دوم* (LQG)[2] است. اگر $\rho = 0$ باشد، آنگاه کنترلگر حاصل، *کنترلگر حداقل ـ واریانس* (*MV*)[3] خوانده می‌شود.

خواص سیگنال کنترل وقتی که کنترلگر حداقل ـ واریانس مورد استفاده قرار می‌گیرد به طور بحرانی به فاصلهٔ نمونه‌برداری وابسته است. فاصلهٔ نمونه‌برداری کوتاه، واریـانس بـزرگی را در سیگنال کنترل نتیجه می‌دهد و فاصلهٔ نمونه‌برداری بزرگ واریانس کوچکی را سبب مـی‌شود. توجه کنید که تابع معیار (۴ ـ ۳) در زمان ـ گسسته تعریف شده است و این بدان معناست که رفتار تنها در لحظات نمونه‌برداری درنظر گرفته می‌شود.

برای تعریف مسألهٔ طراحی، تعریف کنترلگرهای مجاز نیز لازم است. فرض بر این است که $u(t)$ مـــــی‌توانـــــد تـــــابعی از $y(t)$، $y(t-1)$، ...، $u(t-1)$، $u(t-2)$، ... باشد.

کنترل حداقل ـ واریانس

حال فرض می‌شود که $\rho = 0$ و فرایند کمینه فاز است و این بدان معناست که همهٔ صفرهای چند جمله‌ای B داخل دایرهٔ واحد است. قبل از حل مسألهٔ عمومی مـثال سـاده‌ای را در نـظر می‌گیریم.

1. Innovations Representation
2. Linear Quadratic Gaussian
3. Minimum Variance

www.powerjam.ir

مثال ۴ ـ ۲ کنترل حداقل ـ واریانس یک سیستم مرتبه اول

سیستم مرتبهٔ اول زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t+1) + ay(t) = bu(t) + e(t+1) + ce(t) \qquad (۴-۴)$$

که در آن $|c| < 1$ و $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با واریانس واحد است.

خروجی را در زمان $t+1$ در نظر بگیرید. از (۴ ـ ۴) نتیجه می‌شود که با استفاده از $u(t)$ می‌توان $y(t+1)$ را به طور دلخواه تغییر داد. بعلاوه $e(t+1)$ از $y(t)$ و $u(t)$ مستقل است. بنابراین داریم:

$$\text{var } y(t+1) \geqslant \text{var } e(t+1) = 1$$

با داشتن اندازه‌گیریهای تا زمان t، با استفاده از معادلهٔ (۴ ـ ۴) می‌توان $e(t)$ را محاسبه نمود. کنترلگر:

$$u(t) = \frac{ay(t) - ce(t)}{b} \qquad (۵-۴)$$

نتیجه می‌دهد:

$$y(t+1) = e(t+1) \qquad (۶-۴)$$

که مرز پایین واریانس y را می‌دهد. اگر معادلهٔ (۴ ـ ۵) در همهٔ زمانها استفاده شود، آنگاه از معادلهٔ (۴ ـ ۶) نتیجه می‌شود که $y(t) = e(t)$ و کنترلگر زیر به دست می‌آید:

$$u(t) = \frac{a-c}{b} y(t) \qquad (۷-۴)$$

در حالت عمومی کنترلگر حداقل ـ واریانس، با ایده‌ای مشابه مثال ۴ ـ ۲ قابل استخراج است. «درجهٔ B − درجهٔ A = d_0» را به عنوان فزونیِ قطب سیستم تعریف کنید. این همان تأخیر زمانی سیستم است. ورودی زمان t ابتدا در زمان $t + d_0$ بر خروجی اثر خواهد گذاشت. حال معادلهٔ زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t+d_0) = \frac{B}{A} u(t+d_0) + \frac{C}{A} e(t+d_0) \qquad (۸-۴)$$

فرض‌کنید چند جمله‌ای F (از درجهٔ $d_0 - 1$)، خارج قسمت و چند جمله‌ای G (از درجهٔ $n - 1$) باقیماندهٔ تقسیم $q^{d_0 - 1} C$ بر A باشد. بنابراین:

$$\frac{q^{d_0 - 1} c(q)}{A(q)} = F(q) + \frac{G(q)}{A(q)}$$

www.powerjam.ir

این معادله را می‌توان به صورت معادلهٔ دیوفانتین ذیل تعبیر کرد:

$$q^{d_0 - 1} C(q) = A(q) F(q) + G(q) \qquad (۹ - ۴)$$

بنابراین می‌توان خروجی زمان $t + d_0$ را به صورت زیر نوشت:

$$y(t + d_0) = \frac{B}{A} u(t + d_0) + Fe(t + 1) + \frac{qG}{A} e(t)$$

که در آن:

$$F(q) = q^{d_0 - 1} + f_1 q^{d_0 - 2} + \ldots + f_{d_0 - 1} \qquad (۱۰ - ۴)$$

$$G(q) = g_0 q^{n - 1} + g_1 q^{n - 2} + \ldots + g_{n - 1} \qquad (۱۱ - ۴)$$

از معادلهٔ (۴ ـ ۱) می‌توان $e(t)$ را به صورت زیر تعیین کرد:

$$e(t) = \frac{A}{C} y(t) - \frac{B}{C} u(t)$$

بنابراین از اندازه‌گیریهای $y(t)$ و $u(t)$ می‌توان دنبالهٔ نویز (ابداع) را محاسبه نمود. این، معادلهٔ رؤیتگری است که در آن دینامیک با چند جمله‌ای C مشخص می‌شود که حال نتیجه می‌شود که:

$$y(t + d_0) = Fe(t + 1) + \left(\frac{B}{A} q^{d_0} - \frac{qGB}{AC}\right) u(t) + \frac{qGA}{AC} y(t)$$

$$= Fe(t + 1) + \frac{Bq}{AC} (q^{d_0 - 1} C - G) u(t) + \frac{qG}{C} y(t)$$

$$= Fe(t + 1) + \frac{qBF}{C} u(t) + \frac{qG}{C} y(t) \qquad (۱۲ - ۴)$$

که برای به دست آوردن تساوی آخر از معادلهٔ (۴ ـ ۹) استفاده شده است. همهٔ چند جمله‌ایهای qG، qBF و C از درجهٔ n هستند. این موضوع نتیجه می‌دهد که $y(t + d_0)$ را به دو قسمت تقسیم کرده‌ایم. قسمت اول، $F(q) e(t + 1)$، به نویز مؤثر بر سیستم از زمان $t + 1$ تا $t + d_0$ وابسته است. قسمت دوم، یعنی:

$$\hat{y}(t + d_0 \mid t) = \frac{qBF}{C} u(t) + \frac{qG}{C} y(t) \qquad (۱۳ - ۴)$$

به خروجیهای اندازه‌گیری شده و ورودیهای اعمال شده (که شامل $u(t)$ که می‌خواهیم آن را

www.powerjam.ir

تعیین کنیم) وابسته است. از معادلات (۴ ـ ۱۲) نتیجه می‌شود که $\hat{y}(t+d_0 \mid t)$ پیش‌بینی مربع میانگین $y(t+d_0)$ با داده‌های داده شده تا زمان t (شامل t) است. خطای پیش‌بینی به صورت زیر است:

$$\tilde{y}(t+d_0 \mid t) = y(t+d_0) - \hat{y}(t+d_0 \mid t) = F(q)e(t+1)$$

و واریانس خطای پیش‌بینی نیز به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\text{var}\ \hat{y}(t+d_0 \mid t) = \sigma^2(1 + f_1^2 + f_2^2 + \ldots + f_{d_0-1}^2)$$

حال حداقل ـ واریانس خروجی از قانون کنترل زیر به دست می‌آید:

$$u(t) = -\frac{G(q)}{B(q)F(q)}y(t) \qquad (۱۴ ـ ۴)$$

با استفاده از کنترلگر داریم:

$$\begin{aligned} y(t+d_0) &= F(q)e(t+1) \\ &= e(t+d_0) + f_1 e(t+d_0-1) + \ldots + f_{d_0-1}e(t+1) \end{aligned} \qquad (۱۵ ـ ۴)$$

و حداقل ـ واریانس خروجی به صورت زیر است:

$$\text{var}\, y(t) = \sigma^2(1 + f_1^2 + f_2^2 + \ldots + f_{d_0-1}^2)$$

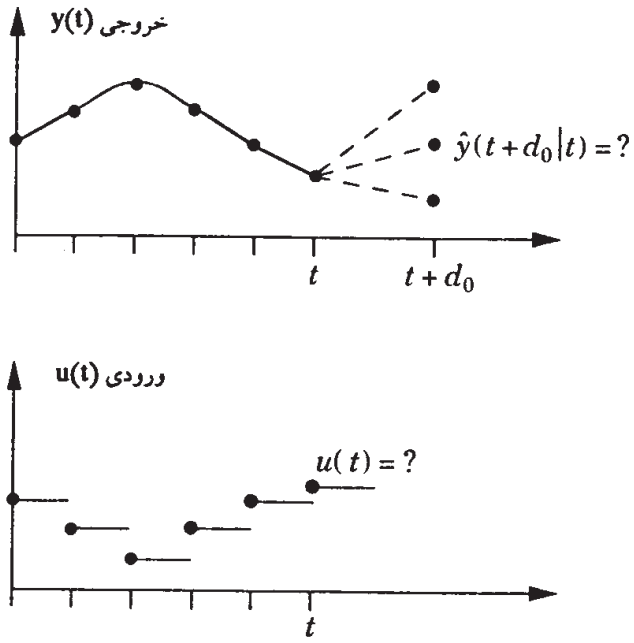
که همانند واریانس خطای پیش‌بینی است. با استفاده از کنترلگر (۴ ـ ۱۴) معادلهٔ مشخصهٔ حلقه‌ـ بستهٔ زیر به دست می‌آید:

$$q^{d_0-1}C(q)B(q) = 0$$

از این معادله نتیجه می‌شود که $d_0 - 1$ قطب در مبدأ، n قطب در صفرهای چند جمله‌ای C که داخل دایرهٔ واحد هستند و $n - d_0$ قطب در صفرهای چند جمله‌ای B وجود دارد. از آنجا که سیستم کمینه فاز فرض شده بود، این قطبها نیز داخل دایرهٔ واحد است. مشاهده کنید که کنترل حداقل ـ واریانس همان پیش‌بینی خروجی در d_0 گام جلو و سپس انتخاب سیگنال کنترل به‌گونه‌ای است که مقدار پیش بینی شده با مقدار مرجع مطلوب برابر باشد. (شکل ۴ ـ ۱ را ببینید).

کنترلگر حداقل ـ واریانس را می‌توان به صورت یک کنترلگر جایابی قطب که در قسمت

www.powerjam.ir



شکل ۴ ـ ۱. کنترل حداقل ـ واریانس براساس پیش‌بینی d_0 گام جلو استوار است.

۳ ـ ۲ توضیح داده شد تعبیر کرد. این موضوع با ضرب معادلهٔ (۴ ـ ۹) در B به صورت زیر دیده می‌شود:

$$q^{d_0-1}CB = AR + BS \qquad (۱۶ ـ ۴)$$

که در آن:

$$R = BF$$

$$S = G$$

طراحی جایابی قطب، کنترلگر زیر را نتیجه می‌دهد:

$$u(t) = -\frac{S}{R}y(t) = -\frac{G}{BF}y(t)$$

سیستمهای ناکمینه فاز

وقتی سیستم ناکمینه فاز باشد، امکان قرار دادن بعضی از قطبهای حلقه ـ بسته در صفرهای چند جمله‌ای B وجود ندارد. می‌توان نشان داد که کنترلگر بهینه‌ای که معادلهٔ (۴ ـ ۳) با $\rho = 0$ را حداقل می‌کند، معادلهٔ مشخصهٔ حلقه ـ بسته زیر را نتیجه می‌دهد:

$$q^{d_0-1}B^{+}(q)B^{-*}(q)C(q) = 0$$

www.powerjam.ir

این بدان معناست که صفرهای فرایند خارج از دایرهٔ واحد، $B^-(q)$، با صفرهای تعریف شده به کمک چند جمله‌ای معکوس $B^{-*}(q)$ جایگزین می‌شود. مرجع آستروم و ویتنمارک (۱۹۹۰) را در مآخذ انتهای فصل ببینید.

حال کنترلگر:

$$u(t) = -\frac{S}{R}y(t)$$

از معادلهٔ دیوفانتین زیر به دست می‌آید:

$$q^{d_0-1}B^+B^{-*}C = AR + BS \qquad (۱۷-۴)$$

(با معادلهٔ (۴ ـ ۱۶) مقایسه کنید.).

کنترلگر میانگین متحرک

کنترلگر حداقل ـ واریانس، سیستم حلقه ـ بسته‌ای را نتیجه می‌دهد که در آن خروجی، میانگین از مرتبه $d_0 - 1$ است (معادله (۴ ـ ۱۵) را ببینید). می‌توان کنترلگری طرح کرد که خروجی، میانگین متحرک از مرتبهٔ بالاتری باشد. به جای قرار دادن $d_0 - 1$ قطب در مبدأ، می‌توان $d - 1$ قطب قرار داد که $d \geq d_0$ است.

کنترلگر میانگین متحرک را می‌توان به صورت ذیل به دست آورد: چند جمله‌ای B را به صورت زیر تجزیه کنید:

$$B(q) = B^+(q)B^-(q)$$

که در آن B^+ متناظر با صفرهای با میرایی قوی است. برای رسیدن به تجزیه‌ای یکتا، B^+ تکین فرض می‌شود. R و S را از رابطهٔ زیر تعیین کنید:

$$q^{d-1}B^+C = AR + BS \qquad (۱۸-۴)$$

در نتیجه B^+ باید عاملی از R به صورت $R = R_1B^+$ باشد. با استفاده از قانون پسخور:

$$u(t) = -\frac{S}{R}y(t)$$

نتیجه می‌شود که:

$$Ay(t) = B(-\frac{S}{R})y(t) + Ce(t)$$

www.powerjam.ir

یا:

$$y(t)=\frac{CR}{AR+BS}e(t)=\frac{CB^{+}R_{1}}{q^{d-1}B^{+}C}e(t)$$

$$=\frac{R_{1}}{q^{d-1}}e(t)=(1+r_{1}q^{-1}+\ldots+r_{d-1}q^{-d+1})e(t)$$

که در آن $R_1 = d - 1$ و «درجهٔ B^+ − درجهٔ $A = d$» است.

چون خروجیِ کنترل شده، فرایندی میانگین متحرک از مرتبهٔ $d - 1$ است، این استراتژی را کنترل میانگین متحرک (MA) می‌نامیم. توجه کنید که اگر $B^+ = 1$ باشد (که به معنای: «$n =$ درجهٔ $A = d$» است)، هیچ صفری حذف نمی‌شود.

کنترلگر حداقل ـ واریانس و کنترلگر میانگین متحرک مشابه هستند. تنها تفاوت آنها در مقدار صحیح d است که تعداد صفرهای قابل حذف فرایند را کنترل می‌کند. با $d = d_0$ همهٔ صفرهای فرایند حذف می‌شود و با «$n =$ درجهٔ $A = d$» هیچ صفری از فرایند حذف نمی‌شود.

مثال ۴ ـ ۳ کنترلگر میانگین متحرک

سیستم (۴ ـ ۱) را با چند جمله‌ایهای زیر در نظر بگیرید:

$$A(q)=q^{2}+a_{1}q+a_{2}$$
$$B(q)=b_{0}q+b_{1}$$
$$C(q)=q^{2}+c_{1}q+c_{2}$$

در این حالت $d_0 = 1$ است. کنترلگر حداقل ـ واریانس از معادلهٔ (۴ ـ ۹) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u(t)=-\frac{(c_{1}-a_{1})+(c_{2}-a_{2})q^{-1}}{b_{0}+b_{1}q^{-1}}y(t)$$

و سیستم حلقه ـ بسته به صورت $y(t) = e(t)$ است. کنترلگر حداقل ـ واریانس فقط در صورتی‌که $|b_1 / b_0| < 1$ باشد، که در حالت کمینه فاز اتفاق می‌افتد، قابل استفاده است.

کنترلگر میانگین متحرک از حل معادلهٔ (۴ ـ ۱۸) به دست می‌آید. در این حالت $d = 2$ و $B^+(q) = 1$ است. در نتیجه، معادلهٔ دیوفانتین زیر به دست می‌آید:

$$q(q^{2}+c_{1}q+c_{2})=(q^{2}+a_{1}q+a_{2})(q+r_{1})+(b_{0}q+b_{1})(s_{0}q+s_{1})$$

www.powerjam.ir

توجه کنید که این معادله همان معادلهٔ (۳ ـ ۱۹) با $A_0(q) = q$ و $A_m(q) = C(q)$ است. بنابراین با استفاده از معادلات (۳ ـ ۲۰) و (۳ ـ ۲۱) معادلهٔ فوق حل می‌شود:

$$r_1 = \frac{(a_2 - c_2)b_0 b_1 + (c_1 - a_1)b_1^2}{b_1^2 + a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

$$s_0 = \frac{b_1(a_1^2 - a_2 - c_1 a_1 + c_2) + b_0(c_1 a_2 - a_1 a_2)}{b_1^2 + a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

$$s_1 = \frac{b_1(a_1 a_2 - c_1 a_1) + b_0(a_2 c_2 - a_2^2)}{b_1^2 + a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

سیستم حلقه ـ بسته به صورت زیر است:

$$y(t) = (1 + r_1 q^{-1}) e(t)$$

کنترل LQG

مسائل جایابی قطب و LQG در ارتباطی نزدیکند. در فرموله کردن LQG یک تابع تلف مشخص می‌شود. کمینه کردن این تابع تلف، کنترلگر با بهرهٔ ثابتی را نتیجه می‌دهد که برحسب جایابی قطب قابل تعبیر است. جزئیات این موضوع در قسمت ۴ ـ ۵ مطرح شده است. برای رسیدن به حل LQG ابتدا لازم است مسألهٔ تجزیهٔ طیفی حل شود که به مفهوم پیدا کردن چند جمله‌ای پایدار تکین $P(q)$ از مرتبهٔ n است که در معادلهٔ زیر صدق کند:

$$rP(q)P(q^{-1}) = \rho A(q)A(q^{-1}) + B(q)B(q^{-1}) \qquad (۱۹ ـ ۴)$$

در این صورت کنترلگر LQG به صورت حل معادلهٔ دیوفانتین زیر به دست می‌آید:

$$C(q)P(q) = A(q)R(q) + B(q)S(q) \qquad (۲۰ ـ ۴)$$

برای رسیدن به یک جواب یکتا با « n = درجهٔ S = درجهٔ R » لازم است قیود بیشتری بر حلِ داده شده در معادلهٔ (۴ ـ ۲۰) اعمال شود. قضیهٔ ۴ ـ ۳ را در قسمت ۴ ـ ۵ ببینید. تعبیر معادلهٔ (۴ ـ ۲۰) آن است که کنترلگر LQG قطبهای حلقه ـ بسته را در $P(q)$، که از تجزیهٔ طیفی حاصل شده، و در $C(q)$، که اغتشاش را مشخص می‌کند، قرار می‌دهد.

www.powerjam.ir

خلاصه

کنترلگر حداقل ـ واریانس، کنترلگر میانگین متحرک و کنترلگر LQG را می‌توان به عنوان طراحی جایابی قطب، به صورتی که در قسمت ۳ ـ ۲ توضیح داده شد، تعبیر کرد. کنترلگر حداقل ـ واریانس از حل معادلهٔ دیوفانتین معادلهٔ (۴ ـ ۱۶) برای حالت حداقل ـ واریانس یا معادلهٔ (۴ ـ ۱۷) برای حالت غیرحداقل ـ واریانس به دست می‌آید. کنترلگر میانگین متحرک از معادلهٔ (۴ ـ ۱۸) و کنترلگر LQG از معادلهٔ (۴ ـ ۲۰) حاصل می‌شود. چند جمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بسته برای هر روش طراحی، متفاوت انتخاب می‌شود.

۴ ـ ۳ رگولاتورهای خود تنظیم اتفاقی

رگولاتور خودتنظیم غیرمستقیم

یکی از روشهای سر راست برای رسیدن به رگولاتور خود تنظیم برای فرایند (۴ ـ ۱)، تخمین پارامترهای چند جمله‌ایهای A، B و C با استفاده از به طور مثال الگوریتم حداقل مربعات تعمیم یافته (ELS) یا الگوریتم حداکثر شانس بازگشتی (RML) است. (قسمت ۲ ـ ۲ را ببینید.) پس از آن، اگر کنترل حداقل ـ واریانس، مطلوب باشد، پارامترهای تخمینی در معادلهٔ طراحی (۴ ـ ۹) و در صورتی که کنترل LQG مطلوب باشد، در معادلهٔ (۴ ـ ۲۰) استفاده می‌شود.

مثال ۴ ـ ۴ رگولاتور خود تنظیم غیر مستقیم اتفاقی

فرایند (۴ ـ ۴) در مثال ۴ ـ ۲ را با مقادیر $a = -0/9$، و $b = 3$ و $c = -0/3$ در نظر بگیرید؛ کنترلگرحداقل‌واریانس‌باکنترلگرتناسبی:

$$u(t) - = \frac{c-a}{b} y(t) = -s_0 y(t) = -0/2\, y(t)$$

مشخص می‌شود. با استفاده از این کنترلگر سیستم حلقه ـ بسته به صورت $y(t) = e(t)$ در می‌آید.

از روش ELS برای تخمین پارامترهای مجهول a، b، c استفاده می‌شود. تخمینها با استفاده از معادلهٔ (۲ ـ ۲۱) به دست می‌آید، که در آنها داریم:

$$\theta^T = [a\ b\ c]$$

$$\varphi^T(t-1) = [-y(t-1) \quad u(t-1) \quad \varepsilon(t-1)]$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)$$

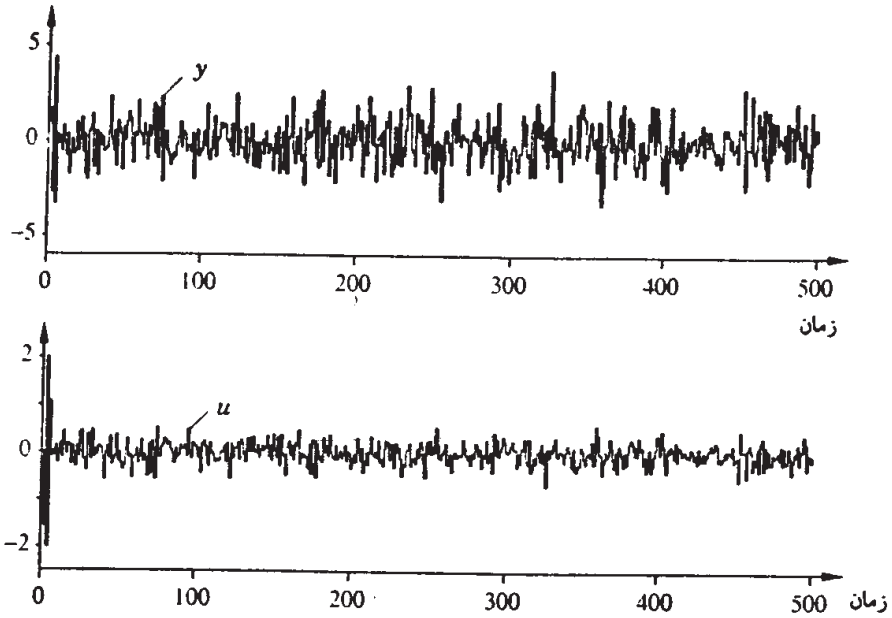
www.powerjam.ir

معادلهٔ کنترلگر به صورت زیر است:

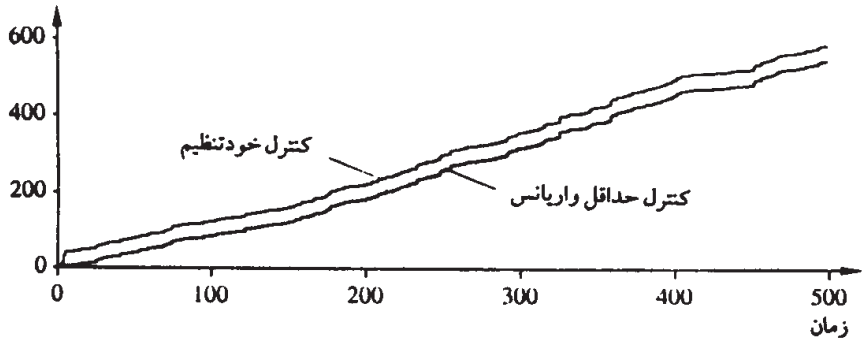
$$u(t) = \frac{\hat{a}(t) - \hat{c}(t)}{\hat{b}(t)} y(t)$$

شکل ۴ ـ ۲ نتایج شبیه‌سازی به دست آمده از این الگوریتم را نشان می‌دهد. شروط اولیهٔ شبیه‌سازی به صورت ذیل است:

$$\hat{a}(0) = 0$$
$$\hat{b}(0) = 1$$
$$\hat{c}(0) = 0$$
$$P(0) = 100I$$



شکل ۴ ـ ۲. خروجی و ورودی وقتی که از رگولاتور خود تنظیم غیر مستقیم، براساس کنترل حداقل واریانس، برای کنترل سیستم مثال ۴ ـ ۴ استفاده شده باشد.



شکل ۴ ـ ۳. تلفات انباشته وقتی که از رگولاتور خود تنظیم و کنترلگر حداقل ـ واریانس بهینه در سیستم مثال ۴ ـ ۴ استفاده شود.

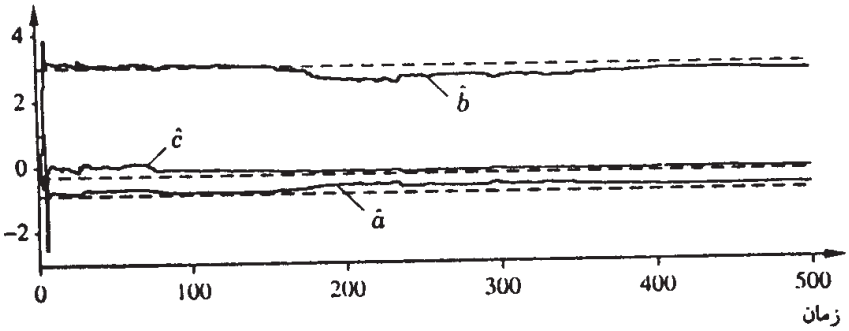
www.powerjam.ir

شکل ۴ ـ ۳ تلفات انباشتهٔ $V(t) = \sum_{i=1}^{t} y^2(i)$ را درحالتی نشان می‌دهد که از کنترلگر حداقل ـ واریانسِ بهینه و رگولاتور خود تنظیم غیر مستقیم استفاده شده است. منحنی تلفات انباشتهٔ STR تقریباً موازی منحنی بهینه است. این بدان معناست که عملکرد رگولاتور خود تنظیم به جز در زمان کوتاهِ گذاری ابتدایی، تقریباً بهینه است. شکل ۴ ـ ۴ پارامترهای تخمینی فرایند را نشان می‌دهد. تخمینهای پارامتر در طی دوره شبیه‌سازی به مقادیر صحیح همگرا نشده است لیکن پارامتر کنترلگر $\hat{s}_0(t) = (\hat{a}(t) - \hat{c}(t))/\hat{b}(t)$ همانطورکه در شکل ۴ ـ ۵ مشهود است سریعتر همگرا می‌شود. برای یک کنترلگر ثابت وقتی که $-0/03 < s_0 < 0/63$ باشد، سیستم حلقه ـ بسته، پایدار است. توجه کنید که در چند گام اول، پارامتر کنترلگر $\hat{s}_0(t)$ به گونه‌ای است که اگر کنترلگر در آن مقادیر تثبیت شود، سیستم حلقه ـ بسته ناپایدار خواهد شد.

دلیل همگرایی ضعیف سه پارامتر تخمین فرایند آن است که کنترلگر بسرعت به یک کنترلگر حداقل ـ واریانس همگرا می‌شود. پس از آن، تحریک ضعیفی برای فرایند وجود دارد. مثال فوق نشان می‌دهد که کنترلگر خود تنظیم بخوبی قابل مقایسه با کنترلگر بهینه در یک سیستم معلوم است. از قانون کنترل مشاهده می‌شود که هنگام کوچک بودن $\hat{b}(t)$، ممکن است مشکلات عددی به وجود آید.

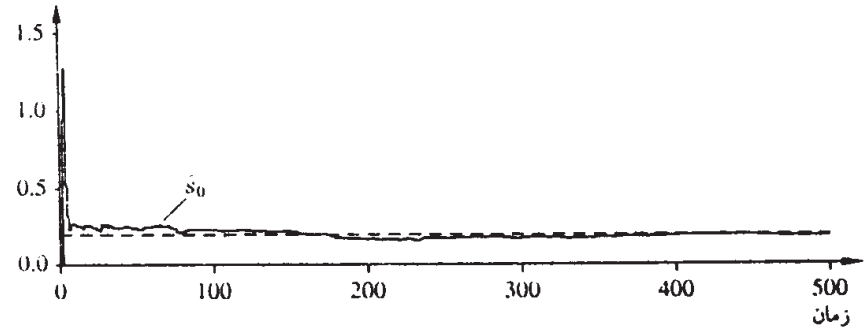
STR مستقیم حداقل ـ واریانس و میانگین متحرک

محاسبات طراحی برای رگولاتورهای خود تنظیم غیر مستقیم شامل حل سیستمی از معادلات مانند معادلهٔ دیوفانتین (۴ ـ ۱۸) یا (۴ ـ ۲۰) است. ممکن است زمان حلّ معادلهٔ



شکل ۴ ـ ۴. پارامترهای تخمینی $\hat{a}(t)$، $\hat{b}(t)$ و $\hat{c}(t)$ وقتی که سیستم مثال ۴ ـ ۴ کنترل شود. خط چینها مقادیر صحیح پارمتر را نشان می‌دهند.

www.powerjam.ir



شکل ۴ ـ ۵. پارامتر کنترلگر $\hat{S}_0(t)$ وقتی که سیستم مثال ۴ ـ ۴ کنترل شود. خط‌چین‌ها، پارامتر بهینه برای کنترلگر حداقل ـ واریانس را نشان می‌دهد.

دیوفانتین در مقایسه با دوره نمونه برداری، طولانی باشد. در رگولاتور خود تنظیمی که مستقیماً پارامترهای کنترلگر را تخمین می‌زند، محاسبات طراحی حذف می‌شود.

بنابراین استفاده از الگوریتمهای خود تنظیم مستقیم، مطلوب می‌باشد. خود تنظیم‌گرهای قطعی در قسمت ۳ ـ ۵ توضیح داده شد. ایدهٔ اصلی استفاده از مشخصات و مدل فرایند برای دوباره پارمتریزه کردن سیستم است. حال از همین ایده برای سیستمهای اتفاقی (به شکل معادلهٔ (۴ ـ ۱))، استفاده خواهد شد. در قسمت ۴ ـ ۲ نشان داده شد که کنترل حداقل ـ واریانس همان پیش‌بینی d_0گام به جلو خروجی و سپس تعیین سیگنال کنترل $u(t)$، به‌گونه‌ای است که مقدار تخمینی با خروجیِ مطلوب برابر باشد. پارامتریزه کردن معادلهٔ (۴ ـ ۱۲) را در نظر گرفته، مدل را برحسب عملگر انتقال پسرو بازنویسی کنید. در این صورت خواهیم داشت:

$$y(t+d_0) = \frac{1}{C^*}(R^* u(t) + S^* y(t)) + R_1^* e(t+d_0) \qquad (۴ ـ ۲۱)$$

که در آن $R_1^* = F^*$ و «R_1 درجهٔ $= d_0 - 1$» است. با استفاده از معادلهٔ (۴ ـ ۱۸) به همان ترتیب خواهیم داشت:

$$y(t+d) = \frac{B^{-*}}{C^*}(R^* u(t) + S^* y(t)) + R_1^* e(t+d) \qquad (۴ ـ ۲۲)$$

که «R_1 درجهٔ $= d - 1$» است.

ضرایب $\frac{1}{C^*}$ و $\frac{B^{-*}}{C^*}$ در معادلات (۴ ـ ۲۱) و (۴ ـ ۲۲) را می‌توان به عنوان فیلترهایی برای رگرسورها در نظر گرفت. (با قسمت ۳ ـ ۵ مقایسه کنید). حال هر دو معادله به شکل پیش‌بین نوشته شده و چند جمله‌ایهای کنترلگر R و S مستقیماً در مدل ظاهر شده است. از این معادلات می‌توان به عنوان انگیزه‌ای برای الگوریتم زیر استفاده کرد:

www.powerjam.ir

الگوریتم ۴ ـ ۱ الگوریتم اساسی خود تنظیم مستقیم

داده‌ها : افق پیش‌بینیِ d، داده شده است و فرض کنید k و l به ترتیب درجه چند جمله‌ایهای R^* و S^* باشد. فرض کنید Q^* / P^* فیلتری پایدار باشد.

گام ۱ : ضرایب چند جمله‌ایهای R^* و S^* را در مدل زیر تخمین بزنید:

$$y(t+d) = R^*(q^{-1})u_f(t) + S^*(q^{-1})y_f(t) + \varepsilon(t+d) \qquad (۲۳ ـ ۴)$$

که:

$$R^*(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \ldots + r_k q^{-k}$$

$$S^*(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + \ldots + s_l q^{-l}$$

و:

$$u_f(t) = \frac{Q^*(q^{-1})}{P^*(q^{-1})} u(t)$$

$$y_f(t) = \frac{Q^*(q^{-1})}{P^*(q^{-1})} y(t)$$

و با استفاده از معادله (۲ ـ ۲۱) که در آن داریم:

$$\varepsilon(t) = y(t) - R^* u_f(t-d) - S^* y_f(t-d) = y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)$$

$$\varphi^T(t) = \frac{Q^*(q^{-1})}{P^*(q^{-1})}[u(t) \ldots u(t-k) \quad y(t) \ldots y(t-l)]$$

$$\theta^T = [r_0 \ldots r_k \; s_0 \ldots s_l]$$

گام ۲ : سیگنال کنترل را از معادلهٔ

$$R^*(q^{-1})u(t) = -S^*(q^{-1})y(t) \qquad (۲۴ ـ ۴)$$

بیابید که R^* و S^* با مقادیر تخمینهایشان از گام ۱ جایگزین می‌شود.

گامهای ۱ و ۲ را در هر دوره نمونه‌برداری تکرار کنید.

نکتهٔ ۱ : توجه کنید که این الگوریتم، همان الگوریتم ۳ ـ ۳ با $u_c = 0$، امّا با فیلترهای متفاوت است.

www.powerjam.ir

نکتهٔ ۲: می‌توان پارامتر r_0 را تخمین زد و یا معلوم فرض کرد. در حالت دوم مناسب خواهد بود که R^* را به صورت $R^*(q^{-1}) = r_0(1 + r'_1 q^{-1} + \ldots + r'_k q^{-k})$ بنویسیم و از معادلات ذیل استفاده کنیم:

$$\varepsilon(t) = y(t) - r_0 u_f(t-d) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)$$

$$\varphi^T(t) = \frac{Q^*(q^{-1})}{P^*(q^{-1})}[r_0 u(t-1) \ldots r_0 u(t-k) \quad y(t) \ldots y(t-l)]$$

$$\theta^T = [r'_1 \ldots r'_k \quad s_0 \ldots s_l]$$

خواصّ مجانبی

مدلهای معادلات (۴ ـ ۲۱) و (۴ ـ ۲۲) را می‌توان به عنوان پارامتریزه کردن مجدّدِ مدل فرایند معادلهٔ (۴ ـ ۱)، برحسب پارامترهای کنترلگر تعبیر کرد که اگر فیلتر Q^*/P^* به ترتیب برابر با $\frac{1}{C^*}$ و $\frac{B^*-}{C^*}$ انتخاب شود، این معادلات را می‌توان مشابه مدل معادلهٔ (۴ ـ ۲۳) در الگوریتم ۴ ـ ۱ دانست. در این صورت بردار رگرسیون با خطاها ناهمبسته خواهد بود و می‌توان انتظار داشت که تخمین حداقل مربعات به مقادیر صحیح پارامترها همگرا شود. لیکن چند جمله‌ایهای C^* و B^{-*} مجهول هستند. نتیجهٔ شگفت‌انگیزی که می‌گیریم این است که حتی اگر فیلتر، صحیح نباشد باز الگوریتم خودبخود به کنترلگر صحیح تنظیم می‌شود. این خاصیت الهام‌بخش نویسندگان این کتاب در استفاده از عبارت «خود تنظیم» بوده است. نتیجهٔ زیر نشان می‌دهد که پارامترهای صحیح کنترلگر مقادیر تعادلی برای الگوریتم ۴ ـ ۱ برای یک انتخاب نادرست Q^*/P^* نیز هستند.

تحلیل مفصلتر پایداری و همگرایی در فصل ششم خواهد آمد.

قضیهٔ ۴ ـ ۱ خواص مجانبی ۱

فرض کنید الگوریتم ۴ ـ ۱ با $Q^*/P^* = 1$ در یک تخمینگر حداقل مربعات استفاده شده باشد. پارامتر $r_0 = b_0$ را می‌توان ثابت فرض کرد و یا آن را تخمین زد. فرض کنید بردار رگرسیون، محدود باشد و تخمین پارامترها همگرا شود، در این صورت سیستم حلقه ـ بستهٔ حاصل، در حد با خواص ذیل مشخص می‌شود:

$$\overline{y(t+\tau)y(t)} = 0 \qquad \tau = d, d+1, \ldots, d+l$$

$$\overline{y(t+\tau)u(t)} = 0 \qquad \tau = d, d+1, \ldots, d+k \qquad (۲۵ ـ ۴)$$

www.powerjam.ir

که در آن علامت «ـ»، نشاندهندهٔ میانگین زمانی است. همچنین k و l به ترتیب درجه چند جمله‌ایهای R^* و S^* است.

برهان: مدل معادلهٔ (۴ ـ ۲۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$y(t+d) = \varphi^T(t)\theta + \varepsilon(t+d)$$

و قانون کنترل بدین شکل در می‌آید:

$$\varphi^T(t)\hat{\theta}(t+u) = 0 \qquad (۴ ـ ۲۶)$$

در نقطهٔ تعادل، پارامترهای تخمین زدهٔ $\hat{\theta}$ ثابت هستند که در معادلات نرمال (۲ ـ ۵) صدق می‌کنند. در این حالت می‌توان این معادلات را اینگونه نوشت:

$$\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\varphi(k)y(k+d) = \frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\varphi(k)\varphi^T(k)\hat{\theta}(t+d)$$

با استفاده از قانون کنترل از معادلهٔ ۴ ـ ۲۶ نتیجه می‌شود که:

$$\lim_{t\to\infty}\ \frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\varphi(k)y(k+d) = \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\varphi(k)\varphi^T{}_{(k)}\left(\hat{\theta}(t+d) - \hat{\theta}(k+d)\right)$$

حال اگر با افزایش t به سمت بینهایت، تخمین $\hat{\theta}(t)$ همگرا شود و بردار رگرسیون $\varphi(k)$ محدود باشد، سمت راست معادله، صفر می‌شود. اینک با استفاده از تعریف بردار رگرسیون در الگوریتم ۴ ـ ۱ و اینکه $Q^*/P^* = 1$ است، معادلهٔ ۴ ـ ۲۵ به دست می‌آید.

اگر فرضیات بیشتری بر سیستم تحت کنترل اعمال شود، خواص قویتری به دست می‌آید.

قضیهٔ ۴ ـ ۲ خواص مجانبی ۲

فرض کنید الگوریتم ۴ ـ ۱ با تخمین حداقل مربعات بر معادلهٔ ۴ ـ ۱ اعمال شود. همچنین فرض کنید:

$$\min(k,l) \geqslant n-1 \qquad (۴ ـ ۲۷)$$

اگر تخمینهای مجانبی R و S نسبت به هم اوّل باشد، حلّ تعادل به گونه‌ای است که داریم:

$$\overline{y(t+\tau)y(t)} = 0 \qquad \tau = d, d+1, \ldots \qquad (۴ ـ ۲۸)$$

یعنی خروجی، یک فرایند میانگین متحرک، از مرتبهٔ $d-1$ است.

www.powerjam.ir

برهان: سیستم حلقه ـ بسته با معادلات زیر توصیف می‌شود:

$$R^* u(t) = -S^* y(t)$$
$$A^* y(t) = B^* u(t - d_\circ) + C^* e(t)$$

بنابراین داریم:

$$(A^* R^* + q^{-d_\circ} B^* S^*) y = R^* C^* e$$
$$(A^* R^* + q^{-d_\circ} B^* S^*) u = -S^* C^* e$$

سیگنال w را، که به صورت زیر تعریف می‌شود، در نظر بگیرید:

$$(A^* R^* + q^{-d_\circ} B^* S^*) w = C^* e \qquad (۲۹ ـ ۴)$$

پس:

$$y = R^* w \quad \text{و} \quad u = -S^* w \qquad (۳۰ ـ ۴)$$

در نتیجه با استفاده از شرط معادلهٔ (۴ ـ ۲۵) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} &\overline{R^* w(t) y(t+\tau)} = \circ \qquad \tau = d, d+۱, \dots, d+l \\ &\overline{S^* w(t) y(t+\tau)} = \circ \qquad \tau = d, d+۱, \dots, d+k \end{aligned} \qquad (۲۵ ـ ۴)$$

اگر تعریف کنیم:

$$C_{wy}(\tau) = \overline{w(t) y(t+\tau)}$$

معادلهٔ فوق را می‌توان بدین صورت نوشت:

$$\begin{pmatrix} r_\circ & r_۱ & r_۲ & \dots & r_k & \circ & \dots & \circ \\ \circ & r_\circ & r_۱ & r_۲ & \dots & r_k & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & & \ddots & \\ \circ & \dots & \circ & r_\circ & r_۱ & r_۲ & \dots & r_k \\ s_\circ & s_۱ & s_۲ & \dots & s_l & \circ & \dots & \circ \\ \circ & s_\circ & s_۱ & s_۲ & \dots & s_l & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & & \ddots & \\ \circ & \dots & \circ & s_\circ & s_۱ & s_۲ & \dots & s_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{wy}(d) \\ \vdots \\ C_{wy}(d+k+l) \end{pmatrix} = \circ$$

www.powerjam.ir

چون در حالتی که R^* و S^* نسبت به هم اوّل باشند، ماتریس سیلوستر سمت چپ، غیر منفرد است (با قسمت ۱۱ ـ ۴ مقایسه کنید)، نتیجه می‌شود که:

$$C_{wy}(\tau) = 0 \qquad \tau = d, d+1, \ldots, d+k+l$$

تابع کواریانس در معادلهٔ زیر صدق می‌کند:

$$F^*(q^{-1})\, C_{wy}(\tau) = 0 \qquad \tau \geqslant 0$$

مرتبه سیستم معادلهٔ ۴ ـ ۲۹ برابر با $n + k = n + \max(k, l)$ است.

اگر $k + l + 1 \geqslant n + \max(k, l)$ و یا به طور معادل $\min(k, l) \geqslant n - 1$ باشد، خواهیم داشت:

$$C_{wy}(\tau) = 0 \qquad \tau = d, d+1, \ldots$$

از معادلهٔ (۴ ـ ۳۰) نتیجه می‌شود که:

$$C_y(\tau) = 0 \qquad \tau = d, d+1, \ldots$$

و بدین ترتیب اثبات قضیه، کامل می‌شود.

نکتهٔ ۱: بنابراین الگوریتم همبستگی خروجی را با شروع از تأخیر $\tau = d$، به سمت صفر هدایت می‌کند. از قضیهٔ ۴ ـ ۱ نتیجه می‌شود که همواره در نقطهٔ تعادل، مقدار همبستگیها در تأخیرهای d، $d+1$، ...، $d+l$ برابر با صفر است. اگر تعداد پارامترهای کنترلگر به اندازهٔ کافی باشد، همواره برای تمام تأخیرهای بالاتر کواریانس خروجی، برابر صفر خواهد بود. توجّه کنید که با نگاه کردن به کواریانسهای خروجی، بسادگی می‌توان شرط معادلهٔ (۴ ـ ۲۸) را بررسی کرد.

نکتهٔ ۲: بسادگی می‌توان با انتخاب مقدار صحیح d چگونگی حذف صفرهای فرایند را کنترل کرد. اگر $d = d_0$ باشد، کنترلگری که به دست می‌آید که تمام صفرها را حذف می‌کند و با انتخاب $d = n$ کنترلگر، هیچیک از صفرهای فرایند را حذف نخواهد کرد.

از قضایای ۴ ـ ۱ و ۴ ـ ۲ نتیجه می‌گیریم که اگر تخمینها همگرا شوند و کنترلگر به اندازهٔ کافی پارامتر داشته باشد، آنگاه الگوریتم ۴ ـ ۱ به سمت کنترلگر میانگین متحرک میل خواهد کرد.

www.powerjam.ir

مثالها

خواص خود تنظیم‌گرهای حداقل ـ واریانس و میانگین متحرک با دو مثال توضیح داده می‌شود:

مثال ۴ ـ ۵ رگولاتور خود تنظیم حداقل ـ واریانس مستقیم

همان فرایند مثال ۴ ـ ۴ را در نظر بگیرید. بدین ترتیب مدل فرایند معادلهٔ (۴ ـ ۲۳) به صورت ذیل است:

$$y(t+1) = r_0 u(t) + s_0 y(t) + \varepsilon(t+1)$$

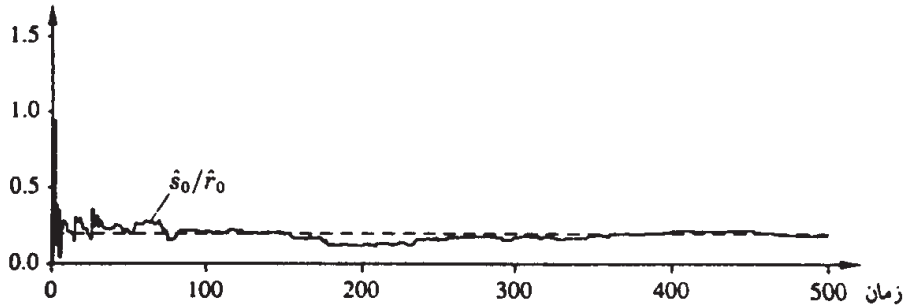
فرض می‌شود که r_0 در مقدار $\hat{r}_0 = 1$ تثبیت شده باشد. توجه کنید که این مقدار، با مقدار واقعی آن (که برابر ۳ است)، متفاوت می‌باشد. پارامتر s_0 با استفاده از روش حداقل مربعات، تخمین زده می‌شود. قانون کنترل بدین صورت است:

$$u(t) = \frac{-\hat{s}_0}{\hat{r}_0} y(t)$$

شکل ۴ ـ ۶ نشان می‌دهد حتّی اگر پارامتر $\hat{r}_0$ برابر مقدار واقعی آن نباشد، $\hat{s}_0 / \hat{r}_0$ بسرعت به مقداری همگرا می‌شود که متناظر با مقدار کنترلگر بهینهٔ حداقل ـ واریانس است، شکل ۴ ـ ۷ نیز نشان دهنده تابع تلف وقتی که از خود تنظیم‌گر و کنترلگر حداقل ـ واریانس بهینه استفاده شده است، می‌باشد. شکلهای ۴ ـ ۳ و ۴ ـ ۵ را با یکدیگر مقایسه کنید.

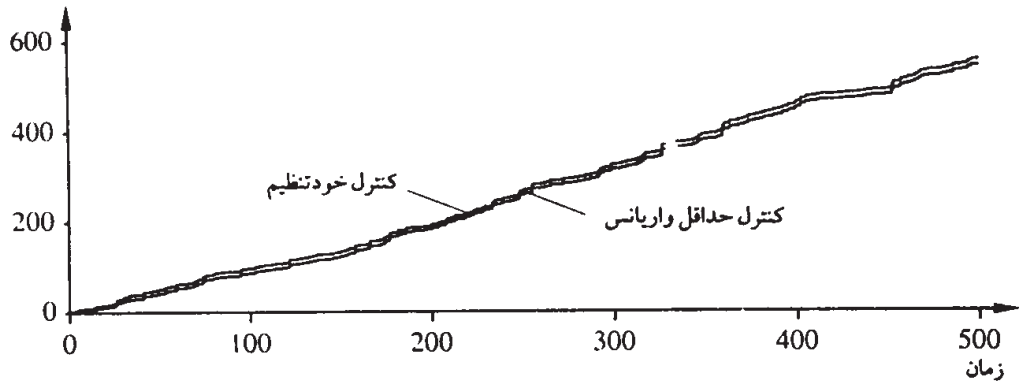
مثال ۴ ـ ۶ کنترل MA در یک سیستم ناکمینه فاز

انتگرالگیری را با تأخیر زمانی τ در نظر بگیرید. برای دوره‌های نمونه‌برداری $h > \tau$، این



شکل ۴ ـ ۶. پارامتر s_0 / r_0 در کنترلگر وقتی که فرایند مثال ۴ ـ ۵ با استفاده از کنترلگر خود تنظیم حداقل ـ واریانس مستقیم کنترل شود.

www.powerjam.ir



شکل ۴ ـ ۷. تابع تلف وقتی که از رگولاتور خود تنظیم مستقیم و کنترلگر حداقل ـ واریانس بهینه، در سیستم مثال ۴ ـ ۵ استفاده شده باشد.

سیستم به صورت ذیل توصیف می‌شود:

$$A(q) = q(q - ۱)$$
$$B(q) = (h - \tau)q + \tau = (h - \tau)(q + b)$$

که $b = \frac{\tau}{h - \tau}$ و $d_۰ = ۱$ است. فرض می‌شود مشخصهٔ نویز بدین شکل باشد:

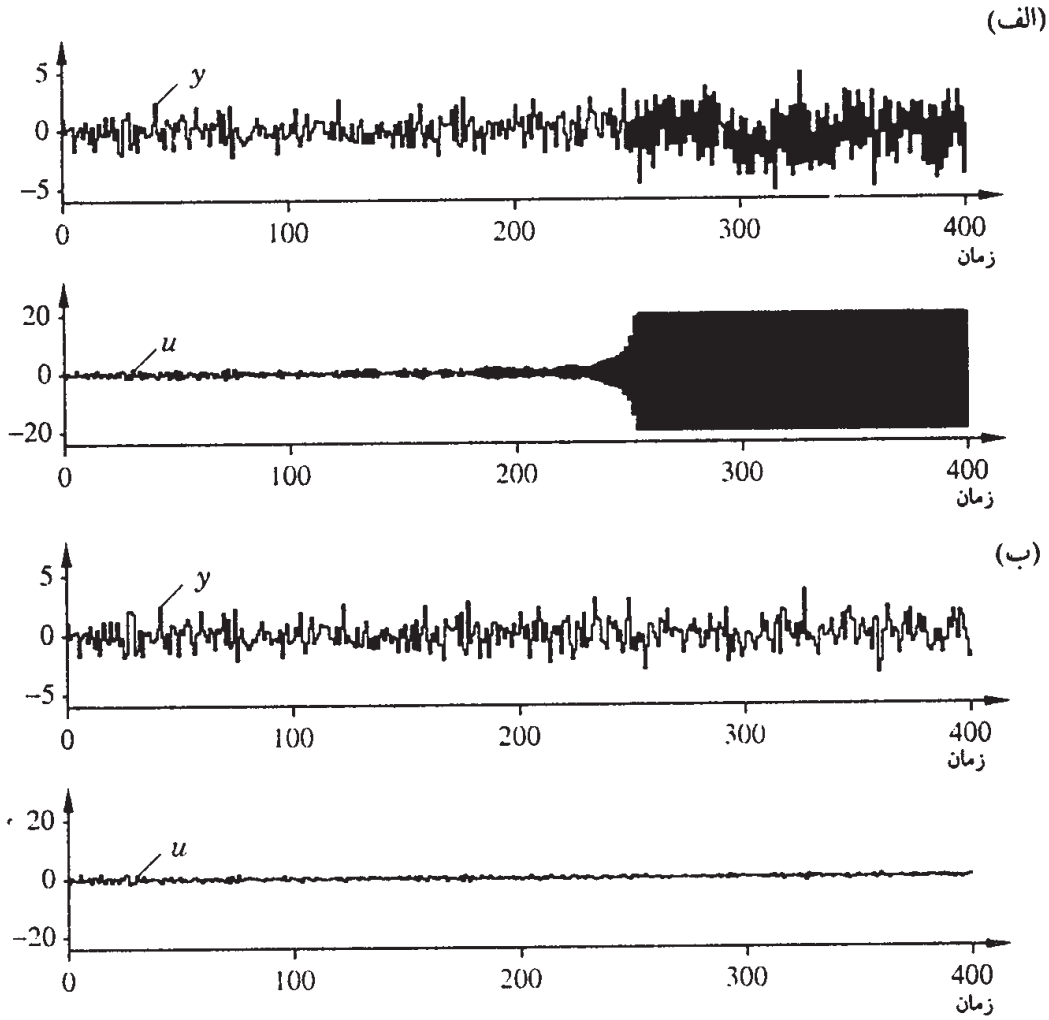
$$C(q) = q(q + c) \qquad |c| < ۱$$

اگر $\tau > \frac{h}{۲}$ باشد، سیستم با داده‌های نمونه‌برداری شده، ناکمینه فاز است؛ از این موضوع نتیجه می‌شود که از خود تنظیم‌گر حداقل ـ واریانس پایه، فقط می‌توان برای حالت $\tau < \frac{h}{۲}$ استفاده کرد. فرض کنید ساختار کنترلگر به صورت ذیل باشد:

$$u(t) = -\hat{s}_۰(t)y(t) - \hat{r}_۱(t)y(t - ۱)$$

شبیه‌سازیهای این سیستم در شکل ۴ ـ ۸ برای حالت $h = ۱$ و $c = -۰/۸$ نشان داده شده است. تأخیر زمانی اوّلیه برابر ۰/۴ است و در زمان $t = ۱۰۰$ به ۰/۶ افزایش می‌یابد، که در این زمان، سیستم با داده‌های نمونه‌برداری شده دارای یک صفر خارج از دایره واحد می‌شود. شکل ۴ ـ ۸ (الف) نتایج به دست آمده از ساختار حداقل ـ واریانس را برای حالت $d = ۱$ نشان می‌دهد. در ابتدا پارامترها به سمت کنترلگر حداقل ـ واریانس همگرا می‌شوند. در $t = ۱۰۰$ سیستم با داده‌های نمونه‌برداری شده دارای صفری خارج دایرهٔ واحد می‌شود. سپس رگولاتور خود تنظیم سعی می‌کند این صفر را حذف کند و پس از مدتی سیستم حلقه ـ بسته ناپایدار می‌شود. البته سیستم دقیقاً در $t = ۱۰۰$ ناپایدار نمی‌شود، زیرا مدتی طول می‌کشد تا پارامترهای کنترلگر

www.powerjam.ir



شکل ۴ ـ ۸. شبیه‌سازی الگوریتم خود تنظیم بر سیستم انتگرالگیر دارای تأخیر زمانیِ مثال ۴ ـ ۶. در t = ۱۰۰، تأخیر از ۰/۴ به ۰/۶ تغییر می‌کند الف) d = ۱؛ ب) d = ۲

تغییر کنند. سیگنال کنترل بین ۲۰ ± محدود است و بنابراین سیگنالها بطور نمایی رشد نمی‌کنند. مقدار ضریب فراموشی برابر $\lambda = ۰/۹۹$ است. شکل ۴ ـ ۸ (ب) نتایج به دست آمده را برای حالت d = ۲ نشان می‌دهد. کنترلگر میانگین محترک برای هر دو حالت $\tau = ۰/۴$ و $\tau = ۰/۶$ یک تعادل پایدار است. با تغییر تأخیر زمانی، تنها یک انتقال در مقادیر پارامترها به وجود می‌آید ولی سیستم حلقه ـ بسته پایدار می‌ماند.

کنترلگری که کوچکترین واریانس خروجی قابل دستیابی را نتیجه دهد، در حالتهای $\tau = ۰/۴$ و $\tau = ۰/۶$ به ترتیب انحراف معیارهای ۱/۰۰۰ و ۱/۰۰۴ را سبب می‌شود، در حالیکه کنترلگر میانگین متحرک انحراف معیارهای ۱/۰۰۳ و ۱/۰۰۷ را به ترتیب در حالات $\tau = ۰/۴$ و $\tau = ۰/۶$ نتیجه می‌دهد. بنابراین وقتی که از کنترلگر میانگین متحرک، استفاده می‌شود تنزّل عملکرد سیستم، کوچک است.

www.powerjam.ir

۴ ـ ۴ اتّحاد رگولاتورهای خود تنظیم مستقیم

خود تنظیم‌گرهای میانگین متحرک به دلیل سادگی، بسیار مورد توجّه هستند. بسادگی می‌توان توضیح حسّی داد که این الگوریتم چگونه کار می‌کند و پیاده‌سازی آن نیز آسان است و این مزیّت بزرگی برای الگوریتم است. الگوریتم را می‌توان به صورت ذیل توضیح داد: ساختار یک پیش‌بین را مشخص کنید که به کمک آن می‌توان خروجی را در d گام بعد، پیش‌بینی کرد. پارامترهای پیش‌بین در زمان حقیقی تخمین زده می‌شوند. براساس پارمترهای تخمینی سیگنال کنترل بگونه‌ای تعیین می‌شود که خروجی پیش‌بینی شده فرایند با مقدار مرجع برابر باشد. الگوریتم به طور گسترده‌ای تحلیل شده است. پهنای باند سیستم حلقه ـ بسته، بطور بحرانی به دوره نمونه‌برداری h و افق پیش‌بینی d وابسته است، لذا باید هر دو این مقادیر، بدقّت انتخاب شود. این الگوریتم ممکن است کنترلگری را نتیجه دهد که با استفاده از آن، همهٔ صفرها حذف شوند که حذف صفرها به انتخاب افق پیش بینی وابسته است. علاوه براین نمونه‌های مختلفی از این الگوریتم، پیشنهاد شده که تعداد از آنها را می‌توان به صورتی که ذیلاً شرح داده می‌شود به عنوان یک الگوریتم واحد در نظر گرفت.

مدل معادلهٔ (۴ ـ ۱) را در نظر گرفته، فرض کنید خروجی، به صورت ذیل فیلتر شده باشد:

$$y_f(t) = \frac{Q^*(q^{-1})}{P^*(q^{-1})} y(t)$$

که در آن Q^* و P^* چند جمله‌ایهایی پایدار هستند. خروجی فیلتر شده در معادلهٔ زیر صدق می‌کند:

$$A^*(q^{-1})P^*(q^{-1})y_f(t) = B^*(q^{-1})Q^*(q^{-1})u(t-d_0) + C^*(q^{-1})Q^*(q^{-1})e(t)$$

تساوی زیر را در نظر بگیرید:

$$C^*(q^{-1})Q^*(q^{-1}) = A^*(q^{-1})P^*(q^{-1})R_1^*(q^{-1}) + q^{-d_0}S^*(q^{-1})$$

آنگاه:

$$y_f(t+d_0) = R_1^* e(t+d_0) + \frac{1}{C^*Q^*}\left(S^* y_f(t) + B^*Q^*R_1^* u(t)\right)$$

با معرفی:

$$y_f'(t) = \frac{1}{Q^*(q^{-1})} y_f(t) = \frac{1}{P^*(q^{-1})} y(t)$$

www.powerjam.ir

این مدل به دست می‌آید:

$$y_f(t+d_0) = R_1^* e(t+d_0) + \frac{1}{C^*}\left(S^* y_f'(t) + B^* R_1^* u(t)\right) \quad (۳۱-۴)$$

به کمک این رابطه (از مشابهت با معادلهٔ (۴ ـ ۲۱) و با استفاده از الگوریتم ۴ ـ ۱، می‌توان یک رگولاتور خود تنظیم برای کمینه کردن واریانس y_f به دست آورد. اینک این مدل پارامتریزه شدهٔ مجدد، الگوریتم خود تنظیم تعمیم یافتهٔ زیر را پیشنهاد می‌کند:

الگوریتم ۴ ـ ۲ الگوریتم خود تنظیم مستقیم تعمیم یافته

داده‌ها: افق پیش‌بینی d؛ مرتبهٔ کنترلگر؛ درجهٔ R^* و درجهٔ S^*؛ چند جمله‌ای رؤیتگر پایدار A_0^* و چند جمله‌ایهای پایدار Q^* و P^*. سیگنالهای فیلتر شدهٔ زیر را تعریف می‌کنیم:

$$y_f(t) = \frac{Q^*}{P^*} y(t) \qquad y_f'(t) = \frac{1}{P^*} y(t)$$

گام ۱: ضرایب چند جمله‌ایهای R^* و S^* را در مدل زیر با استفاده از روش حداقل مربعات تخمین بزنید:

$$y_f(t+d) = \frac{R^*}{A_0^*} u(t) + \frac{S^*}{A_0^*} y'_f(t) + \varepsilon(t+d) \quad (۳۲-۴)$$

گام ۲: سیگنال کنترل را از رابطهٔ زیر محاسبه کنید:

$$u(t) = -\frac{S^*}{R^*} y_f'(t)$$

که R^* و S^* از گام ۱ جایگزین می‌شوند.

گامهای ۱ و ۲ را در هر دوره نمونه‌برداری تکرار کنید.

از معادلهٔ (۴ ـ ۳۱) و قضایای ۴ ـ ۱ و ۴ ـ ۲ نتیجه می‌گیریم که اگر پارامترها همگرا شوند، سیستم حلقه ـ بسته بدین صورت خواهد بود:

$$y_f(t) = R_1^* e(t)$$

یا:

$$y(t) = \frac{P^* R_1^*}{Q^*} e(t) \quad (۳۳-۴)$$

که R_1^* از تساوی زیر به دست می‌آید:

$$C^* Q^* = A^* P^* R_1^* + q^{-d} B^{-*} S^* \quad (۳۴-۴)$$

www.powerjam.ir

و سیگنال کنترل نیز از این رابطهٔ حاصل می‌شود:

$$u(t) = -\frac{S^*}{R^*} y_f'(t) = -\frac{S^*}{R^* P^*} y(t) \qquad (۳۵-۴)$$

که در آن $R^* = B^{+*} R_1^*$ است. بنابراین قطبهای حلقه ـ بسته از Q^* تأثیر می‌پذیرند و با استفاده از P^* امکان معرفی صفرهای اضافی نیز هست. با مطرح شدن فیلتر Q^* / P^*، علت این امر مشخص می‌شود که چرا این الگوریتم گاهی الگوریتم *حداقل ـ واریانس تنظیم نشده*[1] نامیده می‌شود.

الگوریتم ۴ ـ ۲ در اصل همان الگوریتم ۴ ـ ۱ است. که بر سیگنالهای فیلتر شده اعمال شده باشد. فیلتر $\frac{Q^*}{P^*}$ و افق پیش بینی، عملگر تبدیل پالسیِ سیستم حلقه ـ بسته را تعیین می‌کند. چند جمله‌ای رؤیتگر بهینه، C^* است که نامعلوم می‌باشد و به جای آن از تقریبی مانند A_0^* استفاده می‌شود. چند جمله‌ای رؤیتگر A_0^* خواص همگرایی را مشخص می‌کند. تا زمانی که فیلتر $\frac{Q^*}{P^*}$ و معکوس آن پایدار باشد، این جایگزینی بر خواص مجانبی تأثیری نخواهد داشت.

کنترل حداقل ـ واریانس، ممکن است سیگنالهای کنترل بزرگی را نتیجه دهد. یک راه برای کاهش تغییرات سیگنال کنترل، تعمیم دادن تابع تلف است، به طوری که سیگنال کنترل را نیز بعنوان جریمه شامل شود. کنترلگرهای خطی درجهٔ دوّم[2] از این نوع هستند امّا یک عیب رگولاتورهای خود تنظیم خطّی درجه دوم، محاسبات اضافی آنهاست. یک راه ساده‌سازی مسأله، استفاده از تابع تلفی به شکل زیر است:

$$E\{(P^*(q^{-1})y(t+d_0))^2 + (Q^*(q^{-1})u(t))^2 \mid \mathcal{Y}_t\}$$

که در آن:

$$\mathcal{Y}_t = \{y(t), y(t-1), \ldots, y(0), u(t), u(t-1), \ldots, u(0)\}$$

داده‌های قابل دسترسی در زمان t می‌باشد. کنترلگر حاصل، گگاهی کنترلگر حداقل ـ واریانس تعمیم یافته[3] نامیده می‌شود. این کنترلگر را می‌توان در همان دسته‌بندی کنترلگر فوق تعبیر کرد. برای توضیح این امر فرض کنید $P^* = 1$ و $Q^* = \sqrt{\rho}$ باشد، در این صورت تابع تلف به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$E\{y^2(t+d_0) + \rho u^2(t) \mid \mathcal{Y}_t\} \qquad (۳۶-۴)$$

1. Detuned Minimum - Variance Algorithm
2. Linear Quadratic (LQ) Controllers
3. Generalized Minimum Variance Controller

www.powerjam.ir

توجه کنید که این تابع تلف فقط به خروجی y در زمان $t + d_0$ وابسته است که تنها در یک لحظهٔ زمانی است. توابع تلف به شکل (۴ ـ ۳۶) را گاهی توابع تلف یک مرحله‌ای[1] می‌نامند.

فرض کنید فرایند با معادله (۴ ـ ۱) توصیف شود. در این صورت با استفاده از معادلات دینامیکی فرایند (معادلهٔ (۴ ـ ۲۱))، می‌توان نشان داد که قانون کنترلی که معادلهٔ (۴ ـ ۳۶) را کمینه کند به صورت زیر است:

$$\left(R^* + \frac{\rho}{r_0} C^*\right) u(t) = -S^* y(t) \qquad (۳۷ ـ ۴)$$

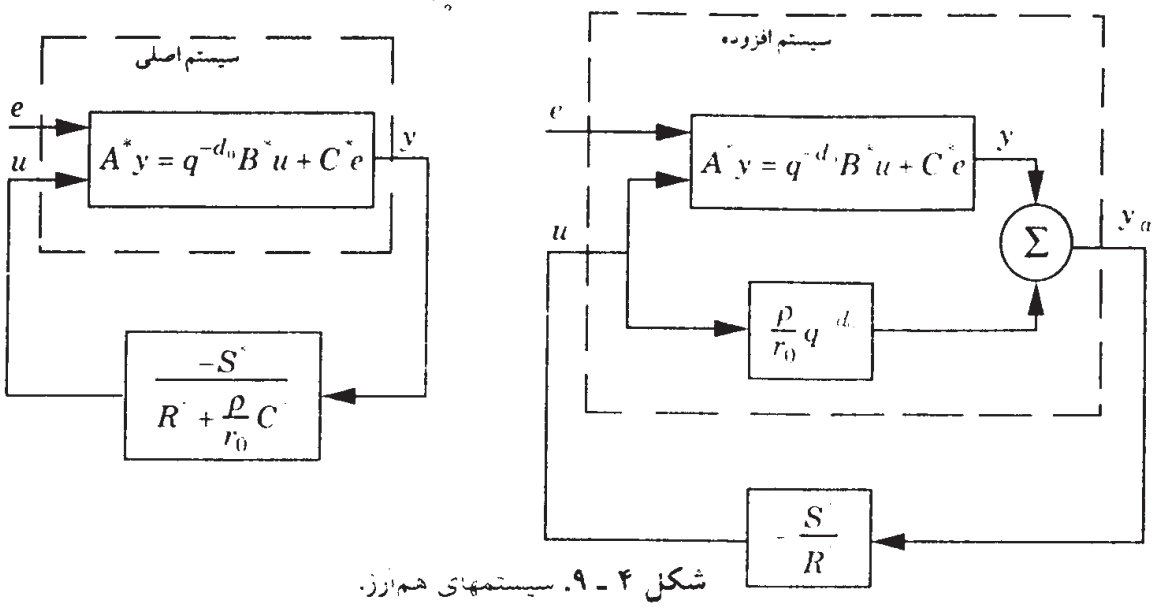
که در آن $R^* = R_1^* B^*$ و R^* و S^* به کمک معادلهٔ (۴ ـ ۱۶) مشخص می‌شوند.

با استفاده از همان ایدهٔ فوق، این امکان وجود دارد که سیستم جدیدی را به دست آوریم که معادلهٔ (۴ ـ ۳۷) کنترلگر حداقل ـ واریانس آن باشد. برای این کار به کمک اتصال موازی به سیستم اولیه، سیستمی با عملگر تبدیل پالسی $\rho q^{-d_0}/r_0$ (شکل (۴ ـ ۹) را ببینید) می‌افزاییم. این کار در حقیقت روشی استاندارد برای به دست آوردن کنترلگری هم‌ارز با بهرهٔ کراندار است. در این صورت رابطهٔ ورودی ـ خروجی سیستم افزوده[2]، به صورت زیر است:

$$A^* y_a(t) = \left(B^* + \frac{\rho}{r_0} A^*\right) u(t - d_0) + C^* e(t)$$

قانون کنترل حداقل ـ واریانس برای این سیستم بدین صورت است:

$$R_1^*\left(B^* + \frac{\rho}{r_0} A^*\right) u(t) = -S^* y_a(t) \qquad (۳۸ ـ ۴)$$



شکل ۴ ـ ۹. سیستمهای هم‌ارز.

1. One - Stage Loss Function
2. Augmented System

www.powerjam.ir

که در آن R_1^* و S^* در معادلهٔ (۴ ـ ۱۶) صدق می‌کنند. از شکل ۴ ـ ۱۹ نتیجه می‌شود که:

$$y_a(t) = y(t) + \frac{\rho}{r_0} q^{-d_0} u(t)$$

معادلهٔ (۴ ـ ۳۸) را می‌توان به صورت زیر بازنوشت:

$$\left(R_1^* B^* + \frac{\rho}{r_0} A^* R_1^*\right) u(t) = -S^* \left(y(t) + \frac{\rho}{r_0} q^{-d_0} u(t)\right)$$

یا:

$$\left(R_1^* B^* + \frac{\rho}{r_0}\left(A^* R_1^* + q^{-d_0} S^*\right)\right) u(t) = -S^* y(t)$$

با استفاده از معادلهٔ (۴ ـ ۱۶) نتیجه می‌شود:

$$\left(R_1^* B^* + \frac{\rho}{r_0} C^*\right) u(t) = -S^* y(t)$$

که با معادلهٔ (۴ ـ ۳۷) برابر است. توجه کنید که با استفاده از قانون کنترل معادلهٔ (۴ ـ ۳۸) عامل حذف شده به جای B^*، جملهٔ $B^* + \frac{\rho}{r_0} A^*$ خواهد بود. از این مطلب نتیجه می‌گیریم که وقتی سیستم ناکمینه فاز و نزدیک به کران پایداری باشد، مشکلاتی را می‌توان انتظار داشت.

در الگوریتم کنترل حداقل ـ واریانس تعمیم یافته فرض می‌شود که $C^*(q^{-1}) = 1$ است. بنابراین، بسادگی می‌توان با اضافه کردن مسیری موازی به سیستم اولیه و اِعمال یک رگولاتور خود تنظیم معمولی براساسی کنترل حداقل ـ واریانس به سیستم افزوده، به الگوریتم مورد نظر دست یافت. بهرهٔ کنترل بسادگی با تغییر پارامتر ρ در مسیر موزای تنظیم می‌شود.

تحلیلهای فوق نشان می‌دهد که الگوریتم ۴ ـ ۲ بسیاری انعطاف‌پذیر است. این الگوریتم را می‌توان در بسیاری از حالتهای مختلف مورد استفاده قرار داد و فقط مختص کنترل حداقل ـ واریانس نیست که این نکته برای پیاده‌سازی رگولاتورهای خود تنظیم بسیار مهم است.

کنترل پیشخور خود تنظیم

کنترل پیشخور، روش بسیار مفیدی برای کاهش اثر اغتشاشهای معلوم است. مواردی مانند درجهٔ حرارت، غلظت در فرایندهای شیمیایی، درجه حرارت بیرونی در کنترل آب و هوا و ضخامت کاغذ در ماشینهای کاغذ را می‌توان به عنوان مثالهایی از اغتشاشهای قابل اندازه‌گیری در نظر گرفت. سیگنالهای فرمان را نیز می‌توان به عنوان یک اغتشاش قابل اندازه‌گیری در نظر گرفت. کنترلگر معادلهٔ ۳ ـ ۲ را می‌توان به عنوان پیشخوری از سیگنال مرجع دانست. برای

www.powerjam.ir

استفاده از پیشخور، دانستن دینامیک فرایند لازم است. هر چند امکان استفاده از جبرانگر پیشخورِ خود تنظیم نیز وجود دارد. یکی از روشهای کاربردی، استفاده از مدل زیر است:

$$y(t+d) = R^* u(t) + S^* y(t) + T^* v(t) + \varepsilon(t+d)$$

که در آن $v(t)$ اغتشاش قابل اندازه‌گیری مؤثر بر سیستم است. سیگنال v می‌تواند همان مقدار مرجع باشد. چند جمله‌ایهای R^* و S^* و T^* طبق معمول، تخمین زده شده، قانون کنترل به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$u(t) = -\frac{S^*}{R^*} y(t) - \frac{T^*}{R^*} v(t)$$

کنترل پیشخورِ خود تنظیم، در بسیاری از کاربردهای صنعتی با موفقیت به کار رفته است.

مثالها

رفتار الگوریتم ۴ ـ ۲ در غالب دو مثال توضیح داده می‌شود:

مثال ۴ ـ ۷ تأثیر فیلتر کردن

فرایند زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t) + ay(t-1) = bu(t-1) + e(t) + ce(t-1)$$

که $a = -0/9$، $b = 3$ و $c = -0/3$ است (همان مقادیر مثالهای ۴ ـ ۴ و ۴ ـ ۵) فرض کنید فیلتر بدین شکل باشد:

$$\frac{Q^*}{P^*} = \frac{1 + q_1 q^{-1}}{1 + p_1 q^{-1}}$$

با استفاده از تساویِ معادلهٔ (۴ ـ ۳۴) جوابهای زیر به دست می‌آید:

$$s_0 = c + q_1 - a - p_1$$
$$s_1 = cq_1 - ap_1$$

و قانون کنترل با استفاده از معادلهٔ (۴ ـ ۳۵) به دست می‌آید که در آن رابطهٔ زیر برقرار است:

$$R_1^* P^* B^{+*} = b(1 + p_1 q^{-1})$$

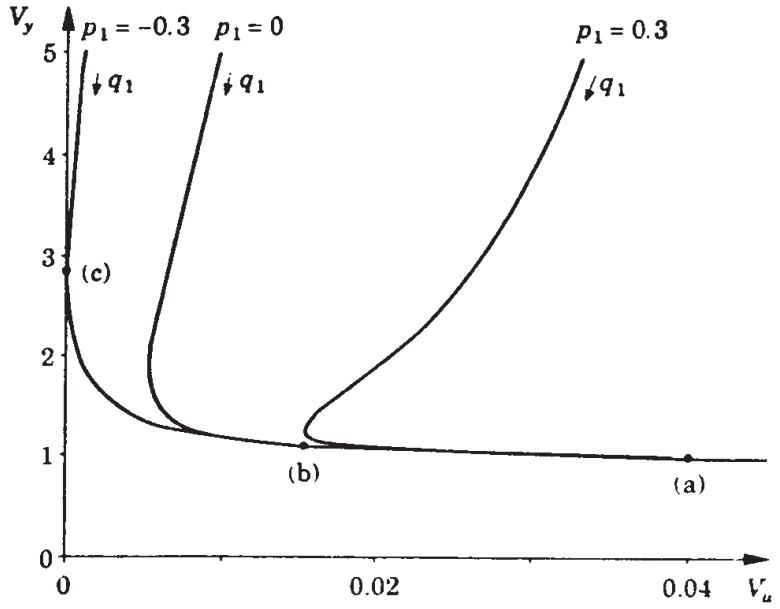
www.powerjam.ir

سیستم حلقه ـ بسته نیز به شکل زیر است:

$$y(t)=\frac{1+p_1q^{-1}}{1+q_1q^{-1}}e(t)$$

$$u(t)=-\frac{s_0+s_1q^{-1}}{b(1+q_1q^{-1})}e(t)$$

سه حالت مختلف در منحنیهای با نقاط پررنگ مشخص شده: الف) $p_1=q_1=0$؛ ب) $q_1=-0/3$ و $p_1=0$؛ ج) $q_1=-0/9$ و $p_1=-0/3$ روشهای مختلف بسیاری برای انتخاب فیلتر $\frac{Q^*}{P^*}$ وجود دارد. در اصل این فیلتر باید شبکه‌ای پیش فاز باشد. در نتیجه سیستم حلقه ـ بستهٔ معادلهٔ (۴ ـ ۳۳) به صورت پایین گذر، فیلتر خواهد شد. شکل ۴ ـ ۱۰ رفتار واریانسِ خروجی و ورودی را با تغییر q_1 برای بعضی از مقادیر p_1 نشان می‌دهد. حالت (الف) در شکل (۴ ـ ۱۰)، با کنترل حداقل ـ واریانس متناظر است. در حالت (ب)، واریانس خروجی، به اندازهٔ ۱۰٪ افزایش می‌یابد، در حالی که واریانس ورودی تقریباً به اندازه ۶۰٪ نسبت به حالت حداقل ـ واریانس کاهش می‌یابد. در حالت (ج) واریانسِ ورودی، برابر صفر است، یعنی سیستم، حلقه ـ باز است. شکل ۴ ـ ۱۱ مقادیر تلفات انباشته را برای ورودی و خروجی هنگام استفاده از الگوریتم خود تنظیم تعمیم یافته، نشان می‌دهد. حالتهای (الف)، (ب) و (ج) همان حالات شکل ۴ ـ ۱۰ هستند.



شکل ۴ ـ ۱۰. واریانس خروجی V_y و واریانس ورودی V_u به صورت تابعی از q_1 در سیستم مثال ۴ ـ ۷ وقتی که مقادیر p_1 برابر ۰/۳ـ، ۰ و ۰/۳ باشد. سه حالت مختلف توسط نقاط پر مشخص شده است: (الف) $p_1=q_1=0$؛ (ب) $p_1=0$، $q_1=-0/3$؛ (ج) $p_1=-0/3$، $q_1=-0/9$.

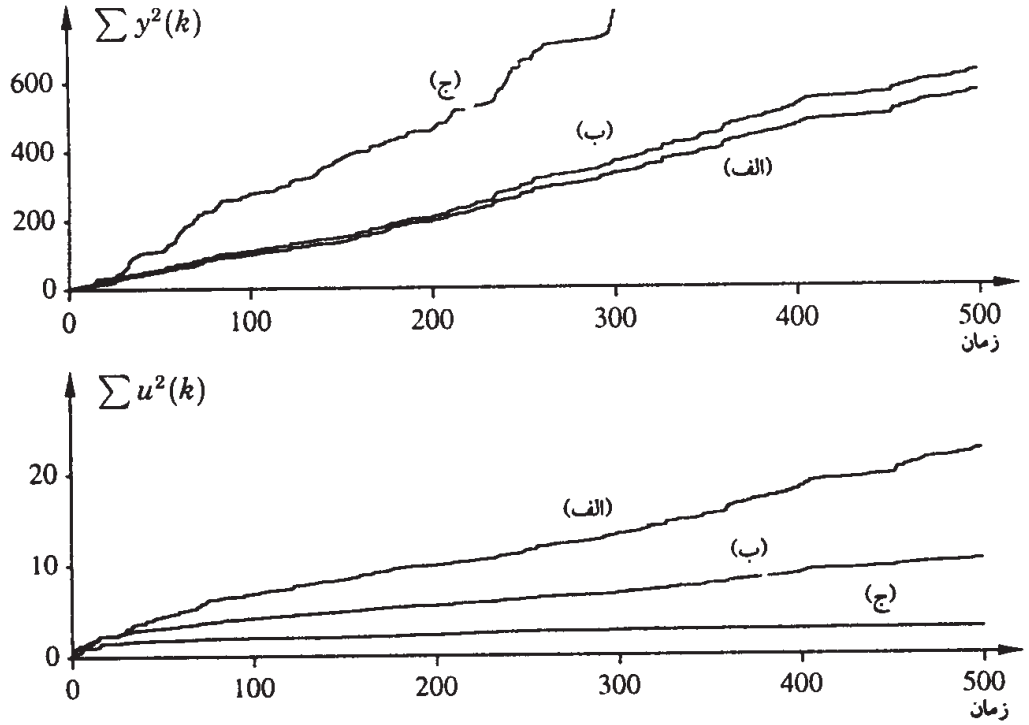
www.powerjam.ir

مثال ۴ ـ ۸ کنترلگر خود تنظیم حداقل ـ واریانس تعمیم یافته

در اینجا از کنترلگر خود تنظیمی که معادلهٔ (۴ ـ ۳۶) را کمینه کند، برای کنترل همان سیستم مثال قبل استفاده خواهد شد. کنترلگر معادلهٔ (۴ ـ ۳۷) با مقدار R^* و S^* داده شده در معادلهٔ (۴ ـ ۱۶) به صورت زیر است:

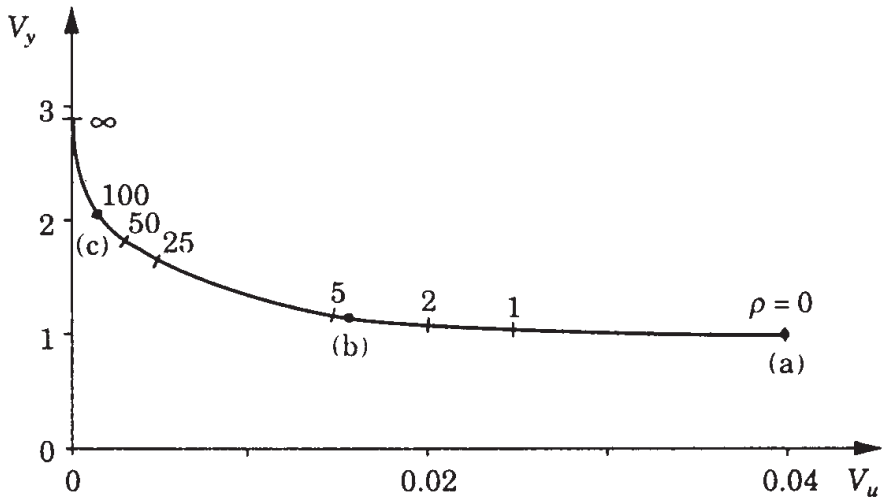
$$u(t) = -\frac{c - a}{b + \rho(1 + aq^{-1})} y_a(t)$$

شکل ۴ ـ ۱۲ واریانس خروجی را به صورت تابعی از واریانسِ ورودی برای مقادیر مختلف ρ نشان می‌دهد. این منحنی همان رفتاری را دارد که در شکل ۴ ـ ۱۰ نشان داده شد. امّا ممکن است انتخاب پارامتر ρ، ساده‌تر از انتخابِ فیلتر در مثال ۴ ـ ۷ باشد. شکل ۴ ـ ۱۳ مقادیر تلفات انباشتهٔ مربوط به ورودی و خروجی، برای مقادیر مختلف ρ را نشان می‌دهد. که در اینجا از خود تنظیم‌گر الگوریتم ۴ ـ ۱، در سیستم افزودهٔ شکل ۴ ـ ۹ استفاده شده است. این شکل را با شکل ۴ ـ ۱۱ مقایسه کنید.

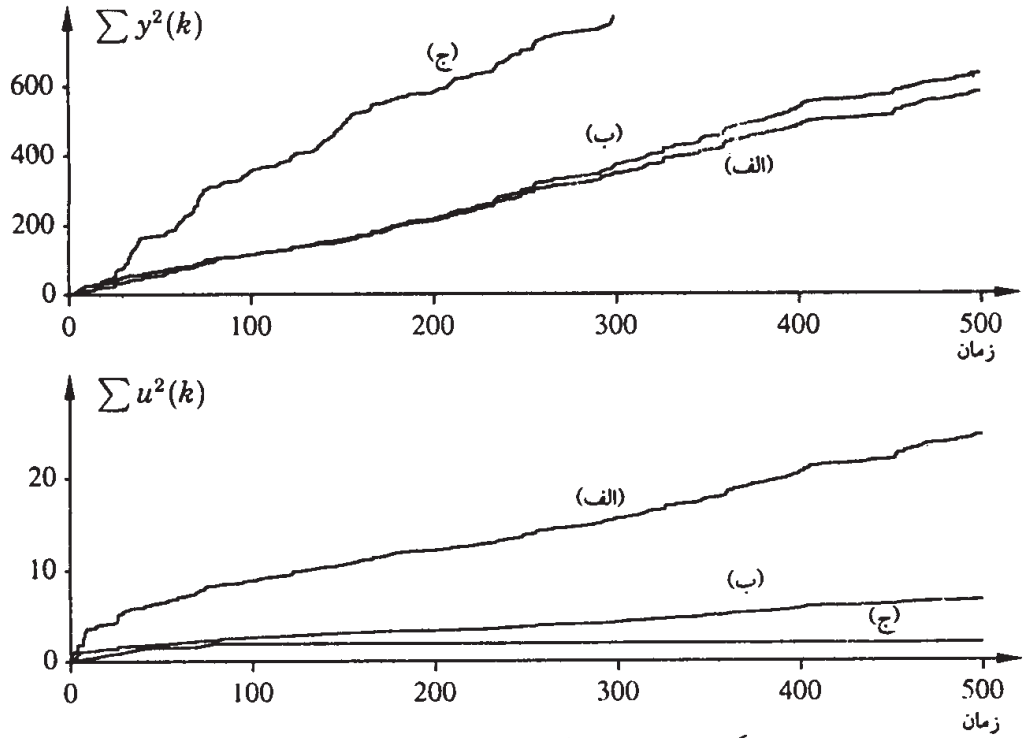


شکل ۴ ـ ۱۱. شبیه‌سازی الگوریتم خود تنظیم تعمیم یافته در سیستم مثال ۴ ـ ۷ وقتی که (الف) $p_1 = q_1 = 0$ (کنترل حداقل ـ واریانس) (ب) $q_1 = -0/3$ و $p_1 = 0$، (ج) $q_1 = -0/9$ و $p_1 = -0/3$ (سیستم حلقه ـ باز).

www.powerjam.ir



شکل ۴ ـ ۱۲. واریانس خروجی V_y به صورت تابعی از واریانس ورودی V_u برای مقادیر مختلف ρ در مثال ۴ ـ ۸: (الف) $\rho = 0$؛ ب) $\rho = 4$؛ ج) $\rho = 100$.



شکل ۴ ـ ۱۳. شبیه سازی الگوریتم خود تنظیم حداقل ـ واریانس تعمیم یافته در سیستم مثال ۴ ـ ۸ وقتی که: (الف) $\rho = 0$ (کنترل حداقل ـ واریانس)؛ ب) $\rho = 4$؛ ج) $\rho = 100$ («تقریباً» کنترلِ حلقه ـ باز).

خلاصه

روشهای بسیاری برای دستیابی به رگولاتورهای خود تنظیم مستقیم با خواص خوب وجود دارد. در اینجا چون محاسبات طرّاحی حذف می‌شود، میزان محاسبات کاهش می‌یابد. نشان داده شد که الگوریتم خودتنظیم مستقیم تعمیم یافته ۴ ـ ۲، بسیار انعطاف‌پذیر است. با استفاده از

www.powerjam.ir

فیلتر P^* / Q^* و افق پیش بینی، تعیین رفتار سیستم حلقه ـ بسته، امکان‌پذیر است. برای مثال این امکان وجود دارد که، کنترل میانگین متحرک، کنترل حداقل ـ واریانس تعمیم یافته، یا کنترل جایابی صفر ـ قطب انتخاب شود.

چند جمله‌ای رؤیتگر بر خواص مجانبی تأثیر نمی‌گذارد. در عوض این چند جمله‌ای بر خواص حالت گذرا تأثیر خواهد گذاشت و می‌توان از آن برای اصلاح خواص همگرایی الگوریتم استفاده کرد. همچنین فیلتر P^* / Q^* بر ویژگیهای قوام و حساسیت الگوریتم تأثیر می‌گذارد.

برای سادگی، الگوریتم ۴ ـ ۲ برای حالت رگولاتوری مطرح شده است، یعنی حالتی که مقدار مرجع برابر صفر باشد، بسادگی می‌توان این الگوریتم را طوری اصلاح کرد که خروجی، یک مسیر مرجع را تعقیب کند. برخی از این ایده‌ها در بخش مسائل این فصل و نیز در بخش ۱۱ ـ ۳ پیشنهاد می‌شود.

۴ ـ ۵ STR خطی درجه دوم

می‌توان از روش طراحی خطی درجهٔ دوّم به عنوان روشی برای طراحی یک رگولاتور خود تنظیم استفاده کرد. برای این کار مدل فرایند زیر

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t) \qquad (۳۹ ـ ۴)$$

و همچنین تابع تلف حالت ماندگار

$$J_{yu} = E\left\{\left(y(t) - y_m(t)\right)^2 + \rho u^2(t)\right\} \qquad (۴۰ ـ ۴)$$

قانون پسخور بهینه که معادلهٔ (۴ ـ ۴۰) را در سیستم، معادلهٔ (۴ ـ ۳۹)، کمینه کند از قضیهٔ ذیل به دست می‌آید.

قضیهٔ ۴ ـ ۳ کنترل LQG

سیستم معادلهٔ (۴ ـ ۳۹) را در نظر گرفته، فرض کنید درجهٔ چند جمله‌ای‌های تکین $A(q)$ و $C(q)$ برابر n و همهٔ صفرهای $C(q)$ داخل دایرهٔ واحد باشد. همچنین فرض کنید هیچ چند جمله‌ای غیربدیهی وجود ندارد که بر $A(q)$، $B(q)$ و $C(q)$ بخش‌پذیر باشد. ضمناً فرض می‌شود که $A_2(q)$، بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک $A(q)$ و $B(q)$ است، $A_2^+(q)$ از درجه l، عاملی از $A_2(q)$ است که همه صفرهای آن داخل دایره واحد و $A_2^-(q)$ از درجهٔ m، عاملی از

www.powerjam.ir

$A(q)$ است که همهٔ صفرهای آن خارج دایرهٔ واحد و یا روی دایره می‌باشد.

قانون کنترل مُجازی که معادلهٔ (۴ ـ ۴۰) را با $\rho > 0$ کمینه می‌کند به صورت زیر است:

$$R(q)u(t) = -S(q)y(t) + T(q)y_m(t) \qquad (۴۱ ـ ۴)$$

که در آن چند جمله‌ایهای R و S ذیل از درجهٔ $n + m$ هستند:

$$R(q) = A_2^-(q)\tilde{R}(q) \qquad (۴۲ ـ ۴)$$

$$S(q) = z^m \tilde{S}(q)$$

$\tilde{R}(q)$ و $\tilde{S}(q)$ نیز معادلهٔ دیوفانتین زیر را بر آورده می‌کنند:

$$A_1(q)A_2^-(q)\tilde{R}(q) + q^m B_1(q)\tilde{S}(q) = P_1(q)C(q) \qquad (۴۳ ـ ۴)$$

که $n =$ درجهٔ $\tilde{S}(q) =$ درجهٔ $\tilde{R}(q)$، و $\tilde{S}(0) = 0$ است. ضمناً داریم:

$$A(q) = A_1(q)A_2(q)$$
$$B(q) = B_1(q)A_2(q)$$
$$\tilde{B}(q) = B_1(q)A_2^+(q)$$

چند جمله‌ای $P(q)$ از این رابطه به دست می‌آید:

$$P(q) = A_2^+(q)P_1(q) \qquad (۴۴ ـ ۴)$$

که $P_1(q)$ جواب مسألهٔ تجزیهٔ طیفی[1] زیر است:

$$rP_1(q)P_1(q^{-1}) = \rho A_1(q)A_2^-(q)A_1(q^{-1})A_2^-(q^{-1}) + B_1(q)B_1(q^{-1}) \qquad (۴۵ ـ ۴)$$

که درجهٔ $A_2^-(q)$ + درجهٔ $A_1(q) =$ درجهٔ $P_1(q)$، می‌باشد. چند جمله‌ای $T(q)$ از این

1. Spectral Factorization Problem

www.powerjam.ir

رابطه به دست می‌آید:

$$T(q) = t_0 q^m C(q)$$

که $t_0 = P_1(1) / B_1(1)$ است.

اثبات این قضیه در آستروم و ویتنمارک (۱۹۹۰) آمده است.

نکته: با استفاده از معادلات (۴ ـ ۴۲)، می‌توان تساوی (۴ ـ ۴۳) را به صورت زیر نوشت:

$$A(q)R(q) + B(q)S(q) = A_2(q)P_1(q)C(q)$$

بنابراین می‌توان حل مسألهٔ LQG را به صورت یک کنترلگر جایابی قطب تعبیر کرد، که قطبها در صفرهای A_2، P_1 و C قرار داده می‌شود. همچنین این کنترلگر دارای این ویژگی است که R بر A_2^- بخش‌پذیر است. این مثالی از اصل مدل درونی است. استفاده از اصل مدل درونی نتیجه می‌دهد که مدلی از اغتشاش در کنترلگر وجود دارد.

برای حلّ مسأله طراحی لازم است مسألهٔ تجزیهٔ طیفی معادلهٔ (۴ ـ ۴۵) و معادلهٔ دیوفانتین رابطهٔ (۴ ـ ۴۳)، حل شود. حل مسألهٔ LQG طبق قضیهٔ ۴ ـ ۳، با مسألهٔ طرّاحی جایابی قطب وابستگی تنگاتنگی دارد. حل مسألهٔ تجزیهٔ طیفی: قطبهای حلقه ـ بستهٔ مطلوب را نتیجه می‌دهد. قسمت دوّم الگوریتم را می‌توان به عنوان یک مسألهٔ جایابی قطب تعبیر کرد.

یک روش دیگر برای برای حلّ مسألهٔ طراحی، استفاده از معادلات فضای حالت است. برای این کار مدل فرایند معادلهٔ (۴ ـ ۳۹) را می‌توان به شکل معادلات حالت، به صورت ذیل نوشت:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}u(t) + \bar{K}e(t) \\ y(t) &= \bar{C}x(t) + e(t) \end{aligned} \qquad (۴۶ ـ ۴)$$

که در آن ماتریسهای $\bar{A}$، $\bar{B}$، $\bar{C}$ و $\bar{K}$ به فرم کانونی ذیل است:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \\ -a_{n-1} & 0 & & \cdots & 1 \\ -a_n & 0 & & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = [\, 0 \cdots 0 \;\; b_0 \cdots b_m \,]^T$$

www.powerjam.ir

$$\bar{C} = [\,۱\ ۰ \ldots ۰\,]$$
$$\bar{K} = [\,c_۱ - a_۱ \ldots c_n - a_n\,]^T$$

که $m = n - d_۰$ است

مدل معادلهٔ (۴ ـ ۴۶)، *ابداعی* نامیده می‌شود و $\bar{K}$ بهرهٔ حالت ماندگار بهینهٔ فیلتر کالمن یعنی: $\hat{x}(t+۱ \mid t) = x(t+۱)$ است. می‌توان فیلتری برای $\hat{x}(t \mid t)$ به شکل زیر به دست آورد:

$$\hat{x}(t \mid t) = (q\,I - \bar{A} + \bar{K}\,\bar{C})^{-۱}\,(\bar{B}\,u(t) + \bar{K}\,y(t))$$

بااستفاده ازتعریف $\bar{A}$، $\bar{K}$ و $\bar{C}$ بسادگی دیده‌می‌شود که: $\det(qI - \bar{A} + \bar{K}\,\bar{C}) = C(q)$ می‌باشد. این بدان معناست که چند جمله‌ای رؤیتگر بهینه برابر $C(q)$ است.

تابع تلف زیر را در نظر بگیرید:

$$J_x = E\left\{\sum_{t=۱}^{N} x^T(t)\,Q_۱\,x(t) + \rho\,u^۲(t) + x^T(N)\,Q_۰\,x(N)\right\} \quad (۴۷ ـ ۴)$$

در این صورت کنترل بهینه خواهد شد:

$$u(t) = -L(t)\,\hat{x}(t \mid t) \quad (۴۸ ـ ۴)$$

که در آن $L(t)$ بهرهٔ پسخورِ متغیّر با زمان است که با استفاده از معادلهٔ ریکاتی ذیل به دست می‌آید:

$$S(t) = (\bar{A} - \bar{B}\,L(t))^T\,S(t+۱)\,(\bar{A} - \bar{B}\,L(t)) + Q_۱ + \rho\,L^T(t)\,L(t)$$

(۴۹ ـ ۴)

$$L(t) = (\rho + \bar{B}^T\,S(t+۱)\,\bar{B})^{-۱}\,\bar{B}^T\,S(t+۱)\,\bar{A}$$

که $S(N) = Q_۰$ است.

کنترلگرحدّیِ $\bar{L} = \lim_{t \to \infty} L(t)$ به‌گونه‌ای‌است که معادله‌مشخّصهٔ حلقه ـ بسته به‌شکل زیرباشد:

$$P(q) = \det(q - \bar{A} + \bar{B}\,\bar{L}) = ۰$$

www.powerjam.ir

که در آن P (q) از معادلهٔ (۴ ـ ۴۴) به دست می‌آید.

دو پاسخ مسألهٔ کنترل LQG، دو روش را برای پیاده‌سازی رگولاتورهای خود تنظیم غیر مستقیم خطی درجهٔ دوّم، مطرح می‌کنند. در هر دو الگوریتم، ابتدا لازم است چند جمله‌ایهای A، B و C در مدل فرایند معادلهٔ (۴ ـ ۳۹) تخمین زده شود. این کار با استفاده از روش حداکثر شانس بازگشتی یا روش حداقل مربعات تعمیم یافته، امکان‌پذیر است. در نتیجه الگوریتمهای ذیل حاصل می‌شود:

الگوریتم ۴ ـ ۳ LQG - STR غیر مستقیم براساس تجزیهٔ طیفی

داده‌ها: پارامتر ρ در تابع تلف معادلهٔ (۴ ـ ۴۰) و مرتبهٔ سیستم داده شده است.

گام ۱: ضرایب چند جمله‌ایهای A، B و C را در معادلهٔ (۴ ـ ۳۹) تخمین بزنید.

گام ۲: A، B و C را با مقادیر تخمینی در گام ۱ جایگزین کرده، مسألهٔ تجزیهٔ طیفیِ معادلهٔ (۴ ـ ۴۵) را برای به دست آوردن P (q) حل کنید.

گام ۳: معادلهٔ دیوفانتینِ (۴ ـ ۴۳) را حل کنید.

گام ۴: سیگنال کنترل را از معادلهٔ (۴ ـ ۴۱) محاسبه کنید.

گامهای ۱ و ۲و ۳ و ۴ را در هر دوره نمونه‌برداری تکرار کنید.

فرموله کردن در فضای حالت، الگوریتم زیر را نتیجه می‌دهد:

الگوریتم ۴ ـ ۴ LQG - STR غیر مستقیم براساس معادلهٔ ریکاتی

داده‌ها: پارامترهای Q_0، Q_1 و ρ در تابع تلف معادلهٔ (۴ ـ ۴۷) و مرتبهٔ سیستم داده شده است.

گام ۱: ضرایب چند جمله‌ایهای A، B و C را در معادلهٔ (۴ ـ ۳۹) تخمین بزنید.

گام ۲: A، B و C را با مقادیر تخمینی در گام ۱ جایگزین کرده، با استفاده از حل معادلهٔ جبری ریکاتی یا محاسبهٔ تکراری معادلات (۴ ـ ۴۹)، L را به دست آورید.

گام ۳: سیگنال کنترل را از معادلهٔ (۴ ـ ۴۸) محاسبه کنید.

گامهای ۱، ۲ و ۳ را در هر دوره نمونه‌برداری تکرار کنید.

توجه کنید اگر $Q_1 = \bar{C}^T \bar{C}$ باشد، حل حالت ماندگار معادلات (۴ ـ ۴۹) همان نتیجهٔ کمینه کردن معادلهٔ (۴ ـ ۴۰) را خواهد داد. الگوریتمهای ۴ ـ ۳ و ۴ ـ ۴ الگوریتمهای غیر مستقیمی هستند که می‌توانند برای سیستمهای ناکمینه فاز و تأخیرهای متغیّر با زمان به کار روند. محاسبات در این الگوریتمها، بیش از محاسبات رگولاتورهای خود تنظیم ساده است.

حلّ تجزیهٔ طیفی و یا معادلهٔ ریکاتی، قسمت اعظم محاسبات را در یک خود تنظیم‌گر

www.powerjam.ir

LQG تشکیل می‌دهد. این محاسبات با روشهای گوناگون زیادی انجام پذیر است. معادلهٔ ریکاتی را می‌توان با استفاده از روش مقدار ویژه و یا به روشی تکراری حلّ کرد. در یک دید کلّی روشهای تکراری دارای کُد کوتاهتر است. در حالت کلّی معادلهٔ ریکاتی در چند گام تکرار می‌شود. برای اینکه محاسبه پذیر بودن در یک بازهٔ نمونه‌برداری از پیش تعیین شده تضمین شود، لازم است تکرارها قطع شود. برای مثال، در تجزیهٔ طیفی باید چند جمله‌ای P پایدار باشد. این موضوع برای بعضی الگوریتمها تضمین می‌شود. در بعضی از الگوریتمها نیز پیشنهاد می‌شود که معادلهٔ ریکاتی تنها یک گام در هر نمونه‌برداری تکرار شود.

۴ ـ ۶ کنترل پیش بین تطبیقی

الگوریتم ۴ ـ ۱ روشی برای به دست آوردن یک کنترلگر با افق پیش بینی متغیر است. مسألهٔ مستتر کنترل، کنترلگر میانگین متحرک است. همانطور که در قسمت ۴ ـ ۳ توضیح داده شد، کنترلگر میانگین متحرک ممکن است برای سیستمهای ناکمینه فاز نیز به کار رود.

در استفاده از کنترلگر حداقل ـ واریانس یا کنترلگر میانگین متحرک، خروجی تنها در یک گام زمان جلوتر پیش بینی می‌شود. از این رو افق پیش بینی d یک پارامتر طراحی است. خروجی پیش‌بینی شده را نیز می‌توان برای افقهای پیش‌بینی مختلف محاسبه کرده و آنگاه در یک تابع تلف مورد استفاده قرار داد. روشهای متعددی برای دستیابی به کنترل پیش بین، در منابع پیشنهاد شده است. ما در اینجا برخی از این روشها را توضیح داده، تحلیل می‌کنیم. قبل از اینکه حالات تطبیقی بررسی شوند، حالت معلوم بودن پارامترها توضیح داده خواهد شد.

الگوریتمهای کنترل پیش بین براساس مدل فرضی فرایند و یک سناریوی فرضی برای سیگنالهای کنترل آتی، استوار است. این روش دنباله‌ای از سیگنالهای کنترل را نتیجه می‌دهد. فقط اوّلین سیگنال، بر فرایند اعمال می‌شود و با یک اندازه‌گیری جدید، دنبالهٔ تازه‌ای از سیگنالهای کنترل به دست می‌آید. چنین نتیجه‌ای، «*کنترلگر با افق کاهنده*»[1] نامیده می‌شود. انواع کنترل پیش بین مختلفی مانند کنترل پیش بین مدل[2]، کنترل ماتریس دینامیکی[3]، *کنترل پیش بین تعمیم یافته*[4] و *کنترل افق توسعه یافته*[5] وجود دارد. این روش به طور گسترده‌ای در کنترل فرایندهای شیمیایی به کار رفته است.

1. Receding - Horizon Controller
2. Model Predictive Control
3. Dynamic Matrix Control
4. Generalized Predictive Conrtrol (GPC)
5. Extended Horizon Control

www.powerjam.ir

پیش‌بینی خروجی

ایدهٔ اصلی در الگوریتمهای کنترل پیش بین، آن است که بتوان مدل فرایند را به گونه‌ای بازنوشت که به عبارت صریحی برای خروجی در زمان آتی دست یافت. (با معادلهٔ (۴ ـ ۲۲) مقایسه کنید). فرایند قطعی زیر را در نظر بگیرید:

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t-d_0) \qquad (۵۰ ـ ۴)$$

همچنین این تساوی را در نظر بگیرید:

$$1 = A^*(q^{-1})F_d^*(q^{-1}) + q^{-d}G_d^*(q^{-1}) \qquad (۵۱ ـ ۴)$$

که در آن « F_d^* درجهٔ $= d - 1$ » و « G_d^* درجهٔ $= n - 1$ » است. زیرنویس d بدین منظور به کار رفته که مشخص کند افق پیش بینی، d گام است. فرض می‌شود $d \geq d_0$ باشد. تساوی چند جمله‌ای معادلهٔ (۴ ـ ۵۱) را می‌توان برای پیش بینی خروجی در d گام بعد به کار برد. بنابراین داریم:

$$y(t+d) = A^* F_d^* y(t+d) + G_d^* y(t) = B^* F_d^* u(t+d-d_0) + G_d^* y(t) \qquad (۵۲ ـ ۴)$$

با معادلهٔ (۴ ـ ۱۲) مقایسه کنید. رابطهٔ ذیل را در نظر بگیرید:

$$B^*(q^{-1})F_d^*(q^{-1}) = R_d^*(q^{-1}) + q^{-(d-d_0+1)}\bar{R}_d^*(q^{-1})$$

که درآن « R_d^* درجهٔ $= d - d_0$ » و « $\bar{R}_d^*$ درجهٔ $= n - 2$ » است. ضرایب R_d^* اوّلین $d - d_0 + 1$ جملهٔ پاسخ پالس سیستم حلقه ـ باز است. این موضوع بدین صورت مشاهده می‌شود:

$$\frac{q^{-d_0}B^*}{A^*} = q^{-d_0}B^*\left(F_d^* + q^{-d}\frac{G_d^*}{A^*}\right) = q^{-d_0}R_d^*(q^{-1}) + q^{-(d+1)}\bar{R}_d^*(q^{-1}) + \frac{B^*(q^{-1})G_d^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})}\bar{q}^{(d+d_0)} \qquad (۵۳ ـ ۴)$$

توانهای دو جملهٔ آخر، حداقل برابر $(d + 1)$ است. در نتیجه R_d^* قسمت اوّل پاسخ پالس است، زیرا « R_d^* درجهٔ $= d - d_0$ » است.

www.powerjam.ir

معادلهٔ (۴ ـ ۵۲) را می‌توان بدین شکل نوشت:

$$y(t+d) = R_d^*(q^{-1})u(t+d-d_0) + \bar{R}_d^*(q^{-1})u(t-1) + G_d^*(q^{-1})y(t)$$

$$= \bar{R}_d^*(q^{-1})u(t+d-d_0) + \bar{y}_d(t) \qquad (۵۴ ـ ۴)$$

عبارت $R_d^*(q^{-1})u(t+d-d_0)$ به $u(t)$، ...، $u(t+d-d_0)$ وابسته است و $\bar{y}_d(t)$ تابعی از $u(t-1)$، $u(t-2)$، ...، و $y(t)$، $y(t-1)$، ... است. متغیر $\bar{y}_d(t)$ را می‌توان به عنوان پیش بینی مقید $y(t+d)$ تعبیر کرد، با فرض اینکه $u(t)$ و سیگنالهای کنترل بعدی صفر باشد. بنابراین، خروجی در زمان $t+d$، به سیگنالهای کنترل آینده (اگر $d > d_0$ باشد)، سیگنال کنترل انتخاب شده و ورودیها و خروجیهای قبلی، وابسته است. اگر $d > d_0$ باشد، لازم است فرضیاتی درباره سیگنالهای کنترل آتی انجام شود. یکی از حالات این است که فرض کنیم سیگنال کنترل ثابت باقی می‌ماند. یعنی:

$$u(t) = u(t+1) = \ldots = u(t+d-d_0) \qquad (۵۵ ـ ۴)$$

روش دیگر آن است که قانون کنترلی را پیدا کنیم، که براساس آن $y(t+d)$ به یک مقدار مطلوب برسد در حالیکه تلاش کنترلی روی افق پیش بینی، کمینه می‌شود. یعنی سعی می‌کنیم رابطهٔ زیر، حداقل شود:

$$\sum_{k=t}^{t+d} u^2(k) \qquad (۵۶ ـ ۴)$$

روش سوم آن است که فرض کنیم افزایش سیگنال کنترل پس از مدت زمانی برابر صفر خواهد بود. این روش به عنوان نمونه در کنترل پیش بین تعمیم یافته (GPC) که ذیلاً مطرح می‌شود بکار می‌رود.

کنترل آیندهٔ ثابت[1]

معادلهٔ (۴ ـ ۵۴) را در نظر گرفته، فرض کنید که خروجی پیش بینی شده برابر خروجی مطلوب است، یعنی: $y(t+d) = y_m(t+d)$. اگر فرض کنیم معادلهٔ (۴ ـ ۵۵) برآورده شود،

1. Constant Future Control

www.powerjam.ir

آنگاه $u(t)$ باید به گونه‌ای انتخاب شود که:

$$y_m(t+d) = \left(R_d^*(1) + q^{-1}\bar{R}_d^*(q^{-1})\right)u(t) + G_d^*(q^{-1})y(t)$$

در این صورت قانون کنترل بدین صورت خواهد شد:

$$u(t) = \frac{y_m(t+d) - G_d^*(q^{-1})y(t)}{R_d^*(1) + \bar{R}_d^*(q^{-1})q^{-1}} \qquad (۵۷-۴)$$

حال این سیگنال کنترل به فرایند، اعمال می‌شود. در لحظه نمونه‌برداری بعدی اندازه‌گیری جدیدی انجام گرفته، دوباره قانون کنترل معادلهٔ (۴ ـ ۵۷) استفاده می‌شود. توجّه کنید که مقدار سیگنال کنترل به جای اینکه ثابت بماند (همانطور که در به دست آوردن معادلهٔ (۴ ـ ۵۷) فرض شد)، تغییر داده می‌شود. آنگاه، اصل کنترل افق کاهنده بکار می‌رود. دقّت کنید که قانون کنترل برخلاف یک کنترلگر خطی درجهٔ دوم با افق پیش بینی ثابت، مستقل از زمان است.

حال به تحلیل سیستم حلقه ـ بسته می‌پردازیم، وقتی که معادلهٔ (۴ ـ ۵۷) برای کنترل فرایند معادلهٔ (۴ ـ ۵۰) استفاده شده باشد. در اینجا لازم است محاسباتی برحسب عملگر انتقال پیشرو انجام دهیم، زیرا در غیراینصورت ممکن است از صفرهای مبدأ نادیده گرفته شود. تساوی معادلهٔ (۴ ـ ۵۱) برحسب عملگر انتقال پیشرو بدین شکل نوشته می‌شود:

$$q^{n+d-1} = A(q)F_d(q) + G_d(q) \qquad (۵۸-۴)$$

چند جمله‌ای مشخصهٔ سیستم حلقه ـ بسته به صورت ذیل است:

$$P(q) = A(q)\left(q^{n-1}R_d(1) + \bar{R}_d(q)\right) + G_d(q)B(q) \qquad (۵۹-۴)$$

که در آن « $2n-1$ = درجهٔ A + $n-1$ = درجهٔ P » است. حال از معادلهٔ طراحی (معادلهٔ ۴ ـ ۵۸) برای بازنویسی $P(q)$ استفاده می‌کنیم:

$$B(q)q^{n+d-1} = A(q)B(q)F_d(q) + G_d(q)B(q)$$

$$= A(q)\left(q^{n-1}R_d(q) + \bar{R}_d(q)\right) + G_d(q)B(q)$$

بنابراین داریم:

$$A(q)\bar{R}_d(q) + G_d(q)B(q) = B(q)q^{n+d-1} - A(q)q^{n-1}R_d(q)$$

www.powerjam.ir

که نتیجه می‌دهد:

$$P(q) = q^{n-1} A(q) R_d(1) + q^{n-1} \left(q^d B(q) - A(q) R_d(q) \right)$$

اگر فرایند پایدار باشد، از معادلهٔ (۴ ـ ۵۳) نتیجه می‌گیریم که با افزایش d به سمت بینهایت، جملهٔ آخر حذف می‌شود. بنابراین اگر چند جمله‌ای $A(z)$ پایدار باشد داریم:

$$\lim_{d \to \infty} P(q) = q^{n-1} A(q) R_d(1)$$

خواص قانون کنترل پیش بین با یک مثال توضیح داده می‌شود:

مثال ۴ ـ ۹ کنترل پیش بین

مدل فرایند زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t+1) + ay(t) = bu(t)$$

تساوی معادلهٔ (۴ ـ ۵۸) نتیجه می‌دهد:

$$q^d = (q+a)\left(q^{d-1} + f_1 q^{d-2} + \ldots + f_{d-1} \right) + g_0$$

بنابراین:

$$F(q) = q^{d-1} - a q^{d-2} + a^2 q^{d-3} + \ldots + (-a)^{d-1}$$

$$G(q) = (-a)^d$$

$$R_d(q) = bF(q)$$

$$\bar{R}_d(q) = 0$$

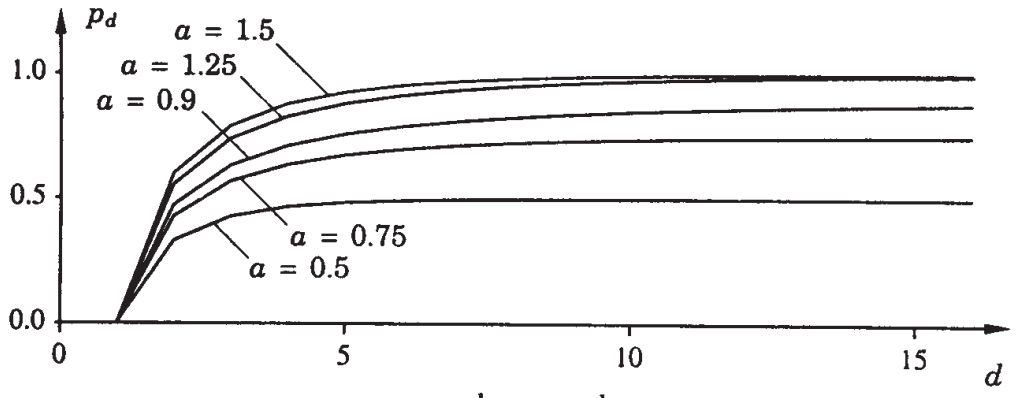
و هنگامی که $y_m = 0$ باشد، قانون کنترل به شکل زیر در می‌آید:

$$u(t) = -\frac{(-a)^d}{b\left(1 - a + \ldots + (-a)^{d-1}\right)} y(t) = -\frac{(-a)^d (1+a)}{b\left(1 - (-a)^d\right)} y(t)$$

چند جمله‌ای مشخصهٔ سیستم حلقه ـ بسته به صورت ذیل است:

$$P(q) = q + a + \frac{(-a)^d (1+a)}{1 - (-a)^d}$$

www.powerjam.ir



شکل ۴ ـ ۱۴. قطب‌حلقه ـ بستهٔ $p_d = (a^d - a)/(a^d - 1)$ به‌صورت تابعی از d برای مقادیر مختلف a.

که دارای قطبهایی به شکل زیر است:

$$p_d = -\frac{a + (-a)^d}{1 - (-a)^d}$$

اگر $a \leqslant 0$ باشد محلّ قطبها با روابط ذیل مشخص می‌شود:

(سیستم حلقه ـ باز پایدار)	$\lvert a \rvert \leqslant 1$	$0 \leqslant p_d < -a$
(سیستم حلقه ـ باز ناپایدار)	$\lvert a \rvert > 1$	$0 \leqslant p_d < 1$

قطب حلقه ـ بسته برای مقادیر مختلف a و d در شکل ۴ ـ ۱۴ نشان داده شده است. این مثال نشان می‌دهد که استفاده از یک افق پیش بینی با پنج تا ده نمونه کافی است.

می‌توان نتایج مثال ۴ ـ ۹ را برای سیستمهای با درجهٔ بالاتر تعمیم داد. نتیجه اینکه با افزایش افق پیش بینی، پاسخ حلقه ـ بسته برای سیستمهای آهسته و یا ناپایدار، آهسته خواهد بود. بنابراین شرط معادلهٔ (۴ ـ ۵۵) چندان مفید نیست.

تلاش کنترلی حداقل

در اینجا روش کنترلی که با حداقل کردن معادلهٔ (۴ ـ ۵۶)، $y(t+d)$ را به مقدار $y_m(t+d)$ می‌رساند مطرح می‌شود. معادلهٔ (۴ ـ ۵۴) را می‌توان به صورت ذیل نوشت:

$$\begin{aligned} y(t+d) &= R_d^*(q^{-1})\,u(t+d-d_0) + \bar{y}_d(t) \\ &= r_{d0}\,u(t+v) + \ldots + r_{dv}\,u(t) + \bar{y}_d(t) \end{aligned}$$

که $v = d - d_0$ است. شرط:

$$y(t+d) = y_m(t+d) = \bar{y}_d(t) + R_d^*(q^{-1})\,u(t+d-d_0)$$

www.powerjam.ir

را می‌توان به صورت قیدی برای کمینه کردن معادلهٔ (۴ ـ ۵۶) دانست.
اینک با معرفی ضریب لاگرانژ[1] λ، تابع تلف به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$۲J = u^۲(t) + ... + u^۲(t+v) + ۲\lambda\left(y_m(t+d) - \bar{y}_d(t) - R_d^*(q^{-۱})u(t+v)\right)$$

از صفر قرار دادن مشتقات جزئی نسبت به $u(t)$، ...، $u(t+v)$ و λ نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{aligned} u(t) &= \lambda r_{dv} \\ &\vdots \\ u(t+v) &= \lambda r_{d۰} \end{aligned}$$

$$y_m(t+d) - \bar{y}_d(t) = r_{d۰}\,u(t+v) + ... + r_{dv}\,u(t)$$

از مجموعه معادلات فوق نتیجه می‌شود:

$$u(t) = \frac{y_m(t+d) - \bar{y}_d(t)}{\mu}$$

که در آن $\mu = \dfrac{\sum_{i=۰}^{\nu} r_{di}^۲}{r_{dv}}$ است. با استفاده از تعریف $\bar{y}_d(t)$ داریم:

$$\mu\,u(t) = y_m(t+d) - \bar{R}_d^* u(t-۱) - G_d^* y(t)$$

یا:

$$u(t) = \frac{y_m(t+d) - G_d^* y(t)}{\mu + q^{-۱}\bar{R}_d^*} = \frac{y_m(t+d+n-۱) - G_d(q)y(t)}{\mu q^{n-۱} + \bar{R}_d(q)} \qquad (۴ ـ ۶۰)$$

با استفاده از معادله (۴ ـ ۶۰) و مدل معادلهٔ (۴ ـ ۵۶) چند جمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بستهٔ ذیل به دست می‌آید:

$$P(q) = A(q)\left(q^{n-۱}\mu + \bar{R}_d(q)\right) + G_d(q)B(q)$$

معادلهٔ فوق به همان شکل معادلهٔ (۴ ـ ۵۶) است که $R_d(۱)$ با μ جایگزین شده باشد. این امر، نتیجه می‌دهد که وقتی $A(q)$ پایدار باشد و $d \to \infty$ میل کند، قطبهای حلقه ـ بسته، به صفرهای $q^{-۱}A(q)$ میل می‌کنند.

1. Lagrangian Multiplier

www.powerjam.ir

امّا اگر سیستم حلقه ـ باز ناپایدار باشد، چه اتفاقی خواهد افتاد؟ مثال زیر را در نظر بگیرید:

مثال ۴ ـ ۱۰ کنترل حداقل ـ تلاش

همان سیستم مثل ۴ ـ ۹ را در نظر بگیرید. کنترلگر حداقل ـ تلاش در این حالت، بدین گونه به دست می‌آید:

$$\mu = b\frac{1 + a^2 + \ldots + a^{2(d-1)}}{(-a)^{d-1}} = \frac{b(a^{2d} - 1)}{(-a)^{d-1}(a^2 - 1)}$$

که با فرض: $y_m = 0$، نتیجه می‌شود:

$$u(t) = -\frac{(-a)^d}{\mu}y(t) = \frac{a^{2d-1}(a^2 - 1)}{b(a^{2d} - 1)}y(t)$$

قطب سیستم حلقه ـ بسته بدین صورت است:

$$p_d = -a + \frac{a^{2d-1}(a^2 - 1)}{a^{2d} - 1} = -\frac{a^{2d-1} + a}{a^{2d} - 1}$$

که نتیجه می‌دهد:

$$\lim_{d\to\infty} p_d = -a \qquad |a| \leqslant 1 \qquad \text{(سیستم حلقه ـ باز پایدار)}$$

$$\lim_{d\to\infty} p_d = -\frac{1}{a} \qquad |a| > 1 \qquad \text{(سیستم حلقه باز ـ ناپایدار)}$$

برای این مثال، اگر فرض شود کنترل بعدی ثابت است، کنترلگر حداقل ـ تلاش سیستم حلقه ـ بستهٔ بهتری را نتیجه می‌دهد.

کنترل پیش بین تعمیم یافته (GPC)

در کنترلگرهای پیش‌بین که پیش از این، توضیح داده شد، خروجی فقط در یک نقطهٔ زمانی در آینده در نظر گرفته شد. کنترلهای پیش بین تعمیم یافتهٔ مختلفی مطرح شده که در آنها توابع

www.powerjam.ir

تلف مختلفی کمینه می‌شود. یک امکان، استفاده از تابع تلف زیر است:

$$J(N_1, N_2, N_u) = E\left\{\sum_{k=N_1}^{N_2}\left(y(t+k) - y_m(t+k)\right)^2 + \sum_{k=1}^{N_u}\rho\,\Delta u(t+k-1)^2\right\} \qquad (۶۱-۴)$$

که $\Delta = 1 - q^{-1}$ عملگر تفاضل است. انتخابهای مختلف N_1، N_2 و N_u روشهای مختلف پیشنهادی در منابع را نتیجه می‌دهد.

اینک روش به دست آوردن کنترل پیش بین تعمیم یافته را با استفاده از تابع تلف ۴ ـ ۶۱ و مدل فرایند زیر توضیح می‌دهیم:

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t-d_0) + \frac{e(t)}{\Delta} \qquad (۶۲-۴)$$

مدل فوق گاهی اوقات مدل CARIMA[1] (مدل میانگین متحرک انتگرالی خود رگرسیو کنترل شده) نامیده می‌شود. مدل فوق این فایده را دارد که کنترلگر به‌طور خودکار شامل یک انتگرالگیر می‌باشد. (با قسمت ۳ ـ ۶ مقایسه کنید). مانند معادلهٔ (۴ ـ ۵۰) تساوی زیر را در نظر بگیرید:

$$1 = A^*(q^{-1})F_d^*(q^{-1})\,(1-q^{-1}) + q^{-d}G_d^*(q^{-1}) \qquad (۶۳-۴)$$

این رابطه می‌تواند برای مشخص کردن خروجی در d گام بعد مورد استفاده واقع شود:

$$y(t+d) = F_d^*B^*\Delta u(t+d-d_0) + G_d^*y(t) + F_d^*e(t+d)$$

درجهٔ F_d^* برابر با $d-1$ است. پیش بینگر خطای میانگین مربعی بهینه، با استفاده از اندازه‌گیری داده شده تا زمان t و هر دنبالهٔ ورودی داده شده بدین شکل است:

$$\hat{y}(t+d) = F_d^*B^*\Delta u(t+d-d_0) + G_d^*y(t) \qquad (۶۴-۴)$$

فرض کنید خروجیهای مطلوب بعدی یعنی، $y_m(t+k), k = 1, 2, \ldots$ در دسترس هستند. تابع تلف معادلهٔ (۴ ـ ۶۱) را می‌توان با استفاده از دنباله‌ای از سیگنالهای کنترل آتی، کمینه کرد. توجه کنید که امید ریاضی معادلهٔ (۴ ـ ۶۱) برحسب داده‌های به دست آمده تا زمان t است با فرض اینکه هیچیک از اندازه‌گیریهای بعدی، در دسترس نباشد. یعنی فرض می‌شود که دنبالهٔ کنترل محاسبهٔ شده، بر سیستم اعمال می‌شود. لیکن فقط از اوّلین عنصر این دنبالهٔ کنترلی

1. Controlled Auto - Regressive Integrating Moving - Average Model

www.powerjam.ir

استفاده می‌شود. وقتی یک اندازه‌گیری جدید انجام شود، محاسبات دوباره تکرار می‌شود. کنترلگر حاصل به دسته‌ای تعلّق دارد که به‌طور گمراه‌کننده‌ای *کنترل پسخورِ ـ بهینهٔ حلقه ـ باز*[1] نام گرفته است. همچنانکه از اسم آن معلوم است، فرض می‌شود که در این کنترل از پسخور استفاده شده ولی این پسخور فقط بر اساس اطلاعات زمان حاضر محاسبه می‌شود. حال در قیاس با معادلهٔ (۴ ـ ۵۴) داریم:

$$y(t+1) = R_1^*(q^{-1})\Delta u(t+1-d_0) + \bar{y}_1(t) + F_1^* e(t+1)$$

$$y(t+2) = R_2^*(q^{-1})\Delta u(t+2-d_0) + \bar{y}_2(t) + F_2^* e(t+2)$$

$$\vdots$$

$$y(t+N) = R_N^*(q^{-1})\Delta u(t+N-d_0) + \bar{y}_N(t) + F_N^* e(t+N)$$

هر مقدار خروجی وابسته به سیگنالهای کنترل آتی (اگر $d > d_0$ باشد)، ورودیهای اندازه‌گیری شده و سیگنالهای نویز آتی است. معادلات بالا را می‌توان به صورت ذیل نوشت:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\Delta\mathbf{u} + \bar{\mathbf{y}} + \mathbf{e}$$

که در آن:

$$\mathbf{y} = [y(t+1)\dots y(t+N)]^T$$
$$\Delta\mathbf{u} = [\Delta u(t+1-d_0)\dots \Delta u(t+N-d_0)]^T$$
$$\bar{\mathbf{y}} = [\bar{y}_1(t)\dots \bar{y}_N(t)]^T$$
$$\mathbf{e} = [F_1^* e(t+1)\dots F_N^* e(t+N)]^T$$

از معادلهٔ (۴ ـ ۵۳) نتیجه می‌شود که ضرایب R_d^* اوّلین $d - d_0 + 1$ جملهٔ پاسخ پالس $q^{-d_0}B^*/(A^*\Delta)$ هستند که در حقیقت همان اوّلین $d - d_0 + 1$ جملهٔ پاسخ پلهٔ $q^{-d_0}B^*/A^*$ می‌باشند. بنابراین، ماتریس $\mathbf{R}$ ماتریس پایین مثلثی به شکل زیر است:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_0 & 0 & \dots & 0 \\ r_1 & r_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ r_{N-1} & r_{N-2} & \dots & r_0 \end{pmatrix}$$

1. Open - Loop - Optimal - Feedback Control

www.powerjam.ir

اگر سیستم، زمان مرده‌ای به شکل $d_0 > 1$ داشته باشد، آنگاه اوّلین $d_0 - 1$ سطر ماتریس $\mathbf{R}$، صفر خواهد بود. همچنین با معرّفی:

$$\mathbf{y_m} = [y_m(t+1) \dots y_m(t+N)]^T$$

امید ریاضی میانگین تابع تلف بدین شکل قابل بیان است:

$$J(1, N, N) = E\{\mathbf{y}(\mathbf{y} - \mathbf{y_m})^T(\mathbf{y} - \mathbf{y_m}) + \rho \Delta \mathbf{u}^T \Delta \mathbf{u}\}$$

$$= (\mathbf{R}\Delta \mathbf{u} + \bar{\mathbf{y}} - \mathbf{y_m})^T(\mathbf{R}\Delta \mathbf{u} + \bar{\mathbf{y}} - \mathbf{y_m}) + \rho \Delta \mathbf{u}^T \Delta \mathbf{u} \qquad (۶۵ - ۴)$$

حال با کمینه کردن رابطهٔ فوق برحسب $\Delta \mathbf{u}$ نتیجه می‌شود.

$$\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{R}^T\mathbf{R} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{R}^T(\mathbf{y_m} - \bar{\mathbf{y}}) \qquad (۶۶ - ۴)$$

اوّلین عنصر $\Delta \mathbf{u}$، $\Delta u(t)$ است که همان سیگنال کنترل اعمالی بر سیستم است. توجّه کنید که کنترلگر به طور خودکار دارای یک انتگرالگیر است که این انتگرالگیر برای جبران جملهٔ نویز رانشی در معادلهٔ (۴ ـ ۶۲) لازم است.

توجه کنید که $\mathbf{R}$ از اندازه‌گیریها و سیگنالهای کنترل قبلی مستقل است. تنها $\mathbf{y_m}$ و $\bar{\mathbf{y}}$ به اندازه‌گیریها وابسته‌اند. بنابراین اگر فرایند، مستقل از زمان باشد کنترلگر (۴ ـ ۶۶) مستقل از زمان خواهد بود. بنابراین می‌توان کنترلگر پیش بین را برحسب یک کنترلگر جایابی قطب بیان کرد. به عنوان نمونه $N_u = N_1 = n + 1$، $N_2 \geq 2(n+1) - 1$ و $\rho = 0$ یک کنترلگر مرده نَوِش[1] را نتیجه می‌دهد.

در محاسبهٔ معادلهٔ (۴ ـ ۶۶) به وارون یک ماتریس $N \times N$ (که N افق پیش بینی در تابع تلف است) نیازمندیم. برای کاهش محاسبات، امکان اعمال قیود بر سیگنالهای کنترل آتی وجود دارد. برای نمونه، می‌توان فرض کرد که افزایش کنترل پس از $N_u < N$ گام، صفر است. یعنی:

$$\Delta u(t + k - 1) = 0 \quad k > N_u$$

در نتیجه سیگنال کنترل پس از N_u گام، ثابت فرض می‌شود (با قید معادلهٔ ۴ ـ ۵۵ مقایسه کنید) بنابراین قانون کنترل معادلهٔ (۴ ـ ۶۶) اینگونه تغییر می‌کند:

$$\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{R}_1^T\mathbf{R}_1 + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{R}_1^T(\mathbf{y_m} - \bar{\mathbf{y}}) \qquad (۶۷ - ۴)$$

1. Deadbeat controller

www.powerjam.ir

که در آن R_1 ماتریسی $N \times N_u$ به شکل زیر است:

$$R_1 = \begin{bmatrix} r_0 & 0 & \cdots & 0 \\ r_1 & r_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ & & \cdots & r_0 \\ \vdots & & & \\ r_{N-1} & r_{N-2} & \cdots & r_{N-N_u} \end{bmatrix}$$

حال ماتریسی که باید وارون شود، از درجهٔ $N_u \times N_u$ است.

یکی از فواید کنترلگر با افق کاهنده آن است که امکان قرار دادن قیود بر حالات و سیگنال کنترل وجود دارد. مراجعی در مورد این موضوع در انتهای فصل آمده است. یکی از معایب GPC آن است که پارامترهای زیادی باید تعیین شوند و مشخص نیست که برای رسیدن به سیستم حلقه ـ بستهٔ پایدار پارامترها چگونه باید انتخاب شوند.

می‌توان افقهای کنترل و خروجی را به صورت ذیل انتخاب کرد: حد پایین معادلهٔ (۴ ـ ۶۱) یعنی N_1 اولین خروجی را نشان می‌دهد، که در تابع تلف استفاده خواهد شد. اولین خروجی، که از $u(t)$ تأثیر می‌پذیرد، $y(t + d_0)$ است. اگر تأخیر زمانی معلوم باشد، آنگاه $N_1 = d_0$ انتخاب روشن خواهد بود. وقتی که تأخیر زمانی نامعلوم باشد از $N_1 = 1$ یا $N_1 = d_{0min}$ می‌توان استفاده کرد، که d_{0min} تخمینی از حد پایین تأخیر است. برای تأخیرهای نامعلوم لازم است مرتبهٔ چند جمله‌ای B افزایش یابد تا شمول همهٔ مقادیر ممکن d_0 را امکان‌پذیر سازد. این کار GPC تطبیقی را نسبت به تغییرات تأخیر زمانی کاملاً غیر حساس می‌کند.

بیشترین افق خروجی، N_2 را می‌توان به گونه‌ای انتخاب کرد که $N_2 h$ دارای دامنه‌ای همانند زمان صعود فرایند باشد که h زمان نمونه‌برداری کنترلگر است. اگر سیستم ناکمینه فاز باشد آنگاه N_2 باید به گونه‌ای انتخاب شود که از درجه چند جمله‌ای B تجاوز کند. این کار باعث می‌شود که بیشینهٔ افق خروجی طولانی‌تر از یک حالت‌گذرای ناکمینه فاز دارای روند منفی باشد.

افق کنترل N_u یکی از پارامترهای مهم طراحی است. به عنوان یک قاعده، فرایند پیچیده‌تر N_u طولانی‌تر را ایجاب می‌کند. برای سیتمهایی که ناپایدار و یا به مرز پایداری نزدیکند لازم است N_u به گونه‌ای انتخاب شود که حداقل برابر تعداد قطبهای ناپایدار یا دارای میرایی ضعیف باشد. برای فرایندهای ساده‌تر، غالباً $N_u = 1$ نتایج خوبی می‌دهد.

برای تطبیقی کردن کنترلگر پیش بین تعمیم یافته، لازم است چند جمله‌ایهای A^* و B^* در هر

www.powerjam.ir

گام زمانی، تخمین زده شود. مقدار پیش بینی شده برای افقهای پیش بینی مختلف محاسبه می‌شود و سیگنال کنترل از معادلهٔ (۴ ـ ۶۷) به دست می‌آید. بنابراین کنترلگر تطبیقی پیش بین تعمیم یافته، یک الگوریتم کنترل غیر مستقیم است. پیش بینی‌های معادلهٔ (۴ ـ ۶۴) را می‌توان به‌طور بازگشتی محاسبه کرد که در این صورت محاسبات ساده‌تر خواهد شد. و نکتهٔ آخر اینکه، N_u معمولاً کوچک انتخاب می‌شود و باعث می‌شود که فقط لازم باشد ماتریسی از مرتبهٔ پایین را وارون کنیم. حالت تطبیقی کنترلگر GPC عملکردی خوب و درجهٔ قوام معیّنی را نسبت به انتخاب مرتبهٔ مدل و تأخیرهای زمانی با شناسائی ضعیف نشان داده است.

برای بررسی خواص حلقه ـ بستهٔ سیستم در حالت استفاده از GPC ابتدا سیگنال کنترل $\Delta u(t)$ را از معادلهٔ (۴ ـ ۶۷) تعیین می‌کنیم:

$$\Delta u(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \left[R_1^T R_1 + \rho I \right]^{-1} R_1^T \left[y_m - \bar{y} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} \alpha_1 & \dots & \alpha_N \end{bmatrix} \left[y_m - \bar{y} \right]$$

علاوه بر این از معادلهٔ (۴ ـ ۶۲) و با استفاده از معادلهٔ (۴ ـ ۵۴) داریم:

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} \bar{R}_1^* \Delta u(t-1) + G_1^* y(t) \\ \vdots \\ \bar{R}_N^* \Delta u(t-1) + G_N^* y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\bar{R}_1^* A^* \Delta}{B^*} q^{d_0 - 1} + G_1^* \\ \vdots \\ \dfrac{\bar{R}_N^* A^* \Delta}{B^*} q^{d_0 - 1} + G_N^* \end{bmatrix} y(t)$$

معادلهٔ مشخصهٔ سیستم حلقه ـ بسته به شکل زیر است:

$$A^* \Delta + \begin{bmatrix} \alpha_1 & \dots & \alpha_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{R}_1^* A^* \Delta q^{d_0 - 1} + B^* G_1^* \\ \vdots \\ \bar{R}_N^* A^* \Delta q^{d_0 - 1} + B^* G_N^* \end{bmatrix}$$

از تساوی معادلهٔ (۴ ـ ۶۳) نتیجه می‌شود:

$$B^* = A^* \Delta B^* F_d^* + q^{-d} G_d^* B^*$$

$$= A^* \Delta \left(R_d^* + q^{-(d - d_0 + 1)} \bar{R}_d^* \right) + q^{-d} G_d^* B^*$$

www.powerjam.ir

در نتیجه معادلهٔ مشخصهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$A^*\Delta + [\alpha_1 \ \dots \ \alpha_N] \begin{bmatrix} (B^* - A^*\Delta R_1^*)q \\ \vdots \\ (B^* - A^*\Delta R_N^*)q^N \end{bmatrix}$$

$$= A^*\Delta + \sum_{i=1}^{N} \alpha_i q^i (B^* - A^*\Delta R_i^*) \quad (۶۸-۴)$$

معادلهٔ (۴ ـ ۶۸) بیانی از معادلهٔ مشخصهٔ سیستم حلقه ـ بسته است ولی حتی اگر فرایند نیز معلوم باشد هنوز نتیجه‌گیری عمومی دربارهٔ خواص سیستم حلقه ـ بسته مشکل است.

اگر $N_u = 1$ باشد، آنگاه داریم:

$$\alpha_i = \frac{r_i}{\rho + \sum_{j=1}^{N} r_j^2}$$

اگر ρ به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، سیستم حلقه ـ بسته در صورت ناپایدار بودن سیستم حلقه ـ باز، ناپایدار می‌شود. لیکن اگر هر دو افقهای کنترل و خروجی افزایش یابند، مسأله، همان مسألهٔ کنترل خطی درجهٔ دوم با افق محدود است. بنابراین باید خواص پایداری بهتر داشته باشد.

کنترلگرهای پیش بین مدل، مانند GPC دارای این عیب هستند که باید در آنها پارامترهای زیادی انتخاب شوند. حتی اگر روشهای سرانگشتی برای انتخاب پارامترها وجود داشته باشد، گاهی اوقات تعیین پارامترها، به گونه‌ای که سیستم حلقه ـ بسته پایدار باشد، مشکل است (مسألهٔ ۴ ـ ۱۲ را ببینید). این مشکل هم در حالت معلوم بودن فرایند بروز می‌کند و هم هنگامی که از الگوریتم GPC تطبیقی استفاده می‌شود.

بسادگی دیده می‌شود که مسألهٔ کنترل GPC را می‌توان به صورت یک مسألهٔ کنترل LQG ایستان اما با ماتریسهای وزنی متغیر با زمان یا به صورت یک مسألهٔ LQG با افق محدود تعبیر کرد. توابع تلف (۴ ـ ۴۷) و (۴ ـ ۶۱) را با یکدیگر مقایسه کنید. مسألهٔ LQG ایستان و معادلهٔ ریکاتی مربوطه به‌طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته، اطلاعات زیادی در مورد خواص سیستم حلقه بسته در دسترس است. اشکال فرموله کردن LQG با افق محدود آن است که امکان قرار دادن قیود بر حالتها یا سیگنال کنترل وجود ندارد. روشهای مختلفی برای فرموله کردن و حل مسألهٔ افق کاهنده مقید در مراجع آخر فصل مطرح شده است.

www.powerjam.ir

۴ ـ ۷ نتایج

در این فصل رگولاتورهای خود تنظیم مختلفی مرور شد. ایدهٔ اصلی، جداسازیِ تخمین پارامترهای مجهولِ فرایند و طرای کنترلگر است. در هنگام طراحی کنترلگر، پارامترهای تخمینی با مقدار صحیح آنها برابر فرض می‌شوند. گاهی اوقات علاقمندیم عدم قطعیتهای تخمین پارامترها را نیز در طرّاحی در نظر بگیریم. چنین رگولاتورهایی را در فصل هفتم توضیح می‌دهیم. با ترکیب روشهای تخمین مختلف و روشهای طرّاحی، امکان دستیابی به خود تنظیم گرهایی با خواصی متفاوت وجود دارد. در این فصل فقط ایدهٔ اصلی و خواصی مجانبی مطرح شد. همگرایی تخمینها و پایداری سیستم حلقه ـ بسته در فصل ششم توضیح داده می‌شود.

مهمترین جنبهٔ رگولاتورهای خود تنظیم، پارامتریزه کردن است. با استفاده از مدل فرایند و پاسخ حلقه ـ بستهٔ مطلوب، می‌توان سیستم را دوباره پارامتریزه کرد. هدف از پارامتریزه کردن مجدّد، آن است که پارامترهای کنترلگر مستقیماً تخمین زده شود که از آن نتیجه می‌گیریم که مدل جدید معمولاً باید نسبت به پارامترهای کنترلگر خطی باشد.

فقط تعداد کمی از الگوریتمهای خود تنظیم پیشنهاد شده در این فصل مطرح شد. ترکیب مختلف روشهای تخمین و مسألهٔ مستتر کنترل، الگوریتمهایی با خواصی مختلف را نتیجه می‌دهد. یکی از اهداف این فصل آن است که ادارکی از چگونگی تحلیل و پیاده‌سازی الگوریتمهای خود تنظیم را به دست دهد. انتخاب دقیق مشخصه‌های حلقه ـ بسته مطلوب در هنگام اعمال یک خود تنظیم‌گر، بسیار مهم است. یک روش طرّاحی که در حالت معلوم بودن فرایند نامناسب باشد، در حالت مجهول بودن فرایند نیز بهتر نخواهد شد.

همچنین امکان استخراج رگولاتورهای خود تنظیم برای سیستمهای چند ورودی ـ چند خروجی (MIMO) نیز وجود دارد. البتّه تحلیل این حالت مشکلتر است. یک مشکل اصلی، تعریف این موضوع است که چه اطلاعات قبلی برای مسألهٔ MIMO لازم است. در حالت محدودی که تأخیرهای بین ورودیها و خروجیهای مختلف معلوم باشد بسادگی می‌توان یک الگوریتم خود تنظیم را متناظر با رگولاتور خود تنظیم مستقیم تعمیم یافته به دست آورد.

مسائل

۴ ـ ۱ فرایند و کنترلگر مثال ۴ ـ ۴ را در نظر بگیرید. اگر $\hat{b}$ کوچک باشد پارامتر کنترلگر $\hat{s}_0$ می‌تواند خیلی بزرگ شود. روشهایی برای حصول اطمینان از کراندار ماندن پارامتر کنترلگر ارائه کنید.

www.powerjam.ir

۴ ـ ۲ کنترلگر خود تنظیم مستقیم پایه را در الگوریتم ۴ ـ ۱ در نظر بگیرید. روشهای مختلف تلفیق مقادیر مرجع را در کنترلگر توضیح دهید. ویژگیهای سه روش زیر برای مراقبت از مقدار مرجع چیست؟

الف) در الگوریتم به جای y از $y - uc$ استفاده کرده، یک انتگرالگیر در آن به کار ببرید.

ب) پارامترها را با استفاده از مدل زیر تخمین بزنید:

$$y(t + d) = R^*u + S^*y - T^*u_c + \varepsilon$$

و فرض کنید کنترلگر بدین شکل باشد.

$$R^* u - S^* y + T^* u_c$$

ج) در الگوریتم از $u_c - y$ به جای y استفاده کرده، یک انتگرالگیر در کنترلگر به کار ببرید.

۴ ـ ۳ نشان دهید معادلهٔ کنترل (۴ ـ ۳۷) تابع تلف (۴ ـ ۳۶) را کمینه می‌کند.

۴ ـ ۴ سیستم مثال ۴ ـ ۶ را در نظر بگیرید. فرض کنید فرایند معلوم است. کنترلگر حداقل ـ واریانس بهینه و حداقل ـ واریانس خروجی قابل دسترس را در دو حالت زیر محاسبه کنید: (الف) $\tau = ۰/۴$ (حالت کمینه فاز) و (ب) $\tau = ۰/۶$ (حالت ناکمینه فاز). (راهنمایی: در حالت ناکمینه فاز از قضیهٔ ۴ ـ ۳ استفاده کنید).

۴ ـ ۵ همان محاسبات مسألهٔ ۴ ـ ۴ را برای کنترلگر میانگین متحرک با $d = ۲$ انجام دهید.

۴ ـ ۶ کنترلگر حداقل ـ واریانس تعمیم یافتهٔ معادلهٔ (۴ ـ ۳۷) را در نظر بگیرید. معادلهٔ مشخصهٔ حلقه ـ بسته را محاسبه کنید. توضیح دهید که چه موقع ممکن است این روش طراحی، باعث به وجود آمدن یک سیستم حلقه ـ بستهٔ ناپایدار شود. به عنوان نمونه آیا برای فرایند مثال ۴ ـ ۶ با $\tau = ۰/۶$، مناسب است؟

۴ ـ ۷ فرایند مثال ۴ ـ ۶ را با $\tau = ۰/۶$ و $C = ۰$ در نظر بگیرید. از معادلهٔ (۴ ـ ۶۷) برای محاسبهٔ قطبهای حلقه ـ بسته برای مقادیر مختلف N وقتی که $N_u = ۱$ باشد، استفاده کنید.

www.powerjam.ir

۴ ـ ۸ نشان دهید که کنترلگر میانگین متحرک با $B^{+*} = ۱$ و $d = n$، با یک کنترلگر مرده نوش حالت متناظر است.

۴ ـ ۹ فرایند مثال ۴ ـ ۳ را در نظر بگیرید؛ فرض کنید:

$$A(q) = q^۲ - ۱/۵q + ۰/۷$$
$$B(q) = q + b_۱$$
$$C(q) = q^۲ - q + ۰/۲$$

واریانس سیستم حلقه ـ بسته را به صورت تابعی از $b_۱$ تعیین کنید وقتی که از کنترلگر میانگین متحرک استفاده شده باشد و آن را با کمترین واریانس قابل دسترسی مقایسه کنید.

۴ ـ ۱۰ نشان دهید قانون کنترل (۴ ـ ۶۶)، تابع تلف (۴ ـ ۶۵) را کمینه می‌کند.

۴ ـ ۱۱ فرایند مثال ۴ ـ ۵ را در نظر بگیرید. از طریق شبیه سازی بررسی کنید که چه مقادیری از $r_۰$ قابل استفاده است. شبیه‌سازیها را در حالتی که سیگنال کنترل بدون محدودیت و با محدودیت باشد، انجام دهید. حساسیت الگوریتم به انتخاب مقادیر اولیه چگونه است؟

۴ ـ ۱۲ سیستم (۴ ـ ۶۲) را با $e(t) = ۰$ و

$$A^*(q^{-۱}) = ۱ - ۴q^{-۱} + ۴q^{-۲} = (۱ - ۲q^{-۱})^۲$$
$$B^*(q^{-۱}) = q^{-۱} - ۱/۹۹۹q^{-۲}$$

درنظر بگیرد. فرایند حلقه ـ باز، ناپایدار است و یک صفر و قطب نزدیک بهم وجود دارد. فرض کنید $\rho = ۰/۱$ باشد؛ کنترلگر پیش بین تعمیم یافته‌ای را به دست آورید که تابع (۴ ـ ۶۵) را برای مقادیر مختلف N کمینه کند. برای داشتن یک سیستم حلقه ـ بسته پایدار، N باید چقدر بزرگ باشد، (این مسأله از بیتمد[1] و همکاران (۱۹۹۰) اقتباس شده است) (*راهنمایی*: تا $N > ۲۵$ دست نکشید).

1. Bitmead

www.powerjam.ir

۴ ـ ۱۳ سیستم مسألهٔ ۱ ـ ۹ را در نظر بگیرید.

الف) از سیستم نمونه‌برداری کرده، فرض کنید e نویز اندازه‌گیری زمان ـ گسسته است. کنترلگر حداقل ـ واریانس را برای این سیستم تعیین کنید.

ب) یک کنترلگر میانگین متحرکِ خود تنظیم را برای مقادیر مختلف افق پیش بینی، شبیه‌سازی کنید.

۴ ـ ۱۴ همان بررسیهای مسألهٔ ۴ ـ ۱۲ را برای فرایند مسألهٔ ۱ ـ ۱۰ انجام دهید.

مراجع

مقالات، گزارشها و کتابهای بسیاری درباره الگوریتمهای خود تنظیم وجود دارد. در این قسمت بعضی مراجع اساسی آمده است. احتمالاً اولین مقاله درباره نظریهٔ خود تنظیم مرجع زیر است:

Kalman, R.E., 1958. "Design of a self-optimizing control system." Trans. ASME **80**: 468-478.

در این مقاله ترکیب الگوریتم حداقل مربعات با کنترل مرده نَوش مطرح شده است. دو الگوریتم مشابه براساس تخمین حداقل مربعات و کنترل حداقل ـ واریانس در سمپوزیوم IFAC در سال ۱۹۷۰ در پراگ مطرح شد:

Peterka, V., 1970. "Adaptive digital regulation of noisy systems." Preprinsts 2nd IFAC Symposium on Identification and Process Parameter Estimation. Prague.

Wieslander, J., and B. Wittenmark, 1971. "An approach to adaptive control using real time identification." Automatica **7**: 211-217.

اوّلین مباحث و تحلیلهای مربوط به رگولاتور خود تنظیم در مراجع زیر آمده:

Åström, K. J., and B. Wittenmark, 1972. "On the control of constant but unknown systems." Proceedings of the 5th IFAC World Congress, Pt 3, Paper 37.5. Paris.

یک نسخهٔ تصحیح شدهٔ این مقاله که در آن برای اولین بار عبارت «رگولاتور خود تنظیم» به کار رفته، مرجع زیر است:

Åström, K. J., and B. Wittenmark, 1973. "On self-tuning regulators." Automatica **9**: 185-199.

www.powerjam.ir

جنبه‌های مختلف رگولاتور خود تنظیمِ پایه که در الگوریتم ۴ ـ ۱ مطرح شده در رسالهٔ زیر آمده است:

Wittenmark, B., 1973. "A selt-tuning regulator." Ph.D. thesis TFRT- 1003, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.

خود تنظیم‌گر حداقل ـ واریانس تعمیم یافته در مرجع زیر مطرح شده:

Clarke, D. W., and P. J. Gawthrop, 1975. "A self-tuning controller." IEE Proc. **122**: 929-934.

مقالات فوق زمینه فعالیت تحقیقاتی فراوانی را در کنترل تطبیقی و بر پایه نظریهٔ خود تنظیم فراهم کرد. نظریه بنیادی کنترل تطبیقی، بویژه الگوریتمهای خود تنظیم، به طور جامع در مرجع زیر بیان شده:

Goodwin, G. C., and K. S. Sin, 1984. Adaptive Filtering Prediction and Control, Information and Systems Science Series. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.

یک مقاله پیشرفته ترکه اخیراً به چاپ رسیده عبارت است از:

Ren, W., and P. R. Kumar, 1994. "Stochastic adaptive prediction and model reference control." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-39** (10).

مسألهٔ کنترل سیستمهای ناکمنیه فاز در مراجع زیر مطرح شده:

Åström, K. J., 1980. "Direct methods for non-minimum phase systems." Proc. 19th Conf. Decision and Control, pp. 611-515. Albuquerque, N.M.

Clarke, D. W., 1984. "Self-tuning control of nonminimum-phase systems." Automatica **20** (5, Special Issue on. adaptive Control): 501-517.

Åström, K. J., and B. Wittenmark, 1985. "The self-tuning regulator revisited." Preprints 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation. York, U.K.

در آخرین مرجع فوق، کنترلگر میانگین متحرک مطرح شده است. الگوریتم ۴ ـ ۲ را می‌توان برای توضیح کنترلگر جایابی صفر و قطب در مرجع زیر به کار برد.

Wellstead, P.E., J.M. Edmunds, D. Prager, and P. Zanker, 1979. "Self-tuning pole/zero assignment regulators." *Int. J. Control* **30**: 1-26.

www.powerjam.ir

در آستروم و ویتنمارک (۱۹۸۵)،کنترلگر میانگین متحرک ارائه شده. ضمناً این مقاله انگیزهٔ خوبی برای طرح خود تنظیم‌گر مدل ـ مرجع در مقاله کلارک (۱۹۸۴) شده که در آن مدلی پیش‌بین به شکل معادله (۴ ـ ۳۱) امّا با فیلتراژی مختلف به‌کار گرفته شده است.

رگولاتورهای خود تنظیم چند متغیره در مراجع زیر مطرح شده است:

Borisson, U., 1979. "Self-tuning regulators for a class of multivariable systems." Automatica **15**: 209-215.

Koivo, H., 1980. "A multivariable self-tuning controller." Automatica **16**: 351-356.

Goodwin, G. C., and R. S. Long, 1980. "Generalization of results on multivariable adaptive control." IEEE Trans. Automat. Contr. **AC-25**: 1241-1245.

Johansson, R., 1983. "Multivariable adaptive control." Ph.D. thesis TFRT-1024, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.

Dugard, L., G. C. Goodwin, and X. Xianya, 1984. "The role of the interactor matrix in multivariable stochastic adaptive control." Automatica **20** (5, Special Issue on Adaptive Control): 701-709.

Elliott, H., and W. A. Wolovich, 1984. "Parameterization issues in multivariable adaptive control." Automatica **20** (5, Special Issue on Adaptive Control): 533-545.

Johansson, R., 1986. "Parametric models of linear multivariable systems for adaptive control." IEEE Trans. Automat. Contr. **AC-32**: 303-313.

Wittenmark, B., R. H. Middleton, and G. C. Goodwin, 1987. "Adaptive decoupling of multivariable systems." *Int. J. Control* **46**: 1993-2009.

کنترل پیش‌بینی مدل در مراجع زیر آمده:

Richalet, J. A., A. Rault, J. L. Testud, and J. Papon, 1978. "Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes." *Automatica* **14**: 413-428.

Cutler, C. R., and B. C. Ramaker, 1980. "Dynamic matrix control-A computer

www.powerjam.ir

control algorithm." Paper WP5-B, *Preprints Joint Automatic Control Conference.* San Francisco, Calif.

Ydstie, B. E., 1982. "Robust adaptive control of chemical processes." Ph.D. thesis, Imperial College, University of London.

Ydstie, B. E., 1984. "Extended horizon adaptive control." Paper 14.4/E-4, *Preprints 9th IFAC World Congress.* Budapest.

De Keyser, R. M. C., and A. R. Van Cauwenberghe, 1985. "Extended prediction self-adaptive control." *Preprints 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation,* pp. 1255-1260. York, UK.

Clarke, D. W., C. Mohtadi, and P. S. Tuffs, 1987 a. "Generalized predictive control. Part I: The basic algorithm." *Automatica* **23**: 137-148.

Clarke, D. W., C. Mohtadi, and P. S. Tuffs, 1987b. "Generalized predictive control. Part II: Extensions and interpretations." *Automatica* **23**: 149-160.

Clarke, D. W., and C. Mohtadi, 1989. "Properties of generalized predictive control." *Automatica* **25**: 859-875.

Garcia, C. E., and M. Morair, 1989. "Model predictive control: theory and practice-A survey." *Automatica* **25**: 335-348.

Bitmead, R. R., M. Gevers, and V. Wertz, 1990. *Adaptive Optimal Control: The Thinking Man's GPC.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

Clarke, D. W., ed., 1994. *Advances in Model-Based Predictive Control.* Oxford, U.K.: Oxford University Press.

پایداری کنترلگرهای افق کاهنده با قید و بدون قید در بیتمد و همکاران (۱۹۹۰) و مراجع زیر آمده است.

Kwon, W. H., and A. E. Pearson, 1977. "A modified quadratic cost problem and feedback stabilization of a linear system." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-22**: 838-842.

Clarke, D. W., and R. Scattolini, 1991. "Constrained receding-horizon predictive control." *Proc. IEE Pt. D* **138**: 347-354.

Mosca, E., and J. Zhang, 1992. "Stable redesign of predictive control."

www.powerjam.ir

Automatica **28**: 1229-1233.

Rawlings, J. B., and K. R. Muske, 1993. "the stability of constrained receding horizon control." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-38**: 1512-1516.

Michalska, H., and D. Q. Mayne, 1993. "Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-38**: 1623-1633.

رگولاتورهای خطّی درجه دوم گوسی، در مراجع زیر مطرح شده:

Peterka, V., and K. J. Åström, 1973. "Control of multivariable systems with unknown but constant parameters." Preprints 3rd IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation: pp. 535-544. The Hague, Netherlands.

Mosca, E., G. Zappa, and C. Manfredi, 1982. "Progress in multistep horizon self- tuners: The MUSMAR approach." Ricerche di Automatica 13(1): 85-105.

Åström K. J., and Z. Zhou-Ying, 1982. "A linear quadratic Gaussian self-tuner." Recerche di Automatica **13**: 106-122.

Åström, K. J., 1984. "LQG self-tuners." Proc. IFAC Workshop on Adaptive Systems in control and Signal Processing, San Francisco 1983. New York: Pergamon Press.

Greco, C., G. Menga, E. Mosca, and G. Zappa, 1984. "Performance improvements of self-tuning controllers by multistep horizons: the MUSMAR approach." *Automatica* **20**: 681-699.

Grimble, M. J., 1984. "Implicit and explicit LQG self-tuning controllers." *Automatica* **20**: 661-669.

Peterka, V., 1984. "Predictor-based self-tuning control." *Automatica* **20**: 39-50.

Clarke, D. W., P. P. Kanjilal, and C. Mohtadi, 1985a. "A generalized LQG approach to self-tuning control. Part I: Aspects of design." *Int. J. Control* **41**: 1509-1523.

Clarke, D. W., P. P. Kanjilal, and C. Mohtadi, 1985b. "A generalized LQG

www.powerjam.ir

approach to self-tuning control. Part II: Implementation and simulation." *Int. J. Control* **41**: 1525-1544.

در مرجع زیر به طور دقیق به مبحث خود تنظیم‌گرهای LQG پرداخته شده:

Kárný, M., A. Halousková, J. Böhm, R. Kulhavý, and P. Nedoma, 1985. "Design of linear quadratic adaptive control: Theory and algorithms for practice." Supplement to Kybernetica **21**: 3-97.

که شامل اطّلاعات بیشتر و نکات مفید بسیاری برای کاربردهای واقعی است. روشهای طراحی سیستمهای اتفاقی که در رگولاتورهای خود تنظیم مفید هستند در مراجع زیر آمده است.

Åström, K. J., 1970. Introduction to Stochastic Control Theory. New York: Academic Press.

Åström, K. J., and B. Wittenmark. 1990. Computer Controlled Systems: Theory and Design, 2nd edition. Englewood Cliffs. N.J.: Prentice Hall.

مطالب بیشتر در مورد ماتریس سیلوستر در مراجع زیر یافت می‌شود.

Barnett, S., 1971. Matrices in Control Theory. New York: Van Nostrand Reinhold

Barnett, S., 1983. Polynomials and Linear Control Systems. New York: Marcel Dekker.

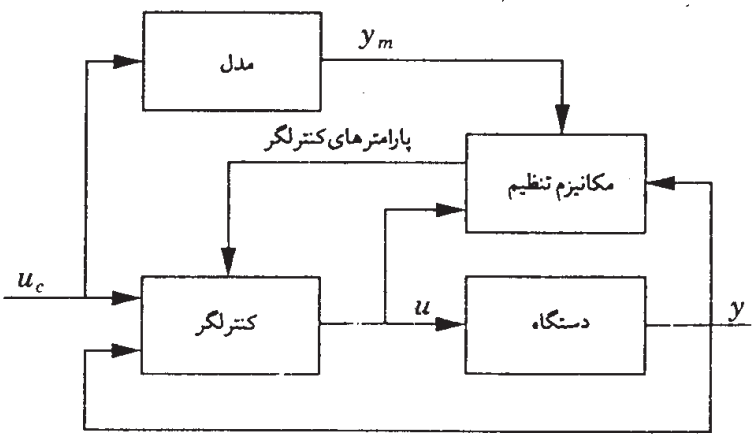
www.powerjam.ir

فصل پنجم

سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع

۵ ـ ۱ مقدمه

سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع (MRAS)[1] یکی از کنترلگرهای تطبیقی مهم است. این سیستم را می‌توان به صورت یک سیستم سروُ تطبیقی در نظر گرفت، که در آن عملکرد مطلوب برحسب مدلِ مرجعی که به سیگنال فرمان پاسخ مطلوب می‌دهد بیان شده. این کار روشی مناسب برای ارائهٔ مشخصات یک مسألهٔ سروُ است. نمودار بلوکی این سیستم در شکل ۵ ـ ۱ نشان داده شده است. سیستم دارای یک پسخور معمولی است، که از فرایند و کنترلگر تشکیل شده است و یک حلقهٔ پسخور دیگر که پارامترهای کنترلگر را تغییر می‌دهد. پارامترها براساس پسخورِ خطا، که تفاوت بین خروجی سیستم و خروجی مدلِ مرجع است، تغییر داده می‌شوند. حلقهٔ پسخور معمولی، حلقهٔ درونی و حلقهٔ تنظیم پارامتر، حلقهٔ برونی نامیده می‌شود. مکانیزم تنظیم



شکل ۵ ـ ۱. نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع (MRAS)

1. Model - Reference Adaptive System

www.powerjam.ir

پارامترها در سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع از دو روش قابل حصول است: استفاده از روش گرادیان یا اعمال نظریهٔ پایداری.

در سیستم MRAS رفتار مطلوب سیستم به کمک یک مدل مشخص می‌شود و پارامترهای کنترلگر براساس خطایی تنظیم می‌گردند که تفاوت بین خروجیهای سیستم حلقه ـ بسته و مدل است. سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع در اصل برای سیستمهای زمان ـ پیوستهٔ قطعی ارائه شده‌اند و بعدتر تعمیم این روش به سیستمهای زمان ـ گسسته و سیستمهای با اغتشاشهای اتفاقی مطرح شد.

مطالب ارائه شده در این فصل، روند تاریخی را تعقیب می‌کند. قاعدهٔ MIT در قسمت ۵ ـ ۲ مطرح می‌شود. این قاعده دارای یک پارامتر، بهرهٔ تطبیق، است که کاربر باید آن را انتخاب کند. در قسمت ۵ ـ ۳ روشهای تعیین بهرهٔ تطبیق را توضیح خواهیم داد. قسمت ۵ ـ ۴ نظریهٔ پایداری لیاپانف را مطرح می‌کند و قسمت ۵ ـ ۵ نشان می‌دهد که چگونه می‌توان از این نظریه برای به دست آوردن قوانین تطبیق پایدار استفاده کرد. این قوانین با قوانین به دست آمده از قاعدهٔ MIT مشابه است. در قسمت ۵ ـ ۶ نظریهٔ پایداری ورودی ـ خروجی را مطرح خواهیم کرد. این نظریهٔ، روش دیگری را برای بررسی سیستمهای کنترل تطبیقی نتیجه می‌دهد که در قسمت ۵ ـ ۷ ارائه خواهد شد. در قسمت ۵ ـ ۸ نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان MRAS را برای پسخور خروجی سیستمهای خطی عمومی به دست آورد. در قسمت ۵ ـ ۹ رگولاتورهای خود تنظیم و سیستمهای MRAS با یکدیگر مقایسه می‌شود. کنترل تطبیقی سیستمهای غیرخطی، به طور مختصر، در قسمت ۵ ـ ۱۰ ارائه می‌گردد. این فصل در قسمت ۵ ـ ۱۱ خلاصه شده، مطالب بیشتر در مورد سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع در فصل ششم ارائه خواهد شد.

۵ ـ ۲ قاعدهٔ MIT[1]

قاعدهٔ MIT، روش اصلی کنترل تطبیقی مدل ـ مرجع است. نام این قاعده براساس این واقعیت است که این روش برای اولین‌بار در آزمایشگاه ابزار دقیق (اینک، آزمایشگاه دراپر[2]) در MIT مطرح شده است.

برای ارائه قاعدهٔ MIT، یک سیستم حلقه ـ بسته را در نظر می‌گیریم که در آن کنترلگر دارای یک پارامتر قابل تنظیم θ است. پاسخ حلقه ـ بسته مطلوب به کمک مدلی با خروجیِ y_m مشخص می‌شود. فرض کنید e خطای بین خروجی y سیستم حلقه ـ بسته و خروجی y_m مدل

1. Massachusetts Institute of Technology 2. Draper

www.powerjam.ir

باشد. یک امکان، تنظیم پارامتر به گونه‌ای است که تابع تلف زیر کمینه گردد:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \qquad (5-1)$$

برای کوچک کردن J، منطقی به نظر می‌رسد که پارامترها را در جهت گرادیان منفی J تغییر دهیم. در نتیجه:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \qquad (5-2)$$

رابطهٔ فوق همان قاعدهٔ معروف MIT است. مشتق جزئی $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ که مشتق *حساسیت* سیستم نامیده می‌شود بیانگر نحوه تأثیرپذیری خطا از پارامتر قابل تنظیم است. اگر فرض شود که پارامترها بسیار آهسته‌تر از سایر متغیرهای سیستم تغییر می‌کنند، مشتقات $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ تحت شرایط ثابت بودن θ، قابل محاسبه هستند.

روشهای متعددی برای انتخاب تابع تلف معادلهٔ (۵ ـ ۱) وجود دارد. اگر تابع تلف به صورت زیر انتخاب شود:

$$J(\theta) = |e| \qquad (5-3)$$

از روش گرادیان نتیجه می‌شود:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial e}{\partial \theta} \operatorname{sign}(e) \qquad (5-4)$$

اولین سیستم MRAS براساس قاعده فوق پیاده‌سازی شد. انتخابهای دیگری نیز برای این کار وجود دارند. برای مثال:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \operatorname{sign}\left(\frac{\partial e}{\partial \theta}\right) \operatorname{sign}(e)$$

معادلهٔ فوق، *الگوریتم علامت ـ علامت*[1] نامیده می‌شود. شکل زمان ـ گسستهٔ الگوریتم فوق در سیستمهای مخابرات تلفن کارآیی دارد، چرا که در آنها پیاده‌سازیِ آسان، همراه با سرعت زیاد محاسبات، ضروری است. (قسمت ۱۳ ـ ۲ را ببینید).

تنظیم پارامترهای زیاد: معادلهٔ (۵ ـ ۲) برای تنظیم تعداد زیادی پارامتر نیز قابل استفاده است. در چنین مواردی باید متغیّر θ به صورت یک بردار، در نظر گرفته شود و $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ به عنوان گرادیان خطا نسبت به پارامترها محاسبه شود.

1. Sign - Sign Algorithm

www.powerjam.ir

مثالها

حال دو مثال ارائه می‌کنیم که چگونگی استفاده از قاعدهٔ MIT را برای رسیدن به یک کنترلگر تطبیقی ساده نشان می‌دهد. همچنین برخی از خواص سیستمهای تطبیقی را نیز بیان می‌کنیم.

مثال ۵ ـ ۱ تطبیق بهرهٔ پیشخور

مسألهٔ تنظیم بهرهٔ پیشخور را در نظر بگیرید. در این مسأله فرض می‌شود که فرایند، خطی و دارای تابع انتقال $kG(s)$ است که $G(s)$ معلوم و k پارامتری مجهول است. مسألهٔ طراحی مستتر پیدا کردن یک کنترلگر پیشخور است به گونه‌ای که سیستمی با تابع انتقال $k_0 G(s) = G_m(s)$ را که k_0 یک مقدار ثابت داده شده است، نتیجه دهد. با کنترلگر پیشخور

$$u = \theta u_c$$

که در آن u سیگنال کنترل و u_c سیگنال فرمان است، تابع انتقال از سیگنال فرمان به خروجی به صورت $\theta k G(s)$ خواهد بود. اگر پارامتر θ بصورت زیر انتخاب شود، این تابع انتقال برابر $G_m(s)$ می‌شود:

$$\theta = \frac{k_0}{k}$$

حال از قاعدهٔ MIT برای به دست آوردن روشی برای تنظیم پارامتر θ وقتی که k نامعلوم باشد، استفاده خواهیم کرد. خطا به صورت زیر است:

$$e = y - y_m = kG(p)\theta u_c - k_0 G(p) u_c$$

که در آن u_c سیگنال فرمان، y_m خروجی مدل، y خروجی فرایند، θ پارامتر قابل تنظیم و $p = \frac{d}{dt}$ عملگر دیفرانسیل است. مشتق حساسیت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید،

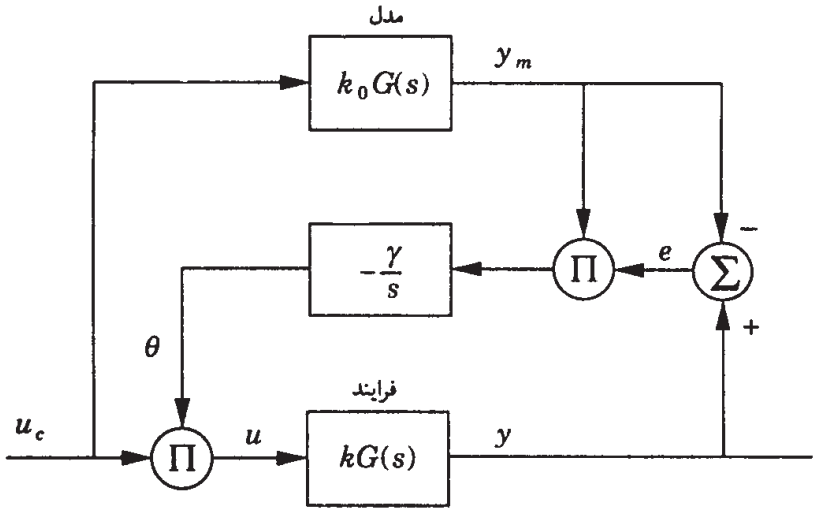
$$\frac{\partial e}{\partial \theta} = kG(p)u_c = \frac{k}{k_0} y_m$$

به کمک قاعدهٔ MIT، قانون تطبیق زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma' \frac{k}{k_0} y_m e = -\gamma y_m e \qquad (۵ ـ ۵)$$

که در آن $\gamma = \frac{\gamma' k}{k_0}$ به جای γ' قرار داده شده است. توجه کنید که برای صحیح بودن علات γ، لازم است علامت k معلوم باشد. معادلهٔ (۵ ـ ۵) قانونی برای تنظیم پارامتر ارائه می‌کند. نمودار

www.powerjam.ir



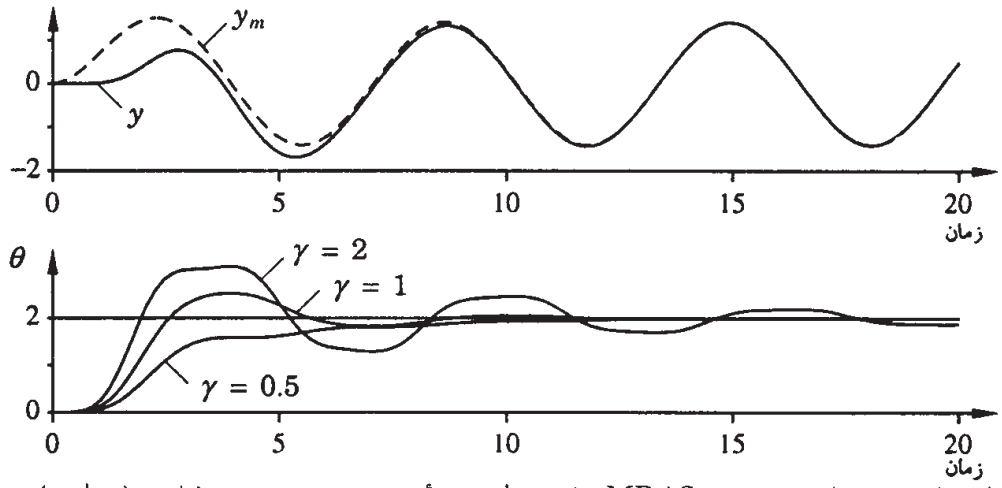
شکل ۵ ـ ۲. نمودار بلوکی یک سیستم MRAS برای تنظیم بهرهٔ پیشخور براساس قاعدهٔ MIT

بلوکی این سیستم در شکل ۵ ـ ۲ نشان داده است.

خواص سیستم را می‌توان توسط شبیه‌سازی بررسی کرد. شکل ۵ ـ ۳ شبیه‌سازی سیستم را وقتی که تابع انتقال سیستم به صورت زیر باشد، نشان می‌دهد:

$$G(s) = \frac{۱}{s + ۱}$$

ورودی u_c سینوسی با فرکانس $۱ \frac{rad}{s}$ و مقادیر پارامترها برابر $k = ۱$ و $k_0 = ۲$ می‌باشد. شکل ۵ ـ ۳ نشان می‌دهد که وقتی $\gamma = ۱$ است، پارامتر با سرعت قابل قبولی به سمت مقدار صحیح همگرا می‌شود و خروجی فرایند به خروجی مدل نزدیک می‌شود. همچنین این شکل



شکل ۵ ـ ۳. شبیه‌سازی سیستم MRAS برای تنظیم بهرهٔ پیشخور. خروجی فرایند (خط پر) و مدل (خط چین) برای مقدار $\gamma = ۱$ در شکل بالایی نشان داده شده است. پارامتر کنترلگر در شکل پایینی برای وقتی که بهرهٔ تطبیق γ دارای مقادیر ۰/۵، ۱ و ۲ است، نشان داده شده است.

www.powerjam.ir

نشان می‌دهد که نرخ همگرایی به بهرهٔ تطبیق وابسته است. بنابراین دانستن مقدار معقولی برای این پارامتر، مهم است. به‌طور حسّی می‌توان انتظار داشت که برای مقادیر کوچک γ، پارامترها به آهستگی همگرا شوند و نرخ همگرایی با افزایش γ، افزایش یابد. شبیه‌سازیها نشان می‌دهند که موضوع برای مقادیر کوچک γ درست است؛ اما رفتار برای مقادیر بزرگ γ، کاملاً غیر قابل پیش بینی است.

یک مثال عملی که با این فرموله کردن تطابق دارد، کنترل رباتها با بار نامعلوم است که در آن تابع انتقال فرایند (از جریان موتور به سرعت زاویه‌ای) به صورت زیر است:

$$G(s) = \frac{k_I}{Js}$$

که در آن k_I ثابت جریان به گشتاور J گشتاور لختی نامعلوم است. مثال دیگر، رفتار یک گردانندهٔ CD است که حساسیت دیودلیزری در آن، پارامتر نامعلوم است.

نکته‌ای در مورد نماد: در تحلیل سیستم MRAS با پارامترهای متغیر با زمان در نظر گرفتن این حقیقت مهم است که پارامتر θ متغیر با زمان است. عبارت:

$$G(p)(\theta u)$$

را، که در آن $p = \frac{d}{dt}$ عملگر دیفرانسیلی است، باید به عنوان عملگر دیفرانسیل $G(p)$ در نظر گرفت که بر سیگنال θu اثر می‌کند. وقتی که θ متغیر با زمان باشد، این عبارت با $\theta G(p) u$ متفاوت است. برای مثال اگر $G(p) = p$ باشد، داریم:

$$G(p)(\theta u) = p(\theta u) = \theta \frac{du}{dt} + \frac{d\theta}{dt} u = \theta(pu) + u(p\theta)$$

بنابراین در محاسبات و نمودارهای بلوکی باید به این موضوع دقت شود.

توجه کنید که در مثال ۵ ـ ۱ نیازی به تقریب نیست. لیکن وقتی قاعدهٔ MIT بر مسائل پیچیده‌تر اعمال شود برای به دست آوردن مشتقات حساسیت لازم است از تقریب استفاده شود. این موضوع را با مثال دیگری نشان می‌دهیم:

مثال ۵ ـ ۲ روش MRAS برای یک سیستم مرتبه اول

سیستمی را در نظر بگیرید که با مدل زیر مشخص می‌شود:

$$\frac{dy}{dt} = -ay + bu \qquad (۵ ـ ۶)$$

www.powerjam.ir

که در آن u متغیر کنترل و y خروجیِ اندازه‌گیری شده است. فرض کنید می‌خواهیم سیستم حلقه ـ بستهٔ مطلوب با این معادله مشخص شود:

$$\frac{dy_m}{dt} = -a_m y_m + b_m u_c$$

ضمناً فرض کنید کنترلگر به صورت زیر باشد:

$$u(t) = \theta_1 u_c(t) - \theta_2 y(t) \qquad (۵ ـ ۷)$$

کنترلگر دارای دو پارامتر است. اگر این پارامترها به صورت زیر انتخاب شوند:

$$\theta_1 = \theta_1^* = \frac{b_m}{b}$$
$$\theta_2 = \theta_2^* = \frac{a_m - a}{b} \qquad (۵ ـ ۸)$$

رابطهٔ ورودی ـ خروجی سیستم و مدل مانند یکدیگر خواهد بود. این موضوع تعقیب ـ مدل کامل نامیده می‌شود.

برای اعمال قاعدهٔ MIT، خطای زیر را در نظر بگیرید:

$$e = y - y_m$$

که y بیانگر خروجی سیستم حلقه ـ بسته است. از معادلات (۵ ـ ۶) و (۵ ـ ۷) خواهیم داشت:

$$y = \frac{b\theta_1}{p + a + b\theta_2} u_c$$

که در آن $p = \frac{d}{dt}$ عملگر دیفرانسیلی است. نماد استفاده شده در قسمت ۱ ـ ۵ توضیح داده شد. با گرفتن مشتق جزئی نسبت به پارامترهای کنترلگر (یعنی θ_1 و θ_2) مشتقات حساسیت به دست می‌آید:

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_1} = \frac{b}{p + a + b\theta_2} u_c$$

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_2} = -\frac{b^2\theta_1}{(p + a + b\theta_2)^2} u_c = -\frac{b}{p + a + b\theta_2} y$$

www.powerjam.ir

معادلات فوق به طور مستقیم قابل استفاده نیست، زیرا پارامترهای فرایند (یعنی a و b) نا معلوم است. بنابراین لازم است از تقریب استفاده شود. یک تقریب ممکن براساس این مشاهده است که وقتی پارامترها تعقیب کامل مدل را نتیجه دهند تساوی $p + a + b\theta_2^* = p + a_m$ برقرار است. بنابراین از تقریب زیر استفاده خواهیم کرد:

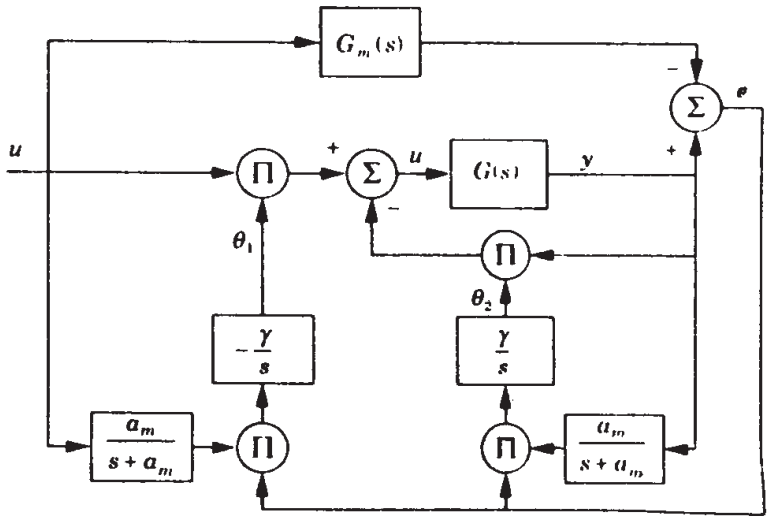
$$p + a + b\theta_2 \approx p + a_m$$

که هنگامی قابل قبول است که پارامترها به مقادیر صحیح نزدیک باشند. با استفاده از این تقریب معادلات زیر برای بهنگام کردن پارامترهای کنترلگر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_1}{dt} &= -\gamma\left(\frac{a_m}{p + a_m} u_c\right) e \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= \gamma\left(\frac{a_m}{p + a_m} y\right) e \end{aligned} \qquad (۹ - ۵)$$

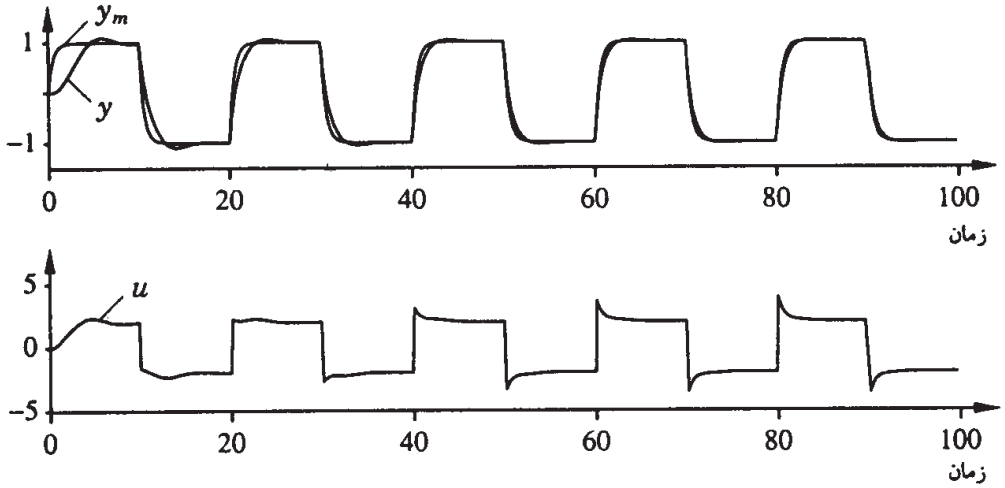
در این معادلات پارامترهای b و a_m را با بهرهٔ تطبیق γ' ترکیب کرده‌ایم، زیرا به صورت حاصل‌ضرب $\frac{\gamma' b}{a_m}$ ظاهر می‌شود. برای دانستن علامت صحیح γ باید علامت پارامتر b، معلوم باشد. توجه کنید که فیلتر نیز به گونه‌ای نالیزه شده است که بهرهٔ حالت ماندگار آن برابر واحد باشد.

کنترلگر تطبیقی، سیستمی دینامیکی با پنج متغیر حالت است که می‌توان آنها را به گونه‌ای انتخاب کرد که خروجی مدل، پارامترها و مشتقات حساسیت باشند. نمودار بلوکی این سیستم در شکل ۵ ـ ۴ نشان داده شده است.



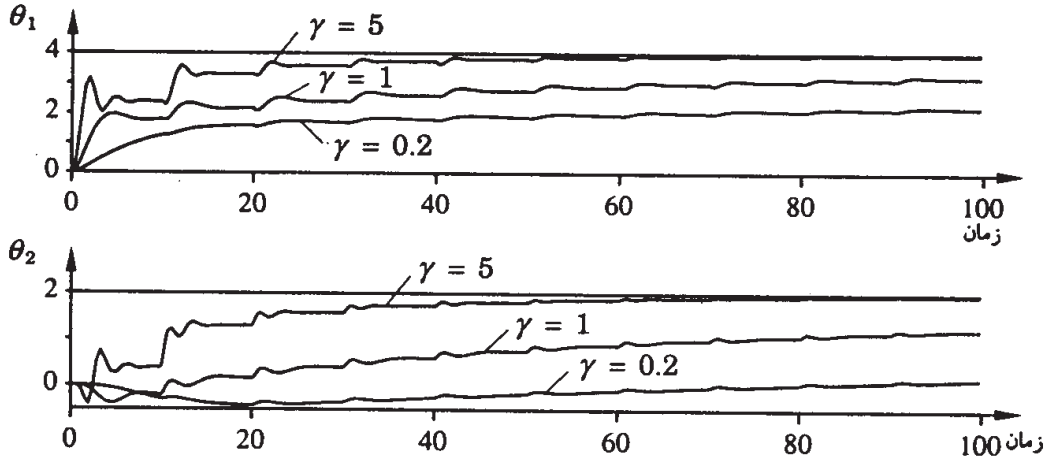
شکل ۵ ـ ۴. نمودار بلوکی کنترلگر مدل ـ مرجع برای یک فرایند مرتبه اول

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۵. شبیه‌سازی سیستم مثال ۵ ـ ۲ با استفاده از یک سیستم MRAS. مقادیر پارامترها عبارت است از: $a = ۱$، $b = ۰/۵$، $a_m = b_m = ۲$ و $\gamma = ۱$.

حال رفتار سیستم را با شبیه‌سازی توضیح می‌دهیم. پارامتر به صورت $a = ۱$، $b = ۰/۵$ و $a_m = b_m = ۲$ انتخاب می‌شوند. سیگنال ورودی یک مرجع مربعی با دامنهٔ واحد و $\gamma = ۱$ است. شکل ۵ ـ ۵ نتایج شبیه سازی را نشان می‌دهد. شکل ۵ ـ ۶ تخمین پارامترها را برای مقادیر مختلف بهرهٔ تطبیق γ نشان می‌دهد. توجه کنید که پارامترها هنگامی که سیگنال فرمان تغییر می‌کند، بیشترین تغییر را دارند و همچنین بسیار کند همگرا می‌شوند. برای $\gamma = ۱$ که در شکل ۵ ـ ۵ استفاده شده است، مقادیر پارامترها در زمان $t = ۱۰۰$ برابر با $\theta_۱ = ۳/۲$ و $\theta_۲ = ۱/۲$ است. این مقادیر از مقادیر صحیح $\theta_۱^\circ = ۴$ و $\theta_۲^\circ = ۲$ دور هستند. لیکن با افزایش زمان پارامترها به مقادیر واقعی همگرا می‌شوند. همانطور که در شکل ۵ ـ ۶ مشاهده می‌شود، نرخ همگرایی با افزایش γ افزایش می‌یابد.



شکل ۵ ـ ۶. پارامترهای کنترلگر ($\theta_۱$ و $\theta_۲$) برای سیستم مثال ۵ ـ ۲ وقتی که $\gamma = ۰/۲$، ۱، ۵ باشد.

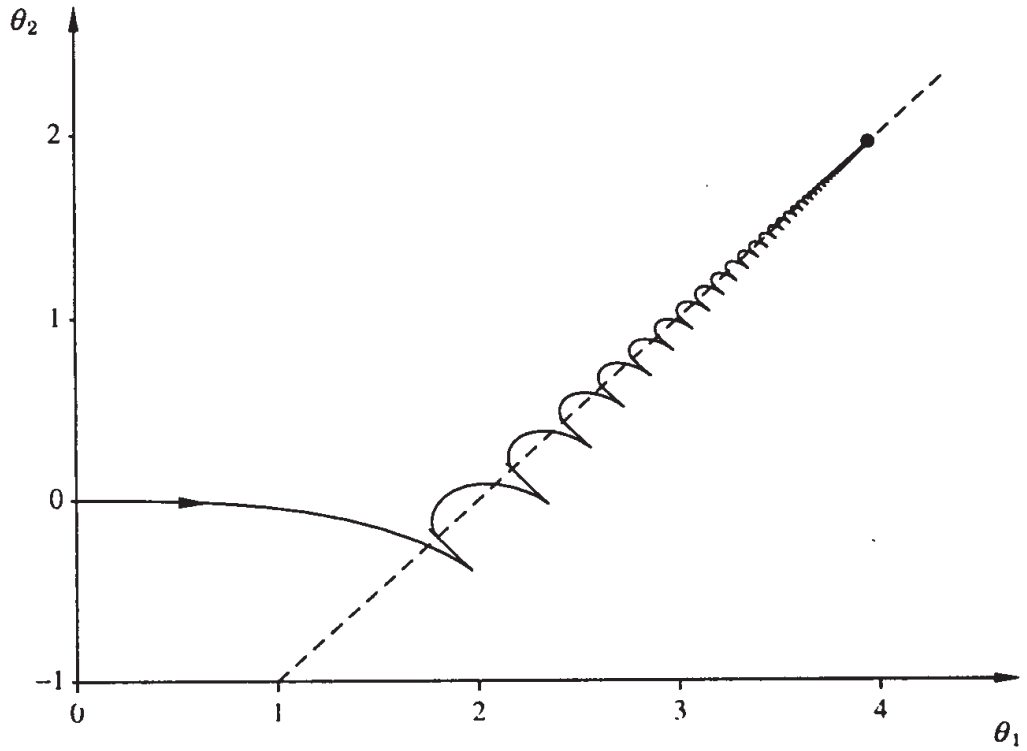
www.powerjam.ir

این حقیقت که کنترل حتی در زمان t = ۱۰ کاملاً خوب عمل می‌کند، بازتاب این موضوع است که هر چند تخمین پارامترها از مقادیر صحیحشان کاملاً دور هستند به طور خیلی خاصّی به یکدیگر مربوطند. این موضوع در شکل ۵ ـ ۷ توضیح داده شده است، که در آن برای شبیه‌سازی، پارامتر θ_2 به صورت تابعی از θ_1 در مدت ۵۰۰ واحد زمانی رسم شده است.

شکل ۵ ـ ۷ نشان می‌دهد که با افزایش زمان پارامترها واقعاً به مقادیر صحیح نزدیک می‌شوند. تخمین پارامترها بسرعت به خط $\theta_2 = \theta_1 - \frac{a}{b}$ نزدیک می‌شود. این خط مقادیر پارامترها را که به ازای آنها سیستم حلقه ـ بسته بهرهٔ حالت ماندگار صحیحی دارد، نشان می‌دهد.

همگرایی خطا و پارامتر

هدف سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع، رساندن خطای $e = y - y_m$ به صفر است. به طوری که در مثال زیر نشان داده می‌شود، این موضوع لزوماً همگرایی پارامترهای کنترلگر به مقادیر صحیح را نتیجه نمی‌دهد.



شکل ۵ ـ ۷. رابطهٔ بین پارامترهای کنترلگر (θ_1 و θ_2) وقتی که سیستم مثال ۵ ـ ۲ برای ۵۰۰ واحد زمانی شبیه‌سازی شده باشد. خط چین $\theta_2 = \theta_1 - \frac{a}{b}$ را نشان می‌دهد. نقطهٔ پُر، نقطهٔ همگرایی را نشان می‌دهد.

www.powerjam.ir

مثال ۵ ـ ۳ عدم‌همگرایی پارامتر

سیستم سادهٔ بهنگام کردن بهرهٔ پیشخور راکه در مثال ۵ ـ ۱ مطرح شد، در نظر بگیرید. فرض کنید $G(s) = 1$ باشد. مدل فرایند $y = ku$، قانون کنترل $u = \theta u_c$ و پاسخ مطلوب برابر $y_m = k_\circ u_c$ است. خطا به صورت زیر است:

$$e = (k\theta - k_\circ)u_c = k(\theta - \theta^*)u_c$$

که $\theta^* = \frac{k_\circ}{k}$ است. با استفاده از قاعدهٔ MIT معادلهٔ دیفرانسیل زیر برای پارامتر به دست می‌آید:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma k^2 u_c^2(\theta - \theta^*)$$

جواب این معادله به صورت زیر است:

$$\theta(t) = \theta^* + \left(\theta(\circ) - \theta^*\right)e^{-\gamma k^2 I_t} \qquad (۵ ـ ۱۰)$$

که در آن:

$$I_t = \int_\circ^t u_c^2(\tau)\,d\tau$$

است و $\theta(\circ)$، مقدار اولیهٔ پارامتر θ می‌باشد. مقدار تخمین تنها در صورتی به مقدار صحیح همگرا می‌شود که انتگرال I_t با افزایش t به سمت بینهایت واگرا شود. اگر سیگنال ورودی، تحریک کنندهٔ پایا باشد، همگرایی به صورت نمایی خواهد بود. (با قسمت ۲ ـ ۴ مقایسه کنید.) در این صورت خطا به شکل زیر به دست می‌آید:

$$e(t) = k u_c(t)\left(\theta(\circ) - \theta^*\right)e^{-\gamma k^2 I_t}$$

توجه کنید که مقدار خطا همواره با افزایش زمان به سمت بینهایت به سمت صفر می‌رود، زیرا یا I_t واگرا شده، یا اگر چنین نباشد $u_c(t)$ به سمت صفر می‌رود. لیکن مقدار حدّی پارامتر θ به ویژگیهای سیگنال ورودی وابسته خواهد بود.

مثال ۵ ـ ۳ بیانگر این مطلب است که خطای e صفر می‌شود، امّا لزوماً پارامتر به سمت مقدار صحیح خود همگرا نمی‌شود. این موضوع، یکی از مشخصه‌های همهٔ سیستمهای تطبیقی است. برای همگرا شدن پارامتر، لازم است سیگنال ورودی ویژگیهای خاصّی داشته باشد. شرایط لازم در فصل دوم توضیح داده شد؛ با مفهوم تحریک پایا که در قسمت ۲ ـ ۴ مطرح شد، مقایسه کنید.

www.powerjam.ir

۵ ـ ۳ تعیین بهرهٔ تطبیق

در قسمت ۵ ـ ۲ دریافتیم که به دست آوردن یک سیستم تطبیقی با استفاده از قاعدهٔ MIT بسیار سر راست است. قوانین کنترل تطبیقی دارای یک پارامتر، بهرهٔ تطبیق γ، بود که کاربر باید آن را انتخاب می‌کرد. نتایج شبیه‌سازیها نشان داد که انتخاب بهرهٔ تطبیق ممکن است بحرانی باشد. در این قسمت روشهایی را برای تعیین بهره تطبیق توضیح خواهیم داد.

سیستم MRAS را برای تطبیق یک بهرهٔ پیشخور در مثال ۵ ـ ۱ در نظر بگیرید. بنابراین سیستمی داریم با تابع انتقال $kG(s)$ که $G(s)$ معلوم و k ثابتی نامعلوم است. $G(s)$ پایدار فرض می‌شود. می‌خواهیم کنترل پیشخوری بیابیم که تابع انتقال $k_0 G(s)$ را نتیجه دهد. سیستم با معادلات ذیل توصیف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
y &= kG(p)\,u \\
y_m &= k_0 G(p)\,u_c \\
u &= \theta u_c \\
e &= y - y_m \\
\frac{d\theta}{dt} &= -\gamma y_m e
\end{aligned}
$$

که u_c سیگنال فرمان، y_m خروجی مدل، y خروجی فرایند، θ پارامتر قابل تنظیم و $p = \frac{d}{dt}$ عملگر دیفرانسیلی است. با حذف متغیرهای u و y در معادلات فوق داریم:

$$
\frac{d\theta}{dt} + \gamma y_m\left(kG(p)\theta u_c\right) = \gamma y_m^2 \qquad (۵ ـ ۱۱)
$$

این معادله توصیف خلاصه‌ای از رفتار پارامترها است که آن را *معادلهٔ پارامتر*[1] می‌نامیم. توجه کنید که y_m را می‌توان یک تابع زمانی معلوم در نظر گرفت. اگر $G(s)$، تابعی گویا باشد، معادلهٔ (۵ ـ ۱۱) یک معادلهٔ دیفرانسیل معمولی خطی متغیر با زمان خواهد بود. این توابع ممکن است رفتار بسیار پیچیده‌ای از خود نشان دهند. که در این صورت ارائه یک مشخصهٔ تحلیلی ساده از خواص سیستم، بخصوص چگونگی تأثیر γ بر آنها امکان‌پذیر نیست.

1. Parameter Equation

www.powerjam.ir

آزمایش اندیشه

برای روشنتر شدن رفتار سیستم معادلهٔ (۵ ـ ۱۱)، آزمایش را با یک سیستم تطبیقی در نظر می‌گیریم به گونه‌ای که معادله به طور قابل ملاحظه‌ای ساده شود. فهم رفتار سیستم تحت چنین شرایطی بینش ما را در مورد این موضوع افزایش خواهد داد، اما قطعاً درک کامل را باعث نخواهد شد.

آزمایش زیر را در نظر بگیرید: فرض کنید مقدار پارامتر θ ثابت است، یعنی مکانیزم تطبیق قطع شده است و یک سیگنال ورودی ثابت u_c اعمال می‌شود. سپس وقتی که همهٔ سیگنالها به مقادیر حالت ماندگار رسیدند، مکانیزم تنظیم وصل می‌شود. رفتار پارامتر با معادلهٔ زیر مشخص می‌شود:

$$\frac{d\theta}{dt} + \gamma y_m^\circ u_c^\circ \left(kG(p)\theta\right) = \gamma (y_m^\circ)^2 \qquad (۱۲ ـ ۵)$$

که یک سیستم خطی مستقل از زمان است. این معادله یک معادلهٔ خطی با ضرایب ثابت است که پایداری آن از طریق معادلهٔ جبری زیر بررسی می‌شود:

$$s + \gamma y_m^\circ u_c^\circ kG(s) = 0 \qquad (۱۳ ـ ۵)$$

بلافاصله می‌توان نتیجه گرفت که رفتار پارامتر به کمک کمیّت زیر تعیین می‌شود:

$$\mu = \gamma y_m^\circ u^\circ k \qquad (۱۴ ـ ۵)$$

با رسم نمودار مکان هندسی ریشه‌ها نسبت به پارامتر، بسادگی می‌توان دریافت که صفرهای معادلهٔ (۵ ـ ۱۳) با پارامتر μ چگونه تغییر می‌کنند. می‌توان نتیجه گرفت که اگر معادلهٔ (۵ ـ ۱۳) صفری در نیم صفحهٔ راست داشته باشد، پارامترها، حتی در حالات بسیار خاص آزمایش، واگرا خواهند شد. به طور حسّی می‌توانیم حالتی را که سیگنال فرمان نسبت به دینامیک $G(s)$ تغییرات آهسته‌ای دارد، نیز به طور تقریبی تحلیل کنیم.

از معادلهٔ (۵ ـ ۱۳) نیز می‌توان برای تعیین مقدار مناسب بهرهٔ تطبیق به طوری که در مثال ۵ ـ ۴ توضیح داده می‌شود، استفاده کرد.

مثال ۵ ـ ۴ انتخاب بهرهٔ تطبیق

سیستم مثال ۵ ـ ۱ را با $G(s) = \frac{1}{(s+1)}$، $k = 1$ و $k_\circ = 2$ در نظر بگیرید. فرض کنید دامنهٔ سیگنال مرجع برابر واحد است. در این صورت معادلهٔ (۵ ـ ۱۳) به صورت زیر در می‌آید:

$$s^2 + s + \mu = s^2 + s + \gamma y_m^\circ u_c^\circ k = 0$$

www.powerjam.ir

یک انتخاب معقول، قرار دادن $\gamma y_m^\circ u_c^\circ k = ۱$ است. اگر از حالات گذرا صرف نظر کنیم، مقدار میانگین $y_m u_c$ برابر ۲ می‌شود. در نتیجه مقدار $\gamma = ۰/۵$ که در یکی از شبیه‌سازیهای شکل ۵ ـ ۳ بکار رفته، به دست می‌آید.

الگوریتمهای نرمالیزه

از معادلهٔ (۵ ـ ۱۳) نتیجه می‌شود که اگر تابع انتقال $G(s)$ دارای فزونی قطبی بزرگتر از ۱ و پارامتر μ در معادلهٔ (۵ ـ ۱۴) به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، سیستم تطبیقی ناپایدار خواهد بود. پارامتر μ در صورتی بزرگ می‌شود که سیگنالها یا بهرهٔ تطبیق بزرگ باشد. رفتار سیستم به سطوح سیگنال بسیار وابسته است. این موضوع را با یک آزمایش عددی توضیح می‌دهیم.

مثال ۵ ـ ۵ پایداری به دامنه سیگنالها وابسته است

سیستم مثال ۵ ـ ۱ را در نظر بگیرید. فرض کنید تابع انتقال G به صورت زیر باشد:

$$G(s) = \frac{۱}{s^۲ + a_۱ s + a_۲}$$

در این صورت معادلهٔ (۵ ـ ۱۳) به صورت زیر خواهد بود:

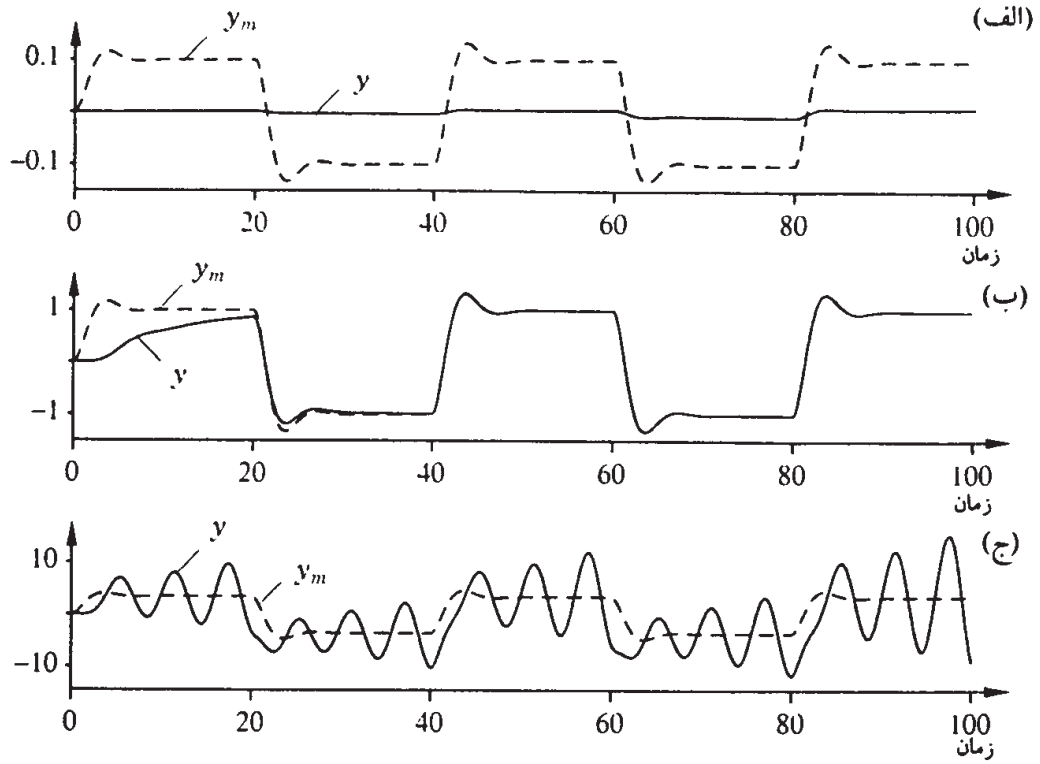
$$s^۳ + a_۱ s^۲ + a_۲ s + \mu = ۰$$

که $\mu = \gamma y_m^\circ u_c^\circ k$ است. اگر شرط زیر برقرار باشد همهٔ ریشه‌های معادلهٔ فوق در نیم صفحهٔ چپ خواهد بود:

$$\gamma y^\circ u^\circ k < a_۱ a_۲ \qquad (۱۵ ـ ۵)$$

از آنجا که دامنهٔ سیگنال فرمان در این نامعادله تأثیر دارد، ممکن است پاسخ حالت تعادلی متناظر با یک سیگنال فرمان، پایدار و به ازای پاسخی متناظر با سیگنالی دیگر، ناپایدار باشد. این موضوع در شبیه‌سازی شکل ۵ ـ ۸ نشان‌داده‌شده که‌درآن پارامترها به‌صورت $k = a_۱ = a_۲ = ۱$ انتخاب شده است. در این شبیه‌سازی نرخ تطبیق γ به گونه‌ای تنظیم شده که وقتی u_c موجی مربعی با دامنهٔ واحد باشد، پاسخ خوبی حاصل شود. در این حالت $y_m^\circ = u_c^\circ = ۱$ است و از نامعادلهٔ (۵ ـ ۱۵) شرط پایداری $\gamma < ۱$ به دست می‌آید. یک مقدار معقول برای γ، ۰/۱ است که در این شبیه‌سازی استفاده شده است. شکل ۵ ـ ۸ بوضوح نشان می‌دهد که نرخ همگرایی به دامنهٔ سیگنال فرمان، وابسته است. توجه کنید که وقتی دامنهٔ u_c برابر ۳/۵ باشد، پاسخ، ناپایدار

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۸. شبیه سازی سیستم MRAS مثال ۵ ـ ۵. سیگنال فرمان موج مربعی با دامنهٔ: (الف) ۰/۱؛ (ب) ۱ و (ج) ۳/۵ است. خروجی مدل، y_m با خط‌چین و خروجی فرایند با خط پر نشان داده شده است. از پارامترهای زیر استفاده شده است: $k = a_1 = a_2 = \theta^* = 1$ و $\gamma = 0/1$.

است. مدل تقریبی، ناپایداری را برای مقادیر u_c بزرگتر از ۳/۱۶ پیش‌بینی می‌کند. همچنین توجه کنید که پاسخ سیستم برای دامنه‌های کوچک u_c به‌طور غیرقابل تحملی کند است.

این مثال بوضوح نشان می‌دهد که انتخاب بهرهٔ تطبیقی بسیار حساس است و مقدار انتخاب شده به سطوح سیگنال وابسته است. به این دلیل، طبیعی به نظر می‌رسد که الگوریتم را به گونه‌ای اصلاح کنیم که به سطوح سیگنال وابسته نباشد. برای این کار قاعدهٔ MIT را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi e$$

که در آن $\varphi = -\partial e / \partial \theta$ است. قاعدهٔ تنظیم اصلاح شدهٔ زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\gamma \varphi e}{\alpha + \varphi^T \varphi} \qquad (۱۶ ـ ۵)$$

که پارامتر $\alpha > 0$ برای اجتناب از مشکلات حاصل از کوچک بودن φ قرار داده شده است. توجه کنید که معادله را به گونه‌ای نوشته‌ایم که در حالتی که θ یک بردار است، نیز قابل اعمال باشد، در

www.powerjam.ir

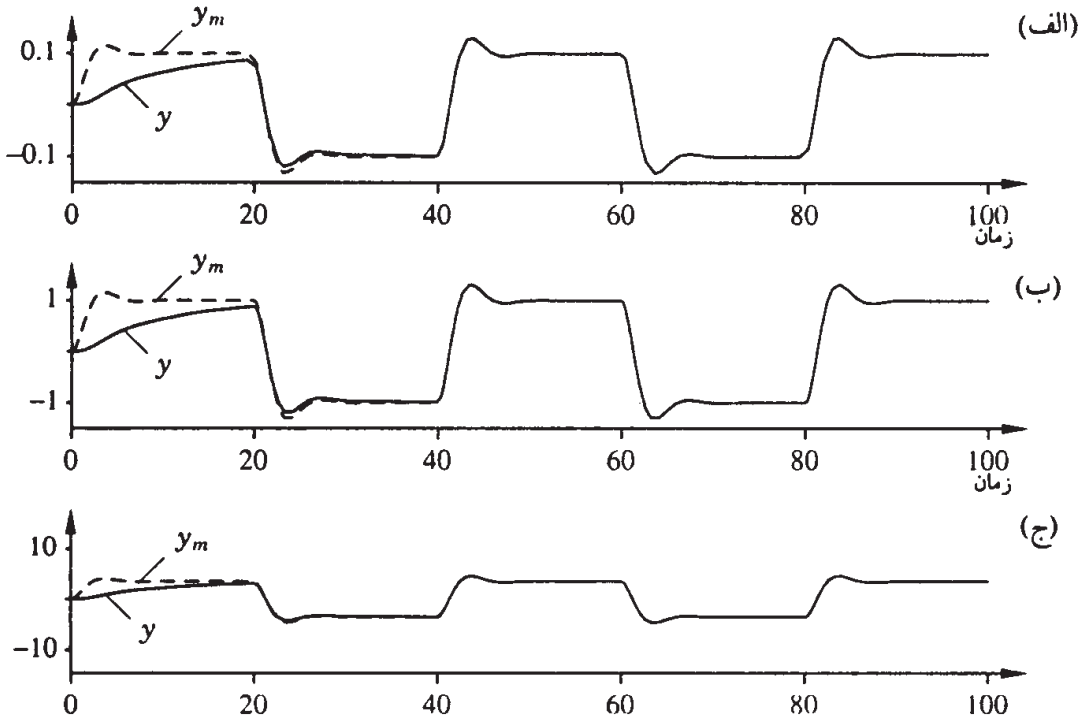
این حالت φ نیز برداری با همان بُعد خواهد بود.

اگر تحلیل آزمایش اندیشه را تکرار کنیم درمی‌یابیم که معادلهٔ (۵ ـ ۱۳) با معادلهٔ زیر جایگزی می‌شود:

$$s + \gamma \frac{\varphi^{\circ} u_c^{\circ}}{\alpha + \varphi^{\circ T} \varphi^{\circ}} kG(s) = 0$$

از آنجا که φ° با u_c° متناسب است، ریشه‌های این معادله تغییر زیادی با سطوح سیگنال نخواهد کرد. قاعدهٔ تنظیم معادلهٔ (۵ ـ ۱۶) *قاعدهٔ MIT نرمالیزه*[1] نامیده می‌شود. در شکل ۵ ـ ۹ عملکرد اصلاح شدهٔ ناشی از استفاده از این الگوریتم نشان داده شده است. مقایسهٔ این شکل با شکل ۵ ـ ۸ نشان می‌دهد که نرمالیزه کردن، مفید واقع شده است.

توجه کنید که قاعدهٔ تنظیم نرمالیزه حتی در حالاتی که قاعدهٔ MIT با مشکل مواجه می‌شود، بسیار خوب عمل می‌کند. در حقیقت می‌توان قاعدهٔ تنظیم اصلاح شده را در محدودهٔ



شکل ۵ ـ ۹. شبیه‌سازی سیستم MRAS مثال ۵ ـ ۵ با قاعدهٔ MIT نرمالیزه. سیگنال فرمان موجی مربعی با دامنهٔ: (الف) ۰/۱، (ب) ۱ و (ج) ۳/۵ است. با شکل ۵ ـ ۸ مقایسه کنید. خروجی مدل y_m با خط‌چین و خروجی فرایند، با خط پر نشان داده شده است. از پارامترهای زیر استفاده شده: $K = a_1 = a_2 = \theta^{\circ} = 1$، $\alpha = 0/001$ و $\gamma = 0/1$.

1. Normalized MIT Rule

www.powerjam.ir

وسیعی از دامنهٔ سیگنالهای فرمان به عملکردی مناسب واداشت. توجه داشته باشید که عمل نرمالیزه کردن با استفاده از الگوریتمهایی براساس تخمین پارامتر به طور خودکار حاصل می‌شود. (با مثال ۲ ـ ۱۶ مقایسه کنید).

خلاصه

اینک می‌توان با در نظر گرفتن قاعدهٔ MIT و بررسی برخی از خواص آن، که تا اینجا انجام شد، ایده‌های کلیدی را خلاصه کرد. مسألهٔ کنترل مدل ـ مرجع را می‌توا ن به صورت ذیل توصیف کرد: فرض کنید عملکرد مطلوب به کمک یک مدلِ مرجع با تابع انتقال $G_m(s)$ مشخص شود و تابع انتقال حلقه ـ بستهٔ فرایند، $G(s, \theta)$ باشد که θ پارامترهای قابل تنظیم است. ضمناً فرض کنید u_c سیگنال فرمان باشد. سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع سعی می‌کند پارامترهای کنترلگر را به‌گونه‌ای تغییر دهد که خطای:

$$e(t) = \big(G(p, \theta) - G_m(p)\big)\, u_c(t)$$

به سمت صفر برود. قاعدهٔ MIT:

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi e$$

را که در آن $\varphi = -\partial e / \partial \theta$ و γ بهرهٔ تطبیق است می‌توان به‌عنوان یک روش گرادیان برای کمینه کردن خطا درنظر گرفت. قاعدهٔ MIT برای حالات مختلف بسیاری قابل اِعمال است؛ چند مثال در این قسمت ارائه شد. انتخاب بهرهٔ تطبیق بسیار بحرانی است و به سطوح سیگنال وابسته است. الگوریتم نرمالیزهٔ:

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \frac{\varphi e}{\alpha + \varphi^T \varphi}$$

حساسیت کمتری به سطوح سیگنال دارد. توجه کنید که در رگولاتور خود تنظیم، مشابه این نوع نرمالیزه کردن به‌طور خودکار انجام می‌گیرد. با معادلهٔ (۳ ـ ۲۲) مقایسه کنید.

آزمایشهاهی عددیِ مقدماتی نشان می‌دهد که سیستمهای حاصل از قاعدهٔ MIT برای بهره‌های تطبیق کوچک، مطابق انتظار عمل می‌کند. برای بهره‌های تطبیق بالا ممکن است رفتار بسیار پیچیده‌ای حاصل شود. در جهت توسعه درکمان از سیستمهای تطبیقی، مسأله پایداری را بررسی خواهیم کرد.

www.powerjam.ir

۵ ـ ۴ نظریهٔ لیاپانف

تضمینی وجود ندارد که یک کنترلگر تطبیقی براساس قاعدهٔ MIT، سیستم حلقه بستهٔ پایداری را نتیجه دهد. واضح است که مایلیم بدانیم آیا روشهای دیگری برای طراحی کنترلگرهای تطبیقی وجود دارد که پایداری سیستم را تضمین کند یا خیر. بعنوان گام اول در این جهت نظریهٔ پایداری لیاپانف را مطرح خواهیم کرد. برای استفادهٔ دانشجویانی که برای نخستین‌بار با نظریهٔ لیاپانف برخورد می‌کنند ابتدا قضیهٔ پایداری را برای سیستمهای مستقل از زمان اثبات خواهیم کرد. سپس نظریهٔ قویتری را برای سیستمهای متغیر با زمان ارائه خواهیم کرد که در طراحی کنترلگرهای تطبیقی قابل استفاده است.

نظریهٔ لیاپانف برای سیستمهای مستقل از زمان

سهم اساسیِ نظریهٔ پایداریِ سیستمهای غیر خطی از آنِ ریاضیدانی روسی به نام لیاپانف (در اواخر قرن نوزدهم) است. لیاپانف معادلهٔ دیفرانسیل غیر خطی زیر را مورد بررسی قرار داد:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \qquad f(0) = 0 \qquad (۱۷ ـ ۵)$$

از آنجا که $f(0) = 0$ است، معادله دارای جواب $x(t) = 0$ است. برای تضمین اینکه یک جواب وجود دارد و یکتاست لازم است نکاتی دربارهٔ $f(x)$ فرض شود. یک فرض کافی آن است که $f(x)$ در همسایگی مبدأ لیپ شیتز محلی[1] باشد. یعنی داشته باشیم:

$$\| f(x) - f(y) \| \leq L \| x - y \| \qquad L > 0$$

لیاپانف علاقه‌مند بود بداند آیا پاسخ معادلهٔ (۵ ـ ۱۷) نسبت به آشفتگیها پایدار است یا خیر. او برای این منظور مفهوم پایداری زیر را مطرح کرد.

تعریف ۵ ـ ۱ پایداری لیاپانف

پاسخ $x(t) = 0$ برای معادلهٔ دیفرانسیل (۵ ـ ۱۷) پایدار نامیده می‌شود اگر برای مقدار داده شدهٔ $\varepsilon > 0$، عدد $\delta(\varepsilon) > 0$ وجود داشته باشد به طوری که همهٔ پاسخهای با شرایط اولیهٔ:

$$\| x(0) \| < \delta$$

1. Locally Lipschitz

www.powerjam.ir

دارای ویژگی زیر باشند:

$$\|x(t)\| < \varepsilon \qquad , \qquad 0 \leqslant t < \infty \qquad (۱۸ ـ ۵)$$

اگر پاسخی پایدار نباشد، ناپایدار است. پاسخ، *پایدار مجانبی* است اگر پایدار باشد و بتوان δای پیدا کرد که هۀ پاسخهای با $\|x(0)\| < \delta$ ، دارای ویژگی: $t \to \infty$ و $\|x(t)\| \to 0$ باشند.

نکتۀ ۱: اگر پاسخی برای هر شرط اولیه‌ای، پایدار مجانبی باشد، آن پاسخ، *پایدار مجانبی فراگیر*[1] نامیده می‌شود.

نکتۀ ۲: توجه کنید که پایداری لیاپانف، پایداری یک پاسخ خصوصی را بیان می‌کند نه معادلۀ دیفرانسیل را.

لیاپانف روشی را برای بررسی پایداری براساس پیدا کردن تابعی با ویژگیهای خاصی ارائه کرد. برای توضیح این مطلب، ابتدا مفهوم توابع معیّن مثبت را معرفی خواهیم کرد.

تعریف ۵ ـ ۲ توابع معیّن مثبت و نیمه معیّن مثبت

تابع "پیوسته مشتق‌پذیر" $V: R^n \to R$ در ناحیۀ $U \subset R^n$ (که شامل مبدأ است) معیّن مثبت نامیده می‌شود اگر داشته باشیم:

۱) $V(0) = 0$؛

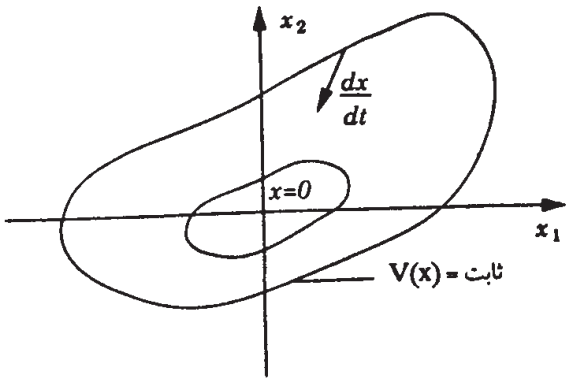
۲) $x \neq 0$ و $x \in U$, $V(x) > 0$.

اگر شرط ۲ با $V(x) \geqslant 0$ جایگزین شود، تابع نیمه معیّن مثبت نامیده می‌شود.

یک تابع معیّن مثبت دارای منحنیهای سطحی است که مبدأ را دربر می‌گیرد. منحنیهایی که مربوط به مقادیر بزرگتر تابع است منحنیهایی راکه به مقادیر کوچکتر تابع مربوط می‌شود، دربر می‌گیرد. حالت دو بُعدی این مطلب در شکل ۵ ـ ۱۰ نشان داده شده است. اگر بتوان تابعی یافت که بردار سرعت آن، $\frac{dx}{dt} = f(x)$ همواره به سمت داخل منحنیهای سطح اشاره کند، آنگاه بطور حسّی واضح بنظر می‌رسد که پاسخی که از داخل یک منحنی سطح شروع شود به هیچ وجه نمی‌تواند به خارج از همان منحنی سطح عبور کند. قضیۀ ذیل مطرح می‌شود.

1. Globally Asymptotically Stable

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۱۰. بیان روش لیاپانف برای بررسی پایداری

قضیهٔ ۵ ـ ۱ قضیهٔ پایداری لیاپانف: سیستمهای مستقل از زمان

اگر تابع $V: R^n \to R$ معیّن مثبت بوده، مشتق آن براساس معادلهٔ (۵ ـ ۱۷) به صورت زیر:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V^T}{\partial x}\frac{dx}{dt} = \frac{\partial V^T}{\partial x} f(x) = -W(x) \qquad (۱۹ ـ ۵)$$

نیمه معیّن منفی باشد، آنگاه پاسخ $x(t) = ۰$ به معادلهٔ (۵ ـ ۱۷) پایدار است. اگر $\frac{dV}{dt}$ معیّن منفی باشد، آنگاه این پاسخ پایدار مجانبی نیز خواهد بود. تابع V برای سیستم (۵ ـ ۱۷)، *معادلهٔ لیاپانف* نامیده می‌شود؛ بعلاوه اگر:

$$\frac{dV}{dt} < ۰ \quad ,$$
$$\lim_{\|x\| \to \infty} V(x) = \infty$$

آنگاه پاسخ، پایدار مجانبی فراگیر است.

برهان: فرض می‌کنیم مقدار $\varepsilon > ۰$ به گونه‌ای باشد که داشته باشیم $\{x \mid \|x\| \leqslant \varepsilon\} \in U$ و ℓ، و δ را به گونه‌ای تعیین کنید که:

$$\ell = \min_{\|x\| = \varepsilon} V(x) = \max_{\|x\| \leqslant \delta} V(x) \qquad (۲۰ ـ ۵)$$

شرایط اولیه را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\|x(۰)\| < \delta$$

از آنجا که V معیّن مثبت است، از تعریف ۵ ـ ۲ نتیجه می‌شود که:

$$V\big(x(۰)\big) < \ell$$

www.powerjam.ir

برای اثبات اینکه نامساوی (۵ ـ ۱۸) برآورده می‌شود از طریق برهان خلف عمل می‌کنیم: فرض کنید t_1 کوچکترین مقداریی است که در رابطهٔ $\|x(t_1)\| = \varepsilon$ صدق می‌کند. از معادلهٔ (۵ ـ ۲۰) نتیجه می‌شود که:

$$V\big(x(t_1)\big) \geq \ell$$

بعلاوه:

$$V\big(x(t_1)\big) = V\big(x(0)\big) + \int_0^{t_1} \frac{dV}{dt}\,dt = V\big(x(0)\big) - \int_0^{t_1} W\big(x(s)\big)\,ds \quad (۵ ـ ۲۱)$$

از آنجا که $W(x)$ نیمه معیّن مثبت است، نتیجه می‌شود که:

$$V\big(x(t_1)\big) \leq V\big(x(0)\big) < \ell$$

و این، تناقض است؛ لذا می‌توان نتیجه گرفت که برای تمام مقادیر t، رابطهٔ $\|x(t)\| < \varepsilon$ برقرار است و از تعریف ۵ ـ ۱ نتیجه می‌شود که پاسخ $x(t) = 0$ پایدار است. برای اثبات پایدار مجانبی، توجه داریم که از معادلهٔ (۵ ـ ۲۱) رابطهٔ زیر نتیجه می‌شود:

$$0 \leq \int_0^t W\big(x(s)\big)\,ds = V\big(x(0)\big) - V\big(x(t)\big) \leq \ell$$

چون $W(x)$ و $x(t)$ پیوسته هستند، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\lim_{t\to\infty} W\big(x(t)\big) = 0$$

اگر $W(x)$ معیّن مثبت‌باشد، نتیجه‌می‌شود که با افزایش t به سمت بینهایت داریم: $x(t) \longrightarrow 0$.

نکته: توجه کنید که از برهان فوق نتیجه می‌شود که اگر مشتق تابع لیاپانف نیمه معیّن منفی باشد، پاسخ، به مجموعهٔ $\{x \mid W(x) = 0\}$ همگرا می‌شود.

پیدا کردن توابع لیاپانف

قضیهٔ لیاپانف بسیار ظریف است. لیکن لازم است روشهایی برای ساختن توابع لیاپانف داشته باشیم. روشی کلی برای ساختن توابع لیاپانف برای یک سیستم پایدار وجود ندارد. بنابراین برای اعمال این روش باید به روش سعی و خطا متوسل شویم. یک تلاش اولیه خوب، آزمودن توابع درجه دوم است. در هر صورت برای سیستمهای خطی، نتیجهٔ مهم زیر وجود دارد:

www.powerjam.ir

قضیهٔ ۵ ـ ۲ توابع لیاپانف برای سیستمهای خطی

فرض کنید سیستم خطی زیر، پایدار مجانبی باشد:

$$\frac{dx}{dt} = Ax \qquad (۲۲ ـ ۵)$$

آنگاه برای هر ماتریس معیّن مثبت متقارنِ Q، یک ماتریس معیّن مثبت متقارن P یکتا وجود دارد

به‌طوری که رابطهٔ زیر برقرار شود:

$$A^TP + PA = -Q \qquad (۲۳ ـ ۵)$$

بعلاوه تابع:

$$V(x) = x^TPx \qquad (۲۴ ـ ۵)$$

یک تابع لیاپانف برای معادلهٔ (۵ ـ ۲۲) است.

برهان: فرض کنید Q یک ماتریس معیّن مثبت متقارن باشد. تعریف می‌کنیم:

$$P(t) = \int_0^t e^{A^T(t-s)}\, Q\, e^{A(t-s)}\, ds$$

ماتریس P، متقارن و معیّن مثبت است، زیرا انتگرال ماتریسهای معیّن مثبت، خود معیّن مثبت خواهد بود. همچنین ماتریس P در رابطهٔ زیر صدق می‌کند:

$$\frac{dP}{dt} = A^TP + PA + Q$$

از آنجا که ماتریس A پایدار است، حد ذیل:

$$P_0 = \lim_{t\to\infty} P(t)$$

وجود دارد. این ماتریس معادلهٔ (۵ ـ ۲۳) را برآورده می‌کند. همچنین می‌توان نشان داد که پاسخ معادلهٔ (۵ ـ ۲۳) یکتا است که بحث را کامل می‌کند.

بنابراین برای سیتمهای پایدار خطی همواره می‌توان یک تابع لیاپانف درجه دوم پیدا کرد. برای استفاده از قضیهٔ ۵ ـ ۲ به منظور یافتن یک تابع لیاپانف، ابتدا یک ماتریس مثبت Q انتخاب کرده، معادلهٔ خطی (۵ ـ ۲۳) را برای P حل می‌کنیم. مثال زیر چگونگی این کار را نشان می‌دهد:

www.powerjam.ir

مثال ۵ ـ ۶ توابع لیاپانف برای سیستمهای خطی

سیستم خطی (۵ ـ ۲۲) را با ماتریس A زیر در نظر بگیرید:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}$$

که فرض می‌شود همهٔ مقادیر ویژهٔ A در نیم صفحهٔ چپ باشد. فرض کنید ماتریس Q به صورت زیر باشد:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}$$

که در آن q_1 و q_2 مثبت هستند؛ علاوه بر این ماتریس P را به شکل زیر در نظر می گیریم:

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix}$$

در این صورت معادلهٔ (۵ ـ ۲۳) به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} 2a_1 & 2a_3 & 0 \\ a_2 & a_1 + a_4 & a_3 \\ 0 & 2a_2 & 2a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ P_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_1 \\ 0 \\ -q_2 \end{bmatrix}$$

که معادله‌ای خطی است. از قضیهٔ ۵ ـ ۲ نتیجه می‌شود که اگر A ماتریسی پایدار باشد همواره این معادله دارای پاسخ معیّن مثبت P است.

نظریهٔ لیاپانف برای سیستمهای متغیر با زمان

حال معادلهٔ دیفرانسیل متغیر با زمان از نوع زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) \qquad (۵ ـ ۲۵)$$

اگر برای تمام مقادیر $t \geq 0$، $f(0, t) = 0$ باشد، مبدأ یک نقطهٔ تعادل برای معادلهٔ (۵ ـ ۲۵)

www.powerjam.ir

خواهد بود. فرض می‌شود f به گونه‌ای است که برای تمام مقادیر $t \geq 0$، جواب وجود دارد. برای تضمین این مطلب فرض می‌شود که f روی t به طور قطعه‌ای پیوسته و نسبت به x در مجاورت $x(t) = 0$ لیپ شیتز محلی باشد. حال پایداری پاسخ $x(t) = 0$ را بررسی می‌کنیم.

پاسخ در حالت متغیر با زمان، به t و زمان شروع t_0 و در نتیجه مرز δ در تعریف ۵ ـ ۱ به ε و t_0 وابسته خواهد بود. می‌توان تعریف پایداری را برای به دست آوردن خواص پایداری یکنواخت نسبت به زمان اولیه اصلاح کرد.[1] تعریف زیر را خواهیم داشت:

تعریف ۵ ـ ۳ پایداری لیاپانف یکنواخت

پاسخ $x(t) = 0$ مربوط به معادلهٔ (۵ ـ ۲۵) به *طور یکنواخت*، *پایدار است* اگر برای $\varepsilon > 0$، عدد $\delta(\varepsilon) > 0$ مستقل از t_0 چنان وجود داشته باشد که بتوان نوشت:

$$\|x(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon \qquad \forall t \geq t_0 \geq 0$$

پاسخ، *پایدار مجانبی* یکنواخت[1] است اگر به طور یکنواخت پایدار بوده و $c > 0$ مستقل از t_0 چنان وجود داشته باشد. که برای تمام $\|x(t_0)\| < c$، به طور یکنواخت در t_0، با $t \to \infty$ داشته باشیم $x(t) \to 0$.

برای بیان قضیهٔ پایداری برای پاسخهای معادلهٔ (۵ ـ ۲۵)، ابتدا لازم است توابع کلاس **K** را معرفی کنیم.

تعریف ۵ ـ ۴ تابع کلاس K

تابع پیوستهٔ $\alpha: [0, a) \to [0, \infty)$ متعلق به کلاس **K** گفته می‌شود اگر اکیداً افزایشی[2] بوده و $\alpha(0) = 0$ باشد. این تابع متعلق به کلاس $\mathbf{K}_\infty$ گفته می‌شود اگر $a = \infty$ باشد و با $r \to \infty$ داشته باشیم $\alpha(r) \to \infty$.

حال می‌توان قضیهٔ پایداری زیر را برای سیستمهای متغیر با زمان مطرح کرد.

قضیهٔ ۵ ـ ۳ قضیهٔ پایداری لیاپانف: سیستمهای متغیر با زمان

فرض کنید $x = 0$ یک نقطهٔ تعادل معادلهٔ (۵ ـ ۲۵) و $D = \{x \in R^n \mid \|x\| < r\}$ باشد. ضمناً فرض کنید V تابعی "پیوسته مشتق‌پذیر" و برای تمام مقادیر $t \geq 0$ به صورت

1. Uniformly Asymptotically Stable
2. Strictly Increasing

www.powerjam.ir

زیر باشد:

$$\alpha_1(\|x\|) \leqslant V(x,t) \leqslant \alpha_2(\|x\|) \qquad (۲۶-۵)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(x,t) \leqslant -\alpha_3(\|x\|)$$

که α_1، α_2 و α_3 توابع کلاس K هستند. در این صورت $x = 0$ پایدار مجانبی یکنواخت است.

برهان: اثبات این قضیه در مرجع خلیل[1] (۱۹۹۲) وجود دارد.

نکتهٔ ۱: مشتق V در مسیر معادلهٔ (۵ ـ ۲۵) به صورت زیر است:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(x,t)$$

نکتهٔ ۲: تابع $V(x,t)$ که نامعادلهٔ سمت چپ (۵ ـ ۲۶) را برقرار نماید، معیّن مثبت نامیده می‌شود. تابعی که نامعادلهٔ سمت راست (۵ ـ ۲۶) را برقرار سازد، *کاهشی*[2] نامیده می‌شود.

نکتهٔ ۳: برای نشان دادن پایداری سیستمهای متغیر با زمان، لازم است تابع $V(x,t)$ را با یک تابع مستقل از t محدود کنیم.

هنگام استفاده از نظریهٔ لیاپانف در مسائل کنترل تطبیقی اغلب به این مسأله می‌رسیم که $\frac{dV}{dt}$ تنها نیم معیّن منفی است. در نتیجه لازم است یک سری شروط اضافی نیز بر سیستم اعمال شود. لم زیر نتیجهٔ مفیدی می‌دهد.

لم ۵ ـ ۱ لم باربالات[3]

اگر g تابعی حقیقی از متغیر حقیقیِ t بوده که در $t \geqslant 0$ تعریف شده، به طور یکنواخت پیوسته باشد و همچنین اگر حد انتگرال:

$$\int_0^t g(s)\,ds$$

با افزایش t به سمت بینهایت موجود و متناهی باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$\lim_{t\to\infty} g(t) = 0$$

1. Khalil 2. Decrescent 3. Barbalat's Lemma

www.powerjam.ir

نکته: یک نتیجهٔ لم باربالات آن است که اگر $g \in L_2$ و $\frac{dg}{dt}$ کراندار باشد، آنگاه:

$$\lim_{t\to\infty} g(t) = 0$$

برای اعمال نظریهٔ لیاپانف بر یک مسألهٔ کنترل تطبیقی، مشتق زمانی تابع لیاپانف V را به‌دست می‌آوریم که به سیگنال کنترل و سایر سیگنالهای موجود در سیستم، وابسته خواهد بود. اگر این سیگنالها محدود باشد، می‌توان به منظور اثبات پایداری از لم ۵ ـ ۱ و نکتهٔ مربوط به آن برای تابع $\frac{dV}{dt}$ استفاده کرد. در این خصوص، قضیهٔ زیر را مطرح می‌کنیم.

قضیهٔ ۵ ـ ۴ کرانداری و مجموعهٔ همگرایی

فرض کنید $D = \{x \in R^n \mid \|x\| < r\}$ و $f(x,t)$ لیپ شیتز محلی در $D \times [0, \infty)$ باشد. در ضمن فرض کنید V تابعی "پیوسته مشتق‌پذیر" به صورت زیر باشد:

$$\alpha_1(\|x\|) \leqslant V(x,t) \leqslant \alpha_2(\|x\|)$$

و برای هر $t \geqslant 0$ و هر $x \in D$ داشته باشیم:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(x,t) \leqslant -W(x) \leqslant 0$$

که α_1 و α_2 توابع کلاس K تعریف شده در $[0, r)$ و $W(x)$ در D پیوسته است؛ بعلاوه فرض کنید $\frac{dV}{dt}$ روی t به طور یکنواخت پیوسته باشد. در این صورت تمام جوابهای معادلهٔ (۵ـ۲۵) با $\|x(t_0)\| < \alpha_2^{-1}(\alpha_1(r))$ کراندار هستند و هنگامی که $t \to \infty$ میل کند، داریم:

$$W(x(t)) \to 0$$

علاوه بر این اگر همهٔ مفروضات بطور فراگیر برقرار شوند و α_1 به کلاس K_∞ تعلق داشته باشد، این موضوع برای تمام $x(t_0) \in R^n$ درست خواهد بود.

اثبات قضیه‌ای که همان قضیهٔ فوق با کمی اصلاح است در مرجع خلیل (۱۹۹۲) وجود دارد. این قضیه می‌گوید که حالتهای سیستم کراندار بوده، در نهایت به مجموعه $\{x \in D \mid W(x) = 0\}$ میل می‌کنند. در این قضیه $\frac{dV}{dt}$ به طور یکنواخت پیوسته فرض می‌شود بدین معنی که این پیوستگی از t مستقل است. یک شرط کافی برای این مطلب آن است که $\ddot{V}$ کراندار باشد.

www.powerjam.ir

۵ ـ ۵ طراحی MRAS با استفاده از نظریهٔ لیاپانف

حال نشان خواهیم داد که چگونه نظریهٔ پایداری لیاپانف برای ساختن الگوریتمهایی برای تنظیم پارامترها در سیستمهای تطبیقی قابل استفاده است. برای این کار ابتدا یک معادلهٔ دیفرانسیل برای خطای $e = y - y_m$ به دست می‌آوریم. این معادلهٔ دیفرانسیل شامل پارامترهای قابل تنظیم است. سپس سعی می‌کنیم یک تابع لیاپانف و یک مکانیزم تنظیم به گونه‌ای پیدا کنیم که خطا به سمت صفر میل کند. هنگام استفاده از نظریهٔ لیاپانف در سیستمهای تطبیقی در می‌یابیم که معمولاً $\frac{dv}{dt}$ فقط نیمه معیّن منفی است. روند کار، تعیین معادلهٔ خطا و یک تابع لیاپانف با مشتق دوم کراندار است. آنگاه از قضیهٔ ۵ ـ ۴ برای نشان دادن کرانداری و اینکه خطا به سمت صفر می‌رود، استفاده می‌شود. برای نشان دادن همگرایی پارامتر لازم است شروط بیشتری مانند تحریک پایا و رؤیت پذیری یکنواخت، بر سیگنال مرجع و سیستم اعمال شود. (مراجع آخر فصل را ببینید). با یک مثال ساده شروع می‌کنیم.

مثال ۵ ـ ۷ MRAS مرتبهٔ اول براساس نظریهٔ پایداری

مسألهٔ مثال ۵ ـ ۲ را در نظر بگیرید. پاسخ مطلوب به صورت زیر است:

$$\frac{dy_m}{dt} = -a_m y_m + b_m u_c$$

که $a_m > 0$ و سیگنال مرجع، کراندار است. فرایند با معادلهٔ زیر توصیف می‌شود.

$$\frac{dy}{dt} = -ay + bu$$

کنترلگر نیز به صورت ذیل است:

$$u = \theta_1 u_c - \theta_2 y$$

خطای زیر را در نظر بگیرید:

$$e = y - y_m$$

از آنجا که سعی بر کوچک کردن خطا داریم، طبیعی است که معادلهٔ دیفرانسیلی برای خطا به دست آوریم. داریم:

$$\frac{de}{dt} = -a_m e - (b\theta_2 + a - a_m)y + (b\theta_1 - b_m)u_c$$

www.powerjam.ir

توجه کنید که اگر پارامترها با مقادیر داده شده در معادلات (۵ ـ ۸) برابر باشد، خطا به سمت صفر می‌رود. حال سعی خواهیم کرد مکانیزم تنظیمی بیابیم که پارامترهای θ_1 و θ_2 را به مقادیر مطلوب برساند. برای این منظور فرض کنید $b\gamma > 0$ باشد و تابع درجه دوم زیر را تعریف می‌کنیم:

$$V(e,\theta_1,\theta_2)=\frac{1}{2}\left(e^2+\frac{1}{b\gamma}(b\theta_2+a-a_m)^2+\frac{1}{b\gamma}(b\theta_1-b_m)^2\right)$$

وقتی که e صفر و پارامترهای کنترلگر با مقادیر صحیح برابر باشد، آنگاه این تابع صفر است. برای اینکه این تابع بتواند یک تابع لیاپانف باشد، باید مشتق $\frac{dV}{dt}$، منفی باشد. مشتق این تابع به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt}&=e\frac{de}{dt}+\frac{1}{\gamma}(b\theta_2+a-a_m)\frac{d\theta_2}{dt}+\frac{1}{\gamma}(b\theta_1-b_m)\frac{d\theta_1}{dt}\\&=-a_m e^2+\frac{1}{\gamma}(b\theta_2+a-a_m)\left(\frac{d\theta_2}{dt}-\gamma ye\right)\\&\quad+\frac{1}{\gamma}(b\theta_1-b_m)\left(\frac{d\theta_1}{dt}+\gamma u_c e\right)\end{aligned}$$

اگر پارامترها به صورت زیر بهنگام شوند:

$$\begin{aligned}\frac{d\theta_1}{dt}&=-\gamma u_c e\\ \frac{d\theta_2}{dt}&=-\gamma ye\end{aligned}\qquad(۵ ـ ۲۷)$$

خواهیم داشت:

$$\frac{dV}{dt}=-a_m e^2$$

بنابراین مشتق تابع V نسبت به زمان نیمه معیّن منفی است نه معیّن منفی. در نتیجه $V(t)\leqslant V(0)$ و بنابراین e، θ_1 و θ_2 باید کراندار باشند، در نتیجه $y=e+y_m$ نیز کراندار است. برای استفاده از قضیهٔ ۵ ـ ۴ مشتق دوم v را به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$\frac{d^2V}{dt^2}=-2a_m e\frac{de}{dt}=-2a_m e\left(-a_m e-(b\theta_2+a-a_m)y+(b\theta_1-b_m)u_c\right)$$

چون u_c، e و y کراندار هستند، نتیجه می‌شود که $\ddot{V}$ نیز کراندار است؛ بنابراین $\frac{dV}{dt}$ به‌طور یکنواخت پیوسته خواهد بود. حال از قضیهٔ ۵ ـ ۴ نتیجه می‌شود که خطای e به سمت صفر

www.powerjam.ir

خواهد رفت. لیکن پارامترها لزوماً به مقادیر صحیح همگرا نخواهند شد؛ و فقط نشان داده می‌شود که کراندار هستند. برای همگرا شدن پارامترها لازم است شروطی را بر تحریک سیستم اعمال کنیم. (با مثال ۵ ـ ۳ مقایسه کنید).

قاعدهٔ تطبیق معادلات (۵ ـ ۲۷)، مشابه قاعدهٔ MIT معادلات (۵ ـ ۹) است، با این تفاوت که مشتقهای حساسیت با سیگنالهای دیگری جایگزین شده است. نمودار بلوکی این سیستم در شکل ۵ ـ ۱۱ نشان داده شده است.

این شکل را با نمودار بلوکی متناظر آن برای سیستمی با قاعدهٔ MIT در شکل ۵ ـ ۴ مقایسه کنید. تنها تفاوت آن است که در قاعدهٔ لیاپانف سیگنالهای u_c و y فیلتر نمی‌شوند. در هر دو حالت قانون تنظیم به صورت زیر قابل بیان است.

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi e$$

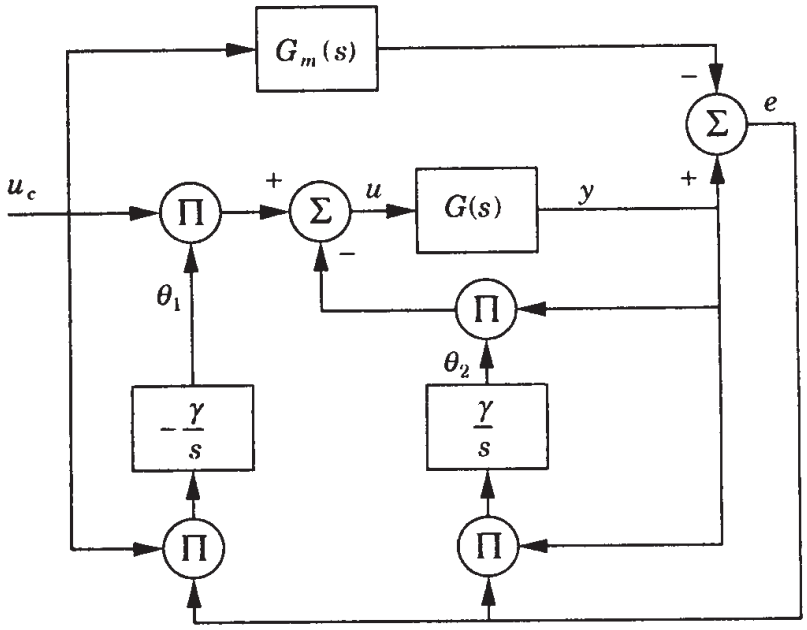
که در آن θ برداری از پارامترهاست و برای قاعدهٔ لیاپانف

$$\varphi = [-u_c \quad y]^T$$

و برای قاعدهٔ MIT این بردار برابر

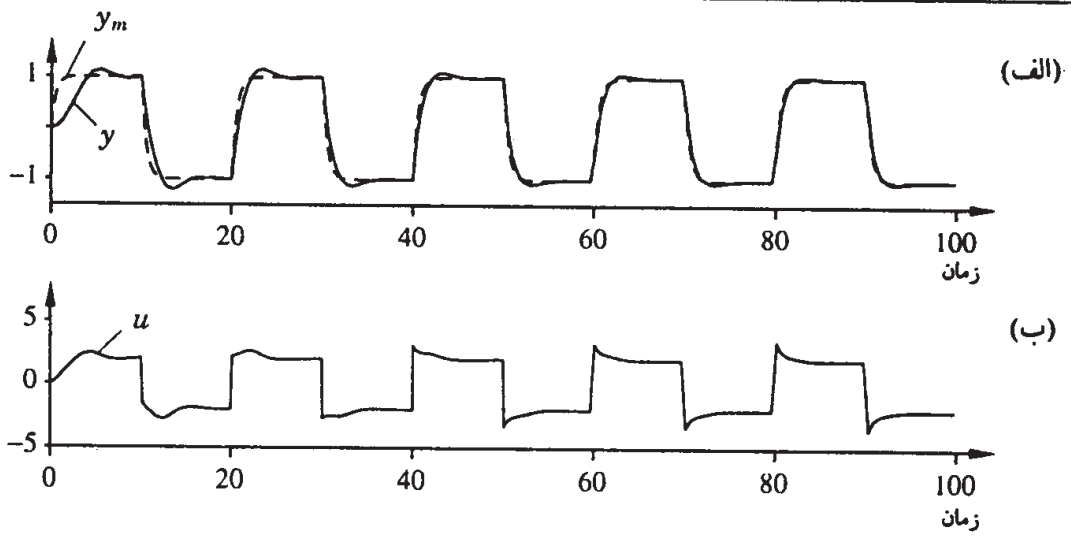
$$\varphi = \frac{a_m}{p + a_m}[-u_c \quad y]^T$$

است.



شکل ۵ ـ ۱۱. نمودار بلوکی سیستم MRAS براساس نظریهٔ لیاپانف برای یک سیستم مرتبه اول. این سیستم را با کنترلگری که برای همان سیستم و براساس قاعدهٔ MIT طرح شده (شکل ۵ ـ ۴) مقایسه کنید.

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۱۲. شبیه سازی سیستم مثال ۵ ـ ۷ با استفاده از کنترلگر تطبیقی براساس نظریهٔ لیاپانف. مقدار پارامترها برابر $a = ۱$، $b = ۰/۵$، $a_m = b_m = ۲$ و $\gamma = ۱$ است. (الف) خروجی فرایند (خط پر) و خروجی مدل (خط چین)؛ (ب) سیگنال کنترل

قاعدهٔ تنظیم حاصل از نظریهٔ لیاپانف ساده‌تر است زیرا نیازی به فیلترکردن سیگنالها ندارد. شکل ۵ ـ ۱۲ شبیه سازی سیستم را برای $G(s) = ۰/۵ / (s + ۱)$ و $G_m(s) = ۲ / (s + ۲)$ نشان می‌دهد. رفتار این سیستم کاملاً با رفتار سیستم حاصل از قاعدهٔ MIT در شکل ۵ ـ ۵ مشابه است. امّا دقت کنید که با استفاده از نظریهٔ لیاپانف، امکان استفاده از مقادیر به اندازهٔ دلخواه بزرگِ γ وجود دارد.

شکل ۵ ـ ۱۳، تخمین پارامترها را در شبیه‌سازی برای مقادیر مختلف بهرهٔ تطبیق γ نشان می‌دهد. برای مقایسه، پارامترهای حاصل از قاعدهٔ MIT را نیز نشان داده‌ایم.

سیستمهای فضای حالت

حال نشان خواهیم داد که چگونه می‌توان از نظریهٔ لیاپانف برای به دست آوردن MRAS های پایدار برای سیستمهای خطی عمومی استفاده کرد. ایده، همان است که قبلاً استفاده شد و به صورت زیر قابل توصیف است.

۱ ـ یک ساختار کنترلگر پیدا کنید؛

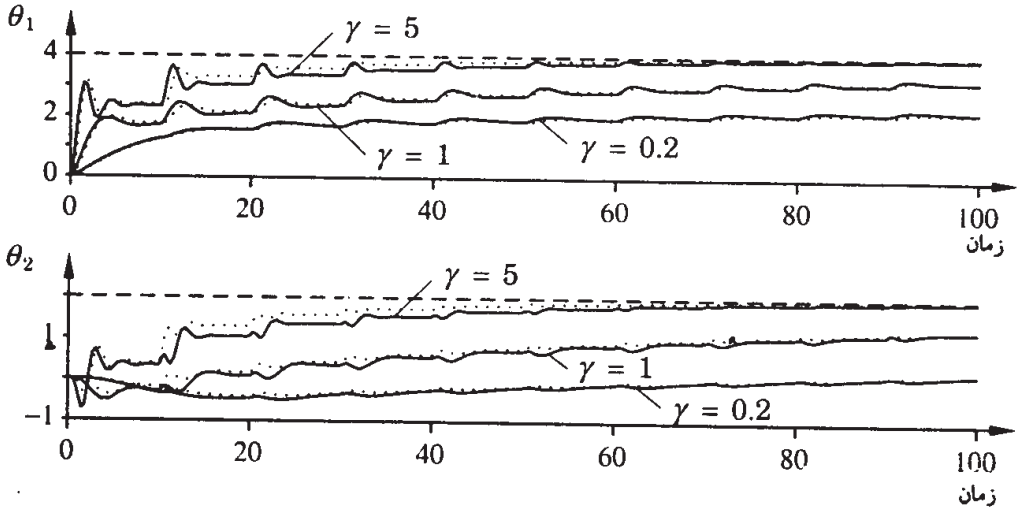
۲ ـ معادلهٔ خطا را بدست آورید؛

۳ ـ یک تابع لیاپانف پیدا کرده، از آن برای به دست آوردن قانون بهنگام کردن پارامترها استفاده کنید که خطا را به سمت صفر میل دهد.

سیستم خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \qquad (۲۹ ـ ۵)$$

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۱۳. پارامترهای کنترلگر θ_1 و θ_2 برای سیستم مثال ۵ ـ ۷ وقتی که $\gamma = ۰/۲ , ۱ , ۵$ باشد. نقطه‌چین‌ها پارامترهای حاصل از قاعدهٔ MIT هستند. با شکل ۵ ـ ۶ مقایسه کنید.

فرض کنید مطلوب پیداکردن قانون کنترلی باشد که پاسخ آن به سیگنالهای فرمان به صورت زیر باشد:

$$\frac{dx_m}{dt} = A_m x_m + B_m u_c \qquad (۳۰ ـ ۵)$$

یک قانون کنترل خطی عمومی برای سیستم معادلهٔ (۵ ـ ۲۹) به صورت زیر است:

$$u = Mu_c - Lx \qquad (۳۱ ـ ۵)$$

در این صورت سیستم حلقه ـ بسته به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{dx}{dt} = (A - BL)x + BMu_c = A_c(\theta)x + B_c(\theta)u_c \qquad (۳۲ ـ ۵)$$

قانون کنترل به صورتهای مختلفی قابل پارامتریزه شدن است. همهٔ پارامترهای ماتریسهای L و M به صورت آزاد قابل انتخاب هستند. از طرفی ممکن است قیودی براین پارامترها گذاشته شود. با فرض اینکه سیستم حلقه ـ بسته توسط معادلهٔ (۵ ـ ۳۲) توصیف شود که در آن ماتریسهای A_c و B_c توابعی از پارامتر θ باشند، حالت عمومی به دست می‌آید.

شروط سازگاری: همواره این امکان وجود دارد که پارامترهای θ را به گونه‌ای انتخاب کرد که معادلهٔ (۵ ـ ۳۲) با معادلهٔ (۵ ـ ۳۰) معادل باشد. یک شرط کافی برای این کار آن است که پارامتر θ^* ای وجود داشته باشد که:

$$A_c(\theta^*) = A_m$$
$$B_c(\theta^*) = B_m \qquad (۳۳ ـ ۵)$$

www.powerjam.ir

باشد. این شرط برای تعقیب کامل مدل، نسبتاً شدید است. وقتی که همهٔ پارامترهای قانون کنترل به طور آزاد انتخاب شوند، نتیجه می‌شود:

$$A - A_m = BL$$
$$B_m = BM$$

این بدان معناست که ستونهای ماتریسهای $A - A_m$ و B_m ترکیب خطی از ستونهای ماتریس B هستند. اگر این شرایط برقرار و ستونهای B و B_m مستقل خطی باشد، ماتریسهای L و M به صورت زیر به دست می‌آید:

$$L = (B^T B)^{-1} B^T (A - A_m) = (B_m^T B)^{-1} B_m^T (A - A_m)$$

$$M = (B^T B)^{-1} B^T B_m = (B_m^T B)^{-1} B_m^T B_m$$

معادلهٔ خطا : خطا را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$e = x - x_m$$

از کم کردن معادلهٔ (۵ ـ ۳۰) از معادلهٔ (۵ ـ ۲۹) داریم:

$$\frac{de}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{dx_m}{dt} = Ax + Bu - A_m x_m - B_m u_c$$

از کم و اضافه کردن $A_m x$ به سمت راست معادلهٔ فوق، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\frac{de}{dt} &= A_m e + (A - A_m - BL)x + (BM - B_m)u_c \\ &= A_m e + \big(A_c(\theta) - A_m\big)x + \big(B_c(\theta) - B_m\big)u_c \qquad (۵ ـ ۳۴) \\ &= A_m e + \Psi(\theta - \theta^*)\end{aligned}$$

برای به دست آوردن تساوی آخر فرض شده شرایط تعقیب کامل مدل، فراهم آمده است. این موضوع برای وجود θ^* لازم است. برای به دست آوردن قانون تنظیم پارامتر، تابع لیاپانف زیر را در نظر می‌گیریم:

$$V(e, \theta) = \frac{1}{2}\big(\gamma e^T P e + + (\theta - \theta^*)^T (\theta - \theta^*)\big)$$

www.powerjam.ir

که در آن P یک ماتریس معین مثبت است. تابع V نیز معین مثبت است. برای آزمودن این تابع به عنوان یک تابع لیاپانف، مشتق زمانی کامل آن را به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\gamma}{2} e^T Q e + \gamma(\theta - \theta^*)\Psi^T P e + (\theta - \theta^*)^T \frac{d\theta}{dt}$$

$$= -\frac{\gamma}{2} e^T Q e + (\theta - \theta^*)^T \left(\frac{d\theta}{dt} + \gamma \Psi^T P e\right)$$

که در آن Q معیّن مثبت است و در رابطهٔ زیر صدق می‌کند:

$$A_m^T P + P A_m = -Q$$

توجه کنید که از قضیهٔ ۵ ـ ۲ نتیجه می‌شود که اگر A_m پایدار باشد، همواره یک زوج ماتریس معیّن مثبت P و Q با ویژگی فوق وجود دارد.

اگر قانون تنظیم پارامتر به صورت زیر انتخاب شود:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \Psi^T P e \qquad (۳۵ ـ ۵)$$

خواهیم داشت:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\gamma}{2} e^T Q e$$

ملاحظه می‌شود که مشتق زمانی تابع لیاپانف نیمه معیّن منفی است. با استفاده از لم ۵ ـ ۱ به همان صورت مثال ۵ ـ ۷ می‌توان نشان داد که خطا به سمت صفر می‌رود. توجه کنید که همهٔ حالتهای x را قابل اندازه‌گیری فرض کرده‌ایم.

تطبیق بهرهٔ پیشخور

حال سعی می‌کنیم از نظریهٔ لیاپانف برای به دست آوردن قوانین تنظیم پارامتر برای مسألهٔ تنظیم یک بهرهٔ پیشخور استفاده کنیم. حالتی در نظر می‌گیریم که سیستم دارای تابع انتقال kG(s) با G(s) معلوم و k نامعلوم باشد. پاسخ مطلوب با تابع انتقال $k_0 G(s)$ داده می‌شود. این مسأله قبلاً در مثالهای ۵ ـ ۱ و ۵ ـ ۳ توضیح داده شد. خطا به صورت زیر است:

$$e = \big(kG(p) - k_0 G(p)\big) u_c = kG(p)(\theta - \theta^*) u_c$$

www.powerjam.ir

که در آن $\theta^* = k_0 / k$ است. برای استفاده از نظریه لیاپانف، ابتدا نمایش فضای حالت تابع انتقال G را در نظر می‌گیریم. رابطهٔ بین پارامتر θ و خطای e به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + B(\theta - \theta^*)u_c \\ e &= Cx \end{aligned} \qquad (۳۶ - ۵)$$

اگر سیستمِ همگنِ $\dot{x} = Ax$، پایدار مجانبی باشد، ماتریسهای معیّن مثبت P و Q چنان یافت می‌شوند که :

$$A^T P + PA = -Q \qquad (۳۷ - ۵)$$

اینک تابع زیر را به عنوان یک تابع نامزد لیاپانف انتخاب می‌کنیم:

$$V = \frac{۱}{۲}\left(\gamma x^T P x + (\theta - \theta^*)^۲\right)$$

مشتق زمانیِ تابع V، با در نظر گرفتن معادلات دیفرانسیل (۵ ـ ۳۶)، به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\gamma}{۲}\left(\frac{dx^T}{dt}Px + x^T P\frac{dx}{dt}\right) + (\theta - \theta^*)\frac{d\theta}{dt}$$

و با استفاده از معادلهٔ (۵ ـ ۳۶) خواهیم داشت:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\gamma}{۲}\Big[\left(Ax + Bu_c(\theta - \theta^*)\right)^T Px + x^T P\left(Ax + Bu_c(\theta - \theta^*)\right)\Big]$$

$$+ (\theta - \theta^*)\frac{d\theta}{dt}$$

$$= -\frac{\gamma}{۲}x^T Q x + (\theta - \theta^*)\left(\frac{d\theta}{dt} + \gamma u_c B^T P x\right)$$

حال اگر قانون تنظیم پارامتر اینگونه انتخاب شود:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma u_c B^T P x \qquad (۳۸ - ۵)$$

تا زمانی که $x \neq ۰$ باشد، مشتقِ تابعِ لیاپانف، منفی خواهد بود. با افزایش t به سمت بینهایت، بردار حالت x و همچنین خطای $e = Cx$ به سمت صفر میل خواهد کرد. امّا باید دقّت کرد که خطای پارامتر $\theta - \theta^*$ لزوماً به سمت صفر میل نخواهد کرد.

www.powerjam.ir

پسخور خروجی: نتیجهٔ به دست آمده، بسیار محدود کننده است، زیرا در آن روش، لازم است تمام متغیرهای حالت، معلوم باشند. اگر بتوان تابع لیاپانف را به گونه‌ای انتخاب کرد که داشته باشیم: $B^TP = C$ (که در آن C ماتریس خروجی سیستم معادلهٔ (۵ ـ ۳۴) است)، آنگاه دستیابی به قانون تنظیم پارامتری که از پسخور خروجی استفاده می‌کند قابل حصول است. بنابراین خواهیم داشت:

$$B^TPx = Cx = e$$

و در نتیجه قاعدهٔ تنظیم به صورت ذیل در می‌آید:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma u_c e$$

شرط مناسب این کار با استفاده از لم کالمن ـ یا کوبوویچ[1] بیان می‌شود. برای بیان این لم، تعریف ذیل، لازم است:

تعریف ۵ ـ ۵ تابع انتقال حقیقی مثبت

تابع انتقال گویای G با ضرایب حقیقی، حقیقی مثبت[2] (PR) است، اگر

$$\text{Re } G(s) \geqslant 0 \quad \text{برای} \quad \text{Re } s \geqslant 0 \qquad (۵ ـ ۳۹)$$

تابع انتقال G اکیداً حقیقی مثبت[3] (SPR) است، اگر $G(s - \varepsilon)$ به ازاء بعضی از مقادیر حقیقی $\varepsilon > 0$، حقیقی مثبت باشد.

مفهوم SPR، در قسمت ۵ ـ ۶ مورد بحث بیشتری قرار گرفته است. اجازه دهید همین قدر بگوییم که $G(s) = \frac{1}{(s+1)}$، SPR است و $G(s) = \frac{1}{s}$، PR است ولی SPR نیست.
نتیجهٔ زیر، یک تعبیر فضای حالت، از مفهوم SPR، را بیان می‌کند:

لم ۵ ـ ۲ لم کالمن ـ یاکوبودیچ

فرض کنید سیستمِ خطی و مستقل از زمان ذیل، کاملاً کنترل‌پذیر و رؤیت‌پذیر باشد:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

1. Kalman - Yakubovich Lemma 2. Positive Real 3. Strictly Positive Real

www.powerjam.ir

در این صورت تابع انتقال $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$، اکیداً حقیقی مثبت است، اگر ماتریسهای معیّن P و Q چنان موجود باشند که داشته باشیم:

$$A^TP + PA = -Q$$

و:

$$B^TP = C$$

اثبات این نتیجه در قسمت ۵ ـ ۶ آمده است. حالت عمومی‌تر این قضیه نیز وجود دارد که بر سیستمهایی با یک جملهٔ مستقیم از ورودی به خروجی اعمال می‌شود. حالت ساده‌تر برای منظور ما کافی است.

قضیهٔ ۵ ـ ۵ MRAS با استفاده از قاعدهٔ لیاپانف

مسألهٔ تطبیق بهرهٔ پیشخور را در نظر بگیرید. فرض کنید تابع انتقال G اکیداً حقیقی مثبت باشد. در این صورت قاعدهٔ تنظیم پارامتر، که در آن γ مقداری ثابت و مثبت است، باعث می‌شود خطای

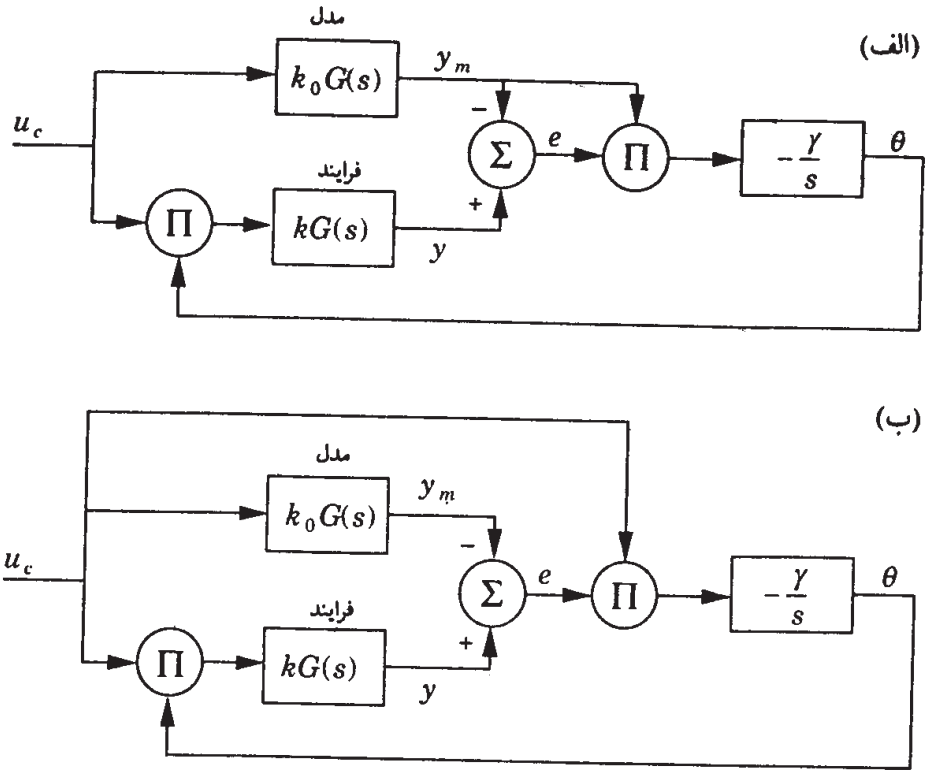
$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma u_c e \qquad (۴۰ - ۵)$$

خروجی در معادلهٔ (۵ ـ ۳۶) به سمت صفر برود.

قانون کنترل معادلهٔ (۵ ـ ۴۰) بسیار شبیه قانون حاصل از قاعدهٔ MIT در معادلهٔ (۵ ـ ۵) است. این موضوع در شکل ۵ ـ ۱۴ نمایش داده شده که نمودارهای بلوکی هر دو سیستم را نشان می‌دهد. تنها تفاوت بین این سیستها آن است که در قاعدهٔ MIT، ورودیِ ضرب کنندهٔ اول، از خروجی مدل و در قاعدهٔ لیاپانف، از سیگنال فرمان می‌آید؛ لیکن این اختلاف به ظاهر کوچک عواقب مهمی دارد.

نکته‌ای بر فرضیات: ممکن است عجیب به نظر برسد که در اثر اصلاحی جزئی در سیستم، چنین اختلاف رفتارهای چشمگیری به وجود آید. همچنین اینکه امکان استفاده از بهره‌های تطبیق بدلخواه بزرگ وجود دارد نیز عجیب به نظر می‌رسد. این بدان دلیل است که فرض حقیقی مثبت بودن تابع انتقال، فرض قوی‌ای است. از تعریف ۵ ـ ۵ نتیجه می‌شود که اگر تابع انتقال $G(s)$ حقیقی مثبت باشد، $\text{Re } G(i\omega) \geq 0$ خواهد بود. این بدان معنی است که منحنی نایکوییست G در نیم صفحه راست است. چنین سیستمی تحت پسخور تناسبی با بهرهٔ به اندازهٔ دلخواه بزرگ، پایدار است. سیستم حلقه ـ بسته را می‌توان نسبت به تغییرات بهره بدلخواه

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۱۴. نمودارهای بلوکی سیستمهای تطبیقی برای جبران بهره پیشخور حاصل از (الف) قاعده MIT و (ب) قاعده لیاپانف.

غیرحساس کرد. به دلیل فرضهای قوی اعمال شده براین روش، نتایج حاصل، در عمل دارای محدودیتهایی است.

خلاصه

در این قسمت نشان دادیم که می‌توان قواعد تنظیم پارامتر را براساس نظریهٔ پایداری لیاپانف به دست آورد. قواعد تنظیم حاصل از این روش تضمین می‌کند که خطا به سمت صفر برود امّا نمی‌توان ادّعا کرد که پارامترها به مقادیر صحیحشان همگرا می‌شوند. قواعد تنظیمی که بدین‌ترتیب به دست می‌آید با قواعد حاصل از قاعدهٔ MIT مشابه است. لیکن این قواعد نرمالیزه نیست. این قواعد دارای این ویژگی مهمّ است که در آنها بهره‌های تطبیق به اندازهٔ دلخواه بزرگ قابل استفاده است. این ویژگی به فرضیات قوی اعمال شده وابسته است. این موضوع در فصل ششم بیشتر توضیح داده خواهد شد.

www.powerjam.ir

۵ ـ ۶ پایداری ورودی ـ کراندار، خروجی ـ کراندار[1]

سیستمها از دو دیدگاه قابل توصیف هستند: یکی از دید درونی یا فضای حالت و دیگری از دید برونی یا ورودی ـ خروجی. روش فضای حالت بر توصیف جزئیات ساختار درونی سیستم استوار است. در روش ورودی ـ خروجی، سیستم به صورت جعبهٔ سیاهی در نظر گرفته می‌شود که ورودی را به خروجی انتقال می‌دهد. در قسمت ۵ ـ ۵ پایداری را از دید فضای حالت بررسی کردیم. در این قسمت، نظریه پایداری را از دیدگاه ورودی ـ خروجی بررسی می‌کنیم. در قسمت بعد، از نتایج حاصل برای طراحی کنترلگرهای تطبیقی استفاده می‌شود.

بررسی را با معرفی مختصر از دید اپراتوریِ سیستمهای دینامیکی آغاز می‌کنیم. این کار ما را به طور طبیعی به سمت مفهوم پایداری ـ ورودی کراندار، خروجی ـ کراندار (BIBO) هدایت خواهد کرد. سپس نتایج اساسی مانند قضیهٔ بهرهٔ کوچک[2] و قضیه غیرفعال بودن[3] مطرح خواهد شد. در قسمت ۵ ـ ۵ دریافتیم که مفهوم حقیقی مثبت، ضروری است. این مفهوم نیز، که به طور نزدیکی با غیر فعال بودن ارتباط دارد، توضیح داده خواهد شد.

دیدگاه اپراتوری سیستمهای دینامیکی

سیگنالها، عناصر فضای نُرم‌داری مانند X هستند که ما آن را فضای سیگنال می‌نامیم. هر سیستم S، به صورت اپراتور $S : X \to X$ در نظر گرفته می‌شود. برای سادگی سیستمها را تک ورودی ـ تک خروجی و سیگنالها را توابعی حقیقی از R به R در نظر می‌گیریم. انتخابهای مختلفی برای نرمها وجود دارد، برای مثال نُرم L_2 را به صورت:

$$\|u\| = \left(\int_{-\infty}^{\infty} u^2(t)\, dt \right)^{\frac{1}{2}}$$

یا نُرم سوپریمم[4] به صورت:

$$\|u\| = \sup_{0 \leq t < \infty} |u(t)|$$

تعریف می‌شود. یکی از اشکالهای استفاده از L_2 آن است که از قبل باید فرض شود با افزایش t به سمت بینهایت، همهٔ سیگنالها به سمت صفر می‌روند. مفهوم فضای توسعه یافته برای

1. Bounded - Input, Bounded - Output (BIBO) Stability
2. Small Gain Theorem
3. Passivity Theorem
4. Supremum Norm

www.powerjam.ir

اجتناب از این فرض، مطرح می‌شود. این مفهوم به صورت زیر توضیح داده می‌شود:

فرض کنید Y فضای توابع حقیقی روی $(0, \infty]$ و x عضوی از Y باشد. بُرش[1] x در $T > 0$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x_T(t) = \begin{cases} x(t) & 0 \leqslant t \leqslant T \\ 0 & t > T \end{cases}$$

تعریف ۵ ـ ۶ فضای توسعه یافته

اگر X زیر فضای خطی نُرم‌دار از Y باشد، آنگاه فضای توسعه یافتهٔ X_e به صورت مجموعهٔ $\{x \in Y \mid x_T \in X$ برای بعضی مقادیر ثابت $T \geqslant 0\}$ است.

فضای توسعه یافتهٔ L_p به صورت L_{pe} نمایش داده می‌شود. در اینجا روش ساده‌ای برای ارائه مفهوم بهرهٔ یک سیستم وجود دارد.

تعریف ۵ ـ ۷ بهرهٔ یک سیستم غیر خطی

فرض کنید فضای سیگنال، X_e باشد؛ بهرهٔ $\gamma(S)$ سیستم S، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\gamma(S) = \sup_{u \in x_e} \frac{\|Su\|}{\|u\|}$$

که u سیگنال ورودی سیستم است.

نکته: بنابراین بهره، کوچکترین مقداری است که در رابطهٔ زیر صدق کند:

$$\|Su\| \leqslant \gamma(S) \|u\| \qquad \forall\ u \in X_e$$

به این دلیل از نُرم سوپریمم استفاده می‌کنیم که ممکن است بیشینه $\|u\| / \|Su\|$ برای سیگنال در کلاس موردنظر ما، وجود نداشته باشد.

این تعریف را با چند مثال توضیح می‌دهیم:

مثال ۵ ـ ۸ سیستمهای خطی با سیگنالهای واقع در L_{2e}

فرض کنید فضای سیگنال، L_{2e} باشد. سیستمی خطی با تابع انتقال $G(s)$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $G(s)$ هیچ قطبی در نیم صفحهٔ بسته راست نداشته، در شروع، سیستم در حال آرامش

1. Truncation

www.powerjam.ir

باشد. ضمناً فرض می‌شود u ورودی، y خروجی و U و Y به ترتیب تبدیل لاپلاس آنها باشد. از قضیهٔ پارسوال (قضیهٔ ۲ ـ ۸) نتیجه می‌شود که:

$$\|Y\|^2 = \int_0^\infty y^2(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} Y(i\omega)\,Y(-i\omega)\,d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(i\omega)\,U(i\omega)\,G(-i\omega)\,U(-i\omega)\,d\omega$$

$$\leq \max_\omega |G(i\omega)|^2 \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U(i\omega)\,U(-i\omega)\,d\omega$$

$$= \max_\omega |G(i\omega)|^2 \int_0^\infty u^2(t)\,dt = \max_\omega |G(i\omega)|^2 . \|u\|^2$$

بنابراین:

$$\|y\| \leq \max_\omega |G(i\omega)| . \|u\|$$

بنابراین، بهره، کوچکتر از $\max |G(i\omega)|$ است. اگر u سیگنالی سینوسی با فرکانسی باشد که $|G(i\omega)|$ را بیشینه می‌کند، در رابطهٔ فوق نامساوی به مساوی تبدیل می‌شود. لیکن چنین سیگنالی متعلق به L_{2e} نیست. با یک سینوسی بُرش خورده در L_{2e} و در صورتی که T به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، می‌توان مقدار $\|y\|$ را به اندازهٔ دلخواه به $\max |G(i\omega)|$ نزدیک گردد. بنابراین بهرهٔ سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$\gamma(G) \leq \max_\omega |G(i\omega)| \qquad (۴۱ ـ ۵)$$

مثال ۵ ـ ۹ سیستم خطی با نُرم سوپریمم

سیستم خطی پایدار با پاسخ ضربهٔ $h(t)$ را در نظر بگیرید. داریم:

$$y(t) = \int_0^\infty h(\tau)\,u(t-\tau)\,d\tau$$

با استفاده از نُرم سوپریمم داریم:

$$|y(t)| = \left|\int_0^\infty h(\tau)\,u(t-\tau)\,d\tau\right| \leq \sup_t |u(t)| \int_0^\infty |h(\tau)|\,d\tau$$

www.powerjam.ir

که نتیجه می‌دهد:

$$\sup_t |u(t)| \leqslant \gamma(G) . \sup_t |u(t)|$$

که بهرهٔ سیستم به صورت زیر است:

$$\gamma(G) = \int_0^\infty |h(\tau)| \, d\tau$$

اگر قرار دهیم $u_0 = \max_t |u(t)|$، مقدار بیشینه برای سیگنال زیر بدست می‌آید:

$$u(s) = u_0 \, \text{sign}\,(h(t-s))$$

لیکن این سیگنال متعلق به L_{2e} نیست. از آنجا که سیستم پایدار است با به اندازه کافی بزرگ انتخاب کردن T، می‌توان به اندازهٔ دلخواه به یک سیگنال متعلق به L_{2e} نزدیک شد.

مثال ۵ ـ ۱۰ سیستم غیر خطی استاتیک

سیستمی را در نظر بگیرید که با معادلهٔ غیر خطی زیر توصیف می‌شود:

$$y(t) = f(u(t))$$

برای همهٔ نُرمها داریم:

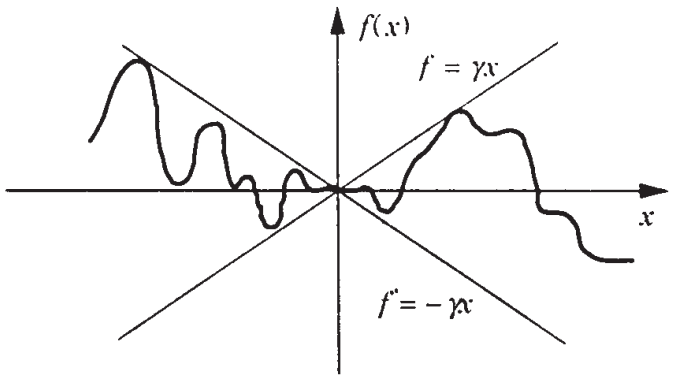
$$|y(t)| \leqslant \max_u |f(u(t))|$$

بنابراین بهرهٔ سیستم به صورت زیر است:

$$\gamma = \max_u \frac{|f(u)|}{|u|}$$

بهرهٔ یک سیستم استاتیک دارای تعبیر ساده‌ای است. تابعی را که نُرم آن γ است، می‌توان بین خطوط راست $y = \pm \gamma u$ محدود کرد، چنانکه در شکل ۵ ـ ۱۵ نشان داده شده.

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۱۵. نمایش بهرهٔ یک عامل غیرخطی استاتیک.

با تعریف بهرهٔ سیستم فوق، حال می‌توان پایداری را تعریف کرد:

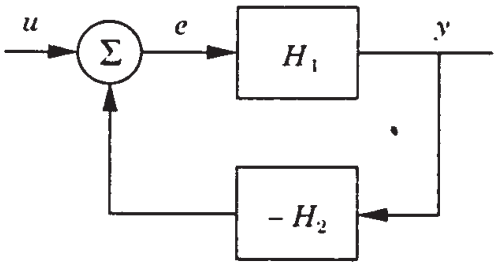
تعریف ۵ ـ ۸ پایداری BIBO

سیستمی *پایدار ورودی کراندار، خروجی ـ کراندار* (BIBO) نامیده می‌شود اگر سیستم دارای بهرهٔ کراندار باشد.

توجه کنید که این تعریف، پایداری سیستم را بیان می‌کند نه پایداری یک پاسخ مشخص را. همچنین توجه داشته باشید که سیستمی با بهرهٔ کراندار، BIBO است، امّا عکس آن درست نیست. سیستم استاتیک $y = u^2$ دارای بهرهٔ محدود نیست، امّا پایدار BIBO است.

معیار پایداری

با تعریف مفهوم پایداری فوق، حل معیار برای پایداری ارائه می‌کنیم. برای این منظور سیستم پسخور سادهٔ شکل ۵ ـ ۱۶ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم تعیین کنیم که چه موقع بهره از u به y کراندار است. برای این کار، قضیهٔ زیر را مطرح می‌کنیم.



شکل ۵ ـ ۱۶. نمودار بلوکی یک حلقهٔ پسخور ساده.

www.powerjam.ir

قضیهٔ ۵ ـ ۶ قضیهٔ بهرهٔ کوچک

سیستم شکل ۵ ـ ۱۶ را در نظر بگیرید. فرض کنید γ_1 و γ_2 به ترتیب بهرهٔ سیستمهای H_1 و H_2 باشد. سیستم حلقه ـ بسته پایدار BIBO است اگر داشته باشیم:

$$\gamma_1\gamma_2 < 1 \qquad (۴۲ ـ ۵)$$

و بهرهٔ آن کوچکتر از مقدار زیر باشد:

$$\gamma = \frac{\gamma_1}{1 - \gamma_1\gamma_2} \qquad (۴۳ ـ ۵)$$

نکات اصلی در برهان: برای اثبات دقیق، باید ابتدا وجود y نشان داده شود. اگر این مطلب درست باشد خواهیم داشت:

$$y = H_1 e = H_1(u - H_2 y)$$

بنابراین:

$$\|y\| \leqslant \|H_1 u\| + \|H_1 H_2 y\| \leqslant \gamma_1 \|u\| + \gamma_1\gamma_2 \|y\|$$

چون معادلهٔ (۵ ـ ۴۲) برقرار است، می‌توانیم آن را برای $\|y\|$ حل کنیم. بنابراین:

$$\|y\| \leqslant \frac{\gamma_1}{1 - \gamma_1\gamma_2} \|u\| = \gamma \|u\|$$

که پایداری BIBO را ثابت می‌کند و عبارت (۵ ـ ۴۳) را برای بهرهٔ سیستم مطرح می‌کند.

نکتهٔ ۱: نتیجهٔ حاصل دارای یک تعبیر حسّی قوی است. این نتیجه بسادگی می‌گوید که اگر بهرهٔ کلّ حلقه کمتر از ۱ باشد، آنگاه سیستم حلقه ـ بسته پایدار است.

نکتهٔ ۲: برای حالت خاصِ سیستمهای خطی با نُرم L_2، از مثال ۵ ـ ۸ نتیجه می‌شود که بهره، بیشترین مقدار دامنهٔ تابع انتقال است.

این قضیه را می‌توان به عنوان تعمیم قضیهٔ نایکوییست تعبیر کرد. شرط (۵ ـ ۴۲) نتیجه می‌دهد که بهرهٔ حلقه همواره کوچکتر از ۱ است. همچنین از این تعبیر می‌توان چنین برداشت کرد که نتیجهٔ فوق کاملاً محافظه کارانه است.

غیر فعال بودن

حال نظریهٔ پایداری دیگری را مطرح می‌کنیم که آن نیز براساس دیدگاه ورودی ـ خروجی است. نقطهٔ شروع، مفهوم غیرفعال بودن است که نوعی فرمولبندی مجرّد از ایدهٔ اتلاف انرژی

www.powerjam.ir

است. سیستمهای غیرفعال در مهندسی، معمول هستند. سیستمی که فقط از اجزائی مانند مقاومت، خازن و القاگر تشکیل شده باشد، مثالی از سیستم غیر فعال در مهندسی برق است. سیستمی که از جرم، فنر و کمک فنر تشکیل شده باشد مثالی از این سیستمها در مهندسی مکانیک است. هنگام برخورد با سیستمهای الکتریکی، سیستمهای دو دریچه‌ای[1] را در نظر می‌گیریم که در آنها جریان، ورودی و ولتاژ، خروجی است. همین موضوع برای سیستمهای مکانیکی نیر در نظر گرفته می‌شود که در آنها متغیرها، به ترتیب موقعیت و نیرو هستند.

غیر فعال بودن به طور طبیعی با اتلاف توان ارتباط دارد. چنین مفهومی را می‌توان برای سیستمهای خطی و نیز غیر خطی تعریف کرد. صرف نظر از جزئیات، نظریهٔ غیر فعال بودن می‌گوید که اتصال پسخوری میان یک سیستم غیرفعال و یک سیستم اکیداً غیرفعال، پایدار است. برای بیان رسمی نتایج، لازم است مفهوم مجرّد غیرفعال بودن را بیان کنیم. برای این کار با دید اپراتوریِ سیستم بحث را آغاز می‌کنیم که طبق آن سیستم به عنوان یک اپراتور، سیگنالی را به سیگنال دیگر می‌نگارد. فضای سیگنال را L_{2e} همراه با حاصل ضرب اسکالر زیر در نظر می‌گیریم:

$$< x \mid y > = \int_0^\infty x(s)y(s)\,ds = \int_0^T x(s)y(s)\,ds$$

اینک تعریف زیر را بیان می‌کنیم:

تعریف ۵ ـ ۹ سیستم غیر فعال

سیستمی با ورودی u و خروجی y *غیرفعال* است، اگر داشته باشیم:

$$< y \mid u > \geq 0$$

سیستم *اکیداً غیر فعال ورودی (ISP)*[2] است اگر $\varepsilon > 0$ وجود داشته باشد به طوری که:

$$< y \mid u > \geq \varepsilon \|u\|^2$$

و *اکیداً غیر فعال خروجی (OSP)*[3] است اگر $\varepsilon > 0$ وجود داشته باشد به طوری که:

$$< y \mid u > \geq \varepsilon \|y\|^2$$

---

1. Two Port
2. Input Strictly Passive
3. Output Strictly Passive

www.powerjam.ir

توجه کنید که در سیستمهای الکتریکی، توان با حاصلضرب جریان در ولتاژ متناسب است. بنابراین تعریف فوق، تجریدی بسیار طبیعی است. مثال زیر، تعریف غیر فعال بودن را توضیح می‌دهد:

مثال ۵ ـ ۱۱ سیستمهای غیر خطی استاتیک

سیستم غیر خطی استاتیک زیر را در نظر بگیرید که با تابع $f : R \to R$ مشخص می‌شود. داریم:

$$< y \mid u > = \int_{0}^{\infty} f(u(t))\, u(t)\, dt$$

بنابراین سمت راست، نامنفی است اگر:

$$x f(x) \geqslant 0 \qquad (۴۴ ـ ۵)$$

که شرط غیرفعال بودن است. این شرط بدان معناست که نمودار منحنی f کاملاً در ربع اول و سوم است. سیستم اکیداً غیرفعال ورودی است اگر:

$$xf(x) \geqslant \delta\, |x|^{۲}$$

و اکیداً غیرفعال خروجی است اگر:

$$xf(x) \geqslant \delta\, f^{۲}(x)$$

باشد. بنابراین سیستم استاتیک $f = x + x^{۳}$ اکیداً غیرفعال ورودی و سیستم استاتیک $f(x) = x / (۱ + |x|)$ اکیداً غیرفعال خروجی است.

توابع حقیقی مثبت

در سیستمهای خطی، مفهوم غیرفعال بودن به طور نزدیکی با ویژگیهای حقیقی مثبت و اکیداً حقیقی مثبت بودن، که در تعریف ۵ ـ ۵ از قسمت ۵ ـ ۵ توضیح داده شد، ارتباط دارد. در واقع مفهوم حقیقی مثبت بودن از تلاشی برای توصیف توابع تحریک امپدانس[1] برای مدارهای خطی متشکل از عناصر غیرفعال، ناشی شد. تابع تحریک امپدانس، تابع انتقال جریان به ولتاژ از

1. Driving Point Impedance Functions

www.powerjam.ir

طریق دو پایانهٔ یک مدار است. تابع تحریک ادمتیانس[1]، تابع انتقال ولتاژ به جریان است. در نظریهٔ مدار، چنین توابع امپدانسی دارای ویژگیهای خاصی هستند که منجر به تعریف حقیقی مثبت شده است. در این قسمت برخی از خواص توابع حقیقی مثبت را توضیح خواهیم داد. از تعریف ۵ ـ ۵ نتیجه می‌شود که اگر تابع انتقال $G(s)$، PR (SPR) باشد، آنگاه معکوس آن یعنی $\frac{1}{G(s)}$ نیز PR (SPR) خواهد بود. این موضوع نتیجه مستقیمی از تقارن توابع امپدانس و ادمیتانس است. مهمّ نیست که جریان را به عنوان ورودی مدار می‌گیریم یا ولتاژ. توابع حقیقی مثبت را به روشهای مختلف زیادی می‌توان توصیف کرد. صورت دیگری از تعریف ۵ ـ ۵ که برای استفاده ساده‌تر است ذیلاً مطرح می‌شود.

قضیهٔ ۵ ـ ۷ شروط حقیقی مثبت بودن

تابع گویای $G(s)$ با ضرایب حقیقی، PR است اگر و فقط اگر شروط ذیل برقرار باشد:

(i) تابع، هیچ قطبی در نیم صفحهٔ راست نداشته باشد.

(ii) اگر تابع قطبهایی روی محور موهومی یا در بینهایت داشته باشد. این قطبیها ساده با ماندهٔ مثبت باشد.

(iii) قسمت حقیقی G در امتداد محور $i\omega$ مثبت باشد. یعنی:

$$\mathrm{Re}\,(G(i\omega)) \geqslant 0 \qquad (۴۵ ـ ۵)$$

یک تابع انتقال، SPR است اگر شرایط (i) و (iii) را داشته، شرط (ii) با این شرط که $G(s)$ هیچ قطب یا صفری روی محور موهومی نداشته باشد، جایگزین شود.

برهان: فرض کنید $G(s)$، PR باشد. چون این تابع، گویاست. تنها نقاط منفرد آن، قطبها است. تابعی که همهٔ مقادیرش حول یک قطب است، در نظر گرفته می‌شود. مطابق تعریف ۵ ـ ۵ این تابع برای $\mathrm{Re}\,s \geqslant 0$ دارای قسمت حقیقیِ مثبت است. بنابراین نمی‌تواند قطبهایی در این ناحیه داشته باشد. با قرار دادن $s = i\omega$ در تعریف ۵ ـ ۵، معادلهٔ (۵ ـ ۴۵) به دست می‌آید. بعلاوه $G(s)$ نمی‌تواند در بینهایت قطبهای مکرّر داشته باشد، زیرا شرط «$\mathrm{Re}\,G(s) \geqslant 0$ برای $\mathrm{Re}\,s \geqslant 0$» نقض می‌شود. به همان دلیل قطبِ در بینهایت، نیز باید دارای ماندهٔ مثبت باشد.

بنابراین لزوم قضیه را نشان داده‌ایم. برای نشان دادن کفایت آن از این حقیقت استفاده می‌کنیم. که تابعی که در یک ناحیه تحلیلی باشد، بیشترین مقدار آن روی مرز حاصل می‌شود. تابع زیر را

1. Driving Point admittance Function

www.powerjam.ir

در نظر بگیرید:

$$F(s) = e^{G(s)}$$

داریم:

$$|F(s)| = e^{\mathrm{Re}\, G(s)} \qquad (۴۶ ـ ۵)$$

فرض کنید ناحیهٔ D با محور موهومی و یک نیم دایره به شعاع بینهایت در سمت راست محور موهومی محصور شود و Γ مرز D باشد. همچنین فرض کنید شروط (i)، (ii) و (iii) برقرار باشد. به دلیل شرط (iii)، روی محور موهومی رابطهٔ $|F(s)| > ۱$ برقرار است. حال بررسی مقدار F در نیم دایرهٔ بزرگ باقی می‌ماند. از شرط (ii) نتیجه می‌شود که G حداکثر یک قطب در بینهایت دارد. سه حالت وجود دارد: $G(s)$ به سمت صفر برود؛ به سمت یک مقدار ثابت برود؛ که در این صورت باید این مقدار ثابت براساس شرط (iii)، مثبت باشد؛ یا ممکن است به صورت ks به سمت بینهایت برود که به دلیل شرط (ii)، باید k مثبت باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در مرز Γ، $|F(s)| > ۱$ است. چون F در D تحلیلی است، این شرط در D نیز برقرار است و معادلهٔ (۵ ـ ۴۵) درست خواهد بود. توجه کنید که این نتیجه نیز گرفته می‌شود که تابع $G(s)$ هیچ صفری داخل D ندارد.

حال در مورد مفاهیم مختلف غیرفعال بودن در سیستمهای خطی مستقل از زمان بحث خواهیم کرد.

مثال ۵ ـ ۱۲ سیستمهای خطی مستقل از زمان

سیستم خطی مستقل از زمان با تابع انتقال $G(s)$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $G(s)$ هیچ قطبی در نیم صفحهٔ راست بسته ندارد. از قضیهٔ پارسوال نتیجه می‌شود که:

$$< y \mid u > = \int_{۰}^{\infty} y(t)\, u(t)\, dt = \frac{۱}{۲\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(i\omega)\, U(-i\omega)\, d\omega$$

$$= \frac{۱}{۲\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(i\omega)\, U(i\omega)\, U(-i\omega)\, d\omega \qquad (۴۷ ـ ۵)$$

$$= \frac{۱}{\pi} \int_{۰}^{\infty} \mathrm{Re}\{ G(i\omega) \}\, U(i\omega)\, U(-i\omega)\, d\omega$$

www.powerjam.ir

که در آن Y و U به ترتیب تبدیل لاپلاس y و u است. اگر $G(i\omega)$ حقیقی مثبت باشد (تعریف ۵ ـ ۵ را ببینید)، داریم $\operatorname{Re} G(i\omega) \geqslant 0$ و می‌توان نوشت:

$$< y \mid u > \geqslant 0$$

که بیانگر غیرفعال بودن سیستم است. از تعریف ۵ ـ ۹ نتیجه می‌شود که یک تابع انتقال حقیقی مثبت، اکیداً غیرفعال ورودی است اگر:

$$\operatorname{Re} G(i\omega) \geqslant \varepsilon > 0$$

و اکیداً غیرفعال خروجی است اگر:

$$\operatorname{Re} G(i\omega) \geqslant \varepsilon \mid G(i\omega) \mid^2$$

باشد. بنابراین تابع انتقال $G(s) = s + 1$، SPR و ISP است ولی OSP نیست. تابع انتقال $G(s) = \frac{1}{(s+1)}$، SPR و OSP است ولی ISP نیست. تابع انتقال:

$$G(s) = \frac{s^2 + 1}{(s+1)^2}$$

OSP و ISP است امّا SPR نیست.

در کاربردهای سیستمهای کنترل، معمولاً توابع انتقال سرده یا اکیداً سره هستند. بنابراین در این کاربردها اغلب از مفهوم اکیداً غیرفعال بودن خروجی، استفاده می‌شود.

اثبات لم کالمن ـ یاکوبویچ

پس از معرفی مفهوم SPR، حال می‌توانیم اثباتی برای لم کالمن ـ یاکوویچ که در لم ۵ ـ ۲ از قسمت ۵ ـ ۵ مطرح شد ارائه دهیم. سیستم خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \qquad (۴۸ ـ ۵)$$

که کاملاً کمنترل‌پذیر و رؤیت‌پذیر فرض می‌شود. تابع انتقال این سیستم به صورت زیر است:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B \qquad (۴۹ ـ ۵)$$

ثابت خواهیم کرد که شرط لازم و کافی برای SPR بودن $G(s)$ آن است که ماتریسهای معیّن

www.powerjam.ir

مثبت P و Q چنان وجود داشته باشد که داشته باشیم:

$$A^TP + PA = -Q \qquad (۵۰ ـ ۵)$$

$$B^TP = C \qquad (۵۱ ـ ۵)$$

ابتدا لزوم قضیه را ثابت خواهیم کرد. اگر $V = x^TPx$ را به عنوان تابع لیاپانف در نظر بگیریم از قضیهٔ ۵ ـ ۱ نتیجه می‌شود که سیستم (۵ ـ ۴۸) پایدار است. در نتیجه تابع انتقال $G(s)$ در نیم صفحهٔ راست بستهٔ، تحلیلی است. برای اثبات SPR بودن $G(s)$، بررسی شرط (iii) از قضیهٔ ۵ ـ ۷ باقی می‌ماند. از معادلهٔ (۵ ـ ۵۰) نتیجه می‌شود که:

$$-sP - A^TP + sP - PA = (-sI - A)^T P + P(sI - A) = Q$$

برای رسیدن به این معادله، جملهٔ sP را جمع و کم کرده‌ایم. از ضرب این معادله در $B^T(-sI - A)^{-T}$ از سمت چپ و $(sI - A)^{-1}B$ از راست خواهیم داشت:

$$B^TP(sI - A)^{-1}B + B^T(-sI - A)^{-T}PB = B^T(-sI - A)^{-T}Q(sI - A)^{-1}B \qquad (۵۲ ـ ۵)$$

از آنجا که $G^T(-s) = G(-s)$ است، از معادلهٔ (۵ ـ ۴۹) نتیجه می‌شود که:

$$2\mathrm{Re}\, G(i\omega) = G(i\omega) + G(-i\omega)\, B^T(-i\omega I - A)^{-T} Q(i\omega I - A)^{-1} B \geq 0$$

حال از قضیهٔ ۵ ـ ۷ نتیجه می‌شود که $G(s)$، PR است با قرار دادن $s - \varepsilon$ بجای S در محاسبات فوق به طریق مشابه می‌توان نتیجه گرفت:

$$\mathrm{Re}\, G(i\omega - \varepsilon) \geq 0$$

چون همهٔ مقادیر ویژهٔ ماتریس A در نیم صفحهٔ چپ باز قرار دارد، نتیجه می‌شود که $A + \varepsilon I$ نیز پایدار است. حال از قضیهٔ ۵ ـ ۷ نتیجه می‌شود که $G(s)$، SPR است.

برای اثبات کفایت قضیه با این فرض شروع می‌کنیم. که سیستم (۵ ـ ۴۸) با تابع انتقال $G(s)$، SPR است. اثبات قضیه بر ساخت مستقیم ماتریسهای P و Q استوار است. عبارت زیر را در نظر بگیرید.

$$G(s) + G(-s) = \frac{B(s)}{A(s)} + \frac{B(-s)}{A(-s)} = \frac{A(-s)B(s) + A(s)B(-s)}{A(s)A(-s)}$$

$$= \frac{Q(s)}{A(s)A(-s)}$$

www.powerjam.ir

که در آن:

$$Q(s) = q_1(-1)^{n-1}s^{2(n-1)} + q_2(-1)^{n-2}s^{2(n-2)} + \ldots + q_n$$

است. توجه کنید که چند جمله‌ای $Q(s)$ تنها دارای جملات با توان زوج است و چون $G(s)$، SPR است همهٔ ضرایب q_i مثبت است. فرض کنید Q ماتریسی قطری با عناصر q_i باشد. تحقق زیر را از تابع انتقال در نظر بگیرید:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} u$$

با این انتخاب، داریم:

$$(sI - A)^{-1}B = \frac{1}{A(s)}\begin{pmatrix} s^{n-1} \\ s^{n-2} \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (۵۳-۵)$$

و:

$$B^T(-sI - A)^{-T}Q(sI - A)^{-1}B = \frac{Q(s)}{A(s)A(-s)} = G(s) + G(-s) \qquad (۵۴-۵)$$

چون $G(s)$، SPR است هیچیک از مقادیر ویژهٔ ماتریس A در نیم صفحهٔ راست یا روی محور موهومی نخواهد بود. فرض کنید P جواب معادلهٔ (۵ ـ ۵۰) باشد. این ماتریس، معیّن مثبت است، زیرا Q معیّن مثبت است و همهٔ مقادیر ویژهٔ A در نیم صفحهٔ چپ است. بعلاوه فرض کنید $\tilde{C} = B^T P$ باشد. حال نشان می‌دهیم که $\tilde{C} = C$ است. از آنجا که P جواب معادلهٔ (۵ ـ ۵۰) است، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\tilde{C}(sI - A)^{-1}B + B^T(-sI - A)^{-T}\tilde{C}^T = B^T(-sI - A)^{-T}Q(sI - A)^{-1}B$$

امّا طبق معادلهٔ (۵ ـ ۵۴) سمت راست معادلهٔ فوق برابر با $G(s) + G(-s)$ است. از آنجا که بسط به کسرهای جزئی، یکتاست، از معادلهٔ (۵ ـ ۵۲) نتیجه می‌شود که:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \tilde{C}(sI - A)^{-1}B$$

که در نتیجه $\tilde{C} = C$ خواهد بود و قضیه ثابت می‌شود.

www.powerjam.ir

آزمون حقیقی مثبت بودن

داشتن الگوریتمی برای آزمودن اینکه آیا یک تابع حقیقی مثبت است یا خیر مفید خواهد بود. از قضیهٔ ۵ ـ ۷ می‌توان برای این منظور استفاده کرد. شرط (i) بسادگی با استفاده از آزمون سادهٔ راوث ـ هرویتز[1] قابل امتحان است. شرط (ii) محاسبه‌ای سر راست است. برای آزمایش شرط (iii) به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

در این صورت:

$$\operatorname{Re} G(i\omega) = \operatorname{Re} \frac{B(i\omega)}{A(i\omega)} = \operatorname{Re} \frac{B(i\omega)A(-i\omega)}{A(i\omega)A(-i\omega)}$$

از آنجا که مخرج، نامنفی است و $G(i\omega)$ نسبت به محور حقیقی متقارن است، کافی است بررسی کنیم که آیا تابع:

$$f(\omega) = \operatorname{Re}\{B(i\omega)A(-i\omega)\}$$

برای $\omega \geq 0$ نامنفی است یا خیر. توجه کنید که f تابعی زوج برحسب ω، است. بنابراین کافی است بررسی کنیم که آیا $f(\omega)$ دارای صفر حقیقی هست یا خیر. این کار را می‌توان با حل معادلهٔ $f(\omega) = 0$ انجام داد یک روش غیر مستقیم نیز برای این کار وجود دارد. برای توضیح این روش، چند جمله‌ای $g(x) = f(\sqrt{x})$ را در نظر بگیرید. در این صورت، مسأله به این تبدیل می‌شود که آیا چند جمله‌ای $g(x)$ صفری در فاصلهٔ $(0, \infty)$ دارد یا خیر. این مسألهٔ کلاسیک به صورت زیر قابل حل است:

۱ ـ $g_1(x) = g(x)$ و $g_2(x) = g'(x)$ قراردهید. سپس دنبالهٔ توابع $\{g_1(x), g_2(x), \ldots, g_n(x)\}$ را به گونه‌ای تشکیل دهید که $-g_{k+2}(x)$ باقیماندهٔ تقسیم $g_k(x)$ بر $g_{k+1}(x)$ باشد. این کار را ادامه دهید تا وقتی که g_n، مقداری ثابت شود.

۲ ـ فرض کنید $V(x)$ تعداد تغییر علامتها در دنبالهٔ $\{g_1(x), g_2(x), \ldots, g_n(x)\}$ باشد.

۳ ـ تعداد صفرهای حقیقیِ تابع $g(x)$ در بازهٔ $[a, b]$ برابر با $V(a) - V(b)$ است.

دنبالهٔ توابع $\{g_1(x), g_2(x), \ldots, g_n(x)\}$، *دنبالهٔ استورم*[2] نامیده می‌شود. این الگوریتم را با یک مثال توضیح می‌دهیم.

1. Routh - Horowitz
2. Sturm Sequence

www.powerjam.ir

مثال ۵ ـ ۱۳ سیستم مرتبهٔ دوم

تابع انتقال زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{s^۲ + ۶s + ۸}{s^۲ + ۴s + ۳}$$

در ابتدا توجه کنید که G هیچ قطبی در نیم صفحهٔ راست ندارد. ضمناً داریم:

$$f(\omega) = \mathrm{Re}\left((-\omega^۲ + ۶i\omega + ۸)(-\omega^۲ - ۴i\omega + ۳)\right) = \omega^۴ + ۱۳\omega^۲ + ۲۴$$

بنابراین:

$$g(x) = x^۲ + ۱۳x + ۲۴$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$g_۱(x) = x^۲ + ۱۳x + ۲۴$$
$$g_۲(x) = ۲x + ۱۳$$
$$g_۳(x) = \frac{۷۳}{۴}$$

چون $V(۰) = ۰$ و $V(\infty) = ۰$ است، $g(x)$ هیچ صفری روی محور حقیقیِ مثبت ندارد و بنابراین تابع انتقال $G(s)$، SRP است.

یک آزمون جایگزین

یک آزمون جایگزین برای تشخیص SPR بودن یک سیستم با تابع انتقال سره با استفاده از اثبات لم کالمن ـ یاکوبویچ به دست می‌آید. برای این کار ماتریس A را به شکل کانونی کنترل‌پذیر بنویسید و معادلات زیر را حل کنید:

$$A^T P + AP = \begin{pmatrix} q_۱ & ۰ & \cdots & ۰ \\ ۰ & q_۲ & \cdots & ۰ \\ \vdots & & & \\ ۰ & ۰ & \cdots & q_n \end{pmatrix}$$

$$B^T P = C$$

که P ماتریسی متقارن است. از عبارت فوق $n + n(n+۱)/۲$ معادله برای عناصر مجهول P و Q به دست می‌آید. اگر برای $i = ۱, .., n$، $q_i > ۰$ باشد، تابع انتقال، SPR است.

www.powerjam.ir

قضیهٔ غیرفعال بودن

پس از مطرح کردن مفهوم غیرفعال بودن، حال یک نتیجهٔ کلیدی را ارائه می‌کنیم.

قضیهٔ ۵ ـ ۸ قضیهٔ غیرفعال بودن

سیستمی را در نظر بگیرید که از اتصال سیستمهای H_1 و H_2 به صورت یک حلقهٔ پسخور در شکل ۵ ـ ۱۶ بوجود می‌آید. فرض کنید H_1، اکیداً غیرفعال خروجی و H_2 غیرفعال باشد. در این صورت سیستم حلقه ـ بسته، پایدار BIBO خواهد بود.

برهان: چون H_1 اکیداً غیرفعال خروجی است، داریم:

$$< y \mid e > = \delta \| y \|^2$$

و از آنجا که $e = u - H_2 y$ خواهیم داشت:

$$\delta \| y \|^2 \leqslant < y \mid e > = < y \mid u - H_2 y > = < y \mid u > - < y \mid H_2 y > \qquad (۵۵ ـ ۵)$$

از غیر فعال بودن H_2 نتیجه می‌شود که:

$$< y \mid H_2 y > \geqslant 0$$

و از معادلهٔ (۵ ـ ۵۵) نتیجه می‌شود:

$$\delta \| y \|^2 \leqslant < y \mid u > \leqslant \| y \| \| u \|$$

که نامساوی آخر از نامساوی شوارتز[1] نتیجه می‌شود. حال خواهیم داشت:

$$\| y \| < \frac{1}{\delta} \| u \|$$

که قضیه را ثابت می‌کند.

نکته: قضیهٔ غیرفعال بودن را می‌توان به عنوان تعمیم قضیهٔ پایداری نایکوییست نیز در نظر گرفت. اگر تقدم فاز تابع انتقال حلقه کمتر از 180° باشد، از ناپایداری اجتناب می‌شود.

ارتباط بین قضایای غیرفعال بودن و بهرهٔ کوچک

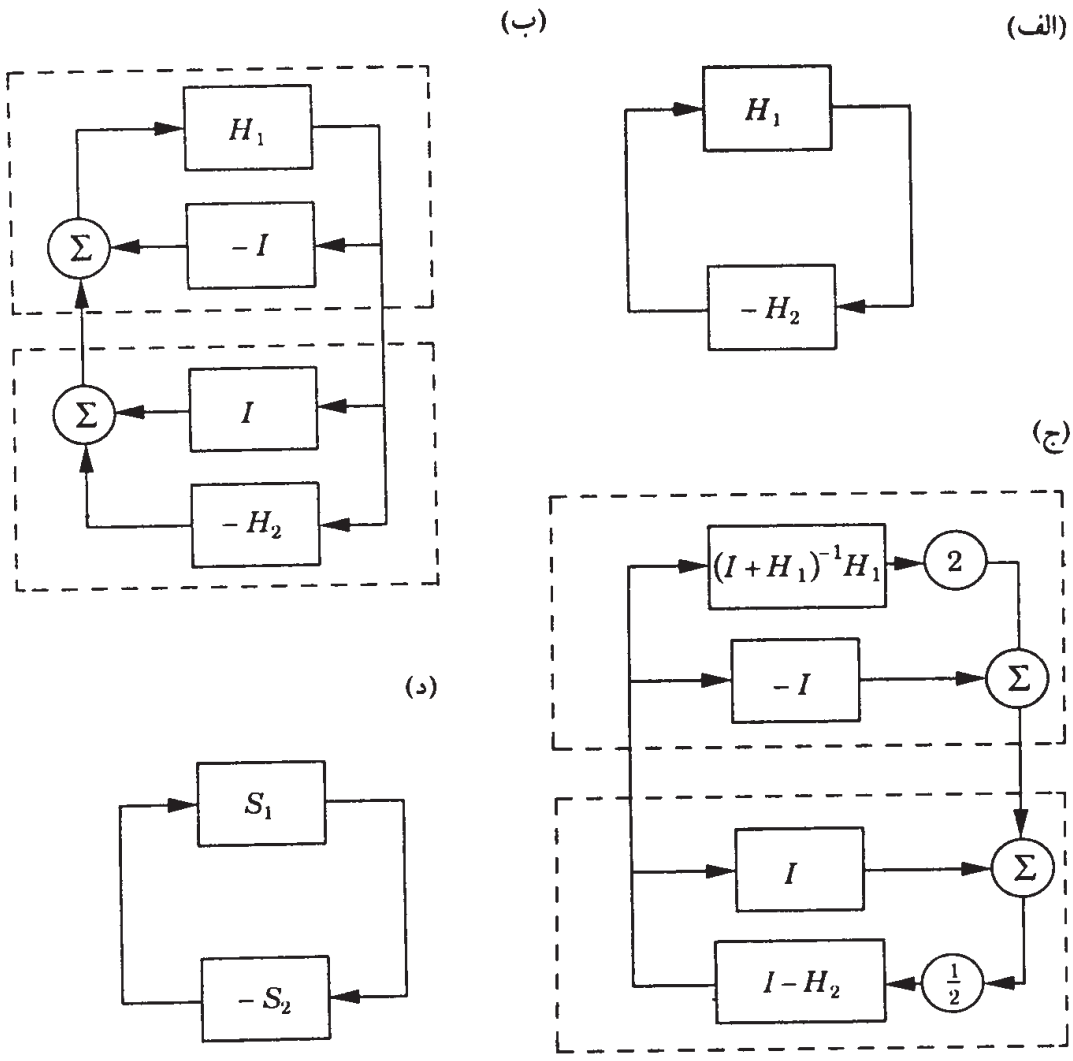
قضیهٔ بهرهٔ کوچک (قضیهٔ ۵ ـ ۶) و قضیهٔ غیر فعال بودن (قضیهٔ ۵ ـ ۸) به طور نزدیکی با

1. Schwartz Inequality

www.powerjam.ir

یکدیگر در ارتباطند. برای بررسی بیشتر این ارتباط، فضاهای سیگنالی را در نظر می‌گیریم که فضای ضرب داخلی هستند و نشان می‌دهیم که قضیهٔ بهرهٔ کوچک از روی قضیهٔ غیر فعال بودن قابل استخراج است. از شکل ۵ ـ ۱۶ شروع می‌کنیم و مجموعهٔ تبدیلات حلقهٔ پسخورِ شکل ۵ ـ ۱۷ را انجام می‌دهیم.

سیستم حلقه ـ بسته شکل ۵ ـ ۱۷ (الف) را در نظر بگیرید. فرض کنید سیستم H_1 اکیداً غیرفعال خروجی و H_2 غیرفعال باشد. در شکل ۵ ـ ۱۷ (ب)، دو حلقه وجود دارد که یکدیگر را حذف می‌کنند. روابط ورودی ـ خروجی حلقه‌های داخل خط چین به ترتیب برابر با $(I + H_1)^{-1} H_1$ و $I - H_2$ است. این دو سیستم در شکل ۵ ـ ۱۷ (ج) نیز نشان داده شده که در آن دو حلقه و دو بهره ($\frac{1}{2}$ و ۲)، را که یکدیگر را حذف می‌کنند، افزوده‌ایم.



شکل ۵ ـ ۱۷. چهار سیستم معادل.

www.powerjam.ir

توابع انتقال حلقه‌های داخل خط چین عبارت است از:

$$S_1 = ۲(H_1 + I)^{-1} H_1 - (I + H_1)^{-1} (I + H_1) = (H_1 + I)^{-1} (H_1 - I)$$

$$S_2 = -\left(I - \frac{1}{2}(I - H_2)\right)^{-1} \frac{1}{2}(I - H_2) = (H_2 + I)^{-1} (H_2 - I)$$

سیستمی که پس از اِعمال تبدیلات به دست می‌آید در شکل ۵ ـ ۱۷ (د) نشان داده شده است.

سیستمهای نشان داده شده در شکلهای ۵ ـ ۱۷ (الف) و ۵ ـ ۱۷ (د) معادل هستند. از معادل بودن آنها برای اثبات قضیه استفاده می‌کنیم. ابتدا مشاهده می‌کنیم که اگر سیستم $(H + I)^{-1}$ وجود داشته باشد با H جابجائی پذیر[1] است. برای اثبات این مطلب از تساوی زیر استفاده کنید:

$$H + H^2 = H(H + I) = (H + I)H$$

و آن را از سمت راست و چپ در $(I + H)^{-1}$ ضرب کنید. در این صورت داریم:

$$(H + I)^{-1} H = H(H + I)^{-1}$$

با کم کردن $(H + I)^{-1}$ از دو طرف رابطهٔ فوق داریم:

$$(H + I)^{-1} (H - I) = (H - I)(H + I)^{-1}$$

سیستمهای S و H به صورت زیر با یکدیگر در ارتباطند:

$$S = (H - I)(H + I)^{-1} = (H + I)^{-1} (H - I)$$

رابطهٔ ورودی ـ خروجی سیستم S به صورت زیر است:

$$y = Su = (H - I)(H + I)^{-1} u$$

رابطه زیر را در نظر بگیرید:

$$x = (H + I)^{-1} u$$

بنابراین داریم:

$$y = (H - I)x$$

$$u = (H + I)x$$

1. Commutative

www.powerjam.ir

پس:

$$\|y\|^2 = <y|y> = <Hx-x|Hx-x> = <Hx|Hx> + <x|x> + 2<Hx|x>$$

به طور مشابه، خواهیم داشت:

$$\|u\|^2 = <u|u> = <Hx+x|Hx+x> = <Hx|Hx> + <x|x> + 2<Hx|x>$$

در نتیجه:

$$\|y\|^2 = \|u\|^2 - 4<Hx|x> \qquad (۵۶-۵)$$

اگر H غیرفعال باشد، داریم $<Hx|x> \geq 0$؛ بنابراین $\|y\| \leq \|u\|$ می‌باشد که $\gamma(S) \leq 1$ را نتیجه می‌دهد. به طور مشابه درمی‌یابیم که اگر H اکیداً غیرفعال خروجی باشد، $\gamma(S) < 1$ خواهد بود.

از معادلهٔ (۵ ـ ۵۶) نتیجه می‌شود:

$$<Hx|x> = \frac{\|u\|^2 - \|y\|^2}{4} = \frac{\|u\|^2 - \|Su\|^2}{4} \geq (1-\gamma(S))\frac{\|u\|^2}{4}$$

که نتیجه می‌دهد H غیر فعال خواهد بود اگر $\gamma(S) \leq 1$ و اکیداً غیرفعال خروجی خواهد بود اگر $\gamma(S) < 1$ باشد.

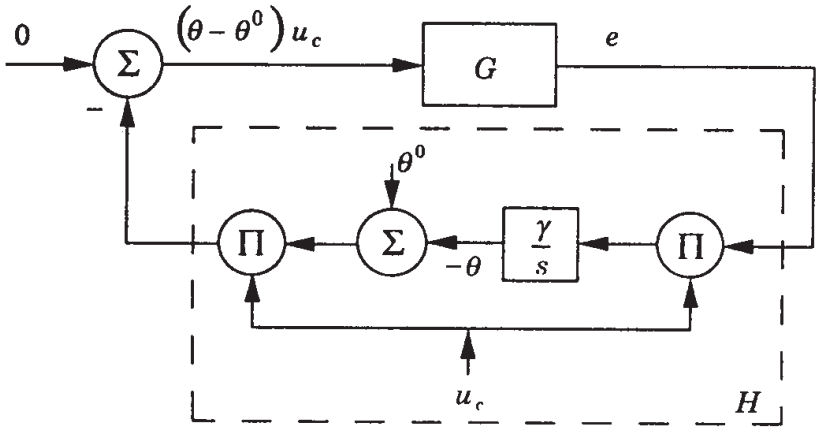
توجه کنید اگر S و H اعداد مختلط باشند، باز روش عملکرد مشابه حالت فوق خواهد بود. این نتیجه مثالی از هم ارزی اعداد مختلط و اپراتورها روی فضاهای ضرب داخلی است.

۵ ـ ۷ کاربردها در کنترل تطبیقی

حال از نتایج به دست آمده از قضیهٔ پایداری ورودی ـ خروجی برای رسیدن به قواعد تنظیم در سیستمهای تطبیقی استفاده می‌کنیم. لذا می‌توانیم بر اصول تکیه کرده، از جزئیات غیر ضروری اجتناب نماییم. در این قسمت فقط مسألهٔ تنظیم یک بهرهٔ پیشخور را در نظر می‌گیریم.

سیستمی با تابع انتقال $kG(s)$ را در نظر بگیرید که $G(s)$ معلوم و k ثابتی مجهول است. برای این سیستم جبرانگری پیشخور تطبیقی را به گونه‌ای طرح خواهیم کرد که تابع انتقال از سیگنال فرمان به خروجی برابر با $k_0 G(s)$ باشد. این مسأله قبلاً در مثالهای ۵ ـ ۱ و ۵ ـ ۳ مورد بحث قرار گرفت و در قسمت ۵ ـ ۵ یک قانون تنظیم پارامتر براساس نظریهٔ لیاپانف برای آن استخراج شد. این قانون کنترل را می‌توان با نمودار بلوکی شکل ۵ ـ ۱۴ (ب) توصیف کرد.

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۱۸. نمایش سیستم با بهرهٔ پیشخور قابل تنظیم وقتی که از قانون کنترل معادلهٔ (۵ ـ ۴۰) استفاده شده باشد. با شکل ۵ ـ ۱۴ (ب) مقایسه کنید.

براساس قضیهٔ ۵ ـ ۵، اگر تابع انتقال G(s)، SPR باشد، سیستم تطبیقی پایدار خواهد بود. این شرط نشان می‌دهد که این نتیجه به نظریهٔ غیرفعال بودن ارتباط دارد. برای برقراری این موضوع، دوباره نمودار بلوکی را به صورت شکل ۵ ـ ۱۸ رسم می‌کنیم که ساختاری را ارائه می‌کند که قضیهٔ غیرفعال بودن در آن قابل اعمال است. برای استفاده از قضیهٔ غیرفعال بودن لازم است خواصی بلوکی را بررسی کنیم که در شکل ۵ ـ ۱۸ با خطچین مشخص شده است. برای این منظور لم زیر را بیان می‌کنیم:

لم ۵ ـ ۳ ویژگی سیستمهای حقیقی مثبت

فرض کنید r، تابیع انتگرال‌پذیر مربعی کراندار و G(s) یک تابع انتقال حقیقی مثبت باشد. در این صورت سیستمی که رابطهٔ ورودی ـ خروجی آن به صورت زیر باشد:

$$y = r\,(G(p)\,ru)$$

غیرفعال است.

برهان: داریم:

$$< y \mid u > = \int_0^\infty y(\tau)\,u(\tau)\,d\tau = \int_0^\infty (u(\tau)\,r(\tau))\,(G(p)\,ru)\,(\tau)\,d\tau$$

$$= \int_0^\infty w(\tau)\,(G(p)\,w)\,(\tau)\,d\tau = < w \mid Gw >$$

www.powerjam.ir

که در آن $w = ru$ است. چون $G(s)$ حقیقی مثبت است از مثال ۵ ـ ۱۲ نتیجه می‌شود که $< w \mid Gw > \geqslant 0$ است که نتیجه را ثابت می‌کند.

حال با استناد به قضیهٔ غیر فعال بودن (قضیهٔ ۵ ـ ۸) می‌تون اثبات دیگری را برای قضیهٔ ۵ ـ ۵ ارائه دهیم. شکل ۵ ـ ۱۸ نشان می‌دهد که سیستم مدل ـ مرجع را می‌توان مانند اتصال پسخور دو سیستم در نظر گرفت. یکی سیستمی خطی با تابع انتقال G است که سیگنال $(\theta - \theta^*)\, u_c$ ورودی و خطای مدل، خروجی آن است. سیستم دیگر دارای ورودی خطای مدل و خروجی $-(\theta - \theta^*)\, u_c$ است. از آنجا که انتگرالگیر، مثبت حقیقی است از لم ۵ ـ ۳ نتیجه می‌شود که سیستم H، غیرفعال است. اگر تابع انتقال G سره و اکیداً حقیقی مثبت باشد، از مثال ۵ ـ ۱۲ نتیجه می‌شود که $G(s)$ اکیداً غیرفعال خروجی است. آنگاه نظریهٔ غیرفعال بودن (قضیهٔ ۵ ـ ۸) نتیجه می‌دهد که سیستم حلقه ـ بستهٔ، پایدار BIBO است. در شکل ۵ ـ ۱۸ هیچ ورودی خارجی مانند شکل ۵ ـ ۱۶ وجود ندارد. لیکن ممکن است سیستم شکل ۵ ـ ۱۸ دارای شرطهای اولیه‌ای باشد، زیرا فرایند و مدل می‌توانند شرایط اولیه مختلفی داشته باشند. همچنین ممکن است انتگرالگیر دارای شرط اولیه‌ای باشد که بتوان آن را به صورت شرط اولیه‌ای در نظر گرفت که از یک سیگنال ورودیِ خارجی، تولید شده است. چنین سیگنال ورودی را همواره می‌توان به گونه‌ای انتخاب کرد که برای $t \geqslant 0$ برابر با صفر باشد. بنابراین حالتی به وجود می‌آید که در شروط قضیهٔ ۵ ـ ۶ صدق می‌کند و سیگنال ورودی u در L_2 کراندار است. با افزایش t به سمت بینهایت، خطای $e(t)$ به سمت صفر می‌رود. توجه کنید که سیستم MRAS وقتی که شرط SPR بودن برقرار باشد، برای همهٔ مقادیر $\gamma > 0$ پایدار است. در نتیجه، عمل تطبیق می‌تواند به اندازه دلخواه سریع شود.

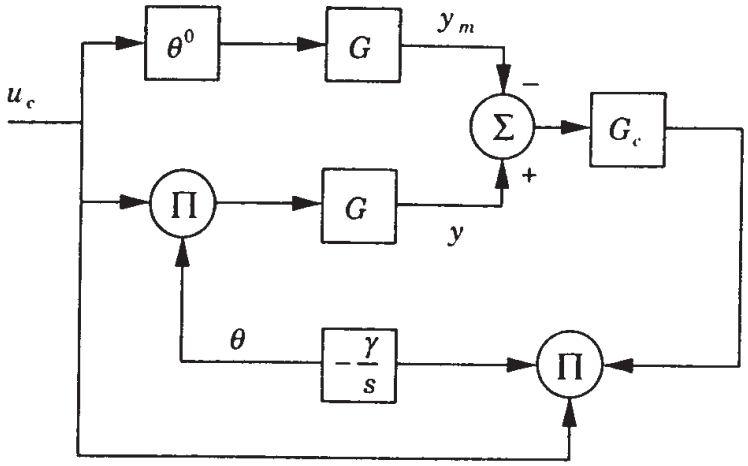
طراحی مکانیزمهای تنظیم پایدار

قضیهٔ غیرفعال بودن روشی مناسبی را برای ایجاد قوانین تنظیم پایدار ارائه می‌دهد. در اینجا بسادگی سعی می‌کنیم شبکه‌های جبرانگری را مطرح کنیم که تابع انتقال مربوط به خطای $(\theta - \theta^*)\, u_c$ اکیداً حقیقی مثبت باشد (مانند شکل ۵ ـ ۱۹).

برای سیستمهای با پسخور خروجی، مسأله، پیدا کردن جبرانگر G_c است به طوری که تابع انتقال GG_c اکیداً حقیقی مثبت باشد. این کار را می‌توان با استفاده از لم کالمن ـ یاکوبویچ (لم ۵ ـ ۲) انجام داد. در استفاده از کنترل پیشخور خالص، طبیعی است فرض کنیم G پایدار است و می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۱۹. اگر GG_c . SPR باشد، یک قانون تنظیم پایدار به دست می‌آید.

که همهٔ صفرهای $A(s)$ در نیم صفحهٔ چپ باشد. برای یک چند جمله‌ای پایدار $A(s)$، همواره چند جمله‌ای $C(s)$ به طوری که $C(s) / A(s)$، SPR باشد قابل دستیابی است . برای این کار تحقق کانونی $\frac{۱}{A(s)}$ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -a_۱ & -a_۲ \dots & -a_{n-۱} & -a_n \\ ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ \vdots & & & \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \\ \vdots \\ ۰ \end{bmatrix} u$$

اینک ماتریس متقارن معیّن مثبت Q را انتخاب کرده، معادلهٔ زیر را حل کنید:

$$A^T P + PA = -Q$$

در این صورت ضرایب چند جمله‌ای C به طوری که $C(s) / A(s)$، SPR باشد اولین سطر ماتریس P خواهد بود.

درجهٔ چند جمله‌ای $C(s)$ حداکثر برابر با « ۱ − درجهٔ A » خواهد بود. بنابراین برای سیستمهایی که دارای صفرهای پایدار و فزونی قطب ۱ باشد امکان یافتن یک قاعدهٔ تنظیم پایدار با انتخاب $G_c(s) = C(s) / B(s)$ وجود دارد. لیکن برای سسیستمهای با فزونی قطب بیشتر از ۱ جبرانگری که GG_c را اکیداً حقیقی مثبت کند شامل مشتقها خواهد بود. حال با معرفی خطای افزوده نشان خواهیم داد که چگونه باید با حالتی که فزونی قطب بیشتر است، برخورد کرد.

www.powerjam.ir

تنظیم PI

همهٔ قواعد تنظیم که تا اینجا مطرح شد، رگولاتورهای انتگرالی بود. یعنی همواره پارامتر، از خروجیِ یک انتگرالگیر به دست می‌آمد. روشهای فراوان دیگری نیز برای انتخاب مکانیزم تطبیق H در شکل ۵ ـ ۱۸ وجود دارد. برای نمونه، می‌توان انتظار داشت که با استفاده از یک قانون تنظیم تناسبی ـ انتگرالی، عمل تطبیق، سریعتر انجام شود. این بدان معناست که قانون کنترل معادلهٔ (۵ ـ ۴۰) با معادلهٔ ذیل جایگزین شود:

$$\theta(t) = -\gamma_1 u_c(t) e(t) - \gamma_2 \int^t u_c(\tau) e(\tau) d\tau \qquad (۵۷ - ۵)$$

چون سیستمی با تابع انتقال $H(s) = \gamma_1 + \gamma_2 / s$ برای مقادیر مثبت γ_1 و γ_2، اکیداً غیرفعال خروجی است، از قضیهٔ ۵ ـ ۸ (قضیهٔ غیرفعّال بودن) نتیجه می‌شود که اگر GG_c حقیقی مثبت باشد، معادلهٔ (۵ ـ ۵۷) یک قانون تنظیم پایدار را نتیجه می‌دهد.

خطای افزوده[1]

اکنون برای به دست آوردن قواعد تنظیم پایدار، برای مسأله تنظیم بهره پیشخور، روشهای پیشرفته‌تری را ارائه می‌کنیم. استفاده از نظریهٔ غیرفعال بودن راهنمای خوبی بود و ایدهٔ فیلتر کردن خطای مدل را، به گونه‌ای که GG_c، SPR باشد، مطرح کرد. تا کنون در حالتی که فزونی قطبِ G بزرگتر از ۱ باشد، هیچ حلّی را ذکر نکرده‌ایم امّا حال برای این کار، ابتدا تابع انتقال G را به شکل زیر تجزیه می‌کنیم:

$$G = G_1 G_2$$

که در آن تابع انتقال G_1، SPR است. خطای $e = y - y_m$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} e &= G(\theta - \theta^*) u_c = G_1 G_2 (\theta - \theta^*) u_c \\ &= G_1 \left(G_2 (\theta - \theta^*) u_c + (\theta - \theta^*) G_2 u_c^* - (\theta - \theta^*) G_2 u_c \right) \\ &= G_1 \left((\theta - \theta^*) G_2 u_c \right) - G_1 \left((\theta - \theta^*) G_2 u_c - G_2 (\theta - \theta^*) u_c \right) \end{aligned}$$

1. Augmented Error

www.powerjam.ir

خطای افزودهٔ ε را با تعریف زیر در نظر بگیرید:

$$\varepsilon = e + \eta$$

که η *افزایش خطاست* که اینگونه تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}\eta &= G_1(\theta - \theta^*)\, G_2 u_c - G(\theta - \theta^*)\, u_c \\ &= G_1(\theta\, G_2 u_c) - G\,\theta\, u_c\end{aligned}$$

تساوی دوم در رابطهٔ فوق بدین دلیل است که اگر θ^* ثابت باشد آنگاه $G\,\theta^* u = \theta^* G\, u$ است. بنابراین، خطای افزوده با اضافه کردن جملهٔ تصحیح کنندهٔ η به خطا، به دست می‌آید. توجّه کنید که اگر پارامتر θ ثابت باشد، جملهٔ تصحیح کننده حذف می‌شود.

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\varepsilon = G_1\big((\theta - \theta^*)\, G_2 u_c\big) = G_1(\theta - \theta^*)\, \bar{u}_c \qquad (۵۸ - ۵)$$

که در آن $\bar{u}_c$ سیگنال مرجع فیلتر شده توسط G_2، است. معادلهٔ (۵ ـ ۵۸) مدل خطایی است که مشابه آن را پیش از این استفاده می‌کردیم. اینک قضیهٔ ذیل را بیان می‌کنیم:

قضیهٔ ۵ ـ ۹ پایداری با استفاده از خطای افزوده

سیستم مدل ـ مرجع را برای تطبیق بهرهٔ پیشخور در سیستمی با تابع انتقال G در نظر بگیرید و فرض کنید G را به شکل $G_1 G_2$ تجزیه کرده باشیم به طوری که G_1، SPR باشد. قانون تنظیم پارامتر:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma\varepsilon\,(G_2 u_c) \qquad (۵۹ - ۵)$$

که:

$$\varepsilon = e + G_1(\dot{\theta} G_2 u_c) - G(\theta\, u_c) \qquad (۶۰ - ۵)$$

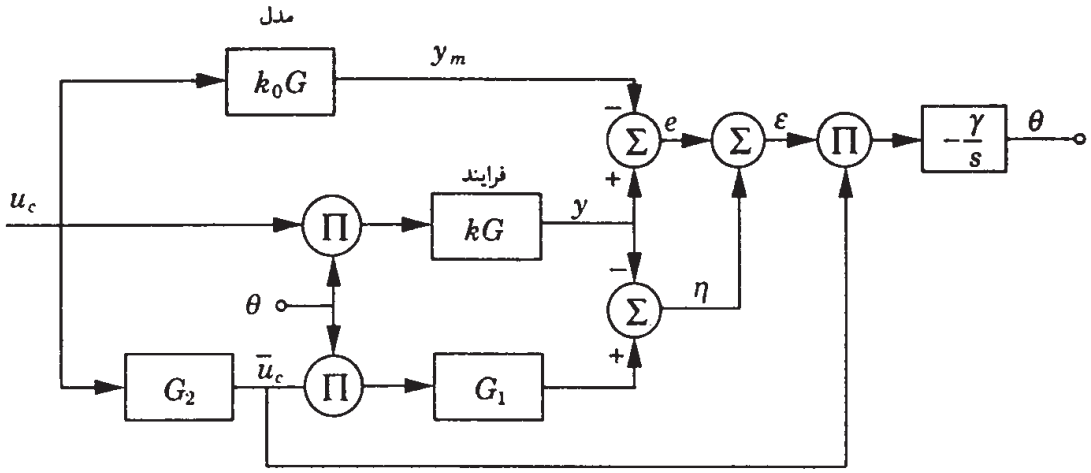
است، سیستم حلقه ـ بسته‌ای را نتیجه می‌دهد که در آن با افزایش t به سمت بینهایت، خطا به سمت صفر می‌رود.

برهان: از آنجا که G_1، SPR است، رابطه مدل خطا نشان می‌دهد که $\varepsilon \in L_2$ است.

نکتهٔ ۱: تجزیهٔ بدیهی G به طوری که $G_1 = 1$ باشد، یکی از حالات ممکن است.

نکتهٔ ۲: اگر سیگنال ورودی، تحریک کنندهٔ پایا باشد، می‌توان نشان داد که پارامترها نیز همگرا می‌شود.

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۲۰. نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع براساس خطای افزوده.

نکتهٔ ۳: توجه کنید که برای همگرا شدن θ به θ^* باید تابع انتقال G_2، کمینه فاز باشد. دلیل این موضوع آن است که برای نشان دادن اینکه در صورت صفر شدن خروجیِ e، $\theta - \theta^*$ به سمت صفر می‌رود، باید به اطلاعات تابع انتقال G_2 باز گردیم و این اطلاعات به ما می‌گوید که باید معکوس G_2، پایدار باشد. در قسمت ۵ ـ ۸، دوباره در حالت عمومی به این شرط خواهیم پرداخت.

نمودار بلوکی سیستمی با خطای افزوده در شکل ۵ ـ ۲۰ نشان داده شده است. برای پیاده‌سازی خطای افزوده لازم است تحقق توابع انتقال G_1 و G_2 را مطرح کنیم. خطای افزوده مونوپلی[1] مطرح کرد. طرح او دارای یک ایدهٔ کلیدی برای کنترل تطبیقی سیستمهای با فزونی قطب بزرگتر از ۱ بود. کاربرد این ایده در سیستمهای خطی عمومی در قسمت ۵ ـ ۸ توضیح داده می‌شود. در قسمت ۵ ـ ۹ نشان می‌دهیم که خطای افزوده به طور طبیعی در رگولاتورهای خود تنظیم ظاهر می‌شود.

خلاصه

از مسألهٔ تنظیم بهره در یک سیستم معلوم، برای معرفی ایده‌هایی در طراحی سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع پایدار، استفاده شده. ابتدا نشان داده شد که قواعد تنظیم را می‌توان برای سیستمهایی که در آنها فرایند اکیداً حقیقی مثبت است به دست آورد. قواعد تنظیم پارامتر مشابه قواعدی بود که به روش گرادیان به دست آمده بود.

1. Monopoli

www.powerjam.ir

آنگاه دسته‌ای از سیستمها را می‌توان با استفاده از قواعد تنظیمی، که در آنها خطا فیلتر می‌شود، توسعه داد. بدین ترتیب مسأله، برای سیستمهای کمینه فاز پایداری که دارای فزونی قطبی کوچکتر از ۱ هستند، قابل حل است. در نهایت نیز به منظور حلّ مسائلی با فزونیِ قطب بزرگتر، ایدهٔ خطای افزوده تبیین شد.

۵ ـ ۸ پسخور خروجی

حال در حالتی نسبتاً عمومی MRAS را برای تنظیم پارامترهای کنترلگر براساس پسخور خروجی به دست می‌آوریم. فرایندی با یک ورودی و یک خروجی در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود که دینامیک سیستم، خطی و مسألهٔ کنترل، به صورت تعقیب ـ مدل فرموله شود. فرض کلیدی آن است که بتوان کنترلگر را به طریقی پارامتریزه کرد که خطا نسبت به پارامترهای کنترلگر، خطی باشد. استخراج MRAS به صورت ذیل توضیح داده می‌شود:

گام ۱: ساختار کنترلگری را بیابید که تعقیب خروجی کامل را برای سیستم فراهم آورد.

گام ۲: مدل خطا را به صورت

$$\varepsilon = G_1(p)\{\varphi^T(t)(\theta^* - \theta)\} \qquad (۶۱ ـ ۵)$$

بیابید که در آن G_1 تابع انتقال اکیداً حقیقی مثبت، θ^* پارامترهای فرایند و θ پارامترهای کنترلگر باشد. سمت راست معادلهٔ فوق باید براساس کمیّتهای محاسبه‌پذیر بیان شود.

گام ۳: از قانون تنظیم:

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi \varepsilon \qquad (۶۲ ـ ۵)$$

یا قانون نرمالیزهٔ:

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \frac{\varphi \varepsilon}{\alpha + \varphi^T \varphi} \qquad (۶۳ ـ ۵)$$

استفاده کنید. توجّه کنید که خطای ε در معادلهٔ (۵ ـ ۶۱) نسبت به پارامترها، خطّی است، که این امر سبب به وجود آمدن محدودیتهایی در مدلها و کنترلگرها خواهد شد. مدلی به شکل (۵ ـ ۶۱) به طور نوعی با استفاده از محاسبات جبری، فیلترسازی و افزودن خطا به دست می‌آید.

حال روشی برای اعمال روش طراحی ارائه می‌دهیم.

www.powerjam.ir

یافتن ساختار کنترلگر

گام اول در طراحی، یافتن ساختار کنترلگرِ مناسب است. ابزار این کار در قسمت ۳ ـ ۲ ارائه شد. فرض کنید فرایند با مدل زمان ـ پیوسته زیر توصیف شود:

$$Ay(t) = b_0 Bu(t) \qquad (۶۴ - ۵)$$

که فرض می‌شود چند جمله‌ایهای A و B عامل مشترک نداشته، چند جمله‌ای B تکین است و همهٔ صفرهای آن در نیم صفحهٔ چپ قرار دارد. بعلاوه چند جمله‌ای به گونه‌ای نرمالیزه می‌شود که B، تکین باشد. متغیر b_0، *بهرهٔ لحظه‌ای*[1] یا *بهرهٔ فرکانس ـ بالا*[2] نامیده می‌شود. در حالت عمومی می‌توان یک کنترلگر خطی به صورت زیر نوشت:

$$Ru(t) = -Sy(t) + Tu_c(t) \qquad (۶۵ - ۵)$$

که در آن u_c سیگنال فرمان است. چون چند جمله‌ای B، پایدار است، قطبهای متناظر آن را می‌توان به کمک کنترلگر حذف کرد؛ در نتیجه $R = R_1 B$ است. سیستم حلقه ـ بستهٔ حاصل از اعمال کنترلگر به فرایند (۵ ـ ۶۴) به صورت زیر است:

$$(AR_1 + b_0 S)y = b_0 Tu_c \qquad (۶۶ - ۵)$$

اگر چند جمله‌ای T به صورت $T = t_0 A_0$ انتخاب شود که A_0 یک چند جمله‌ای تکین پایدار بوده، R_1 و S در رابطهٔ زیر صدق کنند:

$$AR_1 + b_0 S = A_0 A_m \qquad (۶۷ - ۵)$$

با مدل زیر می‌توان به تعقیب کامل مدل دست یافت:

$$A_m y_m(t) = b_0 t_0 u_c(t) \qquad (۶۸ - ۵)$$

مدل خطا

پس از به دست آوردن کنترلگر با ساختار مناسب، اکنون مدل خطا را استخراج می‌کنیم. برای این کار از معادلهٔ (۵ ـ ۶۷) نتیجه می‌گیریم:

$$A_0 A_m y = AR_1 y + b_0 Sy = R_1 b_0 Bu + b_0 Sy \qquad (۶۹ - ۵)$$

1. Instantaneous Gain
2. High - Frequency Gain

www.powerjam.ir

که تساوی اول از معادلهٔ (۵ ـ ۶۷) و تساوی دوم از معادلهٔ (۵ ـ ۶۴) به دست آمده است. خطای زیر را در نظر بگیرید:

$$e = y - y_m$$

از معادلات (۵ ـ ۶۹) و (۵ ـ ۶۸) نتیجه می‌شود که:

$$A_o A_m e = A_o A_m (y - y_m) = b_o (Ru + Sy - Tu_c)$$

یا:

$$e = \frac{b_o}{A_o A_m} (Ru + Sy - Tu_c)$$

این مدل خطا هنوز مناسب نیست، زیرا تابع انتقالِ $\frac{b_o}{A_o A_m}$، SPR نیست. بنابراین از خطای فیلتر شدهٔ $e_f = \frac{Q}{P} e = \frac{Q}{P} (y - y_m)$ استفاده می‌کنیم که در آن Q یک چند جمله‌ای با درجه‌ای کوچکتر یا مساوی از درجهٔ $A_o A_m$ است، به طوری که عبارت زیر SPR باشد:

$$\frac{b_o Q}{A_o A_m} \qquad (۵ ـ ۷۰)$$

خطای فیلتر شده را می‌توان به این شکل نوشت:

$$e_f = \frac{b_o Q}{A_o A_m} \left(\frac{R}{P} u + \frac{S}{P} y - \frac{T}{P} u_c \right)$$

فرض کنید $P = P_1 P_2$ باشد که در آن P_2 یک چند جمله‌ای تکین پایدار و همدرجه با R است. حال $\frac{R}{P}$ را به صورت زیر باز می‌نویسیم:

$$\frac{R}{P} = \frac{R - P_2 + P_2}{P_1 P_2} = \frac{1}{P_1} + \frac{R - P_2}{P}$$

در نتیجه خطای فیلتر شده بدین صورت تبدیل می‌شود:

$$e_f = \frac{b_o Q}{A_o A_m} \left(\frac{1}{P_1} u + \frac{R - P_2}{P} u + \frac{S}{P} y - \frac{T}{P} u_c \right)$$

فرض می‌کنیم k، l و m به ترتیب درجهٔ چند جمله‌ایهای R، S و T باشد. بردار پارامترهای واقعی کنترلگر را بدین صورت، در نظر بگیرید:

$$\theta^* = (r_1 \ldots + r_k \, s_o \ldots s_l \, t_o \ldots t_m)^T \qquad (۵ ـ ۷۱)$$

www.powerjam.ir

r_i ضـرایب چـند جـمله‌ای $R - P_۲$ است. هـمچنین بـردار فـیلتر شـده ورودی، خـروجی و سیگنالهای فرمان را نیز اینگونه در نظر بگیرید:

$$\varphi^T = \left(\frac{p^{k-۱}}{P(p)} u \dots \frac{۱}{P(p)} u \quad \frac{p^{\ell}}{P(p)} y \dots \frac{۱}{P(p)} y \quad - \frac{p^m}{P(p)} u_c \dots - \frac{۱}{P(p)} u_c \right) \quad (۷۲ - ۵)$$

در نتیجه خطای فیلتر شده را می‌توان به شکل ذیل نوشت:

$$e_f = \frac{b_۰ Q}{A_۰ A_m} \left(\frac{۱}{P_۱} u + \varphi^T \theta^* \right) \quad (۷۳ - ۵)$$

برای به دست آوردن مدل خطا، لازم است معادلهٔ پارامتریزه شده کنترلگر را بیابیم. در حـالتِ نامی وقتی که پارامترها معلوم باشند، قانون کنترل را می‌توان چنین نوشت:

$$u = -P_۱(\varphi^T \theta^*) = -P_۱\left((\theta^*)^T \varphi\right) = -(\theta^*)^T (P_۱ \varphi) \quad (۷۴ - ۵)$$

که $P_۱$ یک چند جمله‌ای برحسب عملگر دیفرانسیل است. فـرض کـنید θ، مشـخص کـنندهٔ پارامترهای قابل تنظیم کنترلگر باشد. بنابراین قانون پسخور $u = -P_۱(\varphi^T \theta)$ مدل خـطای مطلوب را نتیجه خواهد داد. لیکن، این قانون کنترل درصورتی که درجه $P_۱$ بزرگتر از ۱ بـاشد تحقق‌پذیر نیست، زیرا جمله $P_۱ (\varphi^T \theta)$ شامل مشتقهای پارامترهاست. قانون کنترل

$$u = -\theta^T (P_۱ \varphi) \,. \quad (۷۵ - ۵)$$

بدلیل معادله (۵ ـ ۶۹) تحقق‌پذیر است. با استفاده از این قانون کنترل، از معادلهٔ (۵ ـ ۷۰) نتیجه می‌شود که خطای فیلتر شده بدین شکل قابل بیان است:

$$e_f = \frac{b_۰ Q}{A_۰ A_m} \left(\varphi^T \theta^* - \frac{۱}{P_۱} \theta^T (P_۱ \varphi) \right)$$

$$= \frac{b_۰ Q}{A_۰ A_m} \left(\varphi^T \theta^* - \varphi^T \theta - \frac{۱}{P_۱} \theta^T (P_۱ \varphi) + \varphi^T \theta \right)$$

www.powerjam.ir

سیگنالهای η و ε را اینسان تعریف می‌کنیم:

$$\eta = \frac{1}{P_1}\theta^T(P_1\varphi) - \varphi^T\theta = -\left(\frac{1}{P_1}u + \varphi^T\theta\right)$$
$$\varepsilon = e_f + \frac{b_0 Q}{A_0 A_m}\eta = \frac{b_0 Q}{A_0 A_m}\varphi^T(\theta^* - \theta) \qquad (۷۶ ـ ۵)$$

سیگنال ε را *خطای افزوده* و η را *افزایش خطا* می‌نامیم. خطای افزوده را چنین محاسبه می‌کنیم:

$$\varepsilon = \frac{Q}{P}(y - y_m) + \frac{b_0 Q}{A_0 A_m}\eta \qquad (۷۷ ـ ۵)$$

با انتخاب درجه‌های P و Q، بسادگی می‌توان نشان داد که در این محاسبات نیازی به مشتقگیری از سیگنالهای y، u، u_c و y_m نیست. همچنین مدل خطای معادلهٔ (۵ ـ ۷۶) نسبت به پارامترها، خطّی است و تابع انتقال $\frac{b_0 Q}{A_0 A_m}$، SPR است. بنابراین مدل خطا نیازهای گام ۲ را برآورده می‌کند و در نتیجه پارامترها را می‌توان به کمک معادلهٔ (۵ ـ ۶۲) یا معادلهٔ (۵ ـ ۶۳) بهنگام کرد. تا اینجا محاسبات در راستای مطالب قسمتهای ۵ ـ ۳ و ۵ ـ ۴ بوده است. برای نشان دادن پایداری سیستم حلقه ـ بسته، SPR بودنِ سیستم (۵ ـ ۷۰) کافی نیست. همچنین لازم است سیگنالهای موجود در φ کراندار باشند. بررسی این شرط مشکل است؛ در ضمن، معادلات (۵ ـ ۷۶) فقط زمانی معتبر است که سیگنال کنترل از معادلهٔ (۵ ـ ۷۵) تولید شود. این موضوع نتیجه می‌دهد که سیگنال کنترل نمی‌تواند اشباع شود. توجّه کنید که برای محاسبهٔ خطای افزودهٔ ε، دانستن پارامتر b_0، الزامی است.

بنابراین در الگوریتم مذکور، لازم است بهرهٔ فرکانس بالا b_0، معلوم باشد. در صورت مجهول بودن پارامتر، می‌توان آن را به صورت زیر تخمین زد:

مدل خطای معادله (۵ ـ ۷۳) اینچنین قابل بیان است.

$$e_f = b_0(\varphi_f^T\theta^* + u_f) \qquad (۷۸ ـ ۵)$$

که:

$$\varphi_f = \frac{Q}{A_0 A_m}\varphi$$
$$u_f = \frac{Q}{A_0 A_m P_1}u$$

www.powerjam.ir

بنابراین یک تخمین ساده به روش گرادیان برای b_0 و θ^* به شکل زیر است:

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma' \hat{b}_0 \varphi_f \varepsilon_p = \gamma \varphi_f \varepsilon_p$$
$$\frac{d\hat{b}_0}{dt} = \gamma (\varphi_f^T \theta + u_f) \varepsilon_p \qquad (۵-۷۹)$$

که ε_p خطای پیش‌بینی است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_p = e_f - \hat{e}_f = e_f - \hat{b}_0 (\varphi_f^T \theta + u_f) \qquad (۵-۸۰)$$

توجّه کنید که اگر علامت $\hat{b}_0$ معلوم باشد، می‌توان آن را با بهرهٔ تطبیق تلفیق کرد.

تحقق

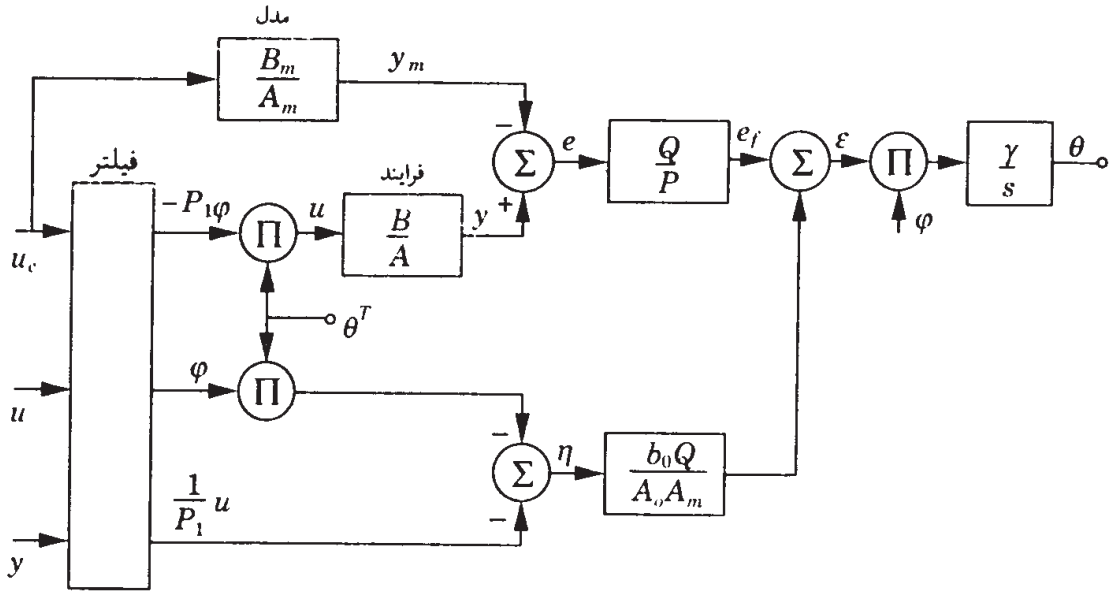
معادلات لازم برای پیاده‌سازی MRAS در حالت عمومی به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$y_m = \frac{B_m}{A_m} u_c$$
$$e_f = \frac{Q}{P} e = \frac{Q}{P} (y - y_m)$$
$$\eta = -\left(\frac{1}{P_1} u + \varphi^T \theta\right)$$
$$\varepsilon = e_f + \frac{b_0 Q}{A_0 A_m} \eta$$
$$\dot{\theta} = \gamma \varphi \varepsilon$$
$$u = -\theta^T (P_1 \varphi)$$

نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع در شکل ۵ ـ ۲۱ نشان داده شده است. بلوک «فیلتر» در شکل ۵ ـ ۲۱ سیستمی خطی است که P_1 و φ را با استفاده از سیگنالهای u_c، u و y تولید می‌کند. بردار φ از سه قسمت با ساختار مشابه تشکیل شده، بنابراین کافی است یک قسمت آن را بررسی کنیم. برای مثال، چگونگی تولید φ_u و $P_1 \varphi_u$ را بدین صورت در نظر بگیرید:

$$P_1 \varphi_u = \left(\frac{p^{k-1}}{P_2} u \ \ldots \ \frac{1}{P_2} u\right)^T = (x_1 \ \ldots \ x_k)^T = x^T$$

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۲۱. نموداربلوکی یک سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع برای یک سیستم SISO.

و:

$$\varphi_u = \left(\frac{p^{k-1}}{P} u \ldots \frac{1}{P} u \right)^T$$

که در آن $P = P_1 P_2$ و «درجهٔ P_2 = درجهٔ $k = R$» می‌باشد. فرض کنید چند جمله‌ایهای P_1 و P_2 اینگونه باشند: به صورت ذیل باشند:

$$P_1 = p^n + \alpha_1 p^{n-1} + \ldots + \alpha_n$$

$$P_2 = p^k + \beta_1 p^{k-1} + \ldots + \beta_k$$

همچنین فرض کنید «درجهٔ P_2 > درجهٔ P_1»؛ بنابراین بردار x و φ_u را می‌توان به صورت زیر تحقق داد:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -\beta_1 & -\beta_2 & \ldots & -\beta_{k-1} & -\beta_n \\ 1 & 0 & & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \\ 0 & 0 & & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\frac{dz}{dt} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & -\alpha_2 & \ldots & -\alpha_{n-1} & -\alpha_n \\ 1 & 0 & & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \\ 0 & 0 & & 1 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} x_k$$

www.powerjam.ir

که در آن $x_k = \frac{۱}{P_۲} . u$، آخرین عنصر بردار x و عناصر φ_u، آخرین k عنصر بردار حالت z هستند. ضمناً می‌توان $\frac{۱}{P_۱} u$ را از تولید φ_u و $P_۱ \varphi_u$ به‌دست آورد؛ لذا برای تولید بردارهای کامل φ و $P_۱ \varphi$، به سه تحق از توابع انتقال $P_۱$ و $P_۲$ نیاز است. بلوک «فیلتر» در شکل ۵ ـ ۲۱ بیان کنندهٔ این سیستمهاست.

پارامترهای طرّاحی

تعدادی از پارامترها باید در روند طراحی انتخاب شوند.

- تابع انتقال مدلی $\frac{B_m}{A_m}$؛
- چند جمله‌ای رؤیتگر $A_۰$؛
- درجهٔ چند جمله‌ایهای R، S و T؛
- چند جمله‌ایهای $P_۱$، $P_۲$ و Q.

با انتخاب پارامترهای مختلف طرّاحی، سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع فراوانی به دست می‌آید. یکی از روشهای مورد پسند برای انتخاب چند جمله‌ایها، به صورت $P_۱ = A_m$، $A_۰ = P_۲$ و $Q = A_۰ A_m$ است.

دانش قبلی[1]

برای اعمال روش MRAS دانستن این اطلاعات و کمینه فاز بودن فرایند، ضروری است:

- علامت بهرهٔ لحظه‌ای $b_۰$؛
- فزونی قطب دستگاه؛
- مرتبهٔ دستگاه یا پیچیدگی کنترلگر.

مثال ۵ ـ ۱۴ MRAS مرتبهٔ دوم

چگونگی عملکرد سیستم MRAS عمومی را با یک مثال مرتبهٔ دوم که با معادلهٔ زیر مشخص شده، توضیح می‌دهیم:

$$G(s) = \frac{k}{s(s+a)}$$

معادلهٔ مدل به صورت $G_m(s) = \frac{B_m}{A_m} = \frac{\omega^۲}{s^۲ + ۲\xi\omega s + \omega^۲}$ فرض می‌شود.

1. *A Priori Knowledge*

www.powerjam.ir

چند جمله‌ایهای A_0، R، S و T را می‌توان به صورت ذیل انتخاب کرد:

$$A_0(s) = s + a_0$$
$$R(s) = s + r_1$$
$$S(s) = s_0 s + s_1$$
$$T(s) = t_0 s + t_1$$

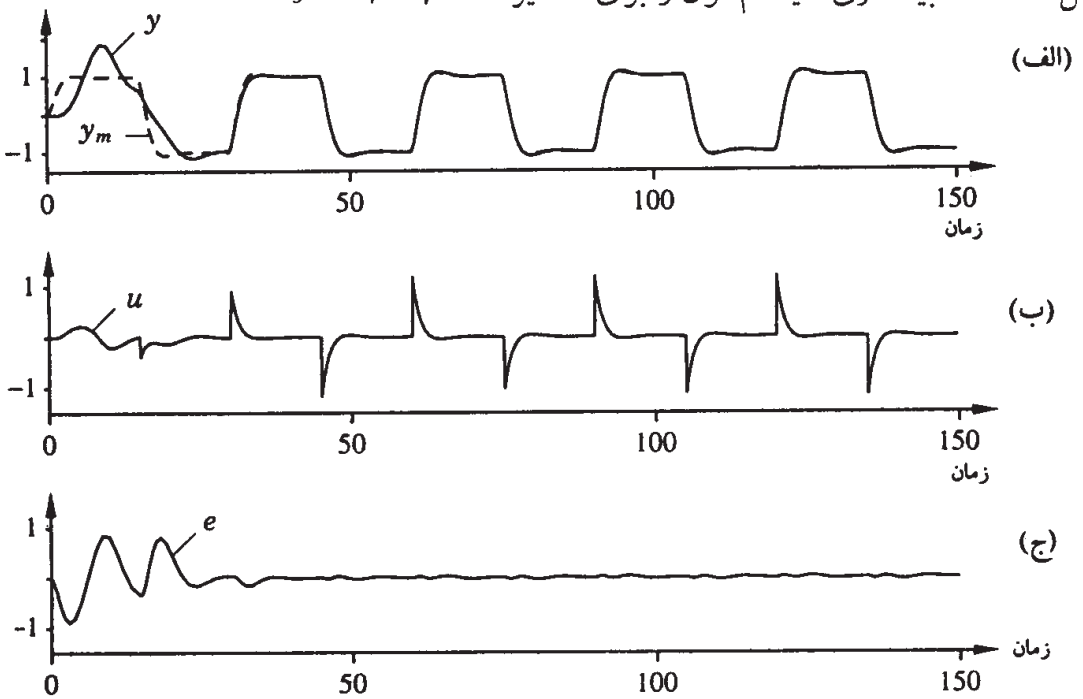
با استفاده از معادلهٔ دیوفانیتن (معادلهٔ ۵ ـ ۶۷) پاسخهای زیر به دست می‌آید:

$$r_1 = 2\zeta\omega + a_0 - a$$
$$S_0 = (2\zeta\omega a_0 + \omega^2 - a r_1)/K$$
$$S_1 = a_0\omega^2/k$$
$$t_0 = \omega^2/k$$
$$t_1 = a_0\omega^2/k$$

برای سادگی فرض می‌کنیم:

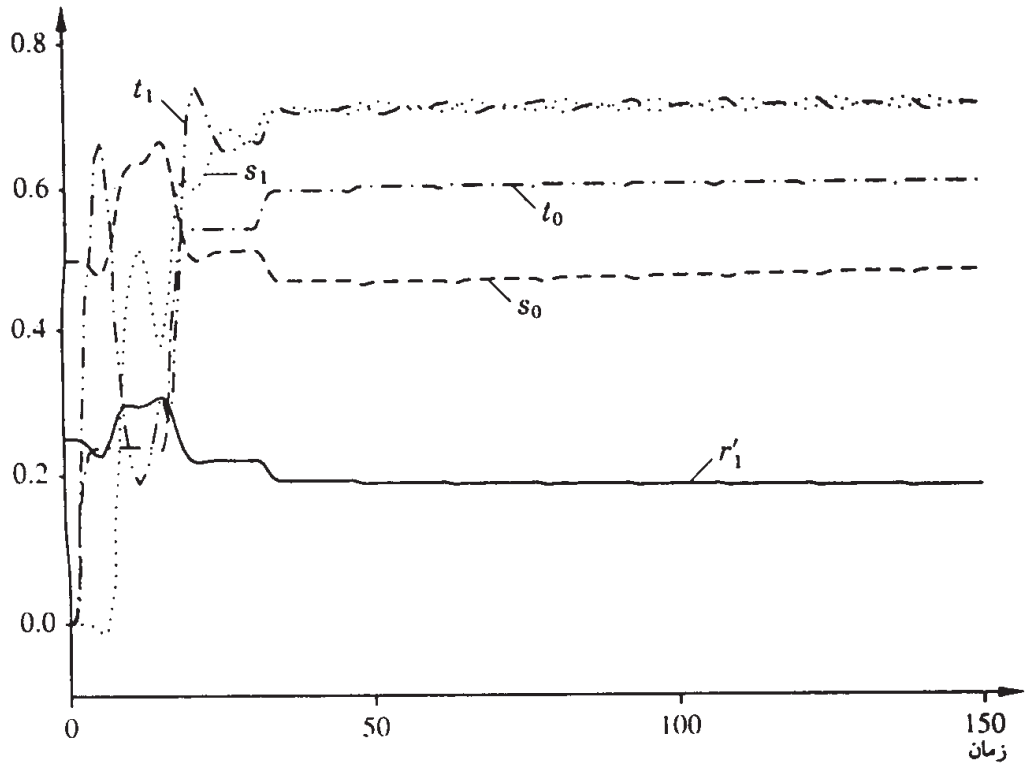
$$Q(s) = A_0(s)A_m(s)$$
$$P_1(s) = A_m(s)$$
$$P_2(s) = A_0(s)$$

شکل ۵ ـ ۲۲ شبیه‌سازی سیستم فوق را برای مقادیر $\gamma = 1$، $\zeta = 0/7$، $\omega = 1$، $a = 1$، $= 2$



شکل ۵ ـ ۲۲. شبیه‌سازی سیستم مثال ۵ ـ ۱۴: (الف) خروجی فرایند (خط‌پر) و خروجی مدل (خط چین)؛ (ب) سیگنال کنترل؛ (ج) خطای $e = y - y_m$.

www.powerjam.ir



شکل ۵ ـ ۲۳. پارامترهای کنترلگر در شبیه‌سازی سیستم مثال ۵ ـ ۱۴.

a_0 و $k = 2$، را نشان می‌دهد. در شبیه‌سازی فرض می‌شود $\hat{b}_0 = b_0$ باشد. مقادیر استفاده شده مربوط به فیلترهای P_1، P_2، Q و A_0 موجب همگراییِ نسبتاً سریعِ y به y_m می‌شود.

امّا در انتهای شبیه‌سازی، تخمین پارامترها، هنوز از مقادیر بهینه فاصله دارد، ولی سیگنال خطا کوچک است (شکل ۵ ـ ۲۲ (ج) را ببینید). پارامترهای کنترلر در شکل ۵ ـ ۲۳ نشان داده شده است. در $t = 150$ قانون کنترل، سیستمی حلقه ـ بسته با یک قطب در $-1/95$ و دو قطب مختلط متناظر با $\omega = 0/84$ و $\zeta = 0/78$ را نتیجه می‌دهد که این مقادیر با ریشه‌های A_m، A_0، که در -2 و در قطبهای مختلط متناظر با $\omega = 1$ و $\zeta = 0/7$ قرار دارند، قابل مقایسه است.

۵ ـ ۹ ارتباط میان MRAS و STR

برای مدتی طولانی سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع و رگولاتورهای خود تنظیم به عنوان دو مبحث کاملاً متفاوت در کنترل تطبیقی در نظر گرفته می‌شدند. در این قسمت نشان خواهیم داد که این دو روش به طور نزدیکی با هم در ارتباطند. نکتهٔ کلیدی آن است که خود تنظیم‌گرهای مستقیمی را که در آنها صفرهای فرایند حذف می‌شوند (الگوریتم ۳ ـ ۳) می‌توان به عنوان یک MRAS تعبیر کرد.

www.powerjam.ir

در قسمت ۵ ـ ۸، سیستم MRAS در حالت عمومی، برای یک سیستم خطی زمان ـ پیوسته بدست آمد. در آن قسمت فرض شد که فرایند کمینه‌فاز است و همهٔ صفرهای آن در طراحی حذف می‌شود. با این مفروضات نشان دادیم که قانون تنظیم برای بهنگام کردن پارامترها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi_f \varepsilon \qquad (۸۱ ـ ۵)$$

که در آن φ_f بردار رگرسیون فیلتر شده و ε خطای افزوده به شکل معادلهٔ (۵ ـ ۷۷) است:

$$\varepsilon = \frac{Q}{P}(y - y_m) + \frac{b_\circ Q}{A_\circ A_m}\eta \qquad (۸۲ ـ ۵)$$

حال خود تنظیم‌گر مستقیم زمان ـ گسسته را در نظر بگیرید. وقتی که همهٔ صفرهای فرایند حذف شود، چند جمله‌ای B^-، یک ثابت است و مدل فرایند زیر را داریم:

$$y(t) = \varphi_f^T (t - d_\circ)\theta$$

در الگوریم مستقیم، پارامترهای تخمینی با پارامترهای کنترلگر برابر است. از این رو می‌توان با استفاده از ماندهٔ ذیل، از روش حداقل مربعات برای تخمین استفاده کرد:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - \varphi_f^T (t - d_\circ)\hat{\theta}\ (t - ۱)$$

بنابراین پارامترهای بهنگام شده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}(t - ۱) + P(t)\varphi_f^T (t - d_\circ)\varepsilon(t) \qquad (۸۳ ـ ۵)$$

مقدار مانده با عبارت ذیل نشان داده می‌شود:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - y_m(t) + y_m(t) - \hat{y}(t) = e(t) + \eta(t) \qquad (۸۴ ـ ۵)$$

مقایسهٔ معادلات (۵ ـ ۸۱) و (۵ ـ ۸۳) نشان می‌دهد که معادلهٔ (۵ ـ ۸۳) را می‌توان به عنوان حالت زمان ـ گسستهٔ معادلهٔ (۵ ـ ۸۱) تعبیر کرد. توجه کنید که بهرهٔ γ در MRAS با ماتریس $P(t)$ جایگزین می‌شود. این ماتریس جهت گرادیان φ_f را تغییر داده، طول گام مناسبی را نتیجه می‌دهد. همچنین توجه کنید که از معادلهٔ (۵ ـ ۸۴) نتیجه می‌شود که افزونی خطا برابر با $y - \hat{y}$ است. بنابراین خطای افزوده‌ای که یافتن آن در روش MRAS نیاز به ابتکار بالایی دارد، مستقیماً از معادلات حداقل مربعات STR به دست می‌آید. در MRAS به فیلتراژ بیشتری نیاز است زیرا

www.powerjam.ir

مسأله، در زمان ـ پیوسته فرموله شده است. توجه کنید که از معادلهٔ (۵ ـ ۸۳) نتیجه می‌شود که:

$$\varphi_f^T (t - d_\circ) = - \text{grad}_\theta \, \varepsilon (t)$$

بردار $\varphi_f^T (t - d_\circ)$ را می‌توان به عنوان مشتق حساسیت خطای پیش‌بینی ε نسبت به پارامتر تعبیر کرد. بنابراین بهنگام کردن پارامتر معادلهٔ (۵ ـ ۸۳)، صورت زمان ـ گسستهٔ قاعدهٔ MIT است. تفاوت اصلی آن است که مدل خطای $e(t) = y(t) - y_m(t)$ با خطای پیش‌بینی $\varepsilon (t)$ جایگزین می‌شود.

توجه کنید که در روشهایی که بر شناسایی استوارند، مانند کنترلگرهای خود تنظیم، به‌طور طبیعی سعی می‌کنیم به شکلی مشابه:

$$y(t) = \varphi_f^T \theta$$

برسیم. با استفاده از روش مدل ـ مرجع می‌توانیم مدلی به شکل زیر داشته باشیم:

$$y(t) = G(p) (\varphi_f^T \theta)$$

که در آن $G(p)$، SPR است. بنابراین به طور خلاصه درمی‌یابیم که الگوریتمهای از نوع MRAS را می‌توان به روش سرراستی، مانند رگولاتور خود تنظیمِ مبتنی بر طراحی جایابی قطبِ حداقل درجه با استفاده از حذف چندجمله‌ای کامل B، به دست آورد.

۵ ـ ۱۰ سیستمهای غیرخطی

روش لیاپانف برای یافتن قوانین کنترل تطبیقی در سیستمهای غیرخطی نیز قابل استفاده است. این مسأله مشکلی است زیرا روش عمومی برای طراحی در دست نیست. لیکن مسأله در مورد کنترل تطبیقی سیستمهای غیرخطی جالب‌تر است. برای این منظور چند ایدهٔ مورد استفاده را مطرح کرده، آنها را با چند مثال توضیح می‌دهیم.

خطی‌سازی با پسخور

پیش از اقدام به کنترل تطبیقی لازم است ابتدا یک روش طراحی برای حالتی داشته باشیم که پارامترها معلوم هستند. خطی‌سازی باپسخور یک روش طراحی است که مشابه جایابی قطب است. این روش بر دستهٔ خاصی از سیستمها قابل اعمال است. این موضوع را با یک مثال توضیح می‌دهیم.

www.powerjam.ir

مثال ۵ ـ ۱۵ خطی‌سازی باپسخور

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 + f(x_1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = u$$

که f تابعی مشتق‌پذیر است. گام اول معرفی دستگاه مختصات جدید است:

$$\xi_1 = x_1$$
$$\xi_2 = x_2 + f(x_1)$$

که بر اثر آن، معادلات به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = \xi_2$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = \xi_2 f'(\xi_1) + u$$

با معرفی قانون کنترل:

$$u = -a_2 \xi_1 - a_1 \xi_2 - \xi_2 f'(\xi_1) + v$$

سیستم حلقه ـ بسته زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d\xi}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{pmatrix} \xi + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} v$$

این سیستم، خطی است و معادلهٔ مشخصهٔ آن به شکل زیر است:

$$s^2 + a_1 s + a_2 = 0$$

با تبدیل معکوس به دستگاه مختصات اولیه، قانون کنترل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u = -a_2 x_1 - (a_1 + f'(x_1))(x_2 + f(x_1)) + v$$

www.powerjam.ir

سیستم حلقه ـ بستهٔ حاصل در این مثال به مثابه سیستمی خطی رفتار خواهد کرد و این دلیل نامگذاری خطی‌سازی با پسخور روی این روش است. سیستم مثال ۵ ـ ۱۵ کاملاً خاص است برای اعمال همین روش به سیستمی با معادلهٔ:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + u\,g(x)$$

ابتدا

$$\xi_1 = h(x)$$

را به عنوان یک متغیر حالت جدید انتخاب می‌کنیم. مشتق زمانی ξ_1، به صورت زیر است:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = h'(x)\big(f(x) + u\,g(x)\big)$$

اگر $h'(x)\,g(x) = 0$ باشد، متغیر حالت جدید زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\xi_2 = h'(x)\,f(x)$$

مادامی که متغیر کنترل u به طور واضح در سمت راست ظاهر شود، این کار را ادامه می‌دهیم. بدین ترتیب متغیرهای حالت $\xi_1 \ldots \xi_r$ را، که به صورت بردار $\xi \in R^r$ بیان می‌شود $(r \leqslant n)$، بدست می‌آوریم. همچنین متغیر حالت جدید $\eta_1 \ldots \eta_{n-r}$ را که به صورت بردار $\eta \in R^{n-r}$ بیان می‌شود، تعریف می‌کنیم. این کار به طرق زیادی قابل انجام است. در نتیجه به سیستم معادلات ذیل می‌رسیم:

$$\begin{aligned}
&\frac{d\xi_1}{dt} = \xi_2 \\
&\frac{d\xi_2}{dt} = \xi_3 \\
&\vdots \\
&\frac{d\xi_r}{dt} = \alpha(\xi,\eta) + u\,\beta(\xi,\eta) \\
&\frac{d\eta}{dt} = \gamma(\xi,\eta)
\end{aligned} \qquad (۸۵ ـ ۵)$$

توجه کنید که متغیرهای حالت ξ دنباله‌ای از r انتگرالگیر را بیان می‌کند که عدد صحیح r معادلِ غیرخطیِ فزونیِ قطب است. اگر $r = n$ باشد متغیرهای η ظاهر نمی‌شوند. این حالت به

www.powerjam.ir

سیستمی مربوط می‌شود که صفر ندارد. این موضوع دقیقاً در مثال ۵ ـ ۱۵ اتفاق می‌افتد. که در آن $r = n = ۲$ است.

اگر $\beta(\xi, \eta) \neq ۰$ باشد، می‌توان از روندی در طرّاحی استفاده کرد که مشابه غیرخطیِ روش جایابی قطب است. اگر چنین حالتی اتفاق بیفتد، می‌توانیم قانون پسخور زیر را مطرح می‌کنیم:

$$u = \frac{۱}{\beta(\xi, \eta)} \left(- a_r \xi_۱ - a_{r-۱} \xi_۲ - .... - a_۱ \xi_r - \alpha(\xi, \eta) + b_۰ v\right)$$

در این صورت سیستم حلقه ـ بسته به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{d\xi}{dt} = \begin{pmatrix} ۰ & ۱ & ۰ & \dots & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ & \dots & \\ \vdots & & & & \\ - a_r & - a_{r-۱} & - a_{r-۲} & \dots & - a_۱ \end{pmatrix} \xi + \begin{pmatrix} ۰ \\ ۰ \\ \vdots \\ b_۰ \end{pmatrix} v \qquad (۸۶ - ۵)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \gamma(\xi, \eta)$$

رابطهٔ بین v و $\xi_۱$ با یک سیستم دینامیکی خطی با تابع انتقال زیر مشخص می‌شود.

$$\frac{\Xi_۱(s)}{V(s)} = G(s) = \frac{b_۰}{s^r + a_۱ s^{r-۱} + \dots a_r}$$

این معادلهٔ دیفرانسیل دارای ساختاری مثلثی است. بخش متناظر بر بردار حالت ξ، سیستمی خطی است که از متغیر η دکوپله شده است. اگر $\xi = ۰$ رفتار سیستم (۵ ـ ۸۶) به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d\eta}{dt} = \gamma(۰, \eta) \qquad (۸۷ - ۵)$$

این معادله نمایشگر دینامیک صفر[1] است. اگر بخواهیم از روش طراحی معرفی شده استفاده کنیم، لازم است این سیستم پایدار باشد. برای سیستمهای خطی، دینامیک صفر، دینامیک مربوط به صفرهای تابع انتقال است. خطی‌سازی با پسخور، صورت غیرخطی جایابی قطب با حذف همهٔ صفرهای فرایند است.

1. Zero Dynamics

www.powerjam.ir

شکل تطبیقی خطی‌سازی با پسخور

حال نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان از خطی‌سازی با پسخور در حالتی استفاده کرد که مدل فرایند دارای پارامترهای مجهول است. این مطلب مشابه ایدهٔ استفاده شده برای به دست آوردن کنترلگرهای تطبیقی مدل ـ مرجع است. اجازه دهید با یک مثال شروع کنیم که صورت تطبیقی مثال ۵ ـ ۱۵ است.

مثال ۵ ـ ۱۶ شکل تطبیقی خطی‌سازی با پسخور

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{\frac{dx_1}{dt}} = x_2 + \theta f(x_1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = u$$

که در آن θ پارامترهای مجهول و f تابعی مشتق‌پذیر و معلوم است. با اعمال اصل هم ارزی قطعیت قانون کنترل زیر به دست می‌آید:

$$u = -a_2 x_1 - (a_1 + \hat{\theta} f'(x_1))(x_2 + \hat{\theta} f(x_1)) + v \qquad (۸۸ ـ ۵)$$

با قراردادن این معادله در معادله سیستم، معادلهٔ خطایی نتیجه می‌شود که نسبت به خطای پارامتر، غیرخطی است. این موضوع، به دست آوردن قانون تنظیم پارامتری را که سیستمی پایدار را نتیجه دهد، مشکل می‌سازد. بنابراین لازم است از روش دیگری استفاده کنیم:

با الهام از مثال ۵ ـ ۱۵ و تعریف مختصات جدید:

$$\zeta_1 = x_1$$
$$\zeta_2 = x_2 + \hat{\theta} f(x_1)$$

که $\hat{\theta}$ تخمینی از θ است، داریم:

$$\frac{d\zeta_1}{dt} = \frac{dx_1}{dt} = x_2 + \theta f(x_1) = \zeta_2 + (\theta - \hat{\theta}) f(\zeta_1)$$

$$\frac{d\zeta_2}{dt} = \frac{d\hat{\theta}}{dt} f(x_1) + \hat{\theta}(x_2 + \theta f(x_1)) f'(x_1) + u$$

www.powerjam.ir

با انتخاب قانون کنترل:

$$u = -a_2\zeta_1 - a_1\zeta_2 - \hat{\theta}\left(x_2 + \hat{\theta} f(x_1)\right) f'(x_1) - f(x_1)\frac{d\hat{\theta}}{dt} + v \qquad (۵ ـ ۸۹)$$

نتیجه می‌شود:

$$\frac{d\zeta}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}\zeta + \begin{bmatrix} f(\zeta)_1 \\ \hat{\theta} f(\zeta_1) f'(\zeta_1) \end{bmatrix}\tilde{\theta} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

از مقایسهٔ این نتیجه با قانون کنترل هم‌ارزی قطعیت معادلهٔ (۵ ـ ۸۸) مشخص می‌شود که تفاوت اصلی، وجود معادلهٔ $\frac{d\hat{\theta}}{dt}$ در معادلهٔ (۵ ـ ۸۹) است.

مشابه سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع، فرض کنید مطلوب آن است که سیستمی داشته باشیم که در آن تابع انتقال از سیگنال فرمان به خروجی به صورت زیر باشد:

$$G(s) = \frac{a_2}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

تحقق زیر را از تابع انتقال فوق در نظر بگیرید:

$$\frac{dx_m}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \end{bmatrix} u_m$$

و فرض کنید $e = \zeta - x_m$، بردار خطا باشد. اگر انتخاب کنیم:

$$v = a_2 u_m \qquad (۵ ـ ۹۰)$$

درمی‌یابیم که معادلهٔ خطا به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{de}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} f(\zeta) \\ \hat{\theta} f(\zeta_1) f'(\zeta_1) \end{bmatrix}\tilde{\theta} = Ae + B\tilde{\theta}$$

www.powerjam.ir

که در آن:

$$A = \begin{pmatrix} ۰ & ۱ \\ -a_۲ & -a_۱ \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} f(\xi)_۱ \\ \hat{\theta} f(\xi_۱) f'(\xi_۱) \end{pmatrix}$$

اگر $a_۱ > ۰$ و $a_۲ > ۰$ باشد همهٔ مقادیر ویژهٔ ماتریس A در نیم صفحهٔ چپ خواهند بود. در این صورت می‌توان ماتریس P را چنان یافت که:

$$A^T P + P A = -I$$

با انتخاب تابع لیاپانف:

$$V = e^T P e + \frac{۱}{\gamma} \tilde{\theta}^۲$$

داریم:

$$\frac{dV}{dt} = e^T (A^T P + P A) e + ۲\tilde{\theta} B^T P e + \frac{۲}{\gamma} \tilde{\theta} \frac{d\tilde{\theta}}{dt}$$

اگر قانون بهنگام کردن پارامترها به صورت زیر انتخاب شود:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \gamma B^T P e$$

خواهیم داشت:

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dt} = \frac{d}{dt}(\theta - \hat{\theta}) = -\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\gamma B^T P e$$

و مشتق تابع لیاپانف به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{dV}{dt} = -e^T e$$

تا وقتی که یکی از عناصر بردار خطا مخالف صفر باشد، این تابع منفی است. بنابراین قانون کنترل (۵ ـ ۸۹) و (۵ ـ ۹۰)، خطای تعقیب همواره به سمت صفر خواهد رفت.

www.powerjam.ir

گام به عقب[1]

متأسفانه شکل تطبیقی خطی‌سازی با پسخور به همهٔ سیستمهایی که با پسخور قابل خطی شدن هستند، قابل اعمال نیست. دلیل این امر آن است که در سیستمهای مرتبهٔ بالاتر، مشتقات از مرتبهٔ بالاتر تخمین پارامتر در قانون کنترل ظاهر می‌شود. در این موارد روش طراحی غیرخطی دیگری وجود دارد که *گام به عقب* نامیده می‌شود. ابتدا این روش را مطرح کرده، سپس چگونگی استفاده از آن را در کنترل تطبیقی نشان می‌دهیم. در روش خطی‌سازی با پسخور، ما متغیرهای حالت جدیدی را برگزیده، سپس پسخوری غیرخطی را به طریقی انتخاب می‌کنیم که معادلات توصیف کنندهٔ متغیرهای تبدیل یافته دارای ساختار خاصّی باشد. ایده‌ای مشابه با این موضوع در روش گام به عقب استفاده می‌شود، امّا معادلات تبدیل یافته شکل متفاوتی دارد. برای نشان دادن ایده‌های کلیدی بدون استفاده از پیچیدگیهای فنی، یک مسألهٔ پایدارسازی ساده را در نظر می‌گیریم و برای سادگی از آرگومان توابع صرف‌نظر می‌کنیم.

مثال ۵ ـ ۱۷ پایدارسازی با گام به عقب

سیستمی را در نظر بگیرید که با معادلات ذیل توصیف می‌شود:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 + f(x_1)\\ \frac{dx_2}{dt} &= x_3\\ \frac{dx_3}{dt} &= u\end{aligned} \qquad (۹۱ ـ ۵)$$

قرار دهید $\xi_1 = x_1$؛ در این صورت:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = x_2 + f(\xi_1) = -\xi_1 + x_2 + \xi_1 + f(\xi_1)$$

اگر تابع

$$a_1(\xi_1) = \xi_1 + f(\xi_1)$$

و متغیر حالت زیر را در نظر بگیریم:

$$\xi_2 = x_2 + a_1(\xi_1) \qquad (۹۲ ـ ۵)$$

1. Backstepping

www.powerjam.ir

معادلهٔ دیفرانسیل ξ_1 را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = -\xi_1 + \xi_2$$

مشتق متغیر ξ_2 از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d\xi_2}{dt} = \frac{dx_2}{dt} + \frac{da_1}{d\xi_1}(-\xi_1 + \xi_2) = -\xi_2 + x_3 + \xi_2 + \frac{da_1}{d\xi_1}(-\xi_1 + \xi_2)$$

اگر تابع:

$$a_2(\xi_1, \xi_2) = \xi_2 + \frac{da_1}{d\xi_1}(-\xi_1 + \xi_2)$$

و متغیر حالت:

$$\xi_3 = x_3 + a_2(\xi_1, \xi_2)$$

را در نظر بگیریم، می‌توانیم معادلهٔ دیفرانسیل ξ_2 را به صورت زیر بنویسیم:

$$\frac{d\xi_2}{dt} = -\xi_2 + \xi_3$$

با مشتقگیری از ξ_3 و استفاده از معادلات (۵ ـ ۹۱) داریم:

$$\frac{d\xi_3}{dt} = u + \frac{\partial a_2}{\partial \xi_1}(-\xi_1 + \xi_2) + \frac{\partial a_2}{\partial \xi_2}(-\xi_2 + \xi_3)$$

اگر تابع زیر را در نظر بگیریم:

$$a_3(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \xi_3 + \frac{\partial a_2}{\partial \xi_1}(-\xi_1 + \xi_2) + \frac{\partial a_2}{\partial \xi_2}(-\xi_2 + \xi_3)$$

در می‌یابیم که معادلهٔ دیفرانسیل ξ_3 به صورت زیر قابل بیان است:

$$\frac{d\xi_3}{dt} = -\xi_3 + a_3(\xi_1, \xi_2, \xi_3) + u$$

پسخور:

$$u = -a_3(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$$

www.powerjam.ir

سیستم حلقه ـ بستهٔ زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\frac{d\xi}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xi \qquad (۹۳ ـ ۵)$$

واضح است که این سیستم، پایدار است و متغیر حالت ξ به صورت نمایی به سمت صفر می‌رود. توجه کنید که با کمی اصلاح در این روش، می‌توانیم هر عددی را در قطر ماتریس سیستم داشته باشیم.

این تبدیل به طور بازگشتی به دست آمده است. توجه کنید که اگر متغیر x_2 متغیر کنترل باشد، که به طور آزاد قابل انتخاب باشد، "قانون کنترلِ":

$$x_2 = -a_1(\xi_1)$$

معادلهٔ:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = -\xi_1$$

را نتیجه خواهد داد. بنابراین متغیر ξ_2 را که با معادل (۵ ـ ۹۲) تعریف می‌شود می‌توان به عنوان اختلاف بین x_2 و "پسخور پایدارسازِ" $-a_1(\xi_1)$، تعبیر کرد.

به طور مشابه اگر x_3 متغیر کنترلی باشد، که به طور آزاد قابل انتخاب باشد، "قانون کنترلِ":

$$x_3 = -a_2(\xi_1, \xi_2)$$

سیستم حلقه ـ بستهٔ زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = -\xi_1 + \xi_2$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = -\xi_2$$

متغیر حالت ξ_3 را می‌توان به عنوان اختلاف بین x_3 و "پسخور پایدارسازِ" $-a_2(\xi_1, \xi_2)$، تعبیر کرد.

روش مذکور در اصل از طریق اعمال بازگشتی این استدلال به دست آمده است و نام "گام به عقب" از این موضوع گرفته شده است.

www.powerjam.ir

در این مثال، سیستم به شکل مثلثیِ معادلهٔ (۵ ـ ۹۳) تبدیل شد و البته امکانهای فراوان دیگری نیز وجود دارد.

گام به عقب تطبیقی

ایدهٔ کلیدی گام به عقب، به دست آوردن معادلهٔ خطا و ایجاد یک قانون کنترل و قانون تنظیم پارامتر به گونه‌ای که حالت معادلهٔ خطا به سمت صفر برود. این ایده را با یک مثال توضیح می‌دهیم.

مثال ۵ ـ ۱۸ پایدارسازی تطبیقی به کمک گام به عقب

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 + \theta f(x_1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_3$$

$$\frac{dx_3}{dt} = u$$

که در آن f تابعی معلوم و θ پارامتری مجهول است. قانون کنترلی به دست می‌آوریم که وقتی پارامتر θ مجهول باشد، سیستم را پایدار کند. متغیر حالت جدید $\xi_1 = x_1$ را تعریف کنید. مشتق ξ_1 را به صورت مجموع جملاتی می‌نویسیم که یکی از آنها فقط به مقادیر معلومی وابسته باشد. برای این منظور تخمین پارامتر $\hat{\theta}$ و خطای $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ را در نظر می‌گیریم. در این صورت مشتق ξ_1 به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = -\xi_1 + \xi_1 + x_2 + \hat{\theta} f(\xi_1) + \tilde{\theta} f(\xi_1)$$

متغیر حالت بعدی ξ_2 را به صورت زیر تعریف کنید:

$$\xi_2 = x_2 + a_1(\xi_1, \hat{\theta})$$

که در آن:

$$a_1(\xi_1, \hat{\theta}) = \xi_1 + \hat{\theta} f(\xi_1) \qquad (۹۴ ـ ۵)$$

www.powerjam.ir

آنگاه معادله دیفرانسیل ξ_1 را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = -\xi_1 + \xi_2 + \tilde{\theta} f \qquad (۹۵-۵)$$

حال مشتق ξ_2 را به صورت حاصل جمع دو جمله که اولی تنها به ξ_1، ξ_2 و $\hat{\theta}$ وابسته است، می‌نویسم. بنابراین:

$$\frac{d\xi_2}{dt} = \frac{dx_2}{dt} + \frac{\partial a_1}{\partial \xi_1} \cdot \frac{d\xi_1}{dt} + \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}} \cdot \frac{d\hat{\theta}}{dt}$$

معادله (۵ ـ ۹۵) جدائی مطلوب جملات $\frac{d\xi_1}{dt}$ را نتیجه می‌دهد. برای بدست آوردن عبارتی مشابه برای $\frac{d\hat{\theta}}{dt}$ لازم است کارهای زیر انجام شود. داریم:

$$\frac{d\xi_2}{dt} = x_3 + \frac{\partial a_1}{\partial \xi_1}(-\xi_1 + \xi_2 + \tilde{\theta} f) + \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}} \cdot \frac{d\hat{\theta}}{dt} \qquad (۹۶-۵)$$

با پیگیری ایدهٔ گام به عقب، فرض می‌کنیم متغیر x_3 متغیر کنترلی باشد که می‌توان آن را به طور آزاد انتخاب کرد. از تابع لیاپانف

$$2V = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \tilde{\theta}^2$$

می‌توان برای به دست آوردن قانون کنترل و قانون تطبیقی استفاده کرد که معادله خطا را برای متغیرهای ξ_1 و ξ_2 پایدار کند. با کمی محاسبات، مشتق V به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dV}{dt} = -\xi_1^2 + \xi_1\xi_2 + x_3\left(\xi_2 + \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}}\frac{d\hat{\theta}}{dt}\right) + \tilde{\theta}\left(\xi_1 f + \xi_2 \frac{\partial a_1}{\partial \xi_1} f(\xi_1) - \frac{d\hat{\theta}}{dt}\right)$$

جملهٔ شامل $\tilde{\theta}$ را می‌توان با انتخاب زیر حذف کرد:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = b_2(\xi_1, \xi_2)$$

که در آن:

$$b_2 = \xi_1 f(\xi_1) + \xi_2 \frac{\partial a_2}{\partial \xi_1} f(\xi_1) \qquad (۹۷-۵)$$

تابع $b_2(\xi_1, \xi_2)$ را می‌توان به عنوان یک روش مناسب برای انتخاب نرخ بهنگام کردن پارامتر

www.powerjam.ir

$\frac{d\hat{\theta}}{dt}$ براساس ξ_1 و ξ_2 دانست. "متغیرکنترل" x_3 را می‌توان به گونه‌ای انتخاب کرد که داشته باشیم:

$$\frac{dV}{dt} = -\xi_1^2 - \xi_2^2$$

حال با استفاده از b_2 به عنوان تخمینی از $\frac{d\hat{\theta}}{dt}$، معادلهٔ (۵ ـ ۹۶) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{d\xi_2}{dt} = -\xi_1 - \xi_2 + x_3 + \xi_1 + \xi_2 + \frac{\partial a_1}{\partial \xi_1}(-\xi_1 + \xi_2 + \tilde{\theta} f) + \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}} b_2 + \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}}\left(\frac{d\hat{\theta}}{dt} - b_2\right) \qquad (۵ ـ ۹۸)$$

حال تعریف می‌کنیم:

$$a_2(\xi_1, \xi_2, \theta) = \xi_1 + \xi_2 + \frac{\partial a_1}{\partial \xi_1}(-\xi_1 + \xi_2) + \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}} b_2 \qquad (۵ ـ ۹۹)$$

و متغیر حالت ξ_3 را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\xi_3 = x_3 + a_2(\xi_1, \xi_2, \hat{\theta})$$

معادلهٔ دیفرانسیل (۵ ـ ۹۸) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d\xi_2}{dt} = -\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 + \frac{\partial a_1}{\partial \xi_1}\tilde{\theta} f + \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}}\left(\frac{d\hat{\theta}}{dt} - b_2\right) \qquad (۵ ـ ۱۰۰)$$

مشتق ξ_3 به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d\xi_3}{dt} = u + \frac{\partial a_2}{\partial \xi_1}\cdot\frac{d\xi_1}{dt} + \frac{\partial a_2}{\partial \xi_2}\frac{d\xi_2}{dt} + \frac{\partial a_2}{\partial \hat{\theta}}\frac{d\hat{\theta}}{dt} \qquad (۵ ـ ۱۰۱)$$

توجه کنید که متغیر کنترل u، به طور صریح در سمت راست معادلهٔ فوق ظاهر می‌شود. مسألهٔ پایدارسازی، خطا برابر با ξ و معادلهٔ خطا از ترکیب معادلات (۵ ـ ۹۵)، (۵ ـ ۱۰۰) و (۵ ـ ۱۰۱) به دست می‌آید. حال از طریق روش عمومی MRAS سعی می‌کنیم یک قانون پسخور و یک قاعدهٔ تنظیم را به گونه‌ای بیابیم که معادلهٔ خطا را پایدار سازد. با انتخاب:

$$2V = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \tilde{\theta}^2$$

www.powerjam.ir

به عنوان یک تابع لیاپانف ممکن، پس از محاسبات سر راست، ولی طولانی، خواهیم داشت:

$$\frac{dV}{dt} = -\zeta_1^2 - \zeta_2^2 + \zeta_2\zeta_3 + \zeta_2 \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}} \left(\frac{d\hat{\theta}}{dt} - b_2 \right) +$$
$$\zeta_3 \left(u + \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}} \left(\frac{d\hat{\theta}}{dt} - b_2 \right) + \frac{\partial a_2}{\partial \hat{\theta}} \frac{d\hat{\theta}}{dt} \right) +$$
$$\tilde{\theta} \left(\zeta_1 f + \zeta_2 \frac{\partial a_1}{\partial \zeta_1} f + \zeta_3 \left(\frac{\partial a_2}{\partial \zeta_1} + \frac{\partial a_1}{\partial \zeta_1} \frac{\partial a_2}{\partial \zeta_2} \right) f - \frac{d\hat{\theta}}{dt} \right)$$

با به‌هنگام کردن پارامترها به روش زیر می‌توان جملات شامل $\tilde{\theta}$ را حذف کرد:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \zeta_1 f + \zeta_2 \frac{\partial a_1}{\partial \zeta_1} f + c(\zeta_1, \zeta_2)\zeta_3 \qquad (۱۰۲-۵)$$

که در آن:

$$c(\zeta_1, \zeta_2) = \left(\frac{\partial a_2}{\partial \zeta_1} + \frac{\partial a_1}{\partial \zeta_1} \frac{\partial a_2}{\partial \zeta_2} \right) f$$

است. علاوه بر این با معرفی:

$$b_3(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3) = b_2 + c\zeta_3$$

و:

$$a_3 = \zeta_2 + \zeta_3 + \frac{\partial a_2}{\partial \zeta_1}(-\zeta_1 + \zeta_2) + \frac{\partial a_2}{\partial \zeta_2}\left(-\zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_3 - \zeta_3^2 \frac{\partial a_1}{\partial \hat{\theta}} c\right) + \frac{\partial a_2}{\partial \hat{\theta}} b_3$$

می‌توان دید که:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} - b_2 = c\zeta_3$$

مشتق تابع لیاپانف را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dV}{dt} = -\zeta_1^2 - \zeta_2^2 - \zeta_3^2 + \zeta_3(u + a_3)$$

www.powerjam.ir

قانون پسخور:

$$u = -a_3(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \qquad (۵-۱۰۳)$$

موجب می‌شود که:

$$\frac{dV}{dt} = -\xi_1^2 - \xi_2^2 - \xi_3^2$$

و در نتیجه مادامی که $|\xi| \neq 0$ باشد، $\frac{dV}{dt}$ منفی خواهد بود.

خلاصه

مثالهای مطرح شده نکاتی را در مورد کنترل تطبیقی غیرخطی ارائه می‌کنند. نتایج به دست آمده بر تبدیل زیرکانهٔ مختصات استوار است. مشخصهٔ معقولی از دسته‌هایی از سیستمها، که این روشها به آنها قابل اعمال است، در دست نیست. با وجود این چند نتیجهٔ جالب می‌توان از مثالها گرفت. ابتدا می‌توان به این نکته توجه کرد که قوانین کنترل تطبیقی حاصل از این روش به طور چشمگیری با قوانین حاصل از اصل هم‌ارزی قطعیت متفاوت است. در روشهای غیرخطی، قانون کنترل و قاعدهٔ تنظیم پارامترها به طور همزمان به دست می‌آید. تخمینی از نرخ تغییراتِ پارامترها در قانون پسخور ظاهر می‌شود. امّا در هر حال مسائل بسیاری برای حل باقی می‌ماند.

۵ـ۱۱ نتایج

ایده‌های اساسی روش MRAS که در این فصل مطرح شد، شامل موارد زیر است:

- روشهای گرادیان،
- روش طرّاحی لیاپانف و غیرفعال بودن؛
- خطای افزوده.

در همهٔ حالات فوق، قانون بهنگام کردن پارامترها به شکل زیر:

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi \varepsilon$$

و یا به صورت نرمالیزهٔ زیر است:

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \frac{\varphi \varepsilon}{\alpha + \varphi^T \varphi}$$

در روش گرادیان، بردار φ، منفی گرادیان خطا نسبت به پارامترهاست. و ممکن است برای بـه

www.powerjam.ir

دست آوردن گرادیان، به تخمین پارامترها یا تقریبهایی نیاز باشد. در سایر حالات φ، بردار رگرسیون است که با فیلترکردن ورودیها، خروجیها و سیگنالهای فرمان به دست می‌آید. پارامتر ε، خطای افزوده است که می‌توان آن را به عنوان خطای پیش‌بینی مسأله تخمین نیز در نظر گرفت و معمول است از یک خطای افزوده که نسبت به پارامترها، خطی باشد، استفاده شود.

روش گرادیان بسیار قابل انعطاف است و امکان اعمال به هر ساختار سیستمی را دارد. در این روش لازم است مشتقات حساسیت محاسبه شود. از آنجا که مشتق حساسیت را برای یک فرایند نامعلوم نمی‌توان بدست آورد، لازم است تقریبهایی زده شود. علاوه براین، مقادیر اولیه پارامترها باید به گونه‌ای باشند که سیستم حلقه بسته پایدار باشد. شواهد تجربی نشان می‌دهد که اگر بهره‌های تطبیق بیش از حدّ بزرگ باشند، امکان ناپایدارشدن سیستم، وجود دارد امّا برای بهره‌های تطبیق کوچک، سیستم پایدار است. پیداکردن حدود پایداری مشکل است. در فصل ششم دید عمیقتری درباره خواص روش گرادیان ارائه خواهیم کرد.

در قسمت ۵ ـ ۸ یک روش عمومی MRAS بر اساس طرّاحی تعقیب مدل، که در فصل سوم مطرح شده بود، به دست آمد. این الگوریتم شامل حالات خاصّ طراحی MRAS می‌شود که در منابع ذکر شده است. تخمین پارامترها را می‌توان به روشهای مختلفی غیر از روشهای معادلات (۵ ـ ۶۲) و (۵ ـ ۶۳) انجام داد. اصلاحات مختلف برای این روشها، در فصل ششم مطرح خواهد شد.

مسائل

۵ ـ ۱ فرایند زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+a)}$$

که در آن a پارامتر مجهول است. کنترلگری را تعیین کنید که سیستم حلقه ـ بستهٔ زیر را نتیجه دهد:

$$G_m(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

کنترلگرهای تطبیقی مدل ـ مرجع را به ترتیب بر اساس روش گرادیان و نظریهٔ پایداری تعیین کنید. (با مسأله ۳ ـ ۲ مقایسه کنید)

۵ ـ ۲ سیستم MRAS سادهٔ شکل ۵ ـ ۴ را با $G = \frac{1}{s}$ در نظر بگیرید. فرض کنید قانون تنظیم

www.powerjam.ir

پارامتر به صورت معادلهٔ (۵ ـ ۵۷) باشد (یعنی از نوع PI). معادلهٔ دیفرانسیلی برای θ بیابید و توضیح دهید که γ_1 و γ_2 چگونه بر نرخ همگرایی تأثیر می‌گذارند.

۵ ـ ۳ یک سیستم سروِ مکان را در نظر بگیرید که با معادلات زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{dv}{dt} = -av + bu$$

$$\frac{dy}{dt} = v$$

پارامترهای a و b مجهول هستند. فرض کنید که قانون کنترل:

$$u = \theta_1(u_c - y) - \theta_2 v$$

استفاده شده است و مطلوب آن است که به طریقی سیستم کنترل شود که تابع انتقال از سیگنال فرمان به خروجیِ فرایند، به صورت

$$G_m(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

باشد. یک قانون کنترل تطبیقی تعیین کنید که پارامترهای θ_1 و θ_2 را به گونه‌ای تنظیم کنید که هدف مطلوب حاصل شود.

۵ ـ ۴ انتگرالگیر

$$G_p(s) = \frac{b}{s}$$

را به کمک کنترلگر زمان ـ پیوستهٔ مرتبهٔ صفر

$$u(t) = -s_0 y(t) + t_0 u_c(t)$$

کنترل می‌کنیم. مدل پاسخ مطلوب به صورت زیر است:

$$G_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m}$$

با استفاده از نظریهٔ لیاپانف، قانون به هنگام کردن بر اساس MRAS را برای پارامترها پیدا کنید که

www.powerjam.ir

تضمین کند خطای $e = y - y_m$ به سمت صفر میل می‌کند. از تابع لیاپانف:

$$V = \frac{1}{2}(e^2 + \frac{1}{b}(bs_0 - a_m)^2 + \frac{1}{b}(bt_0 - b_m)^2)$$

که در آن:

$$e = y(t) - y_m(t)$$

است، استفاده کنید.

۵ ـ ۵ مسألهٔ تطبیق بهرهٔ پیشخور را در مثال ۵ ـ ۱ برای حالتی در نظر بگیرید که داشته باشیم:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

(الف) خطای افزوده را معرفی کرده، بر اساس نظریهٔ پایداری یک سیستم MRAS را تعیین کنید.

(ب) نشان‌دهید که قانون تطبیق حاصل از قسمت (الف) سیستم حلقه ـ بستهٔ پایداری را نتیجه می‌دهد.

۵ ـ ۶ تعیین کنید که تحت چه شرایطی سیستم مرتبه دوم با تابع انتقال ذیل اکیداً حقیقی مثبت است:

$$G(s) = \frac{b_0 s^2 + b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

۵ ـ ۷ نشان دهید که اگر $A(s)$ یک چند جمله‌ای پایدار و ضرایب چند جمله‌ای B عناصر اولین سطر ماتریس P باشد که با معادلهٔ لیاپانف: $A^T P + P A = -Q$ تعریف می‌شود، آنگاه $B(s)/A(s)$، SPR خواهد بود. که ماتریس A به صورت زیر است:

$$A = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \\ 0 & 0 & & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

و Q یک ماتریس معیّن مثبت متقارن است. نشان دهید که اگر همهٔ مقادیر ویژهٔ A در نیم صفحهٔ چپ واقع باشد، سیستم معادلات در مثال ۵ ـ ۶ (با پاسخهای p_1، p_2، p_3) دارای پاسخ یکتا خواهد بود.

www.powerjam.ir

۵ ـ ۸ نشان دهید تابع انتقال:

$$G(s) = ۱ + s$$

SPR و ISP است ولی OSP نیست.

۵ ـ ۹ نشان دهید تابع انتقال:

$$G(s) = \frac{۱}{s + ۱}$$

SPR و OSP است ولی ISP نیست.

۵ ـ ۱۰ نشان دهید تابع انتقال:

$$G(s) = \frac{s^۲ + ۱}{(s + ۱)^۲}$$

OSP و ISP است ولی SPR نیست.

۵ ـ ۱۱ سیستم $G(s) = G_۱(s) G_۲(s)$ را در نظر بگیرید که در آن داریم:

$$G_۱(s) = \frac{b}{s + a}$$

$$G_۲(s) = \frac{c}{s + d}$$

a و b پارامترهای مجهول و c و d معلوم هستند. توضیح دهید که چگونه می‌توان یک سیستم MRAS بر اساس روش گرادیان ایجاد کرد. (با مسألهٔ ۳ ـ ۳ مقایسه کنید.) فرض کنید مدل مطلوب به صورت زیر باشد:

$$G_m(s) = \frac{\omega^۲}{s^۲ + ۲\zeta\omega s + \omega^۲}$$

۵ ـ ۱۲ فرایندی دارای تابع انتقال:

$$G(s) = \frac{b}{s(s + ۱)}$$

است که b پارامتری متغیر با زمان است. سیستم توسط کنترلگر تناسبیِ زیر، کنترل می‌شود:

$$u(t) = k(u_c(t) - y(t))$$

www.powerjam.ir

مطلوب است انتخاب بهرهٔ پسخوری که سیستم حلقه ـ بسته، دارای تابع انتقال زیر باشد:

$$G(s) = \frac{۱}{s^۲ + s + ۱}$$

یک سیستم MRAS طراحی کنید که نتیجهٔ مطلوب را بدهد و رفتار سیستم را با شبیه‌سازی بررسی کنید. (با مسألهٔ ۳ - ۴ مقایسه کنید.)

۵ ـ ۱۳ روش عمومی MRAS قسمت ۵ ـ ۸ برای بهرهٔ لحظه‌ایِ معلوم $b_۰$ تعیین شد. اگر $b_۰$ مجهول باشد می‌توان از خطای افزودهٔ زیر استفاده کرد:

$$\varepsilon = \frac{Q}{A_۰ A_m}\left((b_۰ - \hat{b_۰})(\varphi^T \theta + \frac{u}{P_۱}) + b_۰ \varphi^T (\theta - \theta_۰)\right)$$

که در آن $\hat{b}_۰$، تخمین $b_۰$ است. توضیح که چگونه می‌توان این خطای افزوده را به دست آورد و چگونه می‌توان از آن در بهنگام کردن پارامترهای $b_۰$ و θ استفاده کرد.

۵ ـ ۱۴ قانون تنظیم پارامتر مثال ۵ ـ ۲ را مطالعه کنید. یک برنامهٔ شبیه‌سازی بنویسید که سیستم تطبیقی را پیاده‌سازی کند. شبیه‌سازی شکل ۵ ـ ۵ را تکرار کنید. رفتار پارامترها و خطا را بررسی کنید. بررسی کنید که تأثیر بهرهٔ تطبیق γ بر رفتار سیستم چگونه است.

۵ ـ ۱۵ شبیه‌سازی مسألهٔ ۵ ـ ۱۴ را برای انواع مختلف سیگنال ورودی تکرار کنید. دامنه و طبیعت سیگنالها را تغییر دهید. آیا می‌توانید مقادیری برای بهرهٔ تطبیق پیدا کنید که برای ورودیهای مختلف بخوبی عمل نماید؟

۵ ـ ۱۶ سیستم مثال ۵ ـ ۵ را در نظر بگیرید. فرض کنید u_c، پله‌ای باشد که در نتیجه y_m متغیر با زمان خواهد بود. حد پایداری را به طور تحلیلی و یا به کمک شبیه‌سازی، بررسی کنید. و با حد به دست آمده در مثال، که در آن u_c و y_m ثابت بودند، مقایسه نمایید.

۵ ـ ۱۷ سیستم مرتبه اول با تابع انتقال زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{b}{s + a}$$

www.powerjam.ir

که a و b پارامترهای مجهولی هستند. فرض کنید سیستم با قانون کنترل زیر کنترل می‌شود:

$$u = \theta_1 u_c - \theta_2 y$$

ویژگیهای سیستمهای حاصل از قاعدهٔ MIT و نظریهٔ لیاپانف را از طریق شبیه‌سازی مقایسه کنید. از همان مقادیر پارامترهای مثال ۵ ـ ۲ استفاده کنید. (راهنمایی: الگوریتم‌ها، در مثالهای ۵ ـ ۲ و ۵ ـ ۷ داده شده است.)

۵ ـ ۱۸ ویژگیهای سیستم مثال ۵ ـ ۷ را با شبیه‌سازی بررسی کنید.

۵ ـ ۱۹ از طریق شبیه‌سازی، نرخ همگرایی پارامترهای مثال ۵ ـ ۲ را وقتی که از قانون کنترل معادلهٔ (۵ ـ ۹) استفاده شده باشد، بررسی کنید. اگر از یک قاعدهٔ تطبیق بر اساس نظریهٔ پایداری استفاده شود، تنظیم پارامترها چگونه تغییر خواهد کرد؟ به عنوان نمونه نمودار صفحهٔ فاز پارامترها را رسم کنید.

۵ ـ ۲۰ فرایند

$$G(s) = \frac{۵۰}{s(s+۴)}$$

و معیار

$$\int_0^\infty \left((y - u_c)^2 + \rho u^2\right) dt$$

را در نظر بگیرید. فرض کنید قانون کنترل به صورت

$$u(t) = -s_0 (y - u_c)$$

یا

$$u(t) = -\frac{s_0 p + s_1}{p + r_1} (y - u_c)$$

باشد. پارامترهای کنترلگر را از طریق کمینه‌سازی صریح تابع معیار تعیین کنید و فرض کنید که گرادیانها از یک مدل تخمینی فرایند به دست می‌آید. (راهنمایی: ترولسون ولیونگ (۱۹۸۵) را ببینید.)

www.powerjam.ir

۵ ـ ۲۱ سیستم مثال ۵ ـ ۱۴ را در نظر بگیرید. شکل ۵ ـ ۲۲ (ج) کاهش خطای سریعی را نشان می‌دهد، حال آنکه پارامترها بسیار آهسته همگرا می‌شوند. کندی همگرایی پارامتر را با تحلیل حساسیت قطبهای حلقه ـ بسته نسبت به پارامترهای تخمینی، توضیح دهید.

۵ ـ ۲۲ سیستمی را در نظر بگیرید که به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + a}$$

که در آن a و b پارامترهای مجهول هستند. یک قانون کنترل ساده بیابید که بتواند دستگاه را بخوبی کنترل کند و یک الگوریتم تطبیقی ارائه کنید که عملکرد خوبی را نتیجه دهد.

مراجع

روش مدل ـ مرجع را وایتکر (Whitaker) و همکارانش در حدود سال ۱۹۵۸ ارائه کردند. یکی از مراجع اولیه که نظریات اساسی را با استفاده از روش گرادیان مطرح می‌کند در زیر آمده است:

Osburn, P.V., H.P. Whitaker, and A.Kezer, 1961. "New developments in the design of adaptive control system." Paper No. 61-39, February 1961, Inst. Aeronautical Sciences.

تحلیل مسألهٔ پایداریِ روش گرادیان با استفاده از نظریهٔ پایداری لیاپانف در مرجع زیر بیان شده:

Butchart, R.L., and B. Shackcloth, 1965. "Synthesis of model reference adaptive control systems by Lyapunov's second method." proceedings 1965 IFAC Symposium on Adaptive control. Teddington, U.K.

توضیحات بیشتر در مرجع زیر آمده:

Parks. P.C. 1966. "Lyaponov redesign of model - reference adaptive control system." IEEE Trans, Automat. contr, AC - 11: 362-365

روشهای مختلفِ MRAS در مراجع زیر مطرح گردیده است:

Landau, Y.D., 1979. Adaptive control : The model reference approach. New York: Marcel Dekker.

Parks, P.C., 1981. "Stability and convergence of adaptive controllers: Continuous systems." In Self - tuning and Adaptive Control: Theory and

www.powerjam.ir

Applications, eds. C.j. Harris and S.A. Billings. Stevenage, U.K.: Peter Peregrinus.

مقایسه‌ای میان پایداری لیاپانف و پایداری ورودی ـ خروجی در مرجع زیر مطرح شده است:

Narendra, K.S., and L.S. Valavani, 1980. "A comparison of Lyaponov and hyperstability approaches to adaptive control of continuous system." IEEE Trans. Automat. Contr. AC - 25: 243 - 247.

روش خطای افزوده در مرجع زیر آمده:

Monopli, R.V., 1974, "Model reference adaptive control with an augmented error signal." IEEE Trans. Automat. Contr. AC - 19: 474-484.

اتحاد روشهای MRAS وکنترلگرهای خود تنظیم در مرجع زیر بیان شده:

Egardt, B., 1979. "Unification of some continuous - time adaptive control schemes." IEEE Trans. Automat. Coontr, AC - 24: 588-592.

پایداری سیستمهای MRAS زمان ـ پیوسته در مراجع زیر مطرح شده:

Morse, A.S., 1980. "Global stability of parameter - adaptive control system." IEEE Trans, Automat. Contr. AC - 25: 433-439.

Goodwin, G.C., and D.Q. Mayne, 1987. "A parameter estimation perspective of continuous time model reference adaptive control." Automatica 23: 57-70

مسألهٔ اصلی در تحلیل پایداری کنترلگرهای تطبیقی، کرانداری متغیرهای سیستم است. برهان کرانداری و پایداری در مراجع زیر آمده:

Egardt, B., 1979. Stability of Adaptive Conrtollers. Lecture notes in control and Information Sciences, vol. 20. Berlin: Springer - Verlag.

Narendra, K.S., A.M. Annaswamy, and R.P. Singh, 1985. "A general approach to the stabitity analysis of adaptive systems." Int. j. Control 41: 193 - 216.

مدل خطا، نقش مهمی را در تحلیل سیستمهای MRAS ایفا می‌کند. مدلهای خطای مختلفی در مراجع زیر مطرح شده است:

Narendra, K.S., and Y. - H. Line. 1980. "Design of stable model reference adaptive controlles." In Applications of Adaptive Control, eds. K.S. Narendra and R.V. Monopoli. New York: Academic press.

تنظیم PI پارامترها در روش MRAS که در لانداو (Landau، ۱۹۷۹) مطرح شده (بالا را

www.powerjam.ir

ببینید)، همچنین در مرجع زیر آمده است:

Hang, C.C., and P.C. Parks, 1973. "Comparative studies of model reference adaptive control systems." IEEE Trans. Automat. Contr. **AC - 18:** 419 - 428.

کتابهای مرجع در مورد MRAS به عنوان نمونه عبارت است از لانداو (۱۹۷۹) و:

Narendra, K.S. ,and A.M. Annaswamy, 1989. stable Adaptive Systems, Englewood cliffs, N.J.: prentice - Hall.

Sastry, S., and M.Bodson, 1989. Adaptive control: stabillity, convergence and Robustness. Englewood Cliffs, N.J.: prentice - Hall.

نظریهٔ لیاپانف و نظریهٔ غیرفعال بودن ابزارهای اساسی تحلیل پایداری هستند. بعضی مراجع عمومی عبارت است از:

Vidyasagar, M., 1978. Nonlinear Systems Analysis. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.

Popov, V.M., 1973. Hyperstability of Control systems. Berlin: Springer - Verlag.

Hahn, W., 1967. Stability of Motion. Berlin: Springer - Verlag. Vidyasagar M., 1986. "New direction of research in nonlinear system theory." Proceedings IEEE **74:** 1060 - 1091.

Slotine, J.E., and W.Li, 1991. Applied Nonlinear Control. Englewood Cliffs. N.J.: Prentice - Hall

Khalil, H.K. 1992. Nonlinear Systems. New York: Macmillan.

کارهای اوّلیه بر روی نظریهٔ غیرفعال بودن و پایداری ورودی ـ خروجی از کارهای پوپف (Popov) و کمی بعد سند برگ (Sandberg) و زیمز (Zames) ناشی شده است. این نظریه در مرجع زیر خلاصه شده:

Desoer, C.A., and M. Vidyadagar, 1975. Feedback Systems: Input - output properties. New York: Academic Press.

برهانی برلم پوپف ـ کالمن ـ یاکوبوویچ (Popov - Kalaman - Yakubocich) در مراجع زیر آمده:

Lefschetz, S., 1965. Stability of Nonlinear Control Systems: pp. 114-118. New York: Academic Press.

www.powerjam.ir

دربارهٔ روش MRAS زمان ـ گسسته در اِگارت (Egardt, ۱۹۷۹) و لاندو طبق مراجع فوق بتفصیل بحث شده است. روش کمینه‌سازی معیار صریح برای کنترل تطبیقی در مراجع زیر مطرح شده است:

Tsypkin, Y. Z., 1971. Adaptation and Learning in Automatic Systems. New York: Academic Press.

Goodwin, G.C., and P.J. Ramadge, 1979. "Design of restricted complexity adaptive regulartors." IEEE Trans. Automat. Contr. **AC - 24:** 584 - 588.

Trulsson. E., and L. Ljung, 1985. "Adaptive control based on explicit criterion minimization." Automatica **21:** 385 - 399.

روش گام به عقب را کوکوتوویک (Kokotovic) و دانشجویانش مطرح کردند. مروری بر این روش در یادداشتهای بُد در سال ۱۹۹۱ ارائه شده است؛ مرجع زیر را ببینید:

Kokotovic, P.V., 1992. "The joy of feedback: nonlinear and adaptive control." IEEE Control Systems Magazine **12**(3): 7 - 17

توضیحات اضافی در مراجع زیر یافت می‌شود:

Kokotivic, P.V., ed., 1991. Foundations of Adaptive Conrtol. Berlin: Springer - Verlag.

Kokotovic, P.V., I. Kanellakopoulos, and M. Kristic, 1992, "On letting adaptive control be what it is: nonlinear feedback." Proceedings of the IFAC Symposium on Adaptive Control and Adaprive Signal Processing. Grenoble, France.

Kokotovic, P.V., M. Krstic´, and I. Kanellakopoulos, 1992. "Backstepping to passivity: recursive design of adaptive systems." Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, pp. 3276 - 3280. Tucson. Arizona.

www.powerjam.ir

فصل ششم

ویژگیهای سیستمهای تطبیقی

۶ ـ ۱ مقدّمه

در فصول قبل، بعضی از مسائل نظری در خصوص توصیف یا استخراج الگوریتمهای خاص مطرح شد. در آنجا مشخصاً از تحلیل حالت تعادل در تحلیل خود تنظیم‌گرها و نظریهٔ پایداری برای استخراج بعضی از الگوریتمهای مدل ـ مرجع استفاده کردیم. در این فصل سعی خواهیم کرد نظریه‌ای با ویژگیهای عمومیتر عنوان کنیم. این نظریه اهداف متعددی دارد:

- ارائهٔ ابزاری ریاضی که در تحلیل سیستمهای تطبیقی مفید باشد؛
- تحلیل رفتار سیستمهای تطبیقی در حالتهای غیر ایدئال؛
- دادن ایده‌هایی برای الگوریتمهای جدید و اصلاح الگوریتمهای قدیم؛

در این فصل بر دو مسألهٔ اول تمرکز می‌کنیم. رفتار الگوریتمهای خاص از طریق تحلیل پایداری، همگرایی و عملکرد، قابل فهم است. اثبات پایداری نیاز به فرضیات مشخصی دارد. همچنین درک این موضوع که در صورت برقرارنشدن این فرضیات چه اتفاق خواهد افتاد، از اهمیت خاصّی برخوردار است. از تحلیل عملکرد، ممکن است بتوان اطلاعات قابل استفاده‌ای در خصوص محدودیتهای عملکرد به دست آورد؛ این نکته نیز مفید است که بدانیم الگوریتمی مشخص، به حدّ نظری آن نزدیک است یا نه؛ علاوه بر این، باید یک نظریهٔ خوب بتواند راهنماییهایی را برای ساختار الگوریتمهای جدید ارائه کند.

متأسفانه، مجموعهٔ نتایجی که بتوان آن را نظریهٔ کنترل تطبیقی در چهارچوب تعریف فوق دانست، وجود ندارد. در عوض، نتایج پراکنده‌ای موجود است که فقط قسمتی از نتایج محسوب می‌شود. یکی از دلایل رفتار چنین سیستمهای تطبیقی، پیچیدگی بیش از حد ناشی از مشخصهٔ

www.powerjam.ir

متغییر با زمان و غیرخطی آنهاست. این موضوع برای اخطار به خوانندگانی است که فقط با نظریهٔ سیستمهای خطی (که بیشترِ مسائل را با جزئیات کامل پاسخ می‌دهد)، آشنا هستند.

سیستمهای حلقه ـ بستهٔ حاصل از کنترل تطبیقی، غیرخطی و گاهی نیز اتفاقی است. تحلیل چنین سیستمهایی بسیار مشکل است. بنابراین برای اینکه با تلاشی معقول، راه روشنی برای این کار پیداکنیم، لازم است ساده‌سازی‌هایی را انجام دهیم. اغلب امکان تحلیل شرایط تعادل وجود دارد. همچنین با استفاده از خطی‌سازی می‌توان رفتار محلی را در همسایگی نقطهٔ تعادل بررسی کرد. لیکن ممکن است رفتار فراگیر سیستمها بسیار پیچیده باشد، به خصوص اگر پارامترهای طراحی، بد انتخاب شده باشد.

در قسمت ۶ ـ ۲ نشان خواهیم داد که مسألهٔ کنترل تطبیقی دارای ساختار غیرخطّی خاصّی است که می‌توان در تحلیل از آن بهره برد. و برای این کار ابتدا نشان می‌دهیم که اگر بهرهٔ تطبیق بیش از حد، بزرگ انتخاب شود، رفتاری بسیار پیچیده و حتی آشوبی[1] مشاهده خواهد شد.

در قسمت ۶ ـ ۳ تحلیل سیستمی با تطبیق بهرهٔ پیشخور را ارائه خواهد شد. چنین سیستمها را می‌توان به کمک سیستمهای خطی متغیّر با زمان؛ که در آنها منشأ تغییر زمانی، سیگنال فرمان است؛ توصیف کرد. حالت خاصّی از تغییرات متناوب با استفاده از نظریهٔ فلوکوت[2] قابل بررسی است. تحلیل نشان می‌دهد که حتی در این حالت ساده نیز ممکن است رفتار بسیار پیچیده‌ای به وجود آید.

خواص سیستمهای تطبیقی زمان ـ گسسته غیرمستقیم در قسمت ۶ ـ ۴ بررسی می‌شود. در این حالت، طبیعی است که به طور جداگانه به بررسی تخمین پارامتر و طراحی کنترل بپردازیم. در اینجا تداخلی بین این مسائل وجود دارد، زیرا شناسایی، در حلقه ـ بسته انجام می‌شود و طراحی کنترل بر سیگنالهای تولید شدهٔ ناشی از پسخور تأثیر می‌گذارد. با استفاده از تحلیل، اهمیت پایایی تحریک و خطرهای ناشی از نقاط منفرد در طراحی کنترل مشخص می‌شود. یکی از نتایج این کار آن است که هرچه تعداد پارامترها کمتر باشد و علاوه بر آن، تحریک خارجی نیز داشته باشیم مطلوبتر است. در قسمت ۶ ـ ۵ تحلیل مشابهی از الگوریتم مستقیم را بیان خواهیم کرد. یکی از شرایط لازم برای اثبات، آن است که باید پیچیدگی مدل انتخابی، حداقل مانند پیچیدگی فرایند تحت کنترل باشد. یکی از مشخصات الگوریتمهای تطبیقی مستقیم آن است که حتی اگر پارامترها همگرا نشوند، باز می‌توان رفتار حلقه ـ بسته را به رفتار مطلوب همگرا کرد.

منطقی است فرض کنیم که اگر نرخ تطبیق، کوچک باشد، تخمینهای پارامتر بسیار آهسته‌تر

1. Chaotic 2. Floquet

www.powerjam.ir

از سایر متغیرهای سیستم، تغییر خواهد کرد. در این صورت می‌توان سیستم حلقه ـ بسته را دارای مقیاسهای زمانی مختلفی دانست. بر این موضوع، هم در توصیف رگولاتور خود تنظیم و هم کنترلگر تطبیقی مدل ـ مرجع تأکید شده است. در نتیجه با در نظر گرفتن حالتهای سریع و کند به طور جداگانه، تحلیل سیستم ساده‌تر خواهد شد. تحلیل میانگین‌گیری ابزار تحلیلی خوبی برای این کار است. معرفی کوتاهی از این روش در قسمت ۶ ـ ۶ آمده است. یکی از فواید مهم روش میانگین‌گیری آن است که امکان کاهش بُعد مسأله را به تعداد پارامترها در الگوریتم فراهم می‌آورد. همچنین امکان بررسی دقیق رفتار سیستم را فراهم می‌کند. نقص نتایج میانگین‌گیری آن است که این نتایج برای بهره‌های کوچک تطبیق به دست می‌آید، امّا این نظریه، معیاری کمّی را در مورد کوچکی بهره ارائه نمی‌دهد.

یکی از ویژگیهای مشخص پسخور این است که اغلب، کنترلگر با استفاده از مدل ساده شدهٔ فرایند حقیقی طراحی می‌شود. یکی از دلایل موفقیت کنترل خودکار در عمل، همین نکته است. تا اینجا رفتار بعضی از الگوریتمهای تطبیقی را با این فرض ساده‌کننده تحلیل کرده‌ایم که فرایند با مدل مورد استفاده در طراحیِ کنترلگر تطبیقی، یکسان است. با به دست آوردن ابزار میانگین‌گیری، در جایگاهی قرار می‌گیریم که می‌توانیم فرضیات ساده‌کنندهٔ قسمتهای قبلی را بررسی و بازبینی کرده، علاوه بر آن رفتار سیستمهای تطبیقی را در حضور دینامیکهای مدل نشده بررسی کنیم. (این موضوع زمانی رخ می‌دهد که مرتبهٔ فرایند با مرتبهٔ مدل مورد استفاده در طراحی کنترلگر تطبیقی متفاوت باشد). تحلیل مثالهای متعدد قسمت ۶ ـ ۷ ما را به سمت اصلاحات مختلفی در الگوریتم‌ها هدایت می‌کند که قوام آنها را در برابر دینامیکهای مدل نشده بهبود می‌بخشد.

در قسمت ۶ ـ ۸ نشان خواهیم داد که روشهای میانگین‌گیری در تحلیل رگولاتورهای خودتنظیم اتفاقی نیز قابل استفاده است. نقاط تعادل الگوریتم‌ها و رفتار محلی آنها را می‌توان با تلاشی نه چندان زیاد به دست آورد. در قسمت ۶ ـ ۹ روشهای مختلفی برای مقاوم‌کردن الگوریتمهای تطبیقی نسبت به فرضیات حالت ایدئال ارائه خواهد شد.

۶ ـ ۲ دینامیکهای غیرخطی

پیشتر چندبار متذکر شدیم که سیستمهای تطبیقی ذاتاً غیرخطی هستند. بنابراین روش طبیعی برای فهم رفتار سیستمهای تطبیقی استفاده از ابزارهایی از نظریهٔ سیستمهای دینامیکی غیرخطّی است. ابتدا ساختار سیستمهای تطبیقی را مورد بررسی قرار می‌دهیم؛ بدین ترتیب روشن می‌شود که این سیستمها ساختار بسیار خاصّی دارند. سپس برخی از ابزار سیستمهای

www.powerjam.ir

دینامیکی را به طور مختصر بررسی می‌کنیم و آنها را به یک سیستم خیلی ساده اعمال می‌کنیم. این تحلیل نشان می‌دهد که در حالتی که بهرهٔ تطبیق، کوچک است، سیستمهای تطبیقی همانگونه رفتار می‌کند که انتظار داریم؛ لیکن ممکن است رفتار آنها برای بهره‌های بزرگ تطبیق بسیار پیچیده باشد. علاوه بر این مشکلات این روش نیز مشخص می‌شود. حالت خاصّ، تطبیق یک بهرهٔ پیشخور را نیز بررسی خواهیم کرد. در این حالت مسأله به طور چشمگیری ساده می‌شود، زیرا به صورت سیستمی خطی و متغیر با زمان قابل توصیف است. اگر سیگنال فرمان، متناوب باشد، می‌توان به شکل نسبتاً کاملی آن را تحلیل کرد. این تحلیل نشان می‌دهد که سیستم برای بهره‌های کوچک تطبیق بخوبی عمل می‌کند ولی در حالتی که بهرهٔ تطبیق، بزرگ باشد، رفتار سیستم بسیار پیچیده خواهد بود.

ساختار معادلات توصیف‌کنندهٔ سیستمهای تطبیقی

فرایندی را در نظر بگیرید که با کنترلگر تطبیقی غیرمستقیمِ شکل ۳ ـ ۱ کنترل می‌شود. ابتدا حالتی را بررسی می‌کنیم که در آن پارامترهای یک مدل زمان ـ پیوسته با استفاده از روش گرادیان تخمین زده می‌شوند. فرض کنید سیستمِ تحت کنترل، خطی و ϑ و v به ترتیب نشاندهندهٔ پارامترهای کنترلگر و سیگنالهای تحریک بیرونی باشد. سیگنال ϑ به طور نوعی از سیگنال فرمان u_m و اغتشاشهای غیرقابل اندازه‌گیری مؤثر بر فرایند تشکیل می‌شود. با استفاده از پارامترهای کنترلگر ثابت، سیستم حلقه ـ بسته به صورت زیر قابل نمایش است:

$$\frac{d\xi}{dt} = A(\vartheta)\xi + B(\vartheta)v$$

$$\eta = \begin{bmatrix} e \\ \varphi \end{bmatrix} = C(\vartheta)\xi + D(\vartheta)v \qquad (۱ ـ ۶)$$

بردار حالت ξ شامل حالتهای سیستم، مدلِ مرجع، فیلتر داده‌ها و متغیرهای حالت کمکی است. این متغیرها ممکن است برای محاسبهٔ خطای e و بردار رگرسیون φ که در مکانیزم تنظیم پارامتر به کار می‌رود، در نظر گرفته شود. بردار η شامل بردار خطا و رگرسیون مورد استفاده در تخمینگر پارامتر است.

علاوه بر این فرض کنید θ بیانگر پارامترهای فرایند باشد. روش گرادیان نرمالیزه برای تخمین پارامترها را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \gamma \frac{(\vartheta, \zeta)\, e(\vartheta, \zeta)}{\alpha + \varphi(\vartheta, \zeta)^T \varphi(\vartheta, \zeta)} \qquad (۲ ـ ۶)$$

www.powerjam.ir

طراحی کنترل را می‌توان به صورت تابع غیرخطی $\vartheta = \chi(\hat{\theta})$ در نظر گرفت که پارامترهای تخمینی را به پارامترهای کنترلگر می‌نگارد. این نگاشت به اتّحادی برای الگوریتمهای مستقیم تبدیل می‌شود.

برای مقادیر ثابت ϑ، سیستم (۶ ـ ۱) خطی است. همچنین جواب این معادله را می‌توان با عملکردهای G_{ev} و $G_{\varphi v}$ که e و φ را به v ربط می‌دهند، مشخص کرد. این عملکردها به پارامترهای کنترلگر ν وابسته‌اند. در این صورت معادلهٔ (۶ ـ ۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \gamma \frac{(G_{\varphi v} v)(G_{ev} v)}{\alpha + (G_{\varphi v} v)^T G_{\varphi v} v}$$

بنابراین سیستم تطبیقی، با معادلات (۶ ـ ۱) و (۶ ـ ۲) که دارای ساختاری بسیار خاصّ هستند، توصیف می‌شود. معادلهٔ (۶ ـ ۱) نسبت به حالتها و سیگنالهای تحریک خارجی، خطیّ است. پارامترهای کنترلگر در ضرایب ماتریسهای A، B، C و D ظاهر می‌شوند. خواص غیرخطی در حاصل‌ضرب φe در معادلهٔ (۶ ـ ۲)، در نگاشت طراحی χ در توابع $A(\vartheta)$، $B(\vartheta)$، $C(\vartheta)$ و $D(\vartheta)$ در معادلهٔ (۶ ـ ۱) ظاهر می‌شود. معادلات سیستم تطبیقی در حالت زمان ـ گسسته، مشابه روابط فوق است. برای سیستمی با تخمین حداقل مربعات بازگشتی، معادلات را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\zeta(t+1) = A(\vartheta)\zeta(\vartheta) + B(\vartheta)v(t)$$

$$\eta(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} = C(\vartheta)\zeta(t) + D(\vartheta)v(t) \qquad (۶ ـ ۳)$$

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + P(t+1)\varphi(t)e(t)$$
$$P(t+1) = P(t) - P(t)\varphi(t)\left(\lambda + \varphi^T(t)P(t)\right)^{-1}\varphi^T(t)P(t)$$

تلاش برای بهره‌برداری از ساختار و ویژهٔ این معادلات برای رسیدن به فهم عمیقتری از سیستمهای تطبیقی، مفید خواهد بود. یکی از ویژگیهای خاصّ این معادلات آن است که سیستم حلقه ـ بسته به طور طبیعی به دو قسمت ζ و $\hat{\theta}$ تقسیم می‌شود؛ به علاوه منطقی است فرض کنیم که $\hat{\theta}$ بسیار آهسته‌تر از ζ تغییر می‌کند.

www.powerjam.ir

تحلیل

اجازه دهید خلاصه کنیم که چگونه می‌توان یک سیستم غیرخطّی مانند معادلات (۶ ـ ۱) و (۶ ـ ۲) و (۶ ـ ۳) را تحلیل کرد. یافتن پاسخهای تعادل برای سیستمای زمان ـ پیوسته با حلّ معادلات جبری زیر، کاری نسبتاً ساده است:

$$\frac{d\xi}{dt} = 0$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = 0$$

برای سیستمهای زمان ـ گسسته، معادلات متناظر به صورت زیر است:

$$\xi(t+1) = \xi(t)$$
$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t)$$

ممکن است حالت تعادل مناسبی وجود نداشته باشد. در چنین حالاتی ممکن است در جاهایی که پارامترهای $\hat{\theta}$ ثابت هستند، و حالت ξ با زمان تغییر می‌کند انتگرالهای چند لایه‌ای[1] وجود داشته باشد. در چنین مواردی از تحلیل میانگین‌گیری، که در قسمت ۶ ـ ۶ به طور عمیق مطرح خواهد شد، استفاده می‌کنیم. پس از یافتن حالت تعادل، طبیعی است که رفتار محلی را با خطی‌سازی معادلات، حول حالت تعادل و اِعمال نظریهٔ خطّی استاندارد تعیین نماییم. مشکل زمانی بروز می‌کند که حالتهای بحرانی، که در آن مقادیر ویژه صفر هستند، غالباً اتفاق افتد. پس از تعیین حالت تعادل ممکن، می‌توان به بررسی چگونگی تغییرات طبیعت حالت تعادل با پارامترهای مهم سیستم پرداخت. بخصوص بررسی تغییراتی جالب توجه خواهد بود که در آن طبیعت حالت تعادل محلّی تغییر می‌کند (تحلیل بیفورکاسیون)[2]. پس از اینکه خواصّ محلی بررسی شد، طبیعی است که به پیداکردن خواص جامع بپردازیم. ابزار عمومی برای این کار وجود ندارد و باید به شبیه‌سازیها و تقریبها متوسّل شویم. تحلیل صفحهٔ فاز برای سیستمهای دوبُعدی مفید است.

تحلیل یک سیستم زمان ـ گسستهٔ ساده

برای توضیح چگونگی انجام تحلیل، یک مثال ساده را مطرح می‌کنیم. یک کنترلگر تطبیقی زمان ـ گسسته را در نظر بگیرید: که بر اساس تخمین پارامتر θ در مدل زیر استوار است:

$$y(t+1) = \theta y(t) + u(t) \qquad (۶ ـ ۴)$$

1. Manifold 2. Bifuraction Analysis

www.powerjam.ir

فرض کنید کنترلگر به صورت زیر باشد:

$$u(t) = -\hat{\theta} y(t) + y_{\circ} \qquad (۶-۵)$$

که در آن $\hat{\theta}$، تخمین θ و $y_{\circ}$، مقدار مرجع است. اگر واقعاً فرایند به صورت معادلهٔ (۶-۴) توصیف شود و اگر تخمین $\hat{\theta}$، صحیح باشد، کنترلگر یک پاسخ مرده نَوِش را نتیجه می‌دهد. پارامتر با استفاده از الگوریتم گرادیان نرمالیزه، تخمین زده می‌شود:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + \gamma \frac{y(t)\big(y(t+1) - \hat{\theta}(t) y(t) - u(t)\big)}{\alpha + y^{2}(t)} \qquad (۶-۶)$$

که در آن γ و α پارامترها هستند. اگر در معادلهٔ فوق $\gamma = 1$ و $\alpha = 0$ باشد، همان الگوریتم تصویرگر کازمارز به دست می‌آید.

برای تحلیل سیستم حلقه ـ بسته لازم است توصیفی از فرایند واقعی نیز داشته باشیم. فرض می‌کنیم این توصیف به صورت زیر باشد:

$$y(t+1) = \theta_{\circ}\, y(t) + a + u(t) \qquad (۶-۷)$$

توجّه کنید که به دلیل حضور پارامتر a در سمت راست معادلهٔ فوق، این مدل با مدل (۶-۴)، که در طراحی کنترلگر تطبیقی استفاده شد، متفاوت است. بنابراین معادلات (۶-۴)، (۶-۵)، (۶-۶) و (۶-۷) حالت بسیار ساده‌ای از کنترل تطبیقی فرایندی با یک اغتشاش مدل نشدهٔ ثابت را توصیف می‌کنند. با استفاده از معادلهٔ (۶-۵) برای حذف u در معادلات (۶-۶) و (۶-۷) درمی‌یابیم که سیستم حلقه ـ بسته به صورت زیر قابل توصیف است:

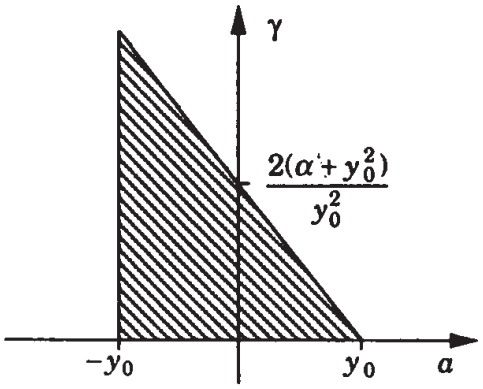
$$\begin{aligned} y(t+1) &= (\theta_{\circ} - \hat{\theta}(t))\, y(t) + a + y_{\circ} \\ \hat{\theta}(t+1) &= \hat{\theta}(t) + \gamma \frac{y(t)\big[(\theta_{\circ} - \hat{\theta}(t))\, y(t) + a\big]}{\alpha + y^{2}(t)} \end{aligned} \qquad (۶-۸)$$

سیستم فوق یک سیستم غیرخطی مرتبهٔ دوم است. برای بررسی رفتار این سیستم، روش تحلیل غیرخطّی را تعقیب می‌کنیم.

تحلیل حالت تعادل: معادلات (۶-۸) دارای پاسخ تعادل زیر است:

$$y = y_{\circ} \quad , \quad \hat{\theta} = \theta_{\circ} + \frac{a}{y_{\circ}} \qquad (۶-۹)$$

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۱. ناحیهٔ پایداری برای سیستم حلقه ـ بسته.

توجّه کنید که مقدار تعادل خروجی، حتّی با وجود اغتشاش، همواره برابر مقدار مرجع است. این پدیده‌ای است که قبلاً در سیستمهای تطبیقی مشاهده کرده‌ایم. (با مثالهای ۳ ـ ۵ و ۵ ـ ۲ مقایسه کنید.) لیکن دینامیکهای مدل نشده، موجب بروز خطای پارامتر می‌شود.

از خطّی‌سازی معادلات (۶ ـ ۸) حول حالت تعادل معادلات (۶ ـ ۹)، ماتریس سیستم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A=\begin{bmatrix} -\frac{a}{y_0} & -y_0 \\ -\gamma\frac{a}{\alpha+y_0^2} & 1-\gamma\frac{y_0^2}{\alpha+y_0^2} \end{bmatrix} \qquad (۶-۱۰)$$

چند جمله‌ای مشخّصهٔ این ماتریس به صورت زیر است:

$$z^2+a_1z+a_2$$

که در آن:

$$a_1=\frac{a}{y_0}-1+\gamma\frac{y_0^2}{\alpha+y_0^2}$$

$$a_2=-\frac{a}{y_0}$$

از معیار پایداری سیستمهای زمان ـ گسسته (شور ـ کوهن[1]) نتیجه می‌شود که اگر شروط ذیل

1. Schur - Cohn

www.powerjam.ir

صادق باشد، ریشه‌های چند جمله‌ای مشخّصه داخل دایرهٔ واحد است:

$$a_2 < 1$$
$$a_2 - a_1 + 1 > 0$$
$$a_2 + a_1 + 1 > 0$$

از قراردادن عبارات a_1 و a_2 در این شروط خواهیم داشت:

$$\text{(i)}\ \frac{a}{y_0} > -1$$
$$\text{(ii)}\ \gamma < 2\frac{(1-\frac{a}{y_0})(\alpha + y_0^2)}{y_0^2} \qquad (۶-۱۱)$$
$$\text{(iii)}\ \gamma > 0$$

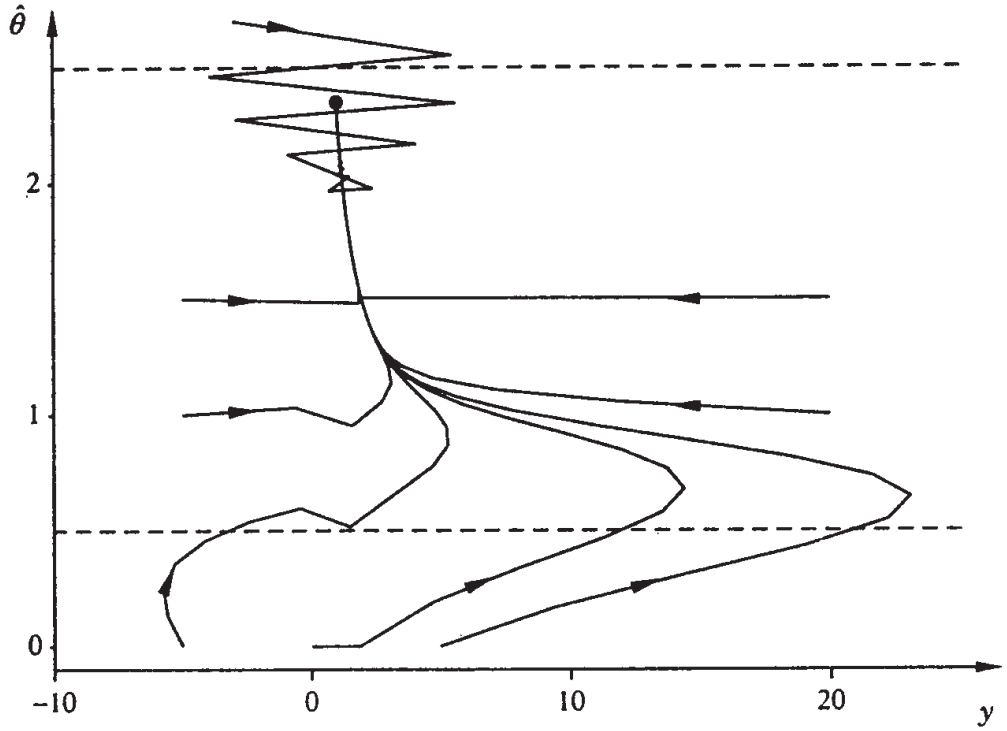
حالت تعادل، پایدار است اگر پارامترهای a و γ داخل ناحیهٔ مثلثی نشان داده شده در شکل ۶ ـ ۱۰ باشد. بنابراین برای داشتن حالت تعادل پایدار، لازم است دامنهٔ اغتشاش a کمتر از دامنهٔ سیگنال فرمان y_0 باشد. علاوه بر این بهرهٔ تطبیق γ نباید بیش از حدّ، بزرگ باشد. دیدن عواقب ناشی از دینامیکهای مدل نشده جالب توجّه خواهد بود. اگر هیچ دینامیک مدل نشده‌ای وجود نداشته باشد ($a = 0$)، آنگاه شرط پایداری محلّی حالت تعادل به صورت زیر درمی‌آید:

$$0 < \gamma < 2\frac{\alpha + y_0^2}{y_0^2}$$

بنابراین با انتخاب یک مقدار معقول برای γ، پایداری تضمین می‌شود.

خواص فراگیر: حال خواص فراگیر را در حالتی بررسی می‌کنیم که پارامترها به گونه‌ای انتخاب شوند که حالت تعادل پایدار باشد. به منظور به دست آوردن راه کارهایی برای تحلیل، ابتدا سیستم را شبیه‌سازی می‌کنیم. در شکل ۶ ـ ۲ مسیرهای فاز را برای حالتی نشان داده‌ایم که در آن $\alpha = 0/1$، $\gamma = 0/1$، $\theta_0 = 1/5$، $y_0 = 1$ و $a = 0/9$ است. از معادلات (۶ ـ ۹) نتیجه می‌شود که معادلات برای $y = 1/5$ و $\theta_0 = 2/4$ دارای یک حالت تعادل هستند و از شرط (ii) معادلات (۶ ـ ۱۱) نتیجه می‌شود که در صورتی که $0 < \gamma < 0/22$ باشد، این حالت تعادل، پایدار است. بنابراین حالت تعادل برای این مقدار انتخاب شدهٔ بهرهٔ تطبیق، پایدار است. به یادآورید که سیستم، زمان ـ گسسته است. برای رسیدن به یک منحنی پیوسته، نقاط پاسخ گسسته با خطوط راست به هم متصل شده است. همهٔ مسیرهای نشان داده شد در شبیه‌سازی، به سمت حالت

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۲. مسیرهای فاز سیستم در حالت پایدار. مقادیر پارامترها برابر با $\alpha = ۰/۱$، $\gamma = ۰/۱$، $\theta_۰ = ۱/۵$، $y_۰ = ۱$ و $a = ۰/۹$ است. خط چینها محدودهٔ $\theta_۰ - ۱ < \hat{\theta} < \theta_۰ + ۱$ را نشان می‌دهند. نقطهٔ پُرحالت تعادل است.

تعادل حرکت می‌کند. پاسخهای با شرط اولیهٔ $\hat{\theta}(۰) = ۰$ پیچشهای بزرگی را نشان می‌دهد و مسیر با شرط اوّلیهٔ $\hat{\theta}(۰) = ۲/۵$، نوسانی به نظر می‌رسد. برای درک حسّی این رفتار، معادلات را برای y و $\hat{\theta}$ بطور جداگانه درنظر می‌گیریم. از معادلات (۶ ـ ۸) نتیجه می‌شود که اگر $\hat{\theta}$ ثابت باشد، آنگاه حرکت y توسط معادله زیر توصیف می‌شود:

$$y(t+۱) = (\theta_۰ - \hat{\theta})y(t) + a + y_۰$$

این معادله، یک معادلهٔ تفاضلی مرتبهٔ اوّل با پاسخ تعادل:

$$y = f(\hat{\theta}) = \frac{a + y_۰}{۱ + \hat{\theta} - \theta_۰} \qquad (۶ ـ ۱۲)$$

است. اگر پارامتر $\hat{\theta}$ ثابت باشد، در صورتی که شرط زیر برقرار باشد:

$$\theta_۰ - ۱ < \hat{\theta} < \theta_۰ + ۱$$

پاسخ، پایدار است و در غیر این صورت، ناپایدار است. این محدوده‌ها توسط خطچین در شکل ۶ ـ ۲ نشان داده شده است. اگر پارامتر $\hat{\theta}$ ثابت نگاه داشته شود، y به طور یکنواخت به حد پایین

www.powerjam.ir

و به صورت نوسانی با دورهٔ تناوب ۲ به حد بالا واگرا می‌شود. در عمل، پارامتر $\hat{\theta}$ تغییر خواهد کرد. هر چه بهره تطبق کوچکتر باشد، نرخ تغییر کوچکتر خواهد شد. با اعداد استفاده شده در شبیه‌سازی، کرانها ۰/۵ و ۲/۵ است. بنابراین می‌توان رفتار نشان داده شده در شکل ۶ ـ ۲ را به طور کیفی شرح داد. پاسخ، به منحنی (۶ ـ ۱۲) نزدیک می‌شود و سپس در امتداد آن حرکت می‌کند. متغیر y برای $\hat{\theta} < ۰/۵$ رشدنمایی نشان می‌دهد؛ در فاصلهٔ $۰/۵ < \hat{\theta} < ۱/۵$ به طورنمایی و در فاصلهٔ $۱/۵ < \hat{\theta} < ۲/۵$ به طور نوسانی کاهش می‌یابد. برای $\hat{\theta} > ۲/۵$، این متغیر به طور نوسانی رشد می‌کند.

حال توجه خود را به معادلهٔ تخمین پارامتر معطوف می‌کنیم. با معرفی:

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta_۰$$

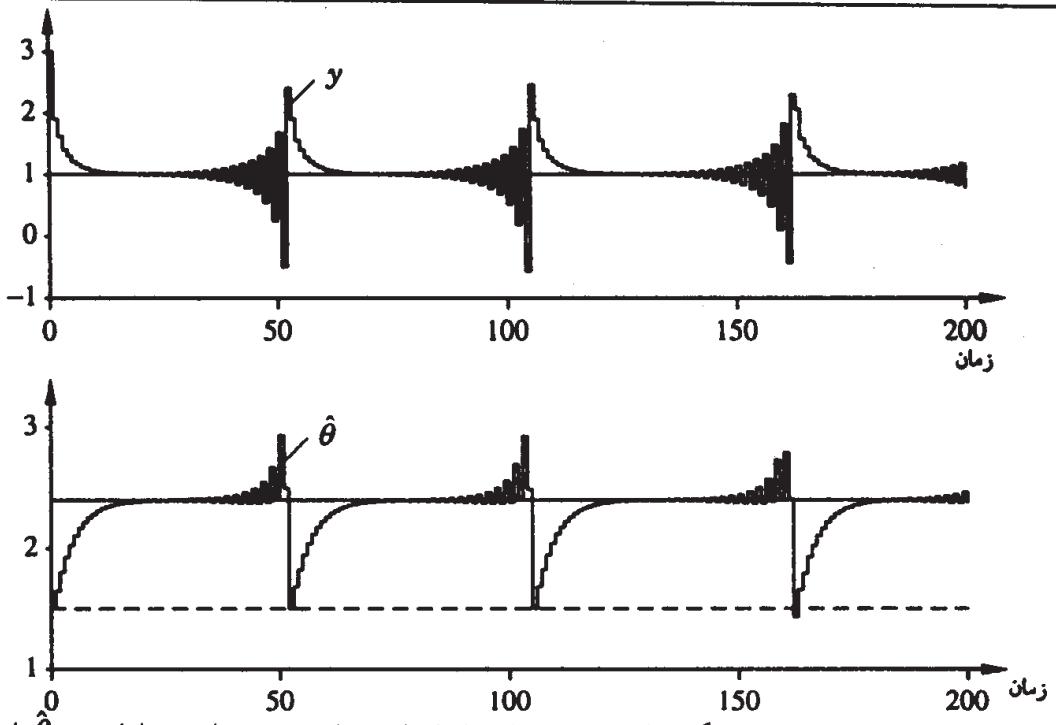
داریم:

$$\tilde{\theta}(t+۱) = \left(۱ - \gamma \frac{y^۲(t)}{\alpha + y^۲(t)}\right)\tilde{\theta}(t) + \gamma \frac{a y(t)}{\alpha + y^۲(t)} \qquad (۶-۱۳)$$

این معادله نتیجه می‌دهد که سیگنالهای y و $\tilde{\theta}$ نمی‌توانند بیکران شوند، زیرا معادلهٔ (۶ ـ ۱۳) همواره برای مقادیر به اندازهٔ کافی کوچک γ، پایدار است. برای مقادیر بزرگ y (t)، جملهٔ اضافه شده کوچک است و پاسخ، کاهش خواهد یافت. بنابراین چنین به نظر می‌رسد که حالت تعادلی که پایدار محلّی است، ممکن است در این حالت پایدار فراگیر نیز باشد. توضیح دقیقتر این مطلب در قسمت ۶ ـ ۵ خواهد آمد.

حالت تعادل محلی ناپایدار: حال به بررسی حالتی می‌پردازیم که پارامترها به گونه‌ای هستند که حالت تعادل محلّی، ناپایدار است. نخست مشاهده می‌کنیم که ناپایداری ممکن است با تخلف از هر یک از شرایط معادلات (۶ ـ ۱۱) رخ دهد. تحلیل چگونگی تغییرات مقادیر ویژه با پارامترها نشان می‌دهد که اگر شرط (i) برآورده نشود، مقادیر ویژه با مقادیر مختلط از دایرهٔ واحد می‌گذرد، اگر شرط (ii) برآورده شود از $z = -۱$ می‌گذرد، و اگر شرط (iii) برآورده نشود، از $z = ۱$ می‌گذرد. حالتی را در نظر می‌گیریم که مقدار بهرهٔ تطبیق، بیش از حد، بزرگ باشد. افزایش بهره بدین معناست که پاسخ با دورهٔ تناوب ۲ ناپایدار خواهد شد. حالتی را در نظر بگیرید که $\theta_۰ = ۱$، $\alpha = ۰/۱$، $y_۰ = ۱$، و $a = ۰/۹$ باشد. حالت تعادل، $y = ۱$ و $\theta = ۱/۹$ است. از معیار پایداری نتیجه می‌شود که اگر $\gamma < ۰/۲۲$ باشد، حالت تعادل پایدار است. با $\gamma = ۰/۵$، سیستم حلقه ـ بستهٔ خطّی شده، ناپایدار است. شکل ۶ ـ ۳، شبیه‌سازی این سیستم را نشان می‌دهد. رفتار سیستم برای حالتی که دینامیکهای مدل نشده وجود دارد نوعی است. خروجی y و

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۳. شبیه‌سازی یک کنترلگر تطبیقی ساده با دینامیکهای مدل نشده. مقادیر تعادل y و $\hat{\theta}$ با خط راست پر و مقدار واقعی پارامتر θ_0 با خط‌چین راست نشان داده شده است.

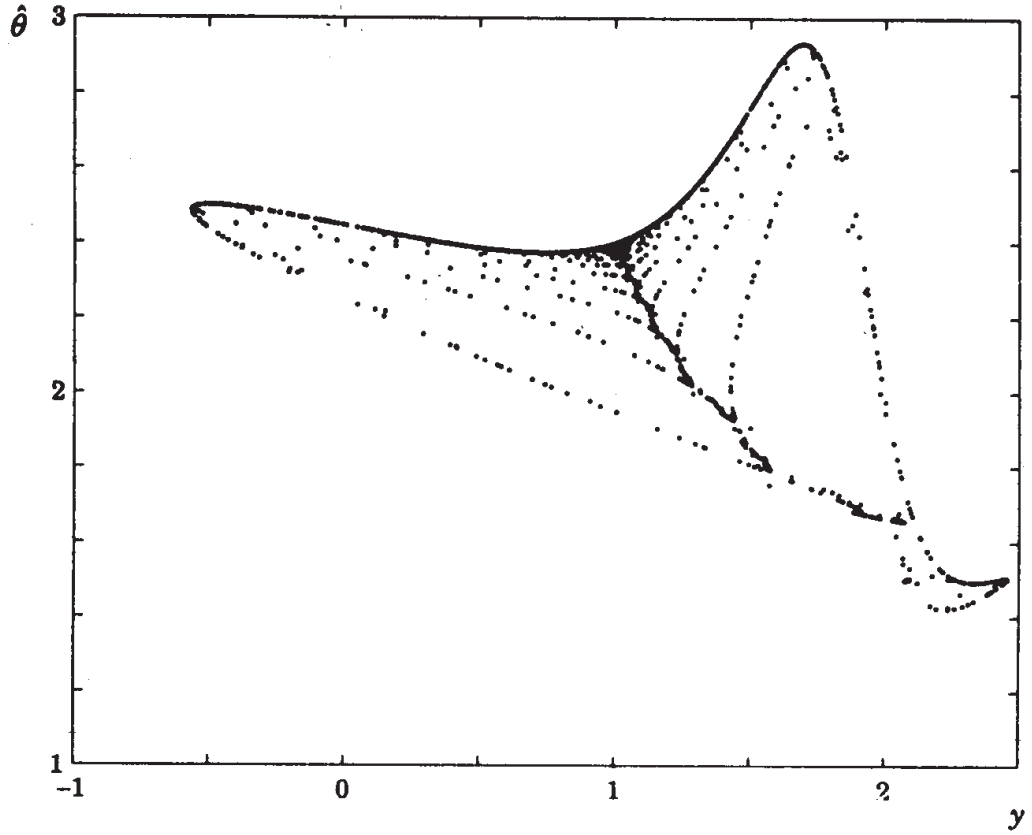
تخمین پارامتر $\hat{\theta}$ نشان می‌دهند که به مقادیر تعادل نزدیک می‌شوند. حال تعادل، ناپایدار است و هنگامی که y و $\hat{\theta}$ به اندازه کافی به مقادیر تعادلشان نزدیک می‌شوند. یک نوسان واگرا با دورهٔ تناوب ۲ ظاهر می‌شود. در این صورت متغیرها با دامنهٔ پیچش نوسان می‌کنند. وقتی این اتفاق می‌افتد، خطای مدلسازی به اندازهٔ کافی کوچک شده، خروجی y و تخمین پارامتر $\hat{\theta}$ به مقادیر تعادلشان نزدیک می‌شوند. سپس این فرایند مجدّداً تکرار می‌شود.

این پدیده که در بسیاری از سیستمهای تطبیقی مشاهده می‌شود، *انفجار*[1] نامیده می‌شود.

شبیه‌سازی نشان داده شده در شکل ۶ ـ ۳، رفتار بسیار پیچیده‌ای را نشان می‌دهد. اگرچه به طور ذاتی همان پدیده خود را تکرار می‌کند، امّا پاسخ، تناوبی نیست. این موضوع اگر سیستم برای زمان طولانی‌تری شبیه‌سازی شود، واضحتر دیده می‌شود. شکل ۶ ـ ۴ منحنی صفحهٔ فاز را برای وقتی که زمان شبیه‌سازی به ۱۰۰۰۰ واحد زمانی افزایش یافته، نشان می‌دهد. پاسخ، بسیار نامنظم است. لیکن به طوری که در شکل نشان داده شده است، الگوهایی در حرکت وجود دارد. برای مثال، در قسمتی از حرکت، حالت به سمت منحنی معادلهٔ (۶ ـ ۱۲) نزدیک می‌شود. رفتار نشان داده شده در حقیقت مثالی از رفتار آشوبی است. الگوی نشان داده شده در شکل ۶ ـ ۴، یک *جاذب غریب*[2] نامیده می‌شود.

1. Bursting 2. Strange Attractor

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۴. منحنی صفحهٔ فاز متناظر با حالت شکل ۶ ـ ۳ وقتی که بیش از ۱۰۰۰۰ واحد زمانی شبیه‌سازی شده باشد.

پایداری ساختاری

پایداری ساختاری مفهومی مهم در دینامیکهای غیرخطی است. به طور حسّی یک سیستم به طور ساختاری پایدار است اگر تغییر کوچکی در معادلات، تغییر موثری را در رفتار سیستم سبب نشود. یک شرط لازم برای پایداری ساختاری در حالت زمان ـ پیوسته آن است که همهٔ حالتهای تعادل به گونه‌ای باشند که معادلات خطّی شده، مقادیر ویژه‌ای با قسمت حقیقی صفر نداشته باشند. چنین حالت تعادلی، *هذلولوی*[1] نامیده می‌شود. پایداری و پایداری ساختاری در سیستمهای تطبیقی به طور نزدیک با پایایی تحریک در ارتباط است. این موضوع را با دو مثال نشان می‌دهیم:

مثال ۶ ـ ۱ نبود تحریک، سبب ناپایداری می‌شود

سیستم تطبیقی‌مدل ـ مرجع نشان داده شده در شکل ۵ ـ ۱۴ (ب) را در نظر بگیرید. فرض

1. Hyperbolic

www.powerjam.ir

کنید سیگنال ورودی $u_c(t) = e^{-t}$ باشد؛ در این صورت با معادلات زیر قابل توصیف است:

$$\frac{de}{dt} = -e + k\tilde{\theta}u_c$$
$$\frac{d\tilde{\theta}}{dt} = -\gamma e u_c$$
$$\frac{du_c}{dt} = -u_c$$

که در آن $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ است. حالت تعادل برابر با $e = \tilde{\theta} = u_c = 0$ است. از خطی‌سازی حول این نقطه، سیستمی خطی با ماتریس سیستم زیر به دست می‌آید:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

این ماتریس دارای مقادیر ویژهٔ -1 و 0 و -1 است و سیستم بوضوح پایدار نیست.

مثال ۶ـ۲ پایایی تحریک پایداری ساختاری را سبب می‌شود

همان سیستم مثال ۶ـ۱ را در نظر بگیرید، امّا حالا فرض کنید که سینگنال فرمان، پله است، یعنی $u_c(t) = 1$. در این صورت سیستم با معادلات زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{de}{dt} = -e + k\tilde{\theta}$$

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dt} = -\gamma e$$

حالت تعادل، $e = \theta = 0$ است. از خطی‌سازی حول این نقطه ثابت، سیستمی خطی با ماتریس زیر به دست می‌آید:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & k \\ -\gamma & 0 \end{pmatrix}$$

که دارای چندجمله‌ای مشخّصه زیر است:

$$s^2 + s + \gamma k$$

www.powerjam.ir

و بنابراین اگر γk مثبت باشد حالت تعادل پایدار است.

شکل ۲ ـ ۱۰ در فصل ۲، که حالتی از شناسایی تحت شرایط حلقه ـ بسته را نشان می‌دهد، مثالی نوعی از پایداری ساختاری است. مثالهای اضافی در قسمت ۶ ـ ۹ آورده شده است.

۶ ـ ۳ تطبیق یک بهره پیشخور

حالت خاص تطبیق یک بهره پیشخور به دلیل سادگی آن به دفعات توضیح داده شد.

لذا، ساختار معادلات را در این حالت نیز بررسی می‌کنیم. برای سیستم شکل ۵ ـ ۱۴ داریم:

$$\frac{d\xi}{dt} = A\xi + B\theta u_c$$
$$e = C\xi - y_m$$
$$\varphi = \begin{cases} -y_m & \text{قاعدهٔ MIT} \\ -u_c & \text{قاعدهٔ لیاپانف} \end{cases}$$

که در آن A، B و C ماتریسهایی هستند که تحققی از تابع انتقال $kG(s)$ را نشان می‌دهند. توجه کنید که در این حالت ماتریسهای A، B، C، بردار رگرسیون φ و خطای e صریحاً به پارامترهای کنترلگر وابسته نیستند. بعلاوه برای روش گرایان پارامتر به صورت زیر بهنگام می‌شود:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \gamma \varphi e(\xi)$$

اگر u_c تابعی از زمان باشد آنگاه y_m نیز تابعی از زمان بوده و معادلات (۶ ـ ۱۴) و (۶ ـ ۱۵) معادلات دیفرانسیل خطی متغیر با زمان هستند. موضوع را با مثالی توضیح می‌دهیم.

مثال ۶ ـ ۳ تطبیق یک بهرهٔ پیشخور

در مثال ۵ ـ ۱، با استفاده از قاعدهٔ MIT به قانونی تطبیقی برای تنظیم بهرهٔ پیشخور دست یافتیم. رفتار سیستم، در شکل ۵ ـ ۳ نشان داده شد. سیستم با معادلهٔ زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{dy}{dt} = k\hat{\theta}(t)u_c(t) - y(t)$$

و قاعدهٔ تنظیم پارامتر به صورت زیر است:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\gamma y_m(t)e(t) = -\gamma y_m(t)(y(t) - y_m(t))$$

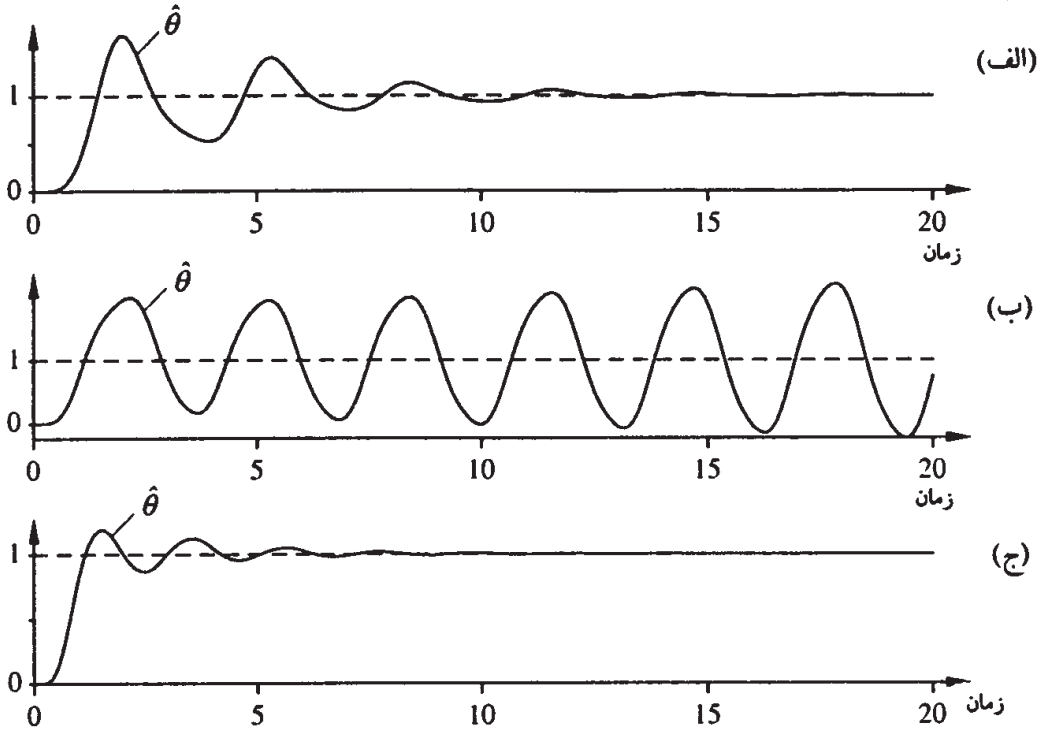
از آنجا که سیگنال y_m از روی سیگنال فرمان u_c قابل محاسبه است، هم u_c و هم y_m را می‌توان

www.powerjam.ir

به صورت سیگنالهای متغیر با زمان معلوم در نظر گرفت. سیستم تطبیقی با معادلهٔ زیر توصیف می‌شود :

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\hat{\theta}\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -\gamma y_m(t)\\ k u_c(t) & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\theta}\\ y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\gamma y_m^2(t)\\ 0\end{bmatrix} \qquad (۱۶-۶)$$

بنابراین سیستم را می‌توان به کمک یک معادلهٔ دیفرانسیل خطّی مرتبه دوم توصیف کرد. در شکل ۶ ـ ۵ سه شبیه‌سازی را برای حالتی که $G(s)=\frac{1}{(s+1)}$، $k=k_0=1$ و $\gamma=11$ است، نشان داده‌ایم. سیگنال مرجع در تمام حالتها سینوسی است. در حالت اول فرکانس برابر $\omega=1$، در حالت دوم $\omega=2$ و در حالت سوم $\omega=3$ است. پارامتر کنترلگر برای $\omega=1$ و $\omega=3$ به مقدار صحیح همگرا می‌شود، امّا برای $\omega=2$ واگرا خواهد شد. بنابراین با حالتی رو به رو هستیم که سیستم برای یک ورودی، پایداری امّا برای دیگری ناپایداری است. سیستم



شکل ۶ ـ ۵. رفتار بهرهٔ کنترلگر برای یک سیستم MRAS با استفاده از قاعدهٔ MIT، سیگنال ورودی یک سینوسی با دامنهٔ واحد و فرکانس: (الف) ۱؛ (ب) ۲؛ (ج) ۳ رادیان بر ثانیه است. تابع انتقال سیستم، $G(s)=\frac{1}{(s+1)}$، پارامترها $k=k_0=1$ و بهرهٔ تطبیق، $\gamma=11$ است. خط‌چینها مقادیر صحیح بهره را نشان می‌دهند

www.powerjam.ir

برای سیگنالهای ورودیِ فرکانس پایین، پایدار است. با افزایش فرکانس، سیستم ناپایدار می‌شود؛ امّا مجدّداً با افزایش بیشتر فرکانس، پایدار می‌گردد. این الگو با افزایش بیشتر فرکانس، تکرار می‌شود.

مثال ۶ ـ ۳ نشان می‌دهد که سیستم، رفتاری کاملاً پیچیده دارد و به نحو حسّی قسمت قبل قابل تشریح نیست. برای درک اینکه چه اتفاقی می‌افتد، معادلات توصیف‌کنندهٔ سیستم را تحلیل می‌کنیم. معادلهٔ (۶ ـ ۱۶) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + B(t) \qquad (۱۷ - ۶)$$

این سیستم، سیستمی خطی با پارامترهای متغیر با زمان است. در حالت خاصّی که u_c متناوب است. تطبیق را هنگامی که خروجی مدل y_m نیز متناوب شد برقرار می‌کنیم، که در اینصورت سیستم نیز متناوب می‌شود. برای چنین سیستمهایی یک نظریهٔ خوش تعریف[1] وجود دارد که می‌توان از آن برای فهم رفتار سیستم استفاده کرد.

نظریهٔ فلوکوت

برای بررسی خواص پایداریِ معادلهٔ (۶ ـ ۱۷)، قسمت همگن را برای حالتی در نظر می‌گیریم که $A(t)$، تناوبی با دورهٔ تناوب τ و برای همهٔ مقادیر t، پیوسته باشد در این صورت پاسخ معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$x(t) = \Phi(t, t_0)x(t_0)$$

که در آن $\Phi(t, t_0)$ در معادلهٔ دیفرانسیل ماتریس خطی ذیل صدق می‌کند:

$$\frac{d\Phi}{dt} = A(t)\Phi \qquad (۱۸ - ۶)$$

چون $A(t)$ متناوب با دورهٔ تناوب τاست، نتیجه می‌شود که $A(t+\tau) = A(t)$؛ بنابراین اگر $\Phi(t)$، پاسخ باشد، $\Phi(t+\tau)$ نیز پاسخ معادله خواهد بود. از آنجا که دو جواب معادلهٔ (۶ ـ ۱۸) تنها در مقادیر اولیه با یکدیگر متفاوتند، نتیجه می‌شود:

$$\Phi(t+\tau) = \Phi(t)W \qquad (۱۹ - ۶)$$

1. Well - Developed

www.powerjam.ir

که در آن W یک ماتریس ثابت نامنفرد است. از آنجا که ماتریس $\Phi(t)$ برای همهٔ مقادیر t نامنفرد است، W نیز نامنفرد خواهد بود. با استفادهٔ مکرّر از این معادله داریم:

$$\Phi(t + n\tau) = \Phi(t)W^n \qquad (۶-۱۹)$$

که $t < \tau$ است. بنابراین نتیجهٔ زیر به دست می‌آید:

قضیهٔ ۶ ـ ۱ پایداری سیستم متناوب خطی

معادلهٔ دیفرانسیل متناوب (۶ ـ ۱۷) پایدار است اگر و فقط اگر اندازهٔ همهٔ مقادیر ویژهٔ ماتریس W کوچکتر از ۱ باشد.

این نتیجه، در حقیقت همهٔ آن چیزی است که برای تحلیل پایداری نیاز داریم. لیکن می‌توان نتیجه‌ای کمی عمومی نیز به دست آورد. توجه کنید که می‌توان ماتریس W را بسادگی با انتگرالگیری از معادلهٔ دیفرانسیل، روی یک دورهٔ تناوب و با شرط اولیهٔ برابر با ماتریس واحد، محاسبه کنیم.

قضیهٔ ۶ ـ ۲ پاسخ سیستمهای متناوب

پاسخ معادلهٔ دیفرانسیل ماتریسی (۶ ـ ۱۸) دارای شکلی به صورت زیر است:

$$\Phi(t) = D(t)e^{Ct}$$

که در آن C ماتریسی ثابت و D متناوب با دورهٔ تناوب τ است.

برهان: از آنجا که ماتریس W در معادلهٔ (۶ ـ ۱۹) نامنفرد است، یک ماتریس C وجود دارد به طوری که:

$$W = e^{C\tau} \qquad (۶-۲۰)$$

ماتریس $D(t)$ را که با تعریف زیر در نظر بگیرید:

$$D(t) = \Phi(t)e^{-Ct}$$

آنگاه:

$$D(t + \tau) = \Phi(t + \tau)e^{-C(t+\tau)} = \Phi(t)We^{-C\tau}e^{-Ct} = D(t)$$

و قضیه اثبات می‌شود.

www.powerjam.ir

نکته: از معادلهٔ (۶ ـ ۲۰) می‌بینیم که معادلهٔ دیفرانسیل (۶ ـ ۱۸) پایدار است اگر همهٔ مقادیر ویژهٔ ماتریس C در نیم صفحهٔ چپ باشند که این بدان معناست که باید همهٔ مقادیر ویژه ماتریس W داخل دایرهٔ واحد باشند. بنابراین پایداری باانتگرالگیری عددی روی یک دورهٔ تناوب قابل تعیین است.

حال نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان از این نتایج در بررسی پایداری سیستم مثال ۶ ـ ۳ استفاده کرد.

مثال ۶ ـ ۴ تحریک پارامتری

سیستم مثال ۶ ـ ۳ را در نظر گرفته، فرض کنید سیگنال فرمان $u_c(t) = \sin \omega t$ باشد. در این صورت بعد از پاسخ‌گذار، خروجیِ مدل به صورت زیر درمی‌آید:

$$y_m(t) = \frac{۱}{\sqrt{۱ + \omega^۲}} \sin(\omega t - \arctan(\omega))$$

برای تعیین پایداری معادلهٔ (۶ ـ ۱۶)، W را با انتگرالگیری از معادلهٔ (۶ ـ ۱۸) روی یک دورهٔ تناوب $(\tau = \frac{۲\pi}{\omega})$ با شرط اولیهٔ $\Phi(۰) = I$ محاسبه می‌کنیم. آنگاه از معادلهٔ (۶ ـ ۱۹) داریم $W = \Phi(\tau)$. برای $\gamma = ۱۰$ و با انتخاب $\omega = ۲$ و انتگرالگیری تا $\tau = \pi$ نتیجه می‌شود:

$$\Phi(\tau) = \begin{bmatrix} ۰/۴۳۷۳ & ۰/۷۲۸۳ \\ ۰/۲۳۸۹ & ۰/۴۹۶۷ \end{bmatrix}$$

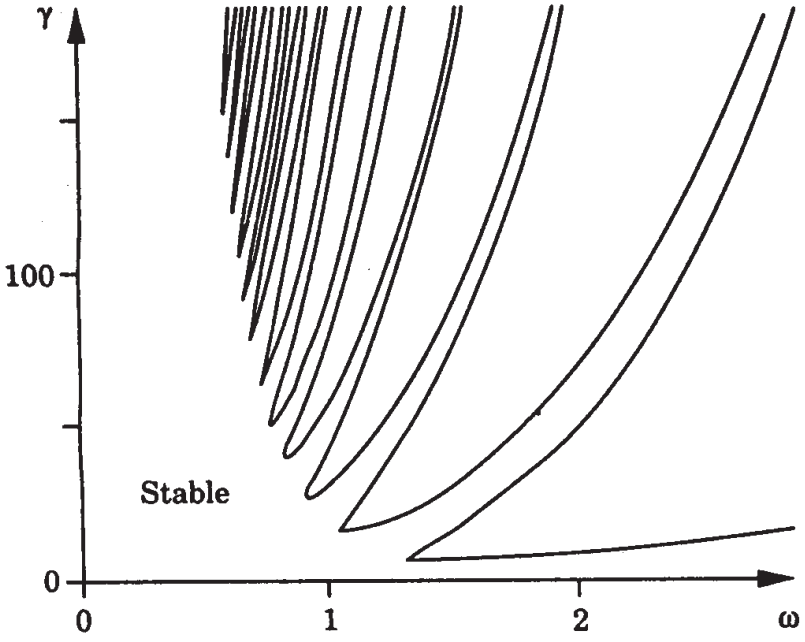
که دارای مقادیر ویژهٔ ۰/۰۴۹ و ۰/۸۸۵ است و اگر $\gamma = ۱۱$ باشد داریم:

$$\Phi(\tau) = \begin{bmatrix} ۰/۵۶۰۹ & ۰/۹۹۶۰ \\ ۰/۲۶۴۲ & ۰/۵۴۶۳ \end{bmatrix}$$

و مقادیر ویژهٔ آن برابر با ۰/۰۴۱ و ۱/۰۶۷ است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که سیستم تطبیقی برای $\gamma = ۱۰$ پایدار، امّا برای $\gamma = ۱۱$ ناپایدار است.

این محاسبه را می‌توان در فرکانسها و بهره‌های تطبیق متعدد، تکرار کرد تا به مقادیری برای ω و γ دست یافت که به ازاء آن مقادیر، سیستم، پایدار شود. نتیجهٔ چنین محاسبه‌ای در شکل ۶ ـ ۶ نشان داده شده است. بخصوص توجه کنید که شکل ۶ ـ ۶ رفتار مشاهده شده در آزمایش عددی مثال ۶ ـ ۳ را نشان می‌دهد. که در آن سیستم با افزایش فرکانس سیگنالِ ورودی از یک

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۶. ناحیهٔ پایداری برای تنظیم بهرهٔ پیشخور با قاعدهٔ MIT.

ناحیهٔ ناپایداری می‌گذرد. لیکن دقت کنید که برای بهره‌های تطبیق پایین، سیستم، پایدار است.

مثال ۶ ـ ۳ نشان می‌دهد که حتّی سیستمهای تطبیقی بسیار ساده نیز ممکن است رفتاری بسیار پیچیده داشته باشند. همچنین مکانیزم تحریک متناوب می‌تواند باعث ایجاد ناپایداری در سیستمهای تطبیقی پیچیده‌تر شود. تحلیل این سیستمها نیز به همان روشِ مثال ساده، قابل انجام است، امّا جزئیات مسأله بسیار پیچیده‌تر است. رفتار سیستم نوعاً با تحریک متناوب و بهره‌های تطبیق نسبتاً بالا ارتباط دارد. پدیدهٔ نشان داده شده در شکل ۶ ـ ۵ مثالی از تحریک پارامتری است، بدین مفهوم که یک سیستم می‌تواند با تغییر متناوب پارامترها، ناپایدار شود. یک مثال کلاسیک، معادلهٔ ماتیو[1] است:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \alpha\frac{dy}{dt} + (\beta + \gamma\cos\omega t)y = 0$$

این معادله در $\alpha = 0$، آونگی را توصیف می‌کند که نقطهٔ محوری آن به طور عمودی نوسان می‌کند. واضح است که حالت تعادلِ نرمال آونگِ آویزان به سمت پایین می‌تواند با انتخاب مناسب پارامترها، ناپایدار شود.

1. Mothieu equation

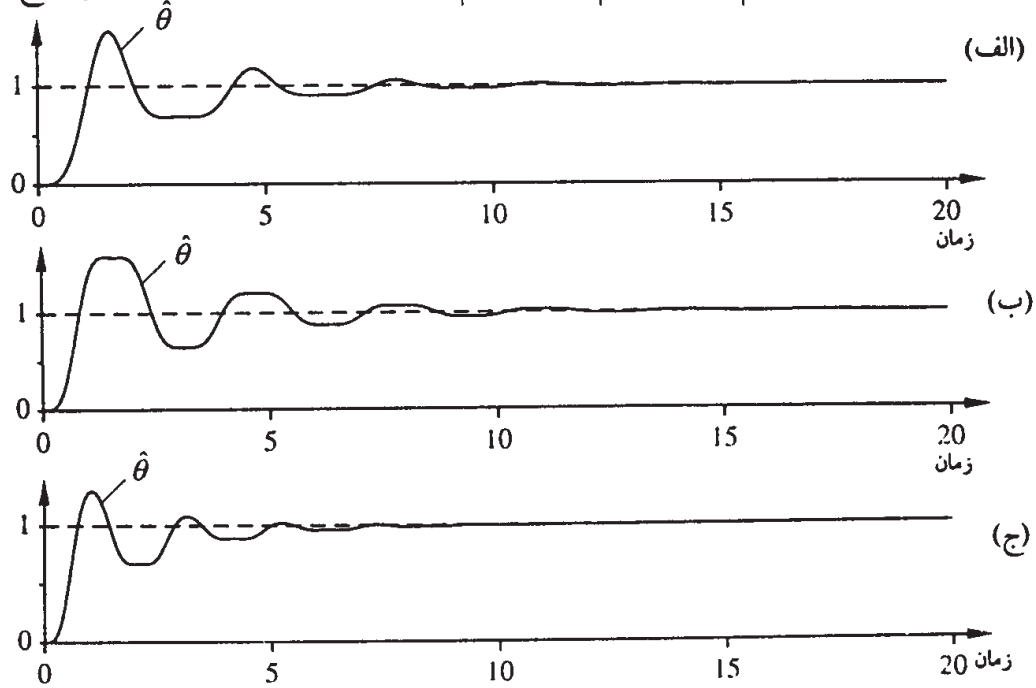
www.powerjam.ir

مثال ۶ ـ ۵ طراحی مجدّد لیاپانوف

در مثال ۶ ـ ۳ دریافتیم که ممکن است قاعدهٔ MIT برای بهره‌های تطبیق بزرگ موجب ناپایداری شود. لیکن با فرض قویتری که تابع انتقال فرایند اکیداً حقیقی مثبت باشد، قانون کنترل حاصل از نظریهٔ پایداری برای همهٔ مقادیر بهرهٔ تطبیق، پایدار خواهد بود. این موضوع را در شبیه‌سازی شکل ۶ ـ ۷ نشان داده‌ایم که در آن قاعدهٔ لیاپانوف به سیستم مثال ۶ ـ ۳ اعمال شده است. با شکل ۶ ـ ۵ مقایسه کنید

خلاصه

در این قسمت مثالهایی از یک سیستم زمان ـ گسسته و بهرهٔ پیشخور توضیح داده شد. این مثالها نشان می‌دهند که کنترلگرهای تطبیقی می‌توانند ویژگیهای شگفت‌انگیزی داشته باشند. این پدیده با استفاده از ریاضیات ساده قابل بیان است، امّا در حالات عمومی مشکلاتی به وجود خواهد آمد. بنابراین در نظرگرفتن بعضی حالات ساده شده در قسمتهای آتی مناسب خواهد بود. ابتدا رگولاتورهای خودتنظیم غیرمستقیم و مستقیم، تحت فرضیات ایدئال، توضیح داده



شکل ۶ ـ ۷. رفتار بهرهٔ کنترلگر برای یک سیستم تطبیقی بر اساس نظریهٔ پایداری لیاپانوف وقتی که سیگنال ورودی یک سینوسی با دامنهٔ واحد و فرکانس: (الف) ۱؛ (ب) ۲ و (ج) ۳ رادیان بر ثانیه باشد. سیستم دارای تابع انتقال $G(s) = \frac{۱}{(s+۱)}$، پارامترهای $k = k_p = ۱$ و بهرهٔ تطبیق، $\gamma = ۱۱$ است. خط‌چینها مقادیر صحیح بهره را نشان می‌دهد.

www.powerjam.ir

می‌شود. سپس مسألهٔ کنترل تطبیقی به دو قسمت با مقیاسهای زمانی مختلف تقسیم شده، از روشهای میانگین‌گیری در تحلیل خواصّ سیستمهای حلقه ـ بسته استفاده خواهد شد.

۶ ـ ۴ تحلیل خودتنظیم‌گرهای زمان ـ گسستهٔ غیرمستقیم

در این قسمت، خواصّ خودتنظیم‌گرهای زمان ـ گسستهٔ غیرمستقیم، از نوع نشان داده شده در نمودار بلوکی شکل ۱ ـ ۱۹ را تحلیل می‌کنیم. از آنجا که چنین کنترلگرهایی شامل بخش تخمینگر پارامتر بازگشتی و بخش محاسبهٔ طراحی کنترل است، طبیعی است که این زیر سیستمها را به طور جداگانه در نظر بگیریم. از آنجا که عمل شناسایی در حلقه ـ بسته انجام می‌شود، ممکنٌ است عوارض نامطلوبی در اثر تداخل کنترل و شناسایی به وجود آید. ابتدا با بررسی خواص تخمینگر پارامتر بازگشتی شروع می‌کنیم. دوم باید محاسبات طراحی را مدّنظر قرار دهیم. درک وضعیتی که محاسبات طراحی تحت شرایط نامناسبی قرار می‌گیرند که تغییرات کوچکی در پارامتر فرایند می‌تواند تغییرات بزرگی را در پارامترهای کنترلگر ایجاد کنند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

این موضوع بسیار حائز اهمیت است که تعیین کنیم آیا سیستم تطبیقی می‌تواند پارامترهای یک سیستم متغیر با زمان را تعقیب نماید یا خیر. این، مسألهٔ بسیار مشکلی است و در نتیجه ما خود را به تحلیل حالتی محدود می‌کنیم که در آن سیستم حقیقی دارای پارامترهای ثابت است. این کار را می‌توان به عنوان اولین آزمایش الگوریتم تطبیقی در نظر گرفت. همچنین برای تحلیل، فرض می‌کنیم که سیستم حقیقی با مدلهایی سازگار با مدلهای مورد استفاده در تخمین پارامتر، توصیف می‌شود. در این حالت صحبت‌کردن در مورد «پارامترهای واقعی» با معنی است. لیکن در حقیقت ما باید این نکته را نیز در نظر بگیریم که مدلهایی که از آنها استفاده می‌کنیم، تقریبی هستند. این حالت، حالت غیر ایدئال نامیده می‌شود. این مسأله، بعدتر در قسمت ۶ ـ ۹ توضیح داده خواهد شد.

خواص تخمینگرهای بازگشتی

برای بررسی تخمینگرهای بازگشتی لازم است در مورد چگونگی تولید داده‌ها، فرضیاتی را در نظر بگیریم. در این قسمت فرض می‌کنیم که داده‌ها به کمک مدلی تولید می‌شود که دارای ساختاری مانند مدل مورد استفاده در تخمین است. همچنین لازم است طبیعت اغتشاشها را تعیین کنیم، برای مثال اینکه آیا قطعی هستند یا اتفاقی. همچنین درمی‌یابیم که وجود تحریک کافی، لازم است و شناسایی تحت شرایط حلقه ـ بسته می‌تواند مشکلاتی را سبب شود.

www.powerjam.ir

حالت قطعی، که در آن داده‌ها از سیستمی سازگار با مدل مورد استفاده در تخمینگر تولید می‌شود، از سادگی خاصّی برخوردار است. در این حالت امکان به دست آوردن خواص عمومی تخمینگرها وجود دارد.

الگوریتمهای تصویرگر یا گرادیان

در اینجا خواصّ الگوریتم تصویرگر یا گرادیان در حالت ایدئال که در آن داده‌ها از مدل زیر تولید می‌شود، بررسی خواهد شد:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta^* \qquad (۶-۲۱)$$

در این صورت، نتیجهٔ زیر را خواهیم داشت:

قضیهٔ ۶ـ۳ خواصّ الگوریتم تصویرگر

فرض کنید تخمینگر:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-۱) + \frac{\gamma\varphi(t)}{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)} e(t)$$

$$e(t) = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-۱) = \varphi^T(t)(\theta^* - \hat{\theta}(t-۱)) \qquad (۶-۲۲)$$

با $\alpha \geq ۰$ و $۰ < \gamma < ۲$ به داده‌های حاصل از معادلهٔ (۶ـ۲۱) اعمال شود.

در این صورت نتایج زیر به دست خواهد آمد:

$$(i)\ \|\hat{\theta}(t) - \theta^*\| \leq \|\hat{\theta}(t-۱) - \theta^*\| \leq \|\hat{\theta}(۰) - \theta^*\|, \quad t \geq ۱$$

$$(ii)\ \lim_{t\to\infty} \frac{e(t)}{\sqrt{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)}} = ۰$$

$$(iii)\ \lim_{t\to\infty} \|\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-k)\| = ۰ \qquad \text{برای } k \text{ محدود}$$

برهان: با معرفی: $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta^*$ و $V(t) = \tilde{\theta}^T(t)\tilde{\theta}(t) = \|\tilde{\theta}(t)\|^۲$ داریم:

$$e(t) = \varphi^T(t)\theta^* - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-۱) = -\varphi^T(t)\tilde{\theta}(t-۱)$$

www.powerjam.ir

اگر از دو طرف معادلهٔ (۶ ـ ۲۲) θ^* را کم کنیم و با محاسبهٔ نرم، خواهیم داشت:

$$V(t)-V(t-1)=2\frac{\gamma\varphi^T(t)\tilde{\theta}(t-1)e(t)}{\alpha+\varphi^T(t)\varphi(t)}+\frac{\gamma^2\varphi^T(t)\varphi(t)e^2(t)}{(\alpha+\varphi^T(t)\varphi(t))^2}$$

$$=\chi(t)\frac{\gamma e^2(t)}{\alpha+\varphi^T(t)\varphi(t)}$$

که:
$$\chi(t)=-2+\frac{\gamma\varphi^T(t)\varphi(t)}{\alpha+\varphi^T(t)\varphi(t)}\leqslant-\delta<0$$

که نامساوی فوق درنتیجهٔ $\alpha\geqslant 0$ و $0<\gamma<2$ است. بنابراین خاصیت (i) ثابت شده است.
از معادلهٔ فوق، این نتیجه حاصل می‌شود:

$$V(t)=V(0)+\sum_{k=1}^{t}\chi(k)\frac{\gamma e^2(k)}{\alpha+\varphi^T(k)\varphi(k)}$$

در نتیجه:
$$\sum_{k=1}^{t}\frac{\gamma e^2(k)}{\alpha+\varphi^T(k)\varphi(k)}\leqslant\frac{1}{\delta}(V(0)-V(t))$$

حال از آنجایی که $0\leqslant V(t)\leqslant V(0)$ است خاصیت (ii) به دست می‌آید زیرا خطای نرمالیزهٔ $\frac{e(t)}{\sqrt{\alpha+\varphi^T(t)\varphi(t)}}$ در l_2 می‌باشد (یعنی جمع‌پذیر مربعی است). از معادلهٔ (۶ ـ ۲۲) نتیجه می‌شود:

$$\|\hat{\theta}(t)-\hat{\theta}(t-1)\|^2=\frac{\gamma^2\varphi^T(t)\varphi(t)e^2(t)}{(\alpha+\varphi^T(t)\varphi(t))^2}$$

$$=\frac{\gamma^2e^2(t)}{\alpha+\varphi^T(t)\varphi(t)}\left(1-\frac{\alpha}{\alpha+\varphi^T(t)\varphi(t)}\right)$$

از رابطهٔ (ii) نتیجه می‌گیریم که اگر $\alpha>0$ باشد، سمت راست معادلهٔ بالا با افزایش $t\to\infty$، به سمت صفر میل خواهد کرد. بنابراین:

$$\|\hat{\theta}(t)-\hat{\theta}(t-k)\|^2=\|\sum_{i=1}^{k}\hat{\theta}(t-i+1)-\hat{\theta}(t-i)\|^2$$

www.powerjam.ir

$$\leqslant \sum_{i=1}^{k} \| \hat{\theta}(t-i+1) - \hat{\theta}(t-i) \|^2$$

که سمت راست عبارت، برای مقادیر محدود k باافزایش $t \to \infty$، به سمت صفر میل می‌کند.

نکته ۱: برای $\gamma = 1$ و $\alpha = 0$، این الگوریتم به الگوریتم تصویرگر کازمارز تبدیل می‌شود.

نکته ۲: توجه کنید که این نتایج، همگرایی تخمینهای $\hat{\theta}(t)$ نتیجه نمی‌دهد.

نکته ۳: تابع $V(t)$ را می‌توان به عنوان یک تابع لیاپانوف زمان ـ گسسته تعبیر کرد.

قضیهٔ ۶ ـ ۳، قضیهٔ مفیدی است، زیرا برخی از خواصّ تخمینگر را که هیچ ربطی به چگونگی تولید رگرسورهای $\varphi(t)$ ندارند، معرفّی می‌کند. شرایط اضافی برای تضمین همگرایی تخمینها لازم است. این قضیه برای اثبات همگرایی روشهای تطبیقی غیرمستقیم، مفید خواهد بود.

همگرایی پارامتر در الگوریتمهای گرادیان

حال شرایطی را برای همگرایی تخمینها به مقادیر واقعی پارامتر ارائه می‌کنیم. توجّه کنید که برای مطرح کردن چنین مسأله‌ای لازم است فرض کنیم داده‌ها از مدلی سازگار با مدل مورد استفاده در تخمین، تولید می‌شود. همگرایی پارامتر به طور نزدیکی با شناسایی سیستم در ارتباط است. خواص قابلیت شناسایی و پایایی تحریک، نقشی اساسی بازی می‌کنند. نرخ همگرایی به الگوریتم مورد استفاده و میزان تحریک وابسته است. ابتدا الگوریتم گرادیان را در نظر می‌گیریم که هرچند در آن، همگرایی با نرخ بسیار آهسته‌تری انجام می‌گیرد، لیکن ساده‌تر از الگوریتم حداقل مربعات است. یک الگوریتم تصویرگر یا گرادیان نوعی در معادلات (۶ ـ ۲۲) با $\alpha \geqslant 0$ و $0 < \gamma < 2$، داده شده است. خطای تخمین به صورت زیر است:

$$\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta^* = A(t-1)\tilde{\theta}(t-1) \qquad (۲۳ ـ ۶)$$

که در آن داریم:

$$A(t-1) = I - \frac{\gamma \varphi(t)\varphi^T(t)}{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)}$$

بنابراین مسألهٔ تحلیل نرخ همگرایی با تحلیل پایداری معادلهٔ (۶ ـ ۲۳) معادل است. توجه کنید که

$$A(t-1)\varphi(t) = \left(I - \frac{\gamma \varphi(t)\varphi^T(t)}{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)} \right)\varphi(t) = \varphi(t)\left(1 - \frac{\gamma \varphi^T(t)\varphi(t)}{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)} \right)$$

www.powerjam.ir

عامل دوّم سمت راست معادلهٔ فوق، یک اسکالر است. این موضوع نتیجه می‌دهد که بردار $\varphi(t)$، بردار ویژه‌ای از $A(t-1)$ متناظر با مقدار ویژه‌ای کوچکتر از ۱ است. این مقدار ویژه برای $\gamma = 1$ و $\alpha = 0$، برابر صفر است. لم زیر برای تحلیل معادلهٔ (۶ ـ ۲۳) مفید است.

لم ۶ ـ ۱ پایداری یک سیستم متغیر با زمان

سیستم متغیر با زمان ذیل را درنظر بگیرید:

$$x(t+1) = A(t)x(t) \qquad (۶-۲۴)$$
$$y(t) = C(t)x(t)$$

فرض کنید ماتریس متقارن $P(t) > 0$ چنان وجود دارد که:

$$A^T(t)P(t+1)A(t) - P(t) = -C^T(t)C(t) \qquad (۶-۲۵)$$

در این‌صورت معادلات (۶ ـ ۲۴)، پایدار است. علاوه بر این اگر سیستم رؤیت‌پذیر کامل یکنواخت[1] باشد، یعنی مقادیر $\beta_1 > 0$، $\beta_2 > 0$ و $N > 1$ وجود داشته باشد طوری که داشته باشیم:

$$0 < \beta_1 I \leqslant \sum_{k=t}^{t+N-1} \Phi^T(k,t)C^T(k)C(k)\Phi(k,t) \leqslant \beta_2 I < \infty$$

برای همه مقادیر t و با فرض اینکه $\Phi(k,t)$، ماتریس بنیادی[2] است، آنگاه معادلات (۶ ـ ۲۴) نیز به طور نمایی پایدار است.

برهان: با تعریف تابع ذیل:

$$V(t) = x^T(t)P(t)x(t)$$

داریم:

$$V(t+1) - V(t) = x^T(t)A^T(t)P(t+1)A(t)x(t) - x^T(t)P(t)x(t)$$
$$= -x^T(t)C^T(t)C(t)x(t) \leqslant 0$$

1. Uniformly Completely Observable
2. Fundamental Matrix

www.powerjam.ir

تابع V را می‌توان به عنوان یک تابع لیاپانف برای یک سیستم زمان ـ گسسته درنظر گرفت. برای اثبات پایداری یک سیستم زمان ـ گسسته با استفاده از نظریهٔ لیاپانف، باید نشان دهیم که:

$$\Delta V(t) = V(t+1) - V(t) \leqslant 0$$

و ماتریس P (t) معیّن مثبت است. با تکرار معادلات سیستم در N گام، خواهیم داشت:

$$V(t+N) - V(t) = -\sum_{k=t}^{t+N-1} x^T(k)\, C^T(k)\, C(k)\, x(k)$$

$$= -x^T(t) \left(\sum_{k=t}^{t+N-1} \Phi^T(k,t)\, C^T(k)\, C(k)\, \Phi(k,t) \right) x(t)$$

$$\leqslant -\beta_1\, x^T(t)\, x(t) \leqslant -\frac{\beta_1}{\lambda_{max}(P(t))}\, V(t)$$

که $\lambda_{max}(P(t))$، بزرگترین مقدار ویژهٔ P (t) است. از این‌رو:

$$V(t+N) \leqslant \left(1 - \frac{\beta_1}{\lambda_{max}(P(t))}\right) V(t) = \beta_3\, V(t)$$

از معادلهٔ (۶ ـ ۲۵) نتیجه می‌شود که:

$$\begin{aligned} P(t) &= C^T(t)\, C(t) + A^T(t)\, P(t+1)\, A(t) \\ &= C^T(t) C(t) + A^T(t)\left(C^T(t+1) C(t+1) + A^T(t+1) P(t+2) A(t+1)\right) A(t) \\ &\vdots \\ &= \sum_{k=t}^{\infty} \Phi^T(k,t)\, C^T(k)\, C(k)\, \Phi(k,t) \\ &> \sum_{k=t}^{t+N-1} \Phi^T(k,t)\, C^T(k)\, C(k)\, \Phi(k,t) \geqslant \beta_1 I \end{aligned}$$

این، نشان می‌دهد که $\lambda_{max}(P(t)) > \beta_1$ و $\beta_3 < 1$ است که درنتیجه V (t) به طور نمایی به سمت صفر می‌رود. علاوه بر این:

$$P(t+N) = P(t) - \sum_{k=t}^{t+N-1} \Phi^T(k,t)\, C^T(k)\, C(k)\, \Phi(k,t) \leqslant \beta_3\, P(t)$$

www.powerjam.ir

یا:

$$P(t) \leqslant \frac{۱}{۱-\beta_۳} \sum_{k=t}^{t+N-۱} \Phi^T(k,t) C^T(k) C(k) \Phi(k,t) \leqslant \frac{\beta_۲}{۱-\beta_۳} I$$

بنابراین ماتریس $P(t)$ از بالا و پایین کراندار است. از آنجاکه $V(t)$ به طور نمایی به سمت صفر می‌رود و $P(t)$ محدود است، نتیجه می‌شود که سیستم (۶ ـ ۲۴) پایدار نمایی است.

با اعمال این لم به معادله (۶ ـ ۲۳) قضیهٔ زیر را به دست می‌آوریم:

قضیهٔ ۶ ـ ۴ پایداری نمایی

معادله تفاضلی (۶ ـ ۲۳) دارای پایداری نمایی فراگیر است، اگر برای هر t ثابتهای مثبت $\beta_۱$، $\beta_۲$ و N وجود داشته باشد، طوری که:

$$۰ < \beta_۱ I \leqslant \sum_{k=t}^{t+N-۱} \varphi(k)\varphi^T(k) \leqslant \beta_۲ I < \infty \qquad (۲۶ ـ ۶)$$

برهان: ماتریس $P = I$ و:

$$C(t) = \frac{\sqrt{\gamma\,(۲\alpha + (۲-\gamma)\varphi^T\varphi)}}{\alpha + \varphi^T\varphi}\,\varphi^T$$

را درنظر می‌گیریم که برای سادگی t (آرگومان φ)، حذف شده است. محاسبهٔ سرراست نشان می‌دهد معادلهٔ (۶ ـ ۲۵) برقرار است، لذا سیستم پایدار است. برای اثبات پایداری نمایی، اولاً مشاهده می‌کنیم که رؤیت‌پذیری یکنواختِ $(A(k), C(k))$، معادل رؤیت‌پذیری یکنواختِ $(A(k) - B(k)C(k), C(k))$ است. با انتخاب:

$$B(k) = -\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma\,(۲\alpha + (۲-\gamma)\varphi^T\varphi)}}\,\varphi$$

معلوم می‌شود که:

$$A(k) - B(k)C(k) = I$$

و بنابراین پایداری مجانبی یکنواخت با معادله (۶ ـ ۲۶) متناظر است.

www.powerjam.ir

دقت کنید که معادلهٔ (۶ ـ ۲۶)، با تحریک پایا معادل است (با تعریف ۲ ـ ۱ مقایسه کنید). از این‌رو نتیجه می‌شود که همگرایی نمایی الگوریتم گرادیان رابطهٔ نزدیکی با این موضوع دارد که آیا سیگنال ورودی، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ بالا هست یا خیر.

لازم است خاطرنشان کنیم که شرط (۶ ـ ۲۶) یک شرط تحریک پایا برای رگرسورهاست، نه برای سیگنال مرجع بیرونیِ سیستم. تحریک می‌تواند از طریق سیگنالهای فرمان و اغتشاشهای مؤثر بر فرایند، فراهم شود. لیکن توجه کنید که این تحریک ممکن است به وسیلهٔ پسخور، که می‌تواند بین متغیرهای ظاهر شده در بردار رگرسیون ارتباط برقرار کند، از بین برود. این موضوع را بعدتر در این قسمت توضیح خواهیم داد.

حداقل مربعات بازگشتی

ابتدا همگرایی پارامتر را برای مدل سادهٔ (۶ ـ ۲۱) توضیح می‌دهیم که این مدل، نسبت به پارامترها، خطی است و اغتشاش در آن وجود ندارد. فرض کنید بردار پارامتر، دارای n عنصر باشد. اگر بردارهای $\varphi(1)$، ...، $\varphi(n)$ مستقل خطی باشند، می‌توان پارامترها را دقیقاً از روی n نقطهٔ داده محاسبه کرد. تخمین حداقل مربعات به صورت زیر است:

$$\hat{\theta}(n) = \left(\sum_{k=1}^{n} \varphi(k)\varphi^T(k)\right)^{-1} \sum_{k=1}^{n} \varphi(k)y(k)$$

$$= \left(\sum_{k=1}^{n} \varphi(k)\varphi^T(k)\right)^{-1} \sum_{k=1}^{n} \varphi(k)\varphi^T(t)\theta^\circ = \theta^\circ \qquad (۶ ـ ۲۷)$$

حالت صحیح در n گام به دست می‌آید. درعوض اگر تخمین را به کمک حداقل مربعات بازگشتی محاسبه کنیم، تخمین زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\theta}(t) = \left(P^{-1}(\circ) + \sum_{k=1}^{t} \varphi(k)\varphi^T(k)\right)^{-1} \left(\sum_{k=1}^{t} \varphi(k)y(k) + P^{-1}(\circ)\hat{\theta}(\circ)\right)$$

(۶ ـ ۲۸)

که در آن $\hat{\theta}(\circ)$ تخمین اولیه و $P(\circ)$ کواریانس اولیهٔ تخمینگر است. اگر $P(\circ)$ را معیّن مثبت و به اندازهٔ دلخواه، بزرگ انتخاب کنیم، نتیجهٔ حاصل از تخمین بازگشتی به اندازه دلخواه به مقدار صحیح، نزدیک خواهد بود.

www.powerjam.ir

از این تحلیل، نتیجه زیر به دست می‌آید:

قضیهٔ ۶ ـ ۵ ویژگی RLS

فرض کنید روش حداقل مربعات بازگشتی به داده‌های تولیدشده از معادلهٔ (۶ ـ ۲۱) اعمال شود. ضمناً P (۰) را معین مثبت و $\hat{\theta}$ (۰) را کراندار درنظر می‌گیریم؛ همچنین فرض کنید:

$$\beta(t) I \leqslant \sum_{k=1}^{t} \varphi(k) \varphi^T(k)$$

که β (t) به سمت بینهایت می‌رود. در این صورت تخمین به θ^* همگرا می‌شود.

این موضوع نشان می‌دهد که در حالت قطعی، تعیین تخمینگرهای پارامتری که در تعداد گامهای محدودی همگرا شود، ممکن است. فرض کلیدی آن است که رگرسورها مستقل خطی و بنابراین $\sum \varphi(k) \varphi^T(k)$ دارای رتبهٔ کامل باشد. هنگامی که پارامترها تغییر می‌کنند، تخمینگر حداقل مربعاتی که در آن، ماتریس P مرتباً به α I باز نشانده شود، ساختار خوبی است. این روش *بازنشانی کواریانس*[1] نامیده می‌شود. برای به دست آوردن تخمینی که به سرعت در برابر تغییرات پارامتر عکس‌العمل نشان دهد، می‌توان از چند تخمینگر موازی استفاده کرد که به ترتیب بازنشانده شوند.

نتایج مشابه قضیهٔ ۶ ـ ۳ برای الگوریتم حداقل مربعات و انواع دیگر آن قابل برقراری است. کلید کار، جایگزینی تابع V (t) در قضیهٔ ۶ ـ ۳، به صورت:

$$V(t) = \tilde{\theta}^T(t) P^{-1}(t) \tilde{\theta}(t)$$

و افزودن فرضیاتی برای کراندار ماندن مقادیر ویژهٔ P است. یک راه انجام این کار، استفاده از الگوریتم تعقیب ثابت است (قسمت ۱۱ ـ ۵ را ببینید).

تاکنون فقط در مورد مدل عمومی (۶ ـ ۲۱) صحبت شد. حال خواصّ تخمینهای پارامترهای توابع انتقال زمان ـ گسسته را درنظر خواهیم گرفت. ابتدا یکتایی تخمینها را بررسی می‌کنیم. برای این منظور فرض می‌کنیم که داده‌های واقعی از رابطهٔ زیر به دست آید:

$$A^*(q) y(t) = B^*(q) u(t) + e(t+n) \qquad (۲۹ ـ ۶)$$

که‌درآن A^* و B^* نسبت به‌هم‌اولند. اگر e = ۰، «درجهٔ A^* > درجهٔ A» و «درجهٔ B^* > درجهٔ B»

1. Covariance Resetting

www.powerjam.ir

باشد از قضیهٔ ۲ ـ ۱ نتیجه می‌شود که تخمین، یکتا نیست، زیرا ستونهای ماتریس Φ وابسته خطی هستند. قضیهٔ ۲ ـ ۱۰ شرایطی را برای یکتایی تخمین حداقل مربعات به دست می‌دهد.

حالت اتفاقی

مدل ذیل را درنظر بگیرید:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta^\circ + e(t)$$

که $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای اتفاقی گوسیِ مستقل $(\circ, \sigma)$ است. تخمینگر حداقل ـ مربعات از معادلهٔ (۶ ـ ۲۸) به دست می‌آید. کواریانس تخمین برای t های بزرگ از رابطهٔ ذیل حاصل می‌شود: (قضیهٔ ۲ ـ ۲ را ببینید).

$$P(t) = \sigma^2 \left(\sum_{k=1}^{t} \varphi(k)\varphi^T(k) \right)^{-1}$$

اگر کواریانس تخمین به عنوان معیاری برای نرخ همگرایی فرض شود، تحت تحریک پایای یکنواخت، نرخ همگرایی ماتریس P تقریباً برابر با $1/t$ خواهد بود. این نتیجه می‌دهد که تخمینها با نرخ $1/\sqrt{t}$ همگرا می‌شوند.

قضیهٔ ۶ ـ ۶ همگرایی RLS

فرض کنید روش حداقل مربعات برای تخمین پارامترهای یک مدل تابع انتقال استفاده می‌شود که در آن داده‌ها، از مدل معادلهٔ (۶ ـ ۲۹) تولید شده است که در آن، $\{e(t)\}$ دنباله‌ای از متغیرهای اتفاقی ناهمبسته با میانگین صفر و واریانس σ^2 می‌باشد. فرض کنید مدل تخمینی دارای همان ساختار فرایند تولیدکنندهٔ داده‌ها است. (یعنی حالت ایدئال) و به علاوه سیگنال ورودی، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ «۱ + درجهٔ B + درجهٔ A» می‌باشد. درنتیجه خواهیم داشت:

$$\text{(i)}\ \hat{\theta}(t) \to \theta^\circ \quad \text{(در مربع میانگین)} \qquad t \to \infty$$

$$\text{(ii)}\ \mathrm{Var}(\hat{\theta} - \theta^\circ) \approx \frac{\sigma^2}{t} \left(\lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \Phi^T \Phi \right)^{-1}$$

نکتهٔ ۱: وقتی که $e(t)$ برای $t \neq s$ به $e(s)$ همبسته باشد، تخمینها به پارامترهای صحیح همگرا نمی‌شوند.

www.powerjam.ir

نکتهٔ ۲: قضیهٔ ۶ ـ ۶ نرخ همگرایی را برای خطای پارامتر در حالت ایدئال به دست می‌دهد. وقتی که عناصر مختلفی از بردار رگرسور، نرخ همگرایی مختلفی داشته باشند، ممکن است رفتار پیچیده‌تری پدید آید (مثال ۲ ـ ۱۱ را ببینید).

دینامیکهای مدل نشده

تاکنون فرض کردیم که فرایند واقعی با مدل استفاده شده در تخمین پارامتر، سازگار است. غالباً اتفاق می‌افتد که فرایند واقعی بسیار پیچیده‌تر از مدل تخمینی است. از این موضوع به *دینامیکهای مدل نشده* یاد می‌شود. مسألهٔ پیچیده و تحلیل دقیق آن مفصل است؛ صرف‌نظر از جزئیات، پارامترها به مقداری که معیار حداقل مربعات زیر را کمینه کند، همگرا می‌شوند:

$$V(\theta) = \frac{1}{T}\sum_{0}^{T} (Ay_f(t) - Bu_f(t)) \qquad (۶ ـ ۳۰)$$

که در آن y_f و u_f ورودی و خروجی فرایند فیلتر شده به صورت زیر هستند:

$$y_f = H_f y$$

$$u_f = H_f u$$

و پارامتر θ بیانگر ضرایب چندجمله‌ایهای A و B است. تحت شرایط منظم خاصی، مقدار حداقل، وجود دارد و به شرط پایایی تحریک، θای که تابع را کمینه می‌کند، یکتا خواهد بود. مقدار کمینه کننده به فیلتر داده‌ها H_f و طیف سیگنال مرجع و اغتشاشها وابسته است.

شناسایی در حلقه ـ بسته

هنگام توضیح تخمین پارامتر در فصل دوم، مشاهده کردیم که اگر ورودی به کمک پسخوری از خروجی تولید شود، شناسایی‌پذیری می‌تواند از بین برود. علت این امر آن است که پسخور، وابستگی‌هایی در بردار رگروسیون ایجاد می‌کند (با مثال ۲ ـ ۱۰ مقایسه کنید). از آنجا که این موضوع در رفتار کنترلگرهای تطبیقی مستقیم بسیار مهم است، مسأله را با جزئیات بیشتر بررسی می‌کنیم. در این تحلیل اتفاقهایی را درنظر می‌گیریم که هنگام شناساییِ سیستم به کمک داده‌های ناشی از پسخور، به وقوع می‌پیوندد. فرایندی را که با رابطهٔ ذیل توصیف می‌شود:

$$Ay(t) = Bu(t) + v(t) \qquad (۶ ـ ۳۱)$$

با کنترلگر:

$$Ru = Tu_c - Sy$$

www.powerjam.ir

در نظر بگیرید، که در آن چندجمله‌ایهای R، S و T دارای پارامترهای ثابت هستند. سیستم حلقه ـ بسته به صورت ذیل است:

$$y = \frac{BT}{AR + BS} u_c + \frac{R}{AR + BS} v$$

$$u = -\frac{AT}{AR + BS} u_c + \frac{S}{AR + BS} v$$

با آزمایش شناسایی سیستم می‌توان تابع انتقال:

$$G_1 = \frac{BT}{AR + BS} \qquad G_2 = \frac{AT}{AR + BS}$$

$$G_3 = \frac{R}{AR + BS} \qquad G_4 = \frac{S}{AR + BS}$$

را که در این معادلات ظاهر می‌شوند، تعیین کرد. اگر سیگنال ورودیِ u_c، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، مسأله‌ای دربارهٔ شناسایی پذیری به وجود نمی‌آید، زیرا در این صورت چندجمله‌ایهای A و B به آسانی از روی G_1 و G_2 تعیین می‌شوند. لیکن، اگر سیگنال، صفر باشد و همهٔ تحریک از جانب اغتشاش انجام شود، فقط می‌توان چندجمله‌ای زیر را تعیین کرد:

$$A_c = AR + BS \qquad (۳۲ ـ ۶)$$

برای دسترسی به شناسایی‌پذیری، لازم است سیگنال v نیز تحریک‌کنندهٔ پایا از مرتبهٔ به اندازهٔ کافی بزرگ باشد. آنگاه سؤال شناسایی‌پذیری چندجمله‌ایهای A و B به مسألهٔ تعیین یکتایی A و B در معادلهٔ (۶ ـ ۳۲)، وقتی که چندجمله‌ایهای R و S معلوم باشند، تبدیل می‌شود. اگر A_0 و B_0 پاسخهای مسأله باشند، پاسخ عمومی به صورت زیر است:

$$A = A_0 + QS \qquad B = B_0 - QR$$

که در آن Q یک چندجمله‌ای دلخواه است. وقتی که ساختار مدل مشخص شود، بالاترین درجهٔ A نیز معلوم خواهد شد. بنابراین اگر چندجمله‌ایهای R و S دارای درجه‌های به اندازهٔ کافی بزرگ باشند، پاسخ یکتا خواهد بود. بنابراین برای به دست آوردن شناسائی‌پذیری در حلقه ـ بسته، بالا بودن مرتبه کنترلگر به اندازه کافی، بسیار مهم است. طبیعی است فرض کنیم که R و S هم‌درجه هستند. در این صورت اگر شرط زیر برقرار باشد، شناسایی‌پذیری به دست

www.powerjam.ir

خواهد آمد:

$$\text{درجهٔ } R = \text{درجهٔ } S \geqslant \text{درجهٔ } A \qquad (۶-۳۳)$$

در مثال ۳ ـ ۲، که در آن «۲ = درجهٔ A»، «۱ = درجهٔ B» و «۱ = درجهٔ S = درجهٔ R» بود، با $u_c = 0$ تحت شرایط حلقه ـ بسته، شناسایی‌پذیری وجود نداشت. لیکن اگر لازم باشد کنترلگر، مانند مثال ۳ ـ ۱۰ حالت انتگرالی داشته باشد، داریم: «۲ = درجهٔ S = درجهٔ R» و شرط (۶ ـ ۳۳) برقرار می‌شود. البته برای دسترسی به شناسایی‌پذیری، لازم است اغتشاش، تحریک کنندهٔ پایا باشد.

همچنین دقت کنید که اگر از یک روش جایابی قطب استفاده شود، همهٔ مدلهای تخمینی، چندجمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بستهٔ صحیح را نتیجه خواهند داد.

محاسبات طراحی

محاسبات طراحی از مهمترین قسمتهای سیستمهای تطبیقیِ غیرمستقیم است. از دید نظری روش طراحی به کمک تابع χ بیان شود، که پارامترهای فرایند $\hat{\theta}$ را به پارامترهای کنترلگر ν می‌نگارد. البته خواصّ χ، بستگی به پارامتریزه کردن مُدل و روش طراحیِ انتخاب شده دارد. اغلب ممکن است تابع خیلی پیچیده باشد. این مهم است که نگاشت موردنظر پارامترهای کنترلگر یکتا را نتیجه دهد و نقاط منفرد در آن وجود نداشته باشند. از این‌رو خواص نگاشت در بعضی مواردِ ساده، بحث می‌شود.

مُدل فرایند زیر را درنظر بگیرید:

$$Ay = Bu \qquad (۶-۳۴)$$

که فرض می‌شود A، درجهٔ n و B درجهٔ $n - ۱$ باشد. لذا مُدل دارای $۲n$ پارامتر است. با استفاده از طراحی جایابی قطب، پارامترهای کنترلگر از رابطهٔ ذیل به دست می‌آید:

$$AR + BS = A_o A_m \qquad (۶-۳۵)$$

که R و S و چندجمله‌ای رؤیتگر A_o همگی دارای درجهٔ m هستند. پاسخ حداقل درجه متناظر با $m = n - ۱$ است، اما تعیین یک رؤیتگر با مرتبه بالاتر برای بهبود قوام سیستم ترجیح دارد. اینک برای سادگی فرض می‌کنیم R تکین باشد؛ در این صورت کنترلگر، $۲m + ۱$ پارامتر

www.powerjam.ir

خواهد داشت. تابع χ یک نگاشت از R^{2n} به R^{2m+1} است که $m \geq n-1$ می‌باشد. از آنجا که یک عامل مشترک بین A و B، معادلهٔ (۶ ـ ۳۵) را منفرد می‌کند، نتیجه می‌گیریم که نگاشت χ دارای نقاط منفردی است. این مسأله را با یک مثال توضیح می‌دهیم.

مثال ۶ ـ ۶ نقاط منفرد در طراحی جایابی قطب

مدل معادلهٔ (۶ ـ ۳۴) را با مقادیر زیر درنظر بگیرید:

$$A(q) = q^2 + a_1 q + a_2$$
$$B(q) = b_0 q + b_1$$

در مثال ۳ ـ ۲، کنترلگری برای حالت ذیل طراحی شد:

$$A_m(q) = q^2 + a_{m1} q + a_{m2}$$
$$A_0(q) = q + a_0$$

در این حالت، پارامترهای کنترلگر و فرایند به صورت زیرند:

$$\vartheta = \begin{bmatrix} r_1 & s_0 & s_1 \end{bmatrix} \qquad \theta = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & b_0 & b_1 \end{bmatrix}$$

و نگاشت $\chi : R^4 \to R^3$ بدین ترتیب است:

$$r_1 = \frac{a_0 a_{m2} b_0^2 + (a_2 - a_{m2} - a_0 a_{m1}) b_0 b_1 + (a_0 + a_{m1} - a_1) b_1^2}{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

$$s_0 = \frac{b_1 (a_0 a_{m1} - a_2 - a_{m1} a_1 + a_1^2 + a_{m2} - a_1 a_0)}{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

$$+ \frac{b_0 (a_{m1} a_2 - a_1 a_2 - a_0 a_{m2} + a_0 a_2)}{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2} \qquad (۶ ـ ۳۶)$$

$$s_1 = \frac{b_1 (a_1 a_2 - a_{m1} a_2 + a_0 a_{m2} - a_0 a_2)}{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

$$+ \frac{b_0 (a_2 a_{m2} - a_2^2 - a_0 a_{m2} a_1 + a_0 a_2 a_{m1})}{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}$$

www.powerjam.ir

وقتی که مخرج معادلات (۶ ـ ۳۶) از بین برود، نگاشت χ منفرد است، یعنی:

$$b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2 = 0$$

نقاط منفرد از نوع مثال ۶ ـ ۶، در همهٔ روشهای طراحی ظاهر می‌شوند. چون این نقاط منفرد، سطوح جبری هستند، اگر الگوریتم دارای مقادیر اوّلیه مناسبی نباشد، تخمینهای پارامتر باید از آنها گذر کند. راههای مختلفی برای اجتناب از این مشکلات وجود دارد. یک راه، آن است که ببینیم آیا عاملهای مشترکی وجود دارد یا نه و درصورت حضور، آنها را حذف کنیم، لیکن این روش، نیازمند کمیّتهایی آزمونی برای بررسی است. همینطور این طرز کار، χ را ناپیوسته می‌سازد و مشکلاتی را در تحلیل ایجاد می‌کند. راه دیگر و بهتر آن است که روندی را بیابیم که برای آن نگاشت χ هموار باشد. این یک مسأله پژوهشیِ باز است که تا به حال توجه اندکی به آن شده است.

مثال زیر نشان می‌دهد که اگر جانب احتیاط در حذف رعایت نشود، چه اتفاقی می‌افتد:

مثال ۶ ـ ۷ سیستم تطبیقی غیرمستقیم با نقاط منفرد طراحی

سیستم مثال ۶ ـ ۶ را درنظر گرفته، فرض کنید که کنترلگر، یک سیستم تطبیقیِ غیرمستقیم باشد که مبتنی بر تخمین پارامترهای مُدل است. دینامیکها مطلوب A_m متناظر با یک سیستم درجه دوم با $\omega = 1/5$ و $\xi = 0/707$ و چندجمله‌ای رؤیتگر به صورت $A_0 = z$ انتخاب می‌شود.

شکل ۶ ـ ۸، نتایج حاصل از اعمال الگوریتم تطبیقی به سیستم مرتبه اول زیر را نشان می‌دهد:

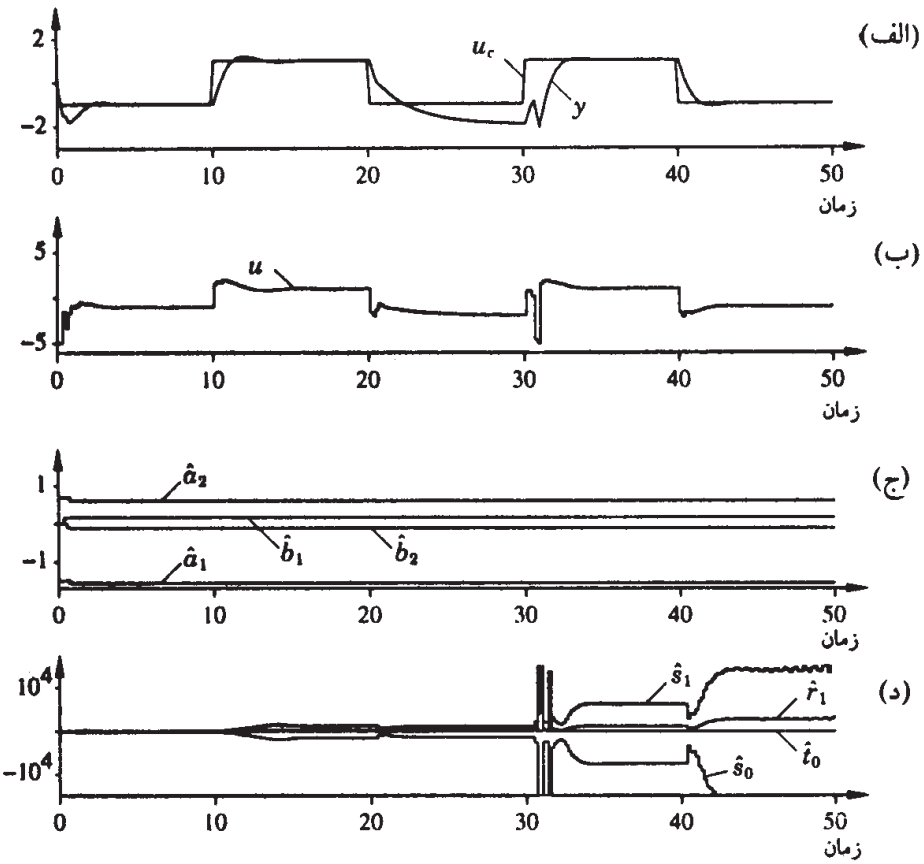
$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

به رفتار عجیب خروجی دقت کنید. اگر سیگنال کنترل در شبیه‌سازی کراندار نبود، این رفتار حتی بدتر هم می‌شد. تخمین پارامترها خیلی سریع به مقادیری همگرا می‌شوند که در آن، A و B عامل مشترک دارند، در این صورت معادلهٔ دیوفانتین، (آنطور که در مثال ۶ ـ ۶ نشان داده شد)، منفرد و پارامترهای کنترلگر خیلی بزرگ می‌شوند. عواقب حذف یک عامل مشترک و طراحی برای یک سیستم مرتبه اول در شکل ۶ ـ ۹ نشان داده شده است. در این حالت خاص، اگر قطبها و صفرها طوری به هم نزدیک باشند که داشته باشیم:

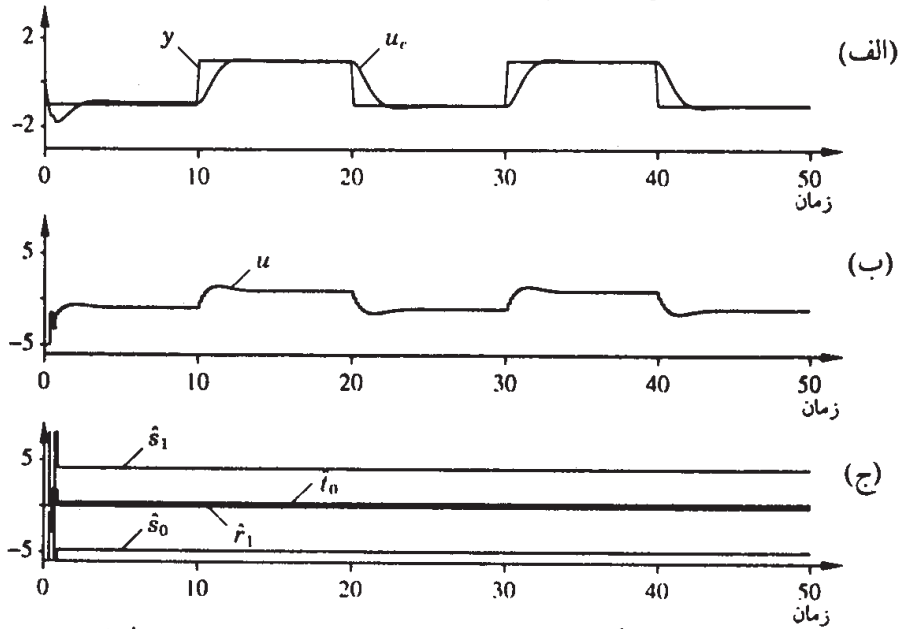
$$\left| A\left(\frac{-b_1}{b_0}\right) \right| = \left| \frac{b_1^2 - a_1 b_0 b_1 + a_2 b_0^2}{b_0^2} \right| \leqslant 0/01 \qquad (۶ ـ ۳۷)$$

یک عامل، حذف می‌شود. اکنون عملکرد، بسیار خوب است.

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۸. شبیه‌سازی یک کنترلگر جایابی قطب تطبیقیِ غیرمستقیم براساس یک مُدل فرایند مرتبهٔ دوم از یک فرایند مرتبه اول. (الف) خروجی و مقدار مرجع؛ (ب) سیگنال کنترل؛ (ج) پارامترهای تخمینیِ فرایند؛ (د) پارامترهای محاسبه شدهٔ کنترلگر.



شکل ۶ ـ ۹. شبیه‌سازی یک کنترلگر جایابی قطب تطبیقیِ غیرمستقیم مبتنی بر مُدل فرایند مرتبهٔ دوم. اگر معادلهٔ (۶ ـ ۳۷) برقرارباشد، یک‌عامل‌مشترک ممکن درتابع‌انتقال‌فرایندتخمینی، قبل‌ازمحاسبهٔ قانون کنترل حذف می‌شود: (الف) خروجی و مقدار مرجع؛ (ب) سیگنال کنترل؛ (ج) پارامترهای محاسبه شدهٔ کنترلگر.

www.powerjam.ir

خلاصه

همگرایی پارامتر در الگوریتمهای تطبیقی غیرمستقیم به طور بحرانی به فرضیات شناسایی‌پذیری و پایایی تحریک وابسته است. تحلیل نرخ همگرایی تخمینگرها نشان می‌دهد که این نرخ با قوّت به اتفاقی یا قطعی بودن فرایند مستتر و همچنین به الگوریتم وابسته است. یک الگوریتم حداقل مربعات در حالت قطعی، در صورتی که ورودی تحریک کنندهٔ پایا باشد، در تعداد گامهای محدودی همگرا می‌شود. الگوریتمهای گرادیان، همگرایی نمایی ـ اما به طور کلی آهسته‌تری ـ را نسبت به الگوریتم حداقل مربعات می‌دهند. نرخ همگرایی در حالت اتفاقی بسیار کندتر است. تحلیل نرخ همگراییِ تخمینگرها، تنها بینشی جزیی از نرخ همگرایی الگوریتمهای تطبیقی را به دست می‌دهد. برای دسترسی به فهم عمیقتر، لازم است درنظر بگیریم که ورودی سیستم به وسیلهٔ پسخور تولید می‌شود.

۶ ـ ۵ پایداری الگوریتمهای زمان ـ گسستهٔ مستقیم

پایداریِ سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع در فصل پنجم توضیح داده شد. این مسأله در حقیقت کلید طراحی سیستم MRAS بود. این مسأله در حالاتی که همهٔ متغیرهای حالت اندازه‌گیری می‌شوند و برای پسخور خروجیِ سیستمهایی که در آنها دینامیکها SPR یا بسادگی قابل تبدیل به SPR بود، بسادگی قابل حل بود. در این حالات، سیستم MRAS دارای این خاصیت است که می‌توان در آنها از بهره‌های بزرگ تطبیق استفاده کرد.

اینک اثبات پایداری برای قانون کنترل تطبیقی مستقیم زمان ـ گسسته (MRAS یا SPR) برای یک سیستم عمومی، بیان و برای اجتناب از مشکلات روش، ساده‌سازیهایی در الگوریتم انجام خواهد شد.

الگوریتم

الگوریتمهای مستقیم برای کنترل تطبیقی در قسمت ۳ ـ ۵ توضیح داده شد. در اینجا اثباتی را برای یک الگوریتم ساده از این نوع، ارائه خواهیم کرد. فرایندی را درنظر بگیرید که با معادلهٔ تفاضلی ذیل توصیف می‌شود:

$$A^*(q^{-1})\,y(t) = B^*(q^{-1})\,u(t-d) \qquad (۳۸ ـ ۶)$$

فرض کنید پاسخ مطلوب از سیگنال فرمان به خروجیِ فرایند، به صورت زیر مشخص شود:

$$A_m^*(q^{-1})\,y(t) = t_0\,u_c(t-d)$$

www.powerjam.ir

این مشخصه حذف شدن همهٔ صفرهای فرایند را نتیجه می‌دهد. علاوه بر این فرض کنید A_0 چندجمله‌ای رؤیتگر باشد. در این صورت می‌توان الگوریتم مستقیمی را به صورت زیر فرموله کرد. پارامترهای مدل زیر را تخمین بزنید:

$$A_0^* A_m^* y(t+d) = R^* u(t) + S^* y(t) = \varphi^T(t)\theta \qquad (۳۹-۶)$$

که در آن:

$$\theta = [r_0\ r_1 \dots r_k \quad s_0\ s_1 \dots s_l]^T$$
$$\varphi(t) = [u(t) \quad u(t-1) \dots u(t-k) \quad y(t) \quad y(t-1) \dots y(t-l)]^T \qquad (۴۰-۶)$$

پارامترها با استفاده از تخمینگر تصویرگر زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{\gamma\varphi(t-d)}{\alpha + \varphi^T(t-d)\varphi(t-d)} e(t)$$
$$e(t) = y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1) \qquad (۴۱-۶)$$

که داریم: $0 < \gamma < 2$ و $\alpha > 0$. این تخمینگر، همانند معادلات (۶-۲۲) است جز اینکه حالا φ به جای t دارای آرگومان $t-d$ است. خواص داده شده در قضیهٔ ۶-۳ هنوز معتبر هستند.
قانون کنترل به صورت:

$$\hat{R}^* u(t) = \hat{S}^* y(t) = t_0 A_0^* u_c(t) \qquad (۴۲-۶)$$

یا معادل آن:

$$\hat{\theta}^T(t)\left(A_0^* A_m^* \varphi(t)\right) = t_0 A_0^* u_c(t) \qquad (۴۳-۶)$$

است که در آن، $u_c(t)$ مرجع مطلوب است. توجه کنید که لازم است $\hat{\theta}_1(t) = \hat{f}_0(t) \neq 0$ باشد، در غیر این صورت قانون کنترل، علّی نخواهد بود.

مقدمات

چون اثبات، شامل گامهای متعددی می‌شود، ما ایدهٔ اصلی را طبقه‌بندی می‌کنیم. خواصّ تخمینگر در قضیه ۶-۳ ارائه شد که در آن اثبات می‌شود که تخمینها کراندارند و خطای پیش‌بینی نرمالیزه به سمت صفر همگرا می‌شود. لیکن قضیه نشان نمی‌دهد که تخمینها همگرا می‌شوند. با معرفی قانون کنترل و خواص سیستم تحت کنترل، می‌توان تعیین کرد که سیگنالها

www.powerjam.ir

کراندار بوده، خروجیِ تحت کنترل به سیگنال فرمان همگرا می‌شود.

اگر بتوان نشان داد که سیگنالهای ورودی و خروجی سیستم کراندار هستند، آنگاه φ داده شده در معادلهٔ (۶ ـ ۴۰) کراندار خواهد بود. اگر $\varphi(t-d)$ برای تمام مقادیر t کراندار باشد، آنگاه از خاصیت (ii) قضیهٔ ۶ ـ ۳ نتیجه می‌شود که خطای پیش‌بینی e (t) به سمت صفر می‌رود. نتیجهٔ زیر برای کرانداری φ مفید خواهد بود.

لم ۶ ـ ۲ لم کلیدی تکنیکی

دنبالهٔ اعداد حقیقی $\{s_t\}$ و دنبالهٔ برداری $\{\sigma_t\}$ را درنظر بگیرید که:

$$\| \sigma_t \| \leqslant c_1 + c_2 \max_{0 \leqslant k \leqslant t} | s_k |$$

فرض کنید:

$$z_t = \frac{s_t^2}{\alpha_1 + \alpha_2 \sigma_t^T \sigma_t} \longrightarrow 0 \qquad (۶ ـ ۴۴)$$

و

$$\lim_{t \to \infty} s(t) = 0$$

که $\alpha_1 > 0$ و $\alpha_2 > 0$ است. در این صورت $\| \sigma_t \|$ کراندار است.

برهان: اگر s_t، کراندار باشد نتیجه، محرز است. از این رو فرض کنید که s_t کراندار نباشد. آنگاه زیر دنباله‌ای مانند $\{t_n\}$ وجود دارد به طوری که برای $t \leqslant t_n$، $| s_{t_n} | \to \infty$ و $| s_t | \leqslant | s_{t_n} |$ باشد. برای این دنباله خواهیم داشت:

$$\left| \frac{s_t^2}{\alpha_1 + \alpha_2 \sigma_t^T \sigma_t} \right| \geqslant \frac{s_t^2}{\alpha_1 + \alpha_2 (c_1 + c_2 | s_t |)^2} \geqslant \frac{1}{\alpha_3 c_2^2} > 0$$

که $\alpha_3 < \alpha_2$. این، معادلهٔ (۶ ـ ۴۴) را نقض و عبارت را اثبات می‌کند. □

نتیجهٔ اصلی

اکنون نتیجه اصلی را به صورت قضیه ذیل عنوان می‌کنیم:

قضیهٔ ۶ ـ ۷ کرانداری و همگرایی

سیستم توصیف شده با معادله (۶ ـ ۳۸) را درنظر بگیرید. فرض کنید الگوریتم کنترل تطبیقی

www.powerjam.ir

مطالعات (۶ ـ ۴۰)، (۶ ـ ۴۱) و (۶ ـ ۴۲)، سیستم را کنترل می‌کند که در آن سیگنال فرمان u_c کراندار است. حال با فرض:

A_1: زمان تأخیر d معلوم است؛

A_2: کران بالای درجهٔ چندجمله‌ایهای A^* و B^* معلوم است؛

A_3: کلیهٔ قطبهای چندجمله‌ای B داخل دایرهٔ واحد قرار دارد؛

A_4: علامت $b_0 = r_0$ معلوم است؛

خواهیم داشت:

(i) دنباله‌های $\{u(t)\}$ و $\{y(t)\}$ کراندارند؛

$$\lim_{t\to\infty} \left| A_m^*(q^{-1})\, y(t) - t_0\, u_c(t-d) \right| = 0 \qquad \text{(ii)}$$

برهان: خطای کنترل زیر را معرفی می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
\varepsilon(t) &= A_0^* \left(A_m^* y(t) - t_0\, u_c(t-d)\right) = P^* y(t) - t_0 A_0^* u_c(t-d) \\
&= P^* y(t) - \theta^T(t-d)\left(P^* \varphi(t-d)\right) \\
&= P^* e(t) + P^* \left(\theta^T(t-1)\varphi(t-d) - \theta^T(t-d)\left(P^*\varphi(t-d)\right)\right) \\
&= P^* e(t) + \sum_{i=0}^{\deg P} P_i \left(\theta(t-1-i) - \theta(t-d)\right)^T \varphi(t-d-i) \qquad (۴۵ ـ ۶)
\end{aligned}$$

که $P = A_0 A_m$ برای سادگی در نوشتن، تعریف شده است. دو تساوی اول بدیهی‌اند. سومین تساوی از معادلهٔ (۶ ـ ۳۹)، چهارمی از معادله (۶ ـ ۴۱) و آخرین تساوی از بسط عبارت به دست می‌آید.

اکنون از خواصّ (i) و (ii) قضیه ۶ ـ ۳ نتیجه می‌گیریم که:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\varepsilon(t)}{\sqrt{\alpha + \varphi^T(t-d)\varphi(t-d)}} = 0$$

از تساوی اول معادله (۶ ـ ۴۵) داریم:

$$A_0^* A_m^* y(t) = \varepsilon(t) + t_0 A_0^* u_c(t)$$

از آنجا که چندجمله‌ایهای A_0 و A_m پایدار و چون u_c کراندار است، خواهیم داشت:

$$|y(t)| \leqslant \alpha_1 + \beta_1 \max_{0 \leqslant k \leqslant t} |\varepsilon(k)|$$

www.powerjam.ir

ضمن اینکه چون چندجمله‌ای B پایدار است، خواهیم داشت:

$$| u(t-d) | \leqslant \alpha_2 + \beta_2 \max_{0 \leqslant k \leqslant t} | y(k) |$$

از این‌رو:

$$| \varphi(t-d) | \leqslant \alpha_3 + \beta_3 \max_{0 \leqslant k \leqslant t} | \varepsilon(k) |$$

اکنون با اعمال لِم ۶ ـ ۲ نتیجه می‌شود که $\varphi(t)$ کراندار است و وقتی $t \to \infty$ ، $\varepsilon(t) \to 0$. از آنجا که A_0^* پایدار است، (ii) را نیز نتیجه می‌گیریم. □

نکتهٔ ۱: از الگوریتمی استفاده کردیم که جزئیات اثبات آن ساده است. با یک سری اصلاحات جزئی نتایج حاصل برای بسیاری از الگوریتمهای مستقیم قسمت ۳ ـ ۵ قابل تعمیم است.

نکتهٔ ۲: برای حصول اطمینان از اینکه $\hat{f}_0 \neq 0$ است، اصلاحات جزئی لازم می‌باشد. یک راه انجام این کار به صورت زیر است: اگر $\hat{f}_0(t) = 0$ بود، γ را برای بدست آوردن $\hat{f}_0(t) \neq 0$ اصلاح کنید. قضیهٔ ۶ ـ ۳ هنوز با این اصلاح الگوریتم، معتبر است. از آنجا که خواص تخمینگر تنها از طریق قضیهٔ ۶ ـ ۳ در برهان وارد می‌شود، نتیجه کماکان برقرار است.

نکتهٔ ۳: توجه کنید که همگرایی تخمین پارامترها، نتیجه نمی‌شود. درعین حال، صفر شدن خطای کنترل، واقعیتی است که به اثر متقابل بین تخمین و الگوریتمهای کنترل بستگی دارد. این خاصیت حالت خاصی از الگوریتمهای مستقیم است.

نکتهٔ ۴: از ویژگیِ کمینه فاز بودن سیستم، به این دلیل استفاده شده است که بتوان از شرط کرانداریِ y، کرانداریِ u را نتیجه گرفت.

نکتهٔ ۵: به تشابه بین معادلهٔ (۶ ـ ۴۵) و خطای افزوده که در فصل پنجم معرفی گردید، توجه کنید. □

بحث

نشان دادیم که اگر فرضیات A_1 تا A_4 برقرار باشد، از کنترلگر تطبیقی مستقیم، یک سیستم حلقه ـ بسته با سیگنالهای کراندار و خواص مجانبیِ مطلوب به دست خواهد آمد. فرضیات A_1 و A_4 برای نوشتن الگوریتم لازم است. دانستن زمان تأخیر (با تفکیک‌پذیری[1] متناظر با زمان نمونه‌برداری) ضروری است. اگر d بسیار کوچک باشد، سیگنالها کراندار نخواهند بود. فرض A_4 یک سیستم نمونه‌برداری شدهٔ کمینه فاز را نتیجه می‌دهد؛ وجود چنین سیستمی از آن جهت

1. Resolution

www.powerjam.ir

موردنیاز است که صفرهای فرایند در حین طراحی، حذف می‌شوند. در غیر این صورت معادلهٔ خطا، نسبت به پارامترها خطی نخواهد بود. فرض A_4 از این جهت لازم است که b_0 در بهرهٔ تطبیق γ جذب می‌شود تا $\hat{f}_0(t) \neq 0$ را برای همهٔ زمانها تضمین کند. فرض A_2، بیانگر این موضوع است که باید تعداد پارامترهای قانون کنترل تطبیقی، به اندازهٔ کافی باشد. یعنی مدل استفاده شده برای طراحی کنترلگر تطبیقی باید حداقل به پیچیدگیِ فرایند تحت کنترل، باشد. پیامدهای تخطی از این فرضیّات، بعد از این مطرح خواهد شد.

توسیع نتایج

نتایج را می‌توان از ابعاد مختلف و متعددی توسعه بخشید. همچنین نتایج مشابهی را می‌توان در مورد زمان ـ پیوسته ارائه داد. برای این کار، مدل تحت بررسی را بدین شکل می‌نویسیم:

$$A(p)y(t) = B(p)u(t)$$

که A و B چندجمله‌ایهایی با عملگر دیفرانسیل $p = d/dt$ هستند. حال فرضیه‌های A_1 تا A_4 با موارد ذیل جایگزین می‌شود:

A'_1: فزونی قطب (درجهٔ B ـ درجهٔ A) معلوم است؛

A'_2: کران بالای چندجمله‌ای‌های A و B معلوم است؛

A'_3: همهٔ صفرهای چندجمله‌ای B، در نیم صفحهٔ چپ واقع است؛

A'_4: علامت b_0 معلوم است.

همچنین این نتایج، قابل توسعه به سیستمهایی است که دارای اغتشاشهای تولیدشده از دینامیکهایی معلومند.

الگوریتم تخمین گرادیان را می‌توان با روشهایی که پر بازده‌ترند، جایگزین کرد. از این رو باید قضیهٔ ۶ ـ ۳ را تعمیم داد. انواع زیادی از الگوریتمهای شبه حداقل مربعات را می‌توان با جایگزین کردن تابع $V = \tilde{\theta}^T \tilde{\theta}$ در قضیهٔ ۶ ـ ۳ با $V = \tilde{\theta}^T P^{-1} \tilde{\theta}$ و همچنین اضافه کردن فرضیاتی پوشش داد که کراندار ماندن مقادیر ویژهٔ P را تضمین کند. قوانین کنترل دیگر نیز دربرگرفته می‌شوند. یک مورد مهم که مطرح نشده است حالتی است که سیگنال کنترل با اشباع کرندار شود. قضیه ۶ ـ ۳ همچنان برقرار است اما قضیهٔ ۶ ـ ۷ نه، زیرا وقتی سیگنال کنترل، اشباع می‌شود، معادله (۶ ـ ۴۲) برقرار نیست.

www.powerjam.ir

لم گرونوال ـ بلمن[1]

ایدهٔ مشخص اثبات قضیهٔ ۶ ـ ۷، تجزیهٔ کنترلگر تطبیقی به دو قسمت است. ابتدا بعضی از خواصّ تخمینگر را بررسی می‌کنیم که مستقل از چگونگی تولید سیگنال کنترل هستند. سپس خواصّ سیستم تحت کنترل استخراج می‌شود. همگرایی و پایداری براساس لم کلیدی تکنیکی (لم ۶ ـ ۲) به دست می‌آید. این روش برای بسیاری از روشهای تطبیقی مختلف، قابل استفاده است.

لم کلیدی تکنیکی حالت ساده شده‌ای از لم گرونوال ـ بلمن است که ابزاری استاندارد برای اثبات وجود جواب در معادلات دیفرانسیل معمولی است. هر دو صورتِ زمان ـ پیوسته و زمان ـ گسستهٔ این لم در اینجا آورده شده است:

لم ۶ ـ ۳ لم گرونوال ـ بلمن: زمان ـ پیوسته:

اگر $u, v \geqslant 0$، c_1 ثابتی مثبت و؛

$$u(t) \leqslant c_1 \int_0^t u(s)\, v(s)\, ds \qquad (۴۶ ـ ۶)$$

باشد، آنگاه:

$$u(t) \leqslant c_1 \exp\left(\int_0^t v(s)\, ds \right)$$

لم ۶ ـ ۴ لم گرونوال ـ بلمن: زمان ـ گسسته:

اگر $u, v \geqslant 0$، c_1 ثابتی مثبت و؛

$$u(t) \leqslant c_1 \sum_{k=0}^{t-1} u(k)\, v(k) \qquad (۴۷ ـ ۶)$$

باشد، آنگاه:

$$u(t) \leqslant c_1 \exp\left(\sum_{k=0}^{t-1} v(k) \right)$$

با استفاده از لم گرونوال ـ بلمن، بسیاری از الگوریتمهای تطبیقی مستقیم به صورت زیر قابل تحلیل است:

1. Gronwall - Bellman Lemma

www.powerjam.ir

- نشان دهید که شرایط رشد، مانند معادلهٔ (۶ ـ ۴۶) یا (۶ ـ ۴۷)، برقرار است.
- خواصی مشابه معادلهٔ (۶ ـ ۴۴) را برای سیگنالهای u و v نشان دهید.
- از لم گرونوال ـ بلمن برای حصول پایداری استفاده کنید.

از گامهای فوق می‌توان به عنوان الگویی[1] برای اثبات همگرایی و پایداری الگوریتمهای تطبیقی استفاده کرد.

۶ ـ ۶ میانگین‌گیری

نتایج قسمت قبل، اجازهٔ ورود به بررسی جزئیات الگوریتمهای کنترل تطبیقی را نمی‌دهد. برای مثال، در مورد رفتار گذرا، تا وقتی تحلیل جزئی بسیار زیادی انجام نگیرد، هیچ‌گونه اطلاعی موجود نیست. روشهای متداول برای بررسی سیستمهای غیرخطی، شامل بررسی نقطهٔ تعادل و تحلیل رفتار محلّی در نزدیکی نقطهٔ تعادل است. اینگونه روشها فقط خواص محلی را آشکار می‌کند، اگرچه در موارد خاص ممکن است بتوان تا به دست آوردن خواصّ فراگیر پیش رفت. در این صورت می‌توان نتایج تحلیل را به کمک نتایج حاصل از شبیه‌سازی تقویت کرد. برای رسیدن به اهداف این بحث، نوشتن معادلات حرکت کُلّ سیستم به شکل وسیع به صورت معادلات (۶ ـ ۱) و (۶ ـ ۲) یا معادلات (۶ ـ ۳) مفید است. در سیستمهای تطبیقی، طبیعی است که حالتهای سیستم را از پارامترهای فرایند، جدا کنیم. پارامترهای فرایند، آهسته‌تر از حالتها تغییر می‌کنند. برای یافتن بینش بیشتر دربارهٔ خواص سیستم حلقه ـ بسته، این جدایی مقیاس زمان در نظریهٔ میانگین‌گیری مفید است. ایدهٔ میانگین‌گیری از تحلیل حرکت سیّاره‌ای ریشه می‌گیرد.

معادلات میانگین گرفته

تحلیل دینامیکهای سیستم تطبیقی در حالت کلّی بسیار پیچیده است، زیرا سیستم کامل، اغلب از مرتبهٔ بالاست. به عنوان مثال، تحلیل الگوریتم مستقیم برای یک سیستم مرتبهٔ دوم زمان ـ گسسته با چهار پارامتر مجهول با استفاده از روش گرادیان، یک معادلهٔ تفاضلی از مرتبهٔ ۸ را سبب می‌شود (دو حالت سیستم، چهار پارامتر و دو معادلهٔ تفاضلی برای تولید متغیرهای رگرسیون). اگر از الگوریتم حداقل مربعات استفاده شود ده معادله بیشتر به دست می‌آید.

لیکن به دلیل ویژگیهای خاص سیستمهای تطبیقی، روشی تقریبی وجود دارد که عمل

1. Template

www.powerjam.ir

تحلیل را به طور چشمگیری ساده می‌کند. ایدهٔ اصلی آن است که پارامترها بسیار آهسته‌تر از متغیرهای سیستم، تغییر کنند. این ویژگی، خاصیّت ذاتی الگوریتمهای تطبیقی است. اگر این حالت وجود نداشت، کمتر توجیهی برای استفاده از خواص پارامترها داشتیم.

برای توضیح روشهای میانگین‌گیری، سیستمهای تطبیقی توصیف شده با معادلات (۶ ـ ۱) و (۶ ـ ۲) را درنظر بگیرید. با انتخاب بهرهٔ تطبیق به اندازهٔ کافی کوچک γ، نرخ تغییر پارامتر $\hat{\theta}$ را می‌توان به اندازهٔ دلخواه کوچک کرد. برای سادگی از الگوریتم گرادیان سادهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \gamma \varphi(\vartheta, \zeta) e(\vartheta, \zeta) \qquad (۶ ـ ۴۸)$$

حاصل‌ضرب φe در سمت راست به ϑ و ζ وابسته است که $\vartheta = \vartheta(\hat{\theta})$ به طور آهسته و ζ بتندی تغییر می‌کند. ایدهٔ کلیدیِ روش میانگین‌گیری تقریب حاصل‌ضرب φe به صورت زیر است:

$$G(\hat{\theta}) = \text{avg}\{\varphi(\vartheta(\hat{\theta}), \zeta(\vartheta(\hat{\theta}), t)) e(\vartheta(\hat{\theta}), \zeta(\vartheta(\hat{\theta}), t))\}$$

که $\text{avg}\{.\}$ نشاندهندهٔ میانگین و $\zeta(\vartheta(\hat{\theta}), t)$ با این فرض محاسبه می‌شود که پارامترهای $\hat{\theta}$ ثابتند. میانگین، از راههای زیادی قابل محاسبه است. مثالهای نوعی عبارت است از:

$$\text{avg}\{f(\hat{\theta}, \zeta(\hat{\theta}, t), t)\} = \frac{1}{T}\int_0^T f(\hat{\theta}, \zeta(\hat{\theta}, t), t)\, dt$$

$$\text{avg}\{f(\hat{\theta}, \zeta(\hat{\theta}, t), t)\} = \lim_{T\to\infty}\int_0^T f(\hat{\theta}, \zeta(\hat{\theta}, t), t)\, dt$$

$$\text{avg}\{f(\hat{\theta}, \zeta(\hat{\theta}, t), t)\} = E f(\hat{\theta}, \zeta(\hat{\theta}, t), t)$$

معادلهٔ اول، زمانی قابل اعمال است که f متناوب با دورهٔ تناوب T باشد، و آخرین معادله، وقتی اعمال می‌شود که ζ فرایندی اتفاقی ایستان باشد. توجه کنید که معادلات میانگین گرفته فقط زمانی قابل محاسبه هستند که سیگنالها محدود باشند. این نتیجه می‌دهد که اگر پارامترهای $\hat{\theta}$ ثابت باشند، سیستم حلقه ـ بسته باید پایدار باشد. محاسبهٔ $\zeta(\vartheta(\hat{\theta}), t)$ یک تمرین ساده، در تحلیل سیستمهای خطی است. لیکن، برای سیستمهای مرتبهٔ بالا ممکن است عبارت، پیچیده باشد. محاسبه نمادی[1] برای انجام محاسبات، وسیلهٔ مفیدی است.

1. Symbolic Calculation

www.powerjam.ir

پس با استفاده از میانگین‌گیری، میانگینِ معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی ذیل را برای پارامترها نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} - \gamma \operatorname{avg}\{\varphi(\vartheta(\bar{\theta}), \zeta(\vartheta(\bar{\theta}), t))\, e(\vartheta(\bar{\theta}), \zeta\vartheta(\bar{\theta}), t))\} = 0 \quad (۴۹-۶)$$

این معادله را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} - \gamma \operatorname{avg}\{(G_{\varphi v}(\vartheta(\bar{\theta}), p)v)(G_{ev}(\vartheta(\bar{\theta}), p)v)\} = 0 \quad (۵۰-۶)$$

دقت کنید که توابع انتقال $G_{\varphi v}$ و G_{ev} به میانگین پارامتر $\bar{\theta}$ وابسته‌اند. وقتی میانگین معادلات به دست آمد، رفتار متغیرهای حالت ζ را می‌توان از تحلیل خطی به دست آورد.

قضایای میانگین‌گیری بسیاری، شرایط نزدیک شدن $\bar{\theta}$ به $\hat{\theta}$ را به دست می‌دهند. این شرایط به طور نوعی، مستلزم هموار بودن[1] توابع به کار رفته و متناوب بودن (یا نزدیک به متناوب بودن) توابع زمانی است. همچنین قضایای میانگین‌گیری اتّفاقی نیز وجود دارد. دقت کنید که از تحلیل میانگین‌گیری، در قضایای ۴ ـ ۱ و ۴ ـ ۲ استفاده شد.

یکی از مزایای چشمگیر نظریهٔ میانگین‌گیری، کاهش ابعاد مسأله است. نیاز قضایا این است که بهرهٔ تطبیق کم باشد، لیکن تجربه نشان می‌دهد که میانگین‌گیری حتی برای بهره‌های بزرگ تطبیق، تقریب خوبی را به دست می‌دهد.

وقتی معادلات میانگین‌گیری به دست آمد، با بررسی نقاط تعادل معادلات میانگین گرفته[2] و خطی نمودن آنها در این نقاط، برای تعیین رفتار محلّی، تحلیل، طبق روند متعارف ادامه می‌یابد. دقت کنید که حتی اگر معادلات دقیق، نقاط تعادل نداشته باشند، معادلات میانگین گرفته براحتی ممکن است نقاط تعادل (یعنی، پاسخهای $\operatorname{avg}\{\varphi e\} = 0$) را دربر داشته باشند. این حالت متناظر با وضعیتی است که پارامترهای واقعی، در همسایگی حالت تعادل معادلهٔ میانگین گرفته، سرگردان هستند.

نیروهای راه‌انداز سینوسی

یکی از حالتهای سادهٔ میانگین‌گیری وقتی است که نیروی راه‌انداز خارجی، سینوسی باشد، یعنی $\nu(t) = u_0 \sin \omega t$. سیگنالهای φ و e از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\varphi(t) = G_{\varphi\nu}(\vartheta, \omega)\nu(t)$$

$$e(t) = G_{e\nu}(\vartheta, \omega)\nu(t)$$

1. Smoothness 2. Averaged equations

www.powerjam.ir

دقت شود که پارامترهای کنترلگر ν به پارامترهای تخمین θ بستگی دارند. نتیجهٔ زیر برای محاسبهٔ میانگینها مفید است.

لم ۶ ـ ۵ میانگین‌گیری برای ورودی سینوسی

فرض کنید G_ν و G_ω توابع انتقال پایدار و ν و ω بیانگر پاسخهای گذرای سیستمها به ورودی $u_c = u_\circ \sin \omega t$ باشد. در این صورت میانگین حاصلضرب $\nu\ \omega$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{avg}\,(\nu\,\omega) = \frac{u_\circ^2}{2} \mid G_\nu(i\omega) \mid \mid G_w(i\omega) \mid \cos\left(\arg G_\nu(i\omega) - \arg G_w(i\omega)\right)$$

$$= \frac{u_\circ^2}{2} \text{Re}\left(G_\nu(i\omega)\, G_w(-i\omega)\right)$$

برهان: سیگنالهای ν و w دارای دامنه‌های $\mid G_\nu(i\omega) \mid$ و $\mid G_w(i\omega) \mid$ هستند و زوایای فاز آنها برابر $\text{avg}\, G_\nu(i\omega)$ و $\text{avg}\, G_w(i\omega)$ است. از انتگرالگیری روی یک دورهٔ تناوب نتیجهٔ مطلوب حاصل می‌شود.

اگر معادلهٔ:

$$G_{e\nu}(\vartheta(\bar{\theta}), \omega) = \circ$$

دارای پاسخ یکتا باشد یک حالت تعادل پارامتر واقعی وجود دارد. برای به دست آوردن شرط لازم، معادلهٔ میانگین گرفتهٔ زیر را درنظر می‌گیریم:

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} = \gamma\, \text{Re}\left\{G_{\varphi\nu}(\vartheta(\bar{\theta}), \omega)\, R_\nu\, G_{e\nu}^T(\vartheta(\bar{\theta}), -\omega)\right\} \qquad (۶ ـ ۵۱)$$

که در آن:

$$R_\nu = \text{avg}\,(\nu\nu^T)$$

شرط لازم برای اینکه معادلهٔ (۶ ـ ۵۱) دارای نقطهٔ تعادل پارامتری یکتا باشد آن است که ν و $\bar{\theta}$ دارای ابعاد برابر و R_ν دارای مرتبهٔ کامل باشد. پس برای داشتن نقطهٔ تعادل پارامتری یکتا برای سیگنالهای راه‌انداز خارجی کُند، لازم است که تعداد پارامترهای تخمینی، از تعداد سیگنالهای راه‌انداز خارجی کمتر بوده، سیگنالهای راه‌انداز خارجی، تحریک کنندهٔ پایا باشند. این نتیجه

www.powerjam.ir

نشانگر آن است که علی‌رغم آنچه قضیهٔ ۶ ـ ۷ نشان داد، فوق پارامتریزاسیون[1] ممکن است دارای ضعفهایی باشد. پایداری محلّی نقطهٔ تعادل $\bar{\theta}^*$، طبق معادلهٔ خطی شدهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dx}{dt} = Ax$$

که x، معرّف انحراف از حالت تعادل $\bar{\theta}^* - \bar{\theta}$ است و داریم:

$$A = G_{\varphi\nu}(\vartheta(\bar{\theta}), \omega) = R_\nu \frac{\partial}{\partial \theta} G_{e\nu}^T (\vartheta(\bar{\theta}^*, \omega))$$

معادلات فوق با قرار دادن $\omega = 0$ به آشفتگیهای آهسته یا ثابت قابل اِعمال است، اگر فرضیات میانگین‌گیری برآورده شود.

مثالی از تحلیل میانگین‌گیری

فرایندی را با تابع انتقال kG (s) و بهرهٔ پیشخور قابل تنظیم درنظر گرفته، بهرهٔ پیشخور θ را به نحوی به دست آورید که رفتار ورودی ـ خروجی به بهترین وجهی با تابع انتقال $k_0 G_m$ (s) قابل انطباق باشد؛ فرض می‌شود که $k > 0$ و $k_0 > 0$ است. در فصل پنجم، حالت $G_m = G$ مورد بحث قرار گرفت. دو الگوریتم مختلف برای بهنگام‌سازی بهره در فصل پنجم پیشنهاد شد: قانون MIT و قانون SPR. این الگوریتمها عبارتند از:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\gamma y_m e \qquad \text{(MIT)}$$
$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\gamma u_c e \qquad \text{(SPR)} \qquad (۶-۵۲)$$

که u_c سیگنال فرمان، $y_m = k_0 \theta^* G_m u_c$ خروجی مُدل، و e خطا، طبق تعریف زیر است:

$$e(t) = y - y_m = kG(p)(\hat{\theta}(t) u_c(t)) - k_0 G_m(p) u_c(t)$$

تحلیل قسمت ۵ ـ ۵ نشان می‌دهد که قانون MIT، سیستم حلقه ـ بسته‌ای را نتیجه می‌دهد که برای هر بهرهٔ تطبیق γ در حالت «ایدئال»، وقتی که $G = G_m$ و G به شکل SPR باشد، دارای پایداری فراگیر است. البته در حضور دینامیکهای مدل نشده، فرض SPR بودن تابع انتقال بسیار غیرواقعی است. تاکنون هیچ‌گونه نتیجه‌ای در پایداری، برای قانون MIT داده نشده است. در عین

1. Over Parametrization

www.powerjam.ir

حال، مثال ۵ ـ ۵ نشان می‌دهد که اگر سیستم، SPR نباشد، قانون MIT برای بهره‌های تطبیق به حدّ کافی بزرگ، ناپایدار خواهد بود.

اکنون الگوریتمها را تحت شرایط غیرایدئال، با استفاده از میانگین‌گیری بررسی می‌کنیم. با جایگزین کردن عبارات y_m و e برای پارامترها در معادلات، به دست می‌آوریم:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} + \gamma\,(k_\circ\, G_m\, u_c)\,(kG\,(\hat{\theta}\, u_c) - k_\circ\, G_m\, u_c) = \circ$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} + \gamma\, u_c\,(kG\,(\hat{\theta}\, u_c) - k_\circ\, G_m\, u_c) = \circ \qquad (۵۳ - ۶)$$

که معادلهٔ اول برای قانون MIT و دومی برای قانون SPR برقرار است. معادلات میانگین گرفتهٔ متناظر عبارت است از:

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} + \gamma\,(\bar{\theta}\; kk_\circ\, \text{avg}\,\{(G_m\, u_c)\,(G\, u_c)\} - k_\circ^{۲}\, \text{avg}\,\{(G_m\, u_c)^{۲}\} = \circ$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} + \gamma\,(\bar{\theta}\, k\, \text{avg}\,\{u_c\,(G\, u_c)\} - k_\circ\, \text{avg}\,\{u_c\,(G_m\, u_c)\} = \circ \qquad (۵۴ - ۶)$$

پارامترهای تعادل عبارت است از:

$$\bar{\theta}_{MIT} = \frac{k_\circ}{k}\,\frac{\text{avg}\,\{(G_m\, u_c)^{۲}\}}{\text{avg}\,\{(G_m\, u_c)\,(G\, u_c)\}}$$

$$\bar{\theta}_{SPR} = \frac{k_\circ}{k}\,\frac{\text{avg}\,\{u_c\,(G_m\, u_c)\}}{\text{avg}\,\{u_c\,(G\, u_c)\}} \qquad (۵۵ - ۶)$$

که فقط اگر $G = G_m$ باشد (یعنی دینامیکهای مدل نشده وجود نداشته باشد)، برای کلیهٔ سیگنالهای فرمانِ u_c، مقادیر نقطهٔ تعادل با پارامترهای واقعی، متناظر است. امّا زمانی که $G \neq G_m$ باشد، نقاط تعادلِ حاصل، هم به سیگنال فرمان و هم به دینامیکهای مدل نشده بستگی خواهند داشت. دقت کنید که مقدار تعادل حاصل برای قانون MIT، خطای میانگین مربع واقعی را کمینه می‌کند.

شرایط پایداری برای معادلات میانگین گرفتهٔ (۶ ـ ۵۴) عبارت است از:

$$\gamma\, \text{avg}\,\{(G_m\, u_c)\,(G\, u_c)\} > \circ \quad \text{(MIT)}$$

$$\gamma\, \text{avg}\,\{u_c\,(G\, u_c)\} > \circ \quad \text{(SPR)}$$

www.powerjam.ir

لذا اگر $G_m = G$ باشد، معادلهٔ میانگین گرفته هنگام استفاده از قاعدهٔ MIT، برای کلیهٔ سیگنالهای فرمان، نقطهٔ تعادل پایداری را نتیجه می‌دهد. شرط پایداری به سیگنال فرمان و دینامیکهای فرایند و همینطور به مدل پاسخ، بستگی دارد.

برای قانون SPR، شرط پایداری فقط به سیگنال فرمان و دینامیکها فرایند، بستگی دارد. اگر G یک تابع SPR باشد، برای کلیهٔ سیگنالهای فرمان، نقطهٔ تعادل، پایدار است. برای فرایندهایی که SPR نیستند، ممکن است نقطهٔ تعادل ناپایدار باشد. برای مثال، موردی را درنظر بگیرید که سیگنال فرمان از جمع یک مقدار ثابت و یک مجموعهٔ سینوسی تشکیل یافته؛ یعنی:

$$u_c(t) = a_0 + 2\sum_{k=1}^{n} a_k \sin \omega_k t$$

اگر از لم ۶ ـ ۵ استفاده شود برای γی مثبت، شرایط پایداری عبارت خواهد بود از:

$$a_0^2 G_m(0) + \sum_{k=1}^{n} a_k^2 \,|\, G_m(i\omega_k) \,|\, |\, G(i\omega_k) \,| \cos\{\arg G_m(i\omega_k) - \arg G(i\omega_k)\} > 0$$

$$a_0^2 G(0) + \sum_{k=1}^{m} a_k^2 \operatorname{Re} G(i\omega_k) > 0$$

برای یک سیگنال فرمان سینوسی، در صورتی که تأخیر فازهای G_m و G در فرکانسهای سیگنال ورودی حداکثر ۹۰° اختلاف داشته باشند، قاعده MIT نقطهٔ تعادل پایداری را نتیجه می‌دهد. از طرف دیگر اگر تأخیر فاز فرایند، حداکثر ۹۰° باشد، قاعدهٔ SPR، نقطهٔ تعادل پایداری را سبب می‌شود.

برای سیگنالهای فرمانی که شامل سینوسهای متعددی است نقطهٔ تعادل می‌تواند کماکان پایدار باشد. به شرطی که سیگنال فرمان دارای مؤلفه‌های غالبی شامل محدوده فرکانسی که در آن تأخیر فاز فرایند کمتر از ۹۰ درجه است، باشد. دقت کنید که فیلتر کردن سیگنال فرمان، به این امر کمک می‌کند زیرا باعث پایین آمدن دامنهٔ سیگنالهایی می‌شود که در محدودهٔ فرکانسی قرار دارند که در آن محدوده، فرایند دارای انتقال فاز کمتر از ۹۰ درجه است. در قاعده MIT، می‌توان کاهش بهرهٔ مُدل را در فرکانسهای بالا کم کرد. از معادلات (۶ ـ ۵۴) نتیجه می‌شود که نرخ همگراییِ پارامترها بشدت وابسته به سیگنال است. ارزش نرمالیزاسیون، مطابق بخش ۵ ـ ۳ آن است که نرخ همگرایی، کمتر به دامنه‌های سیگنال وابسته می‌شود. محاسبات با یک مثال، نشان داده می‌شود:

www.powerjam.ir

مثال ۶ ـ ۸ سیگنال فرمان سینوسی

مُدل مرجعی را با تابع انتقال ذیل درنظر بگیرید:

$$G_m(s) = \frac{a}{s+a}$$

فرض کنید که تابع انتقال فرایند عبارت است از:

$$G(s) = \frac{ab}{(s+a)(s+b)}$$

همچنین، فرض کنید سیگنال فرمان، سینوسی با دامنه واحد و فرکانس ω باشد. معادله (۶ ـ ۵۵)، نقاط تعادل ذیل را به دست می‌دهد:

$$\bar{\theta}_{MIT} = \frac{k_\circ}{k}\frac{b^2+\omega^2}{b^2}$$

$$\bar{\theta}_{SPR} = \frac{k_\circ}{k}\frac{a(b^2+\omega^2)}{b(ab-\omega^2)} \qquad \omega < \sqrt{ab}$$

شروط پایداری نشان می‌دهد که قانون MIT برای همهٔ ωها، پایدار است، امّا قانون SPR فقط برای $\omega < \sqrt{ab}$ پایدار است. شکل ۶ ـ ۱۰ تخمینهای بهره را برای رفتار حالت $a = 1$ و $b = 10$، وقتی که فرکانس سیگنالهای ورودی برابر با $\omega = 3$ و $\omega = 3/4$ است، نشان می‌دهد. همچنین مقادیر تعادل که به کمک نظریهٔ میانگین‌گیری پیش‌بینی شده، در شکل نشان داده شده است. روش SPR برای $\omega = 3/4 > \sqrt{10}$، ناپایدار است. همچنین به اختلاف فاحش در مقادیر نقاط تعادل حاصل از روشهای مختلف بهنگام سازی توجه کنید. مقدار تعادل مطلوب برابر $\theta_\circ = k_\circ / k$ است.

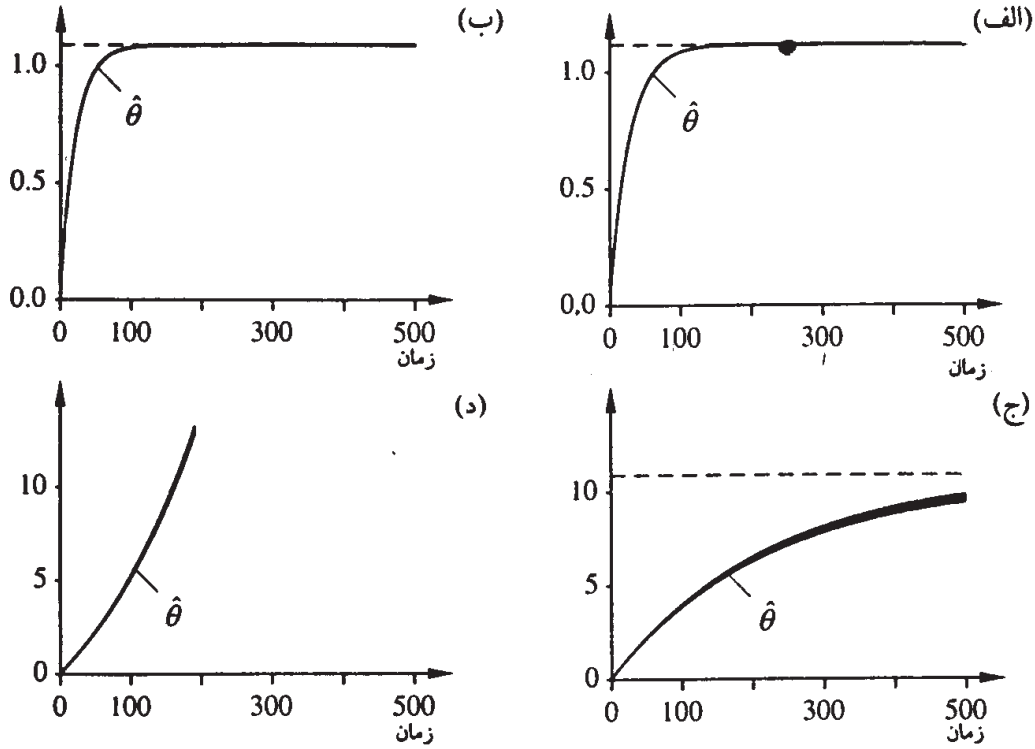
این رفتار با تحلیل میانگین‌گیری، کاملاً پیش‌بینی می‌شود. به تفاوت در نرخ همگرایی دقت کنید. در ابتدا، وقتی $\bar{\theta} = 0$ است، نرخ تغییرات با روابط ذیل بیان می‌شود:

$$\dot{\bar{\theta}}_{MIT} = \gamma k_\circ^2 \, avg\{(G_m u_c)^2\}$$

$$\dot{\bar{\theta}}_{SPR} = \gamma k_\circ^2 \, avg\{u_c (G_m u_c)\}$$

این عبارات به روشنی نشان می‌دهد که مقادیر اولیه با افزایش فرکانس، کاهش می‌یابد، زیرا $|G_m(i\omega)|$ با فرکانس کم می‌شود. برای قانون SPR به دلیل تأخیر فاز بین u_c و $G_m u_c$، این مقادیر حتی بیشتر نیز کاهش می‌یابد.

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۱۰. بهره‌های پیشخور تخمینی حاصل از قاعدهٔ MIT با ورودیهای سینوسی با فرکانس: (الف) $\omega = ۳$؛ (ب) $\omega = ۳/۴$ و حاصل از قاعدهٔ SPR با: (ج) $\omega = ۳$؛ (د) $\omega = ۳/۴$، برای سیستمی با $G_m = ۱ / (s + ۱)$ و $G = ۱۰ / (s + ۱)(s + ۱۰)$. خط‌چینها مقادیر نقاطِ تعادل حاصل از تحلیل میانگین‌گیری را نشان می‌دهد.

در مجموع، متوجه می‌شویم که با تحلیل میانگین‌گیری، از بینش عمیقی بهره‌مند می‌شویم. این روش، نشان می‌دهد که ممکن است بررسی حالت ایدئال، کاملاً گمراه کننده باشد. حتی در مورد سادهٔ تنظیم بهرهٔ پیشخور، دینامیکهای مُدل نشده، به همراه سیگنالهای تحریک فرکانس بالا، ممکن است به ناپایداری نقطهٔ تعادل منجر شود. علاوه بر این تحلیل نقطهٔ تعادل، سهم زیادی در مقایسهٔ قوانین MIT و SPR دارد: اولاً، نقطهٔ تعادل قانون MIT، دارای مفهوم فیزیکی خوبی، به عنوان پارامتری است که خطای مربّع میانگین را کمینه می‌کند. ثانیاً برتری ظاهری قانون SPR که در آن می‌توان از بهره‌های تطبیق بسیار بالایی استفاده کرد، ناپدید می‌شود. در حالتهای عملی، همواره دینامیکهای مدل نشده وجود دارد. برای حفظ پایداری در حضور دینامیکهای مُدل نشده باید بهره را پایین نگه داشت.

۶ ـ ۷ کاربرد روشهای میانگین‌گیری

در قسمتهای قبل حالتهای ایدئال مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل همگرایی و پایداری

www.powerjam.ir

رگولاتورهای خود تنظیم براساس فرضیات A_1 تا A_4 و شرط عدم وجود اغتشاشات استوار بود. در فصل پنجم پایداری MRAS تحت فرض SPR بودن توابع انتقال خاص اثبات شد. فرض A_4 در قضیه ۶ ـ ۷ نتیجه می‌دهد که پیچیدگی مدل استفاده شده در طراحی کنترلگر تطبیقی باید حداقل به اندازه پیچیدگی فرایند تحت کنترل باشد. این بسیار غیرواقعی است، زیرا فرایندهای حقیقی اغلب گسترده[1] و همچنین غیرخطی‌اند.

در حقیقت، کنترلگرهای تطبیقی براساس مدلهای ساده شده استوارند. بنابراین علاقمندیم بدانیم هنگامیکه فرایند از فرضیات به‌کار رفته در طراحی کنترلگر پیچیده‌تر است، چه رخ می‌دهد. در این حالت گفته می‌شود که فرایند دارای *دینامیکهای مدل نشده* است. اگر کنترلگری قادر به کنترل فرایندهای دارای دینامیکهای مدل نشده و (یا) اغتشاشات باشد، می‌گوییم کنترلگر *مقاوم*[2] است.

تحلیل یک MRAS ساده

در مثال ۵ ـ ۲ با استفاده از قاعدهٔ MIT یک سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع ساده برای فرایندی مرتبهٔ اول به دست آمد. در مثال ۵ ـ ۷ برای همان مسأله، یک سیستم MRAS با استفاده از نظریهٔ پایداری لیاپانف به دست آمد. حال از نظریهٔ میانگین‌گیری برای بررسی خواص کنترلگر استفاده می‌کنیم. در طراحی کنترلگر تطبیقی فرض می‌شود که تابع انتقال نامیِ فرایند، به صورت زیر است:

$$G(s) = \frac{b}{s + a} \qquad (۵۶ ـ ۶)$$

که لزوماً تابع انتقال واقعیِ فرایند نیست. سیستم حلقه ـ بستهٔ مطلوب دارای تابع انتقالی به صورت زیر است:

$$G_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m}$$

در مثال ۵ ـ ۷، با استفاده از نظریهٔ لیاپونوف، یک قانون کنترل تطبیقی مدل ـ مرجع، به دست آمد. نمودار بلوکی سیستم حلقه ـ بسته در شکل ۵ ـ ۱۱ آمده است. سیستم، با معادلات ذیل توصیف می‌شود:

$$\frac{d\hat{\theta}_1}{dt} = -\gamma u_c e$$

1. Distributed 2. Robust

www.powerjam.ir

$$\frac{d\hat{\theta}_2}{dt} = \gamma y e$$

$$e = y - y_m$$
$$y = G(p)u \qquad (۵۷-۶)$$
$$y_m = G_m(p)u_c$$
$$u = \hat{\theta}_1 u_c - \hat{\theta}_2 y$$

که u_c سیگنال مرجع، u ورودیِ فرایند، y خروجیِ فرایند، y_m خروجی مُدل مرجع، e خطا، $\hat{\theta}_1$ بهرهٔ پیشخور قابل تنظیم، و $\hat{\theta}_2$ بهرهٔ پسخور قابل تنظیم هستند.

تحلیل کاملِ معادلهٔ (۶ ـ ۵۷) برای سیگنالهای مرجع عمومی مقدور نیست؛ حتی برای یک مورد ساده مانند این مثال نیز باید تقریب زد. اکنون سیستم تطبیقی را هنگامی که سیگنال مرجع آن سینوسی باشد، بررسی می‌کنیم. برای این کار در آغاز، نقاط تعادل، مشخص شده، سپس با میانگین‌گیری و خطّی‌سازی، رفتار سیستم در همسایگی آنها بررسی می‌گردد.

مقادیر تعادل برای پارامترها

از معادلهٔ (۶ ـ ۵۷) نتیجه می‌شود که پارامترهای $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ وقتی ثابتند که خطای e صفر باشد. اینک شروط صفر بودن e را بررسی می‌کنیم. انتقال سیگنال از ورودیِ فرمان u_c به خروجی y با تابع انتقال ذیل، توصیف می‌شود:

$$G_c = \frac{\hat{\theta}_1 G}{1 + \hat{\theta}_2 G}$$

و خطای کنترل ذیل را خواهیم داشت:

$$e(t) = y(t) - y_m(t) = (G_c(p) - G_m(p))u_c(t)$$

فرض کنید سیگنال مرجع $u_c = u_0 \sin \omega t$ باشد؛ آنگاه خطای e صفر است، اگر:

$$G_c(i\omega) = G_m(i\omega)$$

یا

$$\hat{\theta}_1^0 G(i\omega) = \hat{\theta}_2^0 G_m(i\omega) G(i\omega) + G_m(i\omega) \qquad (۵۸-۶)$$

این معادله را می‌توان با برابر قرار دادن قسمتهای حقیقی و موهومی، برای $\hat{\theta}_1^0$ و $\hat{\theta}_2^0$ حل کرد. این معادله‌ای خطی است که اگر $\mathrm{Im}\{G(i\omega)\} \neq 0$ باشد، پاسخی یکتا دارد. این پاسخ بسادگی با

www.powerjam.ir

تقسیم معادلهٔ (۶ ـ ۵۸) به ترتیب بر $G_m G$ و G و با درنظر گرفتن قسمت موهومی آن به دست می‌آید. درنتیجه داریم:

$$\hat{\theta}_1^\circ = \frac{\mathrm{Im}\{1/G(i\omega)\}}{\mathrm{Im}\{1/G_m(i\omega)\}}$$

$$\hat{\theta}_2^\circ = -\frac{\mathrm{Im}\{G_m(i\omega)/G(i\omega)\}}{\mathrm{Im}\{G_m(i\omega)\}} \qquad (۶ ـ ۵۹)$$

در حالت نامی $\hat{\theta}_1^\circ = b_m/b$ و $\hat{\theta}_2^\circ = (a_m - a)/b$ است. این مقادیر تعادل، به فرکانس سیگنال فرمان وابسته نیستند. همچنین این مقادیر با بهره‌های پسخور مطلوب متناظرند.

میانگین‌گیری

ورودی فرمان u_c تنها سیگنال خارجی است؛ لذا $v = u_c$. علاوه بر این $\varphi^T = [u_c \quad y]$ است. برای به دست آوردن معادلات میانگین‌گیری نخست، توابع انتقال G_{ev} و $G_{\varphi v}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$G_{ev} = \frac{\hat{\theta}_1 G}{1 + \hat{\theta}_2 G} - G_m$$

$$G_{\varphi v}^T = \begin{bmatrix} -1 & \dfrac{\hat{\theta}_1 G}{1 + \hat{\theta}_2 G} \end{bmatrix}$$

با استفاده از لم ۶ ـ ۵ معادلات میانگین گرفته به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{d\bar{\theta}_1}{dt} = -\frac{\gamma u_\circ^2}{2} \mathrm{Re}\left\{\frac{\bar{\theta}_1 G(i\omega)}{1 + \bar{\theta}_2 G(i\omega)} - G_m(i\omega)\right\} \qquad (۶ ـ ۶۰)$$

$$\frac{d\bar{\theta}_2}{dt} = \frac{\gamma u_\circ^2}{2} \mathrm{Re}\left\{\left(\frac{\bar{\theta}_1 G(i\omega)}{1 + \bar{\theta}_2 G(i\omega)} - G_m(i\omega)\right)\frac{\bar{\theta}_1 G(-i\omega)}{1 + \bar{\theta}_2 G(-i\omega)}\right\}$$

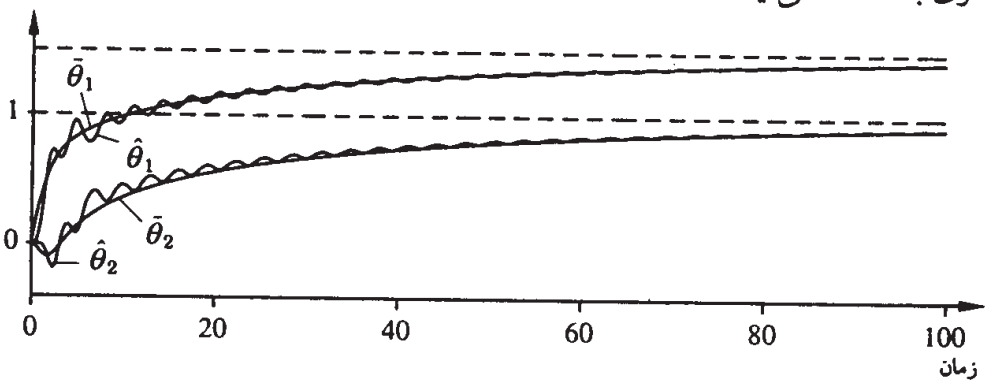
توجه کنید که وقتی که G تابع انتقال عمومی باشد؛ باز هم این معادلات معتبر است. یعنی G نیازی به برآورده کردن معادلهٔ (۶ ـ ۵۶) ندارد.

مثال ۶ ـ ۹ دقّت میانگین‌گیری

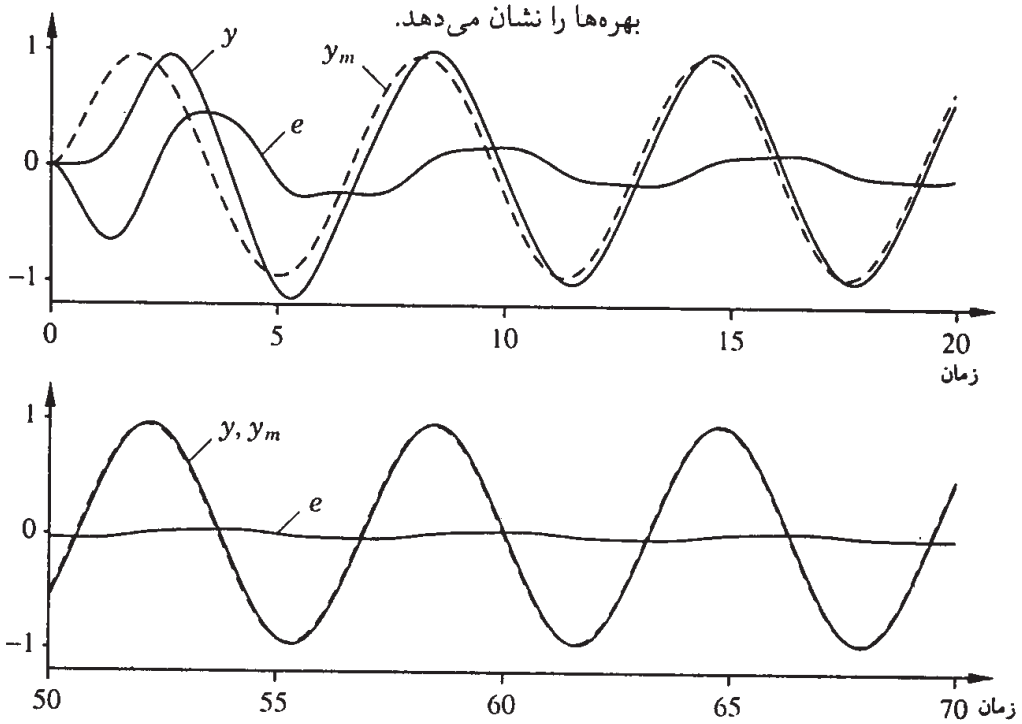
حالت خاصّ $a = 1$، $b = 2$ و $a_m = b_m = 3$ را درنظر گرفته، فرض کنید بهرهٔ تطبیقِ γ، برابر با ۱ و سیگنال فرمان، $u_\circ \sin t$ باشد. گذشتهٔ زمانی تخمینهای پارامتر $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ و تقریبهای

www.powerjam.ir

آنها $\bar{\theta}_1$ و $\bar{\theta}_2$ در شکل ۶ ـ ۱۱ نشان داده شده است. نمودار، نشان می‌دهد که در این مورد، میانگین‌گیری تقریب خوبی را نتیجه می‌دهد. دقت کنید که تقریب، با گذشت زمان بهبود می‌یابد. خروجی فرایند (y) و خروجی مدل مرجع (y_m) در شکل ۶ ـ ۱۲ نشان داده شده است. دقت کنید که بعد از ۱۰ ثانیه سیگنالها کاملاً به هم نزدیک می‌شوند، گرچه پارامترها در این زمان کاملاً از مقدار صحیح خود دورند. لذا به نظر می‌رسد خطای $e = y - y_m$ بسیار سریعتر از پارامترها همگرا می‌شود. این موضوع برای چند کنترلگر تطبیقی در فصلهای قبل دیده شد. همچنین توجه کنید که با استفاده از یکی از روشهای حداقل مربعات بازگشتی، همگرایی بسیار سریعتری به دست می‌آید.



شکل ۶ ـ ۱۱. تخمینهای پارامتر و تقریب آنها با استفاده از روش میانگین‌گیری. خط‌چینها مقادیر تعادل بهره‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۶ ـ ۱۲. خروجی سیستم y (خط پُر) خروجی مدلِ مرجع y_m (خط چین) و خطای e برای مثال ۶ ـ ۹ در حالت ۲۰ تا ۰ = t و ۷۰ تا ۵۰ = t

www.powerjam.ir

پایداری محلّی

اکنون پایداری نقاط تعادل معادلات میانگین گرفتهٔ (معادلات ۶ ـ ۶۰) را بررسی می‌کنیم. محاسبات سرراست، امّا طاقت‌فرسا، معادلات خطی شدهٔ ذیل را نتیجه می‌دهد:

$$\frac{dx}{dt} = Ax \qquad (۶۱ ـ ۶)$$

که x برداری است که دو عنصر آن انحرافهای $\bar{\theta}_1$ و $\bar{\theta}_2$ از مقادیر تعادلشان می‌باشد و ماتریس A نیز چنین است:

$$A = \frac{\gamma u_0^2 \mid G_m \mid}{2\bar{\theta}_1^0} \begin{bmatrix} -\cos\theta_m & \mid G_m \mid \cos 2\theta_m \\ \mid G_m \mid & -\mid G_m \mid^2 \cos\theta_m \end{bmatrix} \qquad (۶۲ ـ ۶)$$

که در آن $\bar{\theta}_1^0$ مقدار تعادل $\bar{\theta}_1$ و $\theta_m = \arctan(\omega / a_m)$ است. ماتریس A دارای معادله مشخصهٔ زیر است:

$$\lambda^2 + \alpha\lambda(1 + \cos^2\theta_m) + \alpha^2 \sin^2\theta_m = 0$$

که در آن:

$$\alpha = \frac{\gamma u_0^2 a_m b}{2(a_m^2 + \omega^2)}$$

اگر $\omega \neq 0$ باشد، صفرهای معادله مشخصه، در نیم‌صفحهٔ چپ خواهد بود. لذا برای $\omega \neq 0$ نقطهٔ تعادل معادلهٔ خطی شده (۶ ـ ۶۱)، پایدار است. سیستم MRAS مورد بحث با استفاده از نظریهٔ لیاپانف طراحی شده است. در این حالت ایدئال، تابع انتقال (۶ ـ ۵۶)، SPR است و انتظار می‌رود که MRAS عملکرد خوبی داشته باشد.

دینامیکهای مدل نشده

حال به بررسی عواقب دینامیکهای مدل نشده برای سیستم MRAS نشان داده شده در شکل ۵ ـ ۱۱ می‌پردازیم. این سیستم براساس این فرض طراحی شد که تابع انتقال فرایند، شکلی به صورت (۶ ـ ۵۶) دارد. حال بررسی می‌کنیم که اگر فرایند واقعاً فزونیِ قطبی بزرگتر از ۱ داشته باشد چه اتفاقی می‌افتد. پیش از وارد شدن به جزئیات به بررسی یک مثال خاص می‌پردازیم.

www.powerjam.ir

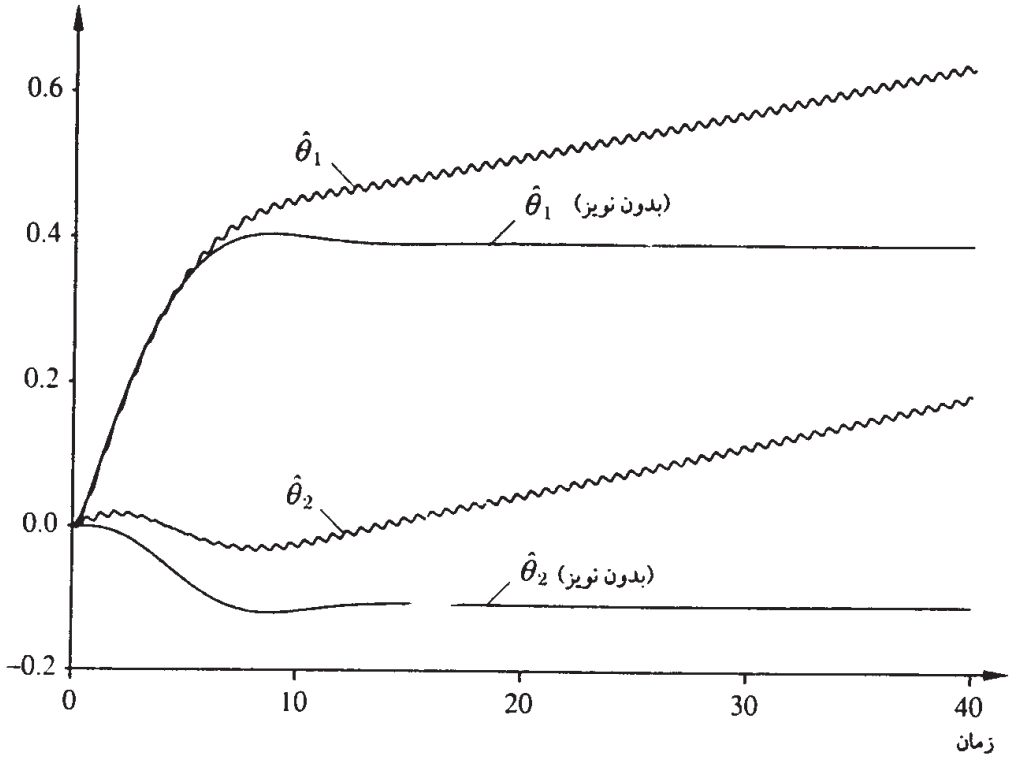
مثال ۶ ـ ۱۰ دینامیکهای مدل نشده

فرض کنید در تابع انتقالِ نامی، $a = ۱$ و $b = ۲$، امّا تابع انتقال واقعی به شکل زیر باشد:

$$G(s) = \frac{۴۵۸}{(s + ۱)(s^۲ + ۳۰ s + ۲۲۹)} \qquad (۶۳ ـ ۶)$$

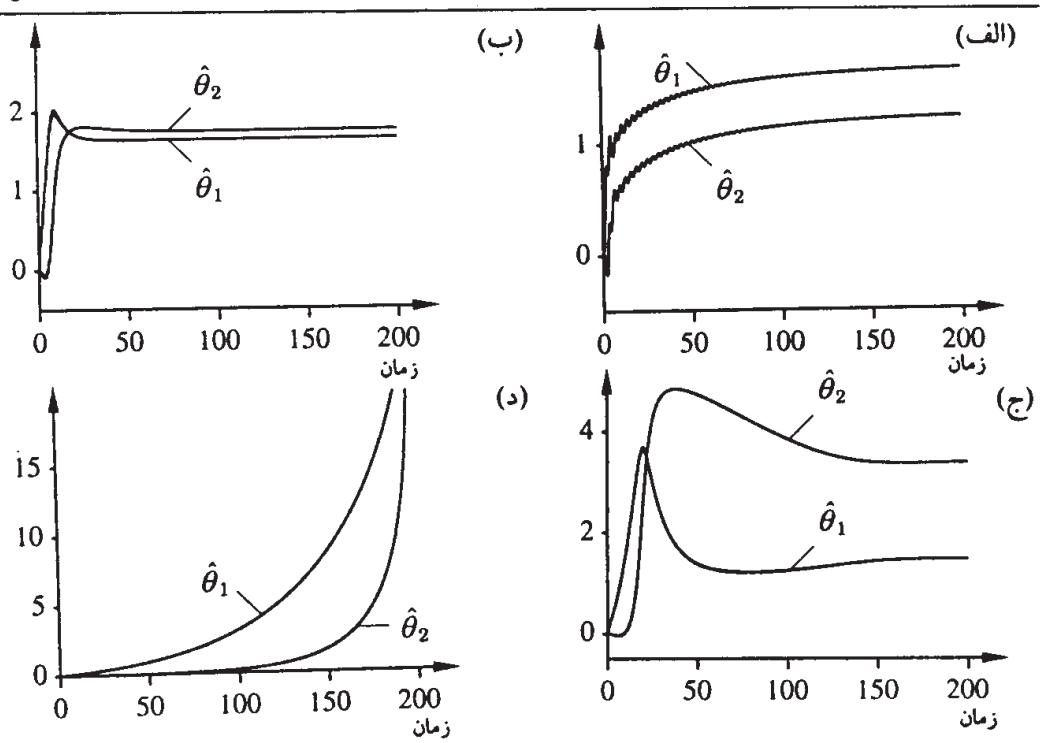
این دینامیکها متناظر است با پشت سرهم بستن تابع انتقالِ نامیِ $۲ / (s + ۱)$ و $(۲۲۹ / s^۲ + ۳۰s + ۲۲۹)$، است. بنابراین، فرایند دارای دو قطب $s = -۱۵ \pm ۲i$ است، که در مُدلِ مورد استفاده برای طراحی کنترلگر تطبیقی، از آنها غفلت شده است. شکل ۶ ـ ۱۳ رفتار پارامترها را درحالتی نشان می‌دهد که سیگنال فرمان به شکل پله است و یک خطای اندازه‌گیری سینوسی وجود دارد. شکل ۶ ـ ۱۴ نشاندهندهٔ رفتار پارامترهاست وقتی که سیگنال فرمان، سینوسی و دارای فرکانسهای متفاوت است. □

مثال ۶ ـ ۱۰ نشان می‌دهد که حضور دینامیکهای مدل نشده، باعث تغییر ناگهانی در رفتار سیستم تطبیقی می‌شود. شکل ۶ ـ ۱۴ نشان می‌دهد که نقطهٔ تعادل، به فرکانس سیگنالِ فرمان وابسته است و اینکه ممکن است برای فرکانسهای خاصیّ ناپایدار باشد. اکنون سعی می‌کنیم



شکل ۶ ـ ۱۳. پارامترهای کنترلگر، $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ وقتی که قانون کنترل تطبیقی معادله (۶ ـ ۵۷) به فرایند معادلهٔ (۶ ـ ۶۳) اعمال شود. سیگنال فرمان به شکل پله است و نویز اندازه‌گیری سینوسی وجود دارد. منحنیهای هموار، نشاندهندهٔ رفتار، در وقتی است که نویز اندازه‌گیری وجود ندارد.

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۱۴. پارامترهای کنترلگر، $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ وقتی که قانون کنترل تطبیقی معادله (۶ ـ ۵۷) به فرایند معادلهٔ (۶ ـ ۶۳) اعمال شود، وقتی که سیگنال فرمان $u_c = \sin \omega t$ است با: (الف) $\omega = 1$؛ (ب) $\omega = 3$؛ (ج) $\omega = 6$ و (د) $\omega = 20$

مکانیزمهایی را درک کنیم که رفتار سیستم را به طور ناگهانی تغییر می‌دهد و راهکارهای مناسب را پیدا کنیم.

فرمانهای پله‌ای

ابتدا رفتار نشان داده شده در شکل ۶ ـ ۹ را تحلیل می‌کنیم و نخست حالت فرمانهای پله‌ای را هنگامی که نویز اندازه‌گیری وجود نداشته باشد، بررسی می‌کنیم. هنگامیکه $\omega = 0$ باشد، شرط تعادل معادلهٔ (۶ ـ ۵۸) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\bar{\theta}_2 = \frac{1}{G_m(0)}\bar{\theta}_1 - \frac{1}{G(0)} \qquad (۶۴ - ۶)$$

لذا درفضای پارامتری مجموعهٔ نقاط تعادل، خطی مستقیم است. این خط به صورت یکتا، از بهره‌های حالت ماندگار $G(0)$ و $G_m(0)$ تعیین می‌شود. بخصوص دقت کنید که مجموعهٔ نقاط تعادل، یک نقطه نیست. از دیدگاه شناسایی سیستم، این موضوع براحتی قابل درک است. مایلیم دو پارامتر $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ را به دست آوریم. در حالی که، تحریک مورد استفاده تابعی پله‌ای است که تحریک‌کنندهٔ پایا از مرتبهٔ اول است و لذا فقط تعیین یک پارامتر را مقدور می‌کند. (مثال ۲ ـ ۵ را ببینید).

www.powerjam.ir

اکنون به منظور دستیابی به بینشی فراتر درباره رفتار سیستم، روش میانگین‌گیری اعمال می‌شود. این روش، به نحوی به مجموعهٔ مقادیر پارامترها اعمال می‌شود که برای پارامترهای ثابت، سیستم حلقه ـ بسته، پایدار باشد. برای یافتن این مجموعه، باید دقت کرد که وقتی پارامترهای $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ ثابت هستند سیستم حلقه ـ بسته، خطی و نامتغیر با زمان است. مقادیر ویژهٔ حلقه ـ بسته، صفرهای معادلهٔ ذیل است:

$$1 + \hat{\theta}_2 G(s) = 0$$

شرط لازم برای پایداری آن است که ریشه‌های $1 + \hat{\theta}_2 G(s) = 0$ در نیم‌صفحهٔ چپ باشند. این شرط برای مورد نامی هم کفایت دارد، زیرا در این صورت تابع انتقال، SPR بوده، می‌توان از بهره‌های پسخور بزرگ دلخواه استفاده کرد. زمانی که دینامیکهای مدل نشده حضور دارند، معمولاً تابع انتقال $G(s)$، SPR نیست و به طور نوعی هنگامی که $\hat{\theta}_2$ به اندازهٔ کافی بزرگ شود، سیستم حلقه ـ بسته، ناپایدار می‌گردد.

مثال ۶ ـ ۱۱ فرمانهای پله‌ای

با تابع انتقال مورد استفاده در مثال (۶ ـ ۱۰) طبق معادلهٔ (۶ ـ ۶۳)، معادلهٔ مشخصهٔ سیستم حلقه ـ بسته بدین شکل است:

$$(s + 1)(s^2 + 30 s + 229) + 458 \theta_2 = 0$$

و یا:

$$s^3 + 31 s^2 + 259 s + 229 + 458 \theta_2 = 0$$

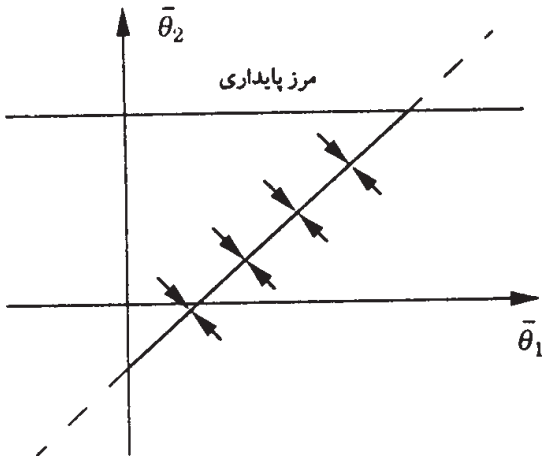
و اگر داشته باشیم: $-0/5 < \hat{\theta}_2 < 17/03 = \theta_2^{stab}$، آنگاه تمام ریشه‌های این معادله در نیم‌صفحهٔ چپ قرار دارد.

با قرار دادن $\omega = 0$ در معادلات (۶ ـ ۶۰) معادلات میانگین گرفته، برای تخمین پارامترها به دست می‌آید. اگر فرض شود که $G_m(0) = 1$ است، این معادله به معادلات زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{d\bar{\theta}_1}{dt} = -\frac{\gamma u_0^2}{2}\left(\frac{\bar{\theta}_1 G(0)}{1 + \bar{\theta}_2 G(0)} - 1\right) \qquad (۶۵ ـ ۶)$$

$$\frac{d\bar{\theta}_2}{dt} = \frac{\gamma u_0^2}{2}\,\frac{\bar{\theta}_1 G(0)}{1 + \bar{\theta}_2 G(0)}\left(\frac{\bar{\theta}_1 G(0)}{1 + \bar{\theta}_2 G(0)} - 1\right)$$

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۱۵. مجموعهٔ نقاط تعادل و رفتار محلّی معادلات میانگین گرفته

این معادلات دیفرانسیل، مجموعهٔ نقاط تعادل معادلهٔ (۶ ـ ۶۴) را در بر دارند.

در نزدیکی مجموعهٔ نقاط تعادل، معادلات فوق با معادلات خطی شدهٔ زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\gamma u_0^2}{2\theta_1^0}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} x \qquad (۶۶ ـ ۶)$$

که $x_1 = \bar{\theta}_1 - \theta_1^0$ و $x_2 = \bar{\theta}_2 - \theta_2^0$ است. نقطه‌ای دورتر از خط تعادل را درنظر بگیرید، (مثلاً، $x_2 = x_1 + \delta$ یا $\bar{\theta}_2 = \bar{\theta}_1 - 1/G(0) + \delta$)؛ سرعت بردار حالت در این نقطه برابر است با: $\dot{x}_1 = \gamma u_0^2 \delta/\theta_1^0$، $\dot{x}_2 = -\gamma u_0^2 \delta/\theta_1^0$ است. میدان برداری[1] معادلهٔ خطی شده، در شکل ۶ ـ ۱۵ نشان داده شده است. پس میدان برداری برای $\bar{\theta}_1 > 0$ پارامتر را به سمت نقطهٔ تعادل سوق داده، امّا برای $\bar{\theta}_1 < 0$ آن را از نقطهٔ تعادل دور می‌کند. توجه کنید که سیستم از نظر ساختاری پایدار نیست، زیرا یکی از مقادیر ویژهٔ معادلهٔ خطی شده برابر صفر است. این بدان معناست که هنگامی که سیستم از مقدار نامی خود منحرف می‌شود، باید خواص کاملاً متفاوتی را انتظار داشته باشیم.

معمولاً فراتر رفتن از تحلیل محلی مشکل است. هرچند، در این موردِ خاص، به دست آوردن خواص فراگیر معادلهٔ میانگین گرفته نیز امکان‌پذیر است. خارج از مجموعهٔ نقاط تعادلِ معادلهٔ (۶ ـ ۶۴)، با تقسیم معادلات میانگین گرفته (معادلات ۶ ـ ۶۵) برهم، می‌توان به دست آورد:

$$\frac{d\bar{\theta}_2}{d\bar{\theta}_1} = -\frac{G(0)\bar{\theta}_1}{1 + \bar{\theta}_2 G(0)}$$

1. Vector Field

www.powerjam.ir

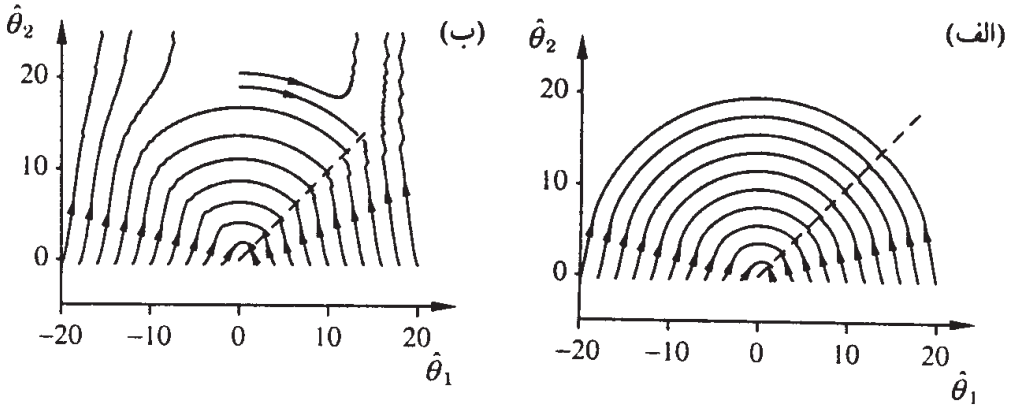
که این معادلهٔ دیفرانسیل، دارای پاسخ زیر است:

$$\bar{\theta}_2^2 + \frac{2}{G(0)}\bar{\theta}_2 + \bar{\theta}_1^2 = \text{const}$$

پس، پارامترهای‌معادلات میانگین گرفته، در راستای مسیرهای دایره‌ای‌به‌مرکز $(0, -1/G(0))$ حرکت می‌کند. حرکت برای $\bar{\theta}_2 > \bar{\theta}_1 - 1/G(0)$ ساعتگرد[1] و برای $\bar{\theta}_2 < \bar{\theta}_1 - 1/G(0)$ پادساعتگرد[2] است. هنگامی که پارامترها به مجموعهٔ نقاط تعادل زیر می‌رسند، حرکت آهسته و در نهایت متوقّف می‌شود:

$$\{\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2 \mid \bar{\theta}_1 > 0, \bar{\theta}_2 = \bar{\theta}_1 - 1/G(0)\}$$

معادلهٔ میانگین گرفته، معادلات غیر خطی را فقط برای پارامترهای تقریب می‌زند، که به ازای آنها سیستم حلقه ـ بسته پایدار باشد. در حالت نامی، زمانی که تابع انتقال دستگاه برابر با $G(s) = 2/(s+1)$ است، ناحیه پایداری، $\hat{\theta}_2 > -1/G(0)$ تعریف می‌شود. در حالتی که دینامیکهای مدل نشده وجود دارد، ناحیهٔ پایداری طبق $-1/G(0) < \hat{\theta}_2 < \hat{\theta}_2^{stab}$ تعریف می‌شود. این، بدان معنی است که مسیرهایی که دور از مبدأ شروع می‌شوند، از ناحیه پایدار می‌گریزند. شکل ۶ ـ ۱۶ نشاندهندهٔ مسیرهای پارامتر واقعی در حالت نامی و برای دینامیکهای مُدل نشده است که طبق تابع انتقال معادلهٔ (۶ ـ ۶۳) در مثال ۶ ـ ۱۰ داده شده است. با حضور دینامیکهای مُدل نشده اگر مقادیر اولیه، خیلی بزرگ باشد، مسیرهاو اگرا می‌شوند. وقتی $y(t)$با مقدار نقطهٔ تعادل متفاوت است، انحراف از کمانهای دایره‌ای ناشی از حالت‌گذاری اولیهٔ است.



شکل ۶ ـ ۱۶. صفحهٔ فاز پارامترهای کنترلگر: (الف) برای حالت نامیِ $G(s) = 2/(s+1)$ و (ب) برای حالت دینامیکهای مدل نشدهٔ معادلهٔ (۶ ـ ۶۳)؛ خط‌چینها مجموعهٔ تعادل پارامترها در حالت نامی است.

1. Clockwise 2. Counter Clock wise

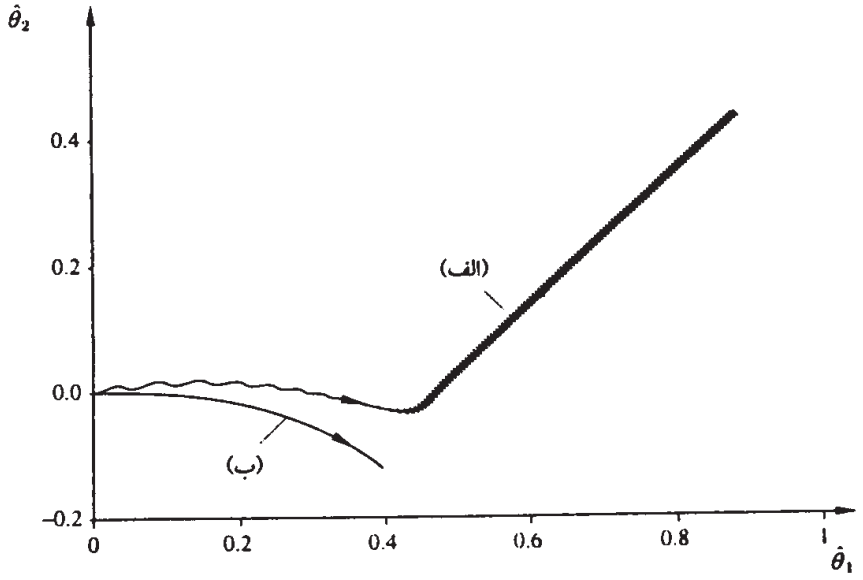
www.powerjam.ir

بهرهٔ تطبیق مورد استفاده در مثال، بسیار بزرگ است ($\gamma = ۱$). با انتخاب γ به مقدار کافی کوچک، مسیرها به طور دلخواه به دایره‌ها نزدیک خواهند شد. ارتعاشات[1] در مسیرهای شکل ۶ ـ ۱۶ (ب) ناشی از نوسانهای پارامترها و نه از خطاهای عددی است.

تحلیل و شبیه‌سازیها نشان می‌دهد که اگر سیگنال ورودی، پله باشد و اگر دینامیکهای مدل نشده وجود داشته باشند، ممکن است سیستم تطبیقی ناپایدار شود.

نویز اندازه‌گیری

اکنون تأثیر نویز اندازه‌گیری بررسی می‌شود. شبیه‌سازی شکل ۶ ـ ۱۳ نشان می‌دهد که ممکن است نویزاندازه‌گیری باعث رانش پارامترها شود. شکل ۶ ـ ۱۷ پارامتر $\hat{\theta}_۲$ را به‌عنوان تابعی از پارامتر $\hat{\theta}_۱$ با و بدون نویز اندازه‌گیری نشان می‌دهد. شبیه‌سازی نشان می‌دهد که در حضور نویز اندازه‌گیری، تعادل از بین می‌رود. پارامترها به سمت مجموعه‌ای نزدیک به مجموعه نقاط تعادل حرکت می‌کنند، امّا در همسایگی این مجموعه، بتندی نوسان کرده، در راستای مجموعه رانده می‌شود. اکنون با استفاده از ابزارهای تحلیل به دست آمده، رفتار سیستم توضیح داده می‌شود. فرض کنید که سیگنال فرمان پله‌ای با دامنهٔ $u_۰$ باشد و نویز اندازه‌گیری را بتوان به‌عنوان یک سیگنال جمعی[2] n، با میانگین صفر در خروجی فرایند مُدل کرد. از معادلات (۶ ـ ۵۷) نتیجه می‌شود که با انتخاب مناسب پارامترها نمی‌توان خطا را صفر کرد. از این‌رو نقطهٔ



شکل ۶ ـ ۱۷. صفحهٔ فاز پارامترهای کنترلگر (الف) با و (ب) بدون نویز اندازه‌گیری

1. Jitter
2. Additive Signal

www.powerjam.ir

تعادل واقعی وجود ندارد که در آن، پارمترها ثابت باشند. این پدیده، رفتار نوعی چنین سیستمهایی است که فاقد پایداری ساختاری هستند. به طور حسّی می‌توان نتایج را بدین ترتیب بیان کرد: ورودی پله‌ای تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ ۱ است و این بدان معناست که این ورودی فقط، تخمین سازگار یک پارامتر را برقرار می‌سازد. هنگامی که دو پارامتر تنظیم می‌شوند، مقادیر تعادلِ پارامترها یک زیر چند لایه[1] را تشکیل می‌دهد نه یک نقطه. خطاهای اندازه‌گیری و سایر اغتشاشها، ممکن است باعث رانش پارامترها در راستای مجموعه تعادل شوند. در حضور دینامیکهای مدل نشده، بهرهٔ پسخور ممکن است به اندازه‌ای بزرگ شود که باعث ناپایداری سیستم حلقه ـ بسته گردد. با استفاده از میانگین‌گیری، مجموعه تعادل و نرخ رانش در راستای مجموعه، قابل تعیین است.

مقادیر پارامترها در حالت نامی نیز رانش خواهد داشت. لیکن سیستم حلقه ـ بسته برای همهٔ مقادیر پارامتر، پایدار است.

سیگنالهای فرمان سینوسی

بسیاری از مشکلات موجود در مورد فرمانهای پله‌ای ناشی از این حقیقت است که پله فقط تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ اوّل است. این یعنی مجموعه تعادل یک چند لایه است و تنها ترکیب خطی پارامترها قابل تعیین است. با یک سیگنال فرمان سینوسی که تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ دوم است، دو پارامتر را می‌توان به‌طور سازگار تعیین کرد. لذا می‌توان انتظار داشت که بعضی از مشکلات رفع شود. لیکن شبیه‌سازی شکل ۶ ـ ۱۴ نشان می‌دهد که در سیگنالهای فرمان سینوسی، همراه دینامیکهای مُدل نشده، مشکلاتی وجود دارد.

همچون قبل، فرض می‌شود که کنترلگر تطبیقی به نحوی طراحی شده که فرایند با تابع انتقال زیر توصیف شود:

$$G(s) = \frac{b}{s + a}$$

از آنجا که مشخصه دینامیکهای مدل نشده مهم است، فرض می‌شود که فرایند واقعی، توسط تابع فرکانسی ذیل توصیف شود:

$$G(i\omega) = \frac{b}{a + i\omega}\, r(\omega)\, e^{-i\phi(\omega)} \qquad (۶۷ ـ ۶)$$

توابع r و ϕ معرّف اعوجاج[2] دامنه و فاز ناشی از دینامیکهای مدل نشده‌اند. فرض می‌شود که

1. Submanifold 2. Distortion

www.powerjam.ir

تابع انتقال متناظر با r و ϕ هیچ قطبی در نیم صفحهٔ راست ندارد.

دینامیکهای مدل نشده، ممکن است خواص سیستم را بشدّت تغییر دهند. برای مثال، سیستم نامی برای کلّیهٔ مقادیر بهرهٔ پسخور پایدار خواهد بود چون SPR است. اگر دینامیکهای مدل نشده آنگونه باشد که تأخیر فاز اضافی بتواند بزرگ باشد، سیستم با دینامیکهای مُدل نشده برای بهره‌های پسخورِ در حد کفایت بزرگ، ناپایدار خواهد بود. بهرهٔ بحرانی به ترتیب ذیل تعیین می‌شود: تأخیر فاز فرایند برابر است با: $\phi(\omega) + \arctan(\omega / a)$؛ این تأخیر برابر π خواهد بود اگر:

$$\frac{\omega}{a} = \tan(\pi - \phi(\omega)) = -\tan\phi(\omega)$$

و یا:

$$\omega\cos\phi(\omega) + a\sin\phi(\omega) = 0 \qquad (۶۸-۶)$$

بهرهٔ فرایند در این فرکانس مطابق است با:

$$|G(i\omega)| = \frac{br(\omega)}{\sqrt{a^2 + \omega^2}}$$

بنابراین برای بهرهٔ ذیل، سیستم ناپایدار می‌شود:

$$\bar{\theta}_2 = \bar{\theta}_2^0 = \frac{\sqrt{a^2 + \omega^2}}{br(\omega)} \qquad (۶۹-۶)$$

که ω کوچکترین مقداری است که معادلهٔ (۶-۶۸) را برآورده کند.

تحلیل نقطهٔ تعادل

در وهلهٔ اوّل، نقطهٔ تعادل محتمل برای پارامترها تعیین می‌شود. با جایگزینی تابع انتقال معادلهٔ (۶-۶۷) در معادلهٔ (۶-۵۹)، بعد از محاسبات سر راست امّا طاقت‌فرسا خواهیم داشت:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{b_m}{b} \cdot \frac{(a\sin\phi(\omega) + \omega\cos\phi(\omega))}{\omega r(\omega)} \qquad (۷۰-۶)$$

$$\theta_2 = \frac{\omega(a_m - a)\cos\phi(\omega) + (\omega^2 + a\,a_m)\sin\phi(\omega)}{\omega br(\omega)}$$

$$= \frac{1}{br(\omega)}\left((\omega\sin\phi(\omega) - a\cos\phi(\omega)) + \frac{a_m}{\omega}(a\sin\phi(\omega) + \omega\cos\phi(\omega))\right)$$

www.powerjam.ir

از مقایسهٔ این عبارت با حالت نامی نتیجه می‌شود که به علت وجود دینامیکهای مُدل نشده، نقطهٔ تعادل، انتقال خواهد یافت. این انتقال، بستگی به فرکانس سیگنال ورودی و همینطور به دینامیکهای مُدل نشده دارد.

اینکه تعیین کنیم آیا شرایطی وجود دارد که به دشواری بینجامد، اهمیّت ویـژه‌ای دارد. در فرکانسهایی که معادلهٔ (۶ ـ ۶۸) را برآورده می‌کند، بهرهٔ پیشخور ناپدید می‌شود. این دقیقاً همان فرکانسی است که فرایند را دارای تأخیر فازی معادل ۱۸۰° می‌کند. بهرهٔ پسخور در این فرکانس برابر است با:

$$\hat{\theta}_2 = \frac{1}{br(\omega)}(\omega \sin\phi - a\cos\phi) = \frac{\sqrt{a^2+\omega^2}}{br(\omega)}$$

این نتیجه می‌دهد که $|G(i\omega)| = 1$ ، $\hat{\theta}_2$، یعنی بهرهٔ حلقه، واحد خواهد شد.

پس متوجّه می‌شویم که مقادیر نقاط تعادل پارامترها، برای سیگنالهای ورودیِ سینوسی به دینامیکهای مدل نشده و فرکانس سیگنال فرمان ورودی بستگی دارد. زمانی کـه فـرکانس بـه نحوی باشد که باعث تأخیر فاز ۱۸۰° شود، بهرهٔ پیشخور، صفر شده، بهرهٔ پسخور طوری است که سیستم حلقه ـ بسته، ناپایدار می‌شود. این مشاهدات را با مثالی تشریح می‌کنیم:

مثال ۶ ـ ۱۲ سیگنال فرمان سینوسی

سیستم مثال ۶ ـ ۱۰ را در نظر بگیرید. تابع انتقال (شامل دینامیکهای مُدل نشده)، عبارت است از:

$$G(s) = \frac{458}{(s+1)(s^2+30s+229)} = \frac{458}{s^3+31s^2+259s+229}$$

مقادیر تعادل بهره‌های کنترلگر وقتی که $a_m = b_m = 3$ باشد، برابر است با:

$$\bar{\theta}_1 = \frac{3(259-\omega^2)}{458}$$

$$\bar{\theta}_2 = \frac{2(137+7\omega^2)}{229}$$

در $\omega = \sqrt{259} = 16/09$، تابع انتقال G انتقال فازی معادل ۱۸۰° دارد. در این فرکانس مقادیر تعادل بهره‌های کنترلگر برابر است با: $\hat{\theta}_1 = 0$ و $\hat{\theta}_2 = 3900/229 = 17/03$. سیستم حلقه ـ بسته برای این بهرهٔ پسخور، ناپایدار است. این موضوع، نتایج شکل ۶ ـ ۱۴ را توضیح می‌دهد.

www.powerjam.ir

خلاصهٔ مثالهای MRAS

بررسی MRAS مرتبهٔ اوّل، در جدول زیر خلاصه شده است:

ورودیها	ساختار مُدل دقیق	دینامیکهای مُدل نشده
فرمان پله‌ای	مجموعهٔ نقاط تعادل یک نیم خط است.	مجموعهٔ نقاط تعادل یک قطعه خط است. برای بعضی از مقادیر اولیه پایداری از بین می‌رود.
فرمان پله‌ای + نویزاندازه‌گیری	پاسخ به سمت یک خط و آنگاه در راستای آن رانده می‌شود	پاسخ به سمت یک خط حرکت کرده، آنگاه در راستای آن رانده می‌شود تا آنجا که پایداری از دست برود.
سینوسی	مجموعهٔ نقاط تعادل یک نقطه است که مستقلّ از فرکانس است.	مجموعهٔ نقاط تعادل یک نقطه است که بستگی به فرکانس دارد. نقطهٔ تعادل برای فرکانسهای به حدّ کفایت بالا، ناپایدار است.

از مثالها می‌توان به نتیجه‌گیریهای متعدد و جالبی رسید. وقتی که سیگنال ورودی به اندازهٔ کافی تحریک کننده نباشد، حالت تعادل، مستقل از حضور دینامیکهای مدل نشده یا اغتشاش، یک چند لایه است. وقتی که اغتشاش وجود داشته باشند، تخمینها در امتداد چند لایه رانده می‌شود. در حالت دینامیکهای مدل نشده، ممکن است، عاقبت، سیستم حلقه ـ بسته ناپایدار شود. از دیدگاه روش و طرز کار، مثالها حاوی اطلاعاتی هستند که از تحلیل نقطه تعادل و در خیلی از موارد با تلاشی متوسط به دست می‌آید. ما می‌توانیم متوجّه شویم که آیا یک نقطهٔ تعادلِ واقعی، به نحوی که پارامترها ثابت باقی بمانند، وجود دارد یا خیر. دقّت کنید که حتّی اگر معادلات دقیقی، دارای نقاط تعادل نباشند، امکان دارد معادلات میانگین گرفته، داشته باشند. هر چند بندرت اتّفاق می‌افتد که بتوان تحلیل فراگیر انجام داد.

۶ ـ ۸ میانگین‌گیری در سیستمهای اتّفاقی

اهمیت میانگین‌گیری در بخشهای پیشین، تشریح شد. امّا در آنجا، تحریک به شکل ورودیهای ثابت یا سینوسی محدود شده بود. در این بخش میانگین‌گیری براساس سیستمهای

www.powerjam.ir

گسستهٔ زمانی با ورودیهای اتفاقی خواهد بود. فرض کنید سیستم، اینگونه توصیف شود:

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t-d) + C^*(q^{-1})e(t) \qquad (۶-۷۱)$$

که $e(t)$ فرایندی اتّفاقیِ گوسی با میانگین صفر است. می‌توان براساس مشخصه‌های مورد نیاز، از رگولاتورهای خود تنظیم متفاوتی برای کنترل سیستم استفاده کرد (با فصل چهارم مقایسه کنید). برای سهولت فرض می‌شود که از الگوریتم خود تنظیم مستقیم پایه (الگوریتم ۴ ـ ۱) استفاده می‌شود. بنابراین پارامترهای کنترلگر از مُدل ذیل تخمین زده می‌شوند:

$$y(t) = R^*(q^{-1})u(t-d) + S^*(q^{-1})y(t-d) \qquad (۶-۷۲)$$

یا:

$$y(t) = \varphi(t-d)^T\theta \qquad (۶-۷۳)$$

پارامترهای θ با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی تخمین زده می‌شوند. زمانی که میانگین‌گیری اعمال می‌شود، استفاده از رابطهٔ ذیل مناسب است.

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \gamma(t)R(t)^{-1}\varphi(t-d)\left(y(t) - \varphi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1)\right) \qquad (۶-۷۴)$$

$$R(t) = R(t-1) + \gamma(t)\left(\varphi(t-d)\varphi^T(t-d) - R(t-1)\right)$$

که ماتریس کواریانس $P(t)$ طبق رابطه زیر به $R(t)$ مربوط می‌شود:

$$P(t) = \gamma(t)R(t)^{-1}$$

و

$$\gamma(t) = \frac{1}{t}$$

در بعضی از موارد، ساده‌تر است که ماتریس $R(t)$ را با اسکالر $r(t)$ جایگزین کرد. این عمل زمان محاسبات را کوتاهتر کرده، حافظهٔ کمتری لازم دارد، امّا همگرایی کُندتری خواهد داشت. برای تقریب زدنِ اتّفاقی به دست می‌آوریم:

$$r(t) = r(t-1) + \gamma(t)\left(\varphi(t-d)^T\varphi(t-d) - r(t-1)\right) \qquad (۶-۷۵)$$

کنترلگر اینچنین است.

$$u(t) = -\frac{\hat{S}^*(q^{-1})}{\hat{R}^*(q^{-1})}y(t) \qquad (۶-۷۶)$$

www.powerjam.ir

یا:

$$\varphi(t)^T \hat{\theta}(t) = 0$$

رگولاتور خود تنظیم، با معادلات (۶ ـ ۷۳) و (۶ - ۷۴) توصیف می‌شود. لذا از قانون کنترل معادلهٔ (۶ ـ ۷۶) برای سیستم معادلهٔ (۶ ـ ۷۱) استفاده می‌شود. حاصل، سیستم حلقهٔ ـ بسته‌ای است که با معادلات تفاضلیِ اتفاقی و غیر خطی توصیف می‌شود و ممکن است تحلیل آن بسیار دشوار باشد. این دشواری به طور عمده از تأثیر متقابل بین پارامترهای تخمینی و همینطور به دلیل استفاده از این پارامترها در کنترلگر ناشی می‌شود. با استفاده از ایدهٔ میانگین‌گیری، می‌توان به یک *معادلهٔ دیفرانسیل قطعی مربوطه*[1] دست یافت. آنگاه می‌توان خواصّ همگرایی الگوریتم را با استفاده از این معادلات تعیین کرد. این روش توسط لیونگ[2] (۱۹۷۷) پیشنهاد شد، و گهگاه روش ODE[3] (روش معادلات دیفرانسیل معمولی) نامیده می‌شود. در اینجا فقط یک استنتاج و انگیزه بدون اثبات دقیق[4] ارائه می‌شود. جزئیات بیشتر را می‌توان در مراجع پایان این فصل یافت.

استنتاج بدون اثبات دقیق

برای t های به اندازهٔ کافی بزرگ، اندازهٔ گام $\gamma(t)$ در معادلات (۶ - ۷۴) و جمله تصحیحی در $\theta(t)$، کوچک است. مانند قسمت ۶ ـ ۶ می‌توانیم پارامترها را از حالتها جدا کرده، فرض کنیم هنگام ارزیابی رفتار سیستمِ حلقه ـ بسته، پارامترها ثابت هستند. $R(t)$ و $\varphi(t)$ هر دو به تخمینهای پارامترها بستگی دارند. از آنجا که تغییرات $\hat{\theta}$ کُند است، رفتار مُدل را می‌توان طبق رابطهٔ ذیل تقریب کرد:

$$y(t) = \varphi^T(t - d, \bar{\theta})\bar{\theta}$$

که $\bar{\theta}$ مقدار میانگین تخمینهاست. همینطور، φ از طریق پسخور، به متغیرهای تخمینی بستگی دارد. معادلهٔ بهنگام‌سازی برای R را می‌توان اینچنین تقریب زد:

$$\bar{R}(t) = \bar{R}(t - 1) + \gamma(t)\left(G(\bar{\theta}) - \bar{R}(t - 1)\right) \qquad (۶ - ۷۷)$$

که:

$$G(\bar{\theta}) = E\{\varphi(t - d, \bar{\theta})\varphi^T(t - d, \bar{\theta})\} \qquad (۶ - ۷۸)$$

1. Associated Deterministic Differential Equation
2. Ljung
3. Ordinary Differential Equations
4. Heuristic

www.powerjam.ir

امید ریاضی[1] فوق نسبت به فرایند اتفاقی اساسیِ معادلهٔ (۶ ـ ۷۱) و برای مقدار ثابت پارامترها $\bar{\theta}$ محاسبه می‌شود. به همین ترتیب، بهنگام سازی پارامترها، اینگونه تقریب زده می‌شود:

$$\bar{\theta}(t) = \bar{\theta}(t-1) + \gamma(t)\,\bar{R}(t)^{-1} f(\bar{\theta}) \qquad (۶ ـ ۷۹)$$

که:

$$f(\bar{\theta}) = E\{\varphi(t-d,\bar{\theta})\,(y(t) - \varphi^T(t-d,\bar{\theta})\bar{\theta})\} \qquad (۶ ـ ۸۰)$$

معادلات (۶ ـ ۷۹) و (۶ ـ ۷۷) معادلات تفاضلی میانگین گرفتهٔ توصیف کننده تخمینگرند. اکنون فرض کنید $\Delta\tau$ عددی کوچک است و t' اینچنین تعریف شود:

آنگاه:

$$\Delta\tau = \sum_{k=t}^{t'} \gamma(k)$$
$$\bar{\theta}(t') = \bar{\theta}(t) + \Delta\tau\,\bar{R}(t)^{-1} f(\bar{\theta}(t))$$
$$\bar{R}(t') = \bar{R}(t) + \Delta\tau\left(G(\bar{\theta}(t)) - \bar{R}(t)\right)$$

با یک تغییر مقیاس زمانی، به نحوی که $t = \tau$ و $t' = t + \Delta\tau$ باشد، می‌توان این معادلات را به عنوان یک تقریب تفاضلی از معادلات دیفرانسیل معمولی زیر مشاهده کرد:

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\tau} = \bar{R}(\tau)^{-1} f(\bar{\theta}(\tau)) \qquad (۶ ـ ۸۱)$$

$$\frac{d\bar{R}}{d\tau} = G(\bar{\theta}(\tau)) - \bar{R}(\tau) \qquad (۶ ـ ۸۲)$$

اگر از تقریب اتفاقی استفاده شود، معادلهٔ (۶ ـ ۸۲) با عبارت ذیل جایگزین می‌شود:

$$\frac{d\bar{r}}{d\tau} = g(\bar{\theta}(\tau)) - \bar{r}(\tau)$$

که:

$$g(\bar{\theta}) = E\{\varphi^T(t-d)\varphi(t-d)\}$$

و $\bar{R}$ در رابطه (۶ ـ ۸۱) با $\bar{r}$ جایگزین می‌شود. این معادلات، *معادلات دیفرانسیل معمولی* مربوط به (۶ ـ ۷۴) و (۶ ـ ۷۵) نامیده‌می‌شوند که نوع ویژه‌ای از معادلات میانگین گرفته هستند.

1. Expectation

www.powerjam.ir

اوّل معادلات تفاضلی با معادلات دیفرانسیل جایگزین می‌شوند و دوم در مقایسه با سیستم اصلی، یک مقیاس زمانی وجود دارد. این مقیاس زمانی را می‌توان به عنوان یک فشردگی لگاریتمی[1] از زمان اصلی تعبیر کرد. یعنی هرچه زمان جلوتر می‌رود برای به دست آوردن گام $\Delta\tau$، گامهای بیشتر و بیشتری با طول $\gamma(t)$ نیاز داریم.

مباحثی که به معادلات (۶ ـ ۸۱) و (۶ ـ ۸۲) منجر می‌شود، بدون اثبات دقیق بوده‌اند. هر چند، می‌توان به طور دقیق نشان داد که با فرض اینکه تخمینهای $\hat{\theta}(t)$ «اغلب در حدّ کافی»[2] در حوزهٔ جذب[3] معادلات دیفرانسیل مربوطه، باشند، آنگاه:

- فقط نقاط ایستانِ پایدار معادلات (۶ ـ ۸۱) و (۶ ـ ۸۲)، می‌توانند نقاط همگرایی برای تخمینها باشند و
- مسیرهای $\bar{\theta}(\tau)$ «مسیرهای مجانبی»[4] تخمینهای $\hat{\theta}(t)$ هستند.

از ODE مربوطه می‌توان برای یافتن نقاط همگرایی ممکن در یک الگوریتم تطبیقی (یعنی: $\bar{\theta}^*$ و $\bar{R}^*$) استفاده کرد. پس می‌توان معادلات را حول این نقاطِ ایستان، خطّی کرد. بسادگی می‌توان دید که معادلات خطی شده عبارت است از:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\bar{\theta}-\bar{\theta}^*\\ \bar{R}-\bar{R}^*\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}G(\bar{\theta})^{-1}\dfrac{\partial f(\bar{\theta})}{\partial\bar{\theta}} & 0\\ X & -I\end{bmatrix}_{\bar{\theta}=\bar{\theta}^*}\begin{bmatrix}\bar{\theta}-\bar{\theta}^*\\ \bar{R}-\bar{R}^*\end{bmatrix}$$

که عنصر X برای پایداری محلّی مهمّ نیست. از این رو اگر تمام مقادیر ویژهٔ ماتریس:

$$K = G(\bar{\theta})^{-1}\frac{\partial f(\bar{\theta})}{\partial\bar{\theta}}\Bigg|_{\bar{\theta}=\bar{\theta}^*} \qquad (۶-۸۳)$$

در نیم صفحهٔ چپ واقع باشد، نقطهٔ ایستان، پایدار است. لذا از ODE های مربوطه می‌توان به یکی از راههای ذیل استفاده کرد:

۱. عبارت مربوط به $\varepsilon(t)=y(t)-\varphi(t-d)^T\bar{\theta}$ و $\varphi(t)$ را برای یک $\bar{\theta}$ ثابت محاسبه کنید؛

۲. مقادیر امید ریاضی $G(\bar{\theta})$ و $f(\bar{\theta})$ را محاسبه کنید؛

۳. نقاط همگرایی ممکن را برای معادلات (۶ ـ ۸۱) و (۶ ـ ۸۲) تعیین کرده، با استفاده از معادلهٔ (۶ ـ ۸۳) خواصّ پایداری محلّی را تعیین کنید؛

۴. معادلات را شبیه‌سازی کنید؛

حتّی اگر تحلیل جزئیات معادلات (۶ ـ ۸۱) و (۶ ـ ۸۲) کاملاً دشوار باشد، معمولاً تعیین نقاط

1. Logarithmic Compression
2. sufficiently often
3. domain of attraction
4. asymptotic paths

www.powerjam.ir

ایستانِ ممکن، بسی سهل است. همچنین برای حس کردن رفتار خواص همگرایی می‌توان معادلات را شبیه‌سازی کرد. تغییر مقیاس زمانی، شبیه‌سازی ODE ها را نسبت به شبیه‌سازی معادلات تفاضلی میانگین گرفته، مطلوبتر جلوه می‌دهد.

پایداری خود تنظیم گرهای اتفاقی

از روشهای میانگین‌گیری می‌توان برای تحلیل پایداری رگولاتورهای خود تنظیم اتفاقی، استفاده کرد. یک خود تنظیم‌گر ساده را براساس تخمین حداقل مربعات و کنترل حداقل ـ واریانس (الگوریتم ۴ـ ۱ با مقادیر $Q^* = P^* = ۱$) را در نظر بگیرید. فرض کنید الگوریتم به سیستم توصیف شده در معادلهٔ (۶ ـ ۷۱) اعمال گردد. همچنین فرض می‌شود که خود تنظیم‌گر از نظر برابری زمان تأخیر و مرتبه، با مُدل، سازگار است. اگر تابع انتقال پالس:

$$G(z) = \frac{۱}{C(z)} - \frac{۱}{۲}$$

SPR باشد، سیستم حلقه ـ بسته پایدار فراگیر است (لیونگ (۱۹۷۷ b) را ببینید). فیلتر P^* که برای فیلتر کردن رگرسورها استفاده می‌شود را می‌توان به عنوان تخمینی از چند جمله‌ای رؤیتگر C^* تعبیر کرد. آنگاه شرط پایداری فراگیر آن است که تابع انتقال زیر SPR باشد:

$$G(z) = \frac{P(z)}{C(z)} - \frac{۱}{۲}$$

شرط پایداری محلّی آن است که قسمت حقیقیِ چند جمله‌ایِ $C(z)$ در تمام صفرهای چند جمله‌ایِ $B(z)$، مثبت باشد (هولست[1] (۱۹۷۹) را ببینید). روش میانگین‌گیری اتفاقی با سه مثال تشریح می‌شود:

مثال ۶ ـ ۱۳ میانگین‌گیری اتفاقی

این سیستم را در نظر بگیرید:

$$y(t) + ay(t - ۱) = u(t - ۱) + bu(t - ۲) + e(t) + ce(t - ۱)$$

که $a = - ۰/۹۹$، $b = ۰/۵$ و $c = - ۰/۷$ است. فرض کنید مُدل تخمینی به شکل زیر باشد:

$$y(t) = u(t - ۱) + r_۱u(t - ۲) + s_۰y(t - ۱)$$

1. Holst

www.powerjam.ir

و از کنترلگر ذیل استفاده کنیم:

$$u(t) = -s_0 y(t) - r_1 u(t-1)$$

در این صورت سیستم حلقه ـ بسته اینگونه توصیف می‌شود:

$$y(t) = \frac{(1+cq^{-1})(1+r_1 q^{-1})}{(1+aq^{-1})(1+r_1 q^{-1}) + s_0 q^{-1}(1+bq^{-1})} e(t)$$

$$u(t) = \frac{-s_0(1+cq^{-1})}{(1+aq^{-1})(1+r_1 q^{-1}) + s_0 q^{-1}(1+bq^{-1})} e(t)$$

در این حالت:

$$\varphi^T(t-1) = [u(t-2) \quad y(t-1)] \quad , \quad \theta^T = [r_1 \quad s_0]$$

و:

$$\varepsilon(t) = y(t)$$

از این‌رو:

$$f(\bar{\theta}) = \begin{bmatrix} r_{yu}(2) \\ \\ r_y(1) \end{bmatrix}$$

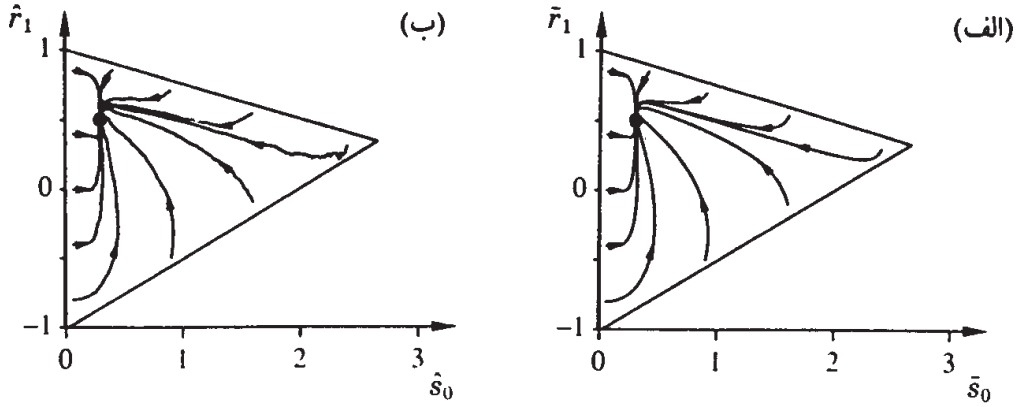
و:

$$G(\bar{\theta}) = \begin{bmatrix} r_u(0) & r_{yu}(1) \\ \\ r_{yu}(1) & r_y(0) \end{bmatrix}$$

که $r_u(\tau)$، $r_u(\tau)$ و $r_{yu}(\tau)$ به ترتیب توابع کواریانس y و u و کواریانس ـ متقابل بین y و u هستند.

نقطهٔ ایستان از معادلهٔ $f(\bar{\theta}) = 0$ به دست می‌آید که $r_{yu}(2) = 0$ و $r_y(1) = 0$ از آن منتج

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۱۸. صفحهٔ فاز برای پارامترهای کنترلگر در مثال ۶ ـ ۱۳ هنگامی که تخمین حداقل ـ مربعات بارگشتی به کار می‌رود: (الف) مسیرهای ODE مربوطه؛ (ب) تحقّقهای معادلات تفاضلی. مقادیر پارامتر متناظر با کنترلگر حداقل واریانس با یک نقطهٔ پُر نشان داده شده است.

می‌شود. این دقیقاً همان نتیجه‌ای است که از قضیهٔ ۴ ـ ۱ حاصل شد. شکل ۶ ـ ۱۸ (الف) صفحهٔ فاز ODE را در حالتی نشان می‌دهد که از تخمین حداقل ـ مربعات بارگشتی استفاده شده است. نقطهٔ ایستان متناظر با کنترلگر حداقل ـ واریانس است و مثلث، مرزهای پایداری را برای سیستم حلقه ـ بسته نشان می‌دهد. شکل ۶ ـ ۱۸ (ب) نشاندهندهٔ تحقّقهای تخمینهای $\hat{s}_0$ و $\hat{r}_1$ در حالتی است که تخمین حداقل ـ مربعات بارگشتی به کار رفته باشد. تخمینگر، با گام بسیار کوچکی شروع می‌شود. تحقّقها با مسیرهای ODE همخوانی نزدیکی دارند. ODEها برای $0 \leqslant \tau \leqslant 50$ شبیه‌سازی شده است؛ ۷۵۰۰۰ گام باید برای معادلات تفاضلی در شکل ۶ ـ ۱۸ (ب) شبیه‌سازی می‌شد. ضریب فراموشی $\lambda = 0/99995$ برای نزدیک‌شدن به نقطهٔ ایستان لازم بود.

مثال ۶ ـ ۱۴ خودتنظیم‌گر میانگین ـ متحرک

یک انتگرالگیر را با زمان تأخیر τ در نظر بگیرید. (با مثال ۴ ـ ۶ مقایسه کنید) برای تأخیر زمانی $h > \tau$، سیستم، اینگونه توصیف می‌شود:

$$A(q) = q(q-1)$$
$$B(q) = (h-\tau)q + \tau = (h-\tau)(q+b) = (h-\tau)B'$$
$$C(q) = q(q+c)$$

که:

$$b = \frac{\tau}{h-\tau} \quad \text{و} \quad |c| < 1$$

www.powerjam.ir

وقتی که $\tau < \frac{h}{۲}$ باشد، سیستم کمینه فاز است ($|b| < ۱$). حال کنترلگرهای میانگین ـ متحرک از مرتبه‌های مختلف تحلیل می‌شوند (با قسمت ۴ ـ ۲ مقایسه کنید).

حالت اول ($d = ۱$)

راهبرد حداقل ـ واریانس از رابطهٔ ذیل به دست می‌آید:

$$AR + (h - \tau)B'S = B'C$$

با داشتن:

$$R(q) = q + b$$
$$S(q) = \frac{۱ + c}{h - \tau} q$$

تنها می‌توان به یک میانگین ـ متحرک مرتبهٔ صفر دست یافت. از آنجا که صفر فرایند حذف می‌شود، برای پایداری لازم است، سیستم، کمینه فاز باشد. در این حالت معادلهٔ مشخّصهٔ K در معادلهٔ (۶ ـ ۸۳) برابر است با:

$$(\lambda + ۱)\left(\lambda + \frac{۱}{۱ - bc}\right) = ۰$$

چون $|b|$ و $|C|$ هر دو از ۱ کمتر هستند، نتیجه می‌شود که مقادیر ویژهٔ K هر دو منفی‌اند.

حالت دوم ($d = ۲$)

چون B از مرتبهٔ اوّل و C از مرتبهٔ دوم است، امکانهای متعددی برای به دست آوردن خروجی، که فرایندی میانگین ـ متحرک باشد، وجود دارد. ترکیبات زیر به دست می‌آیند:

حالت	B^+	
۲ (الف)	$q + b$	حداقل ـ واریانس
۲ (ب)	$q + b$	مرده نَوِش
۲ (ج)	۱	میانگین ـ متحرک

برای بررسی نقاط تعادل، توجّه کنید که فقط زمانی حالتهای ۲ (الف) و ۲ (ب)، تعادل پایدار می‌دهند که $b < ۱$ (یعنی: $\tau < h/۲$).

حالت ۲ (الف) متناظر با کنترلگر حداقل ـ واریانس است. معادلهٔ مشخّصهٔ ماتریس K

www.powerjam.ir

عبارت است از:

$$\lambda^2 - \lambda\left(b + c + \frac{c}{1 - bc}\right) + \frac{bc}{1 - bc} = 0$$

چون b غیرمنفی است، نتیجه می‌شود که برای همهٔ cهای واقع در بازهٔ $(1, -1)$ ریشه‌های این معادله در نیم صفحهٔ راست و یا در $\lambda = 0$ واقع می‌شود. از این رو نقطهٔ تعادل، همیشه ناپایدار است.

در حالت ۲ (ب) معادلهٔ مشخّصهٔ ماتریس K، چنین است:

$$\frac{(1 + c^2)(1 - bc)^2 + c^4(1 - b^2)}{c(c - b)(1 - bc)}\lambda^2 + \frac{1 + c^2 - bc}{c}\lambda + 1 = 0$$

که اگر $b < c$ باشد، تمام ریشه‌های این معادله در نیم صفحه چپ قرار دارد.

در حالت ۲ (ج) (کنترل میانگین ـ متحرک) معادلهٔ مشخّصه، عبارت است از:

$$\lambda^2 + 2\lambda(b - c) + b(b - c) = 0$$

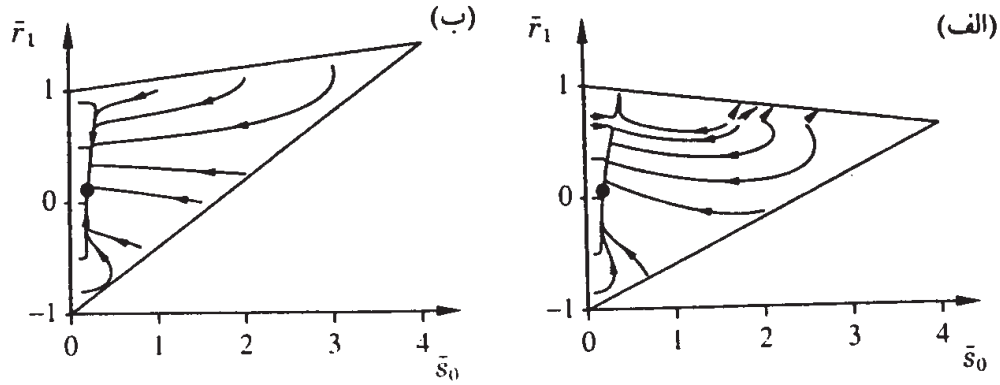
چون b، مثبت است، اگر $b > c$ باشد، ریشه‌های این معادله در نیم صفحهٔ چپ واقع می‌شود. دقّت کنید، حتّی اگر $\frac{h}{2} < \tau < h$ باشد (یعنی زمانی که فرایند تحت کنترل، ناکمینه فاز است)، که کنترلگر میانگین ـ متحرک، پایدار محلّی است.

در مجموع، متوجه می‌شویم که اگر $d = 1$ باشد، فقط یک نقطه تعادل وجود دارد که با کنترل حداقل ـ واریانس متناظر است. این نقطه تعادل فقط برای $\tau < h/2$، پایدار محلی است. وقتی که $d = 2$ باشد، سه نقطه تعادل وجود دارد که متناظر با حالات ۲ (الف)، ۲ (ب) و ۲ (ج) است. نقطه تعادل ۲ (الف) همواره پایدار است؛ ۲ (ب) اگر $b < c$ باشد و ۲ (ج) اگر $b > c$ باشد پایدار است.

مسیرهای فازِ ODE های مربوط به الگوریتم، برای حالات $d = 2$ و $c = -0/8$ در شکل ۶ ـ ۱۹ نشان داده شده است. وقتی $\tau = 0/4$، سه نقطهٔ تعادل وجود دارد: که متناظر است با حالتهای ۲ (الف)، که نقطه‌ای زینی[1] است، ۲ (ب)، نقطه کانونی ناپایدار[2] است، و ۲ (ج) که یک گره پایدار است. گره پایدار با کنترلگر میانگین ـ متحرک متناظر است. پارامترها برابرند با: $r_1 = 0/08$ و $s_0 = 0/20$. برای $\tau = 0/6$ تنها یک نقطهٔ تعادل وجود دارد، که متناظر با کنترلگر میانگین ـ متحرک با پارامترهای $r_1 = 0/12$ و $s_0 = 0/20$ است. در شکل ۶ ـ ۱۹ همینطور

1. Saddle
2. Unstable Focus

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۱۹. شبیه‌سازی ODE های تخمینهای پارامتر برای انتگرالگیر وقتی که $d = ۲$ و $c = -۰/۸$ باشد.(الف) $\tau = ۰/۴$؛ (ب) $\tau = ۰/۶$. مقادیر پارامتر متناظر با کنترلگر میانگین ـ متحرک با نقاط مشخص شده‌اند.

مشخّص شده که نقاط شروعی وجود دارد که با آنها الگوریتم همگرا نمی‌شود و تخمینها، به سمت مرزهای پایداری رانده می‌شود.

مثالها نشان می‌دهد که چگونه ممکن است از ODE مربوطه، هم برای تحلیل سیستم و هم حسّ کردن رفتار در مجاورت نقاط ایستان و دورتر از آنها استفاده کرد.

مثال ۶ ـ ۱۵ ناپایداری محلّی یک STR حداقل ـ واریانس

فرایند توصیف شدهٔ ذیل را در نظر بگیرید:

$$y(t) - ۱/۶\,y(t-۱) - ۰/۷۵\,y(t-۲) = u(t-۱) + u(t-۲) + ۰/۹\,u(t-۳) + e(t) + ۱/۵\,e(t-۱) + ۰/۷۵\,e(t-۲)$$

صفرهای چند جمله‌ای B عبارت است از:

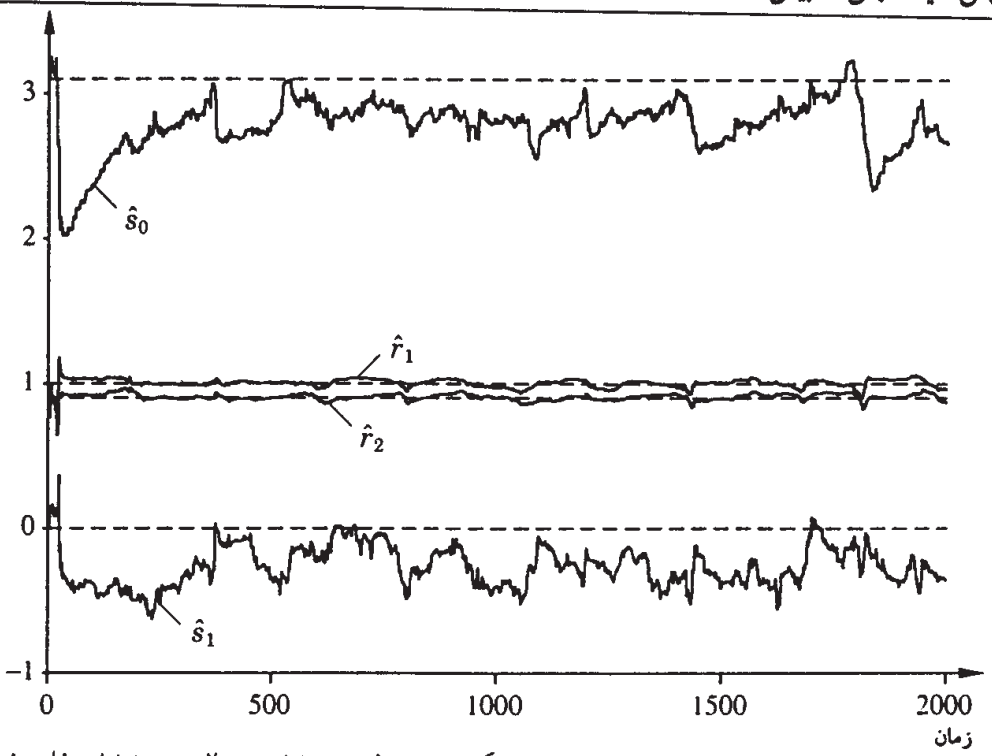
$$z_{۱,۲} = -۰/۵۰ \pm ۰/۸۱\,i$$

همچنین:

$$C(z_{۱,۲}) = -۰/۴۰ \pm ۰/۴۰\,i$$

پس قسمت حقیقی C در صفرهای B منفی است. از این، نتیجه می‌گیریم که پارامترهای متناظر با کنترل حداقل ـ واریانس نقطهٔ تعادل ناپایداری را برای ODE ها پدید می‌آورد. علاوه بر این، از قضیهٔ ۴ ـ ۲ نتیجه می‌شود که این مقادیر پارامترها، تنها نقطهٔ تعادل ممکن برای پارامترها هستند. بحث بدون اثبات دقیق زیر نشان می‌دهد که تخمینها محدودند: اگر پارامترها چنان باشند که سیستم حلقه ـ بسته ناپایدار باشد، ورودیها و خروجیها به قدری بزرگ خواهند بود که

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۲۰. تخمینهای پارامتر وقتی از یک کنترلگر خودتنظیم در فرایند مثال ۶ ـ ۱۵ استفاده شود. خط چینها متناظر با کنترلگر حداقل ـ واریانس بهینه است.

جمله‌های اتّفاقی مُدل را تحت تسلّط قرار می‌دهند. در این صورت تخمینها به سرعت به مقادیری میل می‌کنند که متناظر با یک کنترلگر مرده نوش برای سیستم، است که سیستم حلقه ـ بستهٔ پایداری را نتیجه می‌دهد. این بحث را می‌توان به طور دقیق مطرح کرد (جانسون[1] (۱۹۸۸) را ببینید). پس تخمینها بدون اینکه به نقطهٔ خاصی همگرا شوند، در یک سطح محدود تغییر می‌کنند. شکل ۶ ـ ۲۰ تخمینهای پارامتر را برای یک رگولاتور خودتنظیمِ مستقیم با استفاده از ساختار کنترلی زیر نشان می‌دهد:

$$u(t) = -\frac{\hat{s}_0 + \hat{s}_1 q^{-1}}{1 + \hat{f}_1 q^{-1} + \hat{f}_2 q^{-2}} y(t)$$

شبیه‌سازی با مقادیری که با کنترلگر حداقل ـ واریانس متناظرند آغاز می‌شود. شبیه‌سازی با استفاده از RLS با ضریب فراموشیِ $\lambda = 0/98$ انجام می‌گیرد. شکل ۶ ـ ۲۰، نشان می‌دهد که تخمینها سعی می‌کنند به مقادیر بهینه دست یابند امّا به محض نزدیک شدن، دفع می‌شوند. همچنین توجه کنید که رفتار نشان داده شده در این شکل، مشابه شکل ۶ ـ ۳ است. مثال نشان می‌دهد که یک سیستم کمینه فاز وجود دارد که در آن پارامترهای متناظر با کنترلگر حداقل ـ

1. Johnsson

www.powerjam.ir

واریانس، تعادلی پایدار برای الگوریتم خود تنظیم نیست. این مثال خاص، در واقع به تلاش تحقیقاتی وسیعی در پایداری خود تنظیم‌گرهای اتفاقی انجامید.

۶ـ۹ کنترلگرهای تطبیقی مقاوم

در قسمتهای قبل نشان دادیم که هم کنترلگرهای تطبیقی زمان ـ پیوسته و هم زمان ـ گسسته در حالات ایدئال بخوبی عمل می‌کنند. برای خود تنظیم‌گرهای زمان ـ گسسته، برای اثبات همگرایی و پایداری فرضیات A_1 تا A_4 در قضیهٔ ۶ ـ ۷ لازمند. مثالها نشان می‌دهند که الگوریتم MRAS معادلات (۶ ـ ۵۷) قادر به مقابله با دینامیکهای مدل نشده و اغتشاشها نیست. بینشهای به دست آمده از تحلیل نیز اصلاحات مختلفی را در الگوریتمها پیشنهاد می‌کند. در این قسمت راههای مختلف بهبود خواص قوام توضیح داده می‌شوند.

اوّلین و واضحترین مشاهده آن است که باید ساختار اساسی کنترلگر مناسب باشد. یک پسخور تناسبی خالص، مناسب نیست، زیرا برای حفظ قوام لازم است بهرهٔ کنترلگر در فرکانسهای بالا کاهش یابد. توجّه کنید که یک قانون کنترل دیجیتال با پیش فیلترسازی مناسب، کاهش بهره بسیار مؤثّری را در فرکانسهای بالاتر از فرکانس نایکویسیت مرتبط با نمونه‌برداری نتیجه می‌دهد. لیکن هرگونه فیلترسازی به این روش نیاز به اطلاعات قبلی دینامیکهای مدل نشده دارد.

همچنین مثالها نشان می‌دهند که قضیهٔ ۶ – ۷ هرچند از نظر نظری بسیار حائز اهمیت است، دارای ارزش عملی محدودی است. واضح است، در حالتی که فرض A_2 برآورده نشود، این قضیه برقرار نخواهد بود. این فرض در یک حالت عملی که در آن همواره دینامیکهای مدل نشده وجود داشته باشند، برقرار نخواهد بود. همچنین صرف‌نظرکردن از اغتشاشها، واقع بینانه نیست. این موضوع، این امکان را مطرح می‌کند که پایداری فراگیر، فقط تحت فرضیات غیرواقعی قابل برقراری است.

قضیهٔ ۶ ـ ۷ همچنین راهنماییهای ضعیفی نسبت به انتخاب پیچیدگی کنترلگر ارائه می‌دهد. برای برقرارشدن فرض A_2 منطقی به نظر می‌رسد که پیچیدگی کنترلگر را افزایش دهیم. لیکن این کار برای برقرارماندن پایایی تحریک، ملزومات اضافی را بر سیگنال ورودی تحمیل می‌کند.

تصویرها، نشتی و نواحی مرده

بررسی نقاط تعادل بر اساس نظریهٔ میانگین‌گیری نشان می‌دهد که این نقاط به نحو پیچیده‌ای، به دینامیکهای مدل نشده و طبیعت سیگنال فرمان بستگی دارند. در عین حال بعضی

www.powerjam.ir

نتیجه گیرهای کُلّی را می توان انجام داد. اگر سیگنال فرمان، تحریک‌کنندهٔ پایا از مرتبه‌ای نباشد که متناظر با تعداد پارامترهای به هنگام شده است، در حالت کلّی، مجموعهٔ نقاط تعادل به جای یک نقطه، یک چند لایه است. برای سیستمهایی که از نظر پارامترها خطی‌اند، مجموعهٔ نقاط تعادل در حقیقت یک مجموعهٔ مستوی[1] است، بدین معنی که ممکن است بهره‌های کنترلگر در بعضی از نقاط بسیار بزرگ باشد و ممکن است مقدار ناچیزی از نویز اندازه‌گیری یا اغتشاشهای دیگر، باعث از بین رفتن نقطهٔ تعادل گشته، رانش در پارامترها را نتیجه دهد.

نظریّات متعددی برای اصلاح الگوریتمهای تطبیقی برای پیشگیری از دشواری، پیشنهاد شده است. یک مورد ممکن، آن است که الگوریتم به نحوی اصلاح گردد که پارامترها روی یک مجموعهٔ ثابت و معلوم تصویر شوند. گرچه لازمهٔ این کار آن است که اطّلاعات قبلیِ مناسبی موجود باشد. برای نمونه، در مثال ۶ ـ ۱۱ کافی است پارامترها روی یک مجموعه به نحوی تصویر شود که: $۰ \leqslant \hat{\theta} \leqslant ۱۷$. یک روش آسان برای بدست آوردن یک کنترلگر با بهرهٔ محدود آن است که مسیری را به موازات فرایند با بهرهٔ ρ فراهم کنیم. فرض کنید G_r تابع انتقال کنترلگر باشد، بنابراین آرایش سیستم با مسیر موازی، معادل است با استفاده از کنترلگری با تابع انتقال ذیل:

$$G'_r = \frac{G_r}{۱ + \rho G_r}$$

واضح است که وقتی G_r بهرهٔ زیادی دارد، تابع فوق با $\frac{۱}{\rho}$، محدود می‌شود.

در قسمت ۵ ـ ۳ نشان دادیم که نرمالیزه‌کردن در تخمینگر (۶ ـ ۲) برای اثبات خواصّ الگوریتمها مهم است. هنگام استفاده از روشهای حداقل ـ مربّعات، نرمالیزه‌کردن به طور خودکار انجام می‌شود. یک اصلاح دیگر تغییر بهنگام کردن پارامتر در معادلهٔ (۶ ـ ۲) به صورت زیر است:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \gamma \frac{\varphi e}{\alpha + \varphi^T \varphi} + \alpha_۱ (\theta^* - \hat{\theta}) \qquad (۸۴ ـ ۶)$$

که θ^* تخمینی قبلی از پارامترها و $\alpha_۱ > ۰$ نیز مقدار ثابت مناسبی است.

جملهٔ اضافه شده $\alpha_۱ (\theta^* - \hat{\theta})$، که گاهی نشتی[2] نامیده می‌شود. برای حصول اطمینان از حرکت تخمینهای دور از θ^* به سمت آن، به کار گرفته شده است. امّا این اصلاح، نقطهٔ تعادل را تغییر خواهد داد. همچنین برای انتخاب θ^* و $\alpha_۱$ لازم است دانش قبلی داشته باشیم.

1. Affine Set 2. Leakage

www.powerjam.ir

برای پیشگیری از مسألهٔ انتقال در نقاط تعادل، اصلاح ذیل پیشنهاد شده است:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \gamma \frac{\varphi e}{\alpha + \varphi^T \varphi} + \alpha_1 |e| (\theta^* - \hat{\theta}) \qquad (۸۵ - ۶)$$

راه سوم پیشگیری از بروز دشواری آن است که اگر سیگنال ورودی مناسب نیست، تخمین پارامتر قطع شود. روشهای گوناگونی برای تعیین زمان قطع تخمینها وجود دارد. یک راه ساده آن است که فقط وقتی خطا بزرگ است به هنگام سازی انجام گیرد، یعنی یک ناحیهٔ مرده در تخمینگر تعریف شود. چنین روشی ذیلاً توضیح داده می‌شود. در عین حال برای انتخاب ناحیهٔ مرده، داشتن آگاهی قبلی ضروری است.

پیشنهاد شده است که پهنای ناحیهٔ مرده به صورت تطبیقی تغییر داده شود. استفاده از یک خط مشی بر اساس تحریک پایا مناسبتر به نظر می‌رسد. یک جایگزین برای قطع تخمین، آن است که برای اطمینان از مقدار مناسب تحریک، از سیگنالهای آشفتگی عمدی استفاده شود.

فیلتر کردن و مونیتورکردن تحریک

از دیدگاه شناسایی سیستم، مسألهٔ دینامیکهای مُدل نشده را می‌توان به شکل زیر تعبیر کرد: هنگامی که مُدل مرتبه پایینی به سیستمی با دینامیک پیچیده برازانده می‌شود، نتایج آن به نحو حساسی به محتوی فرکانسی سیگنال ورودی وابسته است. لذا باید جانب احتیاط رعایت شود. تا مطمئّن شویم که محتویات فرکانسی سیگنال ورودی در ناحیه‌ای از فرکانس تمرکز یافته که انتظار داریم در آنجا مُدل ساده، به خوبی بر آن برازانده شود. این موضوع نشانگر آن است که سیگنالها باید قبل از ورود به تخمینگر پارامتر یا ورود به قانون بهنگام‌سازی پارامتر، فیلتر شوند. هرچند، فیلترکردن به تنهایی کفایت نمی‌کند، زیرا ممکن است اتفاقاً سیگنال ورودی فقط حامل فرکانسهایی خارج از محدودهٔ فرکانسی مفید باشد. (یک مورد نوعی، سیستم مثال ۶ ـ ۱۲ با: $u_c(t) = \sin(۱۶/۰۹ t)$ است.) در اینگونه موارد، فیلترکردن به هیچ وجه کارساز نیست. از این رو فقط دو راه باقی می‌ماند: قطع کردن تخمین یا استفاده از سیگنالهای آشفتگی عمدی.

آثار اغتشاشها

در قسمت ۶ ـ ۶ ملاحظه شد بر اثر اغتشاش، قوام سیستمهای MRAS از بین می‌رود. مسائل مشابه با این موضوع را می‌توان در مورد سیستمهای زمان ـ گسسته نیز بررسی کرد. در قسمت ۶ ـ ۵ رگولاتورهای خودتنظیم مستقیم در حالت ایدئالی توضیح داده شده که هیچ اغتشاشی وجود نداشت، امّا نتایج آن برای پوشش دادن به اغتشاش در جهتهای مختلف قابل

www.powerjam.ir

تعمیم است. حالتی را در نظر بگیرید که در آن فرایند با مدل زیر توصیف می‌شود:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + v(t) \qquad (۸۶-۶)$$

که در آن، v اغتشاش کراندار است. برای تبیین آنچه اتفاق می‌افتد، ابتدا مثال ذیل را در نظر بگیرید. (اِگارت (۱۹۷۹) را ببینید.)

مثال ۶ ـ ۱۶ اغتشاشهای کراندار

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t+۱) + ay(t) = u(t) + v(t+۱)$$

از یک قانون کنترل تطبیقی با $A_۰^* = A_m^* = ۱$ استفاده کنید. (بنابراین پاسخ مطلوب برابر با $y_m(t+۱) = u_c(t)$ است.) قانون کنترل عبارت است از:

$$u(t) = -\hat{\theta}(t)y(t) + u_c(t)$$

که:

$$\hat{\theta}(t+۱) = \hat{\theta}(t) + \frac{y(t)}{۱ + y^۲(t)}e(t+۱)$$

$$e(t+۱) = y(t+۱) - \hat{\theta}y(t) - u(t)$$

$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta^۰$ را با شرط $\theta^۰ = -a$ تعریف می‌کنیم. سیستم حلقه ـ بسته، با این معادلات توصیف می‌شود:

$$\tilde{\theta}(t+۱) = \frac{۱}{۱ + y^۲(t)}\tilde{\theta}(t) + \frac{y(t)v(t+۱)}{۱ + y^۲(t)}$$

$$y(t+۱) = -\tilde{\theta}(t)y(t) + u_c(t) + v(t+۱) \qquad (۸۷-۶)$$

اینک برای نشان دادن این موضوع که ممکن است $y(t)$ بیکران شود باید اغتشاش v و سیگنال فرمان u_c را به نحوی بیابیم که خطای پارامتر به بینهایت برود. فرض کنید شرایط اولیه طوری انتخاب شده که $\tilde{\theta}(۱) = ۰$ و $y(۱) = ۱$ باشد. در این صورت برای یک T ی بزرگ، $f(t)$ را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$f(t) \triangleq \left(\sqrt{t(t-۱)} - (t-۱)\right)\left(۱ + \frac{۱}{t-۱}\right), t = ۲, ۳, \ldots T-۵$$

www.powerjam.ir

اغتشاش زیر را انتخاب کنید:

$$v(t) = ۱ - \frac{۱}{\sqrt{t-۱}} + f(t), t = ۲, ۳, ..., T - ۵$$

و سیگنال فرمان ذیل را در نظر بگیرید:

$$u_c(t-۱) = \frac{۱}{\sqrt{t}} - f(t),\ t = ۲, ۳, ..., T - ۵$$

سیگنالهای v و u_c کراندارند. با محاسبهٔ ساده نتیجه می‌شود:

$$\tilde{\theta}(t) = \sqrt{t} - ۱$$

$$y(t) = \frac{۱}{\sqrt{t}}$$

برای $t = ۱, ..., T - ۵$. علاوه بر این، اگر داشته باشیم:

$$v(t) = ۰ \quad , \quad t = T-۴, ..., T$$

$$u_c(t-۱) = \begin{cases} ۰, & t = T-۴ \\ ۱, & t = T-۳, ..., T \end{cases}$$

می‌توان اثبات کرد که برای T‌های بزرگ، $\tilde{\theta}(t)$ و $y(t)$، طبق جدول زیر تقریب زده می‌شوند:

t	$\tilde{\theta}(t)$	$y(t)$
$T-۴$	$\sqrt{T}$	-۱
$T-۳$	$\frac{\sqrt{T}}{۲}$	$\sqrt{T}$
$T-۲$	$\frac{۱}{۲\sqrt{T}}$	$-\frac{T}{۲}$
$T-۱$	$\frac{۱}{\sqrt{T}\ T^{۲}}$	$\frac{\sqrt{T}}{۴}$
T	$\frac{۱۶}{\sqrt{T}\ T^{۳}}$	۱

www.powerjam.ir

اکنون $v(T+1)$ و $u_c(T)$ را طوری انتخاب کنید که $\tilde{\theta}(T+1)=0$ و $y(T+1)=1$ باشد. در این صورت بردار حالت معادلات (۶ ـ ۸۷) برابر با حالت اولیه خواهد بود. با تکرار مراحل، برای Tهای در حال افزایش، زیر دنباله $y(t)$ با نرخ $\frac{T}{2}-$ رشد می‌کند و در نتیجه نامحدود خواهد بود.

مثال ۶ ـ ۱۶ نشان می‌دهد که حتّی اگر اغتشاش، کراندار فرض شود، ممکن است الگوریتم، رفتار بدی داشته باشد. قوام در برابر اغتشاشهای کراندار را می‌توان با استفاده از قضیهٔ بهنگام کردن شرطی ذیل، بررسی کرد.

قضیهٔ ۶ ـ ۸ بهنگام‌سازی شرطی

فرایند معادلهٔ (۶ ـ ۸۶) را در نظر بگیرید که در آن v اغتشاشی کراندار به صورت زیر است:

$$\sup_t \left| \frac{R}{A_0 A_m B} v \right| \leqslant C_1$$

و جایی که R یک چند جمله‌ای در قانون پسخور و C_1 مقداری ثابت است. فرض کنید که از الگوریتم تطبیقی مستقیم معادلات (۶ ـ ۴۱) و (۶ ـ ۴۲) با اصلاحاتی بدین شکل استفاده کرده‌ایم که تنها زمانی پارامترها بهنگام می‌شوند که خطای تخمین، طبق رابطه ذیل باشد:

$$|e| \geqslant \frac{2C_1}{2 - \max\left(\frac{b_0}{r_0}, 1\right)}$$

در نظر بگیرید فرضیات A_1 تا A_4 برقرار است و فرض کنید $0 < b_0 < 2r_0$. در این صورت ورودیها و خروجیهای سیستم حلقه ـ بسته، کراندار هستند. □

اثبات این قضیه را می‌توان در اگارت (۱۹۷۹) و گودوین و سین (۱۹۸۴) یافت. اصلاح الگوریتم، با عنوان *بهنگام سازی شرطی*[1] یا معرفی یک *ناحیهٔ مرده در تخمینگر*[2] شناخته می‌شود.

البتّه نتیجهٔ مزبور، ارزش کاربردیِ محدودی دارد چرا که نیاز به کران بالایی برای اغتشاش دارد که در آغاز کار، معلوم نیست. همینطور، کرانِ فوق بستگی به میزان $\frac{b_0}{r_0} = \frac{b_0}{\hat{b}_0}$ دارد که b_0 بهرهٔ لحظه‌ای است؛ در نتیجه تخمین این بهره ضروری است. اگر $A_0 = A_m = 1$ و $\frac{b_0}{r_0} = 1$

1. Conditional Updating
2. Inrtoduction of a Dead Zone in the Estimator

www.powerjam.ir

باشد، خواهیم داشت: $R = B$ و شرط بهنگام‌سازی به رابطه ذیل تبدیل خواهد شد.

$$|e(t)| \geqslant ۲ \sup |v(t)|$$

این موضوع بدین معنی است که وقتی خطای تخمین دوبرابر، بزرگتر از بیشینهٔ دامنهٔ نویز می‌شود، تخمین بهنگام خواهد شد.

اصلاح دیگری در الگوریتم نیز به سیگنالهای کراندار منتهی می‌شود. این اصلاح بدین ترتیب است که اگر دامنهٔ تخمینها کوچکتر از یک حدّ معلوم، باشد، از قانون بهنگام‌سازی معادلهٔ (۶ ـ ۴۱) استفاده می‌شود، لیکن اگر معادلهٔ (۶ ـ ۴۱) تخمینها را خارج از حدود بذهد، آنگاه تخمینها به مجموعه‌ای کراندار تصویر می‌شود. برای دانستن جزئیات، به قضیهٔ ۴ ـ ۴ و اِگاردت (۱۹۷۹) رجوع شود. البتّه در این روش لازم است کرانهای پارامترها *از قبل* معلوم باشد.

نرمالیزه کردن سیگنال

در فصل یازدهم، بسیاری از اصلاحات الگوریتم تطبیقی به طور مفصّل مطرح خواهد شد؛ بنابراین تنها نکات کلّی در این قسمت ارائه می‌شود. توجه کنید که قضیهٔ ۶ ـ ۸ شرایط پایداری را برای کنترل تطبیقی اعمال شده به مدل (۶ ـ ۸۶) در حالت کراندار بودن v به دست می‌دهد. البته دینامیکهای مدل نشده با معادلهٔ (۶ ـ ۸۶) قابل مدل شدن هستند، امّا از آنجا که v به ورودیها و خروجیها وابسته است، معمولاً کراندار نخواهد بود. با معرفی سیگنال به صورت:

$$Cr(t) = \max(|u(t)|, |y(t)|)$$

که در آن C فیلتری پایدار است و با معرفی سیگنالهای نرمالیزه شدهٔ:

$$\tilde{y} = \frac{y}{r} \quad , \quad \tilde{u} = \frac{u}{r} \quad , \quad \tilde{v} = \frac{v}{r}$$

مدل معادلهٔ (۶ ـ ۸۶) با معادلهٔ زیر جایگزین می‌شود:

$$A\tilde{y} = B\tilde{u} + \tilde{v}$$

که حالا $\tilde{v}$ کراندار است. با استمداد از قضیه ۶ ـ ۸ می‌توان نشان داد کنترل تطبیقی با ناحیهٔ مرده یا دارای پارامترهای تصویر شده، سیستمی را با سیگنالهای کراندار نتیجه می‌دهد. جزئیات توجیه مسأله پیچیده است.

www.powerjam.ir

فرض کمینه فاز بودن

در قضیهٔ ۶ ـ ۷ و برای سیستم MRAS لازم است فرایند کمینه فاز باشد. این فرض برای آن لازم است که بتوان از کراندار بودن خروجی، کراندار بودن ورودی را نتیجه گرفت. اگر فرایند، کمینه فاز نباشد، نمی‌توان از کنترلگر حداقل ـ واریانسی، که صفرهای فرایند حلقه ـ بسته را حذف می‌کند، استفاده کرد. در عوض، می‌توان از خود تنظیم‌گر LQG یا کنترلگر میانگین ـ متحرک با افق پیش‌بینیِ افزایش یافته، استفاده کرد.

باید توجه کرد که حتی اگر سیستمِ زمان ـ پیوسته نمونه‌برداری شده کمینه فاز باشد، سیستمهای با داده‌های نمونه‌برداری شده، به دلیل وجود «صفرهای نمونه‌برداری»، کمینه فاز نیست. این صفرها در قضیهٔ زیر داده شده است:

قضیهٔ ۶ ـ ۹ صفرهای دادهٔ ـ نمونه‌برداری شدهٔ حدّی[1]

فرض کنید G تابع گویایی به شکل ذیل:

$$G(s) = K\frac{(s - z_1)(s - z_2)\dots(s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\dots(s - p_n)} \qquad (۸۸ ـ ۶)$$

و $H(z)$ تابع انتقال پالس متناظر با آن باشد. علاوه بر این فرض کنید $m < n$ باشد. در این صورت وقتی دوره نمونه‌برداری $h \to 0$ برود m صفر از H به شکل $\exp(z_i h)$ به سمت ۱ می‌رود، و باقیماندهٔ صفرهای H، یعنی $n - m - 1$ به سمت صفرهای $B_{n-m}(z)$ می‌روند، که $B_k(z)$ چند جمله‌ایِ ذیل است:

$$B_k(z) = b_1^k z^{k-1} + b_2^k z^{k-2} + \dots + b_k^k \qquad (۸۹ ـ ۶)$$

و:

$$b_i^k = \sum_{l=1}^{i} (-1)^{i-l} l^k \begin{bmatrix} k+1 \\ i-l \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, k \qquad (۹۰ ـ ۶)$$

اوّلین چند جمله‌ایهای B_k عبارت است از:

$$B_1(z) = 1$$

$$B_2(z) = z + 1$$

$$B_3(z) = z^2 + 4z + 1$$

1. Limiting Sampled - Data Zeros

www.powerjam.ir

این قضیّه، در آستروم و همکاران (۱۹۸۴) اثبات شده است و بیانگر این موضوع است که نمی‌توان از آن دسته از روشهای مستقیم کنترل تطبیقی، که نیازمند فرایندی کمینه فاز هستند، با دورهٔ نمونه‌برداریِ خیلی کوتاه استفاده کرد. زمانی که نمونه‌برداریِ خیلی سریع، لازم باشد، آنگاه ممکن است یک سیستم پیوسته برتری داشته باشد. امکان دیگر، توصیف سیستم با استفاده از عملگر *دلتا* طبق تعریف ذیل است:

$$\delta = \frac{q - ۱}{h}$$

یا با استفاده از عملگر *تاستین*[1]:

$$\Delta = \frac{۱}{۲h}\frac{q - ۱}{q + ۱}$$

نتیجهٔ کار، پارامترلیزه کردن‌هایی با تفکیک بهتر در $q = ۱$ خواهد بود. عملگر δ، توصیفی معادلِ توصیف عملگر q به دست می‌دهد. مزیت این تبدیل در آن است که توصیف عملگر δ دارای خواص عددی بهتری در نمونه‌برداری سریع است. تمام قطبهای به شکل عملگر q اطراف نقطهٔ $q = ۱$ متمرکز می‌شوند. این، باعث حساسیت عددی می‌شود. برای عملگر δ می‌توان نشان داد که مقدار حدّی:

$$\lim_{h \to ۰} \frac{B_h(\delta)}{A_h(\delta)} = \frac{B_۰(\delta)}{A_۰(\delta)}$$

به گونه‌ای است که ضرایب در $B_۰$ و $A_۰$ همان ضرایب تابع انتقال زمان ـ پیوسته اند؛ در نتیجه اگر دورهٔ نمونه‌برداری به اندازهٔ کافی کوتاه باشد، ساختار تابع انتقال در عملگر δ الزاماً همانند تابع انتقال زمان ـ پیوسته است.

بهرهٔ فرکانس ـ بالا

برای فرایندی که هیچ صفری در نیم صفحهٔ راست ندارد، الگوریتم زمان ـ گسستهٔ مستقیم استاندارد بر اساس مدل زیر است:

$$A_۰^* A_m^* y(t + d) = b_۰ (R^* u(t) + S^* y(t))$$

که $b_۰$ ضریب اوّلین جملهٔ حذف نشدنی در چند جمله‌ایِ B است. با مقداری مسامحهٔ زبانی، این

1. Tustin's Operator

www.powerjam.ir

ضریب، بهرهٔ فرکانس ـ بالا نامیده می‌شود، زیرا اوّلین ضریبِ حذف نشدنیِ پاسخ ضربه است. برای سیستمهای زمان ـ پیوسته تابع انتقال فرایند، تقریباً با $G(s) = b_0 s^{-dh}$ برابر است. در قضیهٔ ۶ ـ ۷ لازم بود که علامت ضریب b_0 معلوم باشد. راههای گوناگونی برای برخورد با پارامتر b_0 وجود دارد. این ضریب می‌تواند درون R و S جذب گشته، تخمین زده شود. در این صورت چند جمله‌ای R به شکل زیر خواهد بود:

$$R(q) = r_0 q^K + r_1 q^{K-1} + \ldots + r_k$$

مشکل این روش آن است که باید یک حفاظ ایمنی برای اجتناب از زیاد کوچک‌شدن تخمین r_0 در نظر گرفت. روش دیگر آن است که تخمین ثابت و خامی از b_0 تعریف شود. تحلیل زیر نشان می‌دهد که با انجام این روش، چه اتّفاقی می‌افتد. فرض کنید سیستم واقعی اینگونه باشد:

$$y(t+1) = b_0 \left(u(t) + \psi^T(t)\,\theta^*\right)$$

و فرض کنید مُدل عبارت باشد از:

$$y(t+1) = r_0 \left(u(t) + \psi^T(t)\theta\right) = r_0\, u(t) + \varphi^T(t)\theta$$

با سیگنال فرمان صفر، قانون کنترل برابر می‌شود با:

$$u(t) = -\psi^T(t)\hat{\theta}(t)$$

و معادلهٔ بهنگام‌کردن پارامتر عبارت است از:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + P(t+1)\varphi(t)e(t+1)$$

که:

$$\begin{aligned} e(t+1) &= y(t+1) = b_0\, u(t) + b_0\, \psi^T(t)\theta^* \\ &= -b_0\, \psi^T(t)\left(\hat{\theta}(t) - \theta^*\right) = -\frac{b_0}{r_0}\varphi^T(t)\left(\hat{\theta}(t) - \theta^*\right) \end{aligned}$$

پس خطای تخمین، طبق رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$\tilde{\theta}(t+1) = \left(I - \frac{b_0}{r_0} P(t+1)\varphi(t)\varphi^T(t)\right)\tilde{\theta}(t)$$

با الگوریتم تصویرگر خالص داریم:

$$P(t+1) = \frac{1}{\varphi^T(t)\varphi(t)}$$

www.powerjam.ir

در این حالت، ماتریس درون پرانتزهای بزرگ فوق دارای یک مقدار ویژه برابر با $(1 - \frac{b_0}{r_0})$ و مابقی برابر ۱ خواهد بود. حال با بهنگام کردن حداقل مربعات، معادلات میانگین گرفته برای $\tilde{\theta}$ خواهد شد:

$$\tilde{\theta}(t+1) = \left(1 - \frac{b_0}{r_0}\right)\tilde{\theta}(t)$$

از این رو، برای پایدارماندن لازم است:

$$0 < \frac{b_0}{r_0} < 2$$

اگر الگوریتم با r_0 ثابت مورد استفاده قرار گیرد، راحتر آن است که r_0 در داخل مقیاس سیگنالها جذب شود. این موضوع با جزئیات بیشتر در فصل یازدهم مطرح خواهد شد. وقتی پارامتر b_0 تخمین زده شود، می‌توان با آن همانند پارامترهای دیگر رفتار کرد. هرچند به علت ساختار خاصِ مُدل، استفاده از الگوریتمهای خاصّ، مانند آنهایی که در بخش ۵ ـ ۸ مطرح شد، مفید است.

پایدارسازهای جهانشمول[1]

دستهٔ جالبی از الگوریتمهای تطبیقی هنگام بررسی این موضوع کشف شد که آیا فرض A_4 لازم است یا خیر؟ سؤال زیر مطرح شد. سیستم اسکالر زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{dy}{dt} = ay + bu \qquad (۹۱ - ۶)$$

که a و b ثابتند. مسأله این است آیا قانون پسخوری به شکل زیر وجود دارد:

$$u = f(\hat{\theta}, y)$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = g(\hat{\theta}, y) \qquad (۹۲ - ۶)$$

که سیستم را برای همهٔ مقادیر a و b پایدار سازد؟ مورس[2] (۱۹۸۳) پیشنهاد کرد هیچ f و g گویایی وجود ندارد که مسأله را حلّ کند. ظنّ مورس را ناسبام[3] (۱۹۸۳) اثبات کرد که به نتیجهٔ زیر منجر شد:

1. Universal Stabilizers 2. Morse 3. Nussbaum

www.powerjam.ir

قضیهٔ ۶ ـ ۱۰ پایدارساز جهانشمول

قانون کنترل معادلهٔ (۶ ـ ۹۲) با:

$$\begin{aligned} f(\hat{\theta}, y) &= y\,\hat{\theta}^{2}\cos\hat{\theta} \\ g(\hat{\theta}, y) &= y^{2} \end{aligned} \qquad (۶ ـ ۹۳)$$

و $\hat{\theta}(0) = 0$، معادلهٔ (۶ ـ ۹۱) را پایدار می‌سازد.

برهان: سیستم حلقه ـ بسته، با روابط ذیل توصیف می‌شود:

$$\frac{dy}{dt} = ay + by\,\hat{\theta}^{2}\cos\hat{\theta}$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = y^{2}$$

چون $\hat{\theta}(0) = 0$، و $\frac{d\hat{\theta}}{dt} \geq 0$ است، نتیجه می‌گیریم که $\hat{\theta}(t)$ غیرمنفی و غیر کاهشی است. همچنین کراندار است که به روش برهان خلف، نشان داده می‌شود. از این رو فرض کنید $\lim_{t\to\infty} \hat{\theta}(t) = \infty$. با ضرب معادلهٔ دیفرانسیل مربوط به y در y نتیجه می‌شود:

$$y\frac{dy}{dt} = ay^{2} + by^{2}\,\hat{\theta}^{2}\cos\hat{\theta} = a\frac{d\hat{\theta}}{dt} + b\hat{\theta}^{2}\cos\hat{\theta}\frac{d\hat{\theta}}{dt}$$

از انتگرال‌گیری نسبت به زمان به دست می‌آید:

$$y^{2}(t) = y^{2}(0) + 2a\hat{\theta}(t) + 2b\int_{0}^{\hat{\theta}(t)} x^{2}\cos x\,dx$$

از این رو:

$$\frac{y^{2}(t)}{\hat{\theta}(t)} = \frac{y^{2}(0)}{\hat{\theta}(t)} + 2a + \frac{2b}{\hat{\theta}(t)}\int_{0}^{\hat{\theta}(t)} x^{2}\cos x\,dx$$

امّا

$$\frac{1}{\hat{\theta}}\int_{0}^{\hat{\theta}} x^{2}\cos x\,dx = \hat{\theta}\sin\hat{\theta} + 2\cos\hat{\theta} - \frac{2}{\hat{\theta}}\sin\hat{\theta}$$

پس:

$$\lim_{t\to\infty}\inf\frac{1}{\hat{\theta}}\int_{0}^{\theta} x^{2}\cos x\,dx = -\infty$$

www.powerjam.ir

و در نتیجه:

$$\lim_{\hat{\theta}\to\infty} \inf \frac{y^2(t)}{\hat{\theta}(t)} = -\infty$$

که یک تناقض است، چون $\frac{y^2}{\hat{\theta}}$ نامنفی است. پس، نتیجه می‌شود:

$$\lim_{t\to\infty} \hat{\theta}(t) = \theta^* < \infty$$

با انتگرال‌گیری معادلهٔ مربوط به $\hat{\theta}$، داریم:

$$\hat{\theta}(t) = \int_0^t y^2(t)\,dt$$

پس نتیجه می‌شود:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$$

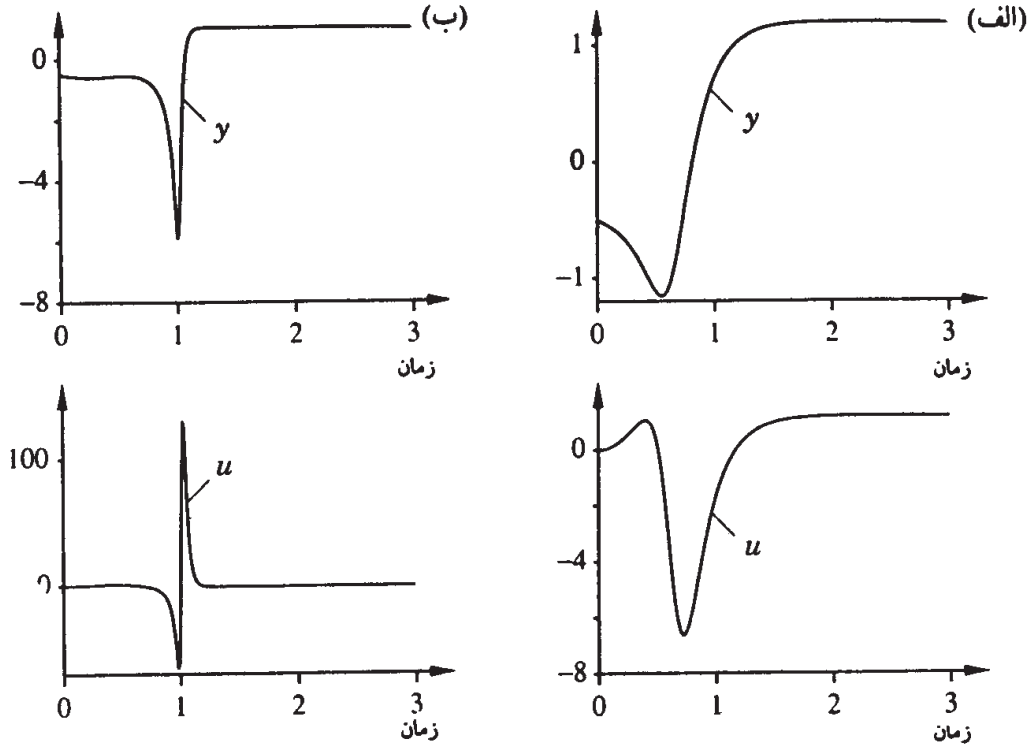
رفتار یک پایدارساز جهانشمول در شکل ۶ ـ ۲۱ نشان داده شده است. در این شبیه‌سازی از یک مقدار مرجع استفاده شده و آنگاه قانون کنترل به‌صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\begin{aligned} f(\hat{\theta}, y) &= (u_c - y)\hat{\theta}\cos\hat{\theta} \\ g(\hat{\theta}, y) &= (u_c - y)^2 \end{aligned} \qquad (۹۴ ـ ۶)$$

دقت کنید قانون کنترل معادلات (۶ ـ ۹۴) را می‌توان به عنوان پسخور تناسبی با بهرهٔ $k = \hat{\theta}^2\cos\hat{\theta}$ تلقّی کرد. رفتار قانون کنترل را نیز می‌تواند اینگونه تعبیرکرد: همهٔ بهره‌های کنترلگر ممکن را جارو کرده، هنگامی که یک بهرهٔ پایدارساز یافته شد، توقّف کنید. تابع g را می‌توان به عنوان نرخ تغییر بهرهٔ جارو در نظر گرفت. این نرخ برای خطاهای بزرگ، بزرگ و برای خطاهای کوچک کوچک است. شکل تابع $\cos\hat{\theta}$ ما را مطمئن می‌سازد که بهره‌ها می‌توانند هم مثبت و هم منفی شوند. پایدارسازهای جهانشمول ممکن است رفتاری غیرطبیعی داشته باشند. این موضوع عجیب نیست، زیرا ممکن است سیستم در هنگام جاروی بهره‌ها موقتاً ناپایدار شود.

قانون کنترل معادله (۶ ـ ۹۴) مفید است زیرا هیچ یک از پارامترهای مربوط به سیستم تحت پایدارسازی را شامل نمی‌شود. از این جهت آن را *پایدار ساز جهانشمول* می‌نامند. امّا، قانون

www.powerjam.ir



شکل ۶ ـ ۲۱. شبیه‌سازی قانون کنترل معادلات (۶ ـ ۹۴) اعمال شده به سیستمهای:

$$\text{(الف)}\ G(s) = \frac{۱}{(۱ - s)}\ ;\ \text{(ب)}\ G(s) = \frac{۱}{(s - ۱)}$$

کنترل به سیستمهای مرتبه اول، محدود می‌شود. سعی در تعمیم قضیهٔ ۶ ـ ۱۰ به سیستمهای مرتبهٔ بالاتر، سؤال زیر را مطرح ساخت: چه مقدار اطّلاعات دربارهٔ یک سیستم مجهول برای پایدارسازی آن لازم است: مارتنسون[1] (۱۹۸۵) این سؤال را در چارچوبی کُلّی پاسخ گفت. وی نشان داد که آگاهی از مرتبهٔ کنترلگر بهره ـ ثابت پایدارساز کفایت می‌کند. اگر تابع انتقال داده شده باشد، متأسّفانه پیداکردن کنترلگر پایدارسازی با حداقل مرتبه، کاری بس دشوار است.

۶ ـ ۱۰ نتایج

تحلیل سیستمهای تطبیقی به دلیل پیچیده بودن، مشکل است. روشهای متعدّدی برای دستیابی به اطلاعات دربارهٔ رفتار سیستمهای تطبیقی مورد استفاده واقع شده است. بررسی نظریات برای نشان دادن محدودیتهای بنیادی الگوریتمها و نشان دادن راههای ممکن برای بهبود آنها مفید است.

در این فصل یکی از نظریات پایداری پایه بر اساس ابزار استاندارد نظریهٔ معادلات تفاضلی،

1. Mårtensson

www.powerjam.ir

استخراج شد. برای نشان دادن پایداری و همگرایی، لازم است فرضیات محدودکننده‌ای دربارهٔ سیستم تحت کنترل انجام شود. عواقب تخلّف از این فرضیات تحلیل شد.

نشان داده شده که می‌توان به کمک روش میانگین‌گیری، نقاط تعادل و خواصّ محلّی حول این نقاط را تحلیل کرد. همچنین می‌توان از این روش برای بررسی خواصّ فراگیر بهره جُست. از میانگین‌گیری در وضعیّتهای مختلفی می‌توان استفاده کرد. در مسائل قطعی می‌توان از آن برای سیگنالهای پله‌ای و متناوب و همچنین از آن برای سیگنالهای اتفاقی استفاده کرد. علاوه بر این میانگین‌گیری برای تحلیل این به کار رفته‌اند که اگر سیستمهای تطبیقی بر اساس مدلهای ساده شده طرّاحی شوند، چه اتفاقی خواهد افتاد. برای اعمال روشهای میانگین‌گیری لازم است از بهره‌های کوچک تطبیق استفاده شود. متأسفانه هیچ روش خوبی وجود ندارد که به کمک آن بتوان به طور تحلیلی راجع به میزان کوچکی بهره‌ها بحث کرد. همچنین نشان داده شده است که ممکن است سیستمهای تطبیقی برای بهره‌های بزرگ تطبیق، رفتار بسیار پیچیده‌ای داشته باشند.علاوه بر این مکانیزمهای منجر به ناپایداری توضیح داده شد. یکی از این مکانیزمها در خصوص فقدان نقطهٔ تعادل پارامتر یا ناپایداری محلی حالت تعادل بود. مکانیزمهای دیگر، تحریک پارامتری و بهرهٔ تطبیق بالا بودند. دو مکانیزم آخر با انتخاب یک بهرهٔ کوچک برای تطبیق قابل اجتنابند.

مسائل

۶ ـ ۱ کنترلگر خودتنظیم زمان ـ پیوسته غیرمستقیم مثال ۳ ـ ۶ را در نظر بگیرید. همهٔ معادلاتی که خود تنظیم‌گر را توصیف می‌کنند، جمع‌آوری کرده، نشان دهید که می‌توان آنها را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d\zeta}{dt} = A(\vartheta)\zeta + B(\vartheta)u_c$$

$$\begin{bmatrix} e \\ \varphi \end{bmatrix} = C(\vartheta)\zeta + D(\vartheta)u_c$$

$$\vartheta = \chi(\theta)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = P\varphi e$$

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P - P\varphi\varphi^T P$$

عباراتی صریح برای همهٔ عناصر برداریهای ζ، φ، ϑ و θ و ماتریس P ارائه دهید.

www.powerjam.ir

۶ ـ ۲ سیستمی با بهرهٔ مجهول را در نظر بگیرید که تابع انتقال آن SPR باشد. نشان دهید که بسادگی می‌توان با اعمال پسخور تناسبی، به سیستم حلقه ـ بسته‌ای دست یافت که نسبت به تغییرات بهره، غیرحسّاس باشد. برای حالتی که تابع انتقال به صورت $G(s) = \frac{۱}{(s+۱)}$ باشد، تحلیل دقیق را انجام دهید.

۶ ـ ۳ یک MRAS برای تنظیم بهرهٔ پیشخور در نظر گرفته، فرض کنید سیستم بر مبنای این فرض طرّاحی شده باشد که دینامیکهای فرایند عبارت است از:

$$G(s) = \frac{a}{s+a}$$

(الف) رفتار حاصل از اعمال قواعد SPR و MIT را در حالتی بررسی کنید که سیستم حقیقی دارای تابع انتقال زیر است:

$$G(s) = \frac{ab^۲}{(s+a)(s+b)^۲}$$

بخصوص تعیین کنید در چه محدودهٔ فرکانسی، قواعد تطبیق پایداری برای سیگنالهای فرمان سینوسی حاصل می‌شود. (ب) سیستم MRAS بر اساس قاعدهٔ SPR را برای حالتی در نظر بگیرید که سیگنال مرجع ثابت و اغتشاش بار ثابت اضافی بر ورودی فرایند اثر می‌کند. بررسی کنید که اغتشاش بار چگونه بر نقطهٔ ایستان سیستم کامل اثر می‌کند. خواص پایداری محلّی را از طریق خطی‌سازی بررسی کنید.

۶ ـ ۴ یک MRAS را برای تنظیم یک بهرهٔ پیشخور بر اساس قاعدهٔ MIT در نظر بگیرید و فرض کنید سیگنال فرمان به شکل:

$$u_c = a_۱ \sin \omega_۱ t + a_۲ \sin \omega_۲ t$$

و فرایند دارای تابع انتقال:

$$G(s) = \frac{۱}{(s+۱)^۳}$$

باشد. شرایط پایداری سیستم حلقه ـ بسته را به دست آورید.

۶ ـ ۵ قضیهٔ ۶ ـ ۷ را در نظر بگیرید نتایج آن را برای حالتی تعمیم دهید که چند جمله‌ای B^* دارای صفرهایی روی دایرهٔ واحد است.

www.powerjam.ir

۶ ـ ۶ سیستمی را در نظر بگیرید که به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$y(t) = u(t - d)$$

فرض کنید یک کنترل تطبیقی مستقیم (مثلاً با $A_0^* = A_m^* = 1$) طبق فرض $d = 1$ طراحی شود. بررسی کنید که وقتی که این کنترل به سیستمی با $d = 2$ اعمال می‌شود، چگونه عمل می‌کند.

۶ ـ ۷ برهانی مشابه با قضیهٔ ۶ ـ ۷ برای سیستمهای زمان ـ پیوسته ارائه دهید.

۶ ـ ۸ سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t) = u(t - 1) + a$$

که در آن a یک ثابت مجهول است. یک قانون کنترل تطبیقی بسازید که باعث شود y فرمان u_c را به شکل مجانبی دنبال کنند. ثابت کنید این قانون همگرا می‌شود.

۶ ـ ۹ مدل زمان ـ پیوستهٔ زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta$$

فرض کنید پارامتر θ به صورت زیر تخمین زده شود:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \gamma \frac{\varphi(t)}{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)} e(t)$$

که در آن، $\gamma > 0$ و $\alpha > 0$ ثابتهای حقیقی هستند و:

$$e(t) = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t)$$

فرض کنید $y(t)$ به صورت زیر باشد:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta_0$$

ثابت کنید که:

$$|\hat{\theta}(t) - \theta_0| \leqslant |\hat{\theta}(s) - \theta_0| \leqslant |\hat{\theta}(0) - \hat{\theta}_0|, \quad t > s > 0$$

www.powerjam.ir

و یا $t \to \infty$:

$$\frac{|e(t)|}{\sqrt{\alpha + \varphi^T(t)\varphi(t)}} \longrightarrow 0$$

۶ ـ ۱۰ سیستم مثال ۶ ـ ۱۲ را در نظر گرفته، نتایج را به نحوی تعبیر کنید که گویی الگوریتم تطبیقی سعی در تخمین پارامترهای a و b در تابع انتقال $G(s) = \frac{b}{(s+a)}$ دارد. با استفاده از معادلات (۶ ـ ۷۰) نشان دهید که:

$$a = \frac{۲۲۹ - ۳۱\omega^۲}{۲۵۹ - \omega^۲}$$

$$b = \frac{۴۵۸}{۲۵۹ - \omega^۲}$$

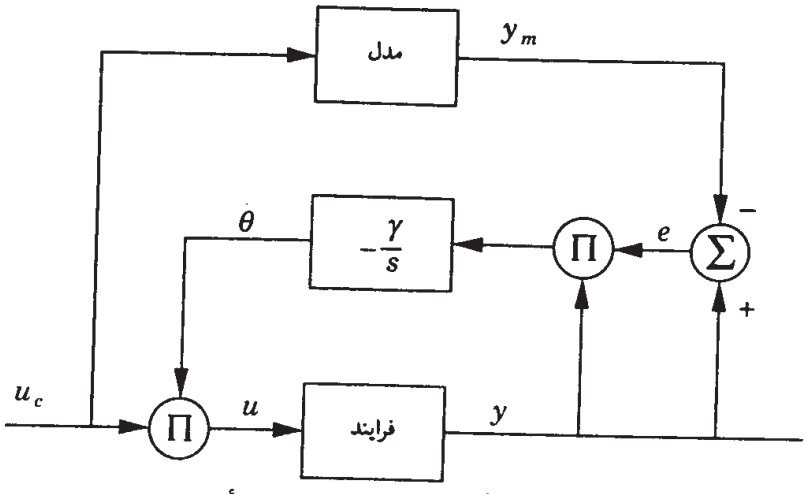
پارامترها را برای $\omega = ۲/۷۲$ و $\omega = ۱۷/۰۳$ تعیین کرده، با ارزیابی $G(s)$ برای فرکانسهای متناظر، نتایج را توضیح دهید.

۶ ـ ۱۱ یک بهرهٔ پیشخور مطابق با نمودار بلوکی شکل ۶ ـ ۲۲، تطبیق می‌شود. مدل به صورت زیر است:

$$\frac{dy_m}{dt} = -y_m + u_c$$

فرایند، خطّی نیست، ولی به صورت زیر است:

$$\frac{dy}{dt} = -y - ay^۳ + u$$



شکل ۶ ـ ۲۲. کنترلگر پیشخور تطبیقی مسأله ۶ ـ ۱۱.

www.powerjam.ir

فرض کنید $\gamma = ۱$ و $u_c = ۱$ باشد.

(الف) نقاط تعادل سیستم چیست؟

(ب) سیستم را حول نقاط تعادل خطی کرده، چگونگی وابستگی پایداری سیستم خطی شده، به پارامتر a را تعیین کنید.

(ج) رفتار سیستم تطبیقی غیرخطّی را برای تصدیق نتایج قسمت (ب) شبیه‌سازی کنید.

۶ ـ ۱۲ یک فرایند انتگرالی:

$$G(s) = \frac{۱}{s}$$

با قانون پسخور خطای زیر کنترل می‌شود:

$$sU(s) = (۴s + \theta)\,(U_c(s) - Y(s))$$

که در آن $U(s)$، $U_c(s)$ و $Y(s)$ به ترتیب تبدیل لاپلاس سیگنالهای ورودی، مرجع و خروجی است. پاسخ مطلوب سیستم حلقه ـ بسته با تابع انتقال زیر داده می‌شود:

$$G_m(s) = \frac{۴(s+۱)}{(s+۲)^۲}$$

طراحی یک MRAS، قانون بهنگام‌سازی زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e(t)\left(\frac{۱}{(p+۲)^۲}u_c(t)\right)$$

که $e = y - y_m$ است.

(الف) مجموعهٔ پارامتر تعادلِ قانون بهنگام کردن پارامتر را که تخمین پارامتر ثابتی را برای هر ورودی مرجع $u_c(t)$ نتیجه دهد، پیدا کنید. عبارتی برای معادله دیفرانسیل غیرخطی میانگین گرفته قانون بهنگام کردن پارامتر ارائه دهید.

(ب) پایداری محلّی مجموعهٔ پارامتر تعادل را برای یک سیگنال مرجع سینوسی $u_c(t) = \sin \omega t$ تعیین کنید. برای این منظور، چند جمله‌ای مشخصهٔ معادلهٔ دیفرانسیل خطیِ حاصل از خطی‌سازی معادلهٔ دیفرانسیل میانگین گرفته حول مجموعهٔ پارامتر تعادل را امتحان کنید. تعیین کنید در چه فرکانسهایی معادلهٔ خطی شده پایدار است.

www.powerjam.ir

۶ ـ ۱۳ معادله میانگین‌گیری را برای یک الگوریتم زمان ـ گسسته متناظر با معادله (۶ ـ ۴۹) فرموله کنید.

۶ ـ ۱۴ کنترل تطبیقی زمان ـ گسستهٔ سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t+1) = ay(t) + bu(t)$$

یک MRAS به‌دست آورید که سیستم حلقه ـ بستهٔ ذیل را نتیجه دهد:

$$y_m(t+1) = a_m y_m(t) + b_m u_c(t)$$

با استفاده از روشهای میانگین‌گیری سیستم را در حالتی که سیگنال فرمان، پله‌ای یا سینوسی است، تحلیل کنید.

۶ ـ ۱۵ مسألهٔ ۶ ـ ۱۴ را در نظر بگیرید. رفتار سیستم را در حالتی که سیگنال فرمان، پله‌ای بوده و نویز اندازه‌گیری وجود دارد، بررسی کنید.

۶ ـ ۱۶ سیستم MRAS طبق معادلهٔ (۶ ـ ۵۷) را در نظر بگیرید. وقتی که سیگنال فرمان، سینوسی است و روش گرادیانِ:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \gamma \varphi e$$

با روش حداقل مربعاتِ ذیل جایگزین شود، رفتار محلّی سیستم حلقه ـ بسته را بررسی کنید:

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = P\varphi e$$

$$\frac{dP}{dt} = -P\varphi\varphi^T P + \lambda P$$

۶ ـ ۱۷ نشان دهید که هیچ کنترلگر با بهرهٔ ثابتی وجود ندارد که بتواند به طور همزمان سیستمهای $G(s) = \frac{1}{(1+s)}$ و $G(s) = \frac{1}{(1-s)}$ را پایدار سازد.

www.powerjam.ir

۶ ـ ۱۸ نشان دهید که کنترلگری با بهرهٔ ثابت وجود دارد که به طور همزمان سیستمهای $G(s) = \frac{۱}{(s+۱)}$ و $G(s) = \frac{۱}{(s-۱)}$ را پایدار سازد.

۶ ـ ۱۹ سیستم MRAS طبق معادلات (۶ ـ ۵۷) را در نظر بگیرید. با شبیه‌سازی، پیامدهای ورودی نشتی را، که به کمک معادلات (۶ ـ ۸۶) و (۶ ـ ۸۵) در الگوریتم تخمین توصیف شده، بررسی کنید. آثار سیگنالهای فرمان سینوسی و نیز فرمانهای پله‌ای و نویز اندازه‌گیری را مطالعه کنید.

۶ ـ ۲۰ سیستم MRAS مسألهٔ ۶ ـ ۴ را در نظر بگیرید. با شبیه‌سازی، پیامدهای استفاده از بهنگام‌سازی شرطی را بررسی کنید. آثار سیگنالهای فرمان سینوسی و نیز فرمانهای پله‌ای و نویز اندازه‌گیری را مطالعه کنید.

۶ ـ ۲۱ سیستم مسألهٔ ۶ ـ ۴ را در نظر بگیرید. فرض کنید ورودی، سینوسی با فرکانس ω باشد. تأثیر نویز اندازه‌گیری سینوسی را روی سیستم بررسی کنید.

۶ ـ ۲۲ الگوریتمهای مستقیم را برای کنترل سیستم زیر در نظر بگیرید:

$$y(t+۱) = ay(t) + bu(t)$$

که رابطهٔ ورودی ـ خروجی ذیل را نتیجه دهد:

$$y_m(t+۱) = a_m y_m(t) + b_m u_c(t)$$

با شبیه‌سازی، نرخهای همگرایی را به ازاء مقدارهای مختلف $\hat{b}$ بررسی کنید.

۶ ـ ۲۳ رفتار پایدارساز جهانشمول را در حضور نویز اندازه‌گیری بررسی کنید.

۶ ـ ۲۴ سیستمی را برای تنظیم یک بهرهٔ پیشخور بر اساس قاعدهٔ MIT در نظر بگیرید. فرض کنید سیگنال فرمان $u_c(t) = \sin \omega t$ و نیز $G(s) = \frac{۱}{(s+۱)}$ باشد. برای بهره‌های تطبیق $\gamma = ۱۰$ و $\gamma = ۱۱$، رفتار پارامترها را برای قاعدهٔ MIT شبیه‌سازی کنید. با تحلیل در مثال ۶ ـ ۸ مقایسه کنید.

www.powerjam.ir

۶ ـ ۲۵ شبیه‌سازی شکل ۶ ـ ۱۱ را، که با بهرهٔ تطبیق $\gamma = 1$ انجام گرفته بود، در نظر بگیرید. برای بهره‌های تطبیق مختلف، شبیه‌سازی را تکرار کنید.

مراجع

یک کتاب درسی استاندارد برای سیستمهای غیرخطّی، مرجع زیر است.

Guckenheimer, J., and P. Holmes, 1983. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vertor Fields, Applied Mathematics Series. New York: Springer - Verlag.

از زمانی که MRAS پیشنهاد شد مسأله پایداری، نگرانی زیادی را به وجود آورد. اشکالهای موجود در برهانهای پایداری در مرجع زیر مطرح شده:

Feuer, A., and A. S. Morse , 1978. "Adaptive control of single-input single-output linear systems." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-23:** 557-569

برهان قضیهٔ ۶ ـ ۷ نظریّات مرجع زیر را دنبال می‌کند:

Goodwin, G. C., P. J. Ramadge, and P. *E.* Caines, 1980. "Discrete-time multivariable adaptive control," *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-25:** 449-456.

نتایج معادل برای سیستمهای زمان ـ پیوسته، در مراجع زیر مطرح شده:

Morse, A. S., 1980. "Global stability of parmeter-adaptive control systems."*IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-25:** 433-439.

Narendre, K. S., Y. - H. Lin, and L. S. Valavani, 1980. "Stable adaptive controller design-Part II: Proof of stability." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-25:** 440-448.

شکلهای مختلفی از قضایای پایداری در مرجع زیر آمده است:

Goodwin, G. C., and K. S. Sin, 1984. *Adaptive Filtering Prediction and Control,* Information and Systems Sciences Series. *Englewood Cliffs, N.J.:* Prentice-Hall.

نتایج مربوط در مراجع زیر آمده است:

Kumor, P. R., 1990. "Convergence of adaptive control schemes using least-squares parameter estimates." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-35:** 416-424.

Gawthrop, P. J., 1980. "On the stability and convergence of a self-tunig

www.powerjam.ir

controller." *Int. J. Contr.* **31:** 973-998.

de Larminat, P., 1979. "On overall stability of certain adaptive control systems." *Preprints of the 5 th IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation,* pp. 1153-1159. Darmstadt, Germany.

Egardt, B., 1980 a. "Stability analysis of discrete-time adaptive control schemes." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-25:** 710-716.

Egardt, B., 1980 b. "Stability analysis of continuous-time adaptive control systems." *Siam J. Contr. Optimiz.* **18:** 540-558.

تحلیل پایداری برای اغتشاشهای کراندار در مرجع زیر مطرح شده است:

Egardt, B., 1979. *Stability of Adaptive Controllers.,* Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 20. Berlin: Springer-Verlag.

حالت اغتشاشهای کراندار مربع میانگین در مرجع زیر بررسی شده است:

Praly, L., 1984. "Stochastic adapitve controllers with and without positivity condition." *Proc. 23 rd IEEE Conf.* on Decision and Control: pp. 58-63, Las Vegas, Nev.

ایدهٔ بهنگام کردن شرطی و تصویر کردن تخمینها به یک محدوهٔ کراندار نیز در مرجع اِگاردت (Egardt، ۱۹۷۹) مطرح شده است. بهنگام‌سازی شرطی در مرجع زیر نیز آمده است:

Peterson, B.B., and K.S. Narendra, 1982. "Bounded error adaptive control." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-27:** 1161-1168.

یک فرمولبندی ظریف در مورد تخمینهای با نرخ رشد یابنده لم ۶ ـ ۲ در مرجع زیر آمده:

Narendra, K.S., A. M. Annaswamy, and R.P. Singh, 1985. "A general approach to the stability analysis of the adaptive systems." *Int. J. Contr.* **AC-41:** 193-216.

اثبات همگرایی برای خود تنظیم‌گر اصلی بر اساس تخمین حداقل مربعات بازگشتی و کنترل حداقل واریانس در مراجع زیر یافت می‌شود:

Guo, L., and H. - F. Chen, 1991. "The Åström-Wittenmark self-tuning regulator revisited and ELS-based adaptive trackers." *IEEE Trans. Automat. contr.* **AC-36:** 802-812.

Chen, H. - F, and L. Guo, 1991. Identification and Stochastic Adaptive Control. Boston: Birkhäuser.

www.powerjam.ir

روش میانگین‌گیری برای بررسی نوسانهای غیر خطّی در مرجع زیر آمده است:

Krylov, A.N., and N.N. Bogoliubov, 1937. *Introduction to Non-linear Mechanics* (English translation 1943). Princeton, N.J.: Princeton University Press.

مرور ساده‌ای برایده‌های کلیدی در مرجع زیر آمده:

Minorsky, N., 1962. Nonlinear Oscillations. Princeton, N.J.: Van Nostrand.

توضیحات بیشتر در مراجع زیر مطرح شده:

Hale, J. K., 1963. Oscillations in Nonlinear Systems. New York: Mc Graw-Hill.

Hale, J. K., 1969. *Ordinary Differential Equations.* New York: Wiley-Interscience.

Arnold, V. I., 1983. *Geometrical Methods in the Theory of Ordinary Differential Equations.* New York: Springer-Verlag.

Guckenheimer, J., and P. Holmes, 1983. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields.* Berlin: Springer-Verlag.

Sastry, S., and M. Bodson, 1989. Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

نتایج بسیاری درباره نظریّهٔ پایداری کلاسیک برای معادلات دیفراسیل معمولی در مرجع زیر آمده:

Bellman, R., 1953. *Stability Theory of Differential Equations.* New York: McGraw-Hill.

مثال عدم قوام در مثال ۶ ـ ۸ براساس مرجع زیر است:

Rohrs, C., L. S. Valavani, M. Athans, and G. Stein, 1985."Robustness of continuous-time adaptive control algrithms in the presence of unmodeled dynamics." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-30**: 881-889.

این مقاله آغازگر بحث راجع به مسألهٔ قوام است. قسمت اعظم تحلیهای قسمتهای ۶ ـ ۶ و ۶ ـ ۷ براساس مراجع زیر است:

Åström, K. J., 1983."Analysis of Rohr´s counterexample to adaptive control." *Proc. 22 nd IEEE Conf. on Decision and Contorol,* pp. 982-987. San Antonio, Tex.

Åström, K. J., 1984."Interactions between excitation and unmodeled dynamics in

www.powerjam.ir

adaptive control." *Proc. 23 rd IEEE Conf. on Decision and Contorol,* pp. 1276-1281. Las Vegas, Nevada.

ایدهٔ طرح مسأله نشتی در مرجع زیر آمده:

Ioannou, P. A., and P.V. Kokotovic, 1983. *Adaptive Systems with Reduced Models.* New York: Springer-Velag.

ایدهٔ نرمالیزه کردن توسط پرالی (Praly) پیشنهاد شد. مرجع زیر را ببینید:

Praly, L., 1986. "Global stability of a direct adaptive control scheme with respect to a graph topology." *In Adaptive and Learning Systems-Theory and Applications,* ed. K. S. Narendra. New York: Plenum Press.

این مورد، در مرجع زیر بیشتر پیگیری شده است:

Narendra, K. S., and A. M. Annaswamy, 1987. "A new adaptive law for robust adaptation without persistent excitation." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-32:** 134-145.

مطالب بیشتر در مورد قوام در مراجع زیر آمده است:

Anderson; B. D. O., R. R. Bitmead, C. R. Johnson, Jr., P.V. Kokotovic, R. L. Kosut, I. M. Y. Mareels, L. Praly, and B. D. Riedle, 1986. *Stability of Adaptive Systems: Passivity and Averaging Analysis.* Cambridge, Mass.: MIT Press.

Kreisselmeier, G., and B. D. O. Anderson, 1986. "Robust model referencc adaptive contol." *IEEE Trans Automat. Contr.* **AC-31:** 127-133.

Goodwin, G. C., D. J. Hill, D. Q. Mayne, and R. H. Middleton, 1986. "Adaptive robust control. Convergence, stability and performance." *Porc. of the 25th IEEE Conf. on Decision and Contr, pp. 468-473. Athens,Greece.*

Ortega, R., and Y. Tang, 1989. "Robutness of daptive controllers-A survey." Automatica **25:** 651-677.

Ydstie, B. E., 1992. "Transient performance and robustness of direct adaptive control." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-37:** 1091-1105.

میانگین‌گیری اتفاقی در مرجع زیر آمده است:

Ljung, L., 1977 a. "Analysis of recursive stochastic algorithms."*IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-22:** 551-575.

www.powerjam.ir

معادلات دیفرانسیل معمولیِ وابسته به مسأله تخمین زمان ـ گسسته، به دست آمد که این حالت خاص میانگین‌گیری را روش ODE می‌نامند. کاربردهای فراوان این روش در مرجع زیر آمده است:

Ljung, L., and T. Söderström, 1983. *Theory and Pratice of Recursive Identification. Cambridge, Mass:* MIT Press.

برهانهای جدید این روش را می‌توان در مراجع زیر یافت:

Kushner, H., 1984. *Approxiamtion and Weak Convergence Methods of Random Processes.* Cambridge, Mass.: MIT Press.

Kushner, H., and D. Clark, 1978. *Stochastic Approxiamtion Methods for Constrained and Unconstrained Systems*, Applied Math. Science Series 26. Berlin: Springer-Verlag.

Kushner, H., and A. Schwartz, 1984. "An invariant measure approach to the convergence of stochastic approximations with state dependent noise." **SIAM** J. on *Control and Optimizations* **22**: 13-27.

Metivier, M., and P. Priouret, 1984. "Applications of a Kushner and Clark lemma to general classes of stochastic algorithms." *IEEE Trans. Information Theory* **IT-30:** 140-151.

یک شرح قابل دسترس نیز در مراجع زیر آمده:

Kumar, P.R., and P. Varaiya, 1986. *Identificstion and Adaptive Control.* Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.

میانگین‌گیری اتفاقی که براساس تخمین حداقل ـ مربعّات و کنترل حداقل ـ واریانس به رگولاتور خود تنظیم اعمال شد، در مرجع زیر آمده:

Ljung, L., 1977 b. "On positive real transfer function and convergence of some recursive schemes." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-22:** 539-551.

توضیحات بیشتر دربارهٔ مثال ۶ ـ ۱۴ در مرجع زیر داده شده است:

Åström, K. J., and B. Wittenmark, 1985. "The self-tuning regulator revisited." Preprints of the 7 th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, pp. xxv-xxxiii. York, U.K.

www.powerjam.ir

شروط پایداری محلّیِ نقاط تعادل در مرجع زیر بیان شده است:

Holst, J., 1979. "Local convergence of some recursive stochastic algorithms." *Preprints of the 5th IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation,* pp. 1139-1146, Darmstadt, Germany.

تحلیل پایداری رگولاتورهای خود تنظیم براساس روش لیاپانوف در مرجع زیر آمده است:

Johansson, R., 1988. "Stochastic stability of direct adaptive control." Report TFRT-7377, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.

این حقیقت که نمونه برداری سریع ممکن است صفرهای تابع انتقال پالسی خارج از دایرهٔ واحد ایجاد کند، در مرجع زیر مطرح شده:

Åström, K. J., P. Hagander, and J. Sternby, 1984. "Zeros of sampled systems." *Automatica* **20:** 31-38.

کار بر روی پایدارسازهای جهان‌شمول با بحث راجع به این سؤال آغاز شد که آیا فرض A_4 در قضیه ۶ ـ ۷، لازم است یا نه؟ مرجع زیر را ببینید:

Morse, A. S., 1983. "Recent problems in parameter adaptive control." *In Outils et Modéles Mathematiques pour l´Automatique, l´Analyse de Systémes et le Traitement du Signal, ed. I. D. Landau*, pp. 733-740, vol. 3. Paris, France: Editions du CNRS.

این مسأله برای سیستمهای اسکالر در مرجع زیر، حلّ شده است:

Nussbaum, R. D., 1983. "Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control." *Syst. Contr. Lett.* **3:** 243-246.

پایدارسازهای جهان‌شمول برای سیستمهای چند متغییره در مراجع زیر مطرح شده است:

Mårtensson, B., 1985. "The order of any stabilizing regulator is sufficient a priori information for adaptive stabilization." *Syst. Contr. Lett.* **6** no. 2: 87-91.

مارتنسن (Mårtensson) به اختصار نشان داد که تنها اطلاعات مورد نیاز برای پایدارسازی تطبیقیِ سیستم چند متغیره، مرتبه کنترلگر پایدارساز است.

www.powerjam.ir

فصل هفتم

کنترل تطبیقی اتفاقی

۷ ـ ۱ مقدمه

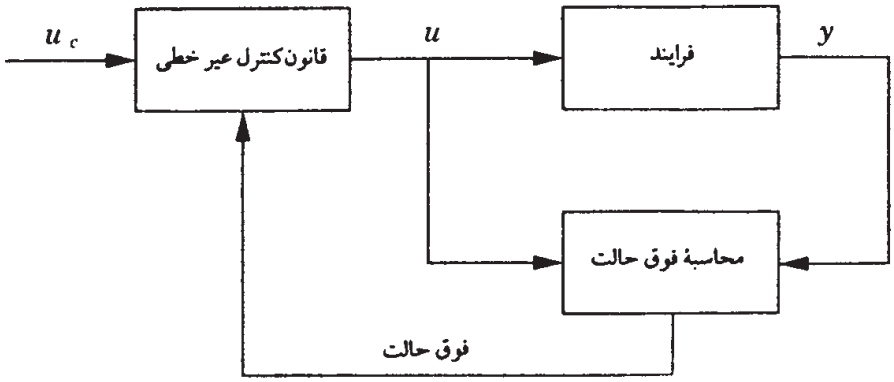
در فصلهای قبل مسألهٔ کنترل تطبیقی، بدون اثبات دقیق بررسی شد. پارامترهای مجهول فرایند یا رگولاتور با استفاده از تخمین زمان ـ حقیقی، تخمین زده، سپس از پارامترهای تخمینی به عنوان مقادیر واقعی استفاده می‌شد. عدم قطعیتهای تخمین پارامترها در طراحی در نظر گرفته نمی‌شد. این روش یک *کنترلگر هم ارز قطعی*[1] را نتیجه می‌دهد. کنترلگرهای تطبیقی مدل ـ مرجع و رگولاتورهای خود تنظیم، براساس این فرض طراحی شده‌اند که پارامترها ثابت ولی مجهولند. هنگام ثابت بودن پارامترهای فرایند، روشهای تخمین معمولاً به گونه‌ای هستند که پس از شروع تخمین، عدم قطعیتها به سرعت کاهش می‌یابند. لیکن ممکن است این عدم قطعیتها هنگام شروع یا در صورت تغییر پارامترها، بزرگ باشند. در چنین حالاتی مهم است که قانون کنترل علاوه بر اینکه تابعی از تخمین پارامترهاست، تابعی از عدم قطعیتهای تخمینها نیز باشد.

برای این کار جالب خواهد بود که با توسل به یک چهارچوب نظریِ واحد، مسألهٔ کنترل تطبیقی فرموله شود. این مهم با استفاده از نظریهٔ کنترل اتفاقیِ غیر خطی، قابل اجراست که به وسیلهٔ این نظریه فرایند، پارامترهای فرایند و نیز محیط اطراف آن با یک مدل اتفاقی توصیف می‌شوند. تفاوت این فصل با بررسیهای ارائه شده در فصول قبل، آن است که در اینجا پارامترهای فرایند نیز با یک مدلِ اتّفاقی توصیف می‌شود و معیار به گونه‌ای فرموله می‌شود که مقدار امید ریاضی تابع تلف، کمینه شود. پیداکردن کنترلگری که امید ریاضی تابع تلف را کمینه

---

1. Certainty Equivalence Controller

www.powerjam.ir



شکل ۷ ـ ۱. نمودار بلوکی رگولاتور تطبیقی حاصل از نظریهٔ کنترل اتفاقی

کند، مشکل است. شرایط وجود یک کنترلگر بهینه معلوم نیست. لیکن تحت شرایطی که یک جواب، موجود باشد، امکان به دست آوردن معادلهٔ تابعی[1]، با استفاده از برنامه‌ریزیِ پویا، وجود دارد. این معادله که *معادلهٔ بلمن*[2] نامیده می‌شود تنها در حالتهای بسیار ساده، به طور عددی قابل حل است. ساختار رگولاتور بهینه در شکل ۷ ـ ۱ نشان داده شده است. کنترلگر از دو قسمت تشکیل شده است: تخمینگر و رگولاتور پسخور. تخمینگر، توزیع احتمال شرطی حالت را از اندازه‌گیریهای موجود، تولید می‌کند. این توزیع، *فوق حالتِ* مسأله نامیده می‌شود. رگولاتور پسخور تابعی غیر خطی است که فوق حالت را به فضای متغیرهای کنترلی می‌نگارد.

سادگی ساختاری جواب، به بهای استفاده از فوق حالت به دست می‌آید، که ممکن است کمیتی با بُعد بسیار زیاد باشد. توجه کنید که این ساختار، شبیه رگولاتور خود تنظیم است. رگولاتور خود تنظیم را می‌توان به عنوان تقریبی در نظر گرفت که در آن توزیع احتمال شرطی با توزیعی که تمام وزن آن روی مقدار میانگین شرطی است، جایگزین می‌شود. در شکل ۷ ـ ۱ تفاوتی بین پارامترها و سایر متغیرهای حالت فرایند نیست. بنابراین رگولاتور می‌تواند از عهدهٔ تغییرات بسیار سریع پارامتر برآید؛ به علاوه؛ نمی‌توان از روش میانگین‌گیری براساس جداسازی حالتهای فرایند و پارامترها (که در فصل ششم استفاده شد) برای تحلیل سیستم استفاده کرد. قانون کنترل بهینه‌دارای خاصیت جالبی است. کنترل سعی در رساندن خروجی به مقدار مطلوب دارد، اما هنگامی که تخمینها دارای عدم قطعیت‌اند، ایجاد آشفتگی نیز می‌کنند. کنترلگر بهینه، تعادل صحیحی بین برقراری کنترل خوب و خطاهای تخمین کوچک به وجود می‌آورد. این موضوع کنترل دوگان نامیده می‌شود.

این فصل به صورت زیر سازمان یافته است. ایدهٔ مسائل تصمیم‌گیری چندگامی در قسمت

1. Functional Equation
2. Bellman Equation

www.powerjam.ir

۷ ـ ۲ مطرح می‌شود که در این خصوص مسألهٔ راهزن دو بازو[1] ارائه می‌گردد. یک مسألهٔ کنترل تطبیقی اتفاقی عمومی در قسمت ۷ ـ ۳ فرموله شده، در قسمت ۷ ـ ۴ استخراج معادلهٔ بلمن ارائه می‌شود. پیامدهای ساختار جواب و خاصیت دوگانی مورد تحلیل واقع می‌شود. روشهای مختلف تقریب کنترلگر دوگان در قسمت ۷ ـ ۵ توضیح داده می‌شود. اگرچه فقط مثالهای بسیار ساده‌ای از کنترلگرهای دوگان به طور عددی حل می‌شوند، امّا این حلها اشارات مفیدی را در چگونگی به وجود آوردن کنترلگرهای زیر بهینه[2] ارائه می‌کنند. بعضی از مثالها در قسمت ۷ ـ ۶ آمده است و مبحث تطبیق اتفاقی در قسمت ۷ ـ ۷ خلاصه می‌شود.

۷ ـ ۲ مسائل تصمیم‌گیری چند گامی

ایدهٔ تصمیم‌گیری با وجود عدم قطعیت در این قسمت توضیح داده می‌شود. حالات بسیاری وجود دارد که لازم است تصمیم‌گیریها با وجود عدم قطعیت در مورد فرایندها یا آمار موجود، انجام شود. یکی از این موارد، طراحی مسیر است که در آن ترافیک بر زمان رفتن از یک نقطه به نقطهٔ دیگر تأثیر می‌گذارد. مثال دیگر آزمایش داروهای پزشکی است. در بررسی تأثیر یک داروی جدید، لازم است یک آزمایش طرح‌ریزی شود، امّا این موضوع نیز مهم است که در صورتی که بیمار به خوبی به روش جدید پاسخ نداد، امکان بازگشت به روش استاندارد وجود داشته باشد. وجه مشخصهٔ اینگونه مسائل آن است که در مورد واکنش به اَعمال کنترلی مختلف، عدم قطعیت وجود دارد. علاوه بر این یک سری اَعمال کنترلی وجود دارد که باید آنها را در نظر گرفت. در هر زمان، از پسخور برای بهنگام کردن یا تغییر دادن روش استفاده می‌شود. یکی از اولین مسائل تطبیقی اتفاقی از این نوع را می‌توان به شکل *مسألهٔ راهزن دوبازو* (TAB) ارائه کرد. این مسأله یک مسألهٔ نوعی در طراحی ترتیبی آزمایشهای آماری است.

مسألهٔ TAB را می‌توان به صورت زیر بیان کرد. یک بازیگر با دو ماشین شرط‌بندی سکّه‌ای[3] I و II روبرو است. اگر ماشین I بازی کند بهره، یک واحد با احتمال p است و بهره ماشین II یک واحد با احتمال q است. در ساده‌ترین حالت، p معلوم و q مجهول است و پیش از هر بازی با طول N طبق توزیع احتمال داده شده‌ای انتخاب می‌شود. در حین بازی باید کمیت مجهول q تخمین زده شود و بازیگر باید در هر گام تصمیم بگیرد کدام ماشین را برای بیشینه کردن بهرهٔ کل در هر بازی از N بازی، برگزیند.

از مسألهٔ راهزن دوبازو می‌توان برای توضیح ایده‌های اساسی مسائل تصمیم‌گیری چند

1. Two - Armed Bandit Problem (TAB)
2. Suboptimal Controller
3. Slot Machine

www.powerjam.ir

گامی استفاده کرد. یک راهبرد قابل استفاده، کنترل حلقه ـ باز است، که در آن دنباله کنترل بدون هیچ عمل اندازه‌گیری انتخاب می‌شود. تصمیم‌گیری، براساس اطلاعات *قبلی* در مورد p و توزیع q انجام می‌شود. در حالت TAB، اگر p بزرگتر از میانگین q باشد، باید ماشین I بازی کند و در غیر این صورت باید ماشین II بازی کند. راهبرد دوم، روشی است که *کنترل پسخور بهینهٔ حلقه باز (OLOF)*[1] نامیده می‌شود. این کنترلگر با بیشینه کردن تابع بهرهٔ چند گامی در هر گام و تحت این فرض به دست می‌آید، که هیچ اندازه‌گیری بعدی در دسترس نخواهد بود (یعنی یک دنباله کنترل حلقه ـ باز مشخص می‌شود). سپس گام اوّل در دنباله کنترل استفاده می‌شود و عملکرد سیستم اندازه‌گیری می‌شود. براساس اطلاعات جدید (پسخور)، بیشینه‌سازی جدید انجام می‌گیرد (با کنترلگر افق کاهنده در فصل چهارم مقایسه کنید). بنابراین گام اول در کنترل OLOF همان گام اول کنترل حلقه ـ باز است. در نتیجه در مسألهٔ TAB از اندازه‌گیریها برای بهنگام کردن تخمین احتمال مجهول q استفاده می‌شود.

برای پیدا کردن پاسخ بهینهٔ مسألهٔ TAB می‌توان از برنامه‌ریزی پویا برای استخراج راهبرد بهینه‌ای که امید ریاضی بهره را براساس خروجی بازیهای قبلی بیشینه می‌کند، استفا ده کرد. چگونگی انجام این کار برای یک حالت عمومی‌تر در قسمت ۷ ـ ۶ نشان داده می‌شود. راهبرد بهینه برای یک مسألهٔ TAB ساده در مثال زیر، که از یاکوویتس[2] (۱۹۶۹) گرفته شده است، توضیح داده می‌شود.

مثال ۷ ـ ۱ مسألهٔ راهزن دوبازو

فرض کنید p = ۰/۶ و q در فاصلهٔ [۰ , ۱] به طور یکنواخت توزیع شده است. اگر ماشین I در همهٔ زمان بازی کند، امید ریاضی بهره در هر بازی برابر ۰/۶ خواهد بود. اگر ماشین II در همهٔ زمان‌بازی کند، امیدریاضی بهره برابر ۰/۵ است. بنابراین راهبرد حلقه ـ باز پیشنهاد می‌کند که ماشین I در همهٔ زمانها بازی کند. لیکن برای هر بازی با طول N این احتمال وجود دارد که q مقداری بزرگتر از ۰/۶ داشته باشد. اگر بینهایت بازی داشته باشیم، بازیگر می‌تواند ماشین II را بازی کند، q را تخمین بزند و سپس تصمیم بگیرد که با کدام ماشین به ادامه بازی بپردازد.

برای تعیین سود حاصل از داشتن اطلاعات در مورد q، فرض کنید مقدار q پیش از هر بازی به بازیگر داده می‌شود. آنگاه راهبرد بهینهٔ بازیگر، بازی کردن با ماشینی است که بالاترین احتمال را دارد. در این حالت امید ریاضی بهره هر بازی برابر ۰/۶۸ = E {max (p و q)} است. این بدان

1. Open - Loop Optimal Feedback
2. Yakowitz

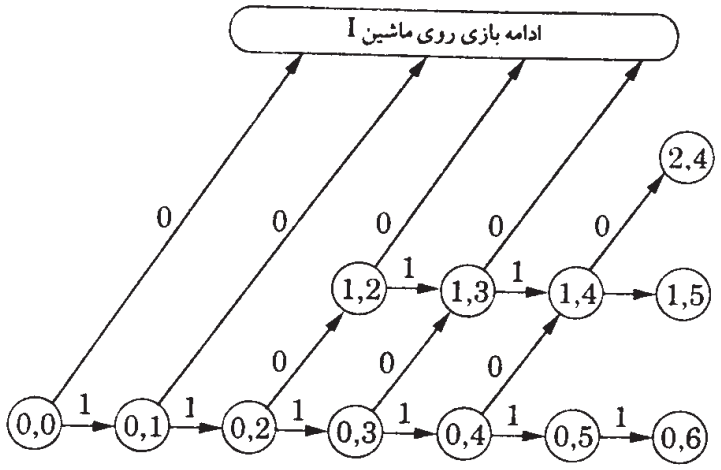
www.powerjam.ir

معناست که اگر q تخمین زده شود، امید ریاضی بهره در مقایسه با راهبرد حلقه ـ باز به اندازهٔ ۱۳٪ افزایش یافته است. جدول ۷ ـ ۱ بهرهٔ میانگین در هر بازی را برای مقادیر مختلف N نشان می‌دهد. با افزایش تعداد بازیها، بهره به مقدار بیشینه ۰/۶۸ نزدیک خواهد شد. ملاحظه می‌شود که برای نزدیک شدن به حالت بهینه، تعداد نسبتاً زیادی بازی لازم است.

شکل ۷ ـ ۲ نمودار گذر حالت را برای راهبرد بهینه در حالتی نشان می‌دهد که N = ۶ باشد. بازیگر ابتدا در حالت (۰ , ۰) است و شروع به بازی با ماشین II می‌کند تا دریابد که آیا ماشین II احتمال برد بیشتری از ماشین I دارد یا خیر. اعداد داخل دایره‌ها به ترتیب تعداد دفعاتی را نشان می‌دهد که ماشینهای I و II بهره‌ای برابر با یک واحد می‌دهند. در حالات (۰ , ۰) و (۱ , ۰) پس از اینکه بازیگر یک بار باخت، یک سوییچ به ماشین I انجام می‌شود؛ پس از حالت (۲ , ۰)، راهبرد بهینه یک باخت را پیش از سوییچ به ماشین I اجازه می‌دهد.

جدول ۷ ـ ۱. بهرهٔ میانگین در هر بازی برای مقادیر مختلف N در مسألهٔ راهزن دوبازو مربوط به مثال ۷ ـ ۱

N	بهره در هر بازی
۶	۰/۶۲
۱۰	۰/۶۴
۲۵	۰/۶۵۵
۱۰۰	۰/۶۶۷۶
۵۰۰	۰/۶۷۵۵
۱۰۰۰	۰/۶۷۷۳



شکل ۷ ـ ۲. راهبرد بهینه برای مسألهٔ راهزن دوبازو در مثال ۷ ـ ۱ وقتی که N = ۶ باشد.

www.powerjam.ir

۷ـ۳ مسألهٔ تطبیقی اتفاقی

مسألهٔ کنترل تطبیقی اتفاقی برای دستهٔ ساده‌ای از سیستمها با ارائه دسته مدلهای، معیار و راهبردهای کنترلی مجاز فرموله می‌شود.

مدل

سیستم زمان ـ گسستهٔ تک ورودی ـ تک خروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t) + a_1(t)y(t-1) + \ldots + a_n(t)y(t-n) = b_0(t)u(t-1) + \ldots + b_{n-1}(t)u(t-n) + e(t) \qquad (۱-۷)$$

که در آن y، u و e به ترتیب خروجی، ورودی و اغتشاش هستند. دنبالهٔ نویز $\{e(t)\}$، گوسی با میانگین صفر و واریانس R_2 فرض می‌شود. علاوه بر این فرض می‌شود که $e(t)$ مستقل از $y(t-1)$، $y(t-2)$، ...، $u(t-1)$، $u(t-2)$، ...، $a_i(t)$، $a_i(t-1)$، ... و $b_i(t)$، $b_i(t-1)$، ... است. همچنین فرض می‌شود که $b_0(t) \neq 0$ و سیستم برای تمام tها، کمینه فاز است. پارامترهای متغیر با زمان:

$$x(t) = [b_0(t) \ldots b_{n-1}(t) \quad a_1(t) \ldots a_n(t)]^T \qquad (۲-۷)$$

با فرایند گوس ـ مارکوف[1]، که معادلهٔ تفاضلی اتفاقی ذیل را برآورده کند، مدل می‌شوند:

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \nu(t) \qquad (۳-۷)$$

در این معادله، Φ یک ماتریس ثابت معلوم و $\{\nu(t)\}$ دنباله‌ای از بردارهای نرمال مستقل با توزیع یکسان و میانگین صفر و کواریانس معلوم R_1 است. فرض می‌شود حالت اولیهٔ سیستمِ معادلهٔ (۷ـ۳) دارای توزیع نرمال و میانگین زیر است:

$$E\,x(0) = m \qquad (۴-۷)$$

و کواریانس آن نیز بدین صورت است:

$$\mathrm{cov}[x(0), x(0)] = R_0 \qquad (۵-۷)$$

1. Gauss - Markov Process

www.powerjam.ir

علاوه بر این فرض می‌شود $e(t)$ مستقل از $\nu(t)$ و $x(0)$ است.

رابطهٔ ورودی ـ خروجی سیستم معادلهٔ (۷ ـ ۱) را می‌توان به صورت بستهٔ ذیل نوشت:

$$y(t) = \varphi^T(t-1)x(t) + e(t) \qquad (۶ ـ ۷)$$

که:

$$\varphi^T(t-1) = [u(t-1) \dots u(t-n) \quad -y(t-1) \dots -y(t-n)] \qquad (۷ ـ ۷)$$

بنابراین، مدل با معادلات (۷ ـ ۳) و (۷ ـ ۶) تعریف می‌شود.

معیار

فرض می‌شود هدفِ کنترل این است که خروجی سیستم را تا حد ممکن به مسیری با مقدار مرجع معلوم $(u_c(t))$، نزدیک کند. انحراف با معیار زیر اندازه‌گیری می‌شود:

$$J_N = E\{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(y(t) - u_c(t))^2\} \qquad (۸ ـ ۷)$$

که E بیانگر امید ریاضی است. این معیار، معیار *N مرحله‌ای* نامیده می‌شود. تابع تلف باید نسبت به $u(0)$، $u(1)$، ...، $u(N-1)$، کمینه شود. کنترلگری که برای حالت $N = 1$ به دست می‌آید گاهی اوقات کنترلگر نزدیک بین[1] نامیده می‌شود، زیرا این کنترلگر به اصطلاح کوتاه بین است و فقط یک گام را پیشِ روی خود می‌بیند. کنترلگر کمینه‌کننده برای حالات $N = 1$ و مقادیر بزرگ N بسیار متفاوت خواهد بود.

راهبردهای کنترلی مجاز

برای مشخص کردن مسأله به طور کامل لازم است راهبردهای کنترلی مجازی تعریف شوند. یک راهبرد کنترل را مجاز می‌دانیم، اگر $u(t)$ تابعی از همهٔ خروجیهای رؤیت شده تا زمان t و شامل آن یعنی $y(t)$، $y(t-1)$، ...، و نیز تابعی از همهٔ سیگنالهای اعمالی $u(t-1)$، ... و داده‌های قبلی باشد. فرض کنید Υ_t نشاندهندهٔ همهٔ مقادیر خروجی تا (و شامل) $y(t)$ و یا به‌طور دقیقتر جبر σ[2] حاصل از $y(t)$، ...، $y(0)$ و $x(0)$ باشد.

---

1. Myopic Control 2. σ Algebra

www.powerjam.ir

بحث راجع به فرموله کردن مسأله

برای رسیدن به یک مسألهٔ قابل قبول، فرض می‌شود که نویز در معادلهٔ (۷ ـ ۱) از نوع حداقل مربعات است یعنی به شکل $C(q) = q^n$ باشد. به علاوه هیچ تأخیر زمانی اضافی در سیستم وجود ندارد. در فرموله کردن فرض می‌شود که اندازه‌گیریهای $y(t)$ در هر فاصلهٔ زمانی نمونه‌برداری انجام می‌شود. با تغییر شیوه بدین ترتیب که اندازه‌گیریهای بعدی در دسترس باشند، امکان تعریف مسائل کنترل دیگری نیز وجود دارد که خود، کنترلگرهای دیگری را نیز نتیجه می‌دهند. اینکه فرض معلوم بودن بردار Φ در معادلهٔ (۷ ـ ۳)، چقدر بر واقعیت منطبق است، موضوعی باز برای تحقیق است. از حالت $\Phi = I$ می‌توان برای مطالعهٔ مسألهٔ کنترل دوگان، به عنوان یک حالت نوعی استفاده کرد.

فرایند معادلهٔ (۷ ـ ۱) دارای مدلی غیر خطی است، زیرا پارامترها مانند ورودیها و خروجیهای قدیم، حالتهای سیستم هستند. مثلاً، توجه کنید که توزیع پارامترها و اغتشاشها، گوسی هستند امّا $y(t)$گوسی نیست. مسأله را می‌توان در حالت کلّی چنین مطرح کرد که مدل و معیار، توابع غیر خطّی هستند. در این فصل برای توضیح ایده‌ها و مشکلات مبحث تطبیقی اتفاقی، حالت خاصی را در نظر می‌گیریم که با معادلات (۷ ـ ۱) و (۷ ـ ۸) تعریف می‌شود.

۷ ـ ۴ کنترل دوگان

حال می‌توان مسألهٔ فرموله شده در قسمت ۷ ـ ۳ را تحلیل کرد. برای این کار مسألهٔ تخمین پارامترهای معادلهٔ (۷ ـ ۱) را در نظر می‌گیریم. نخست مسألهٔ کنترل را برای حالت معلوم بودن پارامترها حل می‌کنیم، سپس مسأله را برای حالت $N = 1$ در معیار معادلهٔ (۷ ـ ۸) حل کرده، سرانجام، حل مسألهٔ کامل توضیح داده می‌شود. مسألهٔ کنترل با استفاده از برنامه‌ریزی پویا حل می‌شود.

مسألهٔ تخمین

برای حل مسألهٔ کنترل دوگان باید بتوان تأثیر سیگنال کنترل را بر خروجیهای آتی بررسی و رفتار پارامترهای اتفاقی را پیش‌بینی کرده، تخمین بزنیم. مسألهٔ تخمین به صورت محاسبهٔ توزیع احتمال شرطی پارامترها با فرض دانستن داده‌های اندازه‌گیری شده تعریف می‌شود.

با استفاده از معادلات (۷ ـ ۳) و (۷ ـ ۶) سیستم، به شکل استانداردهای فضای حالت نوشته می‌شود. توزیع شرطی $x(t+1)$ به شرط Y_t به کمک قضیهٔ زیر به دست می‌آید:

www.powerjam.ir

قضیهٔ ۷ ـ ۱ توزیع شرطی حالتها

مدل معادلهٔ (۷ ـ ۳) را با خروجیِ تعریف شده در معادلهٔ (۷ ـ ۶) در نظر بگیرید که $e(t)$ و $v(t)$ متغیرهای مستقل گوسی با میانگین صفر و کواریانسهای متناظر R_2 و R_1 هستند. حالت اولیهٔ سیستم با معادلات (۷ ـ ۴) و (۷ ـ ۵) بیان می‌شود.

در این صورت، توزیع شرطی $x(t)$ به شرط Υ_{t-1}، گوسی با میانگین $\hat{x}(t)$ و کواریانس $P(t)$ است که در معادلات زیر صدق می‌کند:

$$\begin{aligned}
\hat{x}(t+1) &= \Phi\,\hat{x}(t) + K(t)\,(y(t) - \varphi^T(t-1)\hat{x}(t)) \\
P(t+1) &= (\Phi - K(t)\varphi^T(t-1))\,P(t)\,\Phi^T + R_1 \qquad (۹ ـ ۷) \\
K(t) &= \Phi\,P(t)\varphi(t-1)\,(R_2 + \varphi^T(t-1)P(t)\varphi(t-1))^{-1}
\end{aligned}$$

با شروط اولیهٔ:

$$\hat{x}(0) = m$$
$$P(0) = R_0$$

به علاوه توزیع شرطی $y(t)$ به شرط Υ_{t-1} نیز گوسی با میانگین:

$$m_y(t) = \varphi^T(t-1)\hat{x}(t)$$

و کواریانس:

$$\sigma_y^2(t) = R_2 + \varphi^T(t-1)P(t)\varphi(t-1)$$

است.

برهان: اگر $\varphi^T(t-1)$ برداری متغیر با زمان و معلوم باشد، آنگاه این قضیه با قضیهٔ فیلتراژ کالمن[1]، که در کتابهای استاندارد کنترل اتفاقی یافت می‌شود، یکسان است. با تعقیب جزئیات اثبات قضیهٔ فیلتراژ کالمن در می‌یابیم که در اینجا نیز معتبر است، زیرا $\varphi(t-1)$ از Υ_{t-1} است. به عبارت دیگر بردار $\varphi(t-1)$ از قبل، معلوم نیست امّا هرگاه که در محاسبات به آن نیاز داریم، معلوم است.

نکته: دقت کنید که توزیع شرطی $y(t)$ به شرط Υ_{t-1}، حتّی اگر $y(t)$ گوسی نباشد، گوسی است.

1. Kalman Filtering Theorem

www.powerjam.ir

پس مسألهٔ تخمین بسادگی برای ساختار مدل انتخاب شده حل می‌شود. توزیع شرطی حالت سیستم، *فوق حالت* نامیده می‌شود. توزیع در مسألهٔ موردنظر، گوسی است. بنابراین کافی است میانگین و کواریانس $x(t)$ را در نظر بگیریم. علاوه بر این باید بعضی از ورودیها و خروجیهای قدیم، برای محاسبهٔ توزیع تعریف شده در معادلهٔ (۷ ـ ۹)، ذخیره شوند. در مسألهٔ موردنظر، فوق حالت دارای بُعد متناهی است که می‌توان آن را با بردار سه تایی زیر مشخص کرد:

$$\zeta(t) = [\bar{\varphi}(t-1) \quad \hat{x}(t) \quad P(t)] \qquad (۷ ـ ۱۰)$$

که:

$$\bar{\varphi}^T(t-1) = [0 \quad u(t-2) \cdots u(t-n) \quad -y(t-1) \cdots -y(t-n)] \qquad (۷ ـ ۱۱)$$

بردار $\bar{\varphi}^T(t-1)$ همان بردار $\varphi^T(t-1)$ است با این تفاوت که $u(t-1)$ با صفر جایگزین می‌شود. بهنگام کردن فوق حالت، به کمک قضیهٔ ۷ ـ ۱ و تعریف $\bar{\varphi}^T(t-1)$ انجام می‌شود. در حالت عمومی توزیع احتمال شرطی، گوسی نیست. این موضوع مشکلات محاسباتی و حافظهٔ مورد نیاز را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

سیستمهای با پارامترهای معلوم

اگر پارامترهای سیستم معادلهٔ (۷ ـ ۱) معلوم باشند، تعیین پسخور بهینه، ساده خواهد بود. از بردار $\bar{\varphi}^T$، که با معادلهٔ (۷ ـ ۱۱) تعریف می‌شود، برای نشان دادن وابستگی $u(t)$ استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} y(t+1) &= \varphi^T(t)x(t+1) + e(t+1) \\ &= b_0(t+1)u(t) + \bar{\varphi}^T(t)x(t+1) + e(t+1) \end{aligned}$$

بنابراین وقتی که $b_0(t+1)$ و $x(t+1)$ معلوم باشند، پسخور بهینه از معادلهٔ زیر به دست می‌آید:

$$u(t) = \frac{u_c(t+1) - \bar{\varphi}^T(t)x(t+1)}{b_0(t+1)} \qquad (۷ ـ ۱۲)$$

توجه کنید $\bar{\varphi}(t)$ تابعی از داده‌های مجاز است. این کنترلگر نتیجهٔ زیر را سبب می‌شود:

$$y(t+1) = u_c(t+1) + e(t+1)$$

www.powerjam.ir

و از آنجا که $e(t+1)$ مستقل از Υ_t و $u(t)$ است، معادلهٔ (۷ ـ ۸) را کمینه می‌کند. از این رو مقدار کمینهٔ تابع معیار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\min J_N = R_2$$

توجه کنید که لازم است فرض کنیم $b_0(t+1) \neq 0$ و سیستم در هر لحظهٔ زمانی کمینه فاز است. در غیر اینصورت ممکن است سیگنال کنترل کراندار نباشد.

کنترل هم ارز قطعی

وقتی که پارامترها، $x(t+1)$، مجهولند می‌توان معادلهٔ (۷ ـ ۱۲) را با معادلهٔ زیر جایگزین کرد:

$$u(t) = \frac{u_c(t+1) - \bar{\varphi}^T(t)\hat{x}(t+1)}{\hat{b}_0(t+1)} \qquad (۱۳ ـ ۷)$$

مقادیر صحیح پارامتر با مقادیر امید ریاضی آن به شرط Υ_t، جایگزین می‌شود. کنترلگر معادلهٔ (۷ ـ ۱۳) *کنترلگر هم ارز قطعی* نامیده می‌شود. کنترل هم‌ارز قطعی راهبرد استفاده شده در رگولاتورهای خود تنظیم در فصلهای سوم و چهارم و در سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع در فصل پنجم است. در این کنترلگرها لازم بود از $\hat{b}_0 \neq 0$ نیز اطمینان حاصل شود.

کنترل محتاط[1]

اکنون حالت خاص $N = 1$ را در معادلهٔ (۷ ـ ۸) در نظر می‌گیریم. براساس قضیهٔ ۷ ـ ۱ توزیع شرطی $y(t+1)$ به شرط Υ_t، گوسی با میانگین $\varphi^T(t)\hat{x}(t+1)$ و کواریانس $R_2 + \varphi^T(t)P(t+1)\varphi(t)$ است. لذا:

$$\begin{aligned}
&E\{(y(t+1) - u_c(t+1))^2 \mid \Upsilon_t\} \\
&= (\varphi^T(t)\hat{x}(t+1) - u_c(t+1))^2 + \varphi^T(t)P(t+1)\varphi(t) + R_2 \qquad (۱۴ ـ ۷) \\
&= (\bar{\varphi}^T(t)\hat{x}(t+1) + \hat{b}_0(t+1)u(t) - u_c(t+1))^2 \\
&+ \bar{\varphi}^T(t)P(t+1)\bar{\varphi}(t) + u^2(t)P_{b_0}(t+1) \\
&+ 2u(t)\bar{\varphi}^T(t)P(t+1)l + R_2
\end{aligned}$$

1. Cautious Control

www.powerjam.ir

تساوی اول از فرمول استاندارد زیر به دست می‌آید:

$$E(\zeta^2) = m^2 + p$$

که ζ متغیری گوسی با میانگین m و واریانس p است. بردار ستونی ℓ، ستون اول ماتریس $P(t)$ را انتخاب می‌کند، یعنی:

$$\ell^T = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

علاوه بر این P_{b_0} کواریانس تخمین $\hat{b}_0$ است. معادلهٔ (۷ ـ ۱۴) نسبت به $u(t)$ درجه دوم است. کمینه کردن معادلهٔ (۷ ـ ۱۴) نسبت به $u(t)$، کنترلگر بهینهٔ تک گام مجاز زیر را نتیجه می‌دهد:

$$u(t) = \frac{\hat{b}_0(t+1)u_c(t+1) - \bar{\varphi}^T(t)\left(\hat{b}_0(t+1)\hat{x}(t+1) + P(t+1)\ell\right)}{\hat{b}_0^2(t+1) + P_{b_0}(t+1)} \qquad (۷ ـ ۱۵)$$

و مقدار کمینهٔ تابع تلف بدین صورت است:

$$\min_{u(t)} E\{(y(t+1) - u_c(t+1))^2 \mid Y_t\}$$

$$= (\bar{\varphi}^T(t)\hat{x}(t+1) - u_c(t+1))^2 + R_2 + \bar{\varphi}^T(t)P(t+1)\bar{\varphi}(t) \qquad (۷ ـ ۱۶)$$

$$- \frac{\left(\hat{b}_0(t+1)u_c(t+1) - \bar{\varphi}^T(t)\left(\hat{b}_0(t+1)\hat{x}(t+1) + P(t+1)\ell\right)\right)^2}{\hat{b}_0^2(t+1) + P_{b_0}(t+1)}$$

کنترلگر تک ـ گام ـ به جلو[1] یا کنترلگر محتاطِ معادلهٔ (۷ ـ ۱۵) با معادلهٔ (۷ ـ ۱۳) تفاوت دارد زیرا عدم قطعیتهای پارامترها نیز به حساب آمده است. وقتی که تخمینها دارای عدم قطعیت باشند، کنترلگر، محتاط می‌شود. توجه کنید وقتی که $P(t+1) = 0$ باشد کنترلگر محتاطِ معادلهٔ (۷ ـ ۱۵) به کنترلگر هم ارز قطعیِ معادلهٔ (۷ ـ ۱۳) تقلیل می‌یابد.

مثال ۷ ـ ۲ انتگرالگیر با بهرهٔ متغیر با زمان

انتگرالگیری را با بهرهٔ متغیر در نظر بگیرید و فرض کنید فرایند با معادلهٔ زیر توصیف شود:

$$y(t) - y(t-1) = b(t)u(t-1) + e(t)$$

1. One - Step - Ahead Controller

www.powerjam.ir

که:

$$b(t+1) = \varphi_b\, b(t) + R_1\, \nu(t)$$

خطاهای e و ν نویزهای سفید گوسی با میانگین صفر و انحراف معیارهای متناظر R_2 و ۱ هستند. به علاوه فرض می‌شود. $u_c = 0$ است. در این صورت کنترلگر هم ارز قطعی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u(t) = -\frac{1}{\hat{b}(t+1)}\, y(t)$$

و کنترلگر محتاط بدین ترتیب است:

$$u(t) = -\frac{\hat{b}(t+1)}{\hat{b}^2(t+1) + p_b(t+1)}\, y(t)$$

ملاحظه می‌شود بهرهٔ کنترلگر محتاط (در مقایسه با کنترلگر هم ارز قطعی) با ضریب $\frac{\hat{b}^2}{\hat{b}^2 + p_b}$ کاهش یافته است. توجه کنید که وقتی عدم قطعیت افزایش می‌یابد، بهره به صفر میل می‌کند.

بهینه‌سازی چند گامه

مسألهٔ عمومی بهینه‌سازی چند گامه با استفاده از برنامه‌ریزی پویا قابل حل است. این حقیقت که توزیعهای شرطی، گوسی هستند، مسأله را ساده می‌کند.

از یک نتیجهٔ بنیادی در نظریهٔ کنترل اتفاقی (آستروم (۱۹۷۰)، لم ۸ : ۳ – ۲ را ببینید)، نتیجه می‌شود که:

$$\min_{u(t-1)\ldots u(N-1)} E\left\{\sum_{k=t}^{N} (y(k) - u_c(k))^2\right\}$$

$$= E_{Y_{t-1}}\left(\min E\left\{\sum_{k=t}^{N} (y(k) - u_c(k))^2 \mid Y_{t-1}\right\}\right)$$

و فرض می‌شود که مینیمم وجود دارد. $E(. \mid Y_{t-1})$ تابعی از فوق حالت معادلهٔ (۷ ـ ۱۰) و t است حال با تعریف:

$$V(\zeta(t), t) = \min_{u(t-1)\ldots u(N-1)} E\left\{\sum_{k=t}^{N} (y(k) - u_c(k))^2 \mid Y_{t-1}\right\})$$

www.powerjam.ir

$V(\zeta(t), t)$ را می‌توان به عنوان مقدار کمینهٔ امید ریاضی تابع تلف برای قسمت باقیماندهٔ افق کنترل به شرط داده‌های تا زمان $t-1$ در نظر گرفت.

مرحلهٔ $N-1$ را در نظر بگیرید. وقتی که $u(N-1)$ تغییر داده می‌شود، تنها بر $y(N)$ تأثیر خواهد گذاشت. این، بدان معناست که همان حالتی را که برای کمینه سازی تک گام داشتیم. اینجا نیز خواهیم داشت. از معادلهٔ (۷ ـ ۱۶) خواهیم داشت:

$$V(\zeta(N-1), N)$$

$$= (\bar{\varphi}^T(N-1)\hat{x}(N) - u_c(N))^2 + R_2 + \bar{\varphi}^T(N-1)P(N)\bar{\varphi}(N-1)$$

$$- \frac{(\hat{b}_0(N)u_c(N) - \bar{\varphi}^T(N-1)(\hat{b}_0(N)\hat{x}(N) + P(N)l))^2}{\hat{b}_0^2(N) + P_{b_0}(N)}$$

در زمان $N-1$ داریم:

$$V(\zeta(N-1), N-1)$$
$$= \min_{u(N-2)} E\{(y(N-1) - u_c(N-1))^2 + V(\zeta(N), N) \mid Y_{N-2}\}$$

توجه کنید که کمینه‌سازی فقط روی $u(N-2)$ انجام می‌شود زیرا $u(N-1)$ پیشتر در کمینه‌سازی حذف شده است. این عبارت، تابع تلف را در زمان $N-1$ به شکل بازگشتی تعریف می‌کند که می‌توان از آن برای بازگشت پسرو به اندازهٔ یک گام بهره جُست. این روند برنامه‌ریزی پویا ما را به معادله‌ای بازگشتی می‌رساند که معرّف مقدار کمینهٔ امید ریاضی تلف است.

در زمان t داریم:

$$V(\zeta(t), t) = \min_{u(t-1)} E\{(y(t) - u_c(t))^2 + V(\zeta(t+1), t+1) \mid Y_{t-1}\} \quad (۱۷ ـ ۷)$$

این معادلهٔ تابعی، *معادلهٔ بلمن* مسأله نامیده می‌شود. سادگی شکل معادله (۷ ـ ۱۷) گمراه کننده است. این معادله به طور تحلیلی قابل حل نیست و حتی برای رسیدن به جواب مسأله‌ای بسیار ساده نیاز به محاسبات عددی زیادی دارد.

اوّلین جملهٔ سمت راستِ معادلهٔ (۷ ـ ۱۷) تعبیری همچون کمینه‌سازی تک گام دارد امّا

www.powerjam.ir

جملهٔ دوم موجب بروز مشکلات بهینه‌سازی می‌شود، زیرا باید عبارت زیر را محاسبه کنیم:

$$E\{V(\zeta(t+1), t+1) \mid Y_{t-1}\}$$

یعنی باید میانگین را نسبت به توزیع $y(t)$ به شرط Y_{t-1} محاسبه کرد. طبق قضیهٔ ۷ ـ ۱، این توزیع، گوسی با میانگین $m_y(t)$ و واریانس $\sigma_y^2(t)$ است. در نتیجه داریم:

$$E\{V(\zeta(t+1), t+1) \mid Y_{t-1}\} \qquad (۱۸-۷)$$

$$= \frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} V(\varphi(t), \hat{x}(t+1), P(t+1), t+1)\, e^{-(s-m_y)^2/(2\sigma_y^2)}\, ds$$

که:

$$\hat{x}(t+1) = \Phi\hat{x}(t) + K(t)(s - \varphi^T(t-1)\hat{x}(t))$$
$$P(t+1) = (\Phi - K(t)\varphi^T(t-1))P(t)\Phi^T + R_1$$
$$K(t) = \Phi P(t)\varphi(t-1)/\sigma_y^2(t)$$
$$\sigma_y^2(t) = R_2 + \varphi^T(t-1)P(t)\varphi(t-1)$$
$$\tilde{\varphi}_1(t) = u(t-1)$$
$$\tilde{\varphi}_i(t) = \tilde{\varphi}_{i-1}(t-1) \qquad i = 2, \ldots, n, n+2, \ldots, 2n$$
$$\tilde{\varphi}_{n+1}(t) = s$$

از این معادلات به همراه معادلهٔ (۷ ـ ۱۸) می‌توان برای محاسبهٔ بازگشتی سیگنال کنترل و تابع تلف به صورت تابعی از فوق حالت استفاده کرد. متغیر کنترلی $u(t-1)$ بر تلف مرحله اول (یعنی جملهٔ اول سمت راست معادلهٔ (۷ ـ ۱۷)) تأثیر می‌گذارد. توجه کنید که $u(t-1)$ بر مقدار امید ریاضی تلف آینده نیز اثر می‌نهد، زیرا بر $\varphi(t-1)$ مؤثر است که آن نیز بر $\hat{x}(t+1)$، $P(t+1)$ و $\tilde{\varphi}^T(t)$ تأثیر می‌گذارد. این بدان معناست که انتخاب سیگنال کنترل $u(t-1)$ بر تلف مرحله اول، تخمینهای آتی پارامتر، صحّت آنها و همچنین بر مقادیر آتی سیگنال خروجی، اثر دارد. کنترلگر بهینه، یک کنترلگر دوگان است. که مصالحه‌ای بین عمل کنترل و عمل حس کردن[1] ایجاد می‌کند.

عمل حس کردن، یک حالت یادگیری فعّال را در برابر کنترلگرهای محتاط و هم ارز قطعی

1. Probing Action

www.powerjam.ir

ایجاد می‌کند، که در آنها یادگیری «تصادفی» است. پسخور بهینه، اعمال کنترل را تولید خواهد کرد که دقت تخمینهای آتی را به قیمت تلف کوتاه مدّت[1]، اصلاح می‌کند. کنترلگر محتاط که در حالت N = ۱ به دست می‌آید در صورت اِعمال حسگر، مفید نیست، این کنترلگر فقط سعی می‌کند که تابع تلف را تا حدّ ممکن در زمان بعدی کوچک کند.

جداسازی و هم ارزی قطعیت

کنترلگر بهینهٔ تک گام معادلهٔ (۷ ـ ۱۵) را نمی‌توان با استفاده از اصل هم ارزی قطعیت به دست آورد، امّا مسائل کنترل و تخمین را می‌توان از یکدیگر مجزّا کرد. همانطور که در قسمت ۷ ـ ۱ گفته شد اکثر کنترلگرهای تطبیقی بر پایه این فرض استوارند که اصل هم‌ارزی قطعیت برقرار است. محاسبات این قسمت نشان می‌دهد که اصل جداسازی نیز در این مسأله قابل استفاده است. لیکن عدم قطعیتها نیز باید در محاسبه سیگنال کنترل لحاظ شود. بنابراین، علاقمندیم بدانیم آیا دسته‌ای از سیستمها وجود دارد که برایشان اصل هم ارزی قطعیت و جداسازی برقرار است.

یک حالت که در آن اصل هم ارزی قطعیّت برآورده می‌شود، حالت معروف گوسی درجه دوم خطّی برای سیستمهای معلوم است. برای کنترلگرهای تطبیقی حالتهای محدودی وجود دارد که در آنها اصل هم ارزی قطعیت قابل اعمال است. یک استثناء، زمانی است که پارامترهای مجهول، متغیرهای اتّفاقی هستند که بین فواصل نمونه‌برداری مختلف، مستقلّند. علاوه بر این، اصل هم ارزی قطعیت برای مسألهٔ گوسی درجه دوم خطّی اتفاقی حتی وقتی که نویز فرایند، سفید بوده، لیکن لزوماً گوسی نیست و نیز برای حالتی که نویز اندازه‌گیری به شکل جمع شونده بوده امّا لزوماً سفید نیست، برقرار است.

اصل جداسازی برای حالات بسیار عمومی‌تر نیز معتبر است. کنترلگر محتاط و کنترلگر دوگان که در این قسمت بررسی شدند، با استفاده از جداسازی به دست می‌آیند.

حلّ عددی

حتی در ساده‌ترین حالات حلّ تحلیلی برای معادلهٔ بلمن (معادلهٔ ۷ ـ ۱۷) وجود ندارد. بنابراین لازم است به حلّ عددی متوسّل شویم. انجام هر مرحلهٔ تکرار معادلهٔ (۷ ـ ۱۷) مستلزم

1. Short - Term Loss

www.powerjam.ir

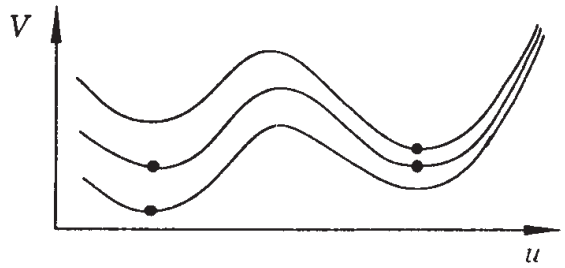
موارد ذیل است:

- گسسته‌سازی تابع تلف V برحسب متغیرهای فوق حالت؛
- محاسبهٔ انتگرال در معادلهٔ (۷ ـ ۱۸) با استفاده از یک فرمول درجه دوم؛
- کمینه‌سازی روی $u(t-1)$ برای هر ترکیبی از فوق حالت گسسته شده؛

هم V و هم u توابعی از فوق حالت هستند، بنابراین وقتی که مرتبه سیستم افزایش می‌یابد، حافظهٔ مورد نیاز نیز بسرعت افزایش می‌یابد. فرض کنید بُعد فوق حالت ۲ و هر متغیر به ۱۰ گام گسسته می‌شود. بنابراین جداول تابع تلف و کنترل هر کدام شامل ۱۰۰ مقدار هستند. اجازه دهید فوق خالت دارای بُعد ۶ باشد و هر متغیر به ۱۰ گام گسسته شود. بنابراین بُعد تابع معیار و جداول کنترل هر کدام 10^6 می‌شود. این بدان معناست که به دلیل «نفرین ابعاد[1]» فقط مسائل خیلی ساده، به صورت عددی قابل حل هستند.

ناپیوستگی سیگنال کنترل

یک حالت پاسخ بهینه آن است که قانون کنترل می‌تواند در حالاتی شبیه آنچه در شکل ۷ ـ ۳ نشان داده شده ناپیوسته گردد. این شکل، تابع تلف را به صورت تابعی از سیگنال کنترل برای سه مقدار مختلف (امّا نزدیک به هم) فوق حالت نشان می‌دهد. اگر چند نقطهٔ کمینهٔ محلی وجود داشته باشد، سیگنال کنترل می‌تواند هنگامی که نقطهٔ کمینهٔ فراگیر از یک نقطهٔ کمینهٔ محلّی به نقطه کمینهٔ محلی دیگری تغییر می‌کند؛ ناپیوسته شود. این مسأله را می‌توان به یک تغییر مُد کنترلگر تعبیر کرد. مثلاً ممکن است کنترلگر برای افزایش اطلاعات در مورد پارامترهای مجهول، از حسگرها استفاده کند.



شکل ۷ ـ ۳. توضیح اینکه چگونه چندین نقطهٔ کمینهٔ محلی تابع تلف می‌توانند یک ناپیوستگی در سیگنال کنترل ایجاد کنند. نقاط کمینهٔ فراگیر با نقطه مشخص شده است. در منحنی میانی نقاط کمینهٔ محلّی هم مقدار هستند.

1. "Curse of Dimensinoality"

www.powerjam.ir

۷ ـ ۵ راهبردهای زیر بهینه

کنترلگر دوگان چندگامهٔ بهینه که در قسمت قبل مطرح شد، در عمل مورد استفادهٔ کمی دارد، زیرا مشکلات عددی، کارایی آن را کم می‌کند. امّا ساختار دوگان کنترلگر بسیار مهم است. روشهای بسیاری برای بدست آوردن تقریبهای عملی پیشنهاد شده است. در این قسمت برخی از این روشها بررسی می‌شود. ابتدا خواصّ کنترلگرهای محتاط بررسی و سپس شیوه‌های مختلف بهبود آنها توضیح داده می‌شود.

کنترلگرهای محتاط

کمینه‌سازی روی تنها یک گام، کنترلگر تک گام یا محتاطِ معادلهٔ (۷ ـ ۱۵) را نتیجه می‌دهد. این کنترلگر برخلاف کنترلگر هم‌ارز قطعی معادله (۷ ـ ۱۳)، عدم قطعیتهای پارامتر را به حساب می‌آورد. لیکن بهرهٔ معادلهٔ (۷ ـ ۱۵) در صورت افزایش واریانس $\hat{b}_0$، کاهش خواهد یافت. این امر در گام بعد، باعث کاهش اطلاعات در مورد b_0 شده، واریانس، بیشتر افزایش خواهد یافت. در نتیجه کنترلگر در یک دور *باطل*[1] افتاده، دامنهٔ سیگنال کنترل بسیار کوچک می‌شود. این موضوع پدیدهٔ *خاموش شدن*[2] نامیده می‌شود.

مثال ۷ ـ ۳ خاموش شدن

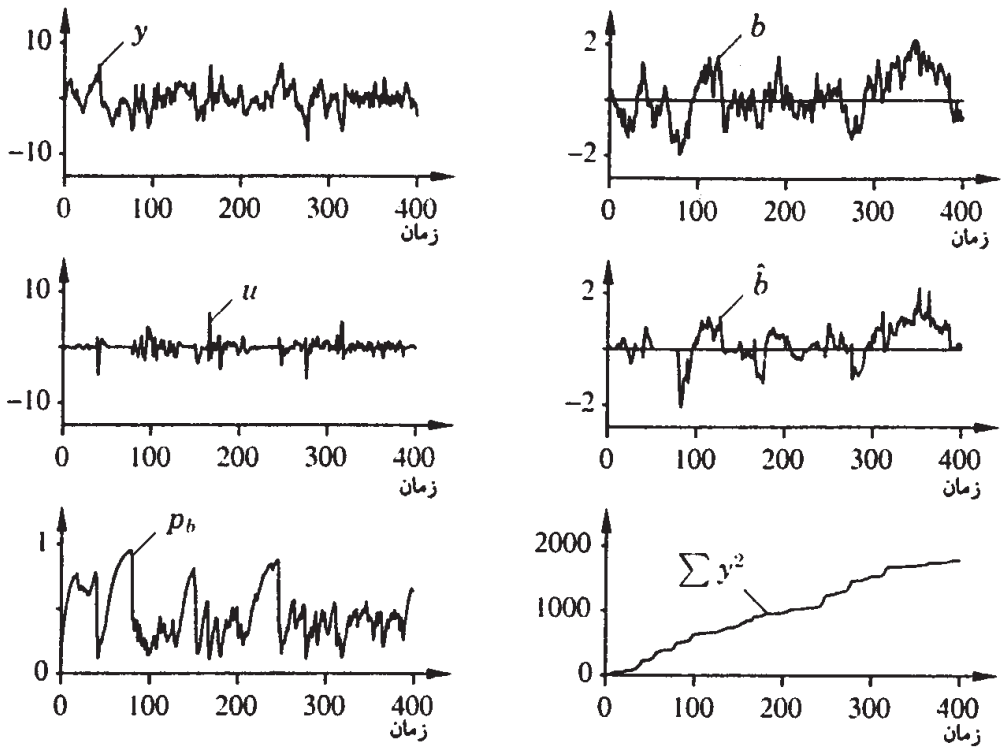
انتگرالگیر با بهرهٔ مجهول مثال ۷ ـ ۲ را در نظر بگیرید که در آن $R_1 = ۰/۰۹$ و $\varphi_b = ۰/۹۵$ است. شکل ۷ ـ ۴ یک نمایش شبیه‌سازی از کنترلگر محتاط را نشان می‌دهد. سیگنال کنترل برای دوره‌هایی از زمان، کوچک است و واریانس بهره تخمینی، حین پدیدهٔ خاموش شدن افزایش می‌یابد. پس از مدتی، فعالیت کنترلی ناگهان دوباره شروع می‌شود.

به طور کلّی خاموش شدن زمانی شروع می‌شود که سیگنال کنترل، و همچنین پارامتر b_0 کوچک است. مسأله با پدیدهٔ خاموش شدن باعث می‌شود که کنترلگر محتاط برای کنترل سیستمهایی که پارامترهای آنها تغییرات سریع دارند، مناسب نباشد. این کنترلگر برای زمانهایی مفید است که پارامترهای فرایند ثابت و یا تقریباً ثابت باشد امّا اغلب، کنترلگر هم ارز قطعی نیز؛ با رعایت نکات ایمنی؛ می‌تواند در چنین حالتهایی مفید واقع شود.

---

1. Vicious Circle 2. Turn - Off Phenomenon

www.powerjam.ir



شکل ۷ ـ ۴. نمایش شبیه‌سازی هنگام کنترل یک انتگرالگیر با استفاده از کنترلگر محتاط. خاموش شدن در هنگام کوچک شدن سیگنال کنترل اتفاق می‌افتد.

طبقه‌بندی کنترلگرهای دوگان زیر بهینه

مسألهٔ خاموش شدن باعث شده پیشنهادهای زیادی برای نحوه به دست آوردن کنترلگرهایی ارائه شود که ساده بوده، ضمناً برخی ویژگیهای دوگانی را نیز داشته باشند. برخی از این روشها عبارت است از:

- افزودن سیگنالهای آشفتگی به کنترلگر محتاط؛
- محدود کردن واریانس تخمینهای پارامتر؛
- توسعهٔ تابع تلف؛
- بسط سری تابع تلف؛

حال تعدادی از این اصلاحات توضیح داده می‌شود:

سیگنالهای آشفتگی

پدیدهٔ خاموش شدن، به دلیل نبودن تحریک، اتفاق می‌افتد (با فصل ششم مقایسه کنید). یک روش برای افزایش تحریک، افزودن یک سیگنال آشفتگی است. برای این کار، دنباله‌های

www.powerjam.ir

دودویی شبه ـ اتّفاقی[1] (PRBS) و سیگنالهای نویز سفید پیشنهاد شده است. آشفتگی می‌تواند همواره یا تنها وقتی که واریانس از حدّی تجاوز می‌کند، اضافه شود. افزودن سیگنال اضافی به طور طبیعی موجب افزایش تلف حس کردن[2] می‌شود، امّا می‌تواند عملکرد کلّی را بهبود بخشد.

کمینه‌سازی تک ـ گام مقیّد

دسته‌ای از کنترلگرهای دوگان زیر بهینه، به وسیلهٔ کمینه‌سازی تک ـ گام مقیّد[3] به دست می‌آید. قیود پیشنهادی عبارت است از:

- محدودیت مقدار کمینهٔ سیگنال کنترل؛
- محدودیت واریانس؛

یک روش، انتخاب کنترلگر به صورت ذیل است:

$$u(t) = \begin{cases} u_{lim} \cdot \text{sign}(u_{cautious}) & \text{if} \quad |u_{cautious}| < |u_{lim}| \\ u_{cautious} & \text{if} \quad |u_{cautious}| \geqslant |u_{lim}| \end{cases}$$

در صورتی که کنترلگر محتاط سیگنال ورودی بسیار کوچکی را بدهد، یک سیگنال حسگر اضافی را نتیجه خواهد داد.

روشهای مختلفی برای مقیّد کردن کمینه‌سازی با استفاده از ماتریس P پیشنهاد شده است. به عنوان نمونه می‌توان تابع تلف تک گام معادلهٔ (۷ ـ ۱۴) را با قید زیر، کمینه کرد:

$$\text{tr}\, P^{-1}(t+1) \geqslant M$$

P^{-1} با ماتریس اطّلاعات، متناسب است. قید روی ردّ[4] P^{-1}، بدان معناست که اطلاعات راجع به پارامترها، همواره بزرگتر از مقدار مشخصی مانند M است. یک روش مشابه، آن است که فقط واریانس b_0 را مقیّد کنیم؛ یعنی:

$$p_{b_0}(t+1) \leqslant \begin{cases} \gamma \hat{b}_0^2(t+1) & \text{if } P_{b_0}(t) \leqslant \hat{b}_0^2(t) \\ \alpha p_{b_0}(t) & \text{otherwise} \end{cases}$$

1. Pseudo - Random Binary Sequences
2. Probing Loss
3. Constrained One - Step Minimization
4. Trace

www.powerjam.ir

این اصلاحات بر روی کنترلگر محتاط، این مزّیت را داراست که سیگنال کنترل، بسادگی محاسبه می‌شود، امّا الگوریتمها شامل پارامترهای وابسته به کاربرد هستند که کاربر باید انتخاب کند و سرانجام اینکه این تقریبها نمی‌توانند از رخداد پدیدهٔ خاموش شدن جلوگیری کنند، زیرا آشفتگی اضافی تا هنگام بروز خاموش شدن، فعال نمی‌شود.

توسعهٔ تابع تلف

شیوهٔ دیگری که مشابه کمینه‌سازی مقیّد است، توسعهٔ تابع تلف به منظور جلوگیری از کوتاه‌بینی کنترلگر محتاط است. روش واضح آن است که سعی کنیم مسألهٔ کمینه‌سازی دوگامه را حل کنیم. محاسبات قسمت قبل نشان می‌دهد که در حالت $N = ۲$ به دست آوردن یک حل تحلیلی برای معادلهٔ (۷ ـ ۸) ممکن نیست.

روش دیگر، توسعهٔ تابع تلف همراه با تابعی از $P(t + ۲)$ است که تخمینهای پارامتر خوبی را نتیجه خواهد داد. برای این هدف، می‌توان از تابع تلف ذیل استفاده کرد:

$$\min_{u(t)} E\left\{(y(t+۱) - u_c(t+۱))^۲ + \rho f(P(t+۲)) \mid \Upsilon_t\right\} \qquad (۱۹ ـ ۷)$$

ρ، پارامتری ثابت است. از آنجا که پارامتر اصلی، $b_۰$ است، می‌توانیم از روابط ذیل استفاده کنیم:

$$f(P(t+۲)) = p_{b_۰}(t+۲)$$

یا:

$$f(P(t+۲)) = R_۲ \frac{p_{b_۰}(t+۲)}{p_{b_۰}(t+۱)} \qquad (۲۰ ـ ۷)$$

بدین ترتیب تابع تلفی همراه با دو نقطهٔ کمینهٔ محلّی نتیجه می‌شود. برای یافتن نقطهٔ کمینهٔ فراگیر لازم است که از روشهای جستجوی عددی استفاده شود. این امکان نیز وجود دارد که از ساختار مسأله استفاده کرده، بسط سریِ تا مرتبهٔ دوم تابع تلف را بکار گیریم. این بسط، یک کنترلگر دوگان زیر بهینهٔ غیر بازگشتی ساده را نتیجه می‌دهد که در آن افزایش محاسبات، در مقایسه با یک رگولاتور خود تنظیم یا محتاط، بسیار تعدیل شده است.

دو روش مشابه، توابع تلف را به ترتیب به صورت زیر اصلاح می‌کند:

$$\min_{u(t)} E\left\{(y(t+۱) - u_c(t+۱))^۲ - \rho \frac{\det P(t+۱)}{\det P(t+۲)} \mid \Upsilon_t\right\} \qquad (۲۱ ـ ۷)$$

www.powerjam.ir

$$\min_{u(t)} E\left\{(y(t+1) - u_c(t+1))^2 - \rho\,\varepsilon^2(t+1) \mid Y_t\right\} \qquad (۳۲ - ۷)$$

که سیگنال ابداع $\varepsilon(t+1)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \varphi^T(t)\hat{x}(t+1)$$

در دو این توابع تلف، معیارهای درجه دومی را ناشی می‌شوند که به دست آوردن عبارات ساده تحلیلی را برای سیگنال کنترل ممکن می‌سازد.

بسط سری تابع تلف

کنترلگرهای دوگان زیر بهینه مورد بحث فوق، برای مدل ورودی ـ خروجی معادلهٔ (۷ ـ ۱) به دست آمد. کنترلگرهای دوگان زیر بهینه برای مدلهای فضای حالت نیز استخراج شده‌اند. یک روش بسط تابع تلف در معادلهٔ بلمن است. چنین بسطی می‌تواند حول کنترلگرهای هم ارز قطعی یا محتاط انجام شود. از این شیوه اساساً زمانی استفاده می‌شود که افق کنترل N کوچک است (معمولاً کمتر از ۱۰). یکی از دلایل این امر پیچیدگی محاسبات است.

خلاصه

روشهای بسیاری برای ساخت کنترلگرهای دوگان زیر بهینه وجود دارد. اکثر تقریبهای توصیح داده شده، با کنترلگر محتاط شروع کرده، و سعی می‌کنند برخی از یادگیریهای فعال را در آنها وارد کنند. این کار را می‌توان با در نظر گرفتن یک جمله در تابع تلف که کیفیت تخمینها را منعکس می‌کند، انجام داد. همچنین این جمله باید تابعی از سیگنال کنترلی باشد که تعیین آن مشکل است. کنترلگرهای زیر بهینه باید به گونه‌ای باشند که بتوانند برای سیستمهای مرتبهٔ بالاتر از چند تا محاسبات خیلی زیادی به کار روند.

۷ ـ ۶ مثالها

در اینجا مثالهایی آمده که خواص کنترلگرهای مطرح شده در این فصل را نشان می‌دهد.

www.powerjam.ir

مثال ۷ ـ ۴ کنترلگر دوگان بهینه

مثال اول یک مسألهٔ کنترل دوگان است که آستروم وهلمرسن[1] (۱۹۸۲) آن را به صورت عددی حل کرده‌اند. انتگرالگیر مثال ۷ ـ ۲ را در نظر بگیرید. فرض می‌شود بهره، ثابت و می مجهول (یعنی $\varphi_{1b} = 1$ و $R_1 = 0$) باشد، همچنین فرض می‌شود پارامتر b، متغیری تصادفی با توزیع اوّلیه گوسی باشد. در این صورت، توزیع شرطی b به شرط دانستن ورودیها و خروجیها تا زمان t، نیز گوسی با میانگین $\hat{b}(t)$ و کواریانس $P(t)$ است. فوق حالت به سه تایی $(y(t), \hat{b}(t), P(t))$ مشخص می‌شود. معادلات بهنگام کردن فوق حالت با معادلهٔ (۷ ـ ۹) داده می‌شود.

تابع تلف زیر را تعریف کنید:

$$V_N = \min_u E\left\{\sum_{k=t+1}^{t+N} y^2(k) \mid Y_t\right\}$$

که Y_t بیانگر داده‌های در دسترس در زمان t (یعنی: $\{y(t), y(t-1), \ldots\}$) است. با در نظر گرفتن متغیّرهای نرمالیزهٔ زیر:

$$\eta = y / \sqrt{R_2} \quad , \quad \beta = \hat{b} / \sqrt{P} \qquad \mu = -u\hat{b}/y$$

می‌توان نشان داد که V_N فقط به η و β وابسته است. همچنین معادلهٔ ابداع نرمالیزهٔ زیر را در نظر بگیرید:

$$\varepsilon(t) = \frac{y(t+1) - y(t) - \hat{b}(t)\,u(t)}{R_2 + u(t)^2 P(t)}$$

برای $R_2 = 1$ معادلهٔ بلمن مسأله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$V_N(\eta, \beta) = \min_u U_N(\eta, \beta, \mu)$$

که:

$$V_0(\eta, \beta) = 0$$

و:

$$U_N(\eta, \beta, \mu) = 1 + \eta^2 (1-\mu)^2 + \frac{\mu^2 \eta^2}{\beta^2} + \int_{-\infty}^{\infty} V_{N-1}(\eta_p, \beta_p)\varphi(s)\,ds$$

---

1. Henderson

www.powerjam.ir

که در آن ϕ چگالی احتمال نرمال با میانگین صفر و واریانس واحد است و داریم:

$$\eta_p = \eta - \mu\eta + s\sqrt{1 + \frac{\mu^2\eta^2}{\beta^2}}$$

$$\beta_p = \beta\sqrt{1 + \frac{\mu^2\eta^2}{\beta^2}} - \frac{\mu\eta}{\beta}s$$

توجه کنید که η_p و β_p مقادیر پیش‌بینی شده تک گام به جلوِ η و β هستند. وقتی عملیات کمینه کردن انجام شد، قانون کنترلی به شکل ذیل بدست می‌آید:

$$\mu_N = (\eta, \beta) = \arg\min_{\mu} U_N(\eta, \beta, \mu)$$

کمینه‌سازی را می‌توان به طور تحلیلی برای $N = 1$ انجام داد، با دانستن:

$$\mu_1(\eta, \beta) = \arg\min_{\mu}\left(1 + \eta^2(1-\mu)^2 + \frac{\mu^2\eta^2}{\beta^2}\right) = \frac{\beta^2}{1+\beta^2}$$

از متغیر اصلی نتیجه می‌شود:

$$u(t) = -\frac{1}{\hat{b}(t+1)} \cdot \frac{\hat{b}^2(t+1)}{\hat{b}^2(t+1) + P(t+1)} y(t)$$

این قانون کنترل، کنترل تک گام یا کنترل نزدیک‌بین است که در مثال ۷ ـ ۲ استخراج شد.

برای $N > 1$، بهینه‌سازی نمی‌تواند به طور تحلیلی انجام شود. در عوض باید به محاسبات عددی متوسّل شویم. شکل ۷ ـ ۵ قوانین کنترل دوگان حاصل برای افقهای مختلف N را نشان می‌دهد. ناپیوستگی قانون کنترل متناظر با حالتی است که یک سیگنال حسگر برای بهبود تخمینها اضافه شده است.

کنترلگر هم ارز قطعی ذیل:

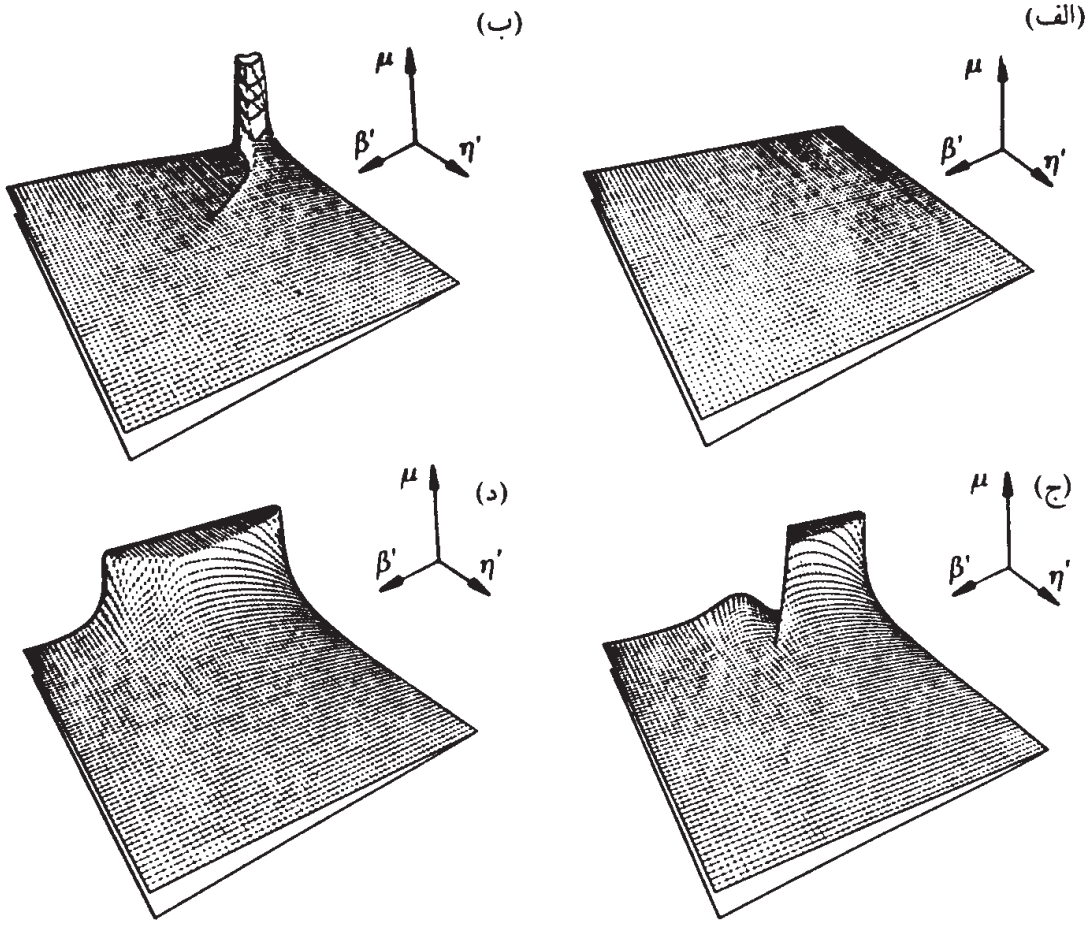
$$u(t) = -y(t)/\hat{b}$$

را می‌توان برای متغیرهای نرمالیزه به شکل:

$$\mu = 1$$

بیان کرد. توجه کنید که همهٔ قوانین کنترل، برای مقادیر بزرگ β (یعنی در صورت دقیق بودن تخمین)، یکسان هستند. قانون کنترل بهینه برای خطاهای بزرگ کنترل به کنترل محتاط نزدیک

www.powerjam.ir



شکل ۷ ـ ۵. نمایش قوانین کنترل محتاط و کنترل دوگان وقتی که: (الف) N = ۱؛ (ب) N = ۳؛ (ج) N = ۶؛ (د) N = ۳۱ باشد. سیگنال‌کنترل به‌صورت‌تابعی از $\eta' = \eta/(1+\eta)$ و $\beta' = \beta^2/(1+\beta^2)$ نشان داده می‌شود. سیگنال کنترل محدود می‌شود که حالت بریدگی قلّه‌ها را ایجاد می‌کند.

است. برای تخمینهای با دقّت پایین و خطاهای کنترل متوسط، کنترل دوگان اَعمال کنترلی بزرگتری نسبت به سایر قوانین کنترل دارد. کنترلگر دوگان بهینه به کمک Vax11/780 محاسبه شده است. هر یک از مقادیر نرمالیزهٔ η و β به ۶۴ مقدار گسسته شده است؛ بنابراین جداول کنترل و تابع تلف دارای ابعاد ۶۴ × ۶۴ است. هر تکرار معادلهٔ بلمن حدود شش ساعت از وقت CPU را صرف می‌کند.

مثال ۷ ـ ۵ حسّ کردن

یکی از وجوه جالب قانون کنترل دوگان آن است که رفتاری کاملاً متفاوت با الگوریتمهای بدون اثبات دقیق دارد امّا مهمّترین ویژگی آن، حسّ کردن است که به منظور به دست آوردن اطلاعات بیشتر در مورد پارامترهای مجهول انجام می‌شود. تأثیر حسّ کردن، در صورت کوچک

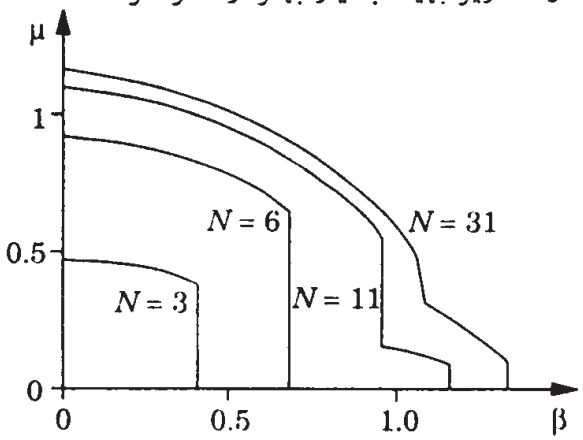
www.powerjam.ir

بودن خروجی y، بسیار چشمگیر است. این اثر را می‌توان با استفاده از نتایج مثال ۷ ـ ۴ بررسی کرد. هر دو کنترلگر محتاط و هم ارز قطعی نسبت به y پیوسته هستند و در $y = 0$، صفر می‌شوند. امّا قانون کنترل دوگان، بسیار متفاوت است. برای نشان دادن این تفاوت، سیگنال کنترل را برای $y = 0$ در نظر می‌گیریم. شکل ۷ ـ ۶ سیگنال کنترل را در $y = 0$ به عنوان تابعی از دقّت پارامتر نرمالیزه (یعنی: $\beta = \hat{b} / \sqrt{P}$) و برای افقهای زمانی مختلف، نشان می‌دهد. همهٔ قوانین کنترل وقتی که تخمین پارامتر به اندازهٔ کافی دقیق باشد، سیگنال کنترل صفر را می‌دهند. لیکن برای تخمینهای دارای عدم قطعیت، سیگنال کنترل، مخالف صفر و حالت گذرا، ناپیوسته است. از این ناپیوستگی می‌توان برای تعریف ناحیهٔ حسّ کردن[1] استفاده کرد. توجه کنید که ناحیهٔ حسّ کردن با افزایش افق زمانی، بزرگ می‌شود. برای $N = 31$، حسّ کردن در ناحیهٔ $\beta \leq 1/3$. یعنی وقتی که $\hat{b} \leq 1/3\sqrt{p}$ است، اتفاق می‌افتد.

مثال ۷ ـ ۶ پارامترهای متغیر با زمان

حال سیستم مثالهای ۷ ـ ۲ و ۷ ـ ۳ را به کمک یک کنترلگر دوگان زیر بهینه کنترل می‌شود که معادلهٔ (۷ ـ ۱۹) را با $f(P(t+2))$ داده شده در معادلهٔ (۷ ـ ۲۰) کمینه می‌کند. ویتن مارک و الویچ[2] (۱۹۸۵) را ببینید.

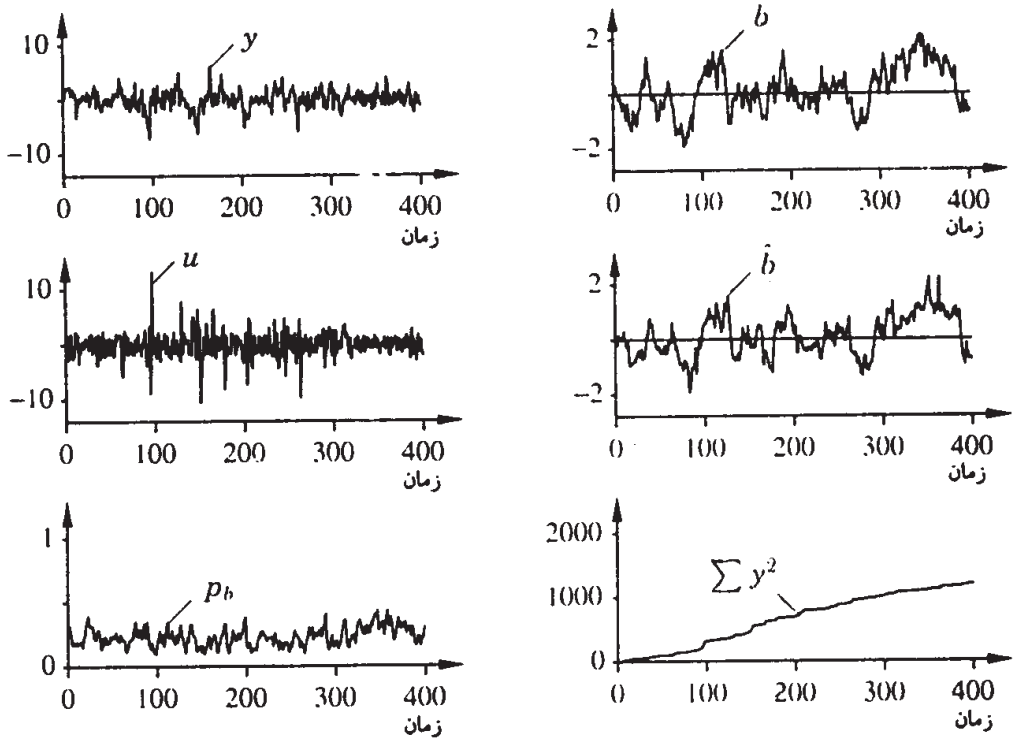
شکل ۷ ـ ۷ همان آزمایش را با استفاده از دنباله‌های نویز شکل ۷ ـ ۴ نشان می‌دهد. با کنترلگر دوگان زیر بهینه، تمایل به پدیدهٔ خاموش شدن، وجود ندارد. شبیه‌سازی شکل ۷ ـ ۷ نشان می‌دهد که کنترلگر دوگان زیر بهینه بسیار بهتر از کنترلگر محتاط است. علاوه بر این،



شکل ۷ ـ ۶. سیگنال کنترل به صورت تابعی از دقت پارامتر نرمالیزه (β) برای قوانین کنترل بهینه و برای افقهای زمانی مختلف

1. Probing Zone 2. Elevitch

www.powerjam.ir



شکل ۷ ـ ۷. شبیه‌سازی انتگرالگیر با بهرهٔ متغیر با زمان با استفاده از یک کنترلگر دوگان زیر بهینه. با شکل ۷ ـ ۴ مقایسه کنید.

مقایسه‌هایی نیز با استفاده از شبیه‌سازیهای مونت کارلو[1] با کنترلگر دوگان بهینهٔ حاصل از محاسبهٔ عددی انجام شده است. نتیجه اینکه: کنترلگر دوگان زیر بهینه به خوبیِ کنترلگر بهینهٔ محاسبه شدهٔ عددی است. خلاصه‌ای از بعضی از شبیه‌سازیهای انجام شده، در شکل ۷ ـ ۸ نشان داده شده که میانگین و انحرافهای معیار تابع تلف را، هنگام تغییر انحراف معیار نویز پارامتری R_1 نشان می‌دهد.

فرض می‌شود که:

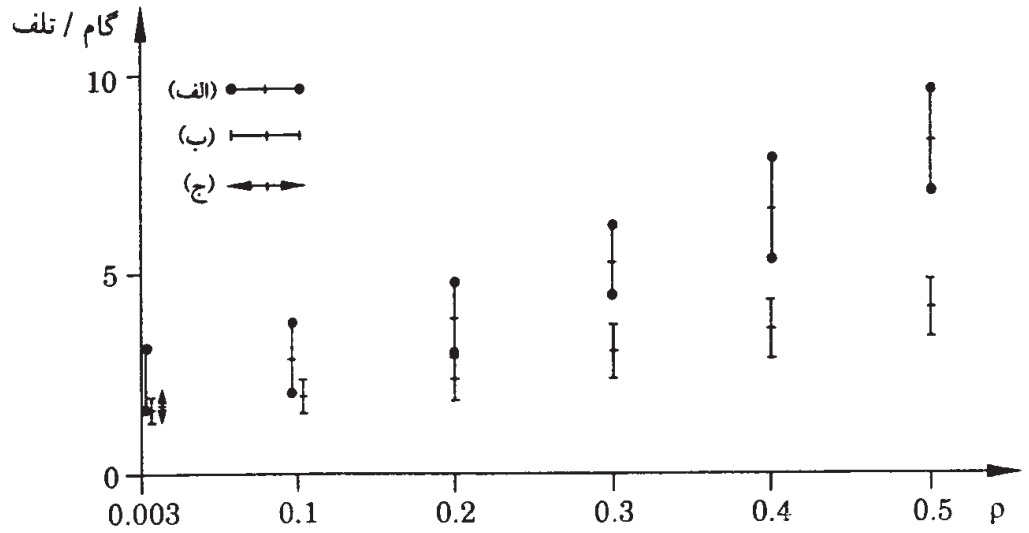
$$\varphi_b = \sqrt{1 - R_1}$$

برای $\sqrt{R_1} = 0/003$ توافق خوبی بین کنترلگر زیر بهینه و کنترلگر دوگان بهینه (که با فرضِ $R_1 = 0$ به دست می‌آید) وجود دارد. کنترلگر دوگان بهینه مثال ۷ ـ ۴ متناظر با حالت $R_1 = 0$ می‌باشد. و کنترلگر به دست آمده برای $\sqrt{R_1} = 0/003$ نیز استفاده شده است.

در معادلهٔ (۷ ـ ۲۰)، $R_2 / p_{b_0}(t + 1)$ به عنوان ضریب نرمالیزاسیون در جملهٔ اضافه شده به

1. Monte Carlo

www.powerjam.ir



شکل ۷ ـ ۸. مقادیرمیانگین‌وانحراف معیار توابع تلف در اجرای مونت کارلو با مقادیر مختلف $\rho = \sqrt{R_1}$ برای سیستم مثال ۷ ـ ۶: (الف) کنترلگر محتاط؛ (ب) کنترلگر دوگان زیر بهینه از ویتنمارک و الویج (۱۹۸۵)؛ (ج) کنترلگر دوگان بهینهٔ محاسبه شدهٔ عددی از آستروم و هلمرسون (۱۹۸۲)

تابع تلف، به کار رفته است. این کار بدین دلیل انجام شده که خاصیت کنترلگر بهینهٔ دوگان حفظ شود. در مثال ۷ ـ ۴ تابع تلف V_N، تابعی از متغیرهای نرمالیزهٔ η و β بود. تابع معیار معادلهٔ (۷ ـ ۱۹) با معادلهٔ (۷ ـ ۲۰) نیز این ویژگی را برای مثال انتگرالگیر، داراست. شبیه‌سازیها نشان می‌دهد که در نرمالیزاسیون معادلهٔ (۷ ـ ۲۰) از بحرانی بودن انتخاب ρ می‌کاهد.

۷ ـ ۷ نتایج

کنترلگرهای بهینهٔ چند گامه با استفاده از نظریهٔ کنترل اتفاقی، استخراج شده است. حل این مسأله با استفاده از معادلهٔ بلمن انجام می‌شود. حلّ این معادلهٔ تابعی، حتّی برای سیستمهای بسیار ساده، مشکل است؛ امّا حل بهینه، خواص جالبی دارد: این حلّ، مصالحه‌ای را بین کنترل خوب و تخمین خوب با استفاده از اِعمال حسگرها ایجاد می‌کند. این اثر دوگانی بسیار حائز اهمیت است، زیرا نوعی حالت یادگیری فعال را به کنترلگر می‌بخشد. حفظ این خاصیت دوگانی هنگام استفاده از کنترلگرهای زیر بهینه بسیار مهم است. کنترلگر محتاط یا تک گام، هیچگونه یادگیری فعالی ندارد، در عوض می‌تواند در موقع بزرگ شدن بیش از حد عدم قطعیتهای پارامترها، کنترل را خاموش کند. یک سؤال مهم این است که آیا استفاده از ساختارهای کنترلی پیچیده‌تر از کنترلگرهای هم ارز قطعی مقرون به صرفه است یا خیر؟ رگولاتورهای خود تنظیم که در فصول سوم، چهارم و ششم راجع به آنها صحبت شد، بسیار خوب عمل می‌کنند.

www.powerjam.ir

محاسبات اضافی در تعدادی از کنترلگرهای دوگان زیر بهینه (که در قسمت ۷ ـ ۵ مطرح شد)، خیلی زیاد نیست. این، نشان می‌دهد که یادگیری فعال بسادگی قابل اعمال است.

در دو حالت کنترل دوگان مقرون به صرفه است. یکی حالتی است که افق زمانی، بسیار کوتاه است که در این حالت مهم است که فوراً به تخمینهای خوبی دسترسی پیدا کنیم. سیستمهای اقتصادی و کنترل موشک از این قبیلند. حالت دیگر که در آنها ساختارهای دوگانی مهمند وقتی است که پارامترها بسرعت تغییر می‌کنند و پارامتر b_0 می‌تواند (به گونه‌ای که در شبیه‌سازیهای قسمت ۷ ـ ۶ نشان داده شد) تغییر علامت دهد. آسیابها نوعی از فرایندهای فیزیکی هستند که در آنها ممکن است علامت بهره تغییر کند. آسیابها به طور متداول در معادن، خمیرسازی و صنایع کاغذ به کار می‌رود.

حتّی اگر محاسبات کنترلگر دوگان بهینه، برای فرایندهای واقعی غیر ممکن باشد، راهنمای مهمّی برای انجام اصلاحات معقول در کنترلگرهای هم ارز قطعی و محتاط خواهد بود.

مسائل

۷ ـ ۱ مشکلات تعمیم مسألهٔ مطرح شده در قسمت ۷ ـ ۳ را به حالتی که در آن سیستم معادلهٔ (۷ ـ ۱) دارای تأخیر زمانی است، توضیح دهید.

۷ ـ ۲ نشان دهید که کنترلگر محتاط معادلهٔ (۷ ـ ۱۵) تابع تلف معادلهٔ (۷ ـ ۱۴) را کمینه می‌کند و مقدار کمینهٔ تابع تلف، معادلهٔ (۷ ـ ۱۶) است.

۷ ـ ۳ فرایند مثال ۷ ـ ۲ را با بهرهٔ ثابت ولی مجهول b در نظر گرفته، مقدار کمینهٔ تابع تلف را در حالات زیر محاسبه و با یکدیگر مقایسه کنید: (الف) پارامتر b معلوم است (یعنی کنترلگر حدّاقل ـ واریانس)؛ (ب) از کنترلگر هم ارز قطعی استفاده می‌شود؛ (ج) از کنترلگر محتاط استفاده می‌شود.

۷ ـ ۴ قانون کنترل زیر بهینه‌ای را محاسبه کنید که تابع تلف معادلهٔ (۷ ـ ۲۱) را کمینه کند.
(*راهنمایی:* به گودوین و پین[1] (۱۹۷۷) صفحهٔ ۲۹۶ مراجعه کنید.)

1.Payne

www.powerjam.ir

۷ ـ ۵ قانون کنترل زیر بهینه‌ای را محاسبه کنید که تابع تلف معادلهٔ (۷ ـ ۲۲) را کمینه کند.
(*راهنمایی:* به میلیتو[1] و همکاران (۱۹۸۲) مراجعه کنید.)

۷ ـ ۶ فرض کنید فرایندی با یکی از مدلهای معلوم زیر توصیف شود:

$$y(t) = \varphi(t)\theta_i + e(t) \qquad i = 1, \ldots, m$$

اما معلوم نیست که کدامیک صحیح است. فرض کنید اطلاعات اولیه با توابع احتمال $p_i = P(\theta = \theta_i)$ توصیف شود. مسألهٔ کنترل دوگان را فرموله کرده، مشکلات محاسباتی را در حلّ آن توضیح دهید.

۷ ـ ۷ پیامدهای فرموله کردن مسألهٔ کنترل دوگان را برای مدل زیر توضیح دهید.

$$x(t+1) = \Phi(t)x(t) + \Gamma(t)u(t)$$
$$y(t) = C(t)x(t) + e(t)$$

که در آن Φ، Γ و C شامل تعدادی پارامتر مجهول هستند. برای سادگی کار، حالتی را در نظر بگیرید که در آن سیستم به شکل کانونی کنترل‌پذیر ذیل باشد:

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} -a_1(t) & -a_2(t) & \cdots & -a_n(t) \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma^T(t) = [b_0(t) \ldots b_{n-1}(t)]$$
$$C(t) = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$$

1. Milito

www.powerjam.ir

مراجع

ایده‌های بنیادی کنترل اتفاقی و برنامه‌ریزی پویا در مراجع زیر آمده:

Bellmen, R., 1961. Adaptive Control *Processes: A* Guided Tour. Princeton, N.J,: Princeton University Press.

Åström, K, J., 1970. *Introduction to Stochastic Control Theory.* New York: Acadmic press.

Bertsekas, D., 1978. Stochastic Optimal Control. New Yotk: Academic Press.

طرزکار و بررسیهای عمومی‌تر کنترل تطبیقی اتفاقی در مراجع زیر آمده:

Åström, K. J., 1978. "Stochastic contol problems,". In *Mathematical Control Theory. Lecture Notes in Matematics,* ed. W. A. Coppel. Berlin: Spriger-Verlag.

Bar-Shalom, Y., and *E.* Tse, 1976."Concepts and methods in stochastic control." In *Control and Dynamic Systems: Advances in Theory and Applications,* ed. *C. T. Leondes, pp. 99-172,* Vol. 12. New York: Academic Press.

Wittenmark, B., 1975. "Stochastic adaptive control methods: A survey."*Int. J. Control 21: 705-730.*

Kumar, P.R., and P. Varaiya, 1986. Stochastic Systems: Estimation, Identifcion, and Adaptive Control. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

مسأله راهزن دو بازو به عنوان مثال در بلمن ۱۹۶۱ و مرجع زیر آمده است:

Yakowitz, S. J., 1969. Mathematics of Adaptive Control Processes. New York: American Elsevier.

مفهوم کنترل دوگان همراه با تلف کنترل و تلف حس کردن در مرجع زیر آمده است:

Feldbaum, A. A., 1965. *Optimal Control Theoy.* New York: Academic Press.

تفاوت بین هم‌ارزی قطعّیت و جداسازی در مرجع زیر آمده است:

Witsenhausen, H. S., 1971. "Separation of estimation and control for discrete time systems."*Proceedings IEEE 59: 1557-1566.*

مشکلات حلّ معادله بلمن موجب شده تا فقط تعداد کمی از مسائل کنترل بهینهٔ دوگان حل شود. حالت ساده‌ای که در آن فرایند، به صورت زنجیرهٔ مارکوف بیان شده، در مراجع زیر مطرح

www.powerjam.ir

شده است:

Åström, K. J., 1965. "Optimal control of Markov processes with incomplete state information I."*J. Math. Anal. Appl.* 10: 174-205.

Åström, K. J., 1969. "Optimal control of Markov processes with incomplete state information II."*J. Math. Anal. Appl.* 26: 403-406.

Sternby, J., 1976, "A simple dual control problem with an analytical solution." *IEEE Trans. Automat. Contr.* AC-21: 840-844

حالتی که در آن فرایند، یک تأخیر است و یک بهرهٔ مجهول وجود دارد در مرجع زیر به صورت عددی حّل شده است:

Åström, K. J., and Wittenmark, B., 1971. "Problems of identification and control."*J. Math. Anal. Appl.*34: 90-113.

این مرجع مثالهایی از پدیدهٔ خاموش شدن را نیز ارائه می‌دهد. انتگرالگیر با بهرهٔ مجهول در مراجع زیر تحلیل شده:

Bohlin, T., 1969. "Optimal dual control of a simple process with unknown gain." Technical Paper PT 18.196, IBM Nordic Laboratory, Lidingö, Sweden.

Åström, K. J., and Helmersson, A., 1982. "Dual control of a lower order system." *Proc. National CNRS Colloque "Développement et Utilisation d'Outils et Modèles Mathématiques en Automatique, Analyse de Systemès et Traitement du Signal"*. Belle-Ile, France.

Åström, K. J. and Helmersson, A., 1986, "Dual control of an integrator with unknown gain." *Comp. & Maths, with Appls.*12A(6): 653-662.

مشکلات محاسباتی حل بهینه، باعث پیشنهاد بسیاری از کنترلگرهای دوگان زیر بهینه شده است. آشفتگی اضافی برای اجتناب از پدیدهٔ خاموش شدن در مراجع زیر مطرح شده است:

Wieslander, J., and B. Wittenmark, 1971. "An approach to adaptive control using real-time identification." *Automatica* 7: 211-217.

Jacobs, O. L. R., and J. W. Patchell, 1972. "Caution and probing in stochstic control." *Int. J. Control.*16: 189-199.

کمینه‌سازی مقّید تابع تلف تک گام در مراجع زیر مطرح شده است:

Hughes, D. J., and *O. L. R.* Jacobs, 1974. "Turn-off, escape and probing in

www.powerjam.ir

non-linear stochastic control." *Preprint IFAC Symposiunm on Stochastic Control.* Budapest.

Alster, J., and P,R. Bélanger, 1974. "A technique for dual adaptive control." *Automatica* 10: 627-634.

Mosca, *E.*,S. Rocchi, and G. Zappa, 1978. "A new dual active control algorithm." *Preprints 17 th IEEE Conf. on Decision and control: pp.* 509-512. San Diego, Calif.

توسیعهای مختلف تابع معیار تک‌گام در مراجع زیر مطرح شده:

Wittenmark, B., 1975. "An active suboptimal dual controller for systems with stochastic parameters," *Automatic Control Theory and Application* 3: 13-19.

Goodwin, G. C., and *R. L.* Payne, 1977. *Dynamic System Identification: Experiment Design and Data Analysis.* New York: Academic Press.

Sternby, J., 1977. "*Toipcs in Dual Control,*" *Ph.D.* thesis *TFRT*-1012, Departmenet of Automatic Control, Lund Institute of Technology, *Lund, Sweden:*

Milito, R., C. S. Padilla, R. A. Padilla, and D. Cadorin, 1982. "An innovations approach to dual control." *IEEE Trans. Automat. Contr.* AC-27: 132-137.

Wittenmark, B., and C, Elevich, 1985. "An adaptive control algorithm with dual features." *Preprints 7th IFAC Symposium on Identifcation and System Parameter Estimation, pp. 587-592.* York, U.K.

خطّی‌سازی تابع تلف در مرجع بار ـ شالم و سی ۱۹۷۶ (Bar-Shalom and Tse) و مراجع زیر مطرح شده است:

Wenk, C. J., and Bar-Shalom, Y., 1980. "A multiple model adaptive control algorithm for stochastic systems with unknown parameters." *IEEE Trans. Automat. Contr.* AC-25: 703-710.

Bar-Shalom, Y., P. Mookerjee, and J. A. Molusis, 1982. "A linear feedback dual controller for a class of stochastic systems." *Proc. National CNRS Colloque "Dévelopment et Utilisation d'Outils et Modèles Mathématiques en Automatique, Analyse de Systèm et Traitement du Signal."* Belle-Ile, France.

توضیحی در مورد مثالی صنعتی که در آن استفاده از کنترل دوگان می‌تواند مفید واقع شود، در

www.powerjam.ir

مرجع زیر آمده است:

Dumont, G., and K. J. Åström, 1988. "Wood chip refiner control." *IEEE* control systems Magazine 8(2): 38-43.

www.powerjam.ir

فصل هشتم

تنظیم ـ خودکار

۸ ـ ۱ مقدمه

در روشهایی مانند MRAS و STR همواره نیاز به اطّلاعات *قبلی*، دربارهٔ دینامیک فرایند وجود دارد. دانستن مقیاسهای زمانی، که برای تعیین فواصل نمونه‌برداریِ مناسب و فیلتر کردن، نقش اساسی دارند، بسیار مهم است. اهمیت اطلاعات *قبلی* برای مدّت زیادی، مورد توجهی نبود، امّا به خصوص در توسعهٔ کنترلگرهای چند منظوره مورد توجه قرار گرفت. عدّه بسیاری از صاحبان صنایع مجبور به معرّفی یک *مُد* پیش ـ تنظیم[1]، برای کمک به دستیابی به اطلاعات قبلی شدند. اهمّیت اطّلاعات قبلی در رابطه با به دست آوردن راهکارهایی برای تنظیم خودکار رگولاتورهای PID[2] ساده‌نیز ظاهرشد. چنین‌رگولاتورهایی که دارای‌ساختارهای‌بلوکی‌استانداردی برای اتوماسیون صنعتی هستند، در سیستمهای کنترل با محدودهٔ وسیعی از ثابتهای زمانی، استفاده می‌شوند.

برای کاربران بسیار ایدئال خواهد بود که بتوانند رگولاتور را با فشار دادن یک دکمه، تنظیم کنند. اگرچه روشهای مرسوم تطبیقی، وسایل مناسبی برای انجام تنظیم خودکار به نظر می‌رسند، امّا در عمل، به دلیل نیاز آنها به دانشی قبلی در مورد مقیاسهای زمانی، ناکافی هستند. لذا شیوه‌های خاصّی برای تنظیم خودکار رگولاتورهای ساده ارائه شده است. این روشها برای انجام پیش ـ تنظیم در سیستمهای تطبیقی پیچیده‌تر نیز مفید هستند. در این فصل برخی از این روشها ارائه خواهد شد. این روشها را می‌توان به عنوان روشهای مقاوم خامی برای تهیهٔ اطلاعات تخمینی نیز در نظر گرفت. بنابراین این روشها، مکمّلهای ایدئالی برای روشهای تطبیقی پیچیده‌تر هستند. مروری بر کنترلگرهای PID صنعتی با تنظیم خودکار در قسمت ۱۲ ـ ۳ آمده است.

---

1. Pre - Tune Mode 2. Proportional Integral Derivative

www.powerjam.ir

این‌فصل به‌صورت زیرسازمان یافته‌است. کنترلگر PID استاندارد در قسمت ۸ ـ ۲ بحث خواهد شد. روشهای مختلف تنظیم خودکار در قسمت ۸ ـ ۳ توضیح داده می‌شوند. روشهای پاسخ گذرا و فرکانسی برای تنظیم به ترتیب در قسمتهای ۸ ـ ۴ و ۸ ـ ۵ بیان می‌شود و قسمت ۸ ـ ۶ به تحلیل نوسانهای رله‌ای اختصاص داده شده است. در قسمت ۸ ـ ۷ نتایج به دست آمده مطرح می‌شود.

۸ ـ ۲ کنترل PID

کنترلگرهای PID ابزاری استاندارد برای اتوماسیون صنعتی هستند. انعطاف‌پذیری کنترلگر امکان استفاده از این کنترل را در بسیاری از حالات فراهم می‌آورد. این کنترلگرها در کنترل متوالی[1] و سایر صورتهای کنترل قابل استفاده هستند. بسیاری از مسائل کنترل ساده را، در صورتی که ملزومات عملکرد خیلی بالا نباشد، می‌توان با کنترل PID بخوبی حل کرد. الگوریتم PID به صورت رگولاتورهای استاندارد برای کنترل فرایند، مجتمع شده است و همچنین پایهٔ بسیاری از سیستمهای کنترل سفارشی‌ساز[2] است. صورت کتابی این الگوریتم به شکل زیر است:

$$u(t) = K_c \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(s)\, ds + T_d \frac{de}{dt} \right) \qquad (۱ ـ ۸)$$

که در آن u متغیر کنترل، e خطای تعریف شده به صورت: $e = u_c - y$ است که u_c مقدار مرجع و y خروجی فرایند می‌باشد. الگوریتمی که در عمل به کار می‌رود شامل اصلاحات متعددی است: معمول آن است که مشتقگیر بتواند فقط بر خروجی فرایند عمل کند؛ علاوه بر این اگر قسمت تناسبی فقط بر جزئی از مقدار مرجع عمل کند، احتمالاً مفیدتر است؛ عمل مشتقگیری با تقریبی جایگزین می‌شود که بهره را در فرکانسهای بالا کاهش می‌دهد. عمل انتگراگیری به گونه‌ای تصحیح می‌شود که با اشباع شدن متغیر کنترل، انتگرالگیری ادامه پیدا نکند (ضدّ ـ اختتام)[3]. همچنین بایستی احتیاط شود تا هنگام تبدیل حالت دستی به کنترل خودکار (یا وقتی که پارامترها تغییر داده می‌شوند)، حالت گذرا وجود نداشته باشد.

اگر مشخصهٔ غیر خطی محرک، با تابع f توصیف شود، یک رگولاتور PID حقیقی به صورت زیر قابل توصیف است:

$$u(t) = f(v(t)) \qquad (۲ ـ ۸)$$
$$v(t) = P(t) + I(t) + D(t)$$

1. Cascade Control 2. Tailor - Made 3. Anti - windup

www.powerjam.ir

که در آن داریم:

$$P(t) = K_c\,(\beta\, u_c(t) - y(t))$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{K_c}{T_i}\,(u_c(t) - y(t)) + \frac{1}{T_t}\,(v(t) - u(t)) \qquad (۳ ـ ۸)$$

$$\frac{T_d}{N}\,\frac{dD}{dt} = -D - K_c\,T_d\,\frac{dy}{dt}$$

آخرین جملهٔ عبارت $\frac{dI}{dt}$، در هنگام اشباع خروجی، به‌منظور دستیابی به ضد ـ اختتام معرفی می‌شود. این، تضمین می‌کند که قسمت انتگرالی I کراندار باشد. پارامتر T_t، ثابت زمانی برای بازنشانی عمل انتگرالی به هنگام اشباع محرک است. پارامترهای لازمِ تنظیم شونده، K_c، T_i و T_d هستند. پارامتر N می‌تواند ثابت باشد که نوعاً مقدار آن برابر ۱۰ است. ثابت زمانی ردّیابی نیز معمولاً جزئی از زمان انتگرالگیری T_i است.

۸ ـ ۳ روشهای تنظیم خودکار

روشهای متعدّدی برای تنظیم خودکار پیشنهاد شده است. معمولترین روش، انجام آزمایشی ساده روی فرایند است. این آزمایش را می‌توان در حلقه ـ باز یا حلقه ـ بسته انجام داد. در آزمایشهای حلقه ـ باز، ورودیِ فرایند به کمک یک پالس یا چند پلّه تحریک می‌شود. سپس مدل ساده‌ای از فرایند؛ مثلاً از مرتبهٔ دوّم؛ با استفاده از حداقل مربعات بازگشتی یا سایر روشهای تخمین بازگشتی، تخمین زده می‌شود. اگر یک مدل فرایند مرتبهٔ دوّم تخمین زده شود، آنگاه از کنترلگر PID می‌توان برای انجام جایابی قطب استفاده کرد. در این صورت سرعت و میرایی سیستم، پارامترهای طراحی هستند. یک روش مشهور طراحی، انتخاب صفرهای کنترلگر به گونه‌ای است که دو قطب فرایند را حذف کنند این کار مادامی که پاسخ به اغتشاشهای بار به وسیلهٔ رفتار حلقه ـ باز مشخص شود، به تغییرات مرجع، پاسخ خوبی می‌دهد. روش پاسخ گذرا برای تنظیم خودکار رگولاتورهای PID در محصولات یوکوگاوا[1] یوروترم[2] و هانی وِل[3] استفاده می‌شود. از این روش در کنترلگرهای تطبیقی لیدز[4]، نورتروپ[5] و ترن بول[6]، برای پیش تنظیم استفاده می‌شود.

آزمایشهای تنظیم را می‌توان در حلقه ـ بسته نیز انجام داد. یک مثال نوعی از این روش،

1. Yokogawa 2. Eurotherm 3. Honeywell 4. Leeds
5. Northrup 6. Turnbull

www.powerjam.ir

روش خودنوسانی زیگلرو نیکولز یا تغییر یافته‌های آن است. تنظیم‌گر خودکار رله‌ای براساس خودنوسانی، در محصولات سَت کنترل[1] و فیشر ـ رُزمانت[2] استفاده می‌شود. تنظیم در این رگولاتورها بسادگی، با فشار دادن یک دکمه شروع می‌شود. یکی از فایده‌های اجرای آزمایش در حلقه ـ بسته آن است که خروجی فرایند را می‌توان در محدودهٔ قابل قبول نگاه داشت حال آنکه این کار می‌تواند برای فرایندهای دارای انتگرالگیر در صورت انجام آزمایش در حلقه ـ باز، مشکل باشد.

در کنترلگرهای استاندارد PID ساختار واحد، تنظیم خودکار اغلب به‌صورت تابعی داخلی تعبیه شده است. تنظیم خودکار با استفاده از ابزار خارجی نیز قابل انجام است. بدین ترتیب تنظیم‌گر به فرایند متصل می‌شود و آزمایش را معمولاً در حلقه ـ باز انجام می‌دهد. آنگاه تنظیم‌گر، نقاط تنظیم پارامترها را معرّفی می‌کند که این نقاط یا به صورت دستی و یا خودکار به کنترلگر PID منتقل می‌شود. از آنجا که تنظیم‌گر خارجی باید بتواند با کنترلگرهای PID از سازنده‌های مختلف کار کند، این مسأله مهم است که تنظیم‌گر، اطلاعات دقیقی از پیاده‌سازی الگوریتم PID در حالات خاصّ داشته باشد.

روش دیگر تنظیم خودکار، استفاده از یک سیستم خبره برای تنظیم کنترلگر است. این کار حین کار عادی فرایند انجام می‌شود. سیستم خبره منتظر تغییرات مرجع یا اغتشاشهای بزرگ بار می‌ماند و سپس عملکرد سیستم حلقه ـ بسته را ارزیابی می‌کند. خواصّی مانند میرایی، دورهٔ تناوب نوسان و بهرهٔ استاتیک، تخمین زده می‌شوند. آنگاه پارامترهای کنترلگر مطابق قواعد درونی، که رفتار یک مهندس کنترل مجرّب را تقلید می‌کند، تغییر داده می‌شوند. تشخیص الگو یا سیستم خبره در کنترلگرهای شرکتهای فاکس بُرو[3] و فنوال[4] استفاده شده است.

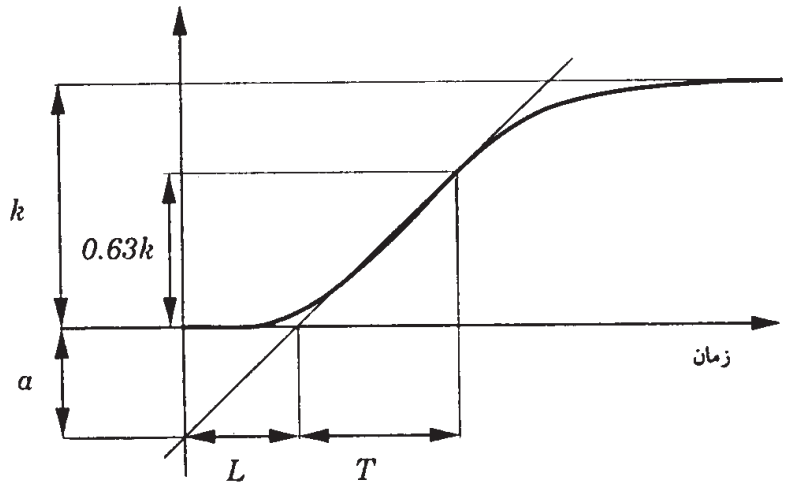
۸ ـ ۴ روشهای پاسخ گذرا

بسیاری از روشهای سادهٔ تنظیمِ کنترلگرهای PID، براساس آزمایشهای پاسخ گذرا عمل می‌کنند. بسیاری از فرایندهای صنعتی دارای پاسخ پله‌ای مشابه شکل ۸ ـ ۱ هستند. که در آن پاسخ، پس از یک زمان اولیه، به یک حالت یکنوایی[5] می‌رسد. سیستمی را که پاسخ پلهٔ آن به صورت شکل ۸ ـ ۱ باشد، می‌توان با تابع انتقال زیر تقریب زد:

$$G(s) = \frac{k}{1 + sT} e^{-sL} \qquad (۴ ـ ۸)$$

1. Sattcontroll
2. Fisher - Rousemount
3. Foxboro
4. Fenwal
5. Monotonous

www.powerjam.ir



شکل ۸ ـ ۱. پاسخ پله واحد برای یک فرایند صنعتی نمونه

که در آن k بهرهٔ استاتیک، L تأخیر زمانی ظاهری و T ثابت زمانی ظاهری است. توجه کنید که:

$$a = k\frac{L}{T} \qquad (۵ ـ ۸)$$

روش پاسخ پلهٔ زیگلر ـ نیکولز

یکی از روشهای سادهٔ تعیین پارامترهای رگولاتورهای PID براساس داده‌های پاسخ گذرا را زیگلر و نیکولز در سال ۱۹۴۲ مطرح کرده، به چاپ رساندند. در این روش تنها از دو پارامتر a و L (شکل ۸ ـ ۱) استفاده می‌شود. پارامترهای رگولاتور، براساس این روش در جدول ۸ ـ ۱ داده شده‌اند. قاعدهٔ تنظیم زیگلر ـ نیکولز به وسیلهٔ شبیه‌سازیهای تجربی بسیاری از سیستمهای مختلف به دست آمده است. اشکال این روش آن است که اغلب سیستمهای حلقه ـ بستهٔ حاصل، میرایی ضعیفی دارند. با تصحیح مقادیر عددی جدول ۸ ـ ۱ سیستمهای با میرایی بهتری به دست می‌آید. همچنین با استفاده از پارامترهای اضافی می‌توان تعیین کرد که آیا قاعده زیگلر ـ نیکولز قابل اعمال است یا خیر. اگر ثابت زمانی T نیز مشخص شود، قاعده‌ای تجربی به دست می‌آید که در صورتی که $0/1 < L/T < 0/6$ باشد، قاعدهٔ زیگلر ـ نیکولز قابل اعمال است. برای مقادیر بزرگ L/T، استفاده از قواعد تنظیم یا قوانین کنترلی دیگر که زمان مرده را جبران می‌کنند، مفید خواهد بود. برای مقادیر کوچک L/T، ممکن است عملکرد تصحیح شده با استفاده از جبرانگرهای مرتبه بالاتر به دست آید. همچنین استفاده از قواعد تنظیم پیچیده‌تر که براساس سه پارامتر کار می‌کنند، امکان‌پذیر است.

www.powerjam.ir

جدول ۸ ـ ۱. پارامترهای رگولاتور حاصل از روش پاسخ پلهٔ زیگلر ـ نیکولز

کنترلگر	k_c	T_i	T_d
P	۱/a		
PI	۰/۹/a	۳L	
PID	۱/۲/a	۲L	L/۲

توصیف پاسخ پله

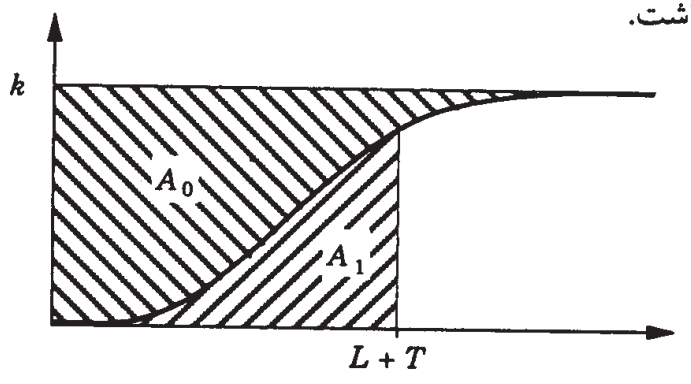
پارامترهای k، L و T را می‌توان با استفاده از شکلی شبیه شکل ۸ ـ ۱ بـه دست آورد. در صورتی که سیگنالها نویزی باشد گرفتن میانگین‌هایی از پله‌های متعدد، می‌تواند مفید بـاشد. همچنین می‌توان از روشهایی براساس اندازه‌گیریهای مساحت استفاده کرد. یکی از این روشها در شکل ۸ ـ ۲ توضیح داده شده است. در این روش، ابتدا مساحت A_0 تعیین و سپس از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود:

$$T + L = \frac{A_0}{k} \qquad (۶ ـ ۸)$$

آنگاه مساحت زیر منحنی پاسخ پله تا زمان T + L، (یعنی A_1) به دست آمده، T از رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$T = \frac{e\,A_1}{k} \qquad (۷ ـ ۸)$$

e پایهٔ لگاریتم طبیعی است. این روش چند اشکال عمده دارد. یکی اینکه تعیین اندازهٔ پله در سیگنال کنترل مشکل است و دیگر اینکه بسادگی نمی‌توان مشخص کرد که به حالت ماندگار رسیده‌ایم یا خیر. اندازهٔ پله باید آنقدر بزرگ باشد که پاسخ در برابر نویز قابل توجه باشد، امّا نه آنقدر که ایجاد پاسخ، مختل شود. علاوه براین، حضور اغتشاش در نتیجهٔ عـمل، تأثـیر قـابل توجهی خواهد داشت.



شکل ۸ ـ ۲. روش مساحت برای تعیین L و T

www.powerjam.ir

تصحیح بیدرنگ

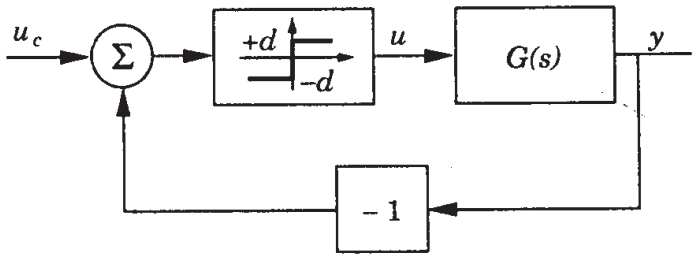
اگر تنظیم رگولاتور معقولی به دست آید، میرایی و فرکانس طبیعی سیستم حلقه ـ بسته را نیز می‌توان با استفاده از پاسخ گذرای حلقه ـ بسته به دست آورد، که در این صورت تنظیم رگولاتور نیز بهبود خواهد یافت.

۸ ـ ۵ روشهای منطبق بر پسخور رله‌ای[1]

عیب اصلی روشهای پاسخ گذرا حساسیت آنها نسبت به اغتشاش است زیرا به آزمایشهای حلقه ـ باز تکیه می‌کنند. در روشهای پسخور رله‌ای این عیب برطرف می‌شود، زیرا آزمایشها در سیستم حلقه ـ بسته انجام می‌شود.

ایدهٔ کلیدی

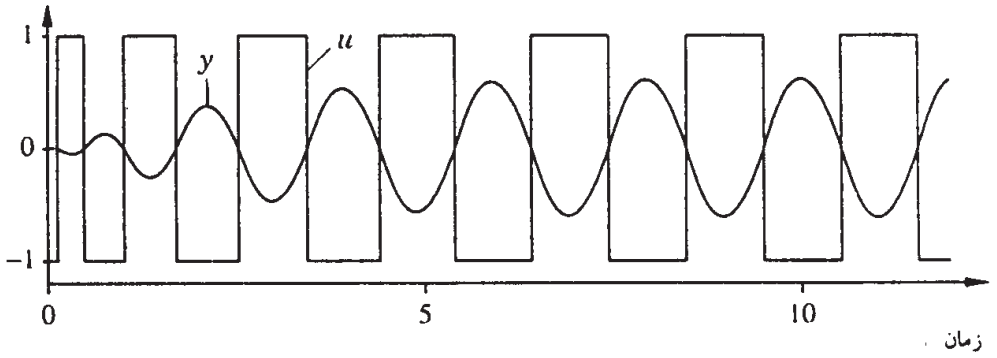
ایدهٔ اساسی این نگرش است که بسیاری از فرایندها، تحت پسخور رله‌ای دارای نوسانهای سیکل حدّی هستند. نمودار بلوکی چنین سیستمی در شکل ۸ ـ ۳ نشان داده شده است. سیگنالهای ورودی و خروجیِ حاصل، هنگامی که سیگنال فرمان u_c برابر صفر است، در شکل ۸ ـ ۴ نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که یک نوسان سیکل حدّی به طور کاملاً سریع برقرار می‌شود. آنچه را که اتفاق می‌افتد می‌توانیم به طور حسی بترتیب زیر درک کنیم: ورودی فرایند موجی مربعی با فرکانس ω_u است. با استفاده از بسط سری فوریه می‌توانیم ورودی را برحسب مجموعی از سینوسهای با فرکانس ω_u، $3\omega_u$، الی آخر نمایش دهیم. خروجی، تقریباً سینوسی است و این بدان معناست که فرایند هماهنگهای بالاتر را به طور مؤثّر تضعیف می‌کند. فرض کنید دامنهٔ موج مربعی برابر d باشد، آنگاه دامنهٔ مؤلفهٔ اصلیِ بسط، برابر با $4d/\pi$ خواهد بود. با اِعمال این تقریب که همهٔ هماهنگهای بالاتر قابل چشمپوشی هستند، در



شکل ۸ ـ ۳. سیستم خطی با کنترل رله‌ای

[1] Relay Feedback

www.powerjam.ir



شکل ۸ ـ ۴. ورودی و خروجی سیستمی با پسخور رله‌ای

می‌یابیم که خروجی فرایند، سیگنالی سینوسی با فرکانس ω_u و دامنهٔ:

$$a = \frac{4d}{\pi} \mid G(i\omega_u) \mid$$

است. برای داشتن یک نوسان، باید خروجی هنگام سویچ شدن رله از صفر بگذرد؛ به علاوه، باید مؤلفهٔ اصلی ورودی و خروجی دارای فاز مخالف هم باشند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که فرکانس ω_u باید به گونه‌ای باشد که فرایند دارای تأخیر فازی به اندازهٔ 180° باشد. بنابراین شروط نوسان بدین شکل است:

$$\arg G(i\omega_u) = -\pi \quad \text{و} \quad \mid G(i\omega_u) \mid = \frac{a\pi}{4d} = \frac{1}{K_u} \qquad (۸ ـ ۸)$$

که در آن K_u را می‌توان به عنوان بهرهٔ معادل رله برای انتقال سیگنالهای سینوسی با دامنهٔ a در نظر گرفت. به دلایل تاریخی، این پارامتر، بهرهٔ غایی[1] نامیده می‌شود. این بهره، بهره‌ای است که سیستمی با تابع انتقال $G(s)$ را تحت کنترل تناسبی خالص به محدودهٔ پایداری می‌آورد. به طور مشابه، دورهٔ تناوب $T_u = 2\pi / \omega_u$، دورهٔ تناوب غایی[2] نامیده می‌شود. بنابراین انجام یک آزمایش با پسخور رله‌ای، روشی مناسب برای تعیین دورهٔ تناوب غایی و بهرهٔ غایی است. همچنین توجه کنید که به طور خودکار در آزمایش، یک سیگنال ورودی که محتوای انرژی آن در ω_u متمرکز شده، تولید می‌شود.

روش حلقه بستهٔ زیگلر ـ نیکولز

زیگلر و نیکولز، روش بدون اثبات دقیق بسیار ساده‌ای را برای تعیین پارامترهای کنترلگر

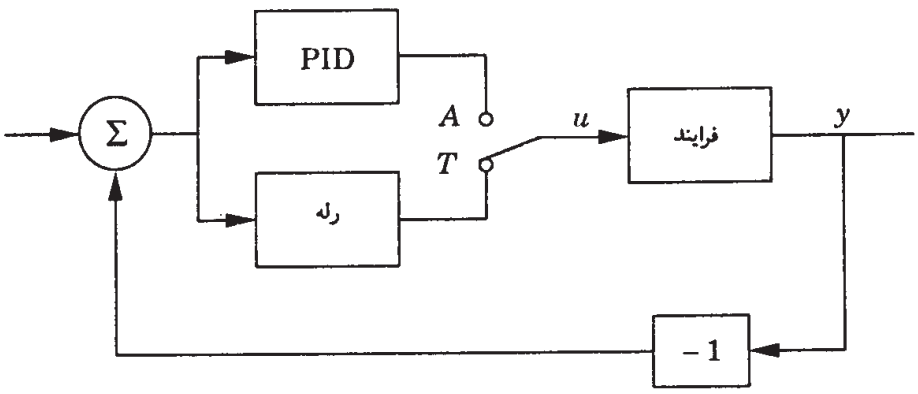
1. Ultimate Gain 2. Ultimate Period

www.powerjam.ir

جدول ۸ ـ ۲. پارامترهای رگولاتور حاصل از روش حلقه ـ بستهٔ زیگلر ـ نیکولز

کنترلگر	k_c	T_i	T_d
P	$۰/۵K_u$		
PI	$۰/۴K_u$	$۰/۸T_u$	
PID	$۰/۶K_u$	$۰/۵T_u$	$۰/۱۲T_u$

PID براساس بهرهٔ بحرانی و دورهٔ تناوب بحرانی ابداع کرده‌اند. مقادیر تنظیم کنترلگر در جدول ۸ ـ ۲ داده شده است. این پارامترها یک سیستم حلقه ـ بسته با میرایی کاملاً پایین را نتیجه می‌دهد. با اصلاح کمی در اعداد جدول می‌توان سیستمهایی با میرایی بهتر به دست آورد. یک روش اصلاح این نوع تنظیم، به طور ایدئال با تعیین k_u و T_u با استفاده از روش رله‌ای، هماهنگ است. این کار تنظیم‌گر خودکار رله‌ای شکل ۸ ـ ۵ را نتیجه می‌دهد. هنگامی که لازم است تنظیم انجام شود، سویچ در حالت T قرار می‌گیرد و این بدان معناست که پسخور رله‌ای فعال شده، رگولاتور PID قطع می‌شود. هنگامی که سیکل حدّی پایدار برقرار شد، پارامترهای PID محاسبه می‌شوند و سپس کنترلگر PID به فرایند، متصل می‌گردد. به طور طبیعی، این روش برای همهٔ سیستمها کار نخواهد کرد؛ زیرا اوّلاً، برای یک تابع انتقال دلخواه، نوسانهای سیکل حدّی یکتا وجود نخواهد داشت. ثانیاً، کنترل PID برای همهٔ فرایندها مناسب نیست. به طور تجربی دیده شده است که تنظیم خودکار رله‌ای برای دستهٔ بزرگی از سیستمهای موجود در کنترل فرایند بخوبی کار می‌کند.



شکل ۸ ـ ۵. نمودار بلوکی یک تنظیم‌گر خودکار رله‌ای

www.powerjam.ir

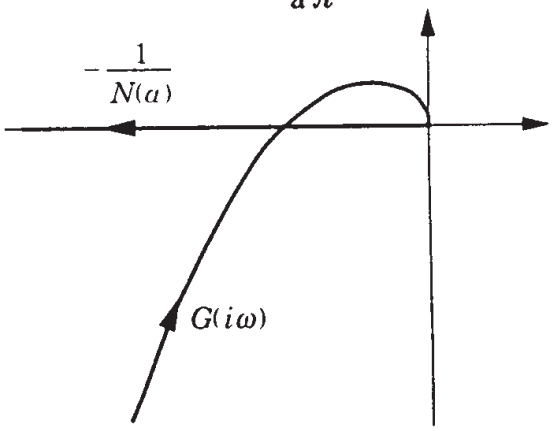
روش تابع توصیفی[1]

یک روش تقریبی مورد استفاده برای استخراج شرایط نوسان رله‌ای، که در معادلات (۸ ـ ۸) داده شده است، روش تعادل هماهنگ[2] نامیده می‌شود. حال یک حالت تغییر یافتهٔ این روش را توضیح خواهیم داد که می‌توان از آن برای دستیابی به بینشهای اضافی استفاده کرد. این روش، *روش تابع توصیفی* نامیده می‌شود. این روش را می‌توان به صورت زیر تشریح کرد: یک سیستم پسخور ساده را که از یک قسمت خطی با تابع انتقال G(s) و یک پسخور با رلهٔ ایدئال تشکیل شده (مانند شکل ۸ ـ ۳) در نظر بگیرید. شرایط نوسان سیکل حدّی به طور تقریبی با بررسی انتشار سیگنالهای سینوسی حول حلقه، قابل تعیین است. به دلیل وجود رله، هماهنگهای بالاتر وجود خواهند داشت، امّا از آنها صرف‌نظر خواهد شد. انتشار یک موج سینوسی از سیستم خطی، توسط عدد مختلط $G(i\omega)$ توصیف می‌شود. به طور مشابه، انتشار یک موج سینوسی از مشخصهٔ غیر خطی توسط عدد مختلط $N(a)$ که به دامنهٔ سیگنال در ورودی مشخصهٔ غیر خطی وابسته است، قابل تعیین است. $N(a)$، تابع توصیفی مشخصهٔ غیر خطی نامیده می‌شود. بنابراین شرط نوسان آن است که سیگنال، با همان دامنه و فازِ هنگام عبور از حلقه ـ بسته، برگردد. این، شرط زیر را ایجاب می‌کند:

$$G(i\omega)N(a) = -1$$

این شرط را می‌توان به طور ترسیمی با رسم منحنی $N(a)$ در نمودار نایکوییست نیز نمایش داد. (شکل ۸ ـ ۶ را ببینید). برای رله، مشخصهٔ غیر خطی به صورت زیر است:

$$N(a) = \frac{4d}{a\pi}$$



شکل ۸ ـ ۶. منحنی نایکوییست $G(i\omega)$ و تابع توصیفی $N(a)$ برای یک رله

1. Describing Function
2. Harmonic Balance

www.powerjam.ir

زیرا a، دامنهٔ سیگنال ورودی است و دامنهٔ مؤلفهٔ اصلی خروجی برابر با $4d/\pi$ است. یک نوسان ممکن، در محلّ تلاقی منحنیهاست. فرکانس از منحنی نایکوییست و دامنه از تابع توصیفی خوانده می‌شود.

مثال ۸ ـ ۱ نوسان رله‌ای

سیستم با پسخور رله‌ای شکل ۸ ـ ۳ را با:

$$G(S) = \frac{K\alpha}{s\,(s+1)\,(s+\alpha)}$$

در نظر بگیرید که $K = 5$، $\alpha = 10$، $d = 1$ و $u_c = 0$ است. این، سیستمی است که در ایجاد شکل ۸ ـ ۶ به کار رفته است. محاسبات ساده نشان می‌دهد که:

$$\arg G(i\omega_u) = -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\omega_u - \tan^{-1}\frac{\omega_u}{\alpha}$$

$$= -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{\omega_u(\alpha+1)}{\alpha - \omega_u^2} = -\pi$$

در نتیجه منحنی نایکوییست، قسمت منفی محور حقیقی را در $\omega_u = \sqrt{\alpha}$ قطع می‌کند. بنابراین تحلیل تقریبی، تخمین زیر را از دورهٔ تناوب نتیجه می‌دهد:

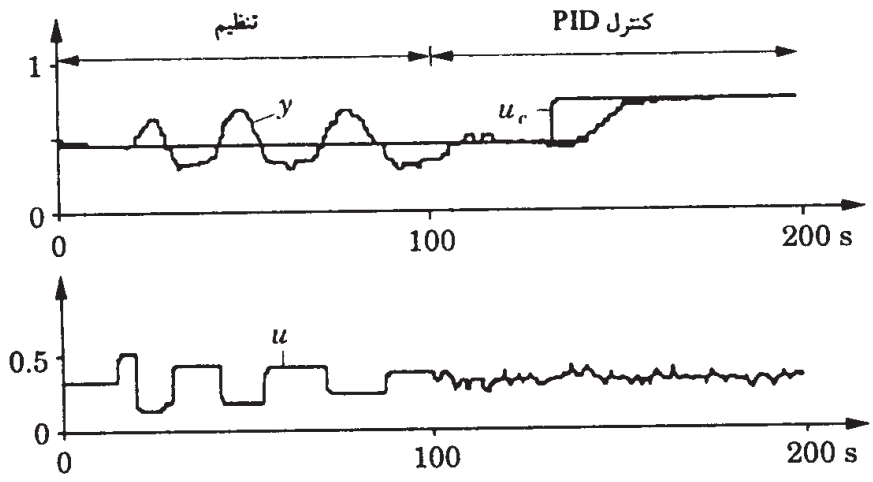
$$T_u = \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha}} = \frac{6/28}{\sqrt{\alpha}} = 1/99$$

با استفاده از معادلات (۸ ـ ۸)، $a = 4d \mid G(i\omega_u) \mid / \pi = 0/58$ به دست می‌آید. از شبیه‌سازی، مقادیر واقعی $T_u = 2/07$ و $a = 0/62$ تعیین می‌شوند و دیده می‌شود که روش تابع توصیفی در این مثال تخمینهای نسبتاً خوب، ولی نه چندان دقیقی، را به دست می‌دهد.

بسیاری از انواع اصلاح شده این روش، مفید است. دامنهٔ نوسان سیکل حدّی را می‌توان با معرّفی پسخوری که دامنهٔ رله را تنظیم می‌کند، مشخص کرد. وجود پسماند[1] در رله می‌تواند از حساسیت سیستم نسبت به نویز بکاهد. از پارامترهای T_u و K_u می‌توان برای تعیین پارامترهای یک رگولاتور PID استفاده کرد. با مقایسه و میانگین‌گیری روی چند دوره از نوسان، می‌توان این روش را نسبت به اغتشاشها غیر حساس کرد.

1. Hysteresis

www.powerjam.ir



شکل ۸ ـ ۷. نتایج حاصل از اعمال یک تنظیم‌گر خودکار بر کنترل سطح سه مخزن متوالی

مثال ۸ ـ ۲ تنظیم خودکار مخزنهای متوالی

در اینجا ویژگیهای یک تنظیم خودکار رله‌ای را با یک مثال نشان می‌دهیم. فرایند تحت کنترل از سه مخزن متوالی تشکیل شده است. سطح مخزن پایینتر اندازه‌گیری می‌شود و متغیر کنترل، ولتاژ تقویت کننده‌ای است که پمپ ورودی را تحریک می‌کند. سیگنالها با نویز همراه هستند. رلهٔ مورد استفاده در تنظیم‌گر خودکار شامل پس‌ماند است که به طور خودکار براساس اندازه‌گیریهای اغتشاشهای فرایند، مشخّص می‌شود. دامنهٔ رله نیز به منظور رسیدن به یک دامنهٔ مشخص سیکل حدی، به طور خودکار تنظیم می‌شود. ایستان بودن سیکل حدّی با اندازه‌گیری دورهٔ تناوب و دامنه‌های دو نیم دورهٔ مثبت، تشخیص داده می‌شود. شکل ۸ ـ ۷، ورودیها و خروجیهای فرایند را در یک آزمایش نشان می‌دهد که اثر تنظیم دامنه را مشخص می‌کند. پس از پایان عمل تنظیم، رگولاتور به طور خودکار به کنترل PID سوییچ می‌شود. تغییر در مقدار مرجع نشان می‌دهد که تنظیم، موفقیت‌آمیز بوده است.

تخمینهای بهبود یافته و پیش تنظیم

تا اینجا فقط دو پارامتر K_u و T_u از آزمایش رله‌ای استخراج شد. می‌توان اطلاعات بیشتری نیز به دست آورد. اگر نقطهٔ مرجع در خلال آزمایش رله‌ای تغییر کند، تعیین بهرهٔ استاتیکی فرایند k، امکان‌پذیر است. در این صورت می‌توان از حاصل ضرب $k K_u$ برای ارزیابی مناسب بودن پارامترهای کنترل PID حاصل از روش تنظیم زیگلر ـ نیکولز، استفاده کرد. یک قاعدهٔ معمول آن است که، روش زیگلر ـ نیکولز را می‌توان برای مقادیر $2 < k K_u < 20$ مورد استفاده قرار داد. مقادیر کوچکتر از ۲ نشان می‌دهد که باید از قانون کنترلی که امکان جبران زمان مرده را فراهم

www.powerjam.ir

می‌آورد استفاده شود و مقادیر بزرگ $k\ K_u$ نشان می‌دهد که با یک الگوریتم کنترلی پیچیده‌تر، می‌توان عملکرد بهبود یافته‌ای به‌دست آورد. از آزمایش رله‌ای می‌توان برای تخمین یک تابع انتقال زمان ـ گسسته، با استفاده از روشهای استاندارد شناسایی سیستم، استفاده کرد.

از روش رله‌ای می‌توان به طور ایدئال، به عنوان یک پیش تنظیم‌گر برای یک کنترلگر تطبیقی پیچیده‌تر استفاده کرد. مدلی مانند معادلهٔ (۸ ـ ۴) برای انتخاب دوره تناوب نمونه‌برداری و پاسخ حلقه ـ بستهٔ قابل دسترسی برای یک سیستم MRAS یا STR بسیار مفید است. این روش، یک کنترلگر PID را فراهم می‌آورد که می‌تواند به عنوان یک کنترلگر پشتیبان مورد استفاده قرار گیرد. اگر بهرهٔ استاتیک نیز مشخص شود، از کمیت $k\ K_u$ می‌توان برای ارزیابی دینامیک فرایند استفاده کرد. از دورهٔ تناوب غایی می‌توان برای به دست آوردن تخمینی از دورهٔ تناوب نمونه‌برداری مناسب، بهره جست. تخمینهای پارامتر که می‌توانند به عنوان مقادیر اولیهٔ تخمینگر بازگشتی به‌کار روند، را می‌توان با اعمال یک روش تخمین پارامتر به داده‌های حاصل از آزمایشهای رله‌ای، به دست آورد. اگر از یک کنترلگر تطبیقی براساس طراحی جایابی قطب استفاده شود، می‌توان از دورهٔ تناوب غایی برای پیدا کردن مقادیر مناسب پهنای باند حلقه ـ بسته مطلوب نیز استفاده کرد.

۸ ـ ۶ نوسانهای رله‌ای

از آنجا که سیکل حدی تحت پسخور رله‌ای، ایده‌ای کلیدی در تنظیم خودکار رله‌ای است، مهمّ است بدانیم چرا یک سیستم خطّی تحت پسخور رله‌ای نوسان می‌کند و چه موقع این نوسانها پایدارند. همچنین لازم است روشهایی برای تعیین زمان تناوب و دامنهٔ نوسانها داشته باشیم. سیستم شکل ۸ ـ ۳ را در نظر بگیرید. تحقق تابع انتقال $G(s)$ را به شکل فضای حالت ذیل در نظر بگیرید:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$

$$y = Cx \qquad (۹ ـ ۸)$$

رله را می‌توان با معادلهٔ زیر توصیف کرد:

$$u = \begin{cases} d, & e > 0 \\ -d, & e < 0 \end{cases} \qquad (۱۰ ـ ۸)$$

www.powerjam.ir

که $e = u_c - y$ است. در این صورت، نتیجهٔ ذیل به دست می‌آید:

قضیهٔ ۸ ـ ۱ دورهٔ تناوب سیکل حدی

فرض کنید سیستم شکل ۸ ـ ۳ که با معادلات (۸ ـ ۹) و (۸ ـ ۱۰) توصیف شده، دارای یک سیکل حدی متقارن با دورهٔ تناوب T باشد. در این صورت T، کوچکترین مقدار مثبتی است که معادلهٔ زیر را برآورده سازد:

$$C(I + \Phi)^{-1}\Gamma = 0 \qquad (۸ ـ ۱۱)$$

که در آن $\Phi = e^{AT/2}$ و $\Gamma = \int_0^{T/2} e^{As}\, ds\, B$ است.

برهان: فرض کنید t_k زمان‌های سوییچ شدن رله باشد. از آنجا که سیکل حدّی، متقارن است، داریم:

$$t_{k+1} - t_k = T/2$$

فرض کنید سیگنال کنترل u در فاصلهٔ زمانی (t_k, t_{k+1})، برابر با d باشد. انتگرالگیری از معادلات (۸ ـ ۹) در این بازه، نتیجهٔ ذیل را به دست می‌دهد:

$$x(t_{k+1}) = \Phi x(t_k) + \Gamma d$$

از متقارن بودن سیکل حدی، این نتیجه نیز به دست می‌آید:

$$x(t_{k+1}) = -x(t_k)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$x(t_k) = -(I + \Phi)^{-1}\Gamma d$$

از آنجا که خروجی $y(t)$ باید در زمان t_k صفر شود، داریم:

$$y(t_k) = C x(t_k) = -C(I + \Phi)^{-1}\Gamma d = 0$$

که معادلهٔ (۸ ـ ۱۱) را نتیجه می‌دهد.

www.powerjam.ir

نکتهٔ ۱: شرط معادلهٔ (۸ ـ ۱۱) را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$H_{T/۲}(-۱) = ۰ \qquad (۸ - ۱۲)$$

که در آن $H_{T/۲}(z)$، تابع انتقال پالسی حاصل از نمونه‌برداری سیستم معادلات (۸ ـ ۹) با دورهٔ تناوب T/۲ است.

نکتهٔ ۲: این نتیجه که دورهٔ تناوب سیکل حدّی از معادلهٔ (۸ ـ ۱۲) به دست می‌آید، برای سیستمهای خطی دارای تأخیر زمانی نیز، در صورتی که T/۲ بزرگتر یا مساوی تأخیر باشد، برقرار است.

نکتهٔ ۳: می‌توان شرایط مشابهی را برای رله‌های دارای پسماند نیز به دست آورد.

مقایسه با روش تابع توصیفی

با استفاده از دورهٔ تناوب T حاصل از فرمول دقیق معادلهٔ (۸ ـ ۱۱) می‌توان دقّت تقریب تابع توصیفی را مورد بررسی قرار داد. حالت متقارن را در نظر گرفته، فرض کنید $h = T/۲$ باشد. تابع انتقال پالسیِ حاصل از نمونه برداری سیستم معادلات (۸ ـ ۹) با دوره تناوب h، بدین صورت خواهد بود:

$$H_h(e^{sh}) = \frac{۱}{h}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{۱}{s + in\omega_s}\left(۱ - e^{-h(s+in\omega_s)}\right) G(s + in\omega_s)$$

که $\omega_s = ۲\pi / h$ است. از قرار دادن $sh = i\pi$ داریم:

$$H_h(-۱) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{۲}{i(\pi + ۲n\pi)} G\left(i\frac{\pi + ۲n\pi}{h}\right)$$

$$= \sum_{۰}^{\infty} \frac{۴}{\pi(۱ + ۲n)} \mathrm{Im}\left(G\left(i\frac{\pi + ۲n\pi}{h}\right)\right) = ۰$$

از جملهٔ اولِ سری فوق، نتیجه می‌شود:

$$H_h(-۱) \approx \frac{۴}{\pi}\mathrm{Im}\left(G\left(i\frac{\pi}{h}\right)\right) = \frac{۴}{\pi}\mathrm{Im}\left(G\left(i\frac{۲\pi}{T}\right)\right) = ۰$$

که همان‌نتیجهٔ محاسبهٔ T از روش تابع توصیفی است. در نتیجهٔ تقریب تابع توصیفی فقط زمانی درست خواهد بود که G(s) دارای مشخّصه‌ای پایین‌گذر باشد. مثال ذیل چگونگی مشخّص کردن دورهٔ تناوب نوسان را بیان می‌کند.

www.powerjam.ir

مثال ۸ ـ ۳ دورهٔ تناوب سیکل حدّی

همان فرایند مثال ۸ ـ ۱ را در نظر بگیرید. برای اعمال قضیهٔ ۸ ـ ۱، سیستم G(s) با دورهٔ تناوب h، نمونه‌برداری می‌شود. تابع انتقال پالسی به صورت زیر است:

$$H_h(z) = \frac{Kh}{(z-1)} - \frac{K\alpha(1-e^{-h})}{(\alpha-1)(z-e^{-h})} + \frac{K(1-e^{-\alpha h})}{\alpha(\alpha-1)(z-e^{-\alpha h})}$$

در نتیجه داریم:

$$H_h(-1) = -\frac{Kh}{2} + \frac{K\alpha(1-e^{-h})}{(\alpha-1)(1+e^{-h})} - \frac{K(1-e^{-\alpha h})}{\alpha(\alpha-1)(1+e^{-\alpha h})}$$

$$= -\frac{Kh}{2} + \frac{K\alpha}{\alpha-1}\left(\frac{1-e^{-h}}{1+e^{-h}} - \frac{1}{\alpha^2}\frac{1-e^{-\alpha h}}{1+e^{-\alpha h}}\right) = 0$$

جستجوی عددی برای مقداری از h که این معادله را برآورده کند، مقدار $h = 1/035$ را نتیجه می‌دهد. در نتیجه $T_u = 2/07$ خواهد شد که با شبیه‌سازی شکل ۸ ـ ۴ مطابقت دارد

شایان ذکر اینکه برای همهٔ سیستمها، پاسخهای متناوبِ پایدار، به دست نخواهد آمد. برای مثال یک انتگرالگیر دوگانه[1] تحت کنترل رله‌ای خالص، پاسخهایی متناوب با دورهٔ تناوب دلخواه را نتیجه می‌دهد.

۸ ـ ۷ نتایج

در این فصل روشهای مقاوم ساده‌ای توضیح داده شد که می‌توان از آنها برای حصول تخمینهای خامِ دینامیک فرایند استفاده کرد. از این روشها می‌توان برای تنظیم خودکار رگولاتورهای سادهٔ نوع PID یا به عنوان پیش تنظیم‌گر در الگوریتمهای کنترل تطبیقی پیچیده‌تر بهره جُست. دو نوع روش در این فصل توضیح داده شد: یکی روش پاسخ گذرا براساس آزمایشهای پاسخ پلهٔ حلقه ـ باز و دیگری روش حلقه ـ بسته براساس پسخور رله‌ای.

مسائل

۸ ـ ۱ فرایندی را در نظر بگیرید که با تابع انتقال ذیل توصیف می‌شود:

$$G(s) = \frac{k}{1+sT}e^{-sL}$$

نشان دهید که پارامترهای T و L دقیقاً با استفاده از معادلات (۸ ـ ۶) و (۸ ـ ۷) به دست می‌آید.

---

1. Double Integrator

www.powerjam.ir

۸ ـ ۲ فرایندی با تابع انتقال زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \prod_{k=1}^{n} \frac{1}{(1 + s T_k)} e^{-sL}$$

نشان دهید که معادلهٔ (۸ ـ ۶) نتیجهٔ زیر را به دست می‌دهد:

$$T + L = \sum_{k=1}^{n} T_k + L$$

۸ ـ ۳ فرایندی را با تابع انتقال زیر در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{k}{s} e^{-sL}$$

یک رگولاتور تناسبی تعیین کنید که حاشیهٔ دامنهٔ $A_m = 2$ را نتیجه دهد. نشان دهید که این رگولاتور با نتیجهٔ حاصل از قاعدهٔ زیگلر ـ نیکولز (که در جدول ۸ ـ ۲ آمده است)، یکی است.

۸ ـ ۴ دورهٔ تناوب سیکل حدی را وقتی که فرایندهایی با توابع انتقال زیر با استفاده از پسخور رله‌ای به‌دست آمده باشند، تعیین کنید.

الف) $G(s) = \frac{k}{s} e^{-sL}$ ب) $G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$ ج) $G(s) = \frac{1}{s^2}$

از هر دو روش تقریبی و دقیق استفاده کنید.

۸ ـ ۵ فرایندی را در نظر بگیرید که تابع انتقال آن همان تابع انتقال مسألهٔ ۸ ـ ۳ باشد. با استفاده از روش زیگلر ـ نیکولز جدول ۸ ـ ۲ یک رگولاتور تناسبی به دست آورید.

مراجع

رگولاتور PID بسیار معمول است و این کنترلگر، وسیله‌ای استاندارد برای حلّ اغلب مسائل کنترل فرایند است. وجوه مختلف این نوع کنترل در مراجع زیر آمده است:

Desphande, P.B. and R. H. Ash, 1981. Elements of Computer Process Control With Advanced Control Applications. Research Triangle Park, N. C.: Instrument Society of America.

www.powerjam.ir

Shinskey, F. G., 1979. *Process - Control Systems Application Design Adjustment.* New Yotk: Mc Graw-Hill.

Smith, C. L., 1972. Digital Computer Process Control. Scranton, Pa.: Intext Educational Publishers.

قواعد تنظیم زیگلر ـ نیکولز در مرجع زیرآمده است:

Ziegler, J. G. and N. B. Nichols, 1942. "Optimum settings for automatic controllers."*Trans. ASME* **64:** 759-768.

قواعد تنظیم بر اساس سه پارامتر k، T و L در مرجع زیر آمده:

Cohen, G. H., and G. A. Coon, 1953. "Theoretical consideration of retarded control."*Trans. ASME* **15:** 827-834.

بحث راجع به بسیاری از قواعد تنظیم کنترلگرهای PID در مرجع زیر آمده است:

McMillan, G. K., 1983. *Tuning and Control Loop Performance. Research Triangle Park,* N. C.: Instrument Society of America.

نظریّات جالبی راجع به کنترل PID در مقابل کنترلهای پیشرفته‌تر برای کاربردهای کنترل فرایند در مرجع زیر مطرح شده:

McMillan, G. K., 1986. "Advanced control algorithms: Beware of false prophecies."*Intech.* January: 55-57

تنظیم‌گر خودکار رله‌ای در مرجع زیر آمده:

Åström, K. J., and T. Hägglund, 1984. "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins." *Automatica* **20:** 645-651.

این موضوع در مرجع زیر به ثبت رسیده است:

Hägglund, T., and K. J. Åström, 1985. "Method and an apparatus in tuning a **PID** regulator." U. S. Patent number 4549123.

بررسی مفصّلتر کنترل PID در مرجع زیر آمده:

Åström K. J., and T. Hägglund, 1995. PID Control. Research Triangle Park, N. C.: Instrument Society of America

بحثی جامع در مورد تنظیم خودکار رگولاتورهای ساده درمراجع زیر مطرح شده:

Åström, K. J., and T. Hägglund, 1988. *Automatic Tuning of* **PID** *Regulators. Research Triangle Park,* N.C.: Instrument Society of America.

www.powerjam.ir

Åström K. J., T. Hägglund, C.C.Hang, and W. K. Ho, 1993. "Automatic tuning and adaptation for PID controllers: A survey."Control Eng. practice **1:** 699-714.

سیپکین پیشگام پژوهش بر روی پسخور رله‌ای است. نتایج حاصل از کارهای او در مورد نوسانهای رله‌ای در مرجع زیر آمده:

Tsypkin, Y.Z., 1984. *Relay Control Systems.* Cambridge, U.K.: Cambridge University Press.

www.powerjam.ir

www.powerjam.ir

فصل نهم

جدول‌بندی بهره[1]

۹ ـ ۱ مقدّمه

در بسیاری از حالات، چگونگی تغییرات دینامیک فرایند با تغییر شرایط کار، معلوم است. یکی از عوامل تغییردهندهٔ دینامیک، غیرخطی بودنهای معلوم در سیستم است. بنابراین، امکان تغییر پارامترهای کنترلگر با مشاهده[2] شرایط کار وجود دارد. این ایده، *جدول‌بندی بهره* نامیده می‌شود، زیرا این روش در اصل فقط براساس همراهی با تغییرات بهرهٔ فرایند کار می‌کند. روش جدول‌بندی بهره، نوع خاصی از یک پسخور غیرخطی است که در آن یک کنترلگر خطی وجود دارد که پارامترهای آن به صورت تابعی از شرایط کار به روشی از قبل برنامه‌ریزی شده، تغییر داده می‌شود. ایدهٔ ربط دادن پارامترهای کنترلگر به متغیرهای کمکی، ایدهٔ جدیدی نیست، امّا سخت‌افزاری که بسادگی بتواند این کار را عملی کند، تا چندی قبل غیرقابل دسترس بود. برای پیاده‌سازی روش جدول‌بندی بهره با استفاده از روشهای قیاسی[3] وجود مولّدهای سیگنال و ضرب کننده‌ها ضروری است. طراحی و کاربرد این قطعات نیز گران است. بنابراین، این روش فقط در حالات خاصّی همانند طراحی اتوپایلوت برای هواپیماهای با عملکرد بالا به کار رفته است. پیاده‌سازی جدول‌بندی بهره در سیستمهای کنترل کامپیوتری بسیار ساده است به شرط اینکه نرم‌افزارهای موجود دارای پشتیبانی باشند.

روش جدول‌بندی بهره براساس اندازه‌گیری شرایط کار فرایند، غالباً روش خوبی برای جبران تغییرات پارامترهای فرایند و یا مشخّصه‌های غیرخطی معلوم است. این موضوع که آیا یک سیستم دارای جدول بهره می‌تواند به عنوان یک سیستم تطبیقی درنظر گرفته شود یا خیر،

---

1. Gain - Scheduling
2. Monitoring
3. Analog

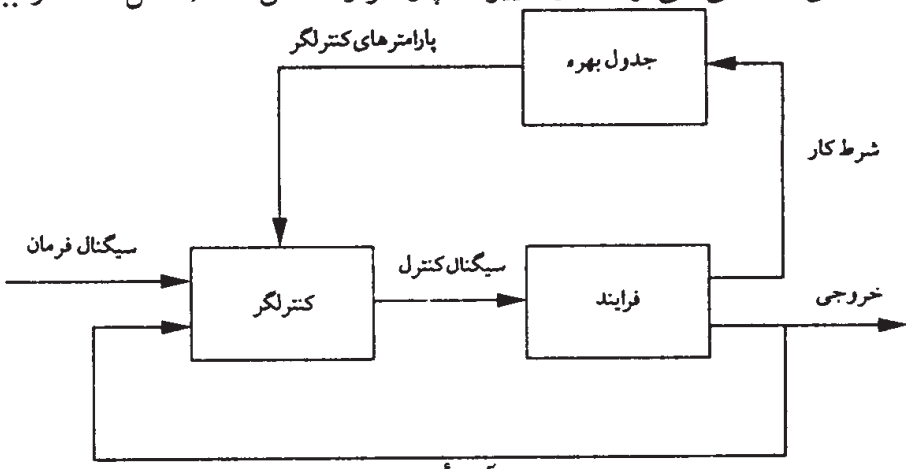
www.powerjam.ir

موضوع بحث برانگیزی است؛ زیرا در این روش پارامترها در یک سیستم حلقه ـ باز یا به شکل از پیش برنامه‌ریزی شده تغییر داده می‌شود. اگر از تعریف غیررسمی کنترلگرهای تطبیقی قسمت ۱ ـ ۱ استفاده کنیم، جدول‌بندی بهره را می‌توان یک کنترلگر تطبیقی به‌شمار آورد، جدول‌بندی بهره روش بسیار مفیدی برای کاهش تأثیر تغییرات پارامتر است. در حقیقت این شیوه، بهترین روش برای مقابله با تغییرات پارامتر در سیستمهای کنترل پرواز است. همچنین سیستمهای کنترل فرایند تجاری بسیاری وجود دارد که در آنها از این روش می‌توان برای جبران عوامل غیرخطّی استاتیکی و دینامیکی استفاده کرد. علاوه بر این می‌توان کنترلگرهای چند بازه‌ای[1] را، که از مجموعه پارامترهای گوناگون برای محدوده‌های مختلف خروجی فرایند استفاده می‌کنند، به عنوان نوع خاصی از کنترلگرهای جدول‌بندی بهره درنظر گرفت.

قسمت ۹ ـ ۲ اصول روش جدول‌بندی بهره را بیان می‌کند. در قسمت ۹ ـ ۳ روشهای مختلف طراحی سیستمهای جدول‌بندی بهره و در قسمت ۹ ـ ۴ روشی براساس تبدیلهای غیرخطی و در قسمت ۹ ـ ۵ برخی از کاربردهای این روش مطرح می‌شود. نتایج این فصل در قسمت ۹ ـ ۶ آمده است.

۹ ـ ۲ اصول

گاهی ممکن است بتوانیم یک سری متغیرهای کمکی پیدا کنیم که به خوبی به تغییرات دینامیک فرایند وابسته باشد. بنابراین، با تغییر پارامترهای کنترلگر به شکل تابعی از این متغیّرهای کمکی بسادگی می‌توان آثار تغییرات پارامتر را کاهش داد. (شکل ۹ ـ ۱ را ببینید).



شکل ۹ ـ ۱. نمودار بلوکی یک سیستم که در آن تأثیر تغییرات پارامتر به کمک جدول‌بندی بهره کاهش داده می‌شود.

1. Split - Range Controller

www.powerjam.ir

جدول‌بندی بهره را می‌توان به صورت یک سیستم کنترل پسخور درنظر گرفت که در آن بهره‌های پسخور با استفاده از جبرانسازی پیشخور تنظیم می‌شود. ایدهٔ اصلی جدول‌بندی بهره مربوط به سیستمهای کنترل پرواز است. در این کاربرد، عدد ماخ و فشار دینامیکی به وسیلهٔ حسگرهای اطلاعات هوا، اندازه‌گیری و به عنوان متغیرهای جدول مورد استفاده واقع می‌شوند.

یکی از مسائل اساسی در طراحی سیستمهای جدول‌بندی بهره، پیدا کردن متغیرهای جدولیِ مناسب است. این کار به طور طبیعی بر اساس شناخت از فیزیکِ سیستم، انجام می‌شود. در کنترل فرایند از آنجا که اغلب ثابتهای زمانی و تأخیرهای زمانی، با نرخ تولید، نسبت عکس دارند، می‌توان از نرخ تولید به عنوان یک متغیر جدولی بهره جُست. (با مثال ۱ ـ ۵ مقایسه کنید).

هنگامی که متغیرهای جدولی مشخص شد، پارامترهای کنترلگر، با استفاده از روشهای طرّاحی مناسب برای تعدادی از شرایط کار، محاسبه می‌شود. بنابراین کنترلگر مزبور برای هر نقطهٔ کار موردنظر، تنظیم و یا کالیبره و سپس پایداری و عملکرد سیستم نوعاً به وسیلهٔ شبیه‌سازی ارزیابی می‌شود. همچنین لازم است به مراحل تغییر بین شرایط مختلف کار توجه خاص شود. در صورت لزوم، تعداد ورودیهای خانه‌های جدول، افزایش می‌یابد. توجه داشته باشید که در این روش هیچ‌گونه پسخوری از عملکرد سیستم حلقه ـ بسته به پارامترهای کنترلگر وجود ندارد.

گاهی ممکن است بتوان جدولهای بهره را با استفاده از یک‌سری تبدیلهای غیرخطّی، چنان به دست آورد که سیستم تبدیل یافته، به شرایط کار وابسته نباشد. یک سری اندازه‌گیریهای کمکی به همراه اندازه‌گیریهای فرایند برای محاسبهٔ متغیرهای تبدیل یافته انجام می‌شود. آنگاه متغیّر کنترلی تبدیل یافته، محاسبه شده، پیش از اعمال به فرایند دوباره به صورت اولیه تبدیل می‌شود. بنابراین کنترلگر حاصل را می‌توان به صورت ترکیبی از دو تبدیل غیرخطی با یک کنترلگر خطّی بین آنها درنظر گرفت. گاهی این تبدیلها براساس متغیرهایی است که به طور غیرمستقیم از تخمین حالت به دست آمده‌اند. مثالهایی در این زمینه در قسمتهای ۹ ـ ۴ و ۹ ـ ۵ ذکر شده است.

یکی از اشکالهای روش جدول‌بندی بهره این است که این روش، یک جبرانسازی حلقه ـ باز است و هیچ‌گونه پسخوری برای اصلاح یک جدول نادرست وجود ندارد. اشکال دیگر این روش آن است که طراحی ممکن است زمان زیادی صرف کند. پارامترهای کنترلگر، باید برای تعداد زیادی از شرایط کار، مشخص و عملکرد سیستم به وسیلهٔ شبیه‌سازیهای وسیعی بررسی شود. اگر عمل جدول‌بندی براساس تبدیلات غیرخطی انجام شود، از مشکل مزبور تا حدودی اجتناب می‌شود.

www.powerjam.ir

فایدهٔ روش جدول‌بندی بهره این است که پارامترهای کنترلگر را می‌توان بسیار سریع در پاسخ به تغییرات فرایند تغییر داد. از آنجا که هیچ‌گونه تخمین پارامتری در این روش وجود ندارد، عوامل حدّی به سرعت پاسخِ اندازه‌گیریهای کمکی به تغییرات فرایند وابسته‌اند.

۹ ـ ۳ طراحی کنترلگرهای جدول‌بندی بهره

ارائهٔ روشهای کلّی برای طراحی کنترلگرهای جدول‌بندی بهره، بسیار مشکل است. سؤال کلیدی، تعیین متغیرهایی است که بتوان آنها را به عنوان متغیرهای جدولی درنظر گرفت. بدیهی است که این سیگنالهای کمکی باید شرایط کار دستگاه را منعکس کند. به طور ایدئال لازم است عبارات ساده‌ای برای بیان رابطه بین پارامترهای کنترلگر و متغیّرهای جدولی وجود داشته باشد. بنابراین لازم است برای استفاده از جدول‌بندی بهره، شناخت خوبی نسبت به دینامیک فرایند وجود داشته باشد. ایده‌های عمومی زیر می‌توانند مفید واقع شوند:

- خطی‌سازی محرکهای غیرخطی؛
- جدول‌بندی بهره براساس اندازه‌گیری متغیرهای کمکی؛
- مقیاس زمانی براساس نرخ تولید؛
- تبدیلهای غیرخطی.

ایده‌های فوق را با چند مثال توضیح می‌دهیم:

مثال ۹ ـ ۱ محرک غیرخطی

سیستمی شامل شیر غیرخطی مثال ۱ ـ ۴ را درنظر بگیرید. فرض می‌شود رابطهٔ غیرخطی بدین صورت باشد:

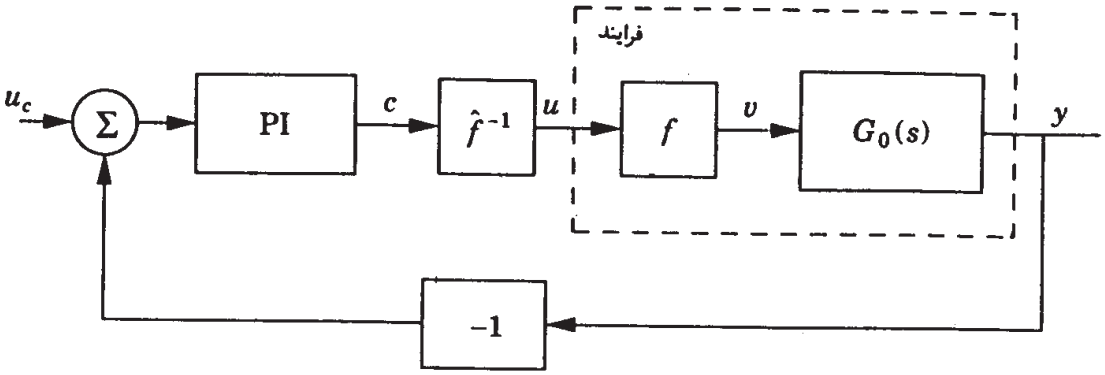
$$v = f(u) = u^4 \quad , \quad u \geqslant 0$$

فرض کنید $\hat{f}^{-1}$ تقریبی از معکوس مشخصهٔ شیر باشد. برای جبران مشخصه غیرخطی شیر، خروجی کنترلگر پیش از اعمال به شیر، به این تابع اعمال می‌شود. (شکل ۹ ـ ۲ را ببینید). درنتیجه خواهیم داشت:

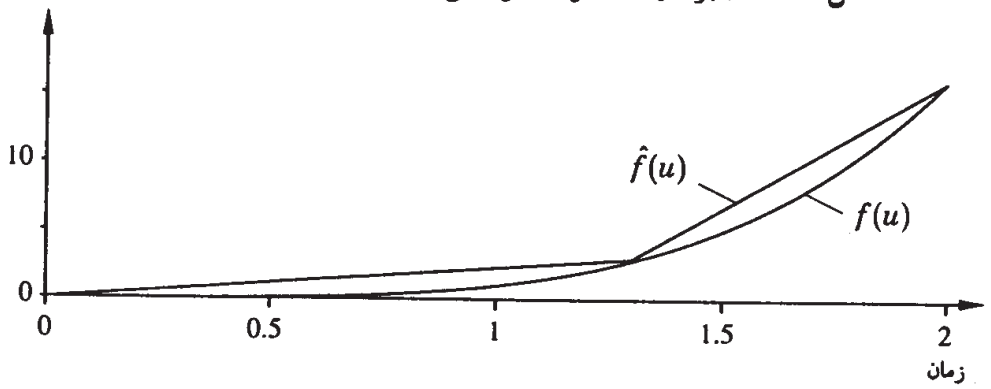
$$v = f(u) = f(\hat{f}^{-1}(c))$$

که در آن c خروجی کنترلگر PI است. بهرهٔ تابع $f(\hat{f}^{-1}(c))$ باید تغییرات کمتری نسبت به f داشته باشد. اگر $\hat{f}^{-1}$ معکوس دقیق باشد، آنگاه $v = c$ خواهد شد.

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۲. جبران یک محرک غیرخطی با استفاده از معکوس تقریبی.



شکل ۹ ـ ۳. مشخصهٔ شیر غیرخطی $v = f(u) = u^4$ و تقریب $\hat{f}(u)$ با دو خط

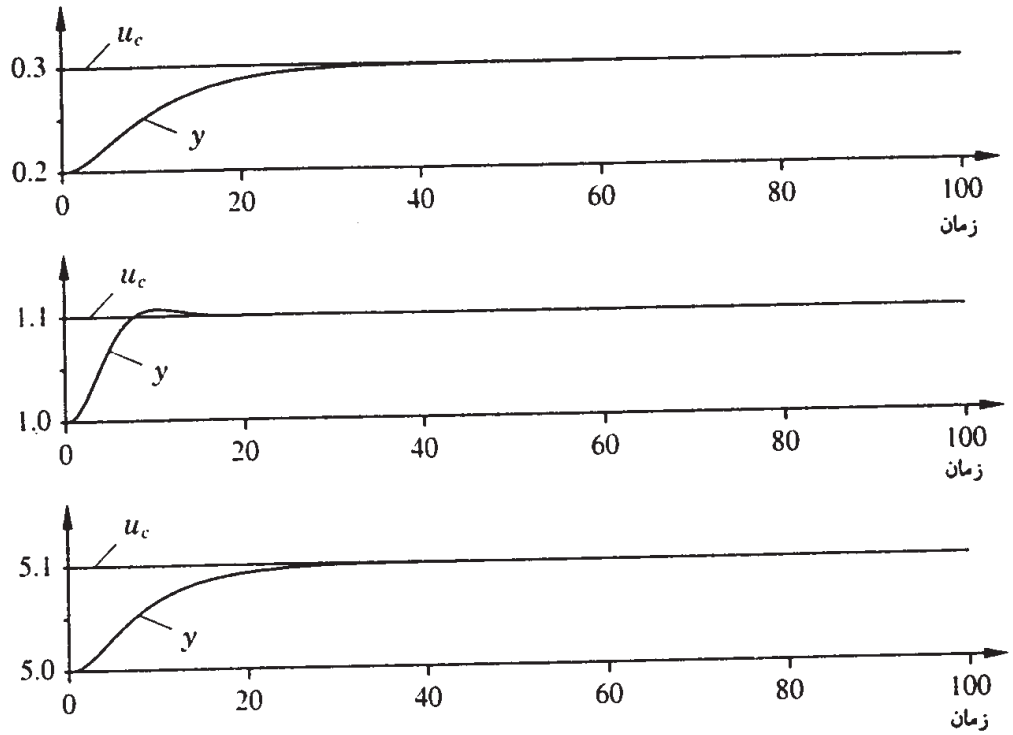
فرض کنید مشخصهٔ تابع $f(u) = u^4$ با دو خط تقریب زده شود: یکی خطی که از نقطهٔ (۰ , ۰) به نقطهٔ (۳ , ۱/۳) وصل می‌شود و دیگری خطی که نقطهٔ (۳ , ۱/۳) را به نقطهٔ (۱۶ , ۲) متصل می‌کند. (شکل ۹ ـ ۳ را ببینید).

درنتیجه خواهیم داشت:

$$\hat{f}^{-1}(c) = \begin{cases} ۰/۴۳۳\,c & , \quad ۰ \leqslant c \leqslant ۳ \\ ۰/۰۵۳۸\,c + ۱/۱۳۹ & , \quad ۳ \leqslant c \leqslant ۱۶ \end{cases}$$

شکل ۹ ـ ۴ تغییرات پله‌ای سیگنال مرجع را در سه حالت کار مختلف، وقتی که تقریب معکوس مشخصهٔ شیر در بین کنترلگر و شیر استفاده شده، نشان می‌دهد. (این شکل را با سیستم جبران نشدهٔ شکل ۱ ـ ۹ مقایسه کنید). همانطورکه می‌بینیم در عملکرد سیستم حلقه ـ بسته بهبود قابل ملاحظه‌ای حاصل آمده است. با بهبود معکوس، این امکان وجود دارد که بتوان حساسیت فرایند را به مشخصهٔ غیرخطی شیر، بیشتر کاهش داد. □

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۴. شبیه‌سازی سیستم مثال ۹ ـ ۱ با شیر غیرخطی و جبرانسازی با استفاده از تقریب مشخصهٔ شیر (با شکل ۱ ـ ۹ مقایسه کنید).

مثال ۹ ـ ۱ ایده‌ای بسیار مفید و ساده را برای جبران عوامل غیرخطی استاتیکی معلوم، نشان می‌دهد. در عمل، اغلب کافی است مشخصهٔ غیرخطی را با تعدادی پاره‌خط تقریب بزنیم. بسیاری از انواع کنترلگرهای تک‌حلقه‌ای تجاری برای این نوع جبرانسازی موجودند. بسته‌های DDC، معمولاً دارای توابعی هستند که از آنها می‌توان برای پیاده‌سازی مشخصه‌های غیرخطی استفاده کرد.

کنترلگر حاصل در مثال ۹ ـ ۱، کنترلگری غیرخطی است و نمی‌توان آن را (در شکل اصلی‌اش) به عنوان یک سیستم جدول‌بندی بهره در نظر گرفت. در مثال فوق هیچ‌گونه اندازه‌گیری شرایط کار جدا از خروجی کنترلگر، انجام نمی‌گیرد. در حالات دیگر، مشخصهٔ غیرخطی، با استفاده از اندازه‌گیری متغیرهای متعددی به دست می‌آید. لیکن، کنترلگر جدول‌بندی بهره باید شامل اندازه‌گیری متغیری که به نقطه کار فرایند مربوط است، باشد. روش جدول‌بندی بهره براساس یک سیگنال کمکی را با مثال زیر توضیح می‌دهیم:

مثال ۹ ـ ۲ سیستم مخزن

مخزنی را درنظر بگیرید که سطح مقطع آن (A) با ارتفاع h تغییر می‌کند. مدل مخزن بدین

www.powerjam.ir

شکل است:

$$V = \int_{\circ}^{h} A(\tau)\, d\tau$$

$$\frac{dV}{dt} = (A(h)\frac{dh}{ht} = q_i - a\sqrt{2gh}$$

که درآن V حجم، q_i جریان‌ورودی و a سطح‌مقطع لولهٔ‌خروجی است. فرض کنید q_i ورودی و h خروجی سیستم باشد. مدل خطی شدهٔ سیستم در نقطهٔ کار q_{in}° و h° با تابع انتقال $G(s) = \frac{\beta}{s+\alpha}$ که در آن:

$$\beta = \frac{1}{A(h^{\circ})} \qquad \alpha = \frac{q_{in}^{\circ}}{2A(h^{\circ})\,h^{\circ}} = \frac{a\sqrt{2gh^{\circ}}}{2A(h^{\circ})\,h^{\circ}}$$

است. یک کنترل PI خوب برای این مخزن به صورت زیر است:

$$u(t) = K\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int e(\tau)\, d\tau\right)$$

که در آن:

$$K = \frac{2\zeta\omega - \alpha}{\beta} \quad , \quad T_i = \frac{2\zeta\omega - \alpha}{\omega^2}$$

می‌باشد. درنتیجه یک سیستم حلقه ـ بسته با فرکانس طبیعی ω و ضریب میرایی ζ به دست خواهد آمد. با جایگذاری عبارات α و β در معادلات فوق، جدول بهرهٔ ذیل حاصل می‌شود:

$$K = 2\zeta\omega A(h^{\circ}) - \frac{q_{in}^{\circ}}{2h^{\circ}}$$

$$T_i = \frac{2\zeta}{\omega} - \frac{q_{in}^{\circ}}{2A(h^{\circ})\,h^{\circ}\,\omega^2}$$

غالباً مقادیر عددی به گونه‌ای است که $\alpha << 2\zeta\omega$ می‌باشد. بنابراین می‌توان جدول را به شکل زیر ساده کرد:

$$K = 2\zeta\omega A(h^{\circ})$$

$$T_i = \frac{2\zeta}{\omega}$$

بنابراین، در این حالت کافی است بهره متناسب با سطح مقطع مخزن انتخاب شود. □

www.powerjam.ir

مثال مزبور نشان می‌دهد که در برخی از موارد کافی است یک یا دو متغیر فرایند اندازه‌گیری و از آنها به عنوان ورودیهای جدول بهره استفاده شود. اغلب تعیین پارامترهای کنترلگر به صورت تابعی از متغیرهای اندازه‌گیری شده، به سادگیِ مورد فوق نیست و باید دوباره طراحی کنترلگر برای مقادیر مختلف نقاط کار فرایند انجام شود. همچنین در صورتی که سیگنالهای اندازه‌گیری شده دارای نویز باشد، برخی توجّهات ضروری است. ممکن است لازم باشد این سیگنالها قبل از استفاده به عنوان متغیرهای جدولی، به‌طور مناسب فیلتر شوند.

مثال بعد نشان می‌دهد که بهره‌ها، تأخیرها و ثابتهای زمانی، غالباً با نرخ تولید فرایند، نسبت عکس دارند. از این واقعیت می‌توان برای مقیاس کردن زمان استفاده کرد.

مثال ۹ ـ ۳ کنترل غلظت

مسألهٔ کنترل غلظت مثال ۱ ـ ۵ را درنظر بگیرید. فرایند با معادلهٔ (۱ ـ ۳) مشخص می‌شود. فرض کنید می‌خواهیم میزان غلظت در مخزن (c) را به وسیلهٔ تغییر غلظت در مدخل ورودی (c_{in}) تحت کنترل داشته باشیم. برای یک جریان ثابت می‌توان دینامیک فرایند را با تابع انتقال ذیل توصیف کرد:

$$G(s) = \frac{1}{1 + sT} e^{-s\tau}$$

که: $T = \frac{V_m}{q}$ و $\tau = \frac{V_d}{q}$ است. اگر $\tau < T$ باشد، آنگاه تعیین یک کنترلگر PI؛ که در حالت ثابت بودن q به خوبی عمل کند، سر راست خواهد بود. لیکن پیدا کردن مقادیر جهان شمول برای پارامترهای کنترلگر که بتواند در محدودهٔ وسیعی از q بخوبی عمل کند، مشکل خواهد بود. این موضوع در شکل ۱ ـ ۱۱ مطرح شده که پاسخهای پله یک کنترلگر با بهرهٔ ثابت را برای جریانهای متغیر نشان می‌دهد. از آنجا که فرایند دارای تأخیر زمانی است، طبیعی است که به دنبال کنترلگری با داده‌های نمونه‌برداری شده باشیم. نمونه‌برداری از مدل با دورهٔ تناوب $h = \frac{V_d}{(dq)}$ (که در آن d یک مقدار صحیح است)، نتیجه می‌دهد:

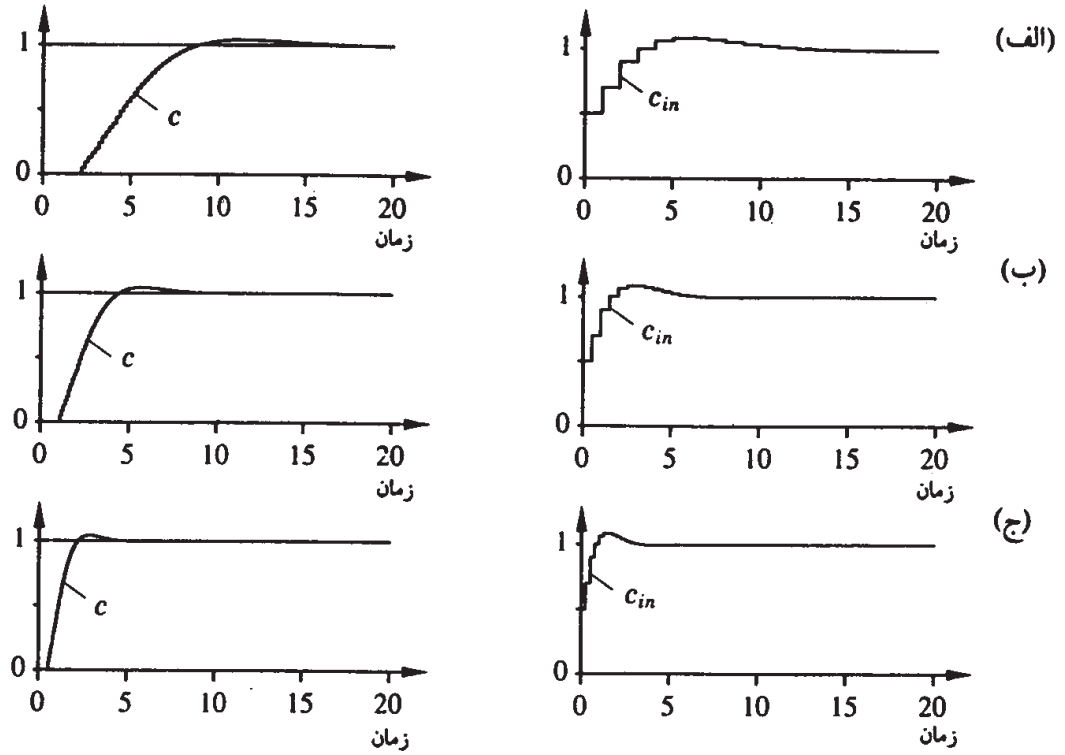
$$c(kh + h) = ac(kh) + (1 - a)\,u(kh - dh)$$

که:

$$a = e^{-qh/V_m} = e^{-V_d/(V_m d)}$$

توجه کنید که مدلِ با داده‌های نمونه‌برداری شده، تنها دارای یک پارامتر a است که به q وابسته نیست. یک کنترلگر با بهرهٔ ثابت را بسادگی می‌توان برای سیستم با داده‌های نمونه‌برداری شده طراحی کرد.

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۵. غلظت خروجی و سیگنال کنترل در حالتی که فرایند مثال ۹ ـ ۳ با یک کنترلگر دیجیتال با بهرهٔ ثابت کنترل شده امّا فاصلهٔ نمونه‌برداری برابر با $h = \frac{۱}{(۲\,q)}$ باشد. الف) q = ۰/۵؛ ب) q = ۱؛ ج) q = ۲

سیستم جدول‌بندی بهره بسادگی با داشتن یک کنترلگر با پارامترهای ثابت که در آن نرخ نمونه‌برداری با نرخ جریان نسبت عکس دارد، تحقق‌پذیر می‌باشد. با بررسی لحظات نمونه‌برداری، مشاهده می‌کنیم که این کار، مستقل از جریان، پاسخهای یکسانی را نتیجه می‌دهد، اما پاسخهای گذرا در زمان مقیاس می‌شوند. شکل ۹ ـ ۵ غلظت خروجی و سیگنالهای کنترل را برای سه مقدار مختلف جریان، نشان می‌دهد. برای پیاده‌سازی این کنترلگر جدول‌بندی بهره علاوه بر اندازه‌گیری غلظت، اندازه‌گیری جریان نیز ضروری است. خطاهای اندازه‌گیری جریان موجب ارتعاش در دوره تناوب نمونه‌برداری خواهد شد. برای اجتناب از این موضوع لازم است اندازه‌گیری جریان، فیلتر شود.

روش پاسخ گذرای زیگلر ـ نیکولز، که در قسمت ۸ ـ ۴ توضیح داده شده براساس مدلی با تأخیر زمانی و یک سیستم مرتبه اول استوار است. جدول ۸ ـ ۱ نتایج زیر را می‌دهد:

$$K_c = \frac{۰/۹\,\tau}{T} = \frac{۰/۹\,V_d}{V_m}$$

$$T_i = ۳\,\tau = \frac{۳\,V_d}{q}$$

www.powerjam.ir

یعنی زمان انتگرالگیری با جریان q نسبت عکس دارد. این همان اثری است که در کنترلگر زمان ـ گسسته هنگامی که زمان نمونه‌برداری با q نسبت عکس دارد، به دست می‌آید. □

در مثالهای ۹ ـ ۱ و ۹ ـ ۲ تعیین دقیق جدولها بسادگی امکان‌پذیر بود و رفتار سیستم حلقه ـ بسته به شرایط کار وابسته نبود. در حالات دیگر فقط این امکان وجود دارد که روابطی تقریبی، بین شرایط کار مختلف به دست آوریم. بنابراین باید عمل طراحی برای شرایط کار متعدد، به منظور ایجاد جدول، تکرار شود. همچنین برای به دست آوردن رفتار هموار سیستم حلقه ـ بسته، لازم است بین مقادیر جدول، عمل درونیابی[1] انجام گیرد. این کار می‌تواند یک سری محاسبات و شبیه‌سازیهای وسیع را پیش از به دست آمدن یک جدول بهرهٔ کامل موجب شود.

معمولاً جدول بهره با استفاده از شبیه‌سازیهای یک مدل فرایند به دست می‌آید، اما این امکان نیز هست که بتوان یک جدول بهره را بیدرنگ به وجود آورد. این کار ممکن است با استفاده از یک تنظیم‌گر خودکار و یا یک کنترلگر تطبیقی امکان‌پذیر باشد. سیستم تطبیقی برای به دست آوردن پارامترهای کنترلگر در نقاط کار مختلف به کار می‌رود، سپس این پارامترها برای استفاده در مرحلهٔ بعد که سیستم به همان نقطهٔ کار و یا نقطهٔ کاری در همسایگی برمی‌گردد، ذخیره می‌شوند.

۹ ـ ۴ تبدیلهای غیرخطی

بسیار مطلوب خواهد بود اگر بتوانیم تبدیلهایی پیدا کنیم که تحت آنها سیستم تبدیل یافته، خطی و مستقل از شرایط کار باشد. فرایند مثال ۹ ـ ۳ نمونه‌ای است که در آن، این عمل با مقیاس کردن زمان است، امکان‌پذیر است. مدل نمونه‌برداری شدهٔ حاصل، مستقل از جریان است، زیرا زمان به صورت ذیل مقیاس شده:

$$t_s = \frac{V_d}{q} t$$

این بدان معناست که متغیر کلیدی به جای زمان، مسافتی است که ذرّه پیموده است. کلیهٔ فرایندهایی که در آنها ماده، جریان می‌یابد مانند موارد ذیل، دارای این ویژگی هستند: غلتکها[2]، تسمه نقّاله‌ها، جریانهای داخل لوله و غیره.

سیستم دارای مدل $\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t)) + g(x(t))u(t)$ به شرط قابل اندازه‌گیری بودن کلیهٔ حالتها و برقرار بودن شرط رؤیت‌پذیری تعمیم یافته، قابل تبدیل به یک سیستم خطی است (با

1. Interpolation 2. Rolling Mill

www.powerjam.ir

قسمت ۵ ـ ۱۰ مقایسه کنید). ابتدا سیستم به یک سیستم خطّیِ ثابت، تبدیل می‌شود. این تبدیل معمولاً غیرخطی و وابسته به حالتهای فرایند است. سپس برای مدل تبدیل یافته، کنترلگری طراحی شده و سیگنالهای کنترل مدل دوباره به سیگنالهای کنترل اصلی تبدیل می‌شوند. نتیجه حاصل، نوع خاصی از کنترل غیرخطی است که می‌توان آن را به عنوان کنترلگر جدول‌بندی بهره تعبیر کرد. اطلاعات دربارهٔ مشخصه‌های غیرخطی مدل، در طراحی کنترلگر به کار می‌رود. روش تبدیلهای غیرخطی با یک مثال توضیح داده می‌شود:

مثال ۹ ـ ۴ تبدیل غیرخطی یک آونگ

سیستم توصیف کننده آونگ زیر را درنظر بگیرید:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\sin x_1 + u \cos x_1 \qquad (۹ ـ ۱)$$

$$y = x_1$$

که ورودی آن شتاب نقطهٔ محوری و خروجیِ y، زاویهٔ بین آونگ و وضعیت رو به پایین است. سیگنال کنترلِ تبدیل یافتهٔ ذیل را درنظر بگیرید:

$$v(t) = -\sin x_1(t) + u(t) \cos x_1(t)$$

درنتیجه، معادلات خطیِ ذیل به دست خواهد آمد:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

فرض کنید x_1 و x_2 اندازه‌گیری شوند و قانون کنترل را بدین شکل درنظر بگیرید:

$$v(t) = -l'_1 x_1(t) - l'_2 x_2(t) + m' u_c(t)$$

در این صورت تابع انتقال u_c به y به صورت $\dfrac{m'}{s^2 + l'_2 s + l'_1}$ خواهد بود. فرض کنید معادله مشخصهٔ مطلوب بدین صورت باشد:

$$s^2 + p_1 s + p_2 \qquad (۹ ـ ۲)$$

که با قرار دادن $l'_1 = p_2$ و $l'_2 = p_1$ و $m' = p_2$ به دست می‌آید. با عکس تبدیل به سیگنال کنترل

www.powerjam.ir

اصلی، خواهیم داشت:

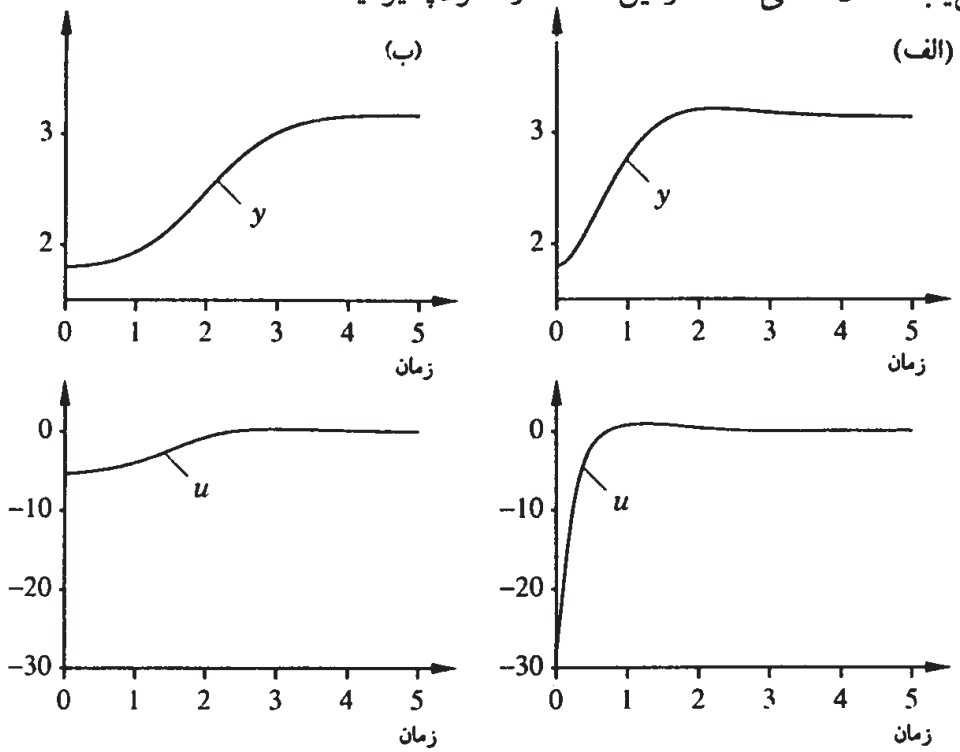
$$u(t)=\frac{v(t)+\sin x_1(t)}{\cos x_1(t)} \qquad (۹-۳)$$
$$=\frac{1}{\cos x_1(t)}\left(-p_2 x_1(t)-p_1 x_2(t)+p_2 u_c(t)+\sin x_1(t)\right)$$

بنابراین سیگنال کنترل شدیداً غیرخطی است. شکل ۹ ـ ۶ خروجی و سیگنال کنترل را وقتی که کنترلگر معادلهٔ (۹ ـ ۳) و یک کنترلگر با بهرهٔ ثابت به صورت زیر به کار رفته، نشان می‌دهد.

$$u(t)=-l_1 x_1(t)-l_2 x_2(t)+m u_c(t) \qquad (۹-۴)$$

پارامترهای l_1 و l_2 و m به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که معادله مشخصه (معادله ۹ ـ ۲) را هنگامی که سیستم حول نقطهٔ $x_1=\pi$ (که موقعیت عمودی است)، خطی شده، نتیجه دهند.

توجه کنید که معادلهٔ (۹ ـ ۳) برای همهٔ زاویه‌ها به جز $x_1=\pm\frac{\pi}{2}$، یعنی وقتی که آونگ در حالت افقی است، قابل اعمال است. هرگاه x_1 به مقدار $\pm\frac{\pi}{2}$ میل کند، دامنهٔ سیگنال کنترل افزایش می‌یابد. مدل خطی شده در این نقطه کار کنترل‌پذیر نیست.



شکل ۹ ـ ۶. آونگ توصیف شده با معادلهٔ (۹ ـ ۱) به وسیلهٔ کنترلگرهای زیر کنترل شده است: الف) کنترلگر غیرخطّی معادلهٔ (۹ ـ ۳) و ب) کنترلگر با بهرهٔ ثابت معادلهٔ (۹ ـ ۴). معادلهٔ مشخصهٔ مطلوب (معادلهٔ ۹ ـ ۲) با $p_1=۲/۸$ و $p_2=۴$ تعریف می‌شود.

www.powerjam.ir

مثال زیر چگونگی استفاده از تبدیلهای غیرخطی را برای یک سیستم مرتبهٔ دوم نشان می‌دهد:

مثال ۹ ـ ۵ تبدیل غیرخطیِ یک سیستم مرتبهٔ دوم

سیستم ذیل را درنظر بگیرید:

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2)$$
$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, u)$$
$$y = x_1$$

فرض کنید متغیرهای حالت قابل اندازه‌گیری باشد و بخواهیم پسخوری بیابیم که پاسخ متغیر x_1 به سیگنال فرمان دارای تابع انتقال زیر باشد:

$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \qquad (۹ ـ ۵)$$

دستگاه مختصات جدید z_1 و z_2 را به این صورت درنظر بگیرید:

$$z_1 = x_1$$
$$z_2 = \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2)$$

سیگنال کنترل جدید v بدین شکل تعریف می‌شود:

$$v = F(x_1, x_2, u) = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_2 \qquad (۹ ـ ۶)$$

تبدیلهای فوق، سیستم خطیِ ذیل را نتیجه می‌دهد:

$$\frac{dz_1}{dt} = z_2$$
$$\frac{dz_2}{dt} = v \qquad (۹ ـ ۷)$$

به سادگی می‌توان دید که پسخور خطیِ ذیل:

$$v = \omega^2(u_c - z_1) - 2\zeta\omega z_2 \qquad (۹ ـ ۸)$$

www.powerjam.ir

تابع انتقال حلقه ـ بستهٔ مطلوب معادلهٔ (۹ ـ ۵) را از u_c به $z_1 = x_1$ (برای سیستم خطی معادلات (۹ ـ ۷)) نتیجه می‌دهد. حال تبدیل معکوس به متغیرهای اصلی باقی می‌ماند. از معادلات (۹ ـ ۶) و (۹ ـ ۸) داریم:

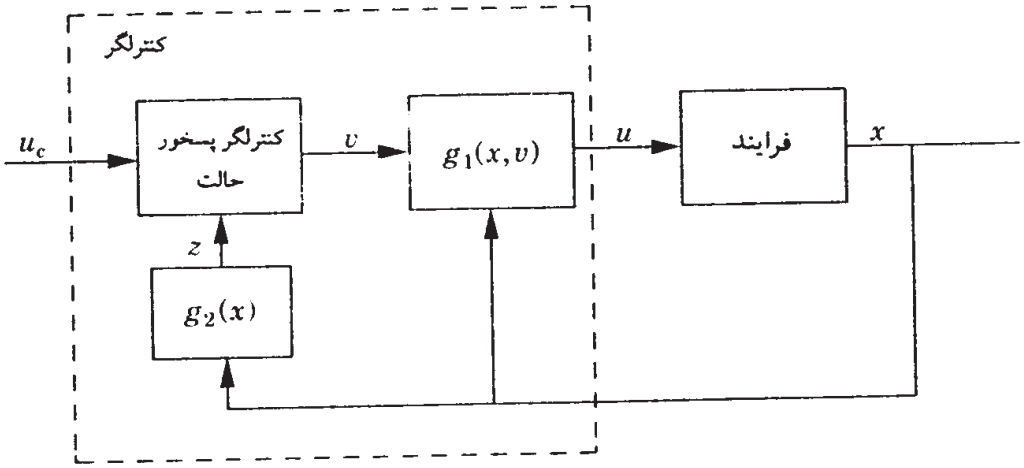
$$F(x_1, x_2, u) = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_2 = \omega^2 (u_c - x_1) - 2\zeta\omega f_1(x_1, x_2)$$

از حل معادلهٔ فوق برای u، پسخور مطلوب به دست می‌آید. از قضیهٔ تابع ضمنی[1] نتیجه می‌شود که شرط اینکه معادلهٔ فوق به طور محلّی قابل حل باشد این است که مشتق جزیی $\frac{\partial F}{\partial u}$ مخالف صفر باشد.

تعمیم مثال ۹ ـ ۵، مستلزم حلّ مسألهٔ کلّی تبدیل سیستمهای غیرخطی به سیستمهای خطی به کمک پسخور غیرخطی است. شرایط و مثالها در مراجع آخر فصل آمده است. شکل ۹ ـ ۷ حالت عمومی را برای زمانی نشان می‌دهد که همهٔ حالتها، اندازه‌گیری می‌شود. یک تبدیل غیرخطی به صورت:

$$u = g_1(x, v)$$
$$z = g_2(x)$$

وجود دارد که رابطهٔ بین v و z را خطّی می‌کند. سپس یک کنترلگر پسخور حالت از z محاسبه می‌شود که v را نتیجه می‌دهد. آنگاه سیگنال کنترل v به سیگنال کنترل اصلی u تبدیل می‌شود. خطی‌سازی با پسخور به اطلاعات خوبی در مورد مشخصه‌های غیرخطی فرایند، نیاز دارد. عدم



شکل ۹ ـ ۷. نمودار بلوکی یک کنترلگر براساس تبدیل غیرخطی

1. Implicit Function Theorem

www.powerjam.ir

قطعیتها سیستم تبدیل یافته‌ای را نتیجه می‌دهند که خطی نیست، هرچند ممکن است ساده‌تر از سیستم اصلی، کنترل شود.

یک نمونه ساده از این مسأله نیز، در کنترل روباتهای صنعتی اتفاق می‌افتد. در این حالت معادلهٔ اساسی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = T_e$$

که در آن J گشتاور لختی، φ زاویهٔ یک مفصل و T_e گشتاوری است که به جریان موتور، زاویه‌های گشتاور و مشتقات اول و دوم آنها وابسته است. بنابراین، معادلات در حالت مطلوب هستند و پسخور غیرخطی از تعیین جریانهایی به دست می‌آید که گشتاور مطلوب را نتیجه می‌دهد. از اینرو این مسأله، *تبدیل گشتاور* نامیده می‌شود.

۹ ـ ۵ کاربردهای جدول‌بندی بهره

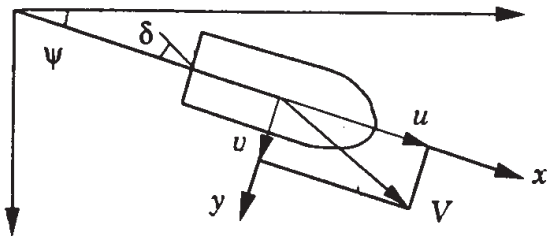
جدول‌بندی بهره روش بسیار مفیدی است. در این روش به دانش خوبی از فرایند و تعدادی متغیر کمکی قابل اندازه‌گیری نیاز است. یکی از فواید بزرگ این روش آن است که کنترلگر به سرعت با تغییرات شرایط کار تطبیق می‌یابد.

این قسمت شامل مثالهایی است که در آنها استفاده از جدول‌بندی بهره، به بعضی از شکلهای ارائه شده در بالا مفید است. این مثالها شامل هدایت کشتی، کنترل pH، کنترل احتراق، کنترل موتور و کنترل پرواز می‌باشد.

هدایت کشتی

اتوپایلوت کشتیها معمولاً بر پایهٔ پسخور اندازه‌گیری سمت با استفاده از یک ژیروسکوپ در موتور هدایتی، که سکّان کشتی را تحریک می‌کند، استوار است. معمول آن است که از یک قانون کنترل PID با پارامترهای ثابت استفاده شود. اگرچه چنین کنترلگری می‌تواند به طور قابل قبولی عمل کند، اما عملکرد آن در هوای توفانی و وقتی که سرعت کشتی تغییر می‌کند، ضعیف است. علت این امر آن است که دینامیک کشتی با سرعت آن و همچنین اغتشاشها با شرایط هوا تغییر می‌کند. آگاهی از این امر که با به حساب آوردن این تغییرات، اتوپایلوتها می‌توانند به طور چشمگیری بهبود یابند رو به افزایش است. این موضوع با تحلیل چند مدل ساده توضیح داده می‌شود.

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۸. مختصات و نمادهایی که برای توصیف معادلات حرکت کشتی‌ها به کار می‌روند.

دینامیک کشتی با اعمال معادلات نیوتون به حرکت کشتی به دست می‌آید. برای کشتیهای بزرگ می‌توان حرکت در صفحهٔ عمودی را از سایر حرکات جدا کرد. توصیف حرکت افقی با استفاده از یک مختصات ثابت روی کشتی امری معمول است. (شکل ۹ ـ ۸ را ببینید) فرض کنید V برایند سرعت و u و v مؤلفه‌های سرعت روی محورهای x و y و همچنین r سرعت زاویه‌ای کشتی باشد.

در حالت هدایت معمولی، کشتی انحراف کمی از یک خطّ سیر مستقیم پیدا می‌کند. بنابراین طبیعی خواهد بود که معادلات حرکت را در حول مقادیر $u = u_0$، $v = 0$، $r = 0$ و $\delta = 0$ خطی کنیم. متغیرهای حالت طبیعی عبارت است از: سرعت موجی[1] v، نرخ چرخش[2] r و زاویه سمت[3] ψ. در این صورت معادلات ذیل به دست می‌آید:

$$\frac{dv}{dt} = (u/l)\,a_{11}\,v + u a_{12}\,r + (u^2/l)\,b_1\,\delta$$

$$\frac{dr}{dt} = (u/l^2)\,a_{21}\,v + (u/l)\,a_{22}\,r + (u^2/l^2)\,b_2\,\delta \qquad (۹ ـ ۹)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = r$$

که u سرعت پیشرو ثابت و l طول کشتی است.

پارامترهای معادلات حالت (معادلات ۹ ـ ۹) به‌طور شگفت‌انگیزی برای کشتیهای مختلف و شرایط کار مختلف ثابت است (جدول ۹ ـ ۱ را ببینید).

1. Sway Velocity 2. Turning Rate 3. Heading

www.powerjam.ir

جدول ۹ ـ ۱. پارامترهای مدلها برای کشتیهای مختلف

کشتی	مین روب[3]	باری[2]	پُر	تانکر	بالاست[1]
طول (متر)	۵۵	۱۶۱		۳۵۰	
a_{11}	−۰/۸۶	−۰/۷۷	−۰/۴۵		−۰/۴۳
a_{12}	−۰/۴۸	−۰/۳۴	−۰/۴۳		−۰/۴۵
a_{21}	−۵/۲	−۳/۳۹	−۴/۱		−۱/۹۸
a_{22}	−۲/۴	−۱/۶۳	−۰/۸۱		−۱/۱۵
b_1	۰/۱۸	۰/۱۷	۰/۱		۰/۱۴
b_2	−۱/۴	−۱/۶۳	−۰/۸۱		−۱/۱۵
K_0	۲/۱۱	−۳/۸۶	۰/۸۳		۵/۸۸
T_{10}	−۸/۲۵	۵/۶۶	−۲/۸۸		−۱۶/۹۱
T_{20}	۰/۲۹	۰/۳۸	۰/۳۸		۰/۴۵
T_{30}	۰/۶۵	۰/۸۹	۱/۰۷		۱/۴۳
a_0	−۰/۱۴	۰/۱۹	−۰/۲۸		−۰/۰۶
b_0	−۱/۴	−۱/۶۳	−۰/۸۱		−۱/۱۵

تابع انتقال زاویهٔ سکّان، δ به زاویه سمت ψ، بسادگی با استفاده از معادلهٔ (۹ ـ ۹) به دست می‌آید. نتیجه بدین صورت خواهد بود:

$$G(s) = \frac{K(1 + sT_3)}{s(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \qquad (۹ - ۱۰)$$

که در آن داریم:

$$K = K_0 u / l \qquad (۹ - ۱۱)$$

$$T_i = T_{i0} l / u \quad , \quad i = ۱, ۲, ۳$$

پارامترهای K_0 و T_{i0} نیز در جدول ۹ ـ ۱ داده شده. توجه کنید که حتی اگر پارامترهای مدل حالت تغییر چندانی نکنند، ممکن است پارامترهای K_0 و T_{i0} به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر

1. Balast 2. Cargo 3. Mine Sweeper

www.powerjam.ir

کنند. در بسیاری از حالات می‌توان مدل فوق را به صورت زیر ساده کرد:

$$G(s) = \frac{b}{s(s+a)} \qquad (۹-۱۲)$$

که در آن:

$$b = b_0 (u/l)^2 = b_2 (u/l)^2 \qquad (۹-۱۳)$$
$$a = a_0 (u/l)$$

است. مدل فوق مدل نوموتو[1] نامیده می‌شود. بهرهٔ b را می‌توان تقریباً به شکل زیر بیان کرد:

$$b = c (u/l)^2 \frac{Al}{D} \qquad (۹-۱۴)$$

که در آن D (برحسب متر مکعب)، جابجایی؛ A (برحسب مترمربع) مساحت سکّان و c پارامتری با مقدار تقریباً برابر ۰/۵ است. پارامتر a به تنظیم موقعیت[2]، سرعت و بار وابسته است و علامت آن ممکن است با شرایط کار تغییر کند.

یک کشتی همواره تحت تأثیر اغتشاشهایی از قبیل باد، امواج و جریانها قرار دارد. اثر این اغتشاشها را می‌توان به عنوان نیروهای اضافی توصیف کرد. مدلهای معقول، دارای عناصر ثابت، متناوب و اتفاقی هستند. اغتشاشهای ناشی از امواج، نوعاً متناوب است که دورهٔ تناوب آن ممکن است با سرعت کشتی و جهت آن نسبت به امواج تغییر کند.

آثار تغییرات پارامتر را می‌توان از مدلهای خطّی شدهٔ معادلات (۹ ـ ۹)، (۹ ـ ۱۰) و (۹ ـ ۱۱) مشاهده کرد. ابتدا تغییرات سرعت کشتی را درنظر بگیرید. از معادلات (۹ ـ ۱۱) و (۹ ـ ۱۳) نتیجه می‌شود که بهره با مربع سرعت، متناسب است و ثابتهای زمانی با سرعت، نسبت عکس دارند. بنابراین اگر سرعت نصف شود بهره به اندازهٔ $\frac{۱}{۴}$ کاهش می‌یابد و ثابتهای زمانی دو برابر می‌شود.

بهره اساساً به کمک نسبت نیروهای سکّان به گشتاور لختی تعیین می‌شود. بنابراین، سرعت نسبی آب نسبت به سکّان معیاری است که بهره را معیّن می‌سازد. این سرعت، تحت تأثیر امواج و جریانها قرار می‌گیرد. ممکن است وقتی که امواج بزرگ از پشت می‌آید و کشتی بر امواج سوار است، سرعت نسبی به طور چشمگیری کاهش یابد. این سرعت نسبی ممکن است خیلی کوچک و یا حتی صفر شود. در این حالت به دلیل اینکه هیچگونه نیرویی بر سکّان وارد

1. Nomoto 2. Trim

www.powerjam.ir

نمی‌شود، کنترل‌پذیری از بین می‌رود. حالت بدتر، زمانی اتفاق می‌افتد که امواج مستقیماً از پشت به کشتی برخورد نکند، زیرا در این حالت امواج، گشتاورهایی ایجاد می‌کند که می‌خواهد کشتی را بچرخاند.

دینامیک کشتی تحت تأثیر عوامل دیگری نیز قرار دارد. نیروهای هیدرودینامیک و به تبع آن پارامترهای a_{ij} و b_j در مدل خطی شدهٔ معادلات (۹ ـ ۹) به بارگیری تنظیم موقعیت و عمق آب بستگی دارند. این موضوع در جدول ۹ ـ ۱ در قسمتی که پارامترها برای یک تانکر در حالات مختلف بارگیری داده شده، به چشم می‌خورد. برخی از پیامدهای تغییرات پارامتر با یک مثال توضیح داده می‌شود:

مثال ۹ ـ ۶ هدایت کشتی

فرض کنید دینامیک هدایت کشتی را بتوان با مدل نوموتو (معادلهٔ ۹ ـ ۱۲) تقریب زد و از یک‌کنترلگر PD با تابع انتقال: $G_r(s) = K(1 + sT_d)$ استفاده نمود. تابع انتقال حلقه به صورت $G(s)\,G_r(s) = \dfrac{Kb(1 + sT_d)}{s(s + a)}$ است. معادله مشخصهٔ سیستم حلقه ـ بسته بدین صورت است:

$$s^2 + s(a + bK T_d) + bK = 0$$

و ضریب میرایی از رابطهٔ $\zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{\sqrt{bK}} + T_d\sqrt{bK}\right)$ به دست می‌آید. بنابراین، میرایی سیستم به سرعت کشتی وابسته است. فرض کنید مدل معادلهٔ (۹ ـ ۱۲) دارای مقادیر نامی a_{nom} و b_{nom} و سرعت نامی u_{nom} باشد. متغیر u_{nom} سرعت نامی است که برای طراحی پسخور استفاده می‌شود. فرض کنید u سرعت ثابت واقعی است. با استفاده از رابطهٔ وابستگی سرعت به a و b در معادلهٔ (۹ ـ ۱۳) داریم:

$$a = a_{nom}\frac{u}{u_{nom}}$$

$$b = b_{nom}\left(\frac{u}{u_{nom}}\right)^2$$

درنتیجه ضریب میرایی از این رابطه به دست می‌آید:

$$\zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{a_{nom}}{\sqrt{Kb_{nom}}} + \frac{u}{u_{nom}}T_d\sqrt{Kb_{nom}}\right)$$

www.powerjam.ir

تانکر ناپایداری را با پارامترهای ذیل درنظر بگیرید:

$$a_{nom} = -۰/۳$$
$$b_{nom} = ۰/۸$$
$$K = ۲/۵$$
$$T_d = ۰/۸۶$$

از مقادیر بالا نتیجه می‌شود که در سرعت نامی، $\zeta = ۰/۵$ و $\omega = ۱/۴$ می‌باشد. به علاوه:

$$\omega = ۱/۴ \frac{u}{u_{nom}}$$
$$\zeta = -۰/۱۱ + ۰/۶۱ \frac{u}{u_{nom}}$$

بنابراین مشخصه‌های فرکانس و میرایی سیستم حلقه ـ بسته با کاهش سرعت، کاهش می‌یابند. در حالی که سرعت کشتی به $u = ۰/۱۷ u_{nom}$ کاهش یابد، سیستم حلقه ـ بسته، ناپایدار می‌شود.

با مقیاس کردن پارامترهای اتوپایلوت براساس سرعت، این امکان وجود دارد که بتوان سیستمی را به دست آورد که در آن عملکرد حلقه ـ بسته حساسیت کمتری نسبت به تغییرات سرعت داشته باشد. مقیاس کردن پارامترهای کنترلگر به هدف کنترل، وابسته است. یک معیار طراحی، مستقل بودن از زمان بودن است؛ یعنی باید همواره پاسخ زمانی کشتی به یک صورت باقی بماند. اگر استقلال از زمان واقعی مطلوب باشد، بهره‌های کنترلگر باید با مربع سرعت، نسبت معکوس داشته باشد. استقلال از مسیر معیار دیگری است. در این حالت، مسیرِ روی نقشه، همواره یکسان است. بنابراین، بهره‌ها باید با عکسِ سرعت کشتی، متناسب باشد. در سرعتهای پایین برای اجتناب از حرکتهای شدید سکّان مقادیر بهره‌ها محدود می‌شود.

کنترل pH

کنترل pH (غلظت یونهای هیدروژن) یک مسألهٔ شناخته شده کنترلی است که به دلیل تغییرات بزرگ در دینامیک فرایند، مشکلاتی را به وجود می‌آورد. این مسأله، شبیه مسألهٔ سادهٔ کنترل غلظت مثال ۹ ـ ۳ است. مشکل اصلی از یک عامل غیرخطّی استاتیکی موجود بین pH و غلظت به وجود می‌آید. این عامل غیرخطی به مواد موجود در محلول و غلظت آنها وابسته است.

www.powerjam.ir

عدد pH اندازه‌ای از غلظت و یا به طور دقیقتر، فعالیت یونهای هیدروژن در محلول است و بدین صورت تعریف می‌شود:

$$pH = -\log [H^+] \qquad (۹-۱۵)$$

که $[H^+]$ غلظت یونهای هیدروژن است. فرمول معادلهٔ (۹ ـ ۱۵) چندان صحیح نیست، زیرا $[H^+]$ از جنس غلظت است و برحسب واحد $M = mol/l$ اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین، صورت صحیح معادلهٔ (۹ ـ ۱۵)، $pH = -\log ([H^+]\, f_H)$، است که در آن f_H، مقداری ثابت برحسب l/mol می‌باشد. لیکن به دلیل اینکه در اکثر کتابهای شیمی از فرمول معادلهٔ (۹ ـ ۱۵) استفاده می‌شود، ما نیز از این فرمول استفاده خواهیم کرد.

مولکولهای آب، طبق فرمول زیر تجزیه می‌شوند (و به یونهای هیدروژن و هیدروکسیل شکسته می‌شوند):

$$H_2O \rightleftharpoons H^+ + OH^-$$

در تعادل شیمیایی، غلظت یونهای هیدروژن H^+ (یا ترجیحاً H_3O^+) و هیدروکسیل OH^- از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\frac{[H^+][OH^-]}{[H_2O]} = \text{ثابت} \qquad (۹-۱۶)$$

تنها جزء کوچکی از مولکولهای آب به یون تجزیه می‌شود. فعالیت آب عملاً برابر واحد است، بنابراین داریم:

$$[H^+][OH^-] = K_w \qquad (۹-۱۷)$$

که در آن ثابت تعادل K_w در درجه حرارت ۲۵° C دارای مقدار $10^{-14}\ [(mol/l)^2]$ است. حال عامل غیرخطی اصلی مسألهٔ کنترل pH بررسی خواهد شد.

مثال ۹ ـ ۷ منحنی تیتراسیون[1] برای یک زوج اسید ـ باز قوی

خنثی سازی m_A مول از اسید هیدروکلریک (HCL) به وسیلهٔ m_B مول از هیدروکسید سدیم (NaOH) را در یک محلول آبی درنظر بگیرید. واکنش زیر اتفاق می‌افتد:

$$HCl + NaOH \longrightarrow H^+ + OH^- + Na^+ + Cl^-$$

1. Titration

www.powerjam.ir

فرض کنید حجم کل، برابر V باشد. در این صورت غلظت یونهای کلرید از رابطهٔ زیر:

$$[Cl^-] = x_A = m_A / V$$

و غلظت یونهای سدیم از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$[Na^+] = x_B = m_B / V$$

زیرا اسید و باز به طور کامل یونیزه می‌شوند. چون تعداد یونهای مثبت و منفی با هم برابرند، داریم:

$$x_A + [OH^-] = x_B + [H^+]$$

غلظت یونهای هیدروکسیل، به کمک معادلهٔ (۹ ـ ۱۷) به غلظت یون هیدروژن مربوط می‌شود. بنابراین داریم:

$$x = x_B - x_A = [OH^-] - [H^+] = \frac{K_w}{[H^+]} - [H^+] = ۱۰^{pH-۱۴} - ۱۰^{-pH} \quad (۹ ـ ۱۸)$$

از حل معادلهٔ فوق برای $[H^+]$ نتیجه می‌شود:

$$[H^+] = \sqrt{x^۲ / ۴ + K_w} - x / ۲$$

$$[OH^-] = \sqrt{x^۲ / ۴ + K_w} + x / ۲$$

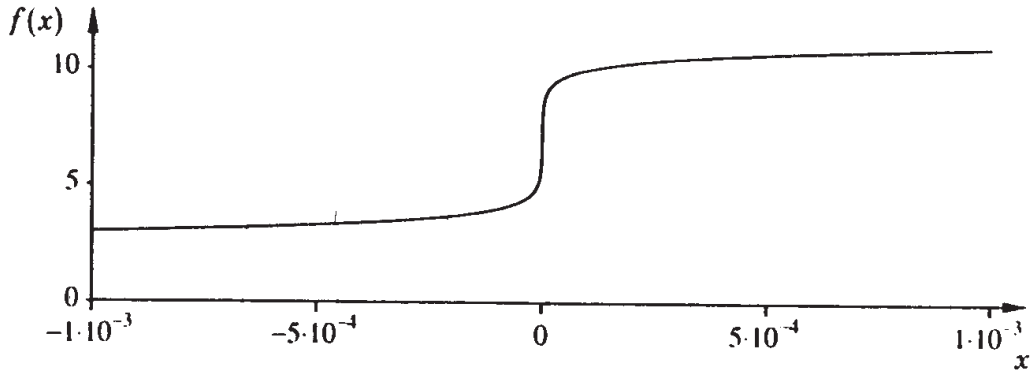
که نتیجه می‌دهد:

$$pH = f(x) = -\log(\sqrt{x^۲ / ۴ + K_w} - x / ۲) \quad (۹ ـ ۱۹)$$

نمودار تابع f، منحنی *تیتراسیون* نامیده می‌شود که عامل غیرخطی اساسی در مسألهٔ خنثی‌سازی است. مثالی از منحنی تیتراسیون در شکل ۹ ـ ۹ نشان داده شده و بیانگر این مطلب است که تغییرات قابل ملاحظه‌ای در شیب منحنی تیتراسیون وجود دارد. محور افقی منحنی تیتراسیون در شکل ۹ ـ ۹ برحسب تفاضل غلظتهای $x_B - x_A$ داده شده. همچنین محور x را می‌توان برحسب مقدار معرّف[1] دوباره کالیبره کرد.

1. Reagent

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۹. منحنی تیتراسیون معادلهٔ (۹ ـ ۱۹) برای خنثی‌سازی یک محلول ۰/۰۰۱ مول از HCL با ۰/۰۰۱ مول از NaOH.

مشتق تابع f از این رابطه به دست می‌آید:

$$f'(x) = \frac{^{10}\log e}{2\sqrt{x^2/4 + K_w}} = \frac{^{10}\log e}{10^{pH-14} + 10^{-pH}} \qquad (۹ - ۲۰)$$

بیشترین مقدار مشتق در pH = ۷ و برابر $f' = 2/2 \times 10^6$ است. این مقدار برای مقادیر بزرگتر و کوچکترِ pH، سرعت کاهش می‌یابد. برای مقادیر pH = ۴ و pH = ۱۰ مقدار مشتق برابر $f' = 4/3 \times 10^3$ می‌باشد. بنابراین، ممکن است مقدار بهره تا چند توان دهدهی دامنه[1] تغییر کند.

شکل ۹ ـ ۹ نشان می‌دهد که ممکن است pH یک اسید قوی، که تقریباً به طور کامل خنثی شده باشد، با اضافه شدن مقدار کمی باز، بسرعت تغییر کند. علت آن است که اسیدها و بازهای قوی به طور کامل تجزیه می‌شوند. یک اسید ضعیف به طور کامل تجزیه نمی‌شود، بنابراین می‌تواند یونهای هیدروژن را به وسیله تبدیل آنها به اسید تجزیه نشده، جذب کند. همچنین می‌تواند با تجزیهٔ مولکولهای اسید، یونهای هیدروژن تولید کند. این بدان معناست که اسید یا باز ضعیف، قابلیت مقابله با تغییرات pH را دارد. این موضوع، خاصیت *بافری*[2] نامیده می‌شود. بنابراین منحنی تیتراسیون یک محلولِ شامل اسیدها یا بازهای ضعیف، کم‌شیب‌تر از منحنی تیتراسیون اسیدها یا بازهای قوی خواهد بود.

مثال ۹ ـ ۷ نشان می‌دهد که در سیستم به دلیل منحنی تیتراسیون، یک عامل غیرخطّی جدّی موجود دارد. یک مثال دیگر، مشکلات کنترل چنین سیستمی را نشان می‌دهد.

1. Orders of magnitude
2. Buffering property

www.powerjam.ir

مثال ۹ ـ ۸ کنترل pH

مسألهٔ کنترل pH یک اسید جاری را درنظر بگیرید که به یک مخزن همزن به حجم V (برحسب لیتر) خورانده شده و به کمک NaOH خنثی می‌شود. فرض کنید c_A (mol/l) غلظت اسید در مسیر جریان، q، (l/s)، جریان سیّال و c_B (mol/l) غلظت معرّف باشد. ضمناً فرض کنید غلظت معرّف به اندازه‌ای زیاد باشد که جریان معرّف u، (l/s)، در مقابل q قابل صرف‌نظر باشد. این سیستم با یک مدل دینامیکی خطّی که دینامیکهای مخلوط را چنان توصیف می‌کند که گویی هیچ واکنشی وجود ندارد و یک منحنی تیتراسیون غیرخطّی استاتیکی مدل می‌شود که pH را به صورت تابعی از غلظتها می‌دهد. فرض کنید x_A و x_B غلظتهای اسید و باز در مخزن باشد (در صورتی که هیچ واکنش شیمیایی انجام نشود). رابطهٔ تعادل جرم، نتیجهٔ زیر را به دست می‌دهد:

$$\frac{dx_A}{dt} = \frac{q}{V}(c_A - x_A)$$
$$\frac{dx_B}{dt} = \frac{u}{V}c_B - \frac{q}{V}x_B \qquad (۹ ـ ۲۱)$$

مقدار pH از معادلهٔ (۹ ـ ۱۹) به دست می‌آید. همچنین فرض می‌شود دینامیک حسگر pH به همراه پمپ، با تابع انتقال ذیل بیان شود:

$$G(s) = \frac{۱}{(۱ + sT)^۲}$$

محاسبات ساده، مشکلات مسألهٔ کنترل را مشخص می‌کند. با فرض استفاده از کنترل تناسبی با بهرهٔ k، تابع انتقال خطّی شدهٔ حلقه، از خطای pH به pH بدین صورت است:

$$G_o(s) = \frac{c_B k f'}{q(۱ + sT_m)(۱ + sT)^۲}$$

که در آن T_m ثابت زمانی مخلوط کردن و برابر با $T_m = V/q$ و f' شیب منحنی تیتراسیون است که از معادلهٔ (۹ ـ ۲۰) به دست می‌آید. بهرهٔ بحرانی برای پایداری از این رابطه به دست می‌آید:

$$k_c = \frac{q}{f' c_B T}(۲ + T/T_m)(۱ + T/T_m) \approx \frac{۲q}{f' c_B T}$$

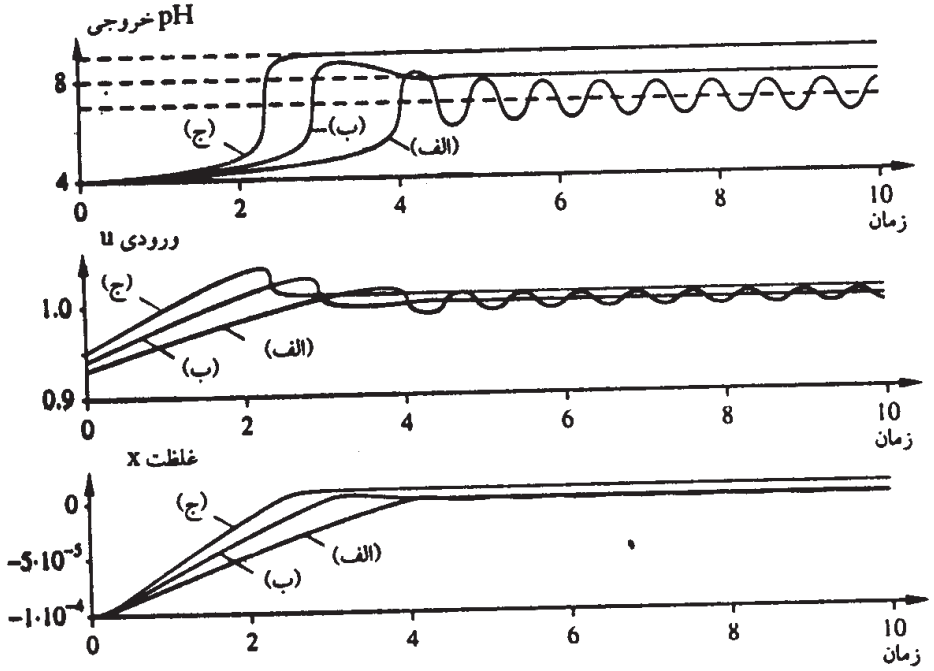
که تقریب برای $T << T_m$ برقرار است. از آنجا که شیب منحنی تیتراسیون بشدّت با pH تغییر

www.powerjam.ir

می‌کند، بهرهٔ بحرانی نیز متناسب با آن تغییر خواهد کرد. ذیلاً، بعضی از مقادیر بهرهٔ بحرانی برای مقادیر مختلف pH مخلوط، آورده شده است:

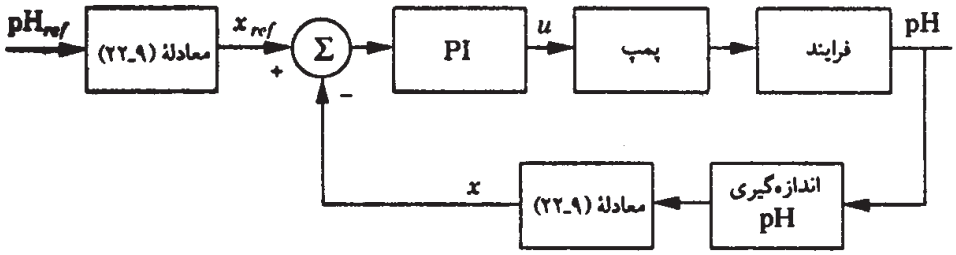
pH	بهرهٔ بحرانی
۷	۰/۰۰۹
۸	۰/۰۴۶
۹	۰/۴۶
۱۰	۴/۶

بنابراین برای حصول اطمینان از پایداری سیستم حلقه ـ بسته برای آشفتگیهای کوچک حول حالت تعادل pH = ۷، لازم است مقدار بهره، کوچکتر از ۰/۰۰۹ باشد. یک مقدار قابل قبول بهره برای نقطهٔ کار pH = ۸، k = ۰/۰۱ می‌باشد، امّا این بهره در نقطهٔ کار pH = ۷، یک سیستمِ ناپایدار را نتیجه می‌دهد و علاوه بر این برای دسترسی به یک پاسخ معقول در pH = ۹، خیلی کوچک است. شکل ۹ ـ ۱۰ کنترل PI را با بهرهٔ ۰/۰۱ و زمان باز نشانی ۱ نشان می‌دهد. فرایند در حالت تعادل pH = ۴ شروع می‌شود. سپس مقدار مرجع به ترتیب به مقادیر ۷، ۸ و ۹ تغییر می‌کند.



شکل ۹ ـ ۱۰. pH خروجی و سیگنال کنترل، وقتی که فرایندِ مثال ۹ ـ ۸ با استفاده از یک کنترلگر PI رگولاتور PI کنترل شود هرگاه مقدار pH_{ref}: الف) ۷؛ ب) ۸؛ ج) ۹ است.

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۱۱. ترکیب کنترلی برای مسألهٔ کنترل pH در مثال ۹ ـ ۸

محاسبات و شبیه‌سازیها، مسائل کلیدی کنترل pH را نشان می‌دهد. مشکلات کنترل، از وجود تأخیرهای زمانی و تغییرات جریان، ناشی می‌شود. یک روش مقابله با این مسأله، استفاده از غلظت x به عنوان خروجی (به جای pH) است. شکل ۹ ـ ۱۱ یک روش ممکن برای کنترل را نشان می‌دهد که در آن pH، اندازه‌گیری شده و مقدار مرجع pH به غلظتهای معادل تبدیل می‌شود. این بدان معناست که متغیر x برای pH اندازه‌گیری شده، از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$x = f^{-1}(pH) = 10^{pH-14} - 10^{-pH} \qquad (۹-۲۲)$$

تابع انتقال از u به x بدین شکل است:

$$\frac{c_B}{q(1+sT_m)(1+sT)^2}$$

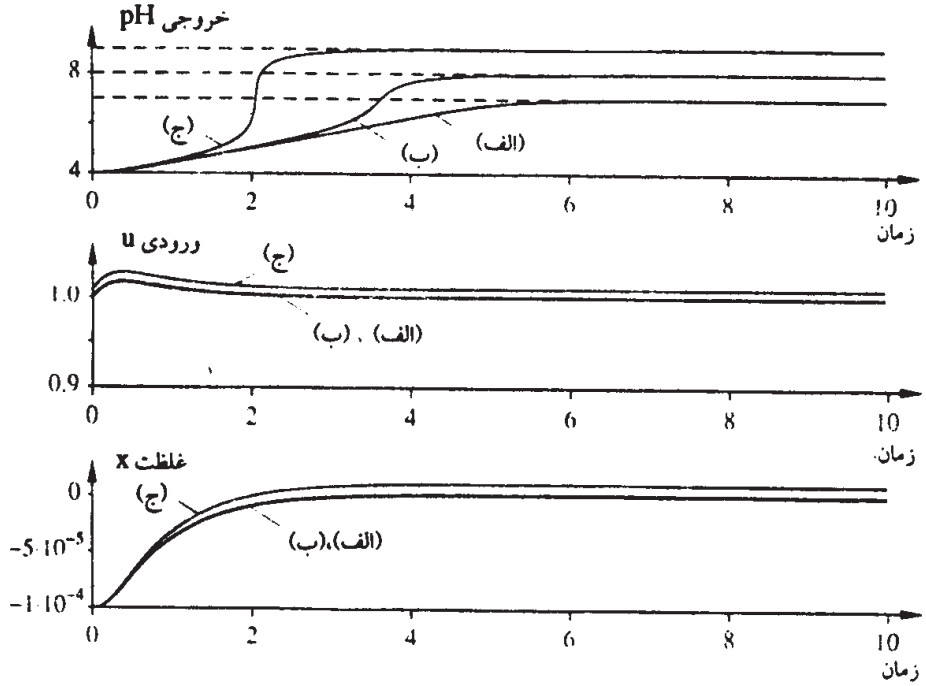
که از نقطهٔ کار، مستقل است. شکل ۹ ـ ۱۲ همان آزمایشهای شکل ۹ ـ ۱۰ را با استفاده از کنترلگر اصلاح شدهٔ شکل ۹ ـ ۱۱ نشان می‌دهد. باید توجه داشت که چون یک زوج اسید ـ باز قوی تحت کنترل است، می‌توان از جبرانگری غیرخطی معادلهٔ (۹ ـ ۲۲) استفاده کرد. مسألهٔ عمومی‌تر مخلوطهای بسیاری از اسید و بازهای ضعیف، دارای تبدیل خطّی‌ساز ساده‌ای نیست. در این حالت لازم است غلظتهای اجزای مختلف، اندازه‌گیری شده یا یک اندازه‌گیری بیدرنگ از منحنی تیتراسیون انجام گیرد. بنابراین استفاده از انواع دیگر تطبیق می‌تواند معقول باشد.

کنترل احتراق[1]

در کنترل احتراق یک دیگ بخار، تنظیم مقدار اکسیژن گازهای محترق، مهم است. جریان هوای محترق، به نرخ سوختن در دیگ بخار وابسته است. سیگنال اندازه‌گیری، میزان اکسیژن

1. Combustion Contral

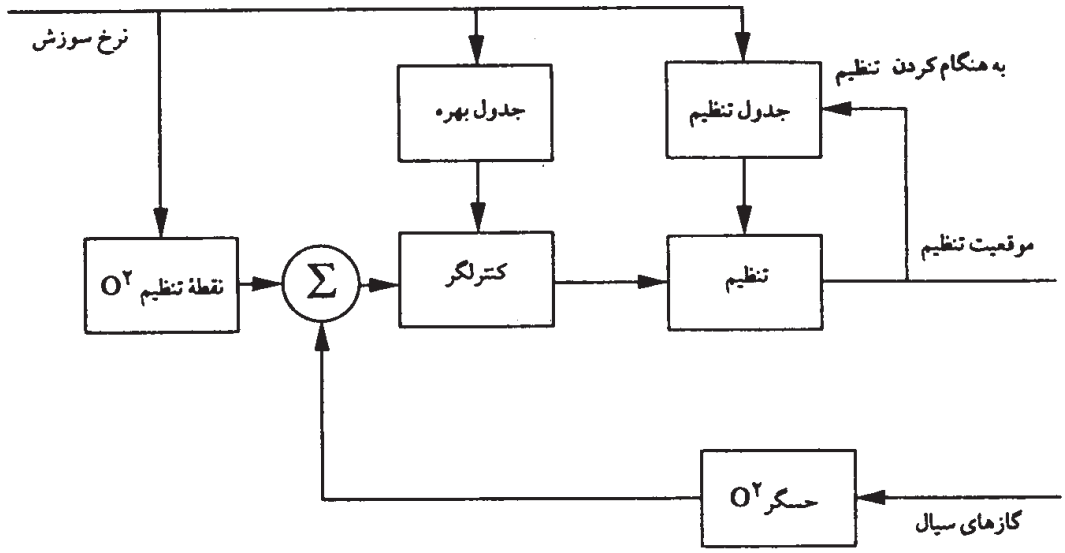
www.powerjam.ir



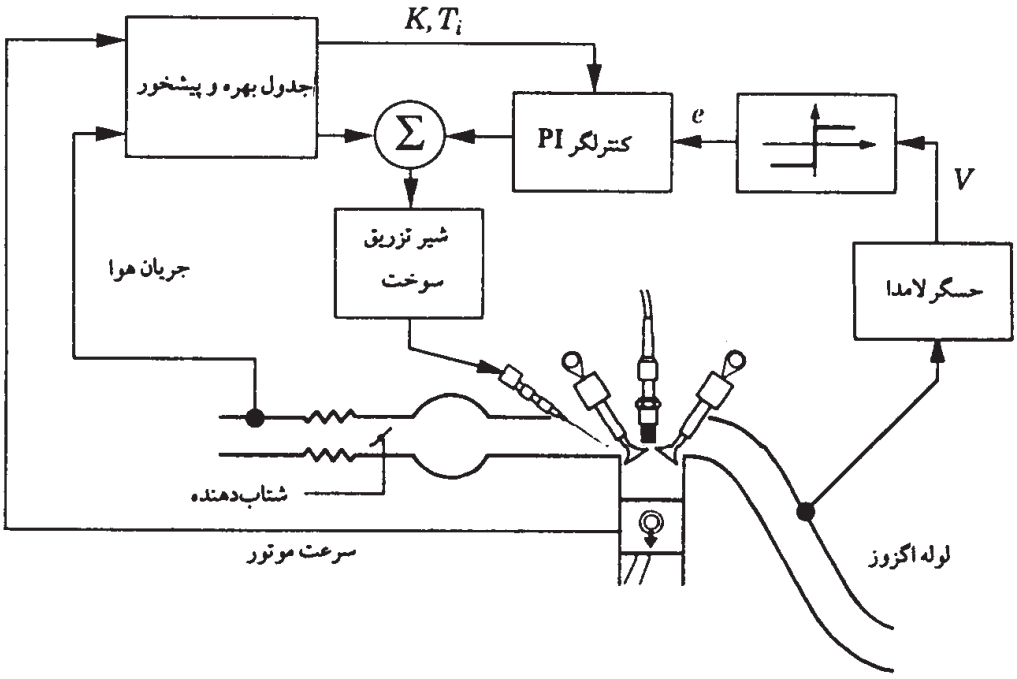
شکل ۹ ـ ۱۲. همان آزمایشهای شکل ۹ ـ ۱۰ با استفاده از ساختار کنترلگر شکل ۹ ـ ۱۱. بهرهٔ کنترلگر، ۱۰۰۰ و زمان بازنشانی ۱ است: الف) $pH_{ref} = ۷$؛ ب) $pH_{ref} = ۸$؛ پ) $pH_{ref} = ۹$.

موجود در لوله اگزوز و سیگنال کنترل، وضعیت تنظیم است که جریان هوای محترق را کنترل می‌کند. بین ورودی مخزن احتراق و حسگر اکسیژن در لوله اگزوز، تأخیر قابل توجهی وجود دارد. بنابراین اگر از یک کنترلگر متداول معمولی استفاده کنیم، پس از تغییر نرخ احتراق، و قبل از رسیدن به وضعیت تنظیم صحیح تلف بازدهی خواهیم داشت. یک ترکیب کنترلی براساس پیشخور تطبیقی و جدولبندی بهره در شکل ۹ ـ ۱۳ نشان داده شده است. محدودهٔ کار دیگ بخار به دو ناحیه تقسیم می‌شود. برای هر ناحیه، یک حافظه (انتگرالگیر دیجیتال) وجود دارد. مقدار اولیهٔ همهٔ انتگرالگیرها برابر صفر است. وقتی که کار دیگِ بخار، شروع می‌شود، کنترل تنظیم، مقدار مرجع اکسیژن را تنظیم خواهد کرد. هرگاه مقدار مرجع به دست آمد، انتگرالگر مقدار را به وضعیت تنظیم صحیح، قرار داده می‌شود. زمانی که دیگ بخار در محدودهٔ خود کار می‌کند، یک جدول تنظیم تشکیل می‌گردد. وقتی که دیگ بخار به وضعیتی که انتگرالگیر تنظیم شده، برمی‌گردد، مقدار تنظیم ذخیره شده بلافاصله به محرّک راه‌انداز تنظیم خورانده می‌شود و بنابراین تأخیر از حلقهٔ کنترل حذف می‌شود. اگر سوخت تغییر کند، جدول تنظیم به طور خودکار بهنگام می‌شود. پس کنترلگر با یک جبرانگر پیشخور تطبیقی ناشی از نرخ احتراق کار می‌کند. همچنین یک جدولبندی از بهرهٔ حلقهٔ کنترلگر، به منظور کنترل شدید در همهٔ شرایط احتراق وجود دارد. این جدول بهره در موقع به کار افتادن کنترلگر تشکیل می‌شود.

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۱۳. پیشخور تطبیقی و جدولبندی بهره در یک کنترلگر تنظیم اکسیژن

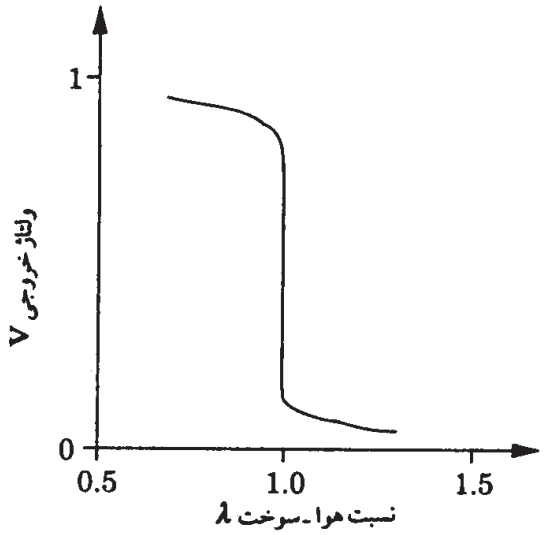


شکل ۹ ـ ۱۴. نمودار سیستم کنترل موتور میکروکامپیوتری

کنترل سوخت ـ هوا در موتور ماشین

شکل یک سیستم کنترل میکرو کامپیوتری برای موتور ماشین در شکل ۹ ـ ۱۴ نشان داده شده است. شتاب‌دهنده به شیر تنظیم سوخت وصل می‌شود. تزریق سوخت تحت کنترل یک کنترلگر جدولی قرار دارد. متغیّر کنترل که زمان باز شدن شیر تزریق سوخت است به وسیله ترکیبی از پیشخور و پسخور، کنترل می‌شود. سیگنال پیشخور، تابعی غیرخطی از سرعت موتور و بار است. بار به وسیلهٔ جریان هوا نمایش داده می‌شود که می‌تواند با استفاده از یک

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۱۵. مشخصهٔ لامدا سوند

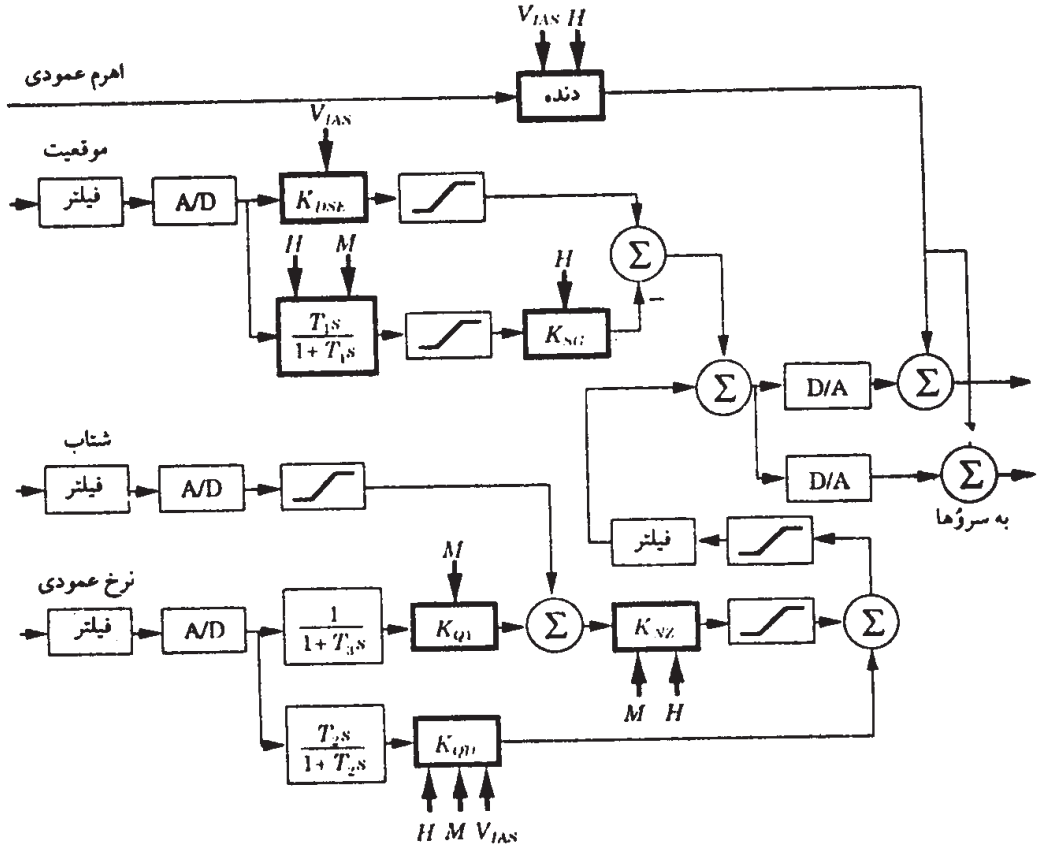
بادسنج[1] اندازه‌گیری شود. در یک سیستم معمول، جدول، دارای ۱۶ × ۱۶ ورودی با درونیابی خطی است. ضمناً در سیستم پسخوری از حسگر اکسیژن اگزوز وجود دارد. نسبت سوخت به هوا با استفاده از یک حسگر کاتالیزوری اکسید زیرکونیوم[2] اندازه‌گیری می‌شود که *لامدا سوند*[3] نامیده می‌شود. خروجی این حسگر، وقتی که نسبت سوخت به هوا ۱ است، بشدّت تغییر می‌کند. یک مشخصهٔ نوعی این حسگر در شکل ۹ـ۱۵ نشان داده شده است. لامدا سوند بعد از مانیفولد اگزوز یک محیط مملو از اکسیژن در محلی که گاز اگزوز تمام سیلندرها با هم ترکیب می‌شوند، قرار داده می‌شود. این باعث ایجاد تأخیری در حلقهٔ پسخور می‌شود. به مسیر پیشخور براساس جدول مذکور در چند سطر قبلی، توجه کنید. سیستم پسخور دارای شکل خاصی است. به دلیل مشخصهٔ شدیداً غیرخطیِ لامدا سوند نمی‌توان از کنترل پیوسته استفاده کرد. سیگنال خطا با استفاده از نرمالیزه کردن خروجی حسگر لامدا، بدین صورت محاسبه می‌شود:

$$e = \begin{cases} ۱, & V > ۰/۵ \\ -۱, & V \leqslant ۰/۵ \end{cases}$$

بنابراین، اگر نسبت سوخت به هوا پایین باشد (مخلوط ضعیف)، سیگنال خطا مثبت و اگر این نسبت بالا باشد (مخلوط قوی) منفی خواهد بود. سیگنال خطا به کنترلگری PI که بهره و زمان انتگرالگیری آن به کمک جدول، تعیین می‌شود، اعمال می‌گردد. این مقادیر براساس بار

1. Anemometer
2. Zirconium Oxide Catalytic Sensor
3. Lambda Sond

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۱۶. نمودار بلوکی کنترل زاویهٔ عمودی برای یک هواپیمای مافوق صوت. بلوکهای پررنگ قسمتهایی از اتوپایلوت را نشان می‌دهد که از جدولبندی بهره استفاده شده است.

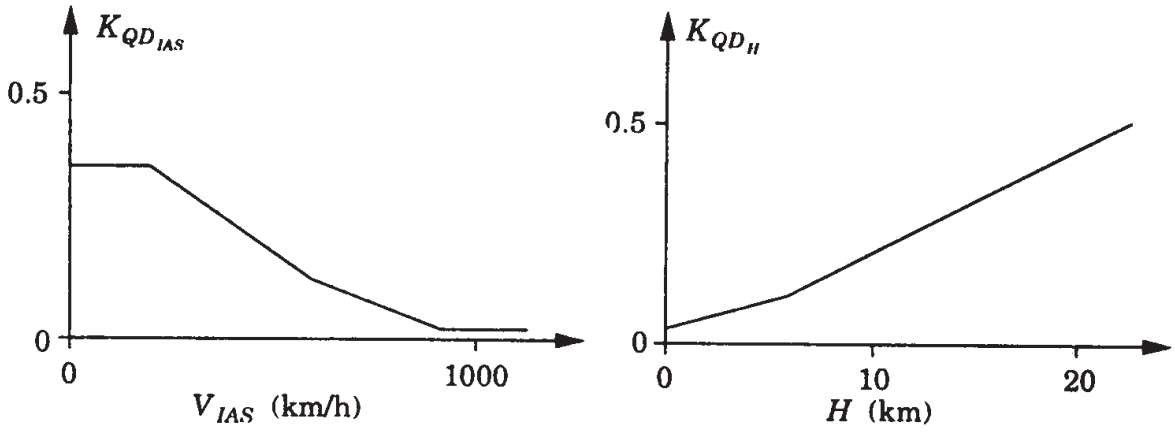
(جریان هوا) و سرعت موتور تنظیم می‌شود. جدول بهره به سادگی با افزودن ورودیهایی برای بهره و زمان انتگرالگیری به جدولی که برای پیشخور متغیر کنترل نامی استفاده می‌شود، پیاده‌سازی می‌گردد. به دلیل وجود مشخصه رله‌ای، نوسانهایی در نسبت سوخت به هوا به وجود خواهد آمد. این امر، مفید است زیرا حسگر کاتالیزوری برای اینکه بتواند به‌طور مناسب کار کند، نیاز به مقداری تغییر دارد. دامنه و فرکانس نوسان به کمک پارامترهای کنترلگر تعیین می‌شود.

سیستمهای کنترل پرواز

شکل ۹ ـ ۱۶ نمودار بلوکی کانال زاویهٔ عمودی یک سیستم کنترل پرواز را برای یک هواپیمای مافوق صوت نشان می‌دهد. سیگنال اهرم عمودی[1]، سیگنال فرمان ارسالی از خلبان

1. Pitch Stick

www.powerjam.ir



شکل ۹ ـ ۱۷. توابع جدولبندی. تابع $K_{QD_{IAS}}$ برای مُدهای مختلف پرواز، متفاوت است

است. موقعیت، شتاب و سرعت زاویهٔ عمودی، سیگنالهای پسخورند. سه متغیّر جدولی وجود دارد: ارتفاع H، سرعت هوای نشان داده شده V_{IAS} و عدد ماخ M. پارامترهای کنترلگر که جدول‌بندی شده‌اند، به صورت جعبه‌هایی کشیده شده است. پیکانهای پُررنگ متغیرهای جدولی را مشخص می‌کنند. جدول بهره K_{QD} از این رابطه به دست می‌آید:

$$K_{QD} = K_{QD_{IAS}} + (K_{QD_H} - K_{QD_{IAS}})\,MF$$

که در آن $K_{QD_{IAS}}$ تابعی از سرعت هوای نشان داده شده V_{IAS} (شکل ۹ ـ ۱۷) و K_{QD_H} تابعی از ارتفاع (شکل ۹ ـ ۱۷) است. متغیر MF از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$MF = \frac{۱}{s + ۱} K_{MF}$$

که K_{MF} تابعی از عدد ماخ و s متغیر تبدیل لاپلاس می‌باشد.

۹ ـ ۶ نتایج

جدولبندی بهره، روش خوبی برای جبران مشخصه‌های غیرخطّیِ معلوم است. در چنین روشی کنترلگر بسرعت در برابر تغییرات شرایط کار، واکنش نشان می‌دهد. یکی از اشکالهای این روش آن است که ممکن است عمل طرّاحی در صورتی که امکان استفاده از تبدیلهای غیرخطی و یا تنظیم خودکار وجود نداشته باشد، وقت زیادی صرف کند. اشکال دیگر این روش آن است که بدون اینکه پسخوری از عملکرد سیستم حلقه ـ بسته موجود باشد پارامترهای کنترلگر در حلقه ـ باز، تغییر می‌یابند. این موضوع باعث می‌شود که اگر دینامیک فرایند یا اغتشاشها، با دقّت کافی معلوم نباشد، امکان استفاده از این روش وجود نداشته باشد.

www.powerjam.ir

مثالهای ۹ ـ ۳ و مثال هدایت کشتی در قسمت ۹ ـ ۵ نشان می‌دهد که غالباً معرّفی متغیرهای نرمالیزه شده، مفید است. در این صورت فرایند برحسب متغیرهای جدید، ثابت می‌شود و جدولبندی بهرهٔ کنترلگرها بسادگی به دست می‌آید.

مسائل

۹ ـ ۱ سیستم مخزن مثال ۹ ـ ۲ را شبیه‌سازی کرده، فرض کنید سطح مقطع مخزن به صورت زیر تغییر کند:

$$A(h) = A_0 + h^2$$

همچنین فرض کنید $a = 0/1\ A_0$ باشد.

الف) رفتار سیستم حلقه ـ بسته را وقتی از جدول بهرهٔ کامل و همچنین هرگاه از جدول بهرهٔ اصلاح شده استفاده شود، مطالعه کنید.

ب) حساسیت سیستم را به تغییرات پارامترهای فرایند مطالعه کنید.

ج) حساسیت سیستم حلقه ـ بسته را به نویز اندازه‌گیری سطح مطالعه کنید.

۹ ـ ۲ مسألهٔ کنترل غلظت مثال ۹ ـ ۳ را درنظر گرفته، یک کنترلگر ثابت با دادهٔ نمونه‌برداری شده با دوره نمونه‌برداری ثابت برای این سیستم طراحی کنید. نتیجه را با کنترلگر براساس مدل مقیاس شده زمان مقایسه کنید.

۹ ـ ۳ مدل یک کشتی در قسمت ۹ ـ ۵ داده شده است. نشان دهید که دو مقیاسی که در مثال ۹ ـ ۶ پیشنهاد شده، متناظر با رفتار مستقل از زمان و مستقل از مسیر کشتی است.

۹ ـ ۴ شبیه‌سازیهای مثال ۹ ـ ۸ با استفاده از مدل معادلات (۹ ـ ۲۱) و (۹ ـ ۱۹) با $q = 1000$، $V = 1000$، $T = 0/1$ و $K_w = 10^{-14}$ انجام شده است. کنترلگر، یک کنترلگر PI با بهرهٔ ۰/۰۱ و زمان بازنشانی ۱ می‌باشد. شبیه‌سازیهای شکل ۹ ـ ۱۰ و ۹ ـ ۱۲ را تحقیق کنید.

۹ ـ ۵ مسألهٔ هدایت کشتی مثال ۹ ـ ۶ را درنظر بگیرید. سیستم حلقه ـ بسته را شبیه‌سازی کرده، حساسیت سیستم را به سرعت کشتی تعیین کنید.

www.powerjam.ir

۹ ـ ۶ کنترلگر مثال ۹ ـ ۳، هرگاه اندازه‌گیری برحسب تعداد بازه‌های نمونه‌برداری انجام شود، کنترلی یکسان اما اگر اندازه‌گیری، برحسب زمان باشد، کنترلی متفاوت را نتیجه می‌دهد. راه حلهایی را پیشنهاد و آزمایش کنید که همان پاسخهای زمانی را به طور مستقل از جریان گذرنده از مخزن، نتیجه دهد.

مراجع

استفاده از جدول‌بندی بهره در کنترل هواپیما در مرجع زیر بحث شده:

Stein, G., 1980. "Adaptive flight control: A pragmatic view."*In Applications of Adaptive Control,* eds. K. S. Narendra and R. V. Monopoli. New York: Academic Press.

یک کاربرد نوعی جدول‌بندی بهره و جبرانگری عوامل غیرخطی در صنعت فرایند، در مرجع زیر آمده است:

Whatley, M. J., and D. C. Pott, 1984. "Adaptive gain improves reactor control."*Hydrocarbon Processing.* May: 75-78.

تبدیلات غیرخطی در یک زمینه عمومی با استفاده از نظریهٔ کنترل هندسی ابتدا در مراجع زیر مطرح شده:

Krener, A. J., 1973."On the equivalence of control systems and the linearization of nonlinear systems."**SIAM** J. *Control* **11:** 670.

Brockett, R. W., 1978. "Feedback invariants for nonlinear systems."Preprint 7th IFAC World Congress: pp. 1115-1120. Helsinki, Finland.

شروط لازم و کافی که تحت آنها تبدیلات از سیستمهای غیر خطی به سیستمهای خطی وجود دارد، در مراجع زیر آمده:

Su, R., 1982."On the linear equivalents of nonlinear systems."*Systems & Control Letters* **2:** 48.

Hunt, L. R., R. Su, and G. Meyer, 1983. "Design for multiinput systems." In *Differential Geometric Control Theory Conference,* eds. R. W. Brockett, R. S. Millman, and H. J. Sussman: pp. 268-298. Boston: Birkhauser.

www.powerjam.ir

کنترل خطی‌سازی به عنوان نمونه در مراجع زیر آمده:

Isidori, A., 1989. *Nonlinear Control Systems: An Introductin* (2nd ed.). Berlin: Springer-Verlag.

Nijmeijer, H., and A. J. van der Schaft, 1991. *Nonlinear Dynamical Control Systems.* New York: Springer-Verlag.

کاربردی زیبا برای طراحی سیستم کنترل پرواز هلی‌کوپتر در مرجع زیر آمده است:

Meyer, G., R. Su, and L. R. Hunt, 1984. "Application of nonlinear tranformations to automatic flight control." *Automatica* **20:** 103-107.

کاربردهای همان ایده در حالت ساده‌تر در مراجع زیر مطرح شده است:

Niemi, A. J., 1981. "Invariant control of variable flow processes." *Proc 8th IFAC World Congress:* pp. 2687-2692. Kyoto, Japan.

Källström, C. G., K. J. Åström, N. E. Thorell, J. Eriksson, and L. Sten, 1979. "Adaptive autopilots for tankers." *Automatica* **20:** 241-254.

Orava, P. J., and A. J. Niemi, 1974. "State model and stability analysis of a pH control process." Int. J. *Contol* **20:** 557-567.

www.powerjam.ir

فصل دهم

سیستمهای مقاوم و خودنوسانی

۱۰ ـ ۱ چرا کنترل تطبیقی نه؟

در فصلهای پیشین نشان داده شد که کنترل تطبیقی می‌تواند بسیار مفید بوده، و دارای عملکرد حلقه ـ بستهٔ خوبی باشد. لیکن این بدان معنا نیست که کنترل تطبیقی ابزاری جهان شمول است و همواره باید از آن استفاده کرد. یک مهندس کنترل باید به ابزار مختلفی آشنا بوده، از چگونگی استفاده از آنها اطلاع کافی داشته باشد. یک راهکار خوب، استفاده از ساده‌ترین الگوریتم کنترل است که مشخصات را برآورده سازد. قطعاً کنترل بهرهٔ زیاد مقاوم را می‌توان به عنوان جایگزینی برای الگوریتمهای کنترل تطبیقی در نظر گرفت. در قسمت ۱۰ ـ ۲ کنترل بهره زیاد مقاوم و در قسمت ۱۰ ـ ۳ سیستم تطبیقی خودنوسانی[1] (SOAS) مطرح می‌شود که دسته‌ای خاصّ از سیستمهای تطبیقی است که با کنترل بهرهٔ زیاد و تنظیم خودکار رابطهٔ تنگاتنگ دارد. پسخور رله‌ای جزئی کلیدی در سیستمهای SOAS است. دستهٔ دیگر از سیستمهای سوییچینگ، یعنی سیستمهای ساختار متغیّر[2] در قسمت ۱۰ ـ ۴ توضیح داده می‌شود. بیشترین سهم توسعه سیستمهای ساختار متغیّر متعلق به اتحاد جماهیر شوروی [سابق] است و می‌توان آنها را به عنوان حالت تعمیم یافتهٔ سیستمهای SOAS در نظر گرفت. نتایج فصل در قسمت ۱۰ ـ ۵ آمده است.

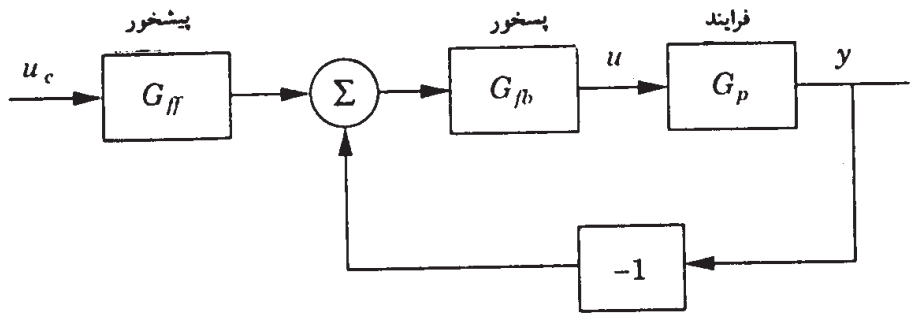
۱۰ ـ ۲ کنترل پسخور بهره زیاد مقاوم

برخی از روشهای طراحی صریحاً با عدم قطعیتهای فرایند سر و کار دارند. یکی از روشهای قدرتمند را هوروتیز[3] مطرح کرده است. این روش که منشأ آن در کارهای کلاسیک بُد روی

---

1. Self - Oscillating Adaptive System
2. Variable Structure System
3. Horowitz

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۱. سیستم با دو درجه آزادی

تقویت کننده‌های پسخور بود، براساس چند ایده استوار است. مشخصات سیستم برحسب تابع انتقال از سیگنال فرمان به خروجی فرایند بیان و فرایند با تابع انتقال نامی خود مشخص می‌شود. همچنین فرض می‌شود که در هر فرکانس، عدم قطعیّت فرایند برحسب تغییرات دامنه و فاز، معلوم است. در این صورت پاسخ، برحسب کنترلگری با پسخور G_{fb} و پیشخور G_{ff} معیّن می‌شود. چنین آرایشی، سیستم *با دو درجهٔ آزادی*[1] نامیده می‌شود، زیرا بایستی دو تابع انتقال را تعیین نمود (شکل ۱۰ ـ ۱ را ببینید).

می‌توان از روشهای طراحی متعدد دیگری نیز برای طراحی کنترلگرهای مقاوم استفاده کرد. یکی از این روشها بر طراحی LQG استوار است که در آن با تنظیم ماتریسهای وزنی در مسألهٔ LQG، یک *بازیافت بهره حلقه*[2] حاصل می‌شود. این روش طرّاحی می‌تواند از عهدهٔ عدم قطعیّت فاز در فرکانسهای بالا برآید. ایدهٔ کلیدی، آن است که در فرکانسهای بالا، جایی که خطای فاز بزرگ است، بهرهٔ حلقه به مقداری کوچکتر از یک برسد.

در روش هوروتیز ابتدا تابع انتقال پسخور G_{fb} به گونه‌ای تعیین می‌شود که عدم قطعیّت حلقه ـ بسته، درون محدودهٔ مشخصی قرار گیرد. سپس مقدار نامی تابع انتقال با جبران پیشخور G_{ff} تصحیح می‌شود. این روش براساس شیوه‌ای ترسیمی با استفاده از نمودار نیکولز[3] استوار است. این روش یک جبرانگر خطی از مرتبهٔ بالا را نتیجه می‌دهد که می‌تواند از عهدهٔ عدم قطعیّت تعیین شده دستگاه برآید. در این روش سعی بر آن است که بهرهٔ حلقه تا حدّامکان کوچک بماند. یک ایدهٔ کلیدی در روش طراحی هوروتیز، توجه به این مطلب است که سیستمی که منحنی نایکوییست آن نزدیک به خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد، می‌تواند تغییرات قابل ملاحظه‌ای را در بهره تحمل کند. زمان پاسخ با بهره تغییر خواهد کرد، امّا شکل پاسخ، بدون تغییر خواهد ماند. برای سیستمهای کمینه فاز با فزونی قطب معلوم، همواره این امکان وجود

1. Two - Degree - of - Freedom
2. Loop Transfer Recovery
3. Nichols Chart

www.powerjam.ir

دارد که بتوان یک محدودهٔ فرکانسی به گونه‌ای پیدا کرد که در آن فاز، ثابت باشد. بنابراین با جبرانگری مناسب می‌توان بهرهٔ حلقه‌ای به دست آورد که در آن منحنی نایکوییست به یک پاره‌خط راست نزدیک باشد. فرض معلوم بودن فزونی قطب نتیجه می‌دهد که فاز سیستم برای فرکانسهای بالا معلوم است که این همیشه یک فرض واقعی نیست. روش طراحی هوروتیز اساساً برای آشفتگیهای ساختاری[1] مطرح شد امّا این روش برای عدم قطعیتهای بی‌ساختار[2] نیز توسعه داده شده است.

گام اصلی در این روش، تعیین تولرانسهای بهره در تابع انتقال حلقه ـ بسته است. عدم قطعیتهای دستگاه به صورت تغییرات بهره و فازِ تابع انتقال دستگاه در فرکانسهای مختلف، مشخّص می‌شود. تولرانسها و عدم قطعیّتهای داده شده برای محاسبهٔ قیدهای تابع انتقال حلقه ـ باز به کار می‌رود. آنگاه جبرانگر پسخور G_{fb} به گونه‌ای طرّاحی می‌شود که سیستم حلقه ـ بازِ جبران شده، تولرانسها موردنظر را برآورده سازد. معمولاً این شیوه یک روش تکراری است که می‌توان با استفاده از نمودار نیکولز بسادگی آن را انجام داد. در نهایت، پیش فیلتر G_{ff} به گونه‌ای طرّاحی می‌شود که مشخّصات حلقه ـ بسته برآورده شود. این کار را می‌توان با استفاده از نمودار بُد انجام شود.

عیب اصلی این روش آن است که از قبل نمی‌توان دانست که مشخصات حلقه ـ بستهٔ مطلوب، قابل حصول است یا خیر. بنابراین این روش یک روش آزمون و خطاست، امّا محاسبات تکراری، به طراح این امکان را می‌دهد که مصالحهٔ بین مشخصه‌های مختلف مانند حسّاسیّت حلقه ـ بسته، پیچیدگی کنترلگر و تقویت نویز اندازه‌گیری دریابد.

مثال ۱۰ ـ ۱ یک بازوی روبات صنعتی

مدلی ساده از یک بازوی روبات در این مثال استفاده می‌شود. تابع انتقال از ورودی کنترل (جریان موتور I) به خروجی اندازه‌گیری (سرعت زاویه‌ای موتور ω) بدین صورت است:

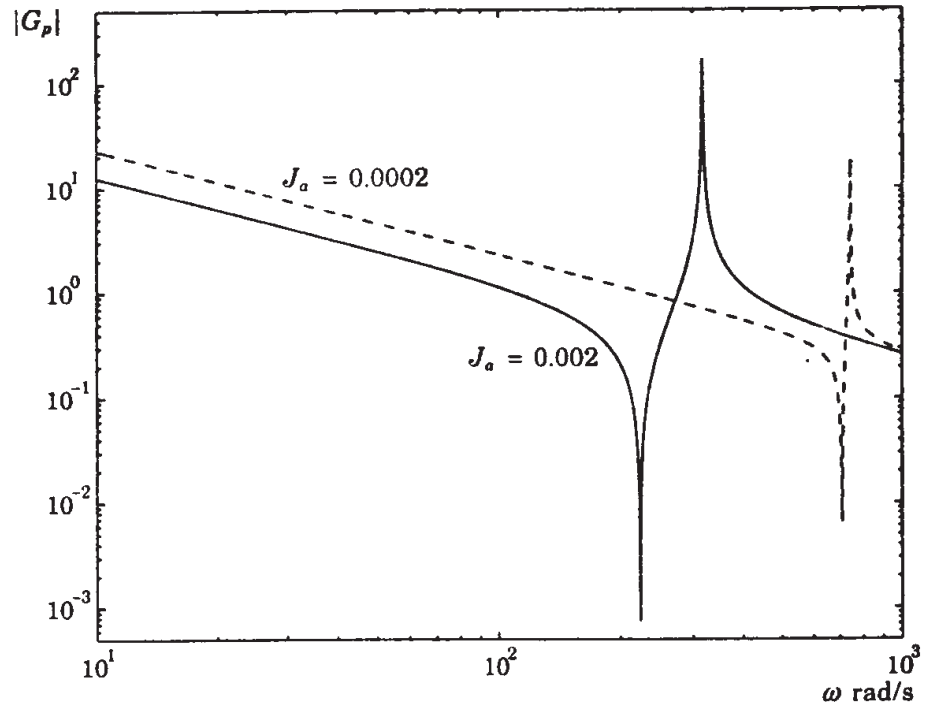
$$G_p(s) = \frac{k_m(J_a s^2 + ds + k)}{J_a J_m s^3 + d(J_a + J_m)s^2 + k(J_a + J_m)s}$$

و داریم: $J_a \in [0/0002, 0/002]$، $J_m = 0/002$، $d = 0/0001$، $k = 100$ و $k_m = 0/5$.

گشتاور لختی بازوی روبات (که با J_a نشان داده می‌شود) با زاویهٔ بازو تغییر می‌کند. نمودارهای بُد بهرهٔ دستگاه برای مقادیر حدّی لختی بازو J_a در شکل ۱۰ ـ ۲ داده شده است. هدف سیستم

1. Structured perturbation
2. Unstructured Uncertainties

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۲. نمودارهای بُد برای بازوی روبات در مثال ۱۰ ـ ۱ وقتی که J_a = ۰/۰۰۰۲ و J_a = ۰/۰۰۲ باشد.

کنترل، کنترل پاسخهای پلهٔ سرعت زاویه‌ای در زوایای مختلف بازوست. هدف این است که یک سیستم حلقه ـ بسته با پهنای باند بین ۱۵ و ۴۰ هرتز داشته باشیم. مشخّصهٔ ردّ اغتشاش در ۶dB تنظیم شده است؛ جبرانگر پسخوری که این مشخصات را برآورده می‌سازد بدین شکل است:

$$G_{fb}(s) = \frac{۱۲۵(۱ + s/۵۰)(۱ + s/۳۰۰)}{s(۱ + s/۸۰۰)(۱ + s/۵۰۰۰)}$$

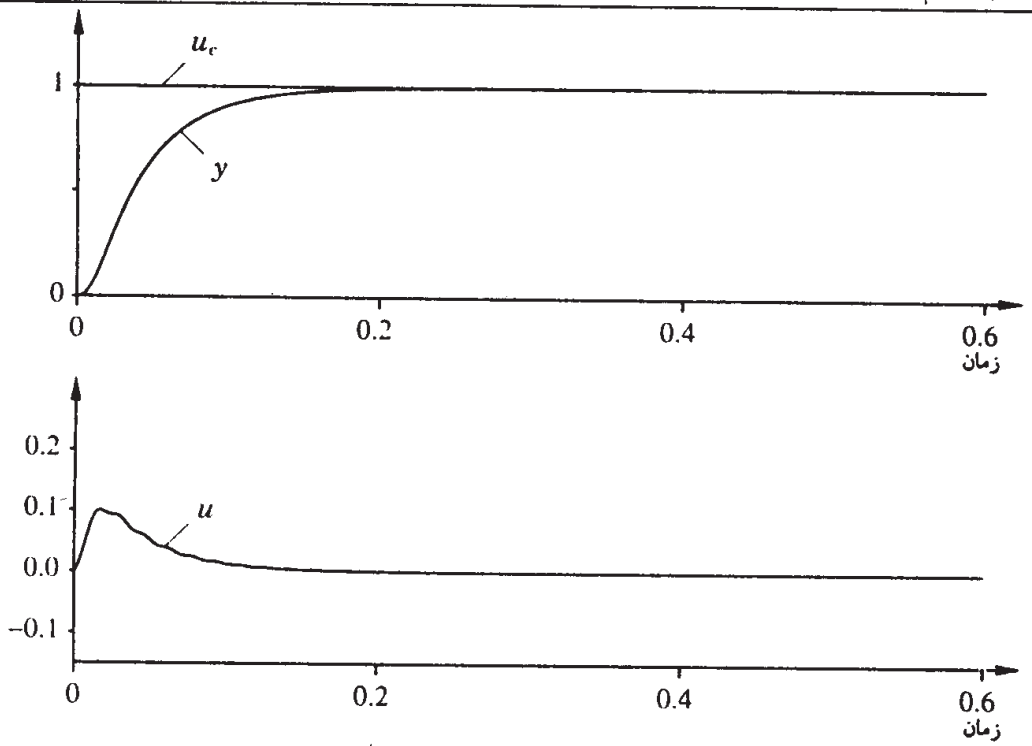
این جبرانگر اساساً یک کنترلگر PI با یک فیلتر پیش فاز است. پیش فیلتر نهایی دارای تابع انتقال ذیل است:

$$G_{ff}(s) = \frac{۱ + s/۱۰۰۰}{(۱ + s/۲۶)(۱ + s/۲۰۰)(۱ + s/۲۰۰)}$$

پاسخهای شبیه‌سازی شده در شکلهای ۱۰ ـ ۳ و ۱۰ ـ ۴ نشان داده شده است.

برای مقایسه، یک کنترلگر تطبیقی نیز برای فرایند طراحی می‌شود. در این مسألهٔ خاصّ، عدم قطعیّت اصلی تنها در یک پارامتر یعنی گشتاور لختی وجود دارد. بنابراین طبیعی است سعی کنیم یک طراحی تطبیقی خاصّ به گونه‌ای انجام دهیم که در آن تنها این پارامتر، تخمین زده شود.

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۳. شبیه‌سازی پاسخ پله با لختی بازو، $J_a = ۰/۰۰۰۲$، برای سیستم مقاوم.

کنترلگر تطبیقی براساس یک مدل ساده شده طرّاحی می‌شود. با چشمپوشی از خاصیّت الاستیک بازوی روبات، می‌توان سیستم را به صورت ذیل توصیف کرد:

$$J \frac{d\omega}{dt} = k_m I \qquad (۱۰ ـ ۱)$$

که $J = J_a + J_m$ برایند گشتاور لختی و k_m بهرهٔ جریان موتور است. برای کنترل دستگاه معادلهٔ (۱۰ ـ ۱) یک کنترلگر PI کفایت می‌کند. پارامترهای کنترلگر را می‌توان به صورت ذیل انتخاب کرد:

$$T_i = \frac{۲\xi_۰}{\omega_۰} \quad و \quad K = \frac{۲\xi_۰ \omega_۰ J}{k_m}$$

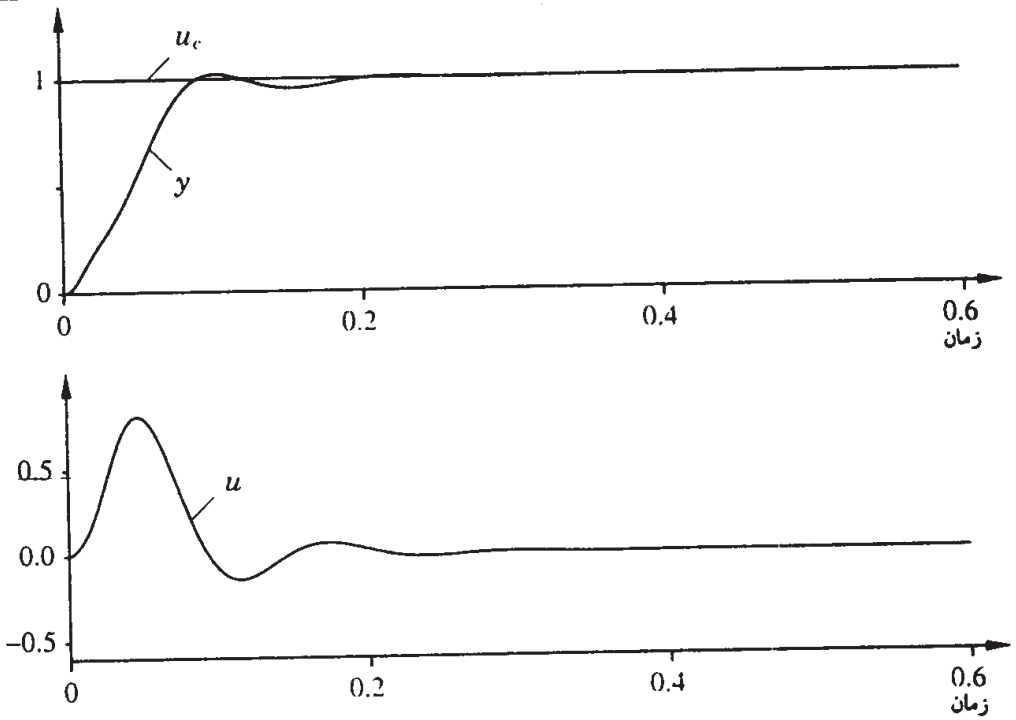
در نتیجه معادله مشخصهٔ سیستم حلقه ـ بسته بدین صورت خواهد بود:

$$s^۲ + ۲\xi_۰ \omega_۰ s + \omega_۰^۲ = ۰$$

بنابراین پارامترهای کنترلگر، با معادلات ساده‌ای به مدل مربوطند. توجه کنید که زمان انتگرالگیری T_i به گشتاور لختی بازوی روبات بستگی ندارد و بهرهٔ کنترلگر K باید با گشتاور لختی متناسب باشد.

محاسبهٔ مکان ریشه‌ها نشان می‌دهد که اگر شرط زیر برقرار باشد، طراحی براساس مدل ساده

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۴. شبیه‌سازی پاسخ پله با لختی بازو، $J_a = ۰/۰۰۲$، برای سیستم مقاوم.

شده، به خوبی کار می‌کند:

$$\omega_n < \omega_{crit} = \xi_n \left(\frac{k J_m}{J_a^2}\right)^{1/2}$$

بحرانی‌ترین حالت برای $J_a = ۰/۰۰۲$ اتفاق می‌افتد. در نتیجه ω_n باید کمتر از ۲۰۰ rad/s باشد.

این حقیقت که طرّاحی براساس مدلِ ساده شده، انجام می شود، پهنای باند حلقه ـ بسته را محدود می‌کند. برای دستیابی به یک پاسخ سریع به سیگنال فرمان می‌توان از جبرانگری پیشخور استفاده کرد. برای این منظور فرض کنید پاسخ مطلوب به فرمانهای سرعت زاویه‌ای بدین شکل باشد:

$$G_m(s) = \frac{\omega_m^2}{s^2 + 2\xi_n \omega_m s + \omega_m^2}$$

حال، کنترلگر پیشخور را می‌توان به گونه‌ای طرّاحی کرد که سیستم حلقه ـ بسته، پاسخ مطلوب را داشته باشد.

یک سیستم تطبیقی را می‌توان بسادگی با اعمال حداقل مربعات بازگشتی به مدل معادلهٔ (۱۰ ـ ۱) تخمین برایند گشتاور لختی و سپس جایگذاری این تخمین در معادلهٔ طراحی فوق‌الذّکر به دست آورد. برای تخمین پارامترهای مدل زمان ـ پیوستهٔ معادلهٔ (۱۰ ـ ۱)، لازم

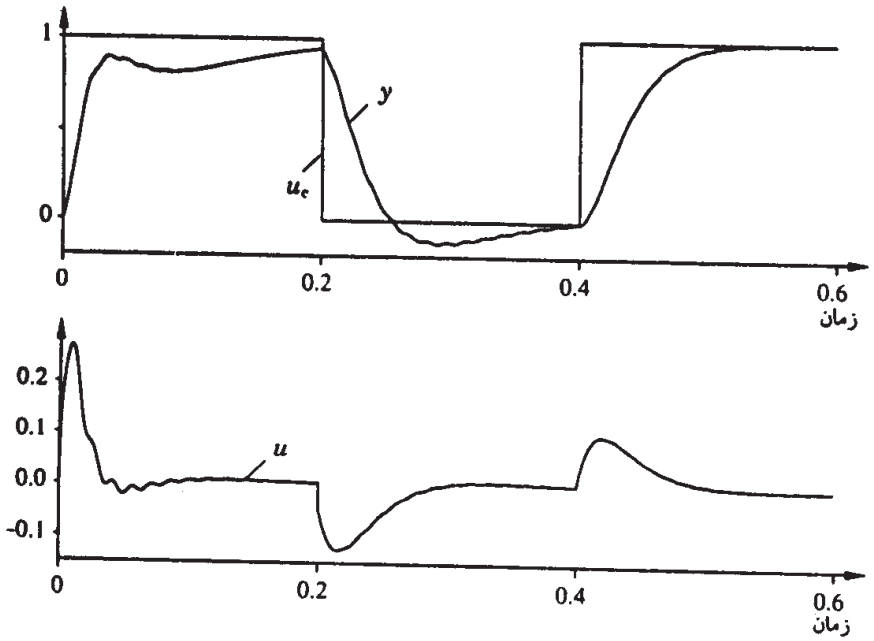
www.powerjam.ir

است فیلتراژ کنیم. این کار با انتگرالگیری از معادله (۱۰ ـ ۱) در فاصلهٔ زمانی (t , t + h) انجام می‌شود:

$$\omega(t+h) - \omega(t) = \frac{k_m}{J}\int_t^{t+h} I(s)\,ds$$

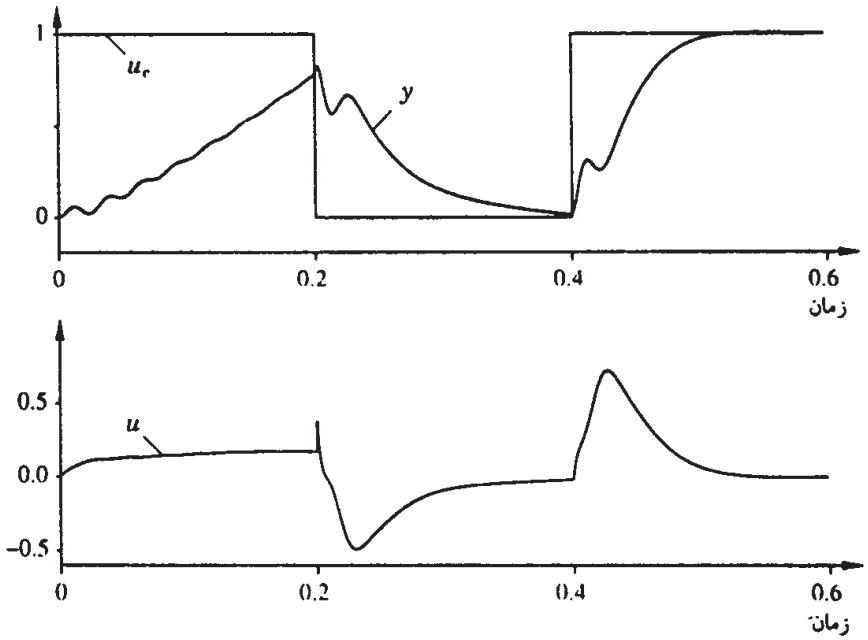
اینک بسادگی به کمک معادلهٔ فوق، یک تخمینگر حداقل مربعات برای J به دست می‌آید. سپس از تخمین حاصل، در قانون کنترل PI استفاده می‌شود. شبیه‌سازیهای این سیستم در شکلهای ۱۰ ـ ۵ و ۱۰ ـ ۶ نشان داده شده است. پارامتر h برابر ۰/۱ s انتخاب شده است. این شکلها نشان می‌دهد که پس از دو حالت گذرا سیستم بر یک پاسخ خوب منطبق می‌شود. به دامنه‌های سیگنال کنترل در حالات کم و زیاد بودن گشتاور لختی دقّت کنید.

ساختار کنترلگرها برای حالات تطبیقی و مقاوم کاملاً در طراحی به هم شبیه است. قسمت پسخور کنترلگر مقاوم در اصل، یک کنترلگر PI با یک فیلتر پیش ـ پس فاز است. پارامترها عبارت است از K = ۲/۵ و T_i = ۰/۰۲. فیلتر پیش ـ پس فاز بهرهٔ کنترلگر را در فرکانسهای حول ۵۰۰ rad/s، به ۶/۷ افزایش می‌دهد. قسمت پسخور کنترلگر تطبیقی نیز یک کنترلگر PI است، امّا پارامترها قابل تنظیم هستند. این پارامترها از K = ۰/۱۵ و T_i = ۰/۰۷ برای J_a = ۰/۰۰۰۲ تا K = ۱/۰۵ و T_i = ۰/۰۷ برای J_a = ۰/۰۰۲ تغییر می‌کنند.



شکل ۱۰ ـ ۵. شبیه‌سازی پاسخ سیستمهای تطبیقی کاربرد خاصّ با لختی بازو J_a = ۰/۰۰۰۲. کنترلگر در ابتدا برای J_a = ۰/۰۰۲ تنظیم می‌شود.

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۶. شبیه‌سازی پاسخ سیستمهای تطبیقی کاربرد خاصّ با لختی بازو J_a = ۰/۰۰۲. پارامترهای‌کنترلگر در ابتدا برای J_a = ۰/۰۰۰۲ تنظیم می‌شوند.

بنابراین، بهرهٔ پسخور در کنترلگر تطبیقی، ۴۰ مرتبه کوچکتر از بهرهٔ کنترلگر مقاوم است. این بدان معناست که تأثیر نویز اندازه‌گیری نیز بر کنترلگر تطبیقی بسیار کمتر است. هر دو سیستم برای رسیدن به یک پاسخ زمانی به سیگنالهای فرمان، طراحی می‌شود. لیکن توجه کنید که پیشخور با روشهای بسیار متفاوتی در دو سیستم به کار می‌رود. در طراحی مقاوم، پیشخور برای کاهش زمان پاسخ به سیگنالهای فرمان به کار می‌رود، در حالی که مورد استفادهٔ آن در طراحی تطبیقی، افزایش زمانِ پاسخ است. علت این امر، آن است که در طراحی مقاوم، پهنای باند حلقه ـ بستهٔ درونی برای مراقبت از تغییرات فرایند، بزرگ است حال آنکه یک طرّاحی تطبیقی، از آنجا که در آن عدم قطعیّت حذف می‌شود، پهنای باند کوچک را مجاز می‌شمارد. وقتی که پارامترها تطبیق می‌شوند، پاسخهای سیستم تطبیقی در محدودهٔ کامل تغییرات پارامتر بهتر است، امّا مقداری وقت برای تطبیق پارامترها صرف می‌شود. هرگاه پارامترهای فرایند بسرعت از یک مقدار ثابت به مقداری دیگر تغییر کنند، کنترلگر مقاوم پاسخ بهتری خواهد داد.

مقایسهٔ کنترل تطبیقی با مقاوم

روش طراحی مقاوم به طور کلّی سیستمهایی را نتیجه می‌دهد که هنگام تغییر پارامترها،

www.powerjam.ir

سریعتر پاسخ می‌دهد، امّا در این روش معلوم بودن محدودهٔ تغییرات پارامتر، مهم است. کنترلگر تطبیقی دارای پاسخ آهسته‌تری است، امّا می‌تواند در حالت کلی تغییرات بزرگتری را در پارامترها پوشش دهد. کنترلگرهای تطبیقی، پس از همگرا شدن پارامترهای کنترلگر، در صورتی که ساختار مدل به اندازهٔ کافی صحیح باشد، پاسخهای بهتری را به سیگنالهای فرمان و تغییرات بار خواهد داد. کنترلگرهای حاصل از روش هوروتیز عموماً دارای بهره‌های حلقهٔ بالایی هستند که باعث می‌شود حساسیت بیشتری به نویز داشته باشند.

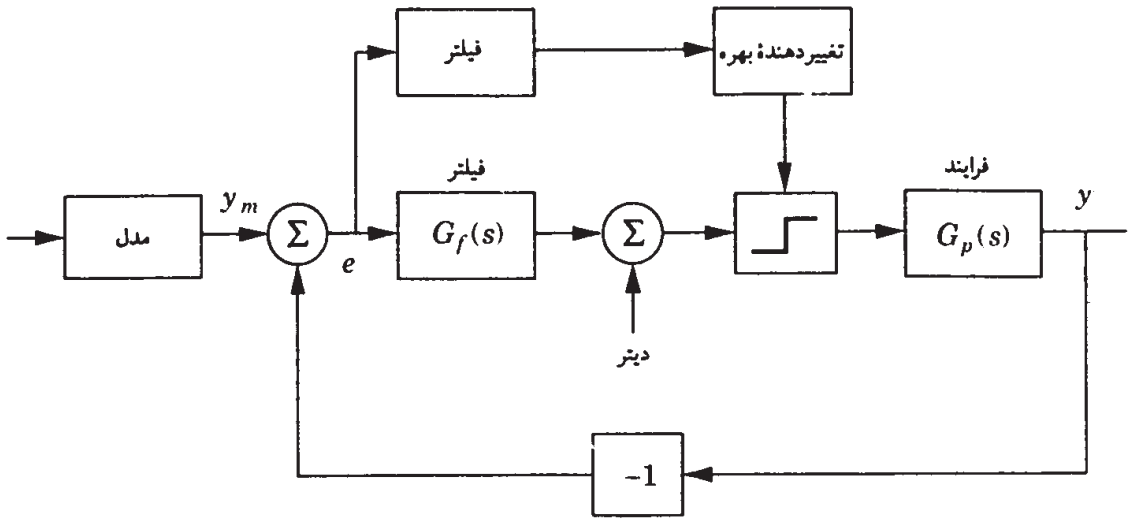
۱۰ ـ ۳ سیستمهای تطبیقی خود نوسانی

سیستمی را که نسبت به تغییرات پارامتر حسّاس نباشد، می‌توان با یک ساختار دو درجه آزادی با یک پسخور بهرهٔ زیاد و یک جبرانگر پیشخور به‌دست آورد (با قسمت ۱۰ ـ ۲ مقایسه کنید). در این قسمت روشی تطبیقی مطرح می‌شود که در آن با استفاده از پسخور رله‌ای، بهرهٔ حلقهٔ پسخور بالا نگه داشته می‌شود. رله‌ها خواصّ بهرهٔ زیاد و کم خرجیِ ساخت را در خود دارند؛ لیکن اغلب باعث ایجاد نوسانهایی در سیستم می‌شوند.

ایدهٔ سیستم تطبیقی خودنوسانی (SOAS) از کار بر روی کنترل تطبیقی پرواز در شرکت هانی ول در اواخر دههٔ ۱۹۵۰ ناشی شده است. این تحقیقات از کارهای فلوگ ـ لوتس[1] بر روی سیستمهای غیر خطی در استانفورد الهام گرفته شده است. سیستمهای مبتنی بر این ایده در هواپیماهای C ۹۴ ـ F، F ـ ۱۰۱ و X ـ ۱۵ مورد آزمایش پروازی قرار گرفتند. (شکل ۱ ـ ۲ را ببینید) این ایده به کنترل فرایند نیز اعمال شده است، امّا سیستمهای SOAS استفادهٔ گسترده‌ای پیدا نکرده‌اند. یک دلیل این مطلب آن است که برای اینکه سیستم به خوبی کار کند، لازم است برخی اصلاحات اساسی در روش اصلی انجام شود. یکی از مشخّصه‌های سیستمهای SOAS آن است که در آنها نوسانهای سیکل حدی وجود دارد. پس این سیستم ارائه‌دهنده نوعی کنترل تطبیقی است که در آن یک سری آشفتگیهای عمدی وجود دارد که سیستم را در همهٔ زمانها تحریک می‌کند. سیستم SOAS یکی از ساده‌ترین سیستمهای دارای این ویژگی است. سیستم SOAS بر سه ایده مفید استوار است: تعقیب مدل، تولید خودکار سیگنالهای آزمایش و استفاده از یک رله با یک سیگنال دیتر به صورت یک بهرهٔ متغیّر. نتیجهٔ کلیدی آن است که بهرهٔ حلقه به‌طور خودکار برای داشتن حاشیهٔ دامنهٔ ۲ = A_m تنظیم می‌شود.

1. F lügge - Lotz

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۷. نمودار بلوکی یک سیستم خود نوسانی (SOAS).

اصول سیستمهای SOAS

از آنجا که قصدِ تأکید بر ایده‌ها را داریم، بحث را به حالت اصلی سیستم محدود می‌کنیم. نمودار بلوکی سیستم SOAS در شکل ۱۰ ـ ۷ نشان داده شده است. سیستم مذکور سیستمی با دو درجه آزادی است. یک حلقهٔ پسخور با بهرهٔ زیاد، دور فرایند وجود دارد. پاسخ مطلوب به سیگنالهای فرمان به کمک مدل مرجع به دست می‌آید. در حالت ایدئال، حلقهٔ با بهرهٔ زیاد باعث می‌شود خروجی فرایند y؛ خروجی مدل y_m را تعقیب کند. پاسخ سیستم حلقه ـ بسته به دلیل بهرهٔ زیاد حلقه نسبت به تغییرات دینامیک فرایند، نسبتاً غیر حسّاس خواهد بود. پس این سیستم، نوعی طرّاحی تعقیب ـ مدل است. یک مشخصه ویژه آن است که حلقهٔ بهره زیاد، غیرخطّی. حلقهٔ بهره زیاد با یک مدل پیشخور و وسیله‌ای برای تغییر بهرهٔ رله تکمیل می‌شود. این مدل، پاسخ حلقه بسته را تعیین و تغییر دهندهٔ بهره، دامنهٔ نوسان سیکل حدّی را محدود می‌کند.

حلقهٔ با بهرهٔ زیاد

جبرانگر پسخور، شامل یک فیلتر پیشفاز ($G_f(s)$) و یک رله است. انگیزه استفاده از رله تمایل به داشتن حدّاکثر بهرهٔ ممکن است. به دلیل وجود رله، یک سیکل حدّی وجود خواهد داشت که دامنهٔ آن با تنظیم دامنهٔ رله، به کمک یک حلقهٔ پسخور مجزّا، در یک محدودهٔ قابل قبول قرار می‌گیرد. رله برای ورودیهای کوچک، بهرهٔ بزرگی را می‌دهد و با افزایش دامنهٔ ورودی،

www.powerjam.ir

بهره، کاهش می‌یابد. مشکل کلیدی در طرّاحی SOAS ایجاد یک مصالحهٔ مناسب بین دامنهٔ سیکل حدّی و سرعت پاسخ است. یک رلهٔ با دامنهٔ کم باعث ایجاد سیکلی حدّی با دامنهٔ کم و همچنین پاسخی کند می‌شود و یک رلهٔ با دامنهٔ زیاد سبب پیدایش پاسخی سریع و همچنین نوسان سیکل حدّی با دامنهٔ بزرگ می‌شود. البته ممکن است این پدیده‌ها تا حدّی تحت تأثیر فیلتر پیش فاز قرار گیرند.

خواصّ SOAS پایه

سیکل حدّی در یک سیستم دارای پسخور رله‌ای در قسمت ۸ ـ ۶ توضیح داده شد. حال از آن مبحث برای تحلیل سیستم تطبیقی خود نوسانی استفاده می‌کنیم. سیستم شکل ۱۰ ـ ۷ را بدون تغییر دهندهٔ بهره در نظر بگیرید.

رله به منظور ایجاد یک نوسان سیکل حدّی در سیستم استفاده می‌شود. دامنه و دورهٔ تناوب نوسانها را می‌توان با روشهای مطرح شده در قسمت ۸ ـ ۶ مشخص کرد. وقتی که سیگنال مرجع تغییر داده می‌شود یا اغتشاشی وجود دارد، سیگنالهای دیگری نیز در سیستم وجود دارد که بر روی نوسانهای سیکل حدّی اضافه می‌شود. بنابراین، سیگنالهایی که در سیستم ظاهر می‌شود، به شکل زیر است:

$$s(t) = a \sin \omega t + b(t)$$

که $a \sin \omega t$ نوسان سیکل حدّی را بیان می‌کند. کلید درک سیستمهای SOAS، فهم این مطلب است که سیگنالهایی از این نوع چگونه در سیستم منتشر می‌شود. بسادگی می‌توان انتقال سیگنال در میان زیر سیستمهای خطّی را تعیین کرد، امّا انتشار از طریق رله، مشکلِ اصلی است. اگر فرض شود $b(t)$ بسیار آهسته‌تر از $\sin \omega t$ تغییر می‌کند این تحلیل به طور قابل توجهی ساده می‌شود. به علاوه فرض کنید $b(t)$ از a کوچکتر است. این موضوع حداقل در حالت ماندگار، درست است، زیرا $b(t)$ اختلاف بین خروجی مدل و خروجی فرایند است.

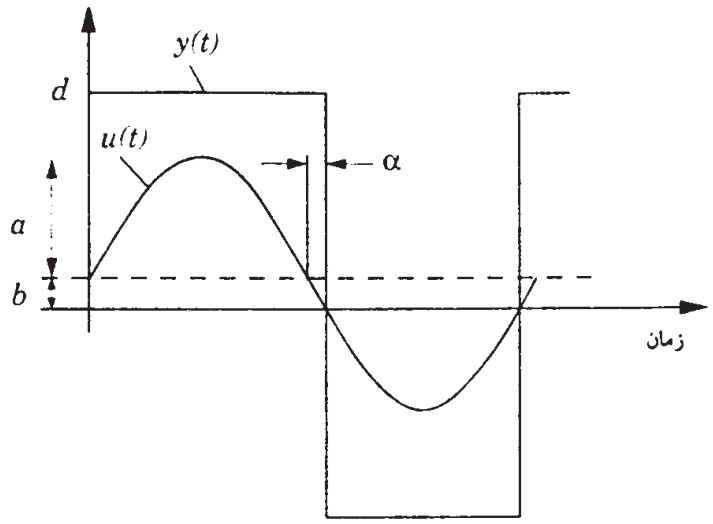
تابع توصیفی ورودی ـ دوگان[1]

فرض می‌شود $b(t)$ آنقدر آهسته تغییر کند که بتواند با یک مقدار ثابت تقریب زده شود. بنابراین سیگنال ورودی رله بدین صورت است:

$$u(t) = a \sin \omega t + b$$

1. Dual-Input Describing Function

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۸. ورودی و خروجی رله

ورودی و خروجی رله در شکل ۱۰ ـ ۸ نشان داده شده است. خروجی رله را می‌توان به کمک سری فوریه بسط داد:

$$y(t) = b\,N_B + a\,N_A \sin\omega t + a\,N_{A۲} \sin ۲\omega t + \ldots \qquad (۲ ـ ۱۰)$$

که در آن N_A و N_B از روابط زیر به دست می‌آید:

$$N_B = \frac{۱}{۲\pi\,b} \int_{۰}^{۲\pi} y(t)\,dt = \frac{d(\pi+\alpha) - d(\pi - ۲\alpha) + \alpha\,d}{۲\pi\,b}$$

$$= \frac{۴\alpha\,d}{۲\pi\,b} = \frac{۲\alpha\,d}{\pi\,b} = \frac{۲\,d}{\pi\,b}\sin^{-۱}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$N_A = \frac{۱}{\pi\,a} \int_{۰}^{۲\pi} y(t)\sin\omega t\,dt = \frac{۲\,d}{\pi\,a} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \sin\omega t\,dt$$

$$= \frac{۴\,d}{\pi\,a}\cos\alpha = \frac{۴\,d}{\pi\,a}\sqrt{۱ - \left(\frac{b}{a}\right)^{۲}}$$

برای مقادیر کوچک $\frac{b}{a}$ می‌توان تقریبهای ذیل را به کار برد:

$$N_A \approx \frac{۴\,d}{\pi\,a} \qquad N_B \approx \frac{۲\,d}{\pi\,a}$$

دقت داشته باشید که:

$$N_A \approx ۲\,N_B \qquad (۳ ـ ۱۰)$$

www.powerjam.ir

بنابراین انتقال سطح ثابت b و هماهنگ اول $\sin \omega t$ را با بهره‌های هم ارز N_B و N_A مشخص می‌شود. از آنجا که قسمتهای خطی معمولاً فرکانسهای بالا را بیشتر از فرکانسهای پایین تضعیف می‌کند، تنها با در نظر گرفتن جملهٔ ثابت و هماهنگ اوّل، غالباً تقریب قابل قبولی به دست می‌آید. عدد N_B که انتشار یک سیگنال ثابت را مشخص می‌کند، در قیاس با تابع توصیفی معمولی که انتشار جملات سینوسی را در خلال عوامل غیر خطی استاتیکی مشخص می‌کند، *تابع توصیفی ورودی ـ دوگان* نامیده می‌شود. توجه کنید که تابع توصیفی N_B به a (دامنهٔ نوسان سینوسی) وابسته است. این وابستگی کلید درک نحوه کار سیستم SOAS است. تابع توصیفی ورودی ـ دوگان را می‌توان برای توصیف انتقال سیگنالهای با تغییرات آهسته به کار برد. تحلیل جامع دقت تقریب، بسیار پیچیده است. اجازه دهید تنها به چند قاعدهٔ سر انگشتی برای استفاده از تقریب اشاره کنیم. برای دقّت بیشتر باید نسبت $\frac{a}{b}$ و همچنین نسبت فرکانس سیکل حدّی به فرکانس سیگنال، باید بزرگتر از ۳ باشد. همچنین توصیهٔ اکید می‌شود که شبیه‌سازی، تحلیل سیستم را تکمیل کند.

نتیجهٔ اصلی

حال ابزار لازم برای بررسی چگونگی عملکرد SOAS در دسترس است. سیستم شکل ۱۰ ـ ۷ را در نظر بگیرید. از قسمت ۸ ـ ۵، دورهٔ تناوب سیکل حدّی، به کمک معادلات (۸ ـ ۸) با استفاده از روش تابع توصیفی، به دست می‌آید. دامنهٔ سیکل حدّی در ورودی رله نیز با معادلات (۸ ـ ۸) حاصل می‌شود:

$$N_A \mid G(i\omega_u) \mid = 1 \qquad (۴ ـ ۱۰)$$

بنابراین انتقال یک سیگنال سینوسی از طریق یک رله را می‌توان به طور تقریبی با یک بهرهٔ معادل توصیف کرد. این بهره با دامنهٔ سیگنال در ورودی رله نسبت عکس دارد. بنابراین دامنه، به طور خودکار به گونه‌ای تنظیم می‌شود که بهرهٔ حلقه در فرکانس ω_u، واحد باشد.

حال انتشار سیگنالهای با تغییرات آهسته را در نظر بگیرید. که به نوسانهای سیکل حدّی اضافه می‌شوند. انتشار این سیگنالها از طریق قسمتهای خطّی سیستم را می‌توان با تابع انتقال $G(s)$ توصیف کرد. اگر سیگنالها در مقایسه با نوسانهای سیکل حدّی، به آهستگی تغییر کنند، به‌طور تقریبی، انتشار از طریق رله تقریباً به کمک تابع توصیفی ورودی ـ دوگانِ N_B، توصیف می‌شود. بنابراین انتشار سیگنالهای با تغییرات آهسته به طور تقریبی با تابع انتقال حلقه زیر توصیف می‌شود:

$$G_0(s) = N_B(a)\, G(s)$$

www.powerjam.ir

از معادلات (۱۰ ـ ۳) و (۱۰ ـ ۴) نتیجه می‌شود که:

$$| G_{\circ} (i\omega_u) | = N_B (a) | G (i\omega_u) | = \frac{۱}{۲} N_A | G (i\omega_u) | = ۰/۵$$

پس نتیجهٔ مهمّ زیر به دست می‌آید که عملکرد سیستم SOAS را بیان می‌کند:

نتیجهٔ ۱۰ ـ ۱ حاشیهٔ دامنهٔ SOAS

سیستم SOAS به طور خودکار، خود را به گونه‌ای تنظیم می‌کند که پاسخ به سیگنالهای مرجع به‌طور تقریبی با تابع انتقال حلقه ـ بستهٔ ذیل توصیف شود:

$$G_c(s) = \frac{k\, G(s)}{۱ + k\, G(s)}$$

که در آن بهرهٔ k به گونه‌ای است که حاشیهٔ دامنه برابر ۲ شود.

این نتیجه، خواص تطبیقی SOAS را بیان می‌کند. همچنین می‌توان نتیجه را به صورت زیر بیان کرد: رله به صورت یک بهرهٔ متغیر عمل می‌کند. که اندازهٔ این بهره به دامنهٔ سیگنال سینوسیِ ورودی به رله بستگی دارد. این بهره به طور خودکار به کمک نوسان سیکل حدّی در مقداری قرار می‌گیرد که بهرهٔ حلقه در فرکانس سیکل حدّی برابر ۰/۵ شود.

این نتیجه را به کمک یک مثال توضیح می‌دهیم:

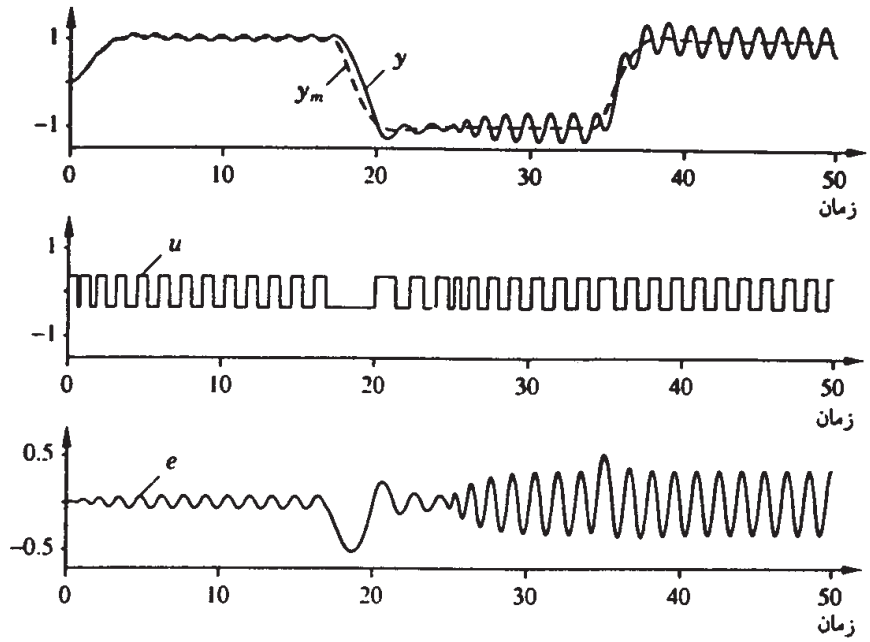
مثال ۱۰ ـ ۲ SOAS پایه

فرض کنید قسمتهای خطّی، با تابع انتقال زیر توصیف شود:

$$G(s) = \frac{K\alpha}{s(s + ۱)(s + \alpha)}$$

از مثال ۸ ـ ۱، دورهٔ تناوب سیکل حدّی تقریباً برابر $\omega_u = \sqrt{\alpha}$ می‌شود. اندازهٔ تابع انتقال در این فرکانس $| G (i\omega_u) | = \frac{K}{\alpha + ۱}$ است. اگر دامنهٔ رله، d باشد نتیجه می‌شود که دامنهٔ نوسان سیکل حدّی در ورودی رله تقریباً برابر با $e_{\circ} = \frac{K d}{۱ + \alpha}$ است. بنابراین دامنهٔ سیکل حدّی با α، نسبت عکس دارد. شبیه‌سازی این سیستم در شکل ۱۰ ـ ۹ نشان داده شده است. تابع انتقال پیشخور یک سیستم مرتبهٔ دوم با ضریب میرایی ۰/۷ و فرکانس طبیعی ۱ rad/s است. مقادیر نامی پارامترها برابر با K = ۳، d = ۰/۳۵ و α = ۲۰ است. از تحلیل تقریبی، سیکل حدّی با دوره تناوب T = ۱/۴ و دامنهٔ ۰/۰۵ به دست می‌آید. بهرهٔ فرایند به طور ناگهانی با ضریب ۵ در t = ۵ افزایش می‌یابد. به تطبیق سریع دقّت کنید. هرچند دامنهٔ نوسان نیز با ضریب ۵ افزایش

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۹. شبیه سازی SOAS اعمال شده به سیستم مثال ۱۰ ـ ۲، خط چین پاسخ مطلوب y_m را نشان می‌دهد.

می‌یابد. اگر مقدار d به گونه‌ای انتخاب شود که خطا برای مقادیر بزرگتر K برابر با ۰/۰۵ باشد، آنگاه سیستم برای مقادیر کوچک K، بیش از حدّ آهسته خواهد بود.

طراحی SOAS

سیستم تطبیقی خود نوسانی، یک سیستم پسخور غیر خطّیِ ساده است که توانایی تطبیق سریع با تغییرات بهره را دارد. این سیستم دارای یک نوسان سیکل حدّی پیوسته است. این موضوع در مواقعی که شیرها یا سایر قسمتهای مکانیکی به عنوان محرّک استفاده می‌شود، مناسب نیست. لیکن یک SOAS را می‌توان به‌راحتی با تریستورها[1] به عنوان محرّک مورد استفاده قرار داد. علاوه بر این ممکن است وجود نوسان سیکل حدّی باعث ایجاد مشکلاتی دیگر شود. از آنجا که سیستم، بطور خودکار در حاشیهٔ دامنهٔ $A_m = ۲$ تنظیم خواهد شد، لازم است مشخصه‌های فرایند به گونه‌ای باشد که این اصل طراحی، خواص حلقه ـ بستهٔ مناسبی را نتیجه دهد. مسألهٔ کلیدی در طراحی SOAS، مصالحهٔ بین دامنهٔ سیکل حدی و سرعت پاسخ است. این مصالحه، تحت تأثیر انتخاب جبرانگر خطی $G_f(s)$ و دامنهٔ رله قرار می‌گیرد (با

1. Thyristor

www.powerjam.ir

شکل ۱۰ ـ ۷ مقایسه کنید). طراحی SOAS را می‌توان به روش زیر بیان کرد:

گام ۱ : ابتدا دامنهٔ رله به گونه‌ای تعیین می‌شود که اقتدار عمل کنترل مطلوب (نرخ تعقیب، نیرو، سرعت و غیره) حاصل شود. این دامنه را می‌توان از طریق تحلیل پاسخ فرایند به سیگنالهای کنترل ثابت، تخمین زد.

گام ۲ : وقتی که دامنهٔ رله مشخص شد، فرکانس مطلوب سیکل حدّی از شرط ذیل قابل تعیین است:

$$d \mid G_p (i \omega_u) \mid = e_0$$

که در آن e_0 دامنهٔ قابل تحمّل سیکل حدّی در سیگنال خطا و $G_p(s)$ تابع انتقال فرایند است. لازم است معقول بودن فرکانس به دست آمده بررسی شود. برای مثال ممکن است فرکانس ω_u به اندازه‌ای بزرگ شود که دینامیک فرایند نامطمئن شود.

گام ۳: گام نهایی، تعیین تابع انتقال G_f (جبرانگر خطّی) است، به گونه‌ای که داشته باشیم:

$$\arg G_f (i \omega_u) + \arg G_p (i \omega_u) = -\pi$$

ممکن است یک تقدم فاز بزرگ لازم باشد، امّا ممکن است چنین چیزی به دلیل حساسیت به نویز، تحقّق‌پذیر نباشد.

گام ۴ : امتحان کنید که سیستم خطی حلقه ـ بسته با بهرهٔ حلقهٔ $G_0 = K G_f G_p$ وقتی که بهره K برای داشتن حاشیهٔ دامنهٔ برابر با ۲ تنظیم می‌شود، به خوبی کار خواهد کرد. اگر این حالت برقرار نباشد، باید جبرانگر G_f، تصحیح شود.

توجه کنید که در گامهای ۱ و ۲ لازم است تخمینی از دامنهٔ تابع انتقال فرایند داشته باشیم. دانستن منحنی فازِ تابع انتقال فرایند در گام سوّم لازم است. همچنین توجه کنید که ممکن است انجام مصالحه‌ها در همهٔ گامها رضایت‌بخش نباشد. بنابراین لازم است حلقه‌هایی اضافی برای تغییر دادن بهره افزوده شود.

تغییر دهنده‌های بهره

می‌توان از حلقه‌های پسخور خارجی، که دامنهٔ رله را تنظیم می‌کنند، برای انجام مصالحه‌ای رضایت‌بخش بین نرخ تعقیب بالا و دامنهٔ سیکل حدّی کوچک استفاده کرد. می‌توان «منطق ـ بالا»[1] را که در اوّلین SOAS استفاده شد، به صورت

1. Up - Logic

www.powerjam.ir

ذیل توصیف کرد:

$$d = \begin{cases} d_1, & |e| > e_1 \\ d_2 + (d_1 - d_2)e^{-(t-t_0)/T}, & |e| < e_1 \end{cases}$$

t_0 آخرین زمانی است که $|e| < e_1$ می‌باشد. بنابراین دامنهٔ رله وقتی که خطا از حدّ e_1 تجاوز کند به مقدار d_1 افزایش می‌یابد. سپس هنگامی که خطا کمتر از e_1 شود دامنهٔ رله به یک سطح پایینتر (d_2) کاهش می‌یابد. این تغییر دهندهٔ بهره، دامنه رله و نرخ پاسخ را وقتی که سیگنالهای مرجع بزرگی به سیستم اعمال می‌شود، افزایش می‌دهد.

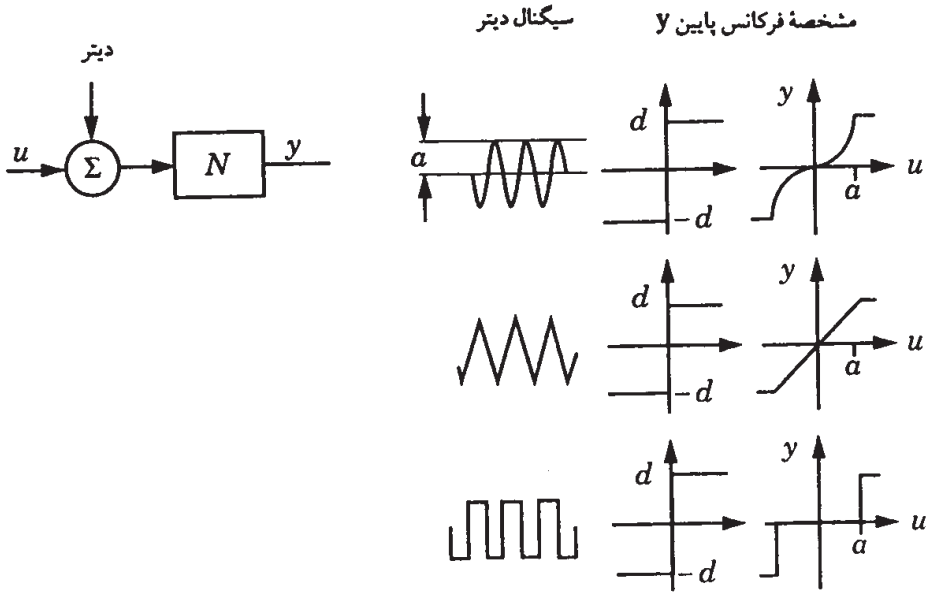
نوع دیگری از تغییر دهندهٔ بهره برای کنترل دامنهٔ سیکل حدّی استفاده شده است. در این نوع، توسط یک فیلتر میانگذر و یک یکسوکننده، دامنهٔ سیکل حدّی در خروجیِ فرایند، اندازه‌گیری می‌شود. سپس برای ثابت نگه‌داشتن دامنهٔ سیکل حدّی در خروجی فرایند، دامنهٔ رله، تنظیم می‌شود.

سیگنالهای دیتر[1]

در بعضی از کاربردها مطلوب است که از سیکل حدّی اجتناب شود. یکی از ایده‌های موفق در این مورد، قرار دادن یک بهرهٔ متغیر پس از رله است. بهره به گونه‌ای تنظیم می‌شود که سیکل حدّی از بین برود. در اولین کاربردها پیاده‌سازی عمل ضرب مشکل بود. یکی از ترفندهایی که برای پیاده‌سازی عمل ضرب استفاده می‌شد در شکل ۱۰ ـ ۱۰ نشان داده شده است؛ در این شکل، یک موج مثلثی با فرکانس بالا، قبل از رله به سیگنال اضافه می‌شود. با فیلتراژ پایین گذر، اثر میانگین سیگنال مثلثیِ اضافه شده، همان اثر ضرب در یک مقدار ثابت را داراست. این مقدار ثابت با عکس دامنهٔ موج مثلثی متناسب است. این موج مثلثی *سیگنال* دیتر نامیده می‌شود. استفاده از سیگنال دیتر، بیانگر این ایده است که می‌توان یک نوسان را به وسیلهٔ نوسان فرکانس بالای دیگری حذف کرد.

1. Dither Signal

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۱۰. اصول استفاده از یک سیگنال تحریک

مثال ۱۰ ـ ۳ SOAS با شبکهٔ پیش فاز و تغییر دهندهٔ بهره

کنترل رله‌ای مثال ۱۰ ـ ۲ خطایی با دامنهٔ تقریباً $e_0 = 0/03$ را نتیجه داد. فرض کنید می‌خواهیم با حفظ $d = 0/35$، دامنه را با ضریب ۳ کاهش دهیم. در نتیجه یک فرکانس نوسانی جدید ω'_u خواهیم داشت به گونه‌ای که:

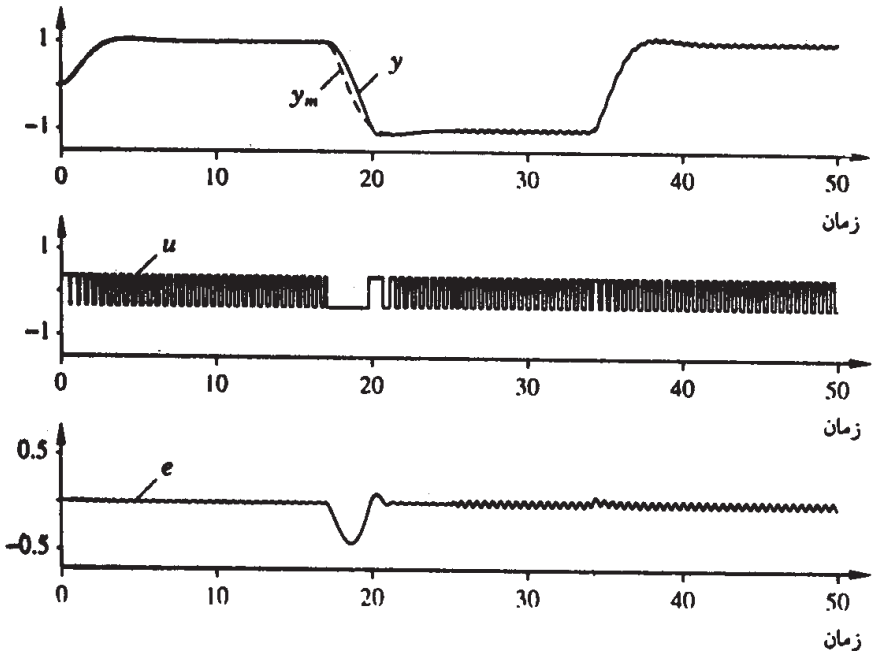
$$d \mid G(i\omega'_u) \mid = 0/01$$

یا $\omega'_u = 10$ rad/s. برای رسیدن به این فرکانس نوسان، یک شبکهٔ پیش‌فاز G_f اضافه می‌شود به طوری که:

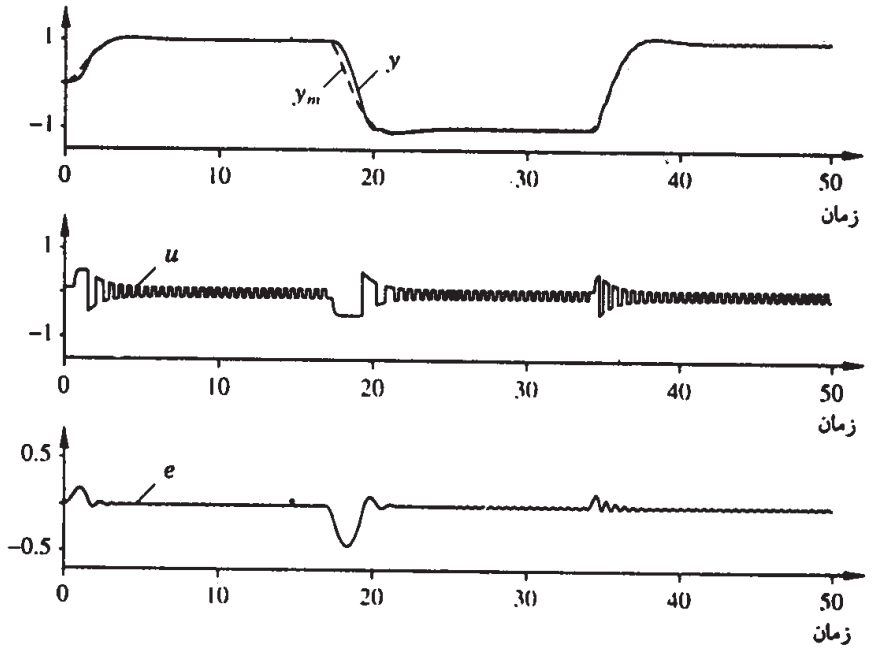
$$\arg G_f(i\omega_u) + \arg G_p(i\omega'_u) = -\pi$$

شکل ۱۰ ـ ۱۱ شبیه‌سازی سیستم مثال ۱۰ ـ ۲ را با شبکهٔ جبرانگر: $G_f(s) = 1/2\,\frac{s+5}{s+15}$ نشان می‌دهد. همانند شکل ۱۰ ـ ۹ بهره در $t = 25$ با ضریب ۵ افزایش می‌یابد. دیده می‌شود که شبکهٔ پیش فاز، دامنهٔ نوسان را با حفظ سرعت پاسخ، کاهش می‌دهد. برای افزایش سرعت پاسخ می‌توانیم از «منطق ـ بالا» برای بهره استفاده کنیم. شکل ۱۰ ـ ۱۲، نتیجهٔ شبیه‌سازی را با مقادیر $d_1 = 0/5$، $d_2 = 0/1$ و $e_1 = 0/1$ نشان می‌دهد. سیگنال خطا، کاهش می‌یابد، امّا هنوز یک نوسان وجود دارد. ممکن است رفتار سیستم حلقه ـ بسته به انتخاب پارامترها در تغییر دهندهٔ بهره حسّاس باشد. یک مقدار بیش از حد بزرگ d_1 باعث خواهد شد که خطا از e_0 بزرگتر شده،

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۱۱. شبیه‌سازی سیستم مثال ۱۰ ـ ۳ با استفاده از SOAS با یک شبکهٔ پیش‌فاز. خط‌چین پاسخ مطلوب y_m را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰ ـ ۱۲. شبیه‌سازی سیستم مثال ۱۰ ـ ۳ با استفاده از SOAS با یک شبکهٔ پیش‌فاز و تغییر دهندهٔ بهره. خط‌چین پاسخ مطلوب y_m را نشان می‌دهد.

هیچ کاهشی در d و در دامنهٔ خطا به وجود نیاید. با اضافه کردن یک سیگنال دیتر در ورودیِ فرایند، می‌توان نوسان را از میان برد.

www.powerjam.ir

مثالها نشان می‌دهند که چگونه می‌توان خواص SOAS را با استفاده از فیلترهای پیش‌فاز تغییر دهنده‌های بهره و سیگنالهای تحریک، تغییر داد.

سیستمهای تطبیقی با تحریک خارجی

با تزریق یک سیگنال سینوسی فرکانس بالا برای اندازه‌گیری بهرهٔ فرایند و تنظیم بهرهٔ کنترلگر، سیستمی به دست می‌آید که ارتباط نزدیکی با SOAS دارد. چنین سیستمی، سیستم *تطبیقی با تحریک خارجی*[1] (EEAS) نامیده می‌شود و نسبت به SOAS به طرّاح، آزادی عمل بیشتری را می‌دهد، زیرا فرکانس تحریک را می‌توان ساده‌تر انتخاب کرد. این سیستم برای عمل نگهداری شیارها[2] در ضبط صوتهای دیسکهای فشرده استفاده می‌شود. منبع اصلیِ تغییر پارامتر، تغییر بهره در سیستم دیود لیزری است.

خلاصه

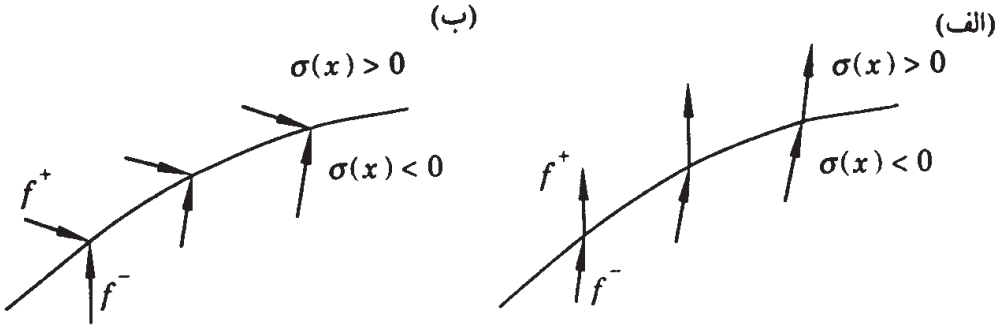
پیاده‌سازی SOAS پایه، ساده است و می‌تواند از عهدهٔ تغییرات بزرگ بهره در فرایند برآید. نتیجهٔ ۱۰ ـ ۱ نشان می‌دهد که SOAS، به طور خودکار خود را تنظیم می‌کند به گونه‌ای که حاشیهٔ دامنه برابر ۲ شود. امّا سیکل حدّی در SOAS، موضوعی قابل توجه است و ممکن است ایجاد مزاحمت کند. می‌توان با استفاده از شبکهٔ پیش فاز، تغییر دهندهٔ بهره و سیگنال دیتر، دامنهٔ نوسان را کاهش داد. EEAS، سیستمی مشابه است که در آن یک سیگنال با فرکانس بالا از خارج تزریق می‌شود.

۱۰ ـ ۴ سیستمهای ساختار متغیر

در قسمت ۱۰ ـ ۲ نشان داده شد که چگونه می‌توان با افزایش پیچیدگی کنترلگر به کنترلگرهای مقاوم ثابت دست یافت. استفاده از نوع خاصی از کنترل روشن ـ خاموش[3] که *سیستم ساختار متغیر* (VSS) نامیده می‌شود، راه دیگری برای به‌دست آوردن کنترل مقاوم است. ایدهٔ کلیدی، اِعمال کنترلی قوی در هنگام منحرف شدن سیستم از رفتار مطلوب است. نام «ساختار متغیر» به این حقیقت اشاره می‌کند که ساختار کنترلگر ممکن است تغییر کند.

1. Externally Excited Adaptive System 2. Track - Keeping 3. On - Off

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۱۳. مسیرهای معادلات (۱۰ ـ ۵) روی سطح سوییچینگ (الف) بدون مدلغزشی (ب) با مدلغزشی.

مُدهای لغزشی[1]

یک راه تغییر ساختار سیستم، استفاده از کنترلگرهای مختلف در بخشهای مختلف فضای حالت سیستم است. حالتی را در نظر بگیرید که در آن قانون کنترل بر روی سطح $\sigma(x) = 0$ سوییچ می‌کند. فرض کنید سیستم حلقه ـ بسته، با معادلهٔ ذیل توصیف شود:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} f^+(x) & \sigma(x) > 0 \\ \\ f^-(x) & \sigma(x) < 0 \end{cases} \qquad (۵ - ۱۰)$$

دو وضعیت ممکن است اتفاق بیافتد که برای حالت دو بُعدی در شکل ۱۰ ـ ۱۳ نشان داده شده است. در حالت (الف)، مسیرها از منحنی سوییچینگ عبور خواهد کرد و به سمت ناحیهٔ دیگر ادامه می‌یابد. لیکن دینامیکها در دو ناحیه، متفاوت است. در حالت (ب) میدانهای برداری، حالت را به سمت سطح $\sigma(x) = 0$ هدایت می‌کنند. روی سطح سوییچینگ، کنترل سریعاً از یک مقدار به مقدار دیگر تغییر خواهد کرد. این پدیده، وزوز[2] نامیده می‌شود. اثر ویژه این پدیده آن است که حالت، به سمت سطح $\sigma(x) = 0$ حرکت کرده، سپس در امتداد سطح، می‌لغزد. این حالت، مُد لغزشی نامیده می‌شود. این حرکت لغزشی بدین صورت قابل بیان است: فرض کنید f_n بیانگر تصویر f روی سطح عمود بر $\sigma(x) = 0$ باشد. عدد α را طوری در نظر بگیرید که داشته باشیم:

$$\alpha f_n^+ + (1 - \alpha) f_n^- = 0$$

در این صورت حرکت لغزشی با معادلهٔ زیر داده می‌شود:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha f^+ + (1 - \alpha) f^-$$

1. Sliding Modes 2. Chattering

www.powerjam.ir

این موضوع را آ. اف. فیلیپوف[1] رسماً در دهۀ ۱۹۶۰ میلادی نشان داد. گاهی قانون کنترلی که حرکت لغزشی را نتیجه دهد، قانون کنترل معادل نامیده می‌شود. اگر سوییچینگ، ایدئال نباشد، آنگاه مسیر روی سطح سوییچینگ به جلو و عقب حرکت خواهد کرد. این موضوع به عنوان مثال حالتی است که در سوییچینگ، پسماند وجود داشته باشد. لیکن میانگین حرکت در امتداد صفحۀ سوییچینگ خواهد بود.

پایداری و قوام

در سیستم ساختار متغیّر ما سعی می‌کنیم سطح سوییچینگ را به گونه‌ای پیدا کنیم که سیستم حلقه ـ بسته به طور مطلوب، رفتار کند. حال یک کنترلگر ساختار متغیر را پیاده‌سازی می‌کنیم. برای این منظور فرض می‌کنیم سیستم تحت کنترل، با معادلۀ غیر خطی زیر توصیف شود:

$$\frac{d^n y}{d t^n} = f_1\left(y, \frac{dy}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1} y}{d t^{n-1}}\right) + g_1\left(y, \frac{dy}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1} y}{d t^{n-1}}\right) u$$

با معرفی بردار حالت:

$$x = \left[\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} \quad \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} \dots \frac{dy}{dt} \quad y\right]^T \qquad (۶ ـ ۱۰)$$

می‌توان سیستم را به صورت ذیل نوشت:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} f_1(x) + g_1(x) u \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (۷ ـ ۱۰)$$

$$= f(x) + g(x) u$$

$$y = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] x$$

که در آن $f(x)$ و $g(x)$، بردار هستند. سیستم، غیر خطی است؛ امّا نسبت به سیگنال کنترل، مستوی است. علاوه بر این فرض می‌شود که همۀ حالتها قابل اندازه‌گیری هستند و بردار حالت دارای شکل خاص داده شده در معادلۀ (۱۰ ـ ۶) است. برای سادگی فرض می‌کنیم که هدف

1. A. F. Filippov

www.powerjam.ir

کنترل، پیدا کردن کنترلگر به گونه‌ای است که $x = 0$، یک پاسخ پایدار مجانبی باشد. مسألهٔ با سیگنالهای مرجع ثابت در مسألهٔ ۱۰ ـ ۱۴ در انتهای فصل در نظر گرفته می‌شود.

سه سؤال مهم وجود دارد که در مورد VSS باید پاسخ داده شود:

- آیا اگر مسیرها از هر نقطه‌ای شروع شوند، به خط سوییچینگ برخورد خواهند کرد؟
- آیا مُد لغزشی وجود دارد؟
- آیا مُد لغزشی پایدار است؟

در مراجع پاسخهایی ناتمام مربوط به این سؤالات در سیستم VSS وجود دارد. برای سیستم خاص معادلات (۱۰ ـ ۷) یافتن کنترلگری که مُد لغزشی را پایدار کند، ساده است.

فرض کنید سطح سوییچینگ به صورت زیر باشد:

$$\sigma(x) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n = p^T x = 0 \qquad (۱۰ ـ ۸)$$

با استفاده از تعریف بردار حالت در می‌یابیم که:

$$\sigma(x) = p_1 y^{(n-1)} + p_2 y^{(n-2)} + \ldots + p_n y = 0$$

رفتار دینامیکی روی سطح لغزشی را می‌توان با انتخاب مناسب اعداد p_i مشخص کرد. این حرکت با یک معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ $n-1$ تعیین می‌شود که اگر همهٔ ریشه‌های چند جمله‌ای زیر در نیم صفحهٔ سمت چپ واقع باشد، این حرکت پایدار خواهد بود.

$$P(s) = p_1 s^{n-1} + p_2 s^{n-2} + \ldots + p_n \qquad (۱۰ ـ ۹)$$

برای تعیین قانون کنترلی که سیستم را روی $\sigma(x) = 0$ نگاه دارد، تابع لیاپانف $V(x) = \sigma^2(x)/2$ را معرّفی می‌کنیم. مشتق زمانی V به صورت زیر است:

$$\frac{dV}{dt} = \sigma(x)\dot{\sigma}(x) = x^T p\, p^T \dot{x}$$

$$= x^T p\,(p^T f(x) + p^T g(x)\, u(t))$$

قانون کنترل زیر را انتخاب کنید:

$$u(t) = -\frac{p^T f}{p^T g} - \frac{\mu}{p^T g}\,\text{sign}\,(\sigma(x)) \qquad (۱۰ ـ ۱۰)$$

در این صورت:

$$\frac{dV}{dt} = -\mu\,\sigma(x)\,\text{sign}\,(\sigma(x)) \qquad (۱۰ ـ ۱۱)$$

www.powerjam.ir

که معیّن منفی است. این، نتیجه می‌دهد که $\sigma(x) = 0$ پایدار مجانبی است. توجه کنید که هنگام عبور از سطح سوییچینگ، یک ناپیوستگی در سیگنال کنترل وجود دارد.

فرض کنید مقادیر اولیهٔ سیستم به‌گونه‌ای باشد که $\sigma(x) = \sigma_0 > 0$ و همچنین فرض کنید t_σ اولین زمانی باشد که سطح سوییچینگ به آن می‌رسد. از معادلهٔ (۱۰ ـ ۱۱) داریم:

$$\dot{\sigma}(x) = -\mu$$

با انتگرالگیری از این معادله از ۰ تا t_σ خواهیم داشت:

$$0 - \sigma_0 = -\mu(t_\sigma - 0)$$

و در نتیجه $t_\sigma = \sigma_0 / \mu$ می‌باشد. استفاده از همین روش برای $\sigma_0 < 0$ نشان می‌دهد که $t_\sigma = |\sigma_0| / \mu$. بنابراین با قانون کنترل معادلهٔ (۱۰ ـ ۱۰)، حالت در زمانی محدود به سطح سوییچینگ خواهد رسید. زیر فضای $\sigma(x) = 0$، پایدار مجانبی است و حالت، به محض رسیدن به سطح سوییچینگ روی آن خواهد ماند. حرکت در امتداد این سطح با معادلهٔ (۱۰ ـ ۹) تعیین می‌شود.

اگر μ به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، عدم قطعیتهای f و g قابل اداره هستند. فرض کنید طراحی قانون کنترل براساس مقادیر تخمین $\hat{f}$ و $\hat{g}$ به جای مقادیر واقعی آنها انجام شده باشد. آنگاه داریم:

$$\frac{dV}{dt} = \sigma\left(\frac{p^T(f\hat{g}^T - \hat{f}g^T)p}{p^T\hat{g}} - \mu\frac{p^Tg}{p^T\hat{g}}\,\mathrm{sign}(\sigma)\right)$$

اگر μ به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، در صورتی که $p^T\hat{g}$ و p^Tg همعلامت باشند، سمت راست معادله، منفی خواهد بود. بنابراین سیستم نسبت به عدم قطعیتهای مدل فرایند، غیرحساس خواهد بود.

یک راه طراحی سیستمهای ساختار متغیر آن است که ابتدا سیستم را به شکل معادلات (۱۰ ـ ۷) تبدیل کرد. این کار برای سیستمهای خطی کنترل‌پذیری که صفر ندارند و بعضی از دسته‌های سیستمهای غیر خطی، امکان‌پذیر است. آنگاه یک سطح سوییچینگ پایدار برحسب متغیرهای تبدیل یافته، تعیین می‌شود. سپس سیستم و معیار سوییچینگ را می‌توان دوباره به متغیرهای حالتِ اصلی تبدیل کرد. لیکن توجه کنید که لازم است همهٔ حالتها اندازه‌گیری شوند.

قوانین کنترل هموار

قانون کنترل (۱۰ ـ ۱۰) دارای این عیب است که رله آن وزوز دارد. یک راه اجتناب از این موضوع، هموارتر کردن مشخصه‌های رله‌ای است. برای این کار لایه‌ای مرزی[1] حول سطح

1. Boundary Layer

www.powerjam.ir

سوییچینگ در نظر می‌گیریم:

$$B(t) = \{x(t) \mid |\sigma(x(t))| \leqslant \varepsilon\} \qquad \varepsilon \geqslant 0$$

پارامتر ε را می‌توان به عنوان اندازه ضخامت لایهٔ مرزی تعبیر کرد. حال تابع علامت (۱۰ ـ ۱۰) با تابع اشباع ذیل جایگزین می‌شود:

$$\text{sat}(\sigma, \varepsilon) = \begin{cases} 1 & \sigma > \varepsilon \\ \sigma/\varepsilon & -\varepsilon \leqslant \sigma \leqslant \varepsilon \\ -1 & \sigma < -\varepsilon \end{cases}$$

در این صورت قانون کنترل به صورت زیر در می‌آید:

$$u(t) = \frac{p^T f}{p^T g} - \frac{\mu}{p^T g}\,\text{sat}\,(\sigma(x), \varepsilon) \qquad (۱۲ ـ ۱۰)$$

پهنای لایهٔ مرزی بر عملکرد تعقیب و پهنای باند سیستم حلقه ـ بسته تأثیر خواهد گذاشت.

مثال ۱۰ ـ ۴ VSS مرتبه دوم

سیستم ناپایدار زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u = Ax + Bu$$

$$y = [0 \quad 1]\, x$$

که دارای تابع انتقال زیر است:

$$G(s) = \frac{1}{s(s-1)}$$

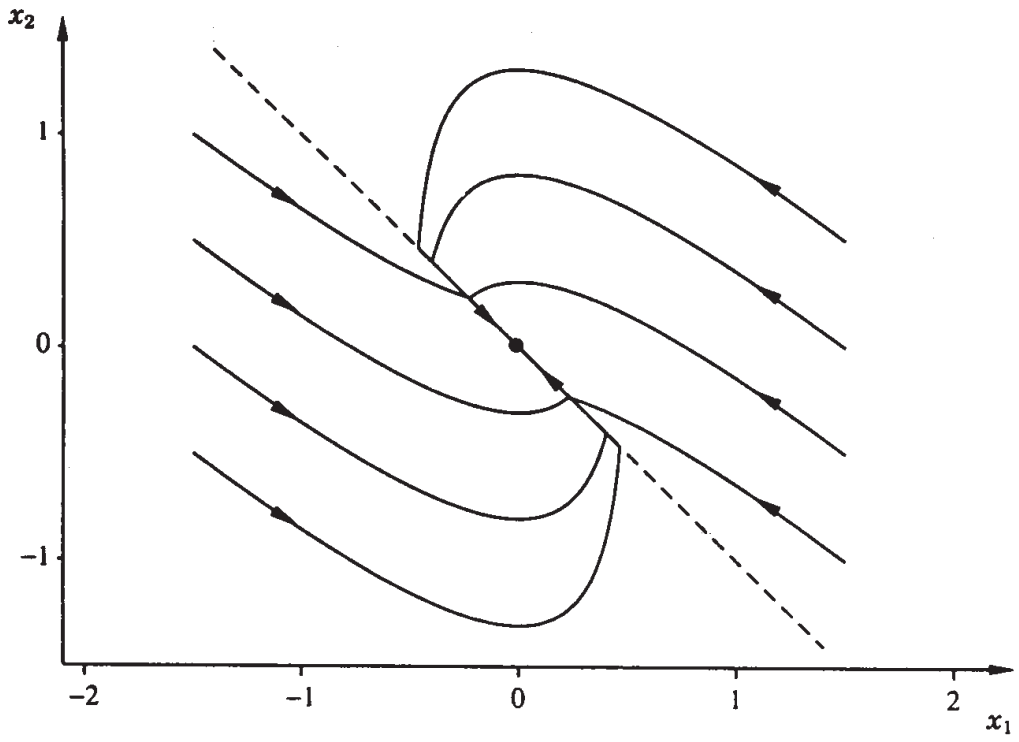
برای طراحی یک کنترلگر ساختار متغیّر، دینامیک حلقه ـ بسته را با انتخاب خط سوییچینگ زیر تعیین می‌کنیم:

$$\sigma(x) = p_1 x_1 + p_2 x_2 = x_1 + x_2$$

در امتداد خط لغزش $\sigma = 0$ داریم:

$$\sigma(x) = x_1 + x_2 = \frac{dy}{dt} + y = 0$$

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۱۴. مسیر فاز سیستم مثال ۱۰ ـ ۴؛ خط چین، $\sigma(x) = 0$ را نشان می‌دهد.

از آنجاکه سیستم به شکل کنترل‌پذیر است، در مد لغزشی، رفتار حلقه ـ بسته از رفتار پارامترهای سیستم مستقل است. حال کنترلگر مُد لغزشی (۱۰ ـ ۱۰) به صورت زیر است:

$$u(t) = -\frac{p^T Ax}{p^T B} - \mu \text{ sign } (\sigma(x))$$

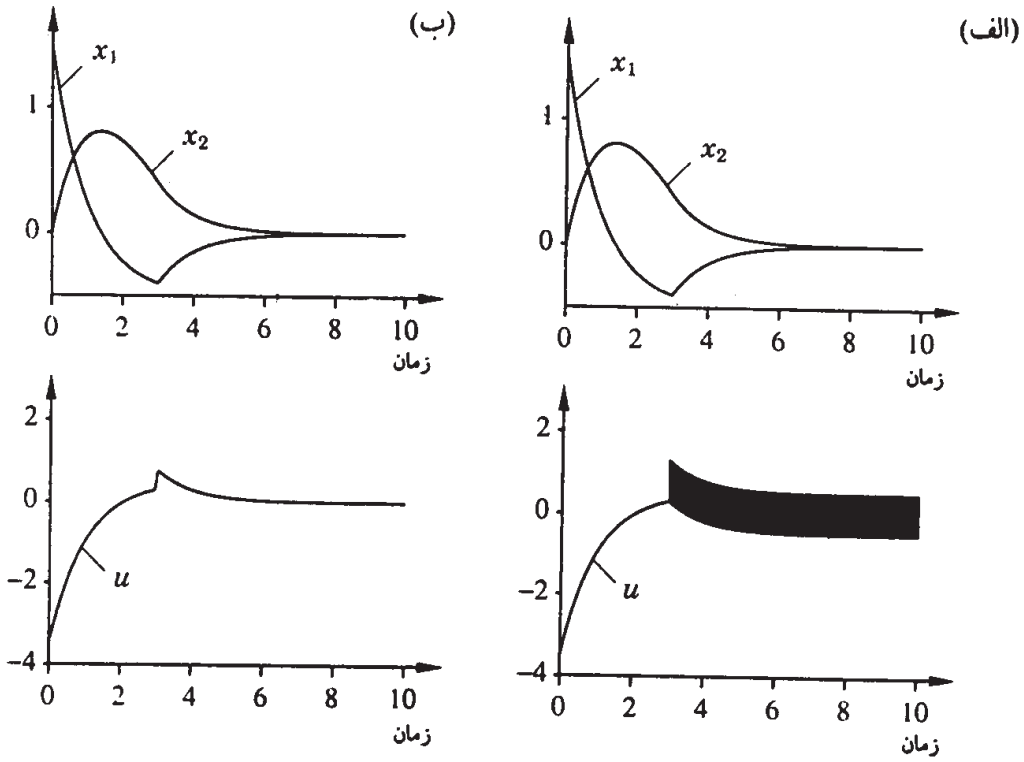
$$= -[2 \quad 0]\, x(t) - \mu \text{ sign } (\sigma(x))$$

صفحهٔ فاز سیستم در حالت $\mu = 0/5$، در شکل ۱۰ ـ ۱۴ و ورودی و خروجی برای یک مقدار اولیه در شکل ۱۰ ـ ۱۵ (الف) نشان داده شده است. مسیرها به خط سوییچینگ $\sigma = 0$ برخورد کرده، روی آن می‌مانند. این، نتیجه می‌دهد که سیگنال کنترل وزوز خواهد داشت. با استفاده از قانون کنترل (۱۰ ـ ۱۲) داریم:

$$u(t) = -[2 \quad 0]\, x(t) - \mu \text{ sat } (\sigma(x), \varepsilon)$$

با $\varepsilon = 0/01$ رفتار نشان داده شده در شکل ۱۰ ـ ۱۵ (ب) به دست می‌آید. در این حالت، سیگنال کنترل هموار، امّا اختلاف مسیرهای حالت، قابل اغماض است.

www.powerjam.ir



شکل ۱۰ ـ ۱۵. حالتها و خروجی به صورت تابعی از زمان در مثال ۱۰ ـ ۱۴. شرایط اولیه برابر با $x_1(0) = 1/5$ و $x_2(0) = 0$ است. کنترلگرها عبارتند از: (الف) معادلهٔ (۱۰ ـ ۱۰) با $\mu = 0/5$؛ (ب)؛ معادلهٔ (۱۰ ـ ۱۲) با $\mu = 0/5$ و $\varepsilon = 0/01$

خلاصه

سیستمهای ساختار متغیر به سیستمهای تطبیقی خودنوسانی (SOAS) مربوطند. در سیستمهای ساختار متغیر، به منظور رسیدن به عدم حساسیت نسبت به تغییرات پارامتر، می‌خواهیم به یک مُد لغزشی دست یابیم. سیگنال کنترلِ سیستمهای ساختار متغیر در مُد لغزشی وزوز خواهد داشت. با هموار کردن مشخصه‌های رله‌ای می‌توان از وزوز اجتناب کرد. دامنهٔ سیگنال کنترل به وسیلهٔ اندازه متغیرهای حالت یا خطا تعیین می‌شود. با این تصحیح، سیستم ساختار متغیر را می‌توان به عنوان یک SOAS در نظر گرفت که در آن دامنهٔ رله به حالتها وابسته است. شرط سوییچ شدن در SOAS، تابعی خطّی از خطاست، در حالی که در سیستمهای ساختار متغیّر تابعی غیر خطّی از حالتهاست.

نظریهٔ VSS را می‌توان به کنترلگرهایی بسط داد که در آنها پسخور از متغیرهای حالت کاهش یافته گرفته می‌شود. لیکن شرایط، پیچیده‌تر از آنچه در این فصل تشریح شد، خواهند بود و شروط مقیّد کنندهٔ بیشتری برای انتخاب صفحهٔ سوییچینگ وجود خواهد داشت. از آنجا که شرایط وجود مُد لغزشی به فرایند و صفحهٔ سوییچینگ وابسته است، سعی شده با تطبیق کردن

www.powerjam.ir

$\sigma(x)$، سیستمهای ساختار متغیّر تطبیقی ساخته شود.

یکی از اشکالهای عمدهٔ سیستمهای ساختار متغیّر، مسألهٔ انتخاب صفحهٔ سوییچینگ است. همچنین در این سیستمها به اندازه‌گیری همهٔ متغیرهای حالت نیاز است. عیب دیگر این سیستمها وجود وزوز در سیگنال کنترل در مُد لغزشی است.

۱۰ ـ ۵ نتایج

کنترل بهرهٔ زیاد مقاوم می‌تواند برای سیستمهای با تغییرات ساختاری پارامترها، که در آن محدودهٔ تغییرات معلوم است، مؤثّر باشد. اگر کران پارامترها، دارای عدم قطعیت باشد، روشهای طراحیِ بهرهٔ زیاد، به یک طراحی پیچیده و محافظه‌کارانه می‌انجامد. پسخور رله‌ای یک شکل حدّی سیستمهای با بهرهٔ زیاد است. در این فصل روشهای مختلف استفاده از پسخور رله‌ای برای به‌دست آوردن سیستمهای غیرحساس به تغییرات پارامتر را توصیف کردیم. سیستمهای تطبیقی خود نوسانی و سیستمهای ساختار متغیر، دو کاربرد این ایده هستند. می‌توان سیستمهای SOAS را به گونه‌ای طرّاحی کرد که به خوبی کار کنند، امّا برای این کار به تلاش مهندسی و برخی اطلاعات دربارهٔ فرایند، برای رسیدن به عملکرد مطلوب سیستم حلقه ـ بسته، نیاز است. این اشکالها، باعث ایجاد عدم علاقه به سیستمهای SOAS شده است. لیکن ایده‌ای که پشت SOAS وجود دارد، در خصوص تنظیم خودکار کنترلگرهای ساده (که در فصل هشتم توضیح داده شد)، مفید واقع شده است.

مسائل

۱۰ ـ ۱ تعیین کنید که آیا می‌توان فرایندهای ذیل را با شرط $a \in [-۱, ۱]$، به کمک یک جبرانگر خطّی با پارامتر ثابت پایدار کرد یا خیر؟

الف) a/s؛ ب) $۱/(s + a)$؛ ج) $۱/(۱ + as)$؛ د) $a/(۱ + s)$؛ ه) $a/(۱ - s)$.

۱۰ ـ ۲ فرایند زیر را در نظر بگیرید:

$$G_p(s) = e^{-sT} \qquad T \in [۰, ۱]$$

الف) نشان دهید که این فرایند را می‌توان به کمک کنترلگری که دارای ساختاری به شکل نمودار ۱۰ ـ ۱ با مقادیر زیر است، کنترل کرد:

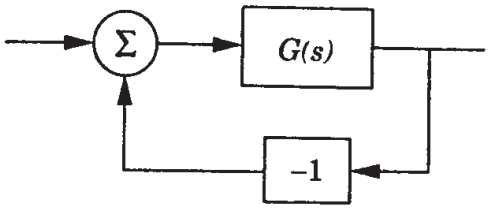
$$G_{fb}(s) = \frac{۰/۶(۱ + \frac{s}{۱/۳})}{s(۱ + \frac{s}{۲})}$$

www.powerjam.ir

$$G_{ff}(s) = \frac{1 + s}{1 + s/3}$$

ب) رفتار سیستم را برای تغییرات سیگنال فرمان و اغتشاش پله‌ای در خروجی شبیه‌سازی کنید.
ج) توضیح دهید که چگونه می‌توان براساس روش جایابی قطب، یک رگولاتور خود تنظیم برای فرایند طرّاحی کرد.

۱۰ ـ ۳ سیستم خطی حلقه ـ بستهٔ شکل ۱۰ ـ ۱۶ را با $G(s)$ مثال ۱۰ ـ ۲ با $\alpha = 20$ در نظر بگیرید بهرهٔ K را چنان تعیین کنید که حاشیهٔ دامنه برابر با $A_m = 2$ شود. سیستم را شبیه‌سازی کرده، پاسخ پلهٔ آن را تعیین کنید. نتیجهٔ حاصل را با پاسخ پلهٔ SOAS متناظر در مثال ۱۰ ـ ۲ مقایسه کنید.



شکل ۱۰ ـ ۱۶. سیستم مسألهٔ ۱۰ ـ ۳

۱۰ ـ ۴ دستگاهی خطّی را با تابع انتقال زیر در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{k}{s(s + 1)^2}$$

که بهرهٔ k می‌تواند در بازهٔ $0/1 \leqslant k \leqslant 10$ تغییر کند. دامنهٔ رلهٔ d و یک شبکهٔ پیش فاز مناسب به گونه‌ای تعیین کنید که دامنهٔ سیکل حدّی در خروجی فرایند کمتر از ۰/۰۵ باشد و زمان صعود به یک پلهٔ واحد هرگز کوچکتر از ۰/۵ نباشد. طرّاحی حاصل را شبیه‌سازی کرده، درستی نتایج را تحقیق کنید.

۱۰ ـ ۵ سیستم مثال ۱۰ ـ ۲ را در نظر گرفته، آن را با یک تغییر دهندهٔ بهره از نوع «منطق ـ بالا» آزمایش کنید. بررسی کنید که چگونه سیگنال دیتر بر عملکرد سیستم حلقه ـ بسته تأثیر می‌گذارد.

۱۰ ـ ۶ سیستم مسألهٔ ۱۰ ـ ۴ را در نظر بگیرید. یک تغییر دهندهٔ بهره به گونه‌ای طرّاحی کنید که دامنهٔ سیکل حدّی را برای همهٔ محدودهٔ عملکرد، به ۰/۰۱ برساند.

www.powerjam.ir

۱۰ ـ ۷ سیستمی را با تابع انتقال زیر در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{k}{s + ۱}$$

که در آن بهرهٔ k می‌تواند در بازهٔ ۰/۱ تا ۱۰ تغییر کند. با استفاده از اصل SOAS یک سروُ طرّاحی کنید که تابع انتقال حلقه ـ بسته به صورت $G(s) = \frac{۱}{s^۲ + s + ۱}$ و مستقل از بهرهٔ فرایند باشد.

۱۰ ـ ۸ سیستم مثال ۱۰ ـ ۴ را در نظر گرفته، فرض کنید که از کنترلگر (۱۰ ـ ۱۰)، با $\mu = ۰/۵$ استفاده شده باشد، ضمناً فرض کنید فرایند به گونه‌ای تغییر داده شود که داشته باشیم:

$$\frac{d x_۱}{dt} = a x_۱ + bu$$

مقادیر a و b را به گونه‌ای تعیین کنید که سیستم حلقه ـ بسته هنوز پایدار مجانبی باشد.

۱۰ ـ ۹ فرض کنید سیستم تک ورودی ـ تک خروجیِ مرتبهٔ nام:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$

به شکل همراه[1] و قانون کنترل به صورت زیر باشد:

$$u = -\sum_{i=۱}^{n} (l_i x_i - \mu \text{ sign } (\sigma(x))$$

شروط لازم و کافی برای وجود یک مُد لغزشی را به دست آورید چه موقع مُد لغزشی پایدار خواهد بود؟

۱۰ ـ ۱۰ فرایند مسألهٔ ۱ ـ ۹ را در نظر گرفته، یک کنترلگر مقاوم برای آن طرّاحی و خاصیت ردّ اغتشاش را در سیستم حلقه ـ بسته بررسی کنید.

۱۰ ـ ۱۱ فرایند مسألهٔ ۱ ـ ۱۰ را در نظر گرفته، یک کنترلگر مقاوم برای آن طرّاحی و خاصیت ردّ اغتشاش را در سیستم حلقه ـ بسته بررسی کنید

1. Companion

www.powerjam.ir

۱۰ ـ ۱۲ یک SOAS برای سیستم مسألهٔ ۱ ـ ۹ طرّاحی کرده، خواص آن را بررسی کنید.

۱۰ ـ ۱۳ یک SOAS برای سیستم مسألهٔ ۱ ـ ۱۰ طراحی کرده، خواص آن را بررسی کنید.

۱۰ ـ ۱۴ فرایند مربوط به معادلات (۱۰ ـ ۷) را در نظر بگیرید. فرض کنید مقدار مرجع، مقدار ثابت y_r باشد، در این صورت حالت مطلوب به شکل زیر است:

$$x_d = [0 \ldots 0 \ y_r]$$

کنترلگری را چنان تعیین کنید که $x = x_d$ یک پاسخ پایدار مجانبی باشد. (*راهنمایی:* خطای حالت $\tilde{x} = x - x_d$ را در نظر گرفته، از تابع لیاپانف $V(\tilde{x}) = \sigma^2(\tilde{x})/2$ استفاده کنید).

مراجع

طراحی بهره زیاد مقاوم ارتباط نزدیکی با نظریات تقویت کننده‌های پسخور دارد. مرجع زیر را ببینید:

Bode, H. W., 1945. *Network Analysis and Feedback Amplifier Design.* New York: Van Nostrand.

روش طرّاحی مقاوم پایه برای سیستمهای تک ورودی ـ تک خروجی در حوزهٔ فرکانسی در مراجع زیر آمده:

Horowitz, I. M., and M. Sidi, 1972. "Synthesis of feedback systems with large plant ignorance for prescribed time-domian tolerances."*Int. J. Control* **16:** 287-309.

Horowitz, I. M., 1973. "Optimum loop transfer function in single-loop minimum-phase feedback systems." *Int. J. Control* **18:** 97-113.

Horowitz, I. M., and U. Shaked, 1975. "Superioity of transfer function over state-variable methods in Linear time-invariant feedback system design." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-20:** 84-97.

Horowitz, I. M., and M. Sidi, 1978. "Optimum Synthesis for non-minimum phase feedback systems with plant uncertainty." *Int. J. Control* **27:** 361-386.

www.powerjam.ir

آخرین مقالهٔ فوق، ملاکی را برای مشخص کردن اینکه آیا مجموعهٔ مشخصه‌های عملکرد داده شده، قابل دسترسی است یا خیر مطرح می‌کند و در صورتی که پاسخ مثبت باشد، روشی ترکیبی برای استخراج طراحی بهینه ارائه می‌کند که در آن پهنای باند انتقال، به طور مؤثر کمینه شود. نظریهٔ QFT در مرجع زیر خلاصه شده است:

Horowitz, I. M., 1993. Quantitative Feedback Design Theory (QFT), Vol1. Boulder, Colo.: QFT Publications.

طرّاحی مقاوم فرایندهای دارای عدم قطعیّت بی‌ساختار در مراجع زیر مطرح شده:

Doyle, J. C., and G. Stein 1981. "Multivarible feedback design: Concepts for a classical / modern synthesis." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-26:** 4-16.

Morari, M., and J. C. Doyle, 1986. "A unifying framework for control system design under uncertainty and its implications for chemical process control."*In Chemical Process Control: CPCIII,* eds. M. Morari and T. McAvoy, Proceedings of the 3rd International Conference on Chemical Process Control. New York: Elsevier.

تحقیقات بر روی سیستمهای رله‌ای در دههٔ ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ بسیار فعّال بود. یکی از مراجع معتبر از یک نویسندهٔ کلیدی در این زمینه، مرجع زیر است:

Tsypkin, Y. Z., 1984. *Relay Control Systems. Cambridge,* U. K.: Cambridge University Press.

روش تعادل هماهنگ و تابع توصیفی بطور جامع در مرجع زیر مطرح شده:

Gelb, A., and W. E. Vander Velde, 1968. *Multiple-Input Desribing Functions and Nonlinear System Design*, pp. 18, 273, 308, 317, and 588. New York: McGraw-Hill.

این کتاب شامل کاربردهای سیستمهای SOAS نیز می‌باشد. پیشزمینه سیستمهای SOAS و اطلاعات بیشتر در مورد قواعد طراحی آن، در مراجع زیر آمده است:

Horowitz, I. M., 1964. "Comparison of linear feedback systems with self-oscillating adaptive systems." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-9:** 386-392.

Lozier, J. C., 1950. "Carrier-controlled relay servos." *Elec. Eng.* **69:** 1052-1056.

Schuck, O. H., 1959. "Honeywell's history and philosophy in the adaptive control field."In *Proc. Self Adaptive Flight Control Sysmposium,* ed. P. C.

www.powerjam.ir

Gregory. Wright Patterson AFB, Ohio: Wright Air Development Center.

Horowitz, I. M., J. W. Smay, and A. Shapiro, 1974. "A Synthesis Theory for Self-Oscillating Adaptive Systems (SOAS)." *Automatica* **10:** 381-392.

نسخهٔ تصحیح شده SOAS به‌طور وسیع در آزمایش پرواز سفینهٔ راکت X15 بکار رفت. تجربیات این آزمایش در مرجع زیر خلاصه شده:

Thompson, M. O., and J. R. Welsh, 1970. "Flight test experience with adaptive control systems." *Proc. Agard Conf. on Advanced Control Systems Concepts, Vol. 58,* pp. 141-147. Agard, Neuilly-sur-Seine, France.

شروط عمومی پایداری سیکل حدّی در سیستمهای رله‌ای هنوز نامعلوم است. در مرجع زیر، راهنماییهایی در مورد شروط پایداری مطرح شده است:

Åström, K. J., and T. Hägglund, 1984. "Automatic tuning of simple regulators." *Proceedings ot the IFAC 9th World Congress.* Vol.. 3, pp. 267-272. Budapest.

نتایج بیشتر در مورد نوسانهای رله‌ای در مراجع زیر آمده:

Atherton, D. P., 1975. *Nonlinear Control Engineering: Describing Function Analysis and Design.* London: Van Nostrand Reinhold.

Atherton, D. P., 1982. "Limit cycles in relay systems." *Electronics Letters* 1(21).

Gille, J. C., M. J. Pelegrin, and P. Decaulne, 1959. *Feedback Control Systems.* New York: McGraw-Hill.

Amsle. B. E., and R. E. Gorozdos, 1959. "On the analysis of bi-stable control systems." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-4:** 46-58.

یک روش طرّاحی سیستمهای تطبیقی با تحریک خارجی (EEAS) در مرجع زیر آمده:

Horowitz, I. M., J. W. Smay, and A. Shapiro, 1957. "A synthesis theory for the externally excited adaptive system (EEAS)." *IEEE Trans. Automat. Control.* **AC-2:** 101-107.

سیستمهای ساختار متغییر در مراجع زیر مطرح شده:

Emelyanov, S. V., 1967. *Variable Structure Control Systems.* Munich: Oldenburger Verlag.

www.powerjam.ir

Itkis, U., 1976. *Control Systems of Variable Structure.* New York; Halsted Press, Wiley.

Utkin, V. I., 1977. "Variable structure systems with sliding modes." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-22:** 212-222.

Slotine, J.-J. E., and W. Li, 1991. Applied Nonliner Control. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

شروط کافی وجود مُد لغزشی، در مرجع زیر بیان شده:

Gough, N. E., Z. M. Ismail, and R. E. King, 1984. "Analysis of variable structure systems with sliding modes." *Int. J. Systems Sci.* **15**(4): 401-409.

سیستمهای تطبیقی ساختار متغیّر در مراجع زیر بررسی شده است:

Zinober, A. S. I., 1981. "Adaptive variable structure systems."In *Proceedings of the Third IMA Conference on Control Theory,* eds. Marshall, J. E., W. D. Collins, C. J. Harris, and D. H. Owens. London: Academic Press.

Young, K.-K. D., 1978. "Design of variable structure model-following control systems." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-23:** 1079-1085.

مرور و ارائه کاربردهای صنعتی متعدّدی از سیستمهای ساختار متغیر در مقالهٔ زیر آمده:

Utkin, V. I., 1987. "Discontinuous control systems: State of the art in theory and applications." *Priptrints of the IFAC 10th Wolrld Congress.* Vol. 1, pp. 75-94, Munich.

www.powerjam.ir

فصل یازدهم

مباحث عملی و پیاده‌سازی

۱۱ ـ ۱ مقدّمه

فصلهای پیشین اصولاً به توسعهٔ الگوریتمها و تحلیل سیستمهای تطبیقی اختصاص داشت. در این فصل در مورد پیاده‌سازی عملی کنترلگرهای تطبیقی توضیح می‌دهیم. ارائه این مبحث با ملاحظات نظری هدایت خواهد شد، اما از آنجا که این مباحث کاملاً پیچیده‌اند، نظریه‌ها فقط قادر به پوشاندن بخشی از مسائل هستند. بنابراین مباحث متعددی به روش خاص حل شده، به وسیلهٔ آزمایشها و شبیه‌سازیهای وسیع تصدیق می‌گردد.

از آنجا که یک کنترلگر دیجیتال معمولی، جزئی لازم از کنترلگر تطبیقی است، کسب مهارت در پیاده‌سازی کنترلگرهای متداول، ضروری است. بعضی از جنبه‌های این موضوع در قسمت ۱۱ ـ ۲ آورده شده است. توضیحات این قسمت شامل: تأخیر محاسباتی، نمونه‌برداری، پیش فیلتراژ و پس فیلتراژ و اختتام انتگرالگیر است. طراحی خودکار کنترلگر نیز بخش مهم دیگری از کنترلگر تطبیقی است. در این کتاب، ما اغلب از روشهای طراحی ساده براساس جایابی قطب استفاده کرده‌ایم. در قسمت ۱۱ ـ ۳ توضیح می‌دهیم که چگونه می‌توان این روش را به طرق مختلف برای همراهی مشخصات پیچیده‌تر و مقاوم‌تر کردن آن، اصلاح کرد. این روشِ طراحی، نیازمندِ حل معادلهٔ دیوفانتین است. در قسمت ۱۱ ـ ۴ روشهای عددی کارا برای این کار توضیح داده می‌شود.

تخمین پارامتر، بخش مهم دیگری از کنترلگر تطبیقی است. پیاده‌سازی تخمینگر در قسمت ۱۱ ـ ۵ مطرح می‌شود. این، شامل انتخاب ساختار مدل، فیلترهای داده‌ها و تحریک است. توانایی یک کنترلگر تطبیقی در تعقیب پارامترهای متغیر با زمان، مسألهٔ مهمی است. راههای متعددی برای انجام این کار وجود دارد که ما دو روش فراموشی نمایی و بازنشانی کواریانس را

www.powerjam.ir

به طور مفصل توضیح خواهیم داد و نشان می‌دهیم که ترکیب فراموشی نمایی با تحریک ضعیف می‌تواند سبب به وجود آمدن اثر نامطلوبی به نام اختتام کواریانس شود. این پدیده به طور کامل همراه با روشهای متعدد اجتناب از آن توضیح داده می‌شود. روشهای مورد بحث شامل الگوریتمهای ردّ ثابت، فراموشی جهت‌دار و نشتی‌اند. در قسمت ۱۱ ـ ۵ نیز شیوه‌ای برای کاهش حساسیت تخمینگر به اغتشاشات ارائه می‌شود. داشتن روشهای کارای عددی در تخمین بازگشتی، مهم است. الگوریتمهای جذری که از نظر عددی بسیار بهتر از الگوریتمهای متداول هستند، در قسمت ۱۱ ـ ۶ توضیح داده می‌شود.

در قسمت ۱۱ ـ ۷ در مورد تداخل بین تخمین و کنترل صحبت خواهیم کرد. نشان می‌دهیم که اگر فرمان انتگرالی به طور مقتضی پیاده‌سازی نشود، مشکلاتی به وجود می‌آید. همچنین نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان معیار کنترل و تخمین را با انتخاب مناسب فیلتر داده‌ها و شرایط آزمایشی، سازگار کرد.

چند الگوریتم نمونه در قمت ۱۱ ـ ۸ ارائه می‌شود. برای پیاده‌سازی موفق یک سیستم کنترل، لازم است به تمام حالاتی که ممکن است در عمل اتفاق بیفتد، توجه شود. کنترلگرهای متداول، نوعاً دارای دو مُد عملیاتی هستند: دستی و خودکار. کنترلگرهای تطبیقی مُدهای بیشتری دارند. این موضوع به اختصار، در قسمت ۱۱ ـ ۹ توضیح داده می‌شود که شامل آغاز، پایان و سوییچینگ بین مُدهای مختلف است. نظارت بر الگوریتمهای تطبیقی نیز در این قسمت بیان خواهد شد.

۱۱ ـ ۲ پیاده‌سازی کنترلگر

کنترلگر معمولی بخش مهمی از کنترلگر تطبیقی را تشکیل می‌دهد. (با نمودار بلوکی شکل ۱ ـ ۱ مقایسه کنید) و البته مهم است که کنترلگر به روش مناسبی پیاده‌سازی شود. پیاده‌سازی کنترلگرهای دیجیتال در کتابهای کنترل دیجیتال آمده است. برخی از جنبه‌های آن در این قسمت خلاصه می‌شود.

تأخیر محاسباتی[1]

از آنجا که تبدیلات آنالوگ به دیجیتال (A - D) و دیجیتال به آنالوگ (D - A) و محاسبات، زمان برند، همواره تأخیری بین اندازه‌گیری و زمانی که سیگنال کنترل به فرایند اعمال می‌شود،

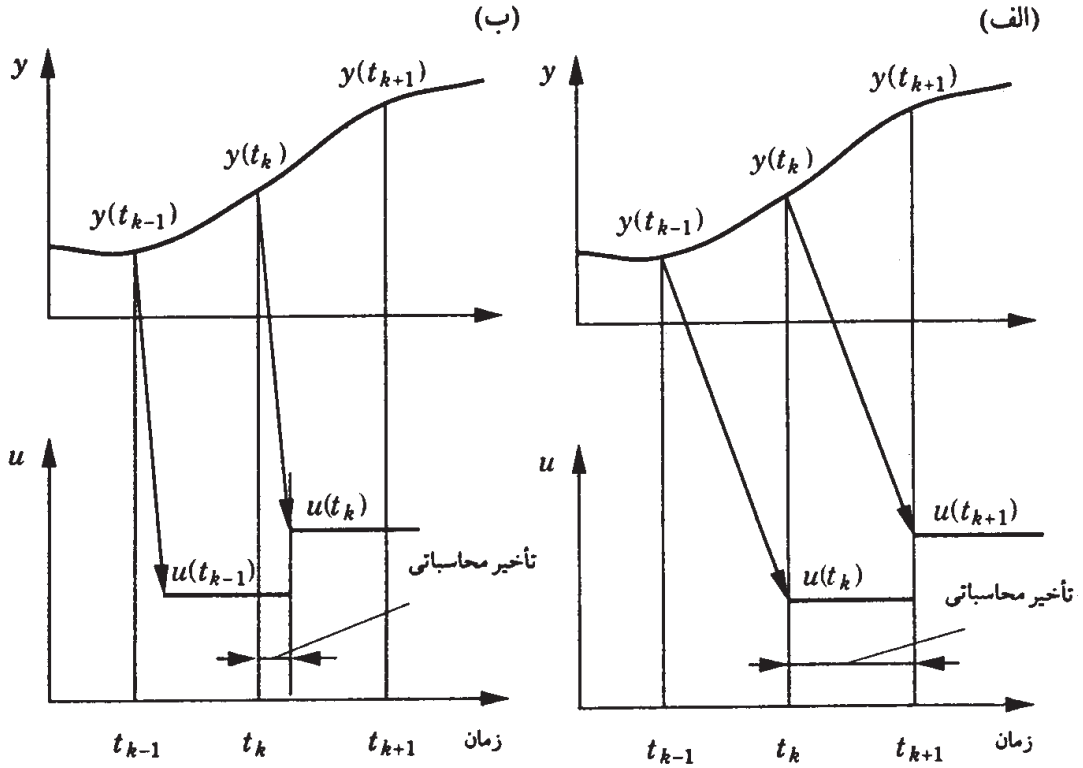
1. Computational Delay

www.powerjam.ir

وجود دارد. این تأخیر که *تأخیر محاسباتی* نامیده می‌شود، به چگونگی پیاده‌سازی قانون کنترل در کامپیوتر بستگی دارد. دو روش در شکل ۱۱ ـ ۱ توضیح داده شده است: در حالت (الف)، از متغیر اندازه‌گیری شده در زمانِ t_k برای محاسبهٔ سیگنال کنترلِ اِعمالی در زمانِ t_{k+1} استفاده می‌شود. در حالت (ب) سیگنال کنترل بلافاصله پس از پایان یافتن محاسبات، اِعمال می‌شود. اِشکال حالت (الف) آن است که عمل کنترل بی‌جهت تأخیر می‌یابد. اِشکال حالت (ب) نیز آن است که تأخیر زمانی ممکن است بسته به بار کامپیوتر یا تغییرات برنامه، تغییر کند. از این‌رو لازم است که در هر دو حالت تأخیر محاسباتی را نیز در طرح کنترلگر درنظر گرفت.

در حالت (ب) کوچک کردن تأخیر تا حد امکان، مطلوب است. این کار را می‌توان با اجرای کمترین عملیات بین تبدیلهای A - D و D - A انجام داد. فرض کنید رگولاتور به شکل ذیل باشد:

$$u(t) + r_1 u(t-1) + \dots + r_k u(t-k) = t_0 u_c(t) + \dots + t_m u_c(t-m) - s_0 y(t) - \dots - s_l y(t-l)$$



شکل ۱۱ ـ ۱. دو روش همزمان کردن ورودیها و خروجیها. (الف) از سیگنالهای اندازه‌گیری شده در زمان t_k برای محاسبهٔ سیگنال کنترل اِعمالی در t_{k+1} استفاده می‌شود. (ب) سیگنال کنترل بلافاصله پس از محاسبه، اِعمال می‌شود.

www.powerjam.ir

این معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$u(t) = t_0 u_c(t) - s_0 y(t) + u'(t-1)$$

که در آن:

$$u'(t-1) = t_1 u_c(t-1) + \ldots + t_m u_c(t-m) - s_1 y(t-1) - \ldots - s_l y(t-l) - r_1 u(t-1) - \ldots - r_k u(t-k)$$

توجه کنید که سیگنال $u'(t-1)$ شامل اطلاعاتی است که در زمان $t-1$ در دسترس هستند. یک پیاده‌سازی الگوریتم کنترل، که از این موضوع برای هرچه کوچکتر کردن تأخیر محاسباتی بهره‌برداری می‌کند، به صورت ذیل است:

۱ ـ تبدیل آنالوگ به دیجیتال را برای $y(t)$ و $u_c(t)$ انجام دهید،

۲ ـ سیگنال $u(t) = t_0 u_c(t) - s_0 y(t) + u'(t-1)$ را محاسبه کنید،

۳ ـ تبدیل دیجیتال به آنالوگ را برای $u(t)$ اجرا کنید،

۴ ـ سیگنال:

$$u'(t) = t_1 u_c(t) + \ldots + t_m u_c(t-m+1) - s_1 y(t) - \ldots - s_l y(t-l+1) - r_1 u(t) - \ldots - r_k u(t-k+1)$$

را محاسبه کنید.

بنابراین با پیاده‌سازی مناسب کنترلگر می‌توان تأخیر محاسباتی را به نحو چشمگیری کاهش داد. در یک پیاده‌سازی خوب، می‌توان تأخیر را کاهش داد. صرف‌نظر از دو ضرب و دو جمع، باید آزمون محدودیتهای $u(t)$ و اختتام ضدبازنشانی به طور مناسبی انجام شود. از آنجا که تأخیر محاسباتی به همان صورت تأخیر زمانی در دینامیک فرایند ظاهر می‌شود، به حساب آوردن آن در طراحی سیستم کنترل، مهم است. یک قاعدهٔ سرانگشتی متداول آن است که اگر تأخیر زمانی کمتر از ده درصد دوره تناوب نمونه‌برداری باشد، می‌توان از آن صرف‌نظر کرد، البته برای سیستمهای با عملکرد بالا، باید این تأخیر را نیز به حساب آورد. از آنجا که تا زمان کُد کردن الگوریتم، تأخیر زمانی نامعلوم است، ممکن است لازم باشد طراحی کنترل تکرار شود. برای یک سیستم تطبیقی این موضوع مهم است که ساختار مدل به گونه‌ای انتخاب شود که بتوان تأخیر محاسباتی را درنظر گرفت. در سیستمهای چندکاره ممکن است تأخیر محاسباتی با زمان تغییر کند.

www.powerjam.ir

نمونه‌برداری و پیش ـ و پس فیلتراژ

انتخاب نرخ نمونه‌برداری مسأله‌ای مهم در کنترل دیجیتال است. نرخ نمونه‌برداری بر بسیاری از خواص سیستم، مانند: تعقیب سیگنالهای فرمان، ردّ اغتشاش بار و نویز اندازه‌گیری، و حساسیت به دینامیکهای مدل نشده، تأثیر می‌گذارد. بنابراین انتخاب نرخ نمونه‌برداری یک موضوع مهم در طرّاحی است.

یک قاعدهٔ سرانگشتی که برای روشهای طراحی قطعی مفید است، انتخاب فاصلهٔ نمونه‌برداریِ h به صورتی است که داشته باشیم:

$$\omega_{\circ} h \approx ۰/۲ \text{ تا } ۰/۶$$

در اینجا $\omega_{\circ}$ فرکانس طبیعی قطبهای غالب سیستم حلقه ـ بسته است. این انتخاب، متناظر با ۱۲ تا ۶۰ نمونه در دورهٔ تناوب طبیعی نا میرا است. فرکانس نمونه‌برداری برابر با $\omega_s = ۲\pi / h$ است.

در همهٔ سیستمهای دیجیتال، فیلتر شدن سیگنالها پیش از نمونه‌برداری آنها، مهم است و باید همهٔ مؤلفه‌های سیگنال را که دارای فرکانس بالاتر از فرکانس نایکوییست، $\omega_N = \omega_s / ۲ = \pi / h$ هستند، حذف کرد. اگر این کار انجام نشود، مؤلفه‌های با فرکانس $\omega > \omega_N$ به صورت مؤلفه‌های فرکانس پایین با فرکانس:

$$\omega_a = | ((\omega + \omega_N) \bmod \omega_s) - \omega_N |$$

ظاهر می‌شود. این پدیده *اختلاط فرکانسی*[1] و پیش فیلترهایی که قبل از نمونه بردار قرار داده می‌شود، *فیلترهای ضد ـ اختلاط فرکانسی*[2] نامیده می‌شود. انتخابهای مناسب فیلترهای ضد ـ اختلاط فرکانسی، فیلترهای باتروورثِ[3] مرتبهٔ دوم یا چهارم، ITAE[4]، یا بسل[5] هستند که شامل یک یا چند فیلتر متوالی به صورت زیر هستند:

$$G_f(s) = \frac{\omega^{۲}}{s^{۲} + ۲\zeta\omega s + \omega^{۲}}$$

فرض کنید ω_B پهنای باند مطلوب فیلتر باشد. ضریب میرایی ζ و فرکانس ω برای فیلترهای از مرتبه‌های مختلف در جدول ۱۱ ـ ۱ داده شده است. فیلتر بسل خاصیت جالبی دارد که منحنی فاز آن تقریباً خطّی است و درنتیجه شکل موج آن تقریباً نامتغیّر است.

1. Aliasing
2. Anti - Aliasing
3. Butterworth
4. Integral Time Absolute Error
5. Bessel

www.powerjam.ir

جدول ۱۱ ـ ۱. ضریب میرایی و فرکانس طبیعی فیلترهای باترورث مرتبهٔ دوم، چهارم و ششم؛ ITAE و بسل. فیلترها دارای پهنای باند ω_B هستند.

مرتبه	باترورث		ITAE		بسل	
	ω/ω_B	ζ	ω/ω_B	ζ	ω/ω_B	ζ
۲	۱	۰/۷۱	۱	۰/۷۱	۱/۲۷	۰/۸۷
۴	۱	۰/۳۸	۱/۴۸	۰/۳۲	۱/۵۹	۰/۶۲
	۱	۰/۹۲	۰/۸۳	۰/۸۳	۱/۴۲	۰/۹۶
۶	۱	۰/۲۶	۱/۳۰	۰/۳۲	۵/۱۴	۰/۴۹
	۱	۰/۷۱	۰/۹۸	۰/۶۰	۴/۵۷	۰/۸۲
	۱	۰/۹۷	۰/۷۹	۰/۹۳	۴/۳۴	۰/۹۸

پیش فیلتر، سبب به وجود آمدن دینامیکهای اضافی در سیستم می‌شود که باید آنها را نیز در طراحی کنترل به حساب آورد. فیلتر بسل را می‌توان با یک تأخیر زمانی تقریب زد. فرض کنید پهنای باند فیلتر چنان انتخاب شود که داشته باشیم:

$$| G_{aa}(i\omega_N) | = \beta$$

که $G_{aa}(s)$ تابع انتقال فیلتر و $\omega_N = \pi / h$ فرکانس نایکوییست است. پارامتر β، تضعیف فیلتر در فرکانس نایکوییست است. جدول ۱۱ ـ ۲ تقریب زمان تأخیر T_d را به صورت تابعی از β می‌دهد.

جدول ۱۱ ـ ۲. زمان تأخیر تقریبی T_d در اثر استفاده از فیلتر ضد ـ اختلاط فرکانسی، به صورت تابعی از تضعیف مطلوب β در فرکانس نایکوییست برای یک فیلتر بسل مرتبهٔ چهار. h دوره تناوب نمونه‌برداری است.

β	ω_N/ω_B	T_d/h
۰/۰۵	۳/۱	۲/۱
۰/۱	۲/۵	۱/۷
۰/۲	۲/۰	۱/۳
۰/۵	۱/۴	۰/۹
۰/۷	۱/۰	۰/۷

www.powerjam.ir

این جدول همچنین ω_N را به صورت تابعی از پهنای باند فیلتر ω_B می‌دهد. تأخیر نسبی با تضعیف، افزایش می‌یابد. برای مقادیر معقول تضعیف، تأخیر از دوره تناوب نمونه‌برداری بیشتر است. این بدان معناست که باید دینامیکهای فیلتر را در طراحی کنترل درنظر گرفت. این موضوع را با یک مثال توضیح می‌دهیم:

مثال ۱۱ ـ ۱ تأثیر فیلتر ضد ـ اختلاط فرکانسی

فرایندی را در نظر بگیرید که به صورت زیر توصیف می‌شود:

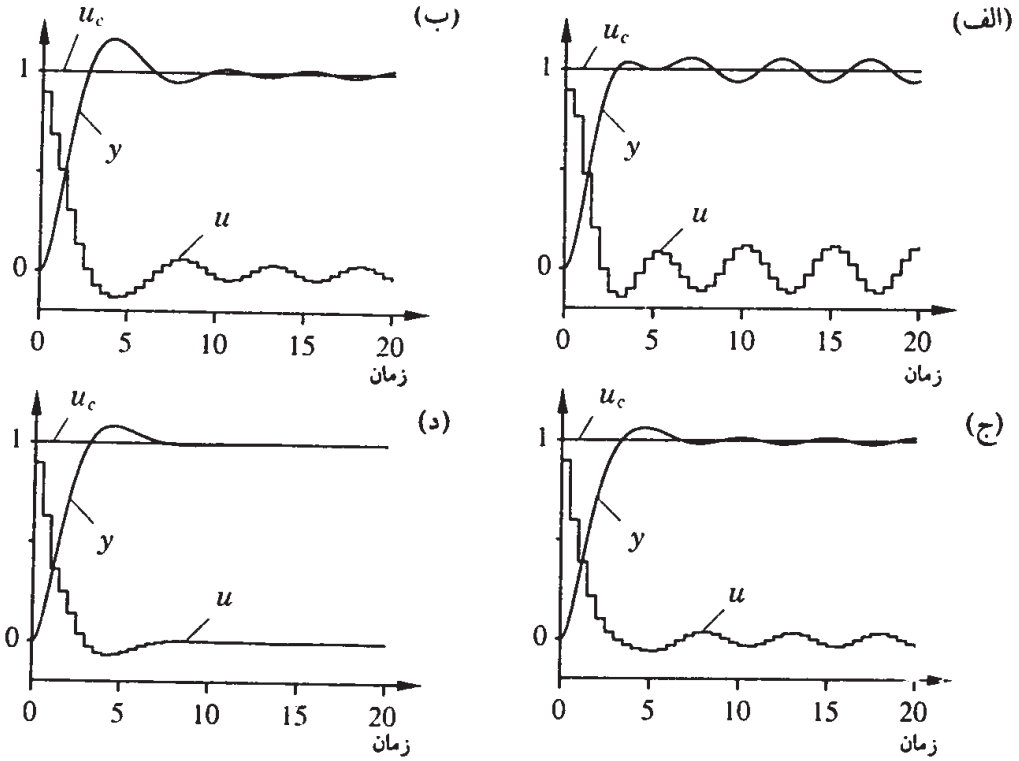
$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

یک کنترلگر جایابی قطب برای رسیدن به سیستم حلقه ـ بسته‌ای که قطبهای غالب آن دارای $\omega_m = 1$ rad/s و $\zeta_m = 0/7$ باشد، طراحی می‌شود. دوره تناوب نمونه‌برداری کنترلگر دیجیتال برابر با $h = 0/5$ است. برای توضیح اثر اختلاط فرکانسی، فرض می‌کنیم که خروجی سیستم به وسیلهٔ سیگنالی سینوسی، مختل شود، یعنی سیگنال اندازه‌گیری شده به صورت زیر باشد:

$$y_m(t) = y(t) + a_d \sin(\omega_d t)$$

که $a_d = 0/1$ است. این سیگنال به کمک یک فیلتر بسل مرتبهٔ چهار با پهنای باند ω_B، فیلتر می‌شود. شکل ۱۱ ـ ۲ برخی شبیه‌سازیهای مربوط به اثر اختلاط فرکانسی و فیلتراژ را نشان می‌دهد. شکل ۱۱ ـ ۲ (الف) مقدار مرجع، خروجی فرایند و سیگنال کنترل را نشان می‌دهد. چون پهنای باند فیلتر، برابر $\omega_B = 25$ است، فیلتر سیگنال اندازه‌گیری شده را زیاد تضعیف نمی‌کند. اغتشاش با فرکانس $\omega_d = 11/3$ به اندازه ۱/۳ rad/s در هم پیچیده می‌شود، زیرا نمونه‌برداری با فرکانس نایکوییست $\omega_N = 2\pi$ انجام می‌شود. اغتشاش درهم پیچیده بروشنی در ورودی و خروجی فرایند قابل رؤیت است. در شکل ۱۱ ـ ۲ (ب) پهنای باند پیش فیلتر به $\omega_B = 6/28$ rad/s کاهش می‌یابد. این پهنای باند برای کاهش اساسی اغتشاش، به اندازهٔ کافی کوچک نیست. همچنین توجه کنید که به دلیل وجود تأخیر در پیش فیلتر، فراجهش، کمی افزایش یافته است. در شکل ۱۱ ـ ۲ (ج) دینامیک پیش فیلتر با اضافه کردن تأخیر زمانی معادل $0/7\,h$ در مدل، به حساب آورده شده است و درنتیجهٔ آن، فراجهش کاهش یافته است امّا اثر اغتشاش مانند شکل ۱۱ ـ ۲ (ب) است. در شکل ۱۱ ـ ۲ (د) پهنای باند فیلتر به $\omega_B = 2/51$ کاهش یافته است. حال اغتشاش به طور چشمگیری کاهش یافته است. همچنین دینامیک فیلتر را به صورت یک تأخیر زمانی $1/7\,h$ در طراحی کنترلگر به حساب آورده‌ایم. حال اغتشاش در هم پیچیده، تقریباً دیده نمی‌شود.

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۲. خروجی، مقدار مرجع و سیگنال کنترل برای سیستم مثال ۱۱ ـ ۱. اغتشاش اندازه‌گیری دارای فرکانس $\omega_d = ۱۱/۳$ rad/s است. (الف) $\omega_B = ۲۵$ rad/s؛ (ب) $\omega_B = ۶/۲۸$ rad/s؛ (ج) $\omega_B = ۶/۲۸$ rad/s و رگولاتور برای تأخیری معادل ۰/۷ h جبران شده است؛ (د) $\omega_B = ۲/۵۱$ rad/s و رگولاتور برای تأخیری معادل ۱/۷ h جبران شده است.

مثال ۱۱ ـ ۱ نشان می‌دهد که استفاده از فیلتر ضد ـ اختلاط فرکانسی، مهم است و باید فیلتر را در طراحی درنظر گرفت. لیکن برای یک فیلتر بسل کافی است فیلتر با یک تأخیر زمانی تقریب زده شود. دینامیکهای اضافی، برای یک کنترلگر تطبیقی، مشکلات خاصی را ایجاد نمی‌کند، زیرا همهٔ پارامترها تخمین زده می‌شوند. لیکن، به حساب آوردن دینامیک پیش فیلتر، مرتبهٔ مدل را به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش خواهد داد. در حالت خاص مثال ۱۱ ـ ۱، مدل از مرتبهٔ دو به مرتبهٔ شش افزایش می‌یابد. این بدان معناست که تعداد پارامترهای تخمینی از ۴ به ۱۲ افزایش می‌یابد. یک راه ساده برای کاهش تعداد پارامترها، تقریب پیش فیلتر با یک تأخیر است؛ در این صورت کافی است پنج پارامتر مدل زیر تخمین زده شود:

$$y(t) + a_1 y(t-h) + a_2 y(t-2h) = b_0 u(t-dh) + b_1 u(t-dh-h) + b_2 u(t-dh-2h)$$

که در آن مقدار d به پهنای باند فیلتر وابسته است (جدول ۱۱ ـ ۲ را ببینید).

www.powerjam.ir

تغییر پهنای باند یک پیش فیلتر آنالوگ، کاری پرزحمت و گران است. این موضوع مشکلاتی را برای سیستمهایی به وجود می‌آورد که در آنها لازم است نرخ نمونه‌برداری، تغییر داده شود. یکی از روشهای مناسب پیاده‌سازی در این حالت، استفاده از نرخ نمونه‌برداری دوگان است. یک نرخ نمونه برداری ثابت بالا به همراه یک پیش فیلتر آنالوگ ثابت به‌کار می‌رود. در این صورت هنگامی که لازم باشد از یک فیلتر دیجیتال برای فیلتر کردن سیگنال در نرخ پایینتر استفاده می‌شود و درنتیجه پارامترهای کمتری باید تخمین زده شود.

خروجی یک مبدّل D - A، یک سیگنال ثابت قطعه‌ای[1] است. این بدان معناست که سیگنال کنترلِ اِعمالی به محرّک، سیگنالی ثابت قطعه‌ای است که به صورت پله‌ای در لحظات نمونه‌برداری تغییر می‌کند. این سیگنال برای بسیاری از فرایندها کافی است. لیکن، برای بعضی از سیستمها مانند سروُهای هیدرولیکیِ کنترل پرواز و سایر سیستمهای دارای مُدهای نوسانی با میرایی ضعیف، ممکن است پله‌ها، این مُدها را تحریک کنند. در چنین حالتی استفاده از فیلتری که سیگنال خروجی مبدّل D - A را هموار می‌کند، مفید خواهد بود. چنین فیلتری *فیلتر پس نمونه بردار*[2] نامیده می‌شود. فیلتر پس نمونه بردار ممکن است یک فیلتر زمان ـ پیوسته ساده باشد که پاسخ زمانی آن در مقایسه با زمان نمونه‌برداری، کوتاه است. مبدّلهای D - A خاصی با سیگنال خروجی هموار نیز ساخته شده است. راه حل دیگر مسأله، استفاده از سیستمی با نرخ نمونه‌برداری دوگان است. در این صورت باید سیستم کنترل اولیه، به گونه‌ای طراحی شود که خروجی، بین لحظات نمونه‌برداری، به طور قطعه‌ای خطی باشد. در این صورت می‌توان از یک نمونه‌برداری سریع برای تولید تقریبی سیگنال استفاده کرد که ترجیحاً با یک فیلتر پس نمونه بردار آنالوگ تعقیب می‌شود.

اختتام کنترلگر

نظریهٔ خطی برای بررسی بسیاری از مسائل طراحی سیستم کنترل مناسب است؛ لیکن باید با یک مسأله غیرخطّی در اغلب سیستمهای کنترل عملی برخورد کرد و آن، اشباع محرّک است. هنگامی که محرک، اشباع شود، پسخور شکسته خواهد شد. در این صورت اگر فرایند یا کنترلگر ناپایدار باشد، ممکن است انحراف بزرگی ظاهر شود. یکی از حالتهای سادهٔ رخداد این پدیده، وقتی است که کنترلگر دارای عمل انتگرالی باشد. این پدیده ابتدا در رابطه با کنترل PID مشاهده شد. از این‌رو اغلب، *اختتام انتگرال‌گیر* نامیده می‌شود، زیرا هنگامی که محرک اشباع شود

1. Piecewise Constant
2. Postsampling Filter

www.powerjam.ir

جملهٔ انتگرالی، «خاتمه می‌یابد». از آنجا که عمل انتگرال، بازنشانی نیز نامیده می‌شود، این پدیده *اختتام بازنشانی* نیز گفته می‌شود. لازم است روشی برای اجتناب از اختتام در سیستمهایی که در آنها فرایند و/ یا کنترلگر ناپایداراست، ارائه شود.

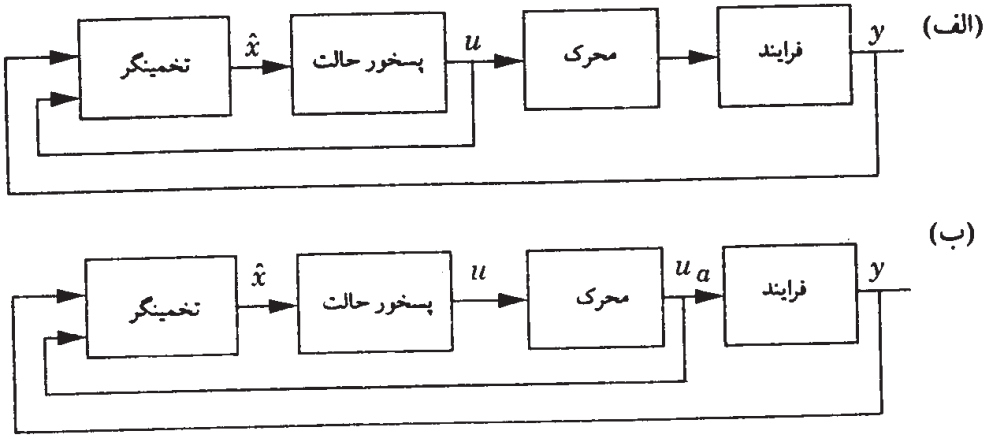
روشهای مختلف بسیاری برای ارائهٔ ضد اختتام بازنشانی وجود دارد. یک روش ساده، بر تعبیر کنترلگر به صورت ترکیبی از یک تخمینگر حالت و پسخور حالت، استوار است. چنین سیستمی در شکل ۱۱ ـ ۳ نشان داده شده است. کنترلگر از دو قسمت تشکیل شده است: یک تخمینگر حالت و یک پسخور حالت. تخمینگر حالت، تخمینی از حالت را براساس ورودی و خروجی فرایند، تعیین می‌کند. پسخور حالت، سیگنال کنترل را براساس حالت تخمین‌زده شده تولید می‌کند. به طور حسی از شکل، واضح است که هنگامی که محرک اشباع شود، تخمینگر حالت، ضعیف عمل می‌کند، زیرا در این حالت از مقدار غلط سیگنال کنترل اِعمالی به فرایند استفاده می‌کند. همچنین در این تعبیر دیده می‌شود که با پسخورکردن ورودی فرایند واقعی، u_a، یا تخمینی از آن به صورتی که در شکل ۱۱ ـ ۳ (ب) نشان داده شده، می‌توان از این مسأله اجتناب کرد.

از آنجا که در این کتاب از نمایش چندجمله‌ای کنترلگر استفاده می‌کنیم، تعبیر چندجمله‌ای این روش را نیز ارائه می‌کنیم. کنترلگر زیر را درنظر بگیرید:

$$R(q)u(t) = T(q)u_c(t) - S(q)y(t)$$

که در آن $R(q)$ تکین فرض می‌شود. کنترلگر را می‌توان به شکل رؤیتگر به صورت زیر نوشت:

$$A_o(q)u(t) = T(q)u_c(t) - S(q)y(t) + (A_o(q) - R(q))u(t)$$



شکل ۱۱ ـ ۳. نمودارهای بلوکی کنترلگرها براساس پسخور حالت و تخمین حالت با فرایندی که دارای یک محرّک غیرخطی است.

www.powerjam.ir

که در آن $A_0(q)$ چندجمله‌ای رؤیتگر است. فرض کنید محرّک اشباع شونده به کمک تابع غیرخطّی $f(u)$ توصیف شود؛ آنگاه کنترلگری که از اختتام، اجتناب می‌کند به صورت ذیل است:

$$A_0(q)v(t) = T(q)u_c(t) - S(q)y(t) + (A_0(q) - R(q))u(t)$$
$$u(t) = f(v(t)) \qquad (۱۱ - ۱)$$

هنگامی که اشباع، دینامیکی باشد، می‌توان از یک روش مشابه استفاده کرد. توجه کنید که هنگامی که پسخور شکسته شود، کنترلگر به دینامیک رؤیتگر پاسخ می‌دهد. یک حالت خاصّ ساده، وقتی است که $A_0^* = ۱$ باشد که متناظر با رؤیتگری مرده نَوِش است. در این صورت کنترلگر به صورت زیر است:

$$u(t) = f\left(T^*(q^{-۱})u_c(t) - S^*(q^{-۱})y(t) + (۱ - R^*(q^{-۱}))u(t)\right)$$

مسألهٔ اختتام را با یک مثال توضیح می‌دهیم:

مثال ۱۱ ـ ۲ اختتام و چگونگی اجتناب از آن

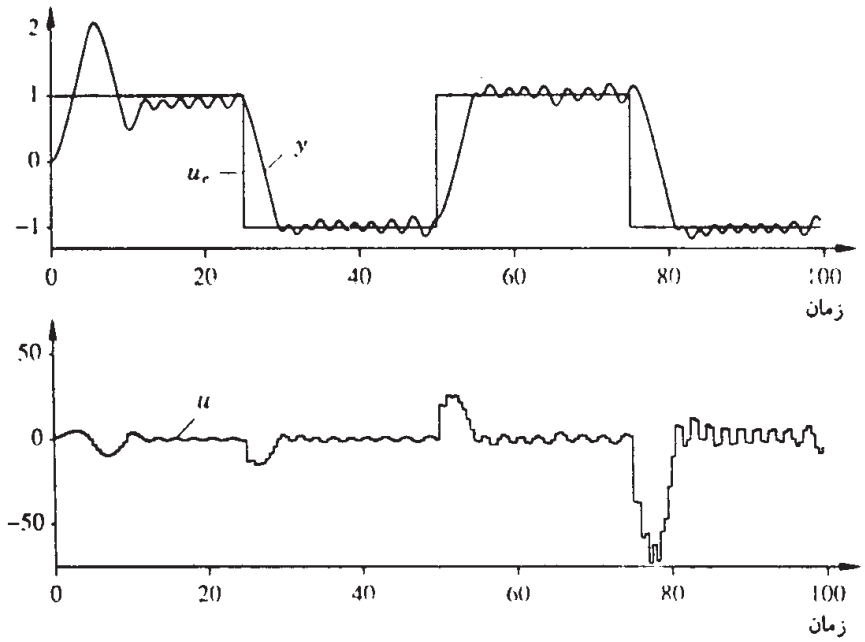
مثال سادهٔ کنترل تطبیقی مثال ۳ ـ ۵ را درنظر بگیرید. فرایند، دارای تابع انتقال زیر است:

$$G(s) = \frac{۱}{s(s+۱)}$$

فرض کنید محرّکی وجود دارد که هنگامی که دامنهٔ سیگنال کنترل به ۰/۵ برسد، اشباع می‌شود. شکل ۱۱ ـ ۴ رفتار سیستم را در حالتی نشان می‌دهد که هیچ احتیاط قبلی در کنترلگر درنظر گرفته نشده باشد. این شکل آثار زیانبار اشباع محرک را بوضوح نشان می‌دهد. هنگامی که محرک به اشباع برسد، فرایند به شکل حلقه ـ باز عمل می‌کند و خروجی رانده می‌شود، زیرا فرایند دارای یک انتگرال‌گیر است. این موضوع با کنترلگری با پارامترهای ثابت نیز اتفاق خواهد افتاد. همچنین با یک کنترلگر تطبیقی، اشباع محرک باعث می‌شود که پارامترهای بهره (b_1 و b_0) کمتر از مقدار واقعی تخمین زده شود. به همین دلیل بهرهٔ کنترلگر، بیش از حد بزرگ می‌شود و سیستم، ناپایدار می‌گردد. بنابراین مسألهٔ اختتام در کنترل تطبیقی بسیار جدّی‌تر از کنترلگر با بهرهٔ ثابت است.

شکل ۱۱ ـ ۵ همان شبیه‌سازی شکل ۱۱ ـ ۴ را وقتی که اصلاح (۱۱ ـ ۱) برای اجتناب از اختتام انجام شده باشد نشان می‌دهد. واضح است که در این حالت مشکلی وجود ندارد. سیگنال

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۴. شبیه‌سازی کنترل تطبیقی فرایند ناپایدار با محرکی اشباع شونده در مثال ۱۱ – ۲.

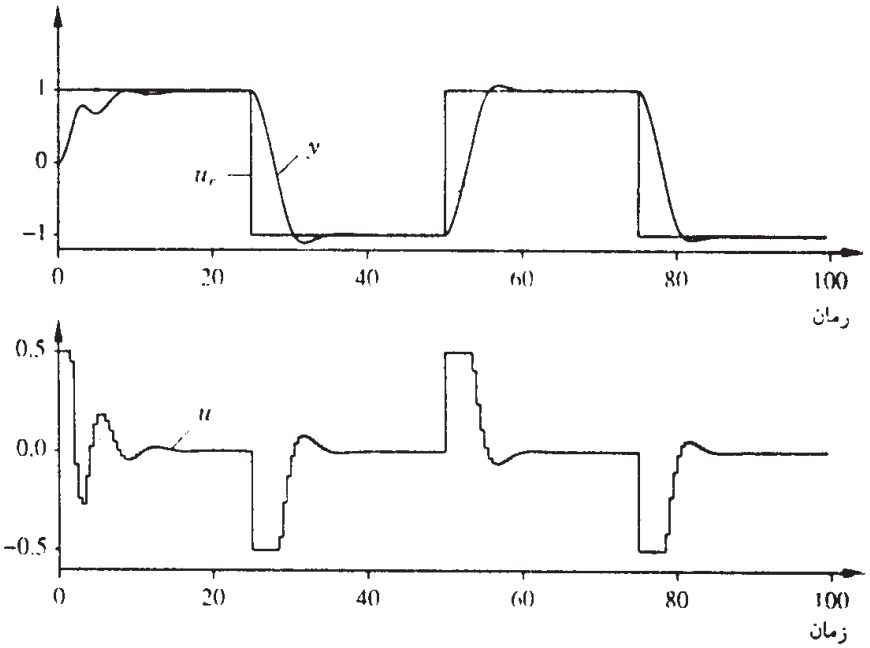
کنترل در همهٔ زمانها در فاصلهٔ $-0/5 < u < 0/5$ باقی می‌ماند. اگر سیگنال کنترل برای مدت طولانی‌تری در حال اشباع بماند، باید عمل تطبیق قطع شود.

مسألهٔ اختتام، همواره مشکلاتی را به وجود می‌آورد. در حالتی مانند مثال ۱۱ ـ ۲ این پدیده جدّی‌تر است، زیرا فرایند، ناپایدار است. اگر کنترلگر ناپایدار باشد، قانون کنترل معادلات (۱۱ ـ ۱) به طور خودکار حالت کنترل را با سرعتی متناظر با دینامیک رؤیتگر، باز می‌نشاند.

۱۱ ـ ۳ طراحی کنترلگر

طراحی کنترل خودکار قسمت مهم دیگری از یک کنترلگر تطبیقی است. روشهای طراحی نسبتاً ساده‌ای در توسعهٔ کنترلگرهای تطبیقی در فصلهای سوم، چهارم و پنجم استفاده شد. نیز از روشهای ساده‌ای برای معقول ماندن پیچیدگی سیستم استفاده شد. برای این کار، گاهی لازم بود فرض شود که فرایندها، سیستمهایی کمینه فازند. این، برای مثال، برای حالتی بود که با سیستمهای تطبیقی مدل ـ مرجع سر و کار داشتیم. از آنجا که طراحی کنترل به طور خودکار در حلقه ـ بسته انجام می‌شود، لازم است مراقبتهایی برای اطمینان از اینکه همهٔ شرایط لازم طراحی برآورده شده انجام شود. برای نمونه، ممکن است لازم باشد بررسی شود که آیا مدل تخمینی، کمینه فاز است یا خیر؟ یا اینکه آیا عوامل مشترکی در چندجمله‌ایهای تخمینی وجود دارد یا نه. کنترلگرهای تطبیقی مستقیم این مزیت را دارند که به دلیل تخمین مستقیم پارامترهای

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۵. شبیه‌سازی یک کنترلگر تطبیقی برای فرایندی با محرک اشباع شونده با کنترلگری که در مقابل اختتام محافظت شده است. با شکل ۱۱ ـ ۴ که همین شبیه‌سازی را برای سیستمی که در مقابل اختتام محافظت نشده، مقایسه کنید.

رگولاتور گام طراحی حذف می‌شود. لیکن توجه کنید که به طور ضمنی فرضیات متعددی در استفاده از الگوریتمهای مستقیم درنظر گرفته می‌شود. همچنین روشهای مستقیم به دسته‌های خاصی از سیستمها محدود می‌شود.

روشهای طراحی

از روشهای طراحی بسیاری می‌توان برای کنترل تطبیقی استفاده کرد. پسخور به خودی خود می‌تواند سیستم حلقه ـ بسته‌ای را ایجاد کند که نسبت به تغییر رفتار فرایند غیرحسّاس است. همچنین روشهای خاصی به نام روشهای طراحی مقاوم وجود دارد که عدم قطعیت فرایند را صریحاً به حساب می‌آورد. به نظر می‌رسد به دست آوردن کنترلگر تطبیقی، براساس یک روش طراحی مقاوم جذاب باشد. ترکیب کنترل مقاوم و تطبیقی نیز جالب به نظر می‌رسد. در این صورت تخمینگر باید تخمینهایی از مدل و عدم قطعیت آن بدهد و این عدم قطعیت باید در روش طراحی به حساب آورده شود. متأسفانه هنوز نظریهٔ کنترل و تخمین به حدی پیشرفت نکرده است که بتوان چنین روشهای تخمین و کنترلی را به کار برد. بسیاری از روشهای طراحی مقاوم نیاز به برخی

www.powerjam.ir

عملیات دستی دارند. از چنین روشهایی نمی‌توان در یک کنترلگر تطبیقی استفاده کرد. روش طراحی جایابی قطب علی‌رغم سادگی‌اش، در عمل، کاملاً مفید است؛ لیکن با استفاده از برخی اصلاحات ساده می‌توان آن را به نحو چشمگیری بهبود بخشید به طوری که سیستمهای حلقه ـ بستهٔ مقاومتری را نتیجه دهد. بعضی از راههای این کار در این قسمت توضیح داده می‌شود.

مشخصات

برای به دست آوردن کنترلگر مقاوم، این مسأله بسیار مهم است که مشخصات به طریقی مناسب انتخاب شود. این موضوع در طراحی جایابی قطب، بدان معناست که قطبهای حلقه ـ بسته مطلوب باید با دقت انتخاب شود. قطبهای بیش از حد سریع، کنترلگرهای بسیار حسّاسی را نتیجه می‌دهند. این موضوع را می‌توان از رابطهٔ زیر فهمید که شرطی کافی را برای پایداری شیوهٔ جایابی قطب ارائه می‌کند:

$$| H(z) - H_{\circ}(z) | < | \frac{H(z)T(z)}{H_m(z)S(z)} |$$

در این رابطه، H تابع انتقال پالس مدل استفاده شده در طراحی کنترلگر، $H_{\circ}$ تابع انتقال پالس فرایند واقعی، $H_m = B_m / A_m$ پاسخ مطلوب، و S و T، چندجمله‌ایهای کنترلگر هستند. این نامساوی باید روی دایرهٔ واحد برقرار شود. این شرط، نتیجه می‌دهد که برای فرکانسهایی که در آنها سیستم حلقه ـ بستهٔ مطلوب، دارای بهرهٔ بسیار بزرگتری نسبت به مدل است، به مدلی با دقت زیاد نیاز می‌باشد.

یک روش معقول برای تعیین قطبهای حلقه ـ بسته، توجه به این نکته است که به دست آوردن فرکانس قطعی بسیار بالاتر از فرکانسی که در آن فرایند دارای تأخیر فازی بین ۱۸۰° تا ۲۷۰° باشد، مشکل است. توجه کنید که این فرکانسها را می‌توان به راحتی به کمک یک آزمایش پسخور رله‌ای تعیین کرد.

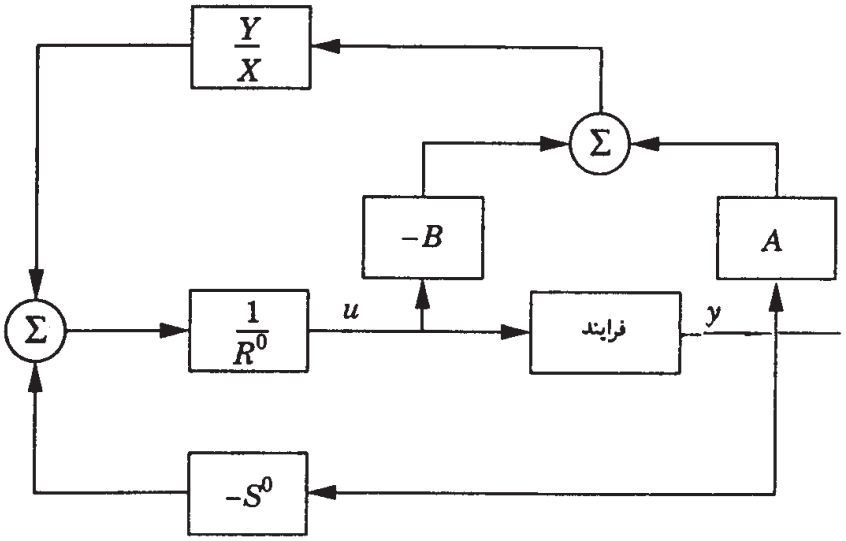
پارامتریزه کردن یولا[1]

معادلهٔ دیوفانتین عنصری کلیدی در طراحی جایابی قطب است. این معادله دارای جوابهای بسیاری است. اگر چندجمله‌ایهای R° و S° پاسخهای معادلهٔ:

$$AR^{\circ} + BS^{\circ} = A_c^{\circ}$$

1. Youla

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۶. نمودار بلوکی سیستم حلقه ـ بسته با کنترلگر (۱۱ ـ ۴)

باشد، نتیجه می‌شود که چندجمله‌ایهای R و S معادلات زیر:

$$R = XR^\circ + YB \qquad (۱۱ - ۲)$$
$$S = XS^\circ - YA$$

در معادلهٔ:

$$AR + BS = XA_c^\circ$$

صدق می‌کند. اگر کنترلگر به‌دست آمده از چندجمله‌ایهای R° و S° سیستم حلقه ـ بسته‌ای با چندجمله‌ای مشخصهٔ A_c° را نتیجه دهد، آنگاه کنترلگر:

$$(XR^\circ + YB)\,u = -(XS^\circ - YA)\,y \qquad (۱۱ - ۳)$$

سیستم حلقه ـ بسته‌ای با چندجمله‌ای مشخصهٔ XA_c° را نتیجه می‌دهد. سیستم، پایدار است اگر چندجمله‌ای X، پایدار باشد، اما چندجمله‌ای Y را می‌توان بدلخواه انتخاب کرد. بنابراین نتیجه می‌شود که اگر کنترلگر $R^\circ u = -S^\circ y$ سیستم $Ay = Bu$ را پایدار کند، آنگاه همهٔ کنترلگرهایی که سیستم را پایدار می‌کنند، از معادلهٔ (۱۱ ـ ۳) به دست می‌آیند. این معادله، *پارامتریزه کردن* یولای همهٔ کنترلگرهای پایدارساز سیستم نامیده می‌شود. معادلهٔ (۱۱ ـ ۳) را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$u = -\frac{S^\circ}{R^\circ}y + \frac{Y}{XR^\circ}(Ay - Bu) \qquad (۱۱ - ۴)$$

این قانون کنترل در نمودار بلوکی شکل ۱۱ ـ ۶ نشان داده شده است.

www.powerjam.ir

جایابی قطب مقاوم

از پارامتریزه کردن یولا می‌توان برای اِعمال شرایط اضافی بر کنترلگر استفاده کرد. از این ایده در قسمت ۳ ـ ۶ برای به دست آوردن کنترلگری دارای عمل انتگرالی استفاده شد. حال از آن برای بهبود قوام کنترلگر استفاده می‌کنیم. یک راه انجام این کار لزوم کوچکی بهره کنترلگر در فرکانسهایی که فرایند دارای عدم قطعیت زیادی است، می‌باشد. برای مثال لزوم این که کنترلگر در فرکانس نایکوییست دارای بهرهٔ صفر باشد، مفید است. این موضوع با شرط $S(-1) = 0$ حاصل می‌شود. همچنین می‌توانیم الزام کنیم که بهرهٔ کنترلگر در فرکانس ω_0 برابر صفر باشد. این موضوع معادل است با این که چندجمله‌ای:

$$q^2 - 2\cos(\omega_0 h)q + 1$$

عاملی از $S(q)$ باشد. بنابراین برای برآوردن چنین ضرورتهایی، باید مرتبهٔ سیستم حلقه ـ بسته افزایش یابد. قطبهای اضافی تعیین شده، با چندجمله‌ای X مشخص می‌شوند. این موضوع را با یک مثال توضیح می‌دهیم:

مثال ۱۱ ـ ۳ جایابی قطب مقاوم

فرض کنید کنترلگر حاصل از چند جمله‌ایهای R°، S° را به گونه‌ای به دست آورده‌ایم که سیستم حلقه ـ بسته‌ای با چندجمله‌ای مشخصهٔ A_c° را نتیجه می‌دهد و می‌خواهیم قوام آن را با لزوم $S(-1) = 0$ بهبود بخشیم. برای این کار یک قطب حلقه ـ بستهٔ اضافی را اعمال می‌کنیم. انتخاب می‌کنیم:

$$X(q) = q - x_0$$

که $|x_0| < 1$ است. چندجمله‌ای Y نیز می‌تواند از مرتبهٔ اول باشد. معادلهٔ (۱۱ ـ ۲) نتیجه زیر را می‌دهد:

$$S(q) = (q - x_0)S^\circ(q) - (q - y_0)A(q)$$

از $S(-1) = 0$ نتیجه می‌شود:

$$y_0 = -1 + \frac{(1 + x_0)S^\circ(-1)}{A(-1)}$$

بنابراین کنترلگر مقاوم به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$R(q) = (q - x_0)R^\circ(q) + (q - y_0)B(q)$$
$$S(q) = (q - x_0)S^\circ(q) - (q - y_0)A(q)$$

www.powerjam.ir

توجه کنید که امکان پیچیده و پیچیده‌تر کردن کنترلگر با انجام اعمال بازگشتی، وجود دارد.

سیگنال فرمان دکوپله و پاسخهای اغتشاش

فرایند:

$$Ay = Bu + v$$

و کنترلگر:

$$Ru = Tu_c - Sy$$

را درنظر بگیرید. سیستم حلقه ـ بسته با معادلات زیر مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned} y &= \frac{BT}{A_c} u_c + \frac{R}{A_c} v \\ u &= \frac{AT}{A_c} u_c - \frac{S}{A_c} v \end{aligned} \qquad (۵ - ۱۱)$$

که در آن $A_c = AR + BS$ چندجمله‌ای مشخصهٔ حلقه ـ بسته است. فرض کنید هیچیک از صفرهای فرایند حذف نمی‌شوند و چندجمله‌ای مشخصه را به صورت $A_c = A_o A_m$ تجزیه کنید. اگر $T = T' A_o$ انتخاب کنیم، معادلات (۱۱ ـ ۵) به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} y &= \frac{BT'}{A_m} u_c + \frac{R}{A_o A_m} v \\ u &= \frac{AT'}{A_m} u_c - \frac{S}{A_o A_m} v \end{aligned}$$

پاسخ سیگنال فرمان توسط دینامیک A_m اداره می‌شود، امّا پاسخ اغتشاش تحت مدیریت دینامیک $A_o A_m$ قرار می‌گیرد. بنابراین کوپلاژی بین پاسخ سیگنال فرمان و پاسخ اغتشاش وجود دارد. در بعضی از حالات، مطلوب است که دینامیکهای پاسخ سیگنال فرمان و پاسخهای اغتشاش به طور کامل دکوپله شود. این موضوع با قرار دادن $T = T' A_o$ و $R = R' A_m$ به دست می‌آید. در این صورت سیستم حلقه ـ بسته به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\begin{aligned} y &= \frac{BT'}{A_m} u_c + \frac{R'}{A_o} v \\ u &= \frac{AT'}{A_m} u_c - \frac{S}{A_o A_m} v \end{aligned}$$

www.powerjam.ir

و معادلهٔ دیوفانتین نیز به صورت زیر درمی‌آید:

$$AA_m R' + BS = A_o A_m$$

برای اینکه کنترلگر علّی باشد، باید داشته باشیم: «درجهٔ A ≥ درجهٔ A_m». پاسخ علّی حداقل درجهٔ این معادله به گونه‌ای است که: «۱ − درجهٔ A_m + درجهٔ A = درجهٔ S». علاوه بر این «درجهٔ A − درجهٔ A_o + درجهٔ A_m = درجهٔ R». بنابراین برای داشتن یک کنترلگر علّی باید «درجهٔ R ≤ درجهٔ S» باشد و در نتیجه داریم:

$$\text{درجهٔ } A - \text{درجهٔ } A_o + \text{درجهٔ } A_m \leq ۱ - \text{درجهٔ } A_m + \text{درجهٔ } A$$

بنابراین «۱ − درجهٔ A × ۲ ≥ درجهٔ A_o». لذا پاسخ حداقل درجه‌ای که پاسخ به سیگنالهای فرمان و اغتشاشها را دکوپله می‌کند به گونه‌ای است که:

$$\text{درجهٔ } S = \text{درجهٔ } R = ۲n - ۱ \qquad \text{درجهٔ } A_o = ۲n - ۱ \qquad \text{درجهٔ } A_m = n$$

که «درجهٔ n = A» است.

چنین روش طراحی بویژه در حالتی مفید است که نویزهای اندازه‌گیری زیادی وجود داشته، مطلوب آن باشد که پاسخ مرجع، سریع باشد.

۱۱ ـ ۴ حل معادلهٔ دیوفانتین

روشهای طراحی متعددی که تاکنون توضیح داده شد مستلزم حل معادلهٔ دیوفانتین:

$$AR + BS = A_c \qquad (۶ - ۱۱)$$

است؛ از این رو به روشهای کارایی برای حل این معادله نیاز داریم. این معادله نسبت به چندجمله‌ایهای R و S خطی است. اگر A و B نسبت به هم اول باشند، همواره دارای جواب است. لیکن این معادله دارای جوابهای بسیاری است. بسادگی دیده می‌شود که: اگر R° و S° جوابهای مسأله باشند، آنگاه:

$$R = R^\circ + BQ$$
$$S = S^\circ - AQ$$

نیز جواب هستند، که در آن Q یک چندجمله‌ای دلخواه است. پاسخ خصوصی را به طرق

www.powerjam.ir

مختلفی می‌توان مشخص کرد. از آنجا که کنترلگر باید علّی باشد، لازم است شرط «درجهٔ R ⩽ درجهٔ S» برآورده شود. این شرط تعداد جوابها را به طور قابل ملاحظه‌ای محدود خواهد کرد. یک راه مؤثر حلّ معادله استفاده از الگوریتم کلاسیک اقلیدسی است.

الگوریتم اقلیدسی

این الگوریتم، بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک (G) چندجمله‌ایهای A و B را پیدا می‌کند. اگر یکی از چندجمله‌ایها مثلاً B، صفر باشد آنگاه G برابر A می‌شود. اگر این حالت نباشد الگوریتم بدین صورت است: $A_0 = A$ و $B_0 = B$ قرار دهید و معادلات ذیل را:

$$\begin{aligned} A_{n+1} &= B_n \\ B_{n+1} &= A_n \bmod B_n \end{aligned} \qquad (۷-۱۱)$$

تا آنجا تکرار کنید که $B_{n+1} = 0$ شود؛ در این صورت بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک، $G = B_n$ خواهد بود. وقتی که A و B چندجمله‌ای باشند، A mod B به معنی باقیمانده تقسیم A بر B است. این با حالتی که A و B عدد هستند کاملاً سازگار است. با بازگشت به عقب[1] درمی‌یابیم که G به صورت زیر قابل بیان است:

$$AX + BY = G \qquad (۸-۱۱)$$

که در آن، چندجمله‌ایهای X و Y را می‌توان با نگهداری $A_n \operatorname{div} B_n$ در الگوریتم اقلیدسی به دست آورد. این کار ارتباطی را بین الگوریتم اقلیدسی و معادلهٔ دیوفانتین برقرار می‌کند. الگوریتم اقلیدسی تعمیم یافته، روش مناسبی را برای تعیین X و Y به همراه جوابهای حدّاقل درجهٔ U و V در معادلهٔ زیر، نتیجه می‌دهد:

$$AU + BV = 0 \qquad (۹-۱۱)$$

معادلات (۱۱-۸) و (۱۱-۹) بدین صورت قابل بیان هستند:

$$F\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y \\ U & V \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (۱۰-۱۱)$$

بنابراین، ماتریس F را می‌توان به‌عنوان ماتریسی درنظر گرفت که عملیات سطری روی $[A\ B]^T$

1. Backtracking

www.powerjam.ir

را برای رسیدن به $[G \quad ۰]^T$ انجام می‌دهد. یکی از روشهای مناسب یافتن F، استفاده از معادلهٔ ذیل است:

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ U & V \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A & ۱ & ۰ \\ B & ۰ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G & X & Y \\ ۰ & U & V \end{bmatrix}$$

الگوریتم اقلیدسی تعمیم یافته، به صورت زیر قابل بیان است؛ با ماتریس:

$$M=\begin{bmatrix} A & ۱ & ۰ \\ B & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

شروع کنید. با فرض: «درجهٔ B ⩾ درجهٔ A»، $Q = A \operatorname{div} B$ را محاسبه کرده، سطر دوم ماتریس M را در Q ضرب و از سطر اوّل کم کنید. آنگاه همان روش را برای سطر دوم انجام دهید و این کار را آنقدر تکرار کنید تا ماتریس زیر به دست آید:

$$\begin{bmatrix} G & X & Y \\ ۰ & U & V \end{bmatrix}$$

یکی از ویژگیهای خوب این الگوریتم آن است که عوامل مشترک موجود در A و B، به طور خودکار تعیین می‌شود. مشکل اساسی در پیاده‌سازی الگوریتم، پیدا کردن یک راه خوب برای آزمون صفر بودن یک چندجمله‌ای است.

حل معادلهٔ دیوفانتین

با استفاده از الگوریتم اقلیدسی تعمیم یافته، حال حلّ معادلهٔ دیوفانتین:

$$AR + BS = A_c \qquad (۱۱-۱۱)$$

سرراست خواهد بود.

این کار به صورت ذیل انجام می‌شود: بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک G و چندجمله‌ایهای مربوطه، X، Y، U و V را با استفاده از الگوریتم اقلیدسی تعمیم یافته بیابید. برای اینکه معادلهٔ (۱۱-۱۱) جواب داشته باشد باید A_c بر G بخش‌پذیر باشد. یک پاسخ خصوصی، بدین شکل به دست می‌آید:

$$R^\circ = X A_c \operatorname{div} G$$

$$(۱۲-۱۱)$$

$$S^\circ = Y A_c \operatorname{div} G$$

www.powerjam.ir

و جواب عمومی اینگونه است:

$$R = R^\circ + QU$$

$$S = S^\circ + QV \qquad (۱۳-۱۱)$$

که Q یک چندجمله‌ای دلخواه است. جواب حداقل درجه با انتخاب $Q = -S^\circ \operatorname{div} V$ به دست می‌آید. این، نتیجه می‌دهد که: $S = S^\circ \bmod V$.

ارتباط با معادلات خطّی معمولی

با متحد کردن ضرایب همدرجه، معادلهٔ دیوفانتین (۱۱ ـ ۱۱)، به صورت مجموعه‌ای از معادلات خطی زیر قابل بیان است:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & 1 & \ddots & \vdots \\ a_2 & a_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & & 1 \\ a_n & \vdots & & a_1 \\ 0 & a_n & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & a_n \end{pmatrix}}_{k \text{ ستون}} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} b_0 & 0 & \cdots & 0 \\ b_1 & b_0 & \ddots & \vdots \\ b_2 & b_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & & b_0 \\ b_n & \vdots & & b_1 \\ 0 & b_n & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & b_n \end{pmatrix}}_{l+1 \text{ ستون}} \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_k \\ s_0 \\ \vdots \\ s_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{c1} - a_1 \\ \vdots \\ a_{cn} - a_n \\ a_{cn+1} \\ \vdots \\ a_{ck+l+1} \end{pmatrix} \qquad (۱۴-۱۱)$$

ماتریس سمت چپ، ماتریس سیلوستر[1] نامیده می‌شود و غالباً در ریاضیات کاربردی ظاهر می‌شود. این ماتریس دارای این خاصیت است که اگر و فقط اگر چندجمله‌ایهای A و B هیچ عامل مشترکی نداشته باشند نامنفرد خواهد بود. اگر هیچ عامل مشترکی وجود نداشته باشد معادلهٔ (۱۱ ـ ۱۴) دارای پاسخی یکتا خواهد بود. لیکن به عدم یکتایی نسبت به مرتبهٔ چندجمله‌ایهای R و S دقت کنید. انتخابهای متفاوت k و l، همانطور که قبلاً توضیح داده شد چندجمله‌ایهای R و S متفاوتی را خواهد داد. حلّ معادلهٔ (۱۱ ـ ۱۴) را می‌توان به روش حذف گوسی انجام داد، ولی این روش از ساختار خاص ماتریس سیلوستر استفاده نمی‌کند.

1. Silvester Matrix

www.powerjam.ir

۱۱ ـ ۵ پیاده‌سازی تخمینگر

در پیاده‌سازی تخمینگر موارد بسیاری را باید درنظر گرفت. این قسمت را می‌توان با اندرز ذیل خلاصه کرد: «تنها از داده‌های مربوطِ خوب استفاده کرده، با دقت با آن رفتار کنید و اطّلاعات مفید را دور نریزید».

مسألهٔ کلیدی، آن است که می‌خواهیم مدلی به دست آوریم که برای طراحی سیستم کنترل، مناسب باشد و می‌خواهیم تغییرات مدل را دنبال کنیم. این کارها تحت تأثیر عوامل زیادی قرار می‌گیرند. در این قسمت انتخاب ساختار مدل، فیلتراژ و تحریک، تعقیب پارامتر، اختتام تخمینگر و اصلاحات قوام را توضیح می‌دهیم.

ساختار مدل

فرایندهای فیزیکیِ حقیقی که ما سعی بر کنترل آنها داریم، ممکن است دارای دینامیکهای پیچیده‌ای باشند. آنها ممکن است غیرخطّی یا نامتناهی‌البُعد باشند. یک دلیل موفقیت کنترل خودکار این است که اغلب، کنترل خوب بر مدلهای دینامیکی نسبتاً ساده‌ای استوار است. چنین مدلهایی تحت شرایط کار خاصّی می‌توانند بسیار خوب کار کنند، امّا پارامترهای مدل به شرایط کار وابسته خواهد بود. در کنترل تطبیقی سعی می‌شود یک مدل خطّی ساده به طور بیدرنگ برازش و پارامترها تنظیم شوند. برای این منظور، فهم آنچه که در برازش دینامیکهای پیچیده با مدلهای ساده اتفاق می‌افتد، از اهمیت زیادی برخوردار است. یک حقیقت اساسی آن است که نتیجهٔ حاصل، به‌طور بحرانی به طبیعت سیگنالِ ورودی، وابسته است. این موضوع را با یک مثال توضیح می‌دهیم.

مثال ۱۱ ـ ۴ برازش مدلهای مرتبهٔ پایین به سیستمهای مرتبهٔ بالا

فرایندی با تابع انتقال $G(s)$ را درنظر گرفته، فرض کنید سعی بر این است که سیستم به وسیلهٔ یک سیستم مرتبهٔ اوّل با تابع انتقال:

$$\hat{G}(s) = \frac{b}{s + a}$$

مدل شود. اگرسیگنال‌ورودی، سینوسی‌بافرکانس ω_0 باشد، در صورتی که $\mathrm{Im}\{G(i\omega_0)\} \neq 0$ باشد، این‌امکان‌وجوددارد که بتوان‌برازش‌کاملی با پارامترهای محدود به دست آورد. محاسبات سر راست نشان می‌دهد که اگر پارامترها به صورت ذیل انتخاب شود، $\hat{G}(i\omega_0) = G(i\omega_0)$

www.powerjam.ir

خواهد بود:

$$a = -\frac{\omega_0 \, \mathrm{Re}\{G(i\omega_0)\}}{\mathrm{Im}\{G(i\omega_0)\}}$$

$$b = -\frac{\omega_0 \, |G(i\omega_0)|^2}{\mathrm{Im}\{G(i\omega_0)\}}$$

در این صورت تابع انتقال مدل، کاملاً به داده‌ها پرازش می‌شود، امّا پارامترهای حاصل به فرکانس ω_0 وابسته‌اند. مقادیر پارامتر ممکن است به طور قابل ملاحظه‌ای با تغییر فرکانس سیگنال ورودی تغییر کند.

یکی از ویژگیهای جالب سیستمهای تطبیقی آن است که پارامترها در حلقه ـ بسته تخمین زده می‌شوند. درنتیجه، مدل ساده در کنترلگر تطبیقی بر سیگنالهای واقعیِ حاصل از پسخور، برازانده می‌شود و این مطلب به طور حسّی خواص خود ـ تنظیم را بیان می‌کند.

نکتهٔ مهم دیگر آن است که مشکلات تخمین بیدرنگ پارامترها، با افزایش تعداد پارامترهای مدل، به طور چشمگیری افزایش می‌یابد. با افزایش تعداد پارامترها، میزان تحریک لازم نیز افزایش می‌یابد. برای این منظور مفید خواهد بود سعی کنیم تعداد پارامترهای مجهول را تا حد امکان کاهش دهیم. این کار را می‌توان با استفاده از اطلاعات *قبلی* انجام داد. این موضوع اغلب در مدلهای زمان ـ پیوسته بیان می‌شود. نتایج این کار وابستگی زیادی به نوع کاربرد دارند. مثالهایی در این مورد در مسائل انتهای این فصل داده شده است. مدلهای شامل دینامیک مرتبهٔ پایین و تأخیرهای زمانی در کنترل فرایند، بسیار مفید بوده‌اند. چنین مدلهایی را می‌توان با توابع انتقال پالس به شکل:

$$H_1(z) = \frac{b_0 z + b_1}{z^d (z + a_1)} \qquad (۱۱ - ۱۵)$$

یا:

$$H_2(z) = \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{z^d (z^2 + a_1 z + a_2)} \qquad (۱۱ - ۱۶)$$

نمایش داد که تأخیر زمانی τ بین dh و $h + dh$ است. معادلهٔ (۱۱ ـ ۱۶) را می‌توان نشاندهندهٔ سیستمهای نوسانی مرتبهٔ دوم نیز دانست. اگر تأخیر زمانی، نامعین باشد می‌توان پارامترهای b بیشتری به کار برد. در بسیاری از حالات *از قبل* معلوم است که انتگرالگیرهایی در مدل وجود دارد. این موضوع، توابع انتقالی را نتیجه می‌دهد که شامل عامل $z - 1$ در مخرج است.

www.powerjam.ir

فیلترهای داده و تحریک

فرض کنید فرایند، با مدل زمان ـ گسستهٔ زیر توصیف شود:

$$y(t) = G_0(q)u(t) + v(t) \qquad (۱۷ - ۱۱)$$

توجه کنید که فیلترهای ضد ـ اختلاط فرکانسیِ ممکن، به عنوان قسمتی از فرایند $G_0(q)$ ظاهر می‌شوند. ممکن است اغتشاش $v(t)$ مجموعی از اغتشاشهای قطعی، قطعی پاره‌ای[1] و اتفاقی باشد.

سیگنال، دارای مؤلفه‌های فرکانس پایین و بالا است. در مسائل کنترل اتفاقی، طراحی کنترلگری که در یک طیف اغتشاش خاصّ تنظیم شود، مهم است. در این حالت، تخمین مشخصه‌های اغتشاش از اهمیت خاصّی برخوردار است. در یک مسألهٔ قطعی، ما ابتدا جملهٔ $G_0(q)u(t)$ را در معادلهٔ بالا درنظر می‌گیریم و توجّه خاصّی به مشخصهٔ کامل اغتشاش $v(t)$ نداریم. در توضیحات ذیل، این حالت را درنظر می‌گیریم.

حضور اغتشاش $v(t)$، قطعاً مشکلاتی را در تخمین پارامتر به وجود خواهد آورد. لیکن می‌توان تأثیر $v(t)$ را با فیلتراژ کاهش داد. فرض کنید فیلتر داده H_f را درنظر بگیریم و آن را به معادلهٔ (۱۱ ـ ۱۷) اعمال کنیم، در این صورت خواهیم داشت:

$$y_f(t) = G_0(q)u_f(t) + v_f(t) \qquad (۱۸ - ۱۱)$$

که در آن:

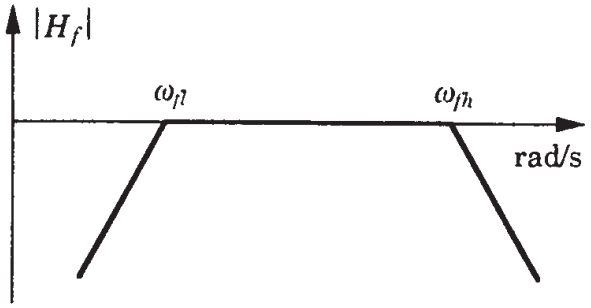
$$y_f(t) = H_f(q)y(t) \qquad u_f(t) = H_f(q)u(t) \qquad v_f(t) = H_f(q)v(t)$$

است. حال ممکن است با انتخاب مناسب فیلتر داده بتوانیم اثر نسبیِ جملهٔ اغتشاش در معادلهٔ (۱۱ ـ ۱۸) را از معادلهٔ (۱۱ ـ ۱۷) کمتر کنیم. این فیلتراژ باید بر محدودهٔ فرکانسهایی که برای طراحی کنترل مهم هستند نیز تأکید داشته باشد. اغتشاش $v(t)$ نوعاً دارای مؤلفه‌های قابل توجهی با فرکانس پایین است. بنابراین مؤلفه‌های فرکانس پایین باید تضعیف شوند. مولفه‌های با فرکانس خیلی بالا نیز باید تضعیف شوند. یک دلیل این امر آن است که اگر مدل:

$$A(q)y_f(t) = B(q)u_f(t)$$

1. Piecewise deterministic

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۷. منحنی دامنه برای فیلتر دادهٔ $H_f(q)$

با روش حداقل مربعات، برازنده شود، مطلوب است که $A(q)\,v_f(t)$، نویز سفید باشد. از آنجا که فیلتراژ با A سبب تقویت فرکانسهای بالا می‌شود، این موضوع بدان معناست که $v_f(t)$ نباید شامل فرکانسهای بالا باشد. درنتیجه همانگونه که در شکل ۱۱ ـ ۷ نشان داده شده، فیلتر داده، نوعاً دارای مشخصهٔ میانگذر است. فرکانس مرکزی معمولاً حول فرکانس قطع سیستم است.

در قسمت ۳ ـ ۵ استفاده از فیلتری با تابع انتقال زیر را پیشنهاد کردیم:

$$H_f(z) = \frac{1}{A_0(z^{-1})\,A_m(z^{-1})}$$

این فیلتر، نوعی فیلتر پایین‌گذر است که فرکانسهای پایین را تضعیف نمی‌کند. در قسمت ۱۱ ـ ۷ راه دیگری را برای انتخاب فیلتر داده ارائه می‌کنیم. یک فیلتر دادهٔ نوعی به صورت زیر است:

$$H_f(q) = \frac{(1-\alpha)(q-1)}{q-\alpha}$$

برخی از روشهای انتخاب فیلتر داده، بعدتر توضیح داده خواهد شد.

بارها تأکید شده که لازم است برای قابل اعتماد بودن پارامترهای تخمینی، لازم است سیگنال ورودی، تحریک کنندهٔ پایا از مرتبهٔ به اندازهٔ کافی بالا باشد. با به حساب آوردن این مطلب که ما مدلهای مرتبهٔ پایین را به سیستمهای مرتبهٔ بالا برازش می‌دهیم، همچنین لازم است که پایایی تحریک با سیگنالهایی در محدودهٔ فرکانسی که دقیق بودن مدل در آن محدوده لازم است، به دست آید.

تعقیب پارامتر

خاصیت کلیدی کنترلگر تطبیقی، قابلیت تعقیب تغییرات دینامیک فرایند است. برای این کار لازم است از داده‌های قدیم صرفنظر شود، که مستلزم انجام مصالحه‌هایی است. اگر پارامترها ثابت باشند، مطلوب این است که تخمین براساس تعداد زیادی اندازه‌گیری انجام شود تا آثار

www.powerjam.ir

اغتشاش کاهش یابد؛ لیکن اگر پارامترها تغییر کنند، ممکن است استفاده از یک مجموعه دادهٔ طولانی، گمراه کننده باشد، زیرا ممکن است پارامترها همان پارامترهای قبلی نباشند. راههای زیادی برای روبرو شدن با این مسأله وجود دارد. البتّه در این حالت اگر طبیعت تغییرات پارامتر معلوم باشد، بهترین پاسخها به دست می‌آید. دو حالت نمونه وجود دارد. یکی حالتی که پارامترها به کندی رانده می‌شوند و دیگری حالتی است که پارامترها در زمانی طولانی ثابتند و سپس از یک مقدار به مقداری دیگر جهش می‌کنند. تلاشهای زیادی برای برخورد با مسألهٔ تعقیب پارامتر انجام شده است و منابع فراوانی وجود دارد. اغلب کارها براساس فرض توصیف کامل طبیعت تغییرات پارامتر است. یک مثال نوعی حالتی است که پارامترها، فرایند مارکوف با احتمال‌گذر[1] معلوم باشند. چنین اطلاعات وسیعی از تغییرات پارامتر بندرت در دست است؛ از این‌رو ما چند روش بدون اثبات دقیق را در خصوص تعقیب پارامتر مطرح می‌کنیم.

فراموشی نمایی

فراموشی نمایی روشی برای دور ریختن داده‌های قدیم است. این کار براساس این فرض است که تابع تلف حداقل مربعات با تابع تلف دیگری جایگزین شود که در آن داده‌های قدیم به‌طور نمایی کم می‌شود. از قضیهٔ ۲ ـ ۴ نتیجه می‌شود که تخمین حداقل مربعات بازگشتی با فراموشی نمایی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) + K(t)\,(y(t) - \varphi^T(t)\,\hat{\theta}(t-1)) \\
K(t) &= P(t-1)\,\varphi(t)\,(\lambda + \varphi^T(t)\,P(t-1)\,\varphi(t))^{-1} \qquad (۱۹-۱۱) \\
P(t) &= \frac{1}{\lambda}\,(I - K(t)\,\varphi^T(t))\,P(t-1)
\end{aligned}$$

که دوره تناوب نمونه‌برداری h به عنوان واحد زمان انتخاب شده است. ضریب فراموشی به صورت زیر است:

$$\lambda = e^{-h/T_f}$$

که در آن T_f ثابت زمانیِ فراموشی نمایی است. به منظور بررسی مقادیر معقول ضریب فراموشی، مقادیر ضریب فراموشی را برای نسبتهای مختلف T_f/h، در جدول ۱۱ ـ ۳ آورده‌ایم.

این امکان وجود دارد که روش فراموشی نمایی را تعمیم داده، برای پارامترهای مختلف،

1. Transition Probability

www.powerjam.ir

جدول ۱۱ ـ ۳. روابط بین نسبت T_f / h و ضریب λ

T_f / h	λ
۱	۰/۳۷
۲	۰/۶۱
۵	۰/۸۲
۱۰	۰/۹۰
۲۰	۰/۹۵
۵۰	۰/۹۸
۱۰۰	۰/۹۹

ضرایب فراموشی مختلفی داشته باشیم. لیکن این کار نیاز به داشتن اطلاعاتی در مورد طبیعت تغییراتِ پارامترهای مختلف دارد. یک روش اصلاح دیگر، اصلاح معادلات (۱۱ ـ ۱۹) به گونه‌ای است که فقط عناصر قطری بر λ تقسیم شود.

تعقیب یک پارامتر متغیر با زمان را با مثال ذیل توضیح می‌دهیم:

مثال ۱۱ ـ ۵ تعقیب پارامترهای سیستم متغیّر با زمان

فرایندی را درنظر بگیرید که با معادلهٔ دیفرانسیل زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{dy}{dt} = -y(t) + K_p(t)\,u$$

که در آن بهرهٔ فرایند، متغیر با زمان است. این فرایند، به وسیلهٔ یک کنترلگر تطبیقی غیرمستقیم کنترل می‌شود که پارامترهای مدل زمان ـ گسستهٔ زیر را تخمین می‌زند:

$$y(kh + h) + ay(kh) = bu(kh)$$

و کنترلگری با عمل انتگرالی را با استفاده از جایابی قطب مقاوم با:

$$A_m(q) = q + a_m = q - e^{-h/T_m}$$

و:

$$A_\circ(q) = q + a_\circ = q - e^{-h/T_\circ}$$

www.powerjam.ir

طراحی می‌کند. محاسبات مستقیم، کنترلگری به شکل زیر را نتیجه می‌دهد:

$$u(kh) = t_0\, u_c(kh) + t_1\, u_c(kh-h) - s_0\, y(kh) - s_1\, y(kh-h) + u(kh-h)$$

که در آن:

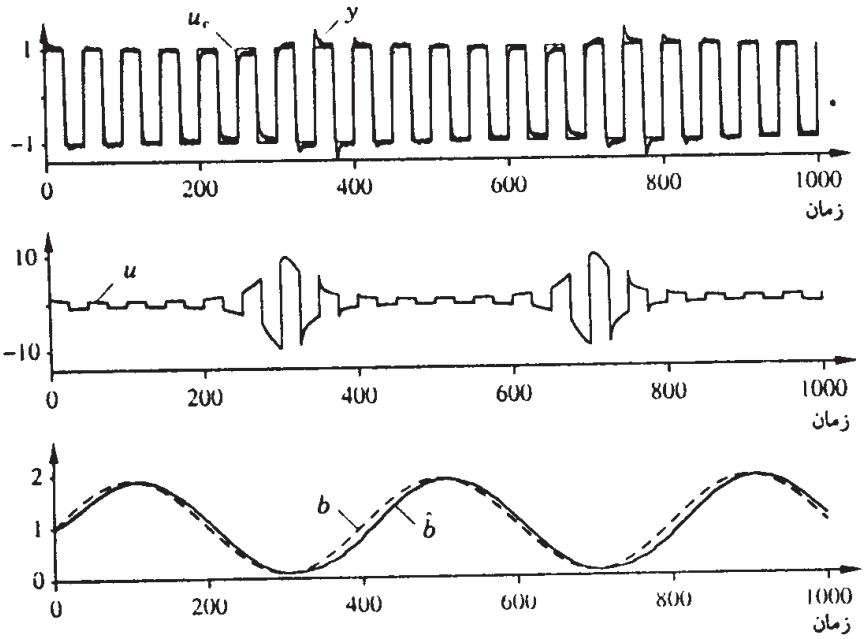
$$t_0 = \frac{1 + a_m}{b}$$

$$t_1 = a_0\, t_0$$

$$s_0 = \frac{1 + a_0 + a_m - a}{b}$$

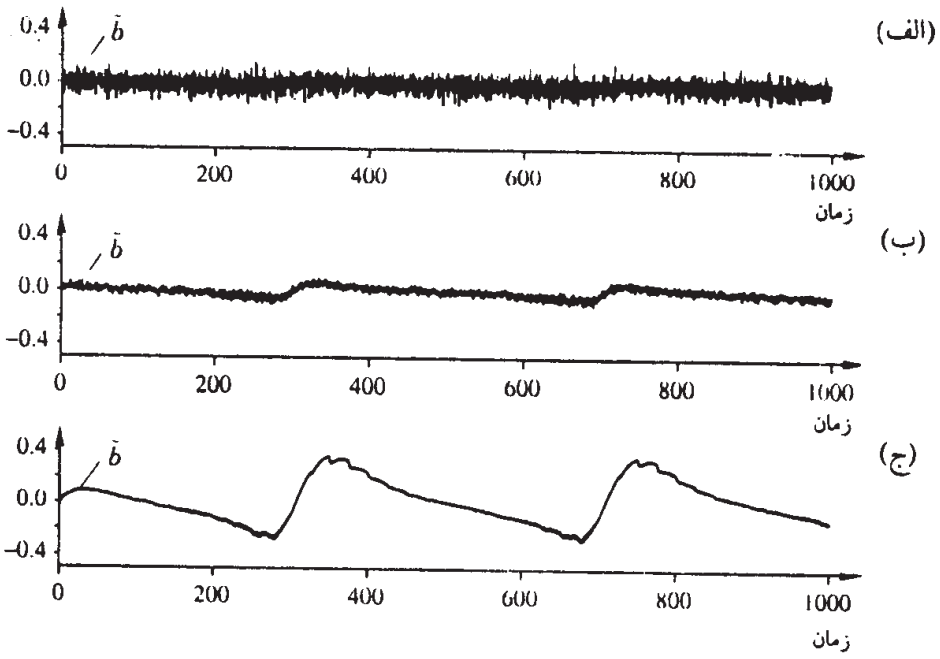
$$s_1 = \frac{a_0\, a_m + a}{b}$$

از آنجا که فقط بهرهٔ فرایند، معلوم است، تنها پارامتر b را تخمین خواهیم زد. همچنین در شبیه‌سازی، فرض خواهیم کرد بهره به صورت سینوسی بین ۰/۱ و ۱/۹ با دورهٔ تناوب ۴۰۰ تغییر می‌کند. شکل ۱۱ ـ ۸ شبیه‌سازی سیستم را در حالتی نشان می‌دهد که سیگنال فرمان، موج مربعی با دورهٔ تناوب ۵۰ است، ضمناً در این شکل نویز اندازه‌گیری با انحراف معیار ۰/۰۲ و ضریب فراموشی $\lambda = 0/95$ نیز وجود دارد. توجه کنید که تغییرات بهره بوضوح در شکل سیگنال کنترل مشاهده می‌شود، که به طور قابل ملاحظه‌ای در طی یک پله تغییر می‌کند.



شکل ۱۱ ـ ۸. تعقیب پارامترهای متغیر با زمان

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۹. خطای تعقیب پارامتر $\tilde{b} = b - \hat{b}$ برای ضرایب فراموشی مختلف: (الف) $\lambda = ۰/۱$؛ (ب) $\lambda = ۰/۷$؛ (ج) $\lambda = ۰/۹۵$.

شکل ۱۱ ـ ۸ نشان می‌دهد که بهرهٔ تخمین زده شده نسبت به بهرهٔ واقعی، تأخیر دارد. در این شبیه‌سازی، فراموشی $\lambda = ۰/۹۵$ و دوره تناوب نمونه‌برداری $h = ۰/۵$ است. در این صورت ثابت زمانی مربوط به این فراموشی نمایی برابر با $T_f = ۱۰ s$ است که تخمینی خام از تأخیر زمانی تخمینگر است. همچنین توجه کنید که این تأخیر برای بهره‌های افزایشی و کاهشی، متفاوت است و این، مشخصه‌ای است که طبیعت غیرخطیِ مسأله را نشان می‌دهد. برای کاهش تأخیر تعقیب، می‌توان ضریب فراموشی را کاهش داد؛ در این صورت تخمینها، تغییرات بیشتری خواهند داشت. برای توضیح این مطلب، همان سیستم شکل ۱۱ ـ ۸ را با ضرایب فراموشی مختلف شبیه‌سازی می‌کنیم. نتایج شبیه‌سازی در شکل ۱۱ ـ ۹ نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که ضریب فراموشی $\lambda = ۰/۹۵$ بیش از اندازه بزرگ است، زیرا خطای تعقیب سیستماتیک خیلی بزرگ است. از طرف دیگر ضریب فراموشی $\lambda = ۰/۱$ بسیار کوچک و خطای سیستماتیک نیز بسیار کوچک است، امّا مؤلفهٔ اتفاقی، بزرگ است. در این حالت خاص، مقدار $\lambda = ۰/۷$، مصالحهٔ معقولی است. دلیل مقدار پایین λ، آن است که تغییرات پارامتر، بسیار سریع است.

www.powerjam.ir

بازنشانی کواریانس

در بعضی از حالات، پارامترها در دوره‌های طولانی زمان ثابتند و گهگاه به طور ناگهانی تغییر می‌کنند. در این حالتها فراموشی نمایی، که براساس فرض رفتاری همگن در زمان استوار است، چندان مناسب نیست. در چنین حالتی مناسبتر است که هنگام وقوع تغییرات، ماتریس کواریانس تخمینگر به ماتریس بزرگ بازنشانی شود. این موضوع بازنشانی کواریانس خواننده

اختتام تخمینگر

فراموشی نمایی تنها زمانی خوب کار می‌کند که فرایند در همهٔ زمانها کاملاً تحریک شود. وقتی که تحریک، ضعیف باشد، مشکلاتی درخصوص فراموشی نمایی به وجود خواهد آمد. برای فهم این مطلب، ابتدا حالت حدّی را درنظر می‌گیریم که در آن هیچ تحریکی وجود ندارد، یعنی $\varphi = 0$ است. در این صورت معادلات تخمین به صورت زیر است:

$$\theta(t+1) = \theta(t)$$
$$P(t+1) = \frac{1}{\lambda} P(t)$$

بنابراین معادلهٔ تخمین θ با همهٔ مقادیر ویژهٔ برابر با ۱ و معادلهٔ ماتریس P با همهٔ مقادیر ویژهٔ برابر با $1/\lambda$، ناپایدار است. بنابراین در این حالت، تخمین، ثابت خواهد ماند و اگر $\lambda < 1$ باشد ماتریس P به طور نمایی رشد خواهد کرد. از آنجا که بهرهٔ تخمینگر برابر با $P\varphi$ است، این بهره نیز به طور نمایی رشد خواهد کرد. این بدان معناست که ممکن است هرگاه φ مخالف صفر شود، تخمینها شدیداً تغییر کنند. این پدیده در قیاس با اختتام انتگرالگیر، *اختتام تخمینگر* نامیده می‌شود.

در صورتی که بردار رگرسیون مخالف صفر باشد، مسأله‌ای مشابه مورد بالا اتفاق می‌افتد، اما به یک زیرفضا محدود می‌گردد. این موضوع را با یک مثال توضیح می‌دهیم:

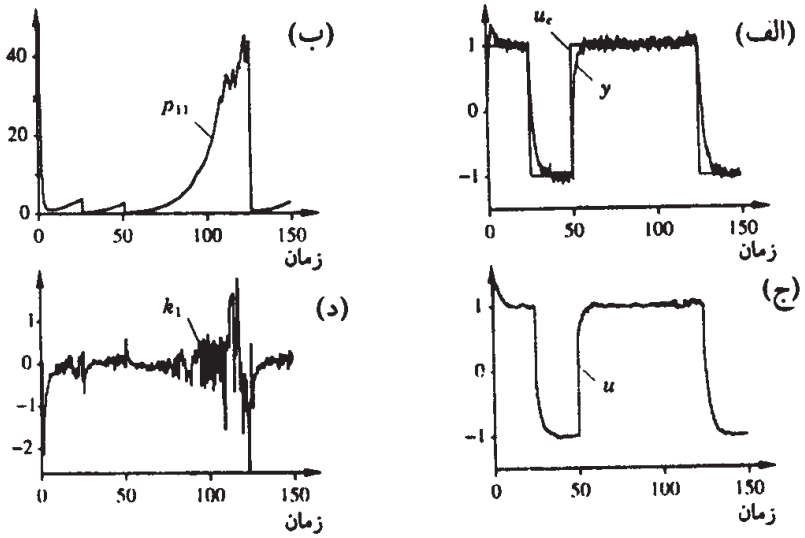
مثال ۱۱ ـ ۷ یک بردار رگرسیون ثابت باعث اختتام می‌شود

فرایندی با تابع انتقال:

$$G(s) = \frac{\beta}{s+\alpha}$$

را با یک کنترلگر تطبیقی غیرمستقیم براساس تخمین پارامترهای a و b در مدل زمان ـ گسستهٔ

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۱۲. توضیح اختتام تخمینگر در اثر تحریک ضعیف: (الف) خروجی y و سیگنال مرجع u_c؛ (ب) کواریانس p_{11}؛ (ج) سیگنال کنترل u و (د) بهرهٔ تخمینگر k_1

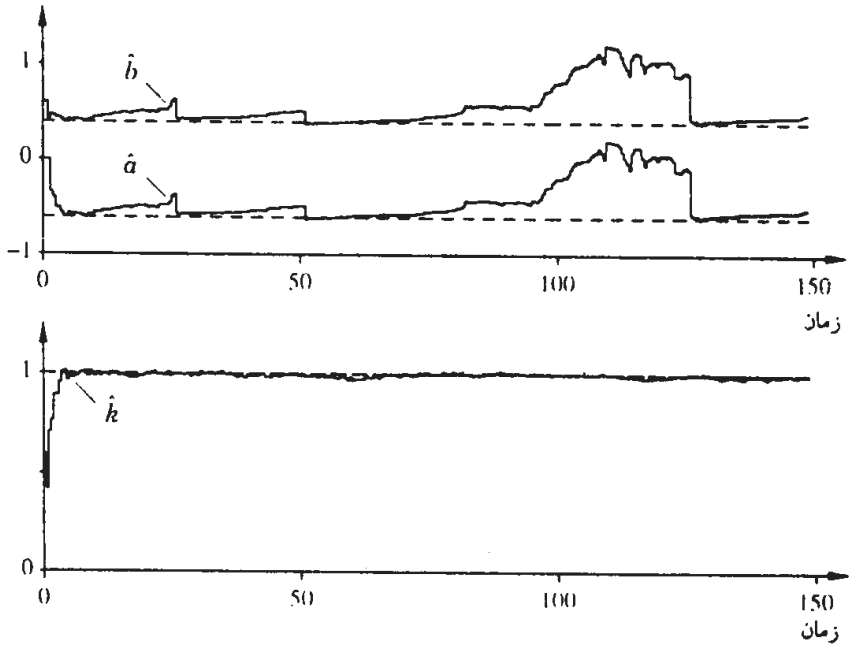
پارامترها در R^2 هستند. همچنین برای داشتن تحریک، لازم است بردارهای رگرسیون، R^2 را به طور مداوم تولید[1] کنند. هنگامی که سیگنال مرجع، ثابت باشد، ورودی و خروجی پس از یک حالت گذرا در مقادیر ثابتی قرار می‌گیرند. در این حالت، بردار رگرسیون به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\varphi(t) = [-u_c \quad au_c / b]$$

این بردار در زیرفضایی یک بُعدی از R^2 قرار می‌گیرد، بنابراین تحریک کنندهٔ پایا نیست. شبیه‌سازی شکل ۱۱ ـ ۱۲، رفتار سیستم را نشان می‌دهد. خروجی فرایند، سیگنال فرمان را بخوبی تعقیب می‌کند و سیگنال کنترل نیز کاملاً معقول است. شکل ۱۱ ـ ۱۲ نشان می‌دهد که عنصر p_{11} از ماتریس P در دوره‌های زمانی که سیگنال فرمان ثابت است، تقریباً به طور نمایی رشد می‌کند. انحرافات موجود ناشی از اثر نویز اندازه‌گیری است که مقداری تحریک ایجاد می‌کند. سایر عناصر ماتریس P نیز به طور مشابه عمل می‌کنند. بهره‌های تخمینگر هم به طور چشمگیری رشد می‌کنند. رشد نمایی ماتریس P و نتیجتاً افزایش بهره‌های تخمینگر، بوضوح در شکل ۱۱ ـ ۱۲، دیده می‌شود. همانطور که در شکل ۱۱ ـ ۱۳ نشان داده شده، تخمینهای پارامتر به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر خواهند کرد. هنگامی که سیگنال فرمان، ثابت باشد، تخمینها در انتهای دورهٔ زمانی بسیار نادقیق خواهد بود. همچنین در شکل ۱۱ ـ ۱۳ تخمین بهرهٔ

1. Span

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۱۳. تخمینهای پارامتر در حالت اختتام تخمینگر دراثر تحریک ضعیف؛ خط‌چینها مقادیر صحیح پارامتر و بهرهٔ فرایند را نشان می‌دهند.

فرایند، که از رابطهٔ ذیل محاسبه شده، نشان داده شده است:

$$\hat{k} = \frac{\hat{b}}{1 + \hat{a}}$$

این تخمین برای تمام دورهٔ زمانی، بسیار خوب است، زیرا این متغیّر بخوبی تحریک می‌شود. به این دلیل است که کنترلگر با وجود تخمینهای ضعیف a و b رفتار معقولی دارد.

برای اینکه بینش بیشتری نسبت به پدیدهٔ اختتام پیدا کنیم، رفتار نشان داده شده در شکل ۱۱ ـ ۱ را به طور ساده تحلیل می‌کنیم. برای این منظور فرض می‌کنیم که بردار رگرسیون، ثابت باشد، یعنی $\varphi(t) = \varphi_0$. وارون ماتریس P به صورت زیر است:

$$P^{-1}(t+1) = \lambda^t P_0^{-1} + \sum_{k=1}^{t} \lambda^{t-k} \varphi_0 \varphi_0^T = \lambda^t P_0^{-1} + \frac{1-\lambda^t}{1-\lambda} \varphi_0 \varphi_0^T$$

با استفاده از لم وارون ماتریس (لم ۲ ـ ۱)، پس از یک‌سری محاسبات درمی‌یابیم که ماتریس کوواریانس را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P(t+1) = \frac{1}{\lambda^t}\left(P_0 - \frac{P_0 \varphi_0 \varphi_0^T P_0}{\lambda^t \alpha(t) + \varphi_0^T P_0 \varphi_0}\right)$$

www.powerjam.ir

که در آن داریم:

$$\alpha(t) = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^t}$$

علاوه بر این می‌توان نوشت:

$$P(t+1)\varphi_0 = a(t)\frac{P_0\varphi_0}{\lambda^t a(t) + \varphi_0^T P_0 \varphi_0} \qquad (۲۰-۱۱)$$

ماتریس P را می‌توان به صورت زیر تجزیه کرد:

$$P(t+1) = \tilde{P}(t) + \beta(t)\varphi_0\varphi_0^T$$

که در آن:

$$\tilde{P}(t) = \frac{1}{\lambda^t}\left(P_0 - \frac{P_0\varphi_0\varphi_0^T P_0}{\lambda^t \alpha(t) + \varphi_0^T P_0 \varphi_0}\right) - \beta(t)\varphi_0\varphi_0^T$$

و:

$$\beta(t) = \alpha(t)\frac{\varphi_0^T P_0 \varphi_0}{(\varphi_0^T\varphi_0)^2(\lambda^t\alpha(t) + \varphi_0^T P_0\varphi_0)}$$

ماتریس $\tilde{P}(t)$ دارای رتبهٔ $n-1$ با $\tilde{P}(t)\varphi_0 = 0$ است. از آنجا که $|\lambda| < 1$ است با $t \to \infty$ خواهیم داشت:

$$a(t) \longrightarrow 1-\lambda$$
$$b(t) \longrightarrow \frac{1-\lambda}{(\varphi_0^T\varphi_0)^2}$$

بنابراین در تجزیهٔ $P(t+1)$ در می‌یابیم که ماتریس $\tilde{P}$ به صورت λ^{-t} به سمت بینهایت و $\beta(t)\varphi_0\varphi_0^T$ به سمت مقدار ثابت $(1-\lambda)\varphi_0\varphi_0^T/(\varphi_0^T\varphi_0)^2$ می‌رود.

به طور حسّی می‌توان نتیجهٔ محاسبات را به صورت زیر تعبیر کرد: هنگامی که بردار رگرسیون، ثابت باشد، تنها اطلاعاتی در مورد مؤلفه‌ای از پارامتر که با بردار رگرسیون موازی است، به دست می‌آوریم. این مؤلفه را می‌توان به طور قابل اطمینانی با فراموشی نمایی تخمین زد. «تصویر» ماتریس P در این جهت به $1-\lambda$ همگرا شده و قسمت «متعامد» ماتریس P به صورت λ^{-t} به بینهایت می‌رود. بنابراین با ترکیب فراموشی نمایی با تحریک ضعیف، اختتام تخمینگر نتیجه می‌شود. راههای متعددی برای اجتناب از اختتام تخمینگر وجود دارد، که بعضی از آنها را توضیح می‌دهیم:

www.powerjam.ir

بهنگام کردن شرطی

یکی از روشهای اجتناب از اختتامِ تخمینگر، این است که تخمین و کواریانس تنها در موقعی بهنگام شوند که تحریک وجود داشته باشد. الگوریتمهای حاصل از این کار، الگوریتمهای بهنگام کردن شرطی یا نواحی مرده خوانده می‌شوند. آشکارسازیِ صحیحِ تحریک باید براساس محاسبهٔ کواریانسها یا طیف (به‌گونه‌ای که در قسمت ۲ ـ ۴ توضیح داده شد) باشد. اغلب در عمل از شرایط ساده‌تری استفاده می‌شود. آزمونهای معمول براساس اندازهٔ تغییراتِ ورودیها و خروجیهای فرایند یا سایر سیگنالها (مانند ε و $\varphi^T P \varphi$) هستند. توجه کنید که کمیّت $\varphi^T P \varphi$ بدون بُعد است.

اگر بردار رگرسیون ثابت باشد، از معادلهٔ (۱۱ ـ ۲۰) نتیجه می‌شود که:

$$\varphi_\circ^T P(t) \varphi_\circ = a(t) \frac{\varphi_\circ^T P_\circ \varphi_\circ}{\lambda^t a(t) + \varphi_\circ^T P_\circ \varphi_\circ}$$

با $t \to \infty$ نتیجه می‌شود: $a(t) \to 1 - \lambda$. اگر از $\varphi^T P \varphi$ به عنوان کمیّت آزمون استفاده شود، طبیعی است که آن را با ضریب $1 - \lambda$ نرمالیزه کنیم. اثر بهنگام کردن شرطی را با یک مثال توضیح می‌دهیم.

مثال ۱۱ ـ ۸ بهنگام کردن شرطی

سیستم مثال ۱۱ ـ ۷ را درنظر بگیرید، امّا تخمینگر را برای بهنگام کردن شرطی اصلاح کنید. در این حالت خاص، اگر کمیّت آزمون در شرط زیر صدق کند تخمین بهنگام می‌شود:

$$\varphi(t)^T P(t) \varphi(t) > 2(1 - \lambda)$$

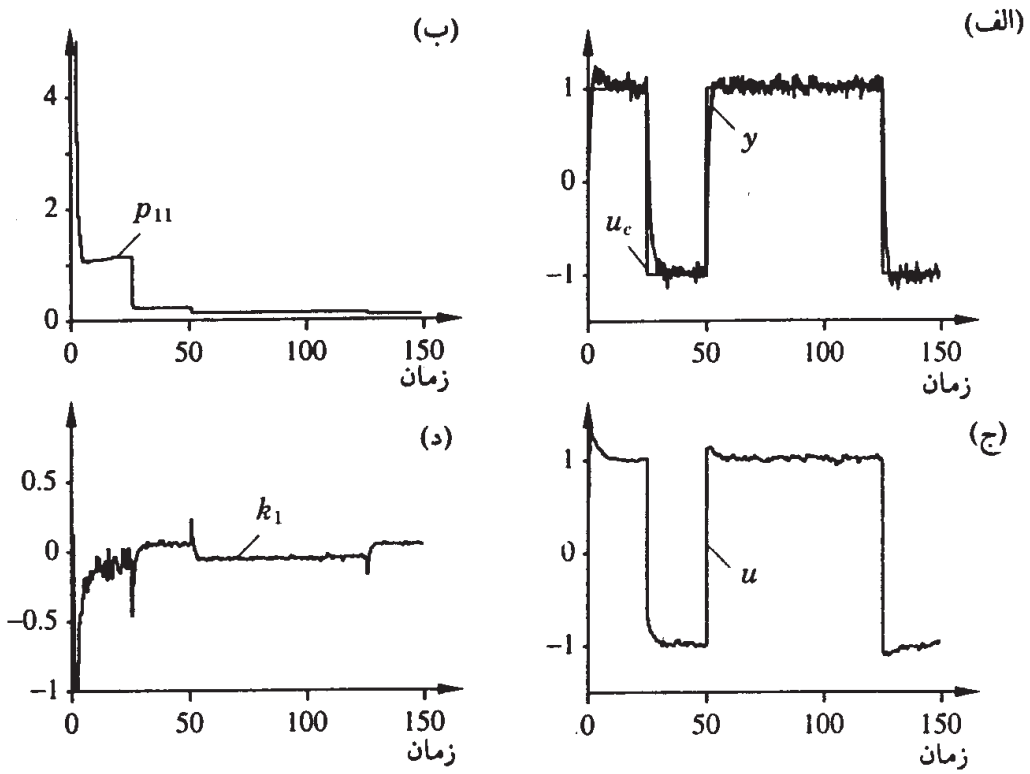
شکل ۱۱ ـ ۱۴ شبیه‌سازی مسأله را نشان می‌دهد که با شکل ۱۱ ـ ۱۲ قابل مقایسه است. توجه کنید که با این روش، از رشد نمایی اجتناب می‌شود. عناصر ماتریس P کراندار می‌ماند و بهره‌های تخمینگر بخوبی رفتار می‌کنند.

انتخاب شرط بهنگام کردن، حیاتی است. اگر معیار بیش از حد، سخت باشد، تخمینها ضعیف خواهد بود، زیرا عمل بهنگام کردن بندرت انجام می‌شود. اگر این معیار بیش از حد، آزاد باشد، اختتام کواریانس به وجود خواهد آمد.

الگوریتمهای ردّ ـ ثابت

راه دیگر کراندار ماندن ماتریس P مقیاس کردن این ماتریس در هر تکرار است. یک روش متداول، مقیاس کردن به طریقی است که ردّ ماتریس ثابت باشد. همچنین یک اصلاح اضافی،

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۱۴. توضیح چگونگی اجتناب از اختتام تخمینگر با بهنگام کردن شرطی؛ با شکل ۱۱ ـ ۱۲ مقایسه کنید.

افزودن یک ماتریس واحد کوچک است. این روش، که *الگوریتم ردّ ـ ثابت تنظیم شده*[1] نامیده می‌شود، به صورت زیر است:

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-1)+K(t)\,(y(t)-\varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1))$$

$$K(t)=P(t-1)\varphi(t)\,(\lambda+\varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t))^{-1}$$

$$\bar{P}(t)=\frac{1}{\lambda}\left(\bar{P}(t-1)-\frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{1+\varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}\right) \qquad (۲۱-۱۱)$$

$$P(t)=c_1\frac{\bar{P}(t)}{tr\,(\bar{P}(t))}+c_2 I$$

که در آن $c_1 > 0$ و $c_2 \geq 0$ است. مقادیر نوعی پارامترها ممکن است به صورت زیر باشد:

$$c_1/c_2 \approx 10^4$$
$$\varphi^T\varphi \,.\, c_1 >> 1$$

1. Regularized constant-trace

www.powerjam.ir

علاوه بر این می‌توان الگوریتم ردّ ـ ثابت را با بهنگام کردن شرطی نیز ترکیب کرد.

فراموشی جهت‌دار[1]

روش دیگر برای فراموش کردن داده‌های قدیم بر این حقیقت استوار است که یک مشاهده، تصویری از پارامتر را بر بردار رگرسیون می‌دهد. بنابراین می‌توان فراموشی نمایی را فقط در «جهت» بردار رگرسیون انجام داد. این روش فراموشی جهت‌دار نامیده می‌شود. برای به دست آوردن معادلات، مشاهده می‌کنیم که وارون ماتریس P با فراموشی نمایی به صورت زیر است:

$$P^{-1}(t+1) = \lambda P^{-1}(t) + \varphi(t)\varphi^T(t)$$

در فراموشی جهتی با فرمول زیر شروع می‌کنیم:

$$P^{-1}(t+1) = P^{-1}(t) + \varphi(t)\varphi^T(t)$$

ماتریس $P^{-1}(t)$ به صورت زیر تجزیه می‌شود:

$$P^{-1}(t) = \tilde{P}^{-1}(t) + \gamma(t)\varphi(t)\varphi^T(t) \qquad (۲۲-۱۱)$$

که $\tilde{P}^{-1}(t)\varphi(t) = 0$ است. درنتیجه داریم:

$$\gamma(t) = \frac{\varphi^T(t)P^{-1}(t)\varphi(t)}{(\varphi^T(t)\varphi^T(t))^2}$$

حال فراموشی نمایی فقط به جملهٔ دوّم معادلهٔ (۱۱ ـ ۲۲) اعمال می‌شود؛ این جمله متناظر با جهتی است که اطلاعات جدید بدست می‌آید. درنتیجه خواهیم داشت:

$$P^{-1}(t+1) = \tilde{P}^{-1}(t) + \lambda\gamma(t)\varphi(t)\varphi^T(t) + \varphi(t)\varphi^T(t)$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$P^{-1}(t+1) = P^{-1}(t) + \left(1 + (\lambda - 1)\frac{\varphi^T(t)P^{-1}(t)\varphi(t)}{(\varphi^T(t)\varphi(t))^2}\right)\varphi(t)\varphi^T(t)$$

صورتهای متعددی از این الگوریتم وجود دارد. گاهی ضریب فراموشی، تابعی از داده‌ها است. یک روش دیگر دارای این خاصیت است که هنگامی که تحریک، ضعیف است ماتریس P به سمت ماتریس متناسب با ماتریس واحد جهت داده شود.

1. Directional Forgetting

www.powerjam.ir

نشتی

راه دیگر اجتناب از اختتام تخمینگر، که نشتی نامیده می‌شود، در قسمت ۶ ـ ۹ توضیح داده شد. در حالت زمان ـ پیوسته، تخمینگر با اضافه کردن جملهٔ $\alpha\ (\theta^{\circ} - \theta)$، به صورتی که در معادلهٔ (۶ ـ ۸۴) نشان داده شد، اصلاح گردید. این بدان معناست که هنگامی که هیچ اطلاعات مفیدی به دست نمی‌آید، یعنی وقتی که $e = 0$ است، پارامترها به θ° همگرا خواهند شد. اصلاحی مشابه آن برای تخمینگرهای زمان ـ گسسته نیز قابل دستیابی است. هنگامی که از الگوریتمی از نوع حداقل مربعات استفاده می‌شود، معمول این است که به معادلهٔ P جمله‌ای مشابه افزوده شود تا آن را به سمت ماتریسی خاص جهت دهد.

تخمین مقاوم

اگر اغتشاش، گوسی و به گونه‌ای باشد که خطای معادله، نویز سفید باشد، تخمین حداقل مربعات، بهینه است. امّا در عمل این تخمین، دارای عیبهایی است، زیرا فرضیات نقض می‌شود. یکی از پیامدهای مستقیم فرمول حداقل مربعات آن است که یک خطای سادهٔ بزرگ، تأثیر فاحشی بر نتیجه دارد، زیرا در معیار، خطاها به توان دو می‌رسد. این یکی از پیامدهای فرض گوسی بودن است که درنتیجهٔ آن، احتمال خطاهای بزرگ، بسیار کوچک می‌شود. اگر فرض شود که احتمال خطاهای بزرگ قابل صرف‌نظر نیست تخمینگرهایی با خواص بسیار متفاوت به دست خواهد آمد. بدون اینکه وارد جزئیات شویم، تذکر می‌دهیم که تخمینگرها با معادلاتی به شکل زیر جایگزین خواهند شد:

$$\hat{\theta}\,(t) = \hat{\theta}\,(t-1) + P\,(t)\,\varphi\,(t-1)\,f\,(\varepsilon\,(t))$$

$$\frac{d\,\hat{\theta}}{dt} = P\,\varphi\,f\,(\varepsilon)$$

که تابع $f\,(\varepsilon)$ برای مقادیر کوچک ε، خطّی است، اما برای مقادیر بزرگ ε، بسیار آهسته‌تر از حالت خطی افزایش می‌یابد. یک مثال نوعی این تابع به صورت زیر است:

$$f\,(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{1 + a\,|\,\varepsilon\,|}$$

اثر نهائی، کاهش پیامدهای خطاهای بزرگ است. از این‌رو تخمینگرهای حاصل، مقاوم نامیده می‌شود.

www.powerjam.ir

۱۱ ـ ۶ الگوریتمهای جذری

در تحلیلهای عددی، واضح است که وقتی یک مسألهٔ حداقل مربعات به وسیلهٔ تشکیل و حل معادلات نرمال، حل می‌شود، ممکن است مقدار زیادی از دقّت محاسبات از بین برود. علّت این امر آن است که مقادیر اندازه‌گیری شده، بدون دلیل مربع می‌شوند. روش زیر برای حل مسألهٔ حداقل مربعات، از شرایط عددی بهتری برخوردار است. از معادلهٔ (۲ ـ ۴) شروع کنید:

$$\mathcal{E} = Y - \Phi\theta$$

تبدیل متعامد Q، یعنی $Q^TQ = QQ^T = I$، تغییری در نُرم اقلیدسیِ خطا به وجود نمی‌آورد. پس:

$$\tilde{\mathcal{E}} = Q\mathcal{E} = QY - Q\Phi\theta$$

تبدیل Q را طوری انتخاب کنید که ماتریس $Q\Phi$ بالا مثلثی باشد. درنتیجه معادلهٔ بالا به این شکل درمی‌آید:

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}^{1} \\ \tilde{e}^{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}^{1} \\ \tilde{y}^{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{1} \\ 0 \end{bmatrix} \theta$$

که $\tilde{\Phi}_1$ بالا مثلثی است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که تخمین حداقل مربعات از معادلهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{\Phi}_1 \theta = \tilde{y}^{1}$$

و مقدار خطا برابر با $(\tilde{e}^{2})^T \tilde{e}^{2}$ است. این روش محاسبهٔ تخمینی، بسیار دقیقتر از حل معادلهٔ نرمال می‌باشد (به خصوص اگر $\| \mathcal{E} \| << \| y \|$ باشد). روشی که براساس تبدیل متعامد بنا نهاده شود، روش جذری نامیده می‌شود، زیرا این روش با استفاده از ماتریس Φ و یا جذر $\Phi^T\Phi$ کار می‌کند. روشهای عددی بسیاری برای یافتن تبدیل متعامد Q وجود دارد. برای مثال تبدیل هاوس هولدر[1] یا روش QR. ما بیشتر از این، وارد جزئیات روشهای فوق نخواهیم شد، زیرا اصولاً به استفاده از روشهای بازگشتی علاقه‌مندیم.

1. Householder Transformation

www.powerjam.ir

نمایش مقادیر میانگین شرطی

روشهای جذری بازگشتی، طبعاً با استفاده از مباحث احتمالاتی قابل بررسی است. از این‌رو ابتدا به بررسی برخی از نتایج مقدماتی دربارهٔ مقادیر میانگین شرطیِ متغیرهای تصادفیِ گوسی، خواهیم پرداخت. نتایج زیر به دست می‌آید:

قضیهٔ ۱۱ ـ ۱ مقادیر میانگین شرطی و کواریانسها

فرض کنید متغیرهای تصادفی برداری x و y مشترکاً گوسی و دارای مقادیر میانگین:

$$E\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_y \\ m_x \end{bmatrix} \qquad (۲۳-۱۱)$$

و کواریانس:

$$\operatorname{cov}\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_y & R_{yx} \\ R_{xy} & R_x \end{bmatrix} = R \qquad (۲۴-۱۱)$$

باشد که $R_{xy} = R_{yx}^T$ است. علاوه بر این فرض کنید $\dim x = n$ و $\dim y = p$ باشد.
مقدار میانگین شرطی x به شرط y، گوسی با میانگین:

$$E(x \mid y) = m_x + R_{xy} R_y^{-1} (y - m_y) \qquad (۲۵-۱۱)$$

و کواریانس:

$$\operatorname{cov}(x \mid y) = R_{x|y} = R_x - R_{xy} R_y^{-1} R_{yx} \qquad (۲۶-۱۱)$$

می‌باشد.
ماتریس نامنفی R را می‌توان به شکل زیر تجزیه کرد:

$$R = \rho \begin{bmatrix} I & 0 \\ K & L_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_y & 0 \\ 0 & D_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ K & L_x \end{bmatrix}^T \qquad (۲۷-۱۱)$$

که D_x و D_y ماتریسهای قطری و L_x ماتریس پایین مثلثی است. لذا خواهیم داشت:

$$R_{xy} R_y^{-1} = K \qquad (۲۸-۱۱)$$

$$R_{x|y} = \rho L_x D_x L_x^T \qquad (۲۹-۱۱)$$

برهان: ابتدا نشان می‌دهیم که بردار z که بدین شکل تعریف می‌شود:

$$z = x - m_x - R_{xy} R_y^{-1} (y - m_y) \qquad (۳۰-۱۱)$$

www.powerjam.ir

دارای میانگین صفر و مستقل از y و همچنین دارای کواریانس زیر است:

$$R_z = R_x - R_{xy} R_y^{-1} R_{yx} \qquad (۳۱-۱۱)$$

میانگین z برابر صفر است؛ به علاوه داریم:

$$E\{z\,(y - m_y)^T\} = E\,\{(x - m_x)\,(y - m_y)^T - R_{xy} R_y^{-1}\,(y - m_y)\,(y - m_y)^T\}$$
$$= R_{xy} - R_{xy} R_y^{-1} R_y = 0$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که متغیرهای z و y ناهمبسته‌اند و از آنجا که این دو متغیرِ تصادفی، گوسی‌اند، می‌توان نتیجه گرفت که مستقل از هم نیز هستند. درنتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} y - m_y \\ \\ x - m_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ \\ R_{xy} R_y^{-1} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y - m_y \\ \\ z \end{pmatrix}$$

تابع چگالی مشترک x و y به صورت زیر است:

$$f(x,y) = (2\pi)^{-(n+p)/2}\,(\det R)^{-1/2} \exp\{-\frac{1}{2}(z^T R_z^{-1} z + (y-m_y)^T R_y^{-1}(y-m_y))\}$$

تابع چگالی y به صورت زیر است:

$$f(y) = (2\pi)^{-p/2}\,(\det R_y)^{-1/2} \exp\{-\frac{1}{2}(y - m_y)^T R_y^{-1}(y - m_y)\}$$

که p، بُعد بردار y است. بنابراین چگالی شرطی، بدین قرار است:

$$f(x \mid y) = \frac{f(x,y)}{f(y)} = (2\pi)^{-n/2}\,(\det R_y)^{1/2}\,(\det R)^{-1/2} \exp\{-\frac{1}{2} z^T R_z^{-1} z\}$$

که n، بُعد بردار x است. اما می‌دانیم:

$$\det R = \det \begin{pmatrix} R_y & R_{yx} \\ \\ R_{xy} & R_x \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} R_y & R_{yx} \\ \\ 0 & R_x - R_{xy} R_y^{-1} R_{yx} \end{pmatrix}$$

$$= \det R_y \,.\, \det (R_x - R_{xy} R_y^{-1} R_{yx}) = \det R_y \,.\, \det R_z$$

www.powerjam.ir

بنابراین:

$$f(x \mid y) = (2\pi)^{-n/2} (\det R_z)^{-1/2} e^{-(1/2) z^T R_z^{-1} z}$$

که z با معادلهٔ (۱۱ - ۳۰) و R_z با معادلهٔ (۱۱ ـ ۳۱) مشخص می‌شود.

بنابراین قسمت اول قضیه ثابت شده است. برای نشان دادن قسمت دوم آن توجه کنید که معادلهٔ (۱۱ ـ ۲۷) به شکل ذیل است:

$$R = \rho \begin{pmatrix} D_y & D_y K^T \\ KD_y & L_x D_x L_x^T + KD_y K^T \end{pmatrix}$$

شناسایی جملات مختلف نتیجه می‌دهد:

$$R_y = \rho D_y$$
$$R_{xy} = \rho K D_y$$
$$R_x = \rho (L_x D_x L_x^T + K D_y K^T)$$

بنابراین:

$$R_{xy} R_y^{-1} = K$$

و:

$$R_{x|y} = R_x - R_{xy} R_y^{-1} R_{yx} = \rho L_x D_x L_x^T$$

نکته: از قضیهٔ فوق این نتیجه حاصل می‌شود که محاسبهٔ میانگین شرطی یک متغیر تصادفی گوسی، معادل است با تبدیل ماتریس کواریانس مشترک متغیرها به شکل معادلهٔ (۱۱ ـ ۲۷). توجه کنید که این شکل را می‌توان به عنوان نمایش جذریِ ماتریس R درنظر گرفت.

کاربرد در تخمین بازگشتی

گام اصلی در تخمین بازگشتی را می‌توان بدین صورت توضیح داد: فرض کنید θ گوسی و به شکل $N(\theta^\circ, \rho)$ باشد. فرض کنید مشاهده‌ای خطی به شکل $y = \varphi^T \theta + e$ صورت گرفته که در آن e متغیر تصادفی نرمال به صورت $N(0, \sigma^2)$ است. بنابراین تخمین جدید به صورت

www.powerjam.ir

میانگین شرطی $E(\theta \mid y)$ به دست می‌آید. ماتریس کواریانس مشترک y و θ به صورت زیر خواهد بود:

$$R = \begin{bmatrix} \varphi^T P \varphi & \varphi^T P \\ P\varphi & P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ماتریس متقارن نامنفیِ P به صورت $P = LDL^T$ قابل تجزیه می‌باشد که L ماتریسی پایین مثلثی، با مقادیر قطری واحد و D یک ماتریس نامنفی قطری است. آنگاه ماتریس R را می‌توان به صورت ذیل نوشت:

$$R = \begin{bmatrix} \varphi^T LDL^T \varphi + \sigma^2 & \varphi^T LDL^T \\ LDL^T \varphi & LDL^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \varphi^T L \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ L^T \varphi & L^T \end{bmatrix}$$

(۱۱ ـ ۳۲)

اگر ماتریس قابل تبدیل به شکل زیر باشد:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ K & \tilde{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}^2 & 0 \\ 0 & \tilde{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & K^T \\ 0 & \tilde{L}^T \end{bmatrix} \qquad (۱۱ ـ ۳۳)$$

می‌توان از قضیهٔ ۱۱ ـ ۱ برای به دست آوردن تخمین بازگشتی به صورت:

$$\hat{\theta} = \theta^0 + K(y - \varphi^T \theta)$$

با کواریانس $P = \tilde{L}\,\tilde{D}\,\tilde{L}^T$ استفاده کرد. بنابراین می‌توان الگوریتم‌را به‌صورت ذیل توصیف کرد.

الگوریتم ۱۱ ـ ۱ RLS جذری

گام ۱: با یک L و D برای نمایش P، شروع کنید.

گام ۲: ماتریس معادلهٔ (۱۱ ـ ۳۲) را تشکیل دهید که در آن φ، بردار رگرسیون باشد.

گام ۳: این ماتریس را به صورت ماتریس پایین مثلثی به شکل معادلهٔ (۱۱ ـ ۳۳) تبدیل کنید.

www.powerjam.ir

گام ۴: مقدار جدید بهره، برابر K و مقدار جدید P به وسیلهٔ $\tilde{L}$ و $\tilde{D}$ قابل نمایش است.

حال تنها یافتن ماتریسهای تبدیل مناسب، باقی می‌ماند. یکی از روشهای مرسوم، استفاده از روش تجزیهٔ دوتایی[1] است.

تجزیهٔ دوتایی

بردارهای:

$$a = \begin{bmatrix} ۱ & a_۲ & \dots & a_n \end{bmatrix}^T$$

$$b = \begin{bmatrix} b_۱ & b_۲ & \dots & b_n \end{bmatrix}^T$$

و اعداد اسکالر α و β مفروضند. بردارهای جدید:

$$\tilde{a} = \begin{bmatrix} ۱ & \tilde{a}_۲ & \dots & \tilde{a}_n \end{bmatrix}^T$$

$$\tilde{b} = \begin{bmatrix} ۰ & \tilde{b}_۲ & \dots & \tilde{b}_n \end{bmatrix}^T$$

را چنان بیابید که داشته باشیم:

$$\alpha\, a\, a^T + \beta\, b\, b^T = \tilde{\alpha}\, \tilde{a}\, \tilde{a}^T + \tilde{\beta}\, \tilde{b}\, \tilde{b}^T \qquad (۳۴-۱۱)$$

اگر مسألهٔ فوق، قابل حل باشد، می‌توان با تکرار این روش به شکل معادلهٔ (۱۱ ـ ۳۳) دست یافت.

معادلهٔ (۱۱ ـ ۳۴) را می‌توان بدین شکل نوشت:

$$\alpha \begin{pmatrix} ۱ \\ a_۲ \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & a_۲ & \dots & a_n \end{bmatrix} + \beta \begin{pmatrix} b_۱ \\ b_۲ \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \begin{bmatrix} b_۱ & b_۲ & \dots & b_n \end{bmatrix} = \tilde{\alpha} \begin{pmatrix} ۱ \\ \tilde{a}_۲ \\ \vdots \\ \tilde{a}_n \end{pmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & \tilde{a}_۲ & \dots & \tilde{a}_n \end{bmatrix} +$$

$$\tilde{\beta} \begin{pmatrix} ۰ \\ \tilde{b}_۲ \\ \vdots \\ \tilde{b}_n \end{pmatrix} \begin{bmatrix} ۰ & \tilde{b}_۲ & \dots & \tilde{b}_n \end{bmatrix} \qquad (۳۵-۱۱)$$

1. Dyadic Decomposition

www.powerjam.ir

از برابر قرار دادن درایه‌های (۱ , ۱) دو طرف خواهیم داشت:،

$$\alpha + \beta b_1^2 = \tilde{\alpha} \qquad (۳۶ - ۱۱)$$

و از برابر قرار دادن درایه‌های (k , ۱) برای $k > ۱$ نتیجه می‌شود:

$$\alpha a_k + \beta b_1 b_k = \tilde{\alpha}\, \tilde{a}_k \qquad (۳۷ - ۱۱)$$

با جمع و تفریق جملهٔ $\beta b_1^2 a_k$ در طرفین معادلهٔ فوق داریم:

$$(\alpha + \beta b_1^2) a_k + \beta b_1 b_k - \beta b_1^2 a_k = \tilde{\alpha}\, \tilde{a}_k$$

درنتیجه:

$$\tilde{a}_k = a_k + \frac{\beta b_1}{\tilde{\alpha}} (b_k - b_1 a_k) \qquad (۳۸ - ۱۱)$$

بنابراین، اعداد $\tilde{\alpha}$ و $\tilde{a}_k$ مشخص می‌شوند؛ حال محاسبهٔ مقادیر $\tilde{\beta}$ و $\tilde{b}_k$ باقی می‌ماند.

از برابر قرار دادن درایه‌های (k , l) در معادلهٔ (۱۱ ـ ۳۵) برای k و l بزرگتر از ۱ خواهیم داشت:

$$\alpha a_k a_l + \beta b_k b_l = \tilde{\alpha}\, \tilde{a}_k\, \tilde{a}_l + \tilde{\beta}\, \tilde{b}_k\, \tilde{b}_l = \frac{(\alpha a_k + \beta b_1 b_k)(\alpha a_l + \beta b_1 b_l)}{\tilde{\alpha}} + \tilde{\beta}\, \tilde{b}_k\, \tilde{b}_l$$

که از معادلهٔ (۱۱ ـ ۳۷) برای حذف $\tilde{a}_k\, \tilde{a}_l$ استفاده شده است.

با جایگذاری رابطه (۱۱ ـ ۳۶) برای $\tilde{\alpha}$ با کمی محاسبات، خواهیم داشت:

$$(b_k - b_1 a_k)(b_l - b_1 a_l) = \frac{\tilde{\alpha}\, \tilde{\beta}}{\alpha \beta} \tilde{b}_k\, \tilde{b}_l$$

جوابهای زیادی برای این معادلات وجود دارد. یک جواب ساده بدین صورت است:

$$\tilde{b}_k = b_k - b_1 a_k$$

$$\tilde{\beta} = \frac{\alpha \beta}{\tilde{\alpha}}$$

یکی از پاسخهای مسألهٔ تجزیه دوتایی معادلهٔ (۱۱ ـ ۳۴) با معادلات زیر داده می‌شود:

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \beta b_1^2$$

$$\tilde{\beta} = \frac{\alpha \beta}{\tilde{\alpha}}$$

www.powerjam.ir


```
PROCEDURE
DyadicReduction (VAR a , b: Col; VAR alpha, beta: REAL; i0, i1 , i2:
CARDINAL);
CONST
mzero = 1.0 E - 10;
VAR
i                    : CARDINAL;
w1, w2, b1, gam      : REAL;
BEGIN
If beta <mzero THEN beta : = 0.0; END;
b1: = b [i0];
w1: = alpha;
w2: = beta * b1;
alpha: = alpha + W2 * b1;
IF alpha > mzero THEN
beta: = w1 * beta / alpha
gam: = w2 / alpha
For i: = i1 To i2 Do
b [i]: = b [i] − b1 * a [i];
a [i]: = a [i] + gam * b [i];
END;
END;
END DyadicReduction;
```

شکل ۱۱ ـ ۱۵ تجزیهٔ دوتایی

$$\gamma = \frac{\beta\, b_1}{\tilde{\alpha}}$$

$$\tilde{b}_k = b_k - b_1\, a_k \qquad k = 2, \ldots, n$$

$$\tilde{a}_k = a_k + \gamma\, \tilde{b}_k \qquad k = 2, \ldots, n$$

الگوریتم شکل ۱۱ ـ ۱۵ نمونه‌ای از پیاده‌سازی تجزیهٔ دوتایی است. در کُد این برنامه از عبارت زیر استفاده شده است:

```
col = ARRAY [0 .. maxindex] OF REAL;
```

www.powerjam.ir

حال با استفاده از زیربرنامه DyadicReduction، نوشتن روندی[1] برای پیاده‌سازی الگوریتم ۱۱ ـ ۱ امکان‌پذیر می‌باشد. چنین روندی در شکل ۱۱ ـ ۱۶ نشان داده شده است. این الگوریتم، یک گام از تخمین حداقل مربعات را انجام می‌دهد. با شروع از تخمین فعلی θ، کواریانس حاصل از تجزیهٔ LD و بردار رگرسیون، این روند مقادیر جدید تخمین و کواریانس آن را به دست می‌دهد. نوع داده به شکل زیر در برنامه استفاده شده است:

matr = ARRAY [۰ ... maxindex] OF col;

```
PROCEDURE
LDfilter (VAR theta, d: col; VAR l: matr; phi: col;
lambda: REAL; n: CARDINAL);
VAR
i , j: CARDINAL;
e , w: REAL;
BEGIN
d [0]: = lambda;
e: = phi[0]:
FOR i: = 1 TO n DO
e: = e − theta [i] * phi [i];
w: = phi [i];
FOR j: = i + 1 TO n DO w: = w + phi [j] * l [i , j]; END;
l [0 , i]: = 0.0;
l [i , 0]: = w;
END;
FOR i: = n TO 1 BY - 1 DO (* Notice backward loop *)
DyadicReduction (l [0] , l [i], d [0], d [i], 0 , i , n);
END;
FOR i: = 1 TO n DO
theta [i]: = theta [i] + l [0 , i] * e;
d [i]: = d [i] / lambda;
END;
END LDFilter;
```

شکل ۱۱ ـ ۱۶ تجزیهٔ LD

1. Procedure

www.powerjam.ir

مقادیر اولیه را می‌توان به صورت $L = I$ و $d = [\beta_0, \beta_0, \ldots, \beta_0]$ انتخاب کرد.
درنتیجه $LD = \beta_0 I$ است.

۱۱ ـ ۷ اثر متقابل تخمین و کنترل

تخمین پارامتر و طراحی کنترل در قسمتهای قبل این فصل، به عنوان دو مبحث مجزّا مطرح شد. در یک کنترلگر تطبیقی قطعاً اثر متقابل شدیدی بین تخمین و کنترل وجود دارد. بعضی از پیامدهای این اثر متقابل در این قسمت توضیح داده می‌شود.

تأخیر محاسباتی

بهنگام کردن پارامترهای تخمینی و طراحی، در هر لحظهٔ نمونه‌برداری انجام می‌شوند. زمانبندی محاسبات کنترلگر در قسمت ۱۱ ـ ۲ توضیح داده شد. به این نکته اشاره شد که داشتن کوتاهترین تأخیر محاسباتیِ ممکن، مهم است. مقیاس زمانی دوگان مسألهٔ کنترل تطبیقی، تلویحاً به این معناست که فرض می‌شود پارامترهای فرایند، آهسته تغییر می‌کنند. این بدان معناست که می‌توان از تخمین‌های لحظهٔ نمونه‌برداری قبلی برای محاسبهٔ سیگنال کنترل استفاده کرد. بنابراین هیچ‌گونه تأخیر زمانی اضافی در اثر تطبیق وجود نخواهد داشت، به شرط آنکه بهنگام کردن پارامتر و طراحی کنترلگر پس از ارسال سیگنال کنترل به فرایند، انجام شود.

عمل انتگرالی

در عمل، همهٔ کنترلگرها برای اطمینان از اینکه خطاهای کالیبراسیون و اغتشاشهای بار خطاهای ماندگار ندهند، نیاز به عمل انتگرالی دارند. در قسمت ۳ ـ ۶ نشان دادیم که چگونه می‌توان روند طراحی را بسادگی برای به دست آوردن کنترلگرهایی با عمل انتگرالی اصلاح کرد. همچنین در آن قسمت نشان دادیم که دستهٔ خاصی از کنترلگرهای تطبیقی به طور خودکار، خطای ماندگار صفر را نتیجه می‌دهد. این حالت غالباً اتفاق می‌افتد. همچنین بسادگی می‌توان با بررسی جوابهای ایستان ممکن، این قابلیت را برای یک خودتنظیم‌گر خاص بررسی کرد. یک مثال نوعی ذیلاً آمده است.

مثال ۱۱ ـ ۹ به دست آوردن عمل انتگرالی به‌طور خودکار

کنترلگر خود تنظیم میانگین ـ متحرک مستقیم را که در فصل چهارم توضیح داده شد و براساس تخمین حداقل مربعات و کنترل حداقل ـ واریانس کار می‌کند، درنظر بگیرید. تخمین

www.powerjam.ir

براساس این مدل است:

$$y(t+d) = R^*(q^{-1})u(t) + S^*(q^{-1})y(t)$$

و رگولاتور بدین صورت است:

$$u(t) = -\frac{S^*}{R^*}y(t)$$

شروط وجود یک جواب ایستان به صورت ذیل می‌باشد:

$$\hat{r}_y(\tau) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y(k+\tau)y(k) = 0 \qquad \tau = d, \ldots, d+l$$

$$\hat{r}_{yu}(\tau) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y(k+\tau)u(k) = 0 \qquad \tau = d, \ldots, d+k$$

که k و l به ترتیب درجهٔ چندجمله‌ایهای R^* و S^* هستند. این شروط برآورده نمی‌شود مگر اینکه میانگین y برابر صفر باشد. وقتی تنظیم برهم بخورد، تخمین پارامترها مقادیری به خود می‌گیزند که $R^*(1) = 0$ شود، یعنی یک انتگرالگیر در کنترلگر وجود دارد. لیکن ممکن است همگرایی به سمت انتگرالگیر آهسته باشد.

راه دوم حذف صریح خطاهای حالت ماندگار، گذاشتن اساس یک کنترلگر تطبیقی بر تخمین پارامترها در مدل زیر است:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + v$$

که v ثابتی است که تخمین زده می‌شود. همچنین طراحی کنترل باید با قرار دادن پیشخوری از اغتشاش تخمینی، اصلاح شود. این کار دارای این اشکال است که باید یک پارامتر اضافی نیز تخمین زده شود. علاوه بر این لازم است ضرایب فراموشی مختلفی در تخمین بایاس و سایر تخمینها داشته باشیم، در غیر این صورت همگرایی به یک سطح جدید، بسیار کند خواهد بود؛ درنهایت، اگر بایاس بدین طریق تخمین زده شود، امکان استفاده از خود تنظیم‌گر به عنوان یک تنظیم‌گر وجود ندارد، زیرا هنگام خاموش شدن تخمین، هیچ بازنشانی وجود نخواهد داشت. این موضوع، مثال ساده‌ای است که معایب مخلوط کردن توابع حلقهٔ پسخور و حلقهٔ تطبیق را نشان می‌دهد. یک راه خیلی بهتر، طراحی کنترلگری با عمل انتگرالی، به طور مثال با استفاده از روشهای توضیح داده شده در قسمت ۳ ـ ۶، است. همچنین باید از یک فیلتر داده با مشخصهٔ

www.powerjam.ir

میان‌گذر استفاده شود تا اغتشاش v بر تخمین، تأثیر زیادی نگذارد. ما همچنین نشان خواهیم داد که چگونه می‌توان از روشی مشابه، برای یک خودتنظیم‌گر مستقیم استفاده کرد.

معیار سازگار برای شناسایی و کنترل

تاکنون، شناسایی و کنترل را به عنوان دو عمل مختلف مطرح کرده‌ایم. معیار شناسایی (حداقل مربعات) بیشتر براساس یک روش کاربردِ خاص، انتخاب شد. بوضوح مطلوب آن است که معیاری برای شناسایی بیابیم که با استفادهٔ نهایی مدل، هماهنگ باشد. این کار در حالت عمومی مسألهٔ بسیار پیچیده‌ای است. بنابراین حالت ساده‌ای را توضیح می‌دهیم. فرایندی را درنظر بگیرید که با مدل ذیل توصیف می‌شود:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) \qquad (۳۹-۱۱)$$

که در آن u سیگنال کنترل و y متغیر اندازه‌گیری شده است. فرض کنید کنترلگر به صورت زیر باشد:

$$R(q)u(t) = T(q)u_c(t) - S(q)y(t) \qquad (۴۰-۱۱)$$

که در آن u_c، مرجع و R (q)، S (q) و T (q)، چندجمله‌ای هستند. چندجمله‌ایهای R (q) و S (q) در معادلهٔ دیوفانتین زیر صدق می‌کنند:

$$A(q)R(q) + B(q)S(q) = A_m(q)A_o(q) \qquad (۴۱-۱۱)$$

که چندجمله‌ای حلقه ـ بستهٔ مطلوب برابر با $A_o(q)A_m(q)$ است. این معادله، جوابهای زیادی دارد. مرسوم است که ساده‌ترین پاسخی را انتخاب کنیم که یک کنترلگر علّی را نتیجه می‌دهد؛ امّا این امکان نیز وجود دارد که یک شرط کمکی را مطرح کنیم. عمل انتگرالی با پیدا کردن پاسخی که شرط $R(1) = 0$ را برآورده سازد و غلتش[1] فرکانس بالا با برقراری شرط $S(-1) = 0$، به دست می‌آید.

چندجمله‌ای T (q) از رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$T(q) = t_o A_o(q) \qquad (۴۲-۱۱)$$

1. Roll - Off

www.powerjam.ir

که در آن $t_0 = A_m(1)/B(1)$ است. اگر $R(1) = 0$ باشد، نتیجه می‌شود $T(1) = S(1)$.

از ترکیب معادلات (۱۱ ـ ۳۹) و (۱۱ ـ ۴۰) داریم:

$$y(t) = t_0 \frac{B(q)}{A_m(q)} u_c(t)$$

$$u(t) = t_0 \frac{A(q)}{A_m(q)} u_c(t) \qquad (۴۳ - ۱۱)$$

چندجمله‌ایهای $A_0(q)$ و $A_m(q)$ نوعاً به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که بخوبی ردّ اغتشاش و عدم حساسیت به خطاهای مدلسازی و نویز اندازه‌گیری را نتیجه دهند.

مطلوب آن است که مسألهٔ کنترل تطبیقی به گونه‌ای فرموله شود که اهداف کنترل و شناسایی، سازگار باشند. اگر این کار انجام شود، بدان معناست که مدل به طریقی برازنده شده است که با استفاده نهایی مدل هماهنگ است.

حالتی را درنظر بگیرید که هدف، کنترل فرایندی با تابع انتقال P_0 است. یک کنترلگر با استفاده از جایابی قطب براساس مدل تقریبی با تابع انتقال $P = B/A$، طراحی می‌شود. برای محاسبهٔ قانون کنترل، پارامترهای چندجمله‌ایهای A و B، با استفاده از حداقل مربعات، تخمین زده شده و سپس کنترلگر با جایابی قطب تعیین می‌شود. فرض کنید u_0 و y_0 ورودیها و خروجیهای حاصل از کنترل فرایندِ واقعی و u و y سیگنالهای متناظر آنها را درحالتی نشان دهد که کنترلگر، مدل طراحی را کنترل می‌کند، در این صورت خطای عملکرد کنترل را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$e_{cp} = y_0 - y$$

نتیجهٔ زیر را داریم:

قضیهٔ ۱۱ ـ ۲ سازگاری شناسایی و کنترل

خطای عملکرد کنترل e_{cp} با خطای تخمین حداقل مربعات یکسان خواهد بود، اگر شناسایی در حلقه ـ بسته انجام شود و اگر تابع انتقال فیلتر داده‌ها به صورت زیر انتخاب گردد:

$$H_f = \frac{R}{A_0 A_m} \qquad (۴۴ - ۱۱)$$

برهان: اثبات این قضیه، محاسبه‌ای سرراست است. خروجی سیستمِ واقعی به صورت زیر است:

$$y_0 = \frac{P_0 T}{R + P_0 S} u_c \qquad (۴۵ - ۱۱)$$

www.powerjam.ir

سیگنال کنترل بدین شکل است:

$$u_\circ = \frac{T}{R + P_\circ S} u_c \qquad (۴۶ - ۱۱)$$

سیگنالهای متناظر برای فرایند نامی بسادگی با حذف اندیس ۰ در $y_\circ$، $u_\circ$ و $P_\circ$ به دست می‌آید. درنتیجه خطای عملکرد کنترل به صورت زیر است:

$$e_{cp} = \left(\frac{P_\circ T}{R + P_\circ S} - \frac{PT}{R + PS}\right) u_c = \frac{RT(P_\circ - P)}{(R + P_\circ S)(R + PS)} u_c$$

$$= \frac{R(P_\circ - P)}{R + PS} u_\circ = \frac{AR(P_\circ - P)}{A_\circ A_m} u_\circ \qquad (۴۷ - ۱۱)$$

که تساوی اول از معادلات (۱۱ ـ ۴۳)، (۱۱ ـ ۴۵) و (۱۱ ـ ۴۶) نتیجه می‌شود. تساوی دوم با یک عمل جبری ساده به دست می‌آید. تساوی سوّم، از معادلهٔ (۱۱ ـ ۴۶) و تساوی آخر، از معادلهٔ (۱۱ ـ ۴۱) نتیجه می‌شود. خطای تخمین حداقل مربعات به صورت زیر است:

$$e = H_f (Ay_\circ - Bu_\circ)$$

از معادلهٔ (۱۱ ـ ۴۷) نتیجه می‌شود اگر تخمین براساس داده‌های حلقه ـ بسته صورت پذیرد و اگر فیلتر داده‌ها به صورت معادلهٔ (۱۱ ـ ۴۴) انتخاب شود، آنگاه e و e_{cp} یکسان هستند.

نکتهٔ ۱: توجه کنید که مخرج فیلتر (۱۱ ـ ۴۴) به صورت $A_\circ A_m$ داده شده است که از مشخصات به دست می‌آید.

نکتهٔ ۲: توجه کنید که برای کنترلگری با عمل انتگرالی، فیلتر (۱۱ ـ ۴۴) فیلتری میانگذر است.

نکتهٔ ۳: توجه کنید که فقط صورت فیلتر، باید تطبیق شود.

این نتیجه روش معقولی را برای انتخاب فیلتر داده در یک مسألهٔ سروُ به دست می‌دهد.

۱۱ ـ ۸ الگوریتمهای نمونه

در این قسمت بعضی از الگوریتمهای نمونه در کنترل تطبیقی را معرفی می‌کنیم. راهنماییهایی برای کُد کردن الگوریتمها داده شده است. این الگوریتمها بسادگی قابل تعمیم به کنترلگرهای مختلفی هستند.

www.powerjam.ir

استخوانبندی الگوریتم

همهٔ الگوریتمهای تطبیقیِ موردنظر در این قسمت، دارای ساختاری به شکل زیر هستند:

```
1        Analog _ Digital _ Conversion
2        Compute _ Control _ Signal
3        Digital _ Analog _ Conversion
4        If estimate then
5           begin {estimate}
6              Covariance_update
7              Parameter_update
8              If tune then
9                 begin {tune}
                  th _ design: = the-estimated
10                Design _ Calculations
11             end{tune}
12          end{estimate}
13       Organize _ data
14       Compute _ as _ much _ as _ possible _ of _ control _ signal
```

سطر اوّل تبدیل سیگنال خروجیِ اندازه‌گیری شده، سیگنال مرجع و سیگنال پیشخور ممکن را پیاده‌سازی می‌کند. فرض می‌شود همهٔ سیگنالهای تبدیل یافته، از طریق فیلترهای ضد ـ اختلاط فرکانسی مناسب، فیلتر می‌شوند. (به گونه‌ای که در قسمت ۱۱ ـ ۲ توضیح داده شد) سطر سوم، سیگنال کنترل را به فرایند اعمال می‌کند. سطرهای چهاردهم و دوم شامل محاسبات سیگنال کنترل است که این محاسبات از اینکه پارامترها تخمین‌زده شده‌اند یا خیر، مستقل است. به تقسیم‌بندی محاسبات سیگنال کنترل برای اجتناب از زمان محاسبات طولانی توجه کنید. همهٔ محاسباتی که می‌توانند پیشاپیش انجام شوند در سطر چهاردهم انجام می‌شود و فقط محاسباتی که شامل آخرین اندازه‌گیریها هستند در سطر دوم انجام می‌شود.

سطرهای چهارم تا سیزدهم شامل محاسبات خاص مربوط به یک الگوریتم تطبیقی است. دو متغیر منطقیِ tune, estimate، در این الگوریتم وجود دارند که به ترتیب بر این موضوع نظارت دارند که آیا پارامترها تخمین زده می‌شوند و آیا کنترلگر، دوباره طراحی خواهد شد یا خیر. تخمین در سطرهای پنجم تا هفتم و محاسبات طراحی در سطر دهم انجام می‌شود. سطر

www.powerjam.ir

سیزدهم، داده‌ها را به گونه‌ای منظم می‌کند که هر زمان، اپراتور لازم بداند، داده‌ها برای شروع تخمین آماده باشد.

الگوریتمهای گوناگون تطبیقی که در این قسمت تشریح شد، تنها در محاسبات طراحی با یکدیگر متفاوتند. قسمت تخمینگر می‌تواند برای همهٔ الگوریتمها یکسان باشد. یک قسمت مهم این الگوریتمها که در اینجا مطرح نمی‌شود، واسط اپراتور[1] می‌باشد. این موضوع معمولاً یکی از قسمتهای مهم سیستمهای کنترل تطبیقی است که به دلیل وابستگی زیاد آن به سخت‌افزار، طرح آن در حالت عمومی، مشکل می‌باشد. حال محاسبات سطرهای چهارم تا سیزدهم با جزئیات بیشتری مطرح خواهد شد.

سطر Parameter - update

فرض می‌کنیم مدل تخمینی به صورت زیر باشد:

$$y(t) = \varphi^T(t)\,\theta$$

که در آن عناصر بردار رگرسیون φ ورودیها و خروجیهای تأخیر یافته و فیلتر شده‌اند. مرتبه، تعداد تأخیرها و سایر موارد مشابه، به مدل خاصِ مورد استفاده بستگی دارد. این موارد، بسادگی برای ساختار مدل انتخاب شده جور می‌شوند. سطرهای ششم و سیزدهم الگوریتم، شامل حسابداری بردار φ است (یعنی انتقال معمول بعضی از قسمتهای بردار و مکمل آخرین اندازه‌گیریها و خرویها). این قسمت از الگوریتم باید همچنین شامل فیلتر دادهٔ مورد بحث در قسمتهای ۱۱ ـ ۲، ۱۱ ـ ۳ و ۱۱ ـ ۷ باشد. برای سادگی فرض می‌شود که تخمین و بهنگام کردن کواریانس، با استفاده از حداقل مربعات بازگشتی معمولی (معادلات ۱۱ ـ ۱۹) انجام می‌شود. محاسبات را می‌توان به صورت فهرست زیر، سازمان داد که در آن eps، مانده، th_estimated بردار پارامتر، P ماتریس کواریانس، phi بردار داده و lambda ضریب فراموشی است.

```
"Compute residual
eps = y − phi' * th_estimated
"Update estimate
w = P * phi
den = lambda + phi' * w
```

1. Operator Interface

www.powerjam.ir


```
gain = w / den
th_estimated = th_estimated + gain * eps
"Update covariance
P = (P − w * w' / den) / lambda
```

در این فهرست « ' » علامت ترانهاده و * نشاندهندهٔ عملگر ضرب ماتریس است. این استخوانبندی را می‌توان بسادگی به هر زبان برنامه‌نویسی ترجمه کرد.

سطر Organize_data

این قسمت از کُد، ورودی و خروجی فرایند را به وسیلهٔ H_f، فیلتر و بردار رگرسیون $\varphi(t)$ و سایر حالتهای سیستم را بهنگام می‌کند. اگر $\varphi(t)$ در هر دوره تناوب نمونه‌برداری بهنگام شود، امکان بهنگام کردن تخمینها به طور نامنظم وجود دارد.

سطر Design_calcuation

وقتی که از یک الگوریتم مستقیم مانند الگوریتم ۳ ـ ۳ استفاده می‌شود، پارامترهای کنترلگر همان پارامترهای تخمینی هستند و هیچ محاسباتی در بلوک طراحی وجود ندارد. در روشهای غیرمستقیم، باید یک معادلهٔ چندجمله‌ای حل شود. حل معادلهٔ دیوفانتین در قسمت ۱۱ ـ ۴ توضیح داده شد. امّا لازم است برخی نکات دربارهٔ مشکلات ناشی از عوامل مشترکِ احتمالی در چند جمله‌ایهای مدل تخمینی، مورد توجه قرار گیرد.

سطر Compute_control_signal

محاسبهٔ سیگنال کنترلی که تأخیر محاسباتی را حداقل می‌کند، در قسمت ۱۱ ـ ۲ همراه با ضد اختتام بازنشانی توضیح داده شد.

خلاصه

حال استخوانبندی برنامهٔ مطرح شده در این قسمت را می‌توان با جزئیات بیشتری همراه کرد تا به عنوان یک الگوریتم کنترل تطبیقیِ کامل، مطرح شود. این جزئیات به اینکه چه الگوریتمی انتخاب شود و از چه زبان برنامه‌نویسی برای پیاده‌سازی آن استفاده شود، وابسته است.

www.powerjam.ir

۱۱ ـ ۹ مباحث کاربردی

کنترلگرهای ساده نوعاً دارای دو مُدکاری هستند: دستی و خودکار. همچنین می‌توانیم پارامترها را حین عمل، تغییر دهیم. اداره کردن عمل یک کنترلگر متداول به سادگی قابل انجام نیست. تجربهٔ حاضر در یک دورهٔ زمانی طولانی به‌دست آمده. کنترلگرهای تطبیقی می‌توانند به روشهایی بیش از این کار کنند. پیدا کردن یک جواب خوب برای مسائل کاربردی، مشکل است. همچنین این مسأله با توجه به زمینهٔ کاربردی به‌طور گسترده‌ای تغییر می‌کند. در این قسمت کنترلگری برای کنترل فرایند صنعتی مطرح می‌کنیم که برای کار در محیطهای مختلف وسیعی طراحی می‌شود.

مُدهای کاری

یک کنترلگر تطبیقی حداقل دارای سه مُد کاری هستند: دستی، کنترل پارامتر ـ ثابت، و تطبیق. ممکن است کنترلگرهای مُد پارامتر ـ ثابت، انواع متعددی داشته باشد: PID، رله‌ای، یا کنترلگر خطی عمومی. در این مُد، باید پارامترهای کنترلگر همچنین بار و ذخیره شوند. تخمین پارامتر نیز ممکن است در مُد پارامتر ـ ثابت آغاز شود. همچنین تخمین را می‌توان با قراردادن آشفتگیهای اضافی، تقویت کرد. البته باید طبیعت این آشفتگیها را نیز مشخص کرد.

آغاز

روشهای متعددی برای آغاز[1] الگوریتم خود تنظیم وجود دارد که به اطلاعات *قبلی* موجود دربارهٔ فرایند وابسته است. در یک حالت، هیچ اطلاعاتی دربارهٔ فرایند وجود ندارد. در این حالت، می‌توان مقادیر اولیهٔ پارامترهای تخمینگر را صفر یا به گونه‌ای انتخاب کرد که کنترلگر اولیه به شکل تناسبی یا انتگرالی با بهرهٔ کم باشد. تنظیم خودکار که در فصل هشتم مطرح شد، روش مناسبی برای آغاز الگوریتم است، زیرا این روش، سیگنال ورودی مناسب و مقادیر اولیهٔ ایمنی را برای پارامترها تولید و نیز روشی معقول برای انتخاب فاصلهٔ نمونه‌برداری ارائه می‌کند.

ورودیها و خروجیهای فرایند را باید به گونه‌ای مقیاس کرد که هم‌اندازه باشند. این کار شرایط عددی را در قسمتهای تخمین و کنترلِ الگوریتم، بهبود می‌بخشد. اگر عناصر بردار φ تقریباً به واحد، مقیاس شوند، مقدار اولیهٔ ماتریس کواریانس می‌تواند ۱ تا ۱۰۰ برابر ماتریس واحد باشد. این مقادیر معمولاً مهم نیستند، زیرا تخمینگر در یک زمان بسیار کوتاه، مقادیر قابل قبولی

1. Initialization

www.powerjam.ir

به دست خواهد آورد. تجربه می‌گوید پس از تحریک سیستم، ۱۰ تا ۵۰ نمونه برای به دست آوردن یک کنترلگر خیلی خوب کافی است. در حین فاز اولیه، برای سرعت بخشیدن به همگرایی تخمینگر، افزودن یک سیگنال اغتشاش، می‌تواند مفید باشد.

اگر فرایند، قبلاً به کمک یک کنترلگر متداول یا تطبیقی کنترل شده باشد، این حالت متفاوت خواهد بود؛ در این حالت مقادیر اولیه، باید متناظر با کنترلگری باشند که قبلاً از آن استفاده شده است. به علاوه، ماتریس P باید به اندازهٔ کافی کوچک باشد.

گاهی لازم است اغتشاش، به واسطهٔ شروع الگوریتم خودتنظیم تا حد امکان کوچک باشد. بنابراین باید دو مورد احتیاط را درنظر گرفت. اوّل اینکه تخمینگر بتواند پیش از آنکه الگوریتم خودتنظیم اجازه ایجاد عمل کنترلی را داشته باشد، برای بعضی از دوره‌های نمونه‌برداری مورد استفاده قرار گیرد. در خلال این زمان باید از یک کنترلگر سادهٔ ایمن، استفاده کرد. همچنین محدود کردن سیگنال کنترل، ممکن و مطلوب است. اندازه مجاز، می‌تواند در خلال زمان اوّل بسیار کوچک باشد و وقتی که تخمینهای بهتری از پارامترها به دست آمد، افزایش یابد. اِشکال داشتن سیگنالهای ورودی کوچک، آن است که تحریک فرایند، ضعیف خواهد بود و مدت زمان بیشتری برای رسیدن به تخمینهای پارامتر خوب طول می‌کشد.

نظارت

کنترلگر تطبیقی باید شامل وسایلی برای نظارت نیز باشد. باید آمار پایه مانند میانگین، انحراف معیار، و مقادیر بیشینه و کمینه برای ورودی و خروجیِ فرایند، محاسبه شود و باید از این مقادیر روی دورهٔ تناوب اصلیِ حلقه، میانگین گرفته شود. از آنجا که تحریک، بسیار مهم است، این کمیّت نیز باید نمایش داده شود. خطای تخمین همچنین اطلاعات مفیدی دربارهٔ رفتار حلقه به دست می‌دهد. عوامل مشترک مدل فرایند باید آشکار شود. این کار نشان خواهد داد که باید ساختار مدل، تغییر داده شود. همچنین برای بعضی از الگوریتمهای خاص، این امکان وجود دارد که تعیین کند آیا کنترلگر همانطور که انتظار می‌رود رفتار می‌کند یا نه. برای مثال در کنترلگرهای حداقل ـ واریانس و میانگین ـ متحرک، این موضوع با نمایش دادن کواریانس خروجیِ فرایند، قابل تعیین است.

۱۱ ـ ۱۰ نتایج

جنبه‌های عملی پیاده‌سازی کنترلگرهای تطبیقی در این فصل توضیح داده شد. موارد زیادی وجود دارد که باید آنها را درنظر گرفت، زیرا کنترلگرهای تطبیقی، ابزار کاملاً پیچیده‌ای هستند.

www.powerjam.ir

موارد ذیل برخی از مباحث مهم هستند:

● باید از فیلترهای ضد ـ اختلاط فرکانسی آنالوگ استفاده شود. این فیلترها به طور نوعی فیلترهای مرتبهٔ دو یا چهار هستند که به طور مؤثری مؤلفه‌هایی از سیگنال را که بالای فرکانس نایکوییست π / h، (h دوره تناوب نمونه‌برداری است) هستند، حذف می‌کند. دینامیک فیلتر را باید در طراحی کنترل به حساب آورد.

● باید ورودیها و خروجیها را به کمک یک فیلتر میانگذر H_f پیش از فرستادن به تخمینگر پارامتر، فیلتر کرد. این فیلترها اغتشاشهای فرکانس پایین، مانند: سطوح و شیبها را حذف می‌کند. اغتشاشهای فرکانس بالا نیز به وسیلهٔ H_f حذف می‌شود. حد پایین ناحیهٔ عبور[1] باید حداقل یک دهه زیر فرکانس قطعِ مطلوب باشد. سیگنالهای سینوسی معلوم را نیز می‌توان با استفاده از فیلترهای باریک[2]، حذف کرد.

● فیلتر پس نمونه‌بردارِ G_{pf} برای اجتناب از تحریک مُدهای تشدید فرکانس بالا در فرایند به کار می‌رود.

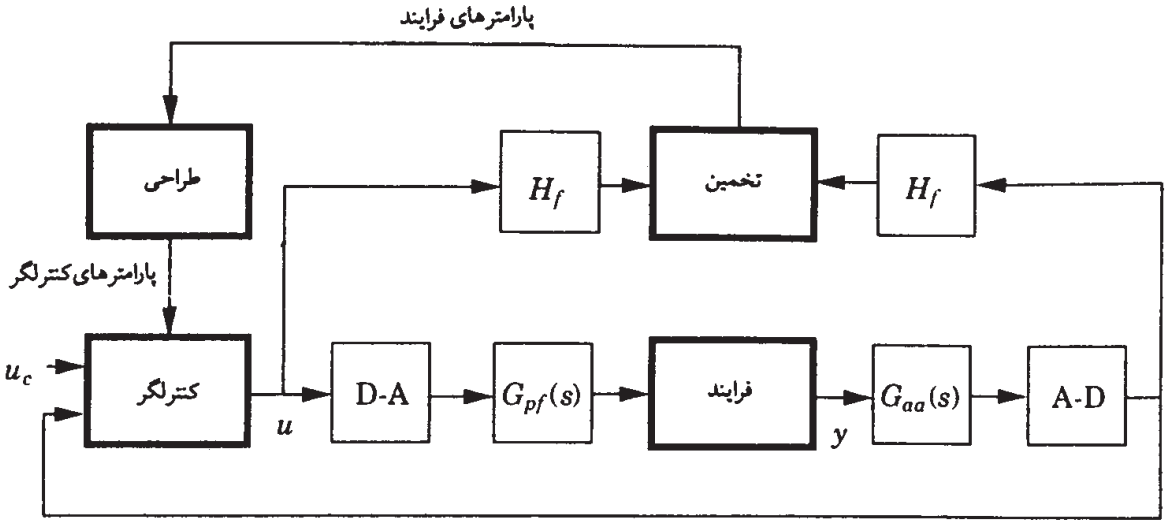
● معمولاً از مدلهای مرتبهٔ پایین استفاده می‌شود. این مدلها با الگوریتمهایی تخمین زده می‌شود که دارای فراموشی نمایی متغیر با زمان، ردّ ثابت تنظیم شده، یا فراموشی جهت‌دار هستند. همچنین تخمینگر باید شامل یک ناحیهٔ مرده باشد. نهایت اینکه، تخمینگر ممکن است شامل یک «سوییچ» باشد که مشخص کند آیا سیستم به اندازهٔ کافی تحریک می‌شود یا خیر. به کمک این «سوییچ» می‌توان توان محدوده‌های فرکانسی مختلف را اندازه‌گیری و بنابراین کنترل کرد که آیا تخمینگر باید فعال باشد یا خیر. الگوریتمهای جذری، بخصوص اگر نسبت سیگنال به نویز بالایی وجود داشته باشد، بهتر هستند.

● روش طراحی کنترلگر باید در برابر دینامیکهای مدل نشده مقاوم باشد. اغتشاشهای سطح و شیب با قرار دادن انتگرالگیرها در کنترلگر حذف می‌شوند. سیگنال کنترل باید محدود و کنترلگر باید شامل ضداختتام بازنشانی باشد.

نمودار بلوکی یک کنترلگر تطبیقی نسبتاً حقیقی در شکل ۱۱ ـ ۱۷ نشان داده شده است. کنترلگرهای تطبیقی شامل پارامترها نیز هستند. کارهایی برای انتخاب آنها در این فصل داده شده است.

1. Passband 2. Notch Filter

www.powerjam.ir



شکل ۱۱ ـ ۱۷. نمودار بلوکی یک سیستم کنترل تطبیقی با فیلترهای اضافه شده. G_{aa} فیلتر ضد ـ اختلاط فرکانسی، G_{pf} فیلتر پس نمونه‌بردار، و H_f فیلتر داده برای تخمین است.

مسائل

۱۱ ـ ۱ اگر v (t) در معادلهٔ (۱۱ ـ ۱۷)، سیگنالی سینوسی باشد، فیلتر از بین برندهٔ اغتشاش[1] $H_f(q)$ را چگونه باید انتخاب کرد؟

۱۱ ـ ۲ فیلتر دادهٔ زیر را درنظر بگیرید:

$$H_f(q) = \frac{(1-\alpha)(1-q)}{q-\alpha}$$

توضیح دهید که انتخاب پارامتر α چه تأثیری در حذف اغتشاشهای ثابت دارد.

۱۱ ـ ۳ نمودار بُد را برای یک فیلتر بسل مرتبهٔ چهار رسم کرده، آن را با یک تأخیر زمانیِ خالص مقایسه کنید. حالات جدول ۱۱ ـ ۲ را درنظر بگیرید.

۱۱ ـ ۴ تعیین‌کنید فیلتر A_0^* چگونه بر رفتار کنترلگر ضد اختتام بازنشانی معادلات (۱۱ ـ ۱) اثر می‌گذارد.

۱۱ ـ ۵ استخوانبندی الگوریتم را برای حالات زیر کامل کنید:

(الف) یک خودتنظیم‌گر مستقیم (الگوریتم ۳ ـ ۳).

(ب) یک خودتنظیم‌گر غیرمستقیم بدون حذف صفر (الگوریتم ۳ ـ ۲).

1. Disturbance Annihilation Filter

www.powerjam.ir

۱۱ ـ ۶ تبدیل یک فیلتر بسل مرتبهٔ دو و چهار با $\omega_B = ۱$، به فیلترهای میانگذر را با استفاده از تبدیل:

$$s \rightarrow \frac{s^۲ + \omega_l \omega_h}{s(\omega_h - \omega_l)}$$

انجام دهید که در آن ω_l و ω_h به ترتیب فرکانسهای قطع پایین و بالا هستند. از $\omega_l = ۱۰۰$ rad/s و $\omega_h = ۱۰۰۰$ rad/s استفاده کنید. مشخصه‌های میانگذر را با استفاده از نمودارهای بُد مقایسه کنید.

۱۱ ـ ۷ با استفاده از الگوریتم اقلیدسی بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک چندجمله‌ایهای ذیل را محاسبه کنید:

$$A = q^۳ - ۲q^۲ + ۱/۴۵q - ۰/۳۵$$
$$B = q^۲ - ۱/۱q + ۰/۳$$

همچنین چندجمله‌ایهای X و Y در معادلهٔ (۱۱ ـ ۸) را تعیین کنید.

۱۱ ـ ۸ معادلهٔ دیوفانتین زیر را درنظر بگیرید:

$$AR + BS = A_c$$

و فرض کنید:

$$A(q) = (q - ۱)(q - ۰/۹)$$

باشد. با استفاده از روش قسمت ۱۱ ـ ۴، کنترلگر را در حالات ذیل محاسبه کنید: (الف) $B(q) = q - ۰/۶$؛ (ب) $B(q) = q - ۰/۹$ باشد. فرض کنید چندجمله‌ای مشخصه حلقه ـ بستهٔ مطلوب به صورت زیر باشد:

$$A_m(q) = q^۲ - q + ۰/۷$$

۱۱ ـ ۹ یک روش حل معادلهٔ دیوفانتین، ضرب آن در یک سیگنال تحریک کنندهٔ پایا مانند نویز سفید است. سیگنالهای فیلترشدهٔ زیر را درنظر بگیرید:

$$v_a(t) = \frac{\hat{A}}{A_m A_o} v(t)$$

$$v_b(t) = \frac{\hat{B}}{A_m A_o} v(t)$$

www.powerjam.ir

در این صورت معادلهٔ دیوفانتین بدین شکل درمی‌آید:

$$R v_a + S v_b = v$$

حال ضرایب چندجمله‌ایهای R و S را می‌توان با استفاده از روش حداقل مربعات تعیین کرد و می‌توان یک تکرار در هر لحظهٔ نمونه‌برداری انجام داد. مزایا و معایب این روش را توضیح دهید. (*راهنمایی*: نرخ همگرایی چقدر است؟)

مراجع

مباحث پیاده‌سازیِ کنترلگرهای تطبیقی در مراجع زیر مطرح شده:

Wittenmark, B., and K. J. Åström, 1980. "Simple self-tuning controllers." In *Methods and Applications in Adaptive Control,* ed. H. Unbehauen, pp. 21-30. Berlin: Springer-Verlag.

Åström, K. J., 1983. "Analysis of Rohrs' counter example to adaptive control." *Prepints of the 22nd IEEE Conference on Decision and Control,* pp. 982-987. San Antonio, Tex.

Wittenmark, B., and K. J. Åström, 1984. "Practical issues in the implementation of self-tuning control." *Automatica* **20:** 595-605.

Clarke, D. W., 1985. "Implementation of self-tuning controllers." In *Self-tuning and Adaptive Control: Theory and Applications,* eds. C. J. Harris and S. A. Billings. London: Peter Peregrinus.

Isermann, R., and K. -H. Lachmann, 1985. "Parameter adaptive control with configuration aids and supervision functions." *Automatica* **21:** 623-638.

Wittenmark, B., 1988. "Adaptive control: Implementation and application issues." In *Adaptive Control Strategies for Industrial Use,* eds. S. L. Shah and G. Dumont, pp. 103-120, Proceedings of a Workshop, Kananaskis, Canada. New York: Springer-Verlag.

Middleton, R. H., G. C. Goodwin, D. J. Hill, and D. Q. Mayne, 1988. "Design issues in adaptive control." *IEEE Trans. Automat. Contr.* **AC-33:** 50-58.

www.powerjam.ir

روشهای مختلف طراحی و خواص آنها در مراجع زیر مطرح شده:

Åström, K. J., and B. Wittenmark, 1990. *Computer Controlled Systemes, 2nd ed.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

Lennartson, B., and T. Söderström, 1986. "An investigation of the intersample variance for linear stochastic control." *Preprints of the 25th IEEE Conference on Decision and Control,* pp. 1770-1775. Athens.

مباحث پیاده‌سازی کُدهای تخمین در مراجع زیر مطرح شده است:

Bierman, G. J., 1977. *Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation.* New York: Academic Press.

Liung, L., and T. Söderströnm, 1983. *Theory and Practice of Recursive Identification.* Cambridge, Mass.: MIT Press.

Goodwin, G. C., and K. S. Sin, 1984. *Adaptive Filtering, Prediction and Control.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

Hägglund, T., 1985. "Recusive estimation of slowly time varying parameters." *Preprints of the 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation,* pp.1137-1142. York, U. K.

Kulhavý, R., 1987. "Restricted exponential forgetting in real-time identification." *Automatica* **23:** 589-600.

Ljung, L. and S. Gunnarsson, 1990. "Adaptation and tracking in system identification: A survey." Automatica **26:** 7-21.

راههای مختلف استفاده از انتگرالگیرها در کنترلگرهای تطبیقی در مرجع زیر آمده:

Wellstead, P. E., and P. Zanker, 1982. "Techniques for self-tuning." *Optimal Control Applications & Methods* **3:** 305-322.

طراحی فیلترهای پایین‌گذر و میانگذر در مرجع زیر مطرح شده:

Rabiner, L. R., and B. Gold, 1975. *Theory and Application of Digital Signal Processing.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

روش تجزیهٔ دوتایی مورد بحث در قسمت ۱۱ ـ ۶، بر اساس مراجع ذیل است:

Gentleman, W. M., 1973. "Least squares computations by Givens transformations without square roots." J. Insth. Math. Appl. **12:** 329-336.

www.powerjam.ir

Peterka, V., 1987. "Algorithms for LQG self-tuning control based on input-output data models." In Adaptive Systems in Control and Signal Processing 1986, eds. K. J. Åström and B. Wittenmark, IFAC Proceedings. Oxford, U. K.: Pergamon Press.

استفاده از معادلهٔ دیوفانتین در کنترل، در مرجع زیر آمده است:

Kučera, V. 1993."Diophantine equations in control: A survey." Automatica **29:** 1361-1375.

www.powerjam.ir

فصل دوازدهم

محصولات تجاری و کاربردها

۱۲ ـ ۱ مقدمه

در سی سال گذشته کاربردهای زیادی از کنترل پسخور تطبیقی وجود داشته است. در سال ۱۹۶۰ آزمایشهایی بر سیستمهای کنترل پرواز تطبیقی انجام شد. در سال ۱۹۷۲ آزمایشهای صنعتی با رگولاتورهای خود تنظیم و در سال ۱۹۷۳ آزمایشهای کاملی با اتوپایلوتهای تطبیقی برای هدایت کشتی صورت گرفت؛ همچنین سیستمهای خاص تطبیقی مدتها در استفادهٔ ممتد بوده است. بعضی از حلقه‌های کنترل فرایند به طور مداوم از سال ۱۹۷۴ مشغول به کار بوده است. همچنین بسیاری محصولات خاص، برای مدّت زیادی مورد استفاده قرار گرفته است. سیستمهای تجاری برای هدایت کشتی از سال ۱۹۸۰ به طور مداوم مورد استفاده واقع شده است.

سیستمهای پیاده‌سازی شده به وسیلهٔ کامپیوترهای کوچک، در اوایل دههٔ ۱۹۷۰ به وجود آمد. لیکن از دههٔ ۱۹۸۰، اثر حقیقی روشهای تطبیقی در صنعت شروع شد. با اختراع ریزپردازنده، که موجب به صرفه شدن تکنولوژی شد، تعداد این کاربردها به طور چشمگیری افزایش پیدا کرد. به همین دلیل کنترلگرهای تطبیقی حتّی در کنترلگرهای تک حلقه‌ای نیز وارد بازار شد. بسیاری از محصولات تجاری، براساس روشهای تطبیقی در اوان دههٔ ۱۹۸۰ مطرح شد و نسل دوم و سوم آنها نیز در بعضی از موارد به وجود آمد.

از شیوه‌های تطبیقی در بسیاری از محصولات استفاده می‌شود، جدولبندی بهره، روشی استاندارد برای طراحی سیستمهای کنترل پرواز هواپیماهای با عملکرد بالاست و همچنین در روباتیک و کنترل فرایند نیز از آن استفاده می‌شود. سیستم تطبیقی خودنوسانی در موشکهای

www.powerjam.ir

متعددی به کار می‌رود. سیستمهای تطبیقی تجاری متعدّدی برای هدایت کشتی، راه‌اندازهای[1] موتور و روباتهای صنعتی وجود دارد. روشهای تطبیقی هم در کنترلگرهای تک حلقه‌ای و هم در سیستمهای کنترل فرایند چند منظوره در صنعت فرایند به کار می‌رود. اکثر فرایندهای صنعتی به کمک کنترلگرهای PIDکنترل می‌شود و ممکن است یک دستگاه بزرگ صنعتی، هزاران کنترلگر از این نوع، داشته باشد. تعداد زیادی مهندس ابزار دقیق و پرسنل دستگاه برای انتخاب، نصب و راه‌اندازی چنین کنترلگرهایی به کار گرفته می‌شوند. علی‌رغم این مطلب، بسیاری از کنترلگرها به طرز نامطلوبی تنظیم می‌شود. یک دلیل این امر، آن است که روشهای سادهٔ مقاوم برای تنظیم خودکار در دسترس نبوده است. امروزه روشهای تطبیقی برای تنظیم خودکار کنترلگرهای PID در دسترس است.این در حقیقت یکی از کاربردهای کنترل تطبیقی است که رشد بسیار سریعی داشته است.

لیکن به دلیل اینکه تکنولوژی به طور کامل رشد نکرده است، روشهای تطبیقی نیز هنوز به‌طور گسترده مورد استفاده قرار نمی‌گیرند. به دلیل حضور شرکتهای تجاری بزرگ در کنترل تطبیقی، به سادگی نمی‌توان دریافت که دقیقاً چه کارهایی در حال انجام شدن است. ایده‌های گوناگونی در اطّلاعات انحصاری آنها مخفی است که بدقت مراقبت می‌شود.

این فصل به صورت زیر سازمان یافته است: مروری بر بعضی از کاربردها در قسمت ۱۲ ـ ۲ و تعدادی از محصولات تجاری که در آنها از تطبیق استفاده می‌شود، در قسمت ۱۲ ـ ۳ و ۱۲ ـ ۴ مطرح می‌شود؛ در قسمتهای بعد بعضی از کاربردهای خاص مورد بررسی قرار می‌گیرند. هدایت کشتی، خودروها و فرافیلتراژ مطالبی هستند که به آنها توجه خاصی شده است.

۱۲ ـ ۲ چگونگی کاربردها

از اواسط دههٔ ۱۹۵۰ آزمایشهای فراوانی بر کنترل تطبیقی انجام گرفته است. این آزمایشها اهداف متفاوتی داشته‌اند: تصدیق ایده‌ها، یافتن چگونگی عملکرد سیستمهای تطبیقی، مقایسهٔ روشهای مختلف و بررسی این مطلب که این روشها چه وقت مناسبند. آزمایشهای اولیه که با استفاده از پیاده‌سازی آنالوگ انجام می‌شد، با مشکلات سخت‌افزاری روبرو بود. هنگامی که کامپیوترهای پردازش دیجیتال در دسترس قرار گرفتند. ابزاری طبیعی برای انجام آزمایش شدند. آزمایشهایی که با کنترل تطبیقی انجام می‌شد، نیاز به برنامه‌نویسی اساسی داشت، زیرا تطبیق، جزئی از یک نرم‌افزار استاندارد نبود. با اختراع ریزپردازنده، که ابزار مناسبی برای پیاده‌سازی

1. Drives

www.powerjam.ir

سیستمهای تطبیقی است، کاربردهای کنترل تطبیقی افزایش پیدا کرد. امروزه روشهای تطبیقی هم در کنترلگرهای تک حلقه‌ای و هم به صورت اجزای استاندارد در سیستمهای بزرگ کنترل فرایند به کار می‌رود. علاوه بر این کنترلگرهای با منظور خاصی نیز وجود دارد که با استفاده از روشهای تطبیقی کار می‌کند.

مطالعات امکان‌سنجی[1]

مطالعات متعددی در مورد امکان‌سنجی مفید بودن کنترل تطبیقی انجام شده است. این کنترلگرها محدودهٔ وسیعی از مسائل کنترل مانند: اتوپایلوت موشکها، هواپیماها و کشتیها؛ کنترل موتور؛ کنترل حرکت؛ ابزار ماشین؛ روباتهای صنعتی؛ سیستمهای قدرت؛ برجهای تقطیر؛ راکتورهای شیمیایی؛ کنترل pH؛ کوره‌ها، حرارت و تهویه را در بر می‌گیرد. همچنین کاربردهایی در زمینهٔ بیوپزشکی وجود دارد. مطالعات امکان‌سنجی نشان می‌دهد مواردی وجود دارد که در آنها کنترل تطبیقی بسیار مفید است و همچنین در موارد دیگری فواید اندکی دارد. در بعضی محصولات صنعتی نیز از شیوه‌های تطبیقی استفاده می‌شود. علاوه بر این هم کنترلگرهای منظور عام و هم کنترلگرهای منظور خاص وجود دارد.

تنظیم خودکار

اگر اثر متقابل زیادی بین تنظیم پارامترهای مختلف وجود نداشته باشد، کنترلگرهای ساده با دو یا سه پارامتر را می‌توان به طور دستی تنظیم کرد، امّا برای کنترلگرهای پیچیده‌تر تنظیم دستی امکان‌پذیر نیست. به طور سنّتی، تنظیم کنترلگرهای پیچیده از طریق مدلسازی یا شناسایی و طراحی کنترلگر انجام می‌شود. این روش غالباً وقت‌گیر و هزینه بر است و فقط می‌تواند بر حلقه‌های مهّم یا سیستمهایی اعمال شود که به تعداد زیاد ساخته می‌شوند.

همهٔ روشهای تطبیقی را می‌توان برای انجام تنظیم خودکار به کار برد. در چنین کاربردهایی حلقهٔ تطبیق بسادگی وصل می‌شود. می‌توان سیگنالهای آشفتگی را برای تصحیح تخمین پارامتر اضافه کرد. کنترلگر تطبیقی تا زمانی کار می‌کند که عملکرد مطلوب، حاصل شود، آنگاه حلقهٔ تطبیق قطع شده، سیستم با پارامترهای کنترلگر ثابت ادامه می‌دهد. روشهای خاص تنظیم خودکار کنترلگرهای PID، که در فصل هشتم تشریح شد، بسیار جذاب بود؛ زیرا این روشها نیاز به اطّلاعاتِ قبلی کمی داشته، ارتباط نزدیکی با کاربردهای صنعتی استاندارد دارند.

---

1. Feasibility Studies

www.powerjam.ir

تنظیم خودکار را می‌توان به عنوان روش مناسبی برای یکی کردن مدلسازی خودکار و طراحی در کنترلگر، در نظر گرفت. این کار استفاده از کنترلگر را آسان می‌کند و دسته مسائلی را که در آنها روشهای سیستماتیک طراحی را می‌توان با هزینهٔ کمتری به کار برد توسعه می‌دهد. این کار، بخصوص در روشهای طراحی، مانند روش پیشخور، که به طور بحرانی به مدلهای خوب وابسته‌اند مفید است.

تنظیم خودکار همانطور که بر کنترلگرهای سادهٔ PID قابل اعمال است می‌تواند به سیستمهای بسیار پیچیده‌تر نیز اعمال شود. این روش برای انجام تنظیم در یک بستهٔ نرم‌افزاری DDC بسیار مناسب است زیرا الگوریتم تنظیم را می‌توان برای حلقه‌های بسیاری به کار برد. تنظیم خودکار را می‌توان در کنترلگرهای تک حلقه‌ای نیز قرار داد. برای مثال این امکان وجود دارد که بتوان کنترلگر استانداردی را به دست آورد که در آن سه حالت برای سوییچ وجود داشته باشد: دستی، خودکار و تنظیم. استفاده از یک تنظیم‌گر خودکار با طراحی خوب، حتّی برای یک کاربر ناوارد، بسیار ساده است. تجربه نشان داده که این روش هم برای شروع به کار سیستمهای جدید و هم برای کارهای نگهداریِ معمول، بسیار مناسب است. از تنظیم‌گرهای خودکار می‌توان برای افزایش کارایی مهندسان ابزار دقیق نیز استفاده کرد. همچنین تنظیم خودکار احتمالاً یک ویژگی مفید از کنترلگرهای پیچیده خواهد بود.

ساخت خودکار جداول بهره

جدولبندی بهره، شیوهٔ بسیار مفیدی است، امّا این عیب را داراست که ممکن است تشکیل جدول، بسیار وقت‌گیر و هزینه‌بر باشد. به راحتی می‌توان از تنظیم خودکار برای ساخت جداول بهره استفاده کرد؛ برای این کار، ابتدا یک متغیر جدولی تعیین می‌شود، سپس پارامترهای حاصل از کار سیستم در یک نقطهٔ کار، به همراه متغیر جدولبندی، در جدولی ذخیره می‌شود. هرگاه فرایند در شرایط کار گوناگونی که تمام محدودهٔ کاری را می‌پوشاند کار کند، جدول بهره به دست می‌آید.

کنترل تطبیقیِ واقعی

می‌توان از روشهای تطبیقی برای کنترل تطبیقی واقعی سیستمهایی با پارامترهای متغیر با زمان نیز استفاده کرد. روشهای زیادی برای اجرای این عمل وجود دارد. رابط اپراتور بسیار مهم است زیرا کنترلگرهای تطبیقی نیز دارای پارامترهایی هستند که باید آنها را انتخاب کرد. در کاربردهای خاصی که در آنها هدف کنترل را از ابتدا می‌توان معیّن کرد، می‌توان کنترلگرهایی طرّاحی کرد که فاقد هرگونه پارامتر تنظیم شده از خارج باشند. اتوپایلوت هدایت کشتی (که در

www.powerjam.ir

قسمت ۱۲ ـ ۶ توضیح داده شد) مثالی از این نوع است. امّا در بسیاری از حالات، مشخّص کردن هدف کنترل از قبل ممکن نیست و حداقل لازم است به کنترلگر گفته شود که اجرای چه کاری را از آن متوقعیم. این کار را می‌توان با استفاده از کلیدهایی انجام داد که خواص مطلوب سیستم حلقه ـ بسته را مشخص می‌کنند. چنین کلیدهایی را تحت عنوان *وابسته به عملکرد مشخص* کنند. با استفاده از این ایده، انواع جدیدی از کنترلگرها، قابل طرحند. برای مثال می‌توان کنترلگری داشت که شامل کلیدی با برچسب پهنای باند حلقه ـ بسته مطلوب باشد. امکان دیگر آن است که کنترلگری با کلیدی دارای برچسب وزن بین انحراف حالت و عمل کنترل در یک مسألهٔ LQG داشته باشیم. تطبیق را می‌توان با جدولبندی بهره نیز ترکیب کرد؛ بدین ترتیب که می‌توان از یک جدول بهره برای رساندن سریع پارامترها به ناحیهٔ صحیح و از تطبیق برای تنظیم نهایی و دقیق استفاده کرد.

پیشخور تطبیقی

در بسیاری از کاربردها، امکان اندازه‌گیری بعضی از اغتشاشهای مؤثر بر فرایند وجود دارد. هنگامی که اغتشاش قابل اندازه‌گیری وجود دارد، کنترل پیشخور بسیار مفید است. با استفاده از پیشخور، امکان کاهش اساسی اثر اغتشاش وجود دارد. لیکن، کنترل پیشخور، جبرانگری حلقه باز را انجام می‌دهد و در نتیجه به مدلهای خوبی از دینامیک فرایند، نیاز دارد؛ بنابراین شناسایی و تطبیق پیش نیازی برای استفادهٔ مؤثّر از جبرانگری پیشخور است. تاکنون پژوهش و توسعهٔ بسیار اندکی در مورد پیشخور تطبیقی انجام شده، گرچه از آن در کاربردهای اولیهٔ رگولاتورهای خود تنظیم استفاده شده است.

سوء استفاده از کنترل تطبیقی

کنترلگر تطبیقی، بسیار پیچیده‌تر از کنترلگر با بهرهٔ ثابت است، زیرا این کنترلگر، غیر خطّی است. پیش از استفاده از یک کنترلگر تطبیقی بررسی این مطلب مفید است که آیا مسأله، با یک کنترلگر مقاوم با بهرهٔ ثابت (که در فصل دهم توضیح داده شد)، قابل حلّ است یا خیر. همانطور که در فصل اول مطرح شد، نمی‌توان با استفاده از تغییرات دینامیک حلقه ـ باز، در مورد نیاز به تطبیق قضاوت کرد؛ چه ممکن است پاسخهای حلقه ـ باز، تغییرات زیادی داشته باشد، در حالی که پاسخهای حلقه ـ بسته بهم نزدیکند و برعکس.

پیچیدگی کنترلگر باید متعادل با تلاشهای مهندسی برای عملیاتی کردن سیستم باشد. تجربه نشان داده که تلاش متوسطی لازم است تا یک سیستم تطبیقی استاندارد بخوبی کار کند.

www.powerjam.ir

۱۲ ـ ۳ کنترلگرهای تطبیقی صنعتی

تعدادی از محصولات صنعتی روشهای کنترل تطبیقی را به‌کار می‌گیرند. این محصولات را می‌توان به دسته‌های زیر تقسیم کرد:

- ابزار تنظیم برای کنترلگرهای استاندارد؛
- کنترلگرهای فرایند استاندارد تطبیقی؛
- بسته‌های نرم‌افزاری منظور عام برای کنترل تطبیقی و
- کنترلگرهای تطبیقی منظور خاص.

به دلیل تعداد زیاد محصولات مختلف، تنها امکان ارائه چند مثال از گروههای مختلف وجود دارد.

تنظیم‌گرهایی برای کنترلگرهای فرایند استاندارد

محصولات بسیاری برای تنظیم کنترلگرهای استاندارد از نوع PID وجود دارد. لیدز و نورتروپ، در سال ۱۹۸۱، کنترلگر PID را مطرح کردند که دارای خود تنظیم‌گر بود. ست کنترل در سال ۱۹۸۴ در سوئد تنظیم خودکار کنترلگرهای PID را در یک سیستم DDC کوچک و در سال ۱۹۸۶، یک کنترلگر تک حلقه را با تنظیم خودکار ارائه کرد. در عمل تمام کنترلگرهای PID، که امروزه به بازار می‌آیند، دارای نوعی تنظیم خودکار یا تطبیق درونی هستند. چهار روش حل اصلی برای تنظیم‌گرهای کنترلگرهای استاندارد وجود دارد:

- روش مدل پارامتری؛
- روش مدل ناپارامتری؛
- افزار تنظیم برونی؛
- ابزار تنظیم در سیستمهای کنترل گسترده.

ایدهٔ اصلی در کنترلگرهای مدل پارامتری، انجام یک آزمایش (معمولاً در حلقه ـ باز)، و تخمین مدلی از مرتبهٔ اول یا دوم همراه با تأخیر زمانی است. سیگنالهای ورودی معمولاً پله‌ای هستند، امّا از پالسها یا دنبالهٔ دودویی شبه اتفاقی (PRBS) نیز استفاده می‌شود. سپس پارامترهای کنترلگر PI یا PID با استفاده از قواعد تنظیم تجربی یا به‌کمک روش جایابی قطب، تعیین می‌شود. برخی از محصولات این نوع عبارت است از: پروتینک از شرکت هارتمن و براون[1]، و UDC 6000 از شرکت هانی ول[2].

1. Hartmon & Braun
2. Honeywell

www.powerjam.ir

در روش مدل ناپارامتری، نقاط منحنی نایکوییست عموماً با استفاده از پسخور رله‌ای تخمین زده می‌شود. (با تنظیم خودکار توضیح داده شده در فصل هشتم مقایسه کنید). براساس این اطلاعات، از یک مجموعه اصلاح شده قواعد تنظیم زیگلر ـ نیکولز برای تعیین پارامترهای کنترلگر استفاده می‌شود. ECA 40 از شرکت سَت کنترل و DPR 900 از شرکت فیشر ـ رُزمانت مثالهایی از این گروه است.

کمکهای تنظیم پیش گفته ویژگی درونی کنترلگرهای استاندارد هستند. اپراتور، عمل تنظیم را با فشردن یک دکمه یا دادن یک فرمان، آغاز می‌کند. ابزار تنظیم برونی، نوع خاصی از وسایل هستند که برای انجام تنظیم با شروع به فرایند متصل و سپس قطع می‌شوند. آزمایشها معمولاً با فرایند در حلقه ـ باز انجام می‌شوند. آنگاه تنظیم‌گر برونی، پارامترهای کنترلگر مناسب را تعیین می‌کند. پارامترهای جدید، اغلب به طور دستی به وسیلهٔ اپراتور وارد می‌شود. از آنجا که تنظیم‌گر برونی برای انواع مختلف کنترلگرهای استاندارد قابل استفاده است، باید اطلاعات کاملی از پارامتریزه کردن و پیاده‌سازی الگوریتمها از سازنده‌های مختلف در دست باشد. مثالهایی از ابزار تنظیم برونی عبارت است از: سوپرتیونر[1] از شرکت تویوسیستمز[2] ژاپن، پروتیونر[3] از شرکت تک ماسیون[4] آریزونا، PIDWIZ از شرکت بی اس تی کنترل[5] ایلی نویز و SIEPID از شرکت زیمنس[6] آلمان.

ابزار تنظیم در سیستمهای کنترل گسترده نیز به کار رفته است. به دلیل وجود توان محاسباتی موجود، امکان داشتن ارتباطات بسیار خوب بین انسان و ماشین و انتخابهای متعدد برای تنظیم وجود دارد. شرکت هانی ول، سیستمی دارد که لوپ تیون[7] نامیده می‌شود و شرکت فیشر ـ رُزمانت دارای محصولی به نام اینتلجنت تیونر[8] است.

کنترلگرهای فرایندهای استاندارد تطبیقی

تنظیم‌گرهای مطرح شده در بالا، کنترلگرها را نه به طور پیوسته بلکه براساس خواست اپراتور تنظیم می‌کند. لیکن کنترلگرهای استانداردی همراه با تطبیق وجود دارند که می‌توانند تغییرات پارامترهای فرایند را تعقیب کنند. کنترلگرهای استاندارد تطبیقی را می‌توان به دسته‌های زیر تقسیم کرد:

- روش مدل پارامتری؛

1. Supertuner
2. Toyosystems
3. Protuner
4. Techmation
5. BST Control
6. Siemens
7. Looptune
8. Intelligent Tuner

www.powerjam.ir

- روش مدل ناپارامتری؛
- روش تشخیص الگو.

کنترلگرهای تطبیقی مبتنی بر مدل، معمولاً با استفاده از یک الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی، یک مدل مرتبهٔ اوّل یا دوّم را همراه با تأخیر زمانی، تخمین می‌زنند. در این صورت می‌توان یک کنترل جایابی قطب با ساختار PID را تعیین کرد. مثالهای این روش عبارت است از: CLC 04 از شرکت بیلی کنترل[1] و SLPC-181-281 از شرکت یوکوگاوا.

یکی از مثالهای کنترلگر تطبیقی ناپارامتری، ECA 400 از شرکت ست کنترل است (شکل ۱ ـ ۲۳ را ببینید). این کنترلگر، توسعه‌ای از یک تنظیم‌گر خودکارِ مبتنی بر رله است. نقطه‌ای روی منحنی نایکوییست به طور پیوسته با استفاده از فیلتراژ میانگذر، تخمین زده و سپس پارامترهای کنترلگر با استفاده از شکل اصلاح شدهٔ قواعد تنظیم زیگلر ـ نیکولز تعیین می‌شود.

سیستمهای خبره یا تشخیص الگونیز برای تنظیم تطبیقی کنترلگرهای استاندارد به کار رفته‌اند. اولین مورد از این روش، اِکزاکت[2] از شرکت فاکس بُرو بود که در اکتبر ۱۹۸۴ ارائه شد. این کنترلگر به طور مفصل در ادامهٔ فصل، توضیح داده خواهد شد. در سال ۱۹۸۷ شرکت یوکوگاوا، کنترلگرهای PID تطبیقیِ SLPC ـ 171 و SLPC ـ 271 را به بازار روانه کرد که ویژگیهایی مشابه اکزاکت از شرکت فاکس بُرو داشتند. کنترلگر دیگر از این نوع، فِنوال ۵۷۰ است. کنترلگر UDC 6000 از شرکت هانی ول، از تحلیل پاسخ پله برای تنظیم خودکار و یک پایگاه قواعد، برای تطبیق استفاده می‌کند. این کنترلگرها به این منظور طرح می‌شوند که بتوانند در زمینه قواعد مهارت یک مهندس کنترل مجرّب را کسب کنند. معمولاً حدود ۱۰۰ تا ۲۰۰ قاعده پیاده می‌شود. کنترلگرها، منتظرِ تغییرات مقدار مرجع یا تحوّلی ناگهانی در فرایند می‌مانند و سپس براساس پاسخ و قواعد تنظیم، پارامترهای کنترلگر برای افزایش عملکرد سیستم حلقه ـ بسته، اصلاح می‌شود.

تعدادی از کنترلگرهای استاندارد تطبیقی مانند: DPR 910 از شرکت فیشر و ECA 400 از شرکت سَت کنترل دارای پیشخور تطبیقی و امکان ساختن جداول جدولبندی بهره به طور خودکار هستند. این ویژگیها بسیار مفیدند و می‌توانند عملکرد سیستم را به طور قابل ملاحظه‌ای بهبود بخشند.

امروزه کنترلگرهای استانداردی با الگوریتمهای کنترل هوشمندتر در بازار یافت می‌شوند. یک مثال U.A.C.[3] از شرکت سیستمهای اتوماسیون فرایند بریتیش کلمبیا[4] است که براساس

1. Bailey Control
2. EXACT
3. Universal Adaptive Controller
4. British Columbia

www.powerjam.ir

کنترل پیش‌بین کار می‌کند. این کنترلگر می‌تواند سیستمهای چند متغیره را نیز کنترل کند.

بسته‌های نرم‌افزاری منظور عام برای کنترل تطبیقی

غالباً نیاز است از الگوریتمهای کنترلی خبره‌تر از کنترلگرهای PID استاندارد استفاده شود. بنابراین لازم است مدلهایی از مرتبهٔ بالاتر تخمین زده شده و امکان استفاده از الگوریتمهای طراحی مختلف وجود داشته باشد. برای رسیدن به این منظور، بسته‌های نرم‌افزاری عام برای کنترل تطبیقی ساخته شده است. الگوریتمهای تطبیقی معمولاً مِدولها[1] یا بلوکهایی در بسته‌های عمومی‌ترِ کنترل دیجیتال مستقیم (DDC)[2] هستند. شرکت آسِا براون باوری[3] یک کنترلگر تطبیقی منظور عام را در سال ۱۹۸۲ ارائه کرد. شرکت فِرست کنترل سیستمزِ[4] سوئد، یک کنترلگر تطبیقی را در سال ۱۹۸۶ ارائه کرد. پیاده‌سازی کنترل تطبیقی در سیستمهای کنترل گستردهٔ پیشرفته نیز امکان دارد.

پیاده‌سازی PLC

کنترلگرهای تطبیقی را می‌توان در سیستمهای کنترلگر منطقی قابل برنامه‌ریزی (PLC)[5] معمولی نیز پیاده کرد. شرکتهای سازندهٔ صاحب صلاحیت و خبرگی از چنین روشهایی استفاده می‌کنند. برای مثال شرکت 3M کنترلگرهای تطبیقی از این نوع را ساخته است. اوّلین مورد در سال ۱۹۸۷ نصب شد. در حال حاضر حدود ۲۰۰ حلقهٔ تطبیقی در کار هستند. محدودهٔ وسیعی از فرایندها بدین طریق کنترل می‌شود. این سیستمها امروزه در خط تولید شرکتهای زیادی مانند جنرال الکتریک[6]، مودیکون[7]، مِژِرکس[8]، اسکوِیر ـ دی[9]، و رِلیَنس[10] پیاده‌سازی می‌شود. برنامه‌ها به زبان Basic یا C نوشته می‌شود. کاربرد این سیستمها شامل حلقهٔ استاندارد برای دما، فشار، موقعیت و رطوبت است و حلقه‌های دارای کاربرد خاصتر در خصوص فرایندهای انحصاری 3M ساخته شده است. الگوریتمهای تطبیقیِ مورد استفاده، بر تخمین پارامترها در مدلی با ساختار زیر استوار است:

$$A^*(q^{-1})y(t) = B_1^*(q^{-1})u(t-d) + B_2^*(q^{-1})v(t-d)$$

1. Module
2. Direct Digital Control
3. Asea Brown Boveri
4. First Control Systems
5. Programmable Logic Controller
6. General Electric
7. Modicon
8. Measurex
9. Square - D
10. Reliance

www.powerjam.ir

که در آن ، v اغتشاش قابل اندازه‌گیری است. چند جمله‌ای A^* از درجهٔ یک یا دو است امّا برای مقابله با تأخیر زمانی متغیر، ممکن است چند جمله‌ایهای B_1^* و B_2^* دارای درجه‌های بالاتری باشند. پارامترها به کمک یک روش گرادیان خاص تخمین زده می‌شود. طراحی کنترل نیز براساس راهبرد حداقل ـ واریانس اصلاح شده، اجرا می‌شود.

کنترلگرهای تطبیقی منظور خاص

در بسیاری از فرایندها، اطلاعات فراوانی از فرایند در دسترس است. برای پیاده‌سازی یک کنترل خوب، مناسب است تا حد امکان از اطلاعات *قبلی* بیشتری استفاده شود. برای این کار می‌توان از ساختارهای مدل و اطلاعات انتگرالگیرها یا ثابتهای زمانی، برای طراحی کنترلگر و آسان کردن تنظیم استفاده کرد. به عنوان نمونه، کنترلگرهای تطبیقی منظور خاصی برای کشتیها، همزن خمیر، راه‌اندازهای موتور، فرافیلتراژ و مخلوط کردن مواد خام سیمان، ساخته شده است.

۱۲ ـ ۴ بعضی از کنترلگرهای تطبیقی صنعتی

بعضی از محصولات تجاری نمونه و ویژگیهای آنها در این قسمت توضیح داده می‌شود. تأکید ما بیشتر روی ویژگیهایی مانند: تخمین، اطلاعات قبلی و تجربیات صنعتی خواهد بود. این قسمت با توضیحی در مورد بعضی از جنبه‌های عمومی استفادهٔ صنعتی از کنترلگرهای تطبیقی پایان می‌پذیرد.

ECA 40 سَت کنترل و DPR 900 فیشر کنترل

این، اوّلین تنظیم‌گر خودکاری است که براساس نوسانهای رله‌ای (که در فصل هشتم توضیح داده شد)، کار می‌کند. این سیستم ابتدا در یک سیستم DDC کوچک (تقریباً ۴۵ حلقه‌ای) برای کنترل فرایند صنعتی SDM 20 به کار رفت. در این کاربرد، تنظیم‌گر می‌تواند برای تنظیم هر حلقه‌ای در سیستم، وصل شود. تنظیم خودکار رله‌ای در کنترلگرهای PID تک حلقه‌ای (ECA 40 سَت کنترل و DPR 900 فیشر کنترل) نیز موجود است. تنظیم این کنترلگرها، حسب نیاز با فشردن دکمه‌ای روی صفحهٔ جلویی انجام می‌شود که تنظیم تک دکمه‌ای نامیده می‌شود. همچنین این کنترلگرها دارای امکاناتی برای جدولبندی بهره هستند. در این روش جدولی با سه نوع تنظیم کنترلگر وجود دارد.

تخمین پارامتر: زمان تناوب و بهرهٔ غایی با انجام یک آزمایش با پسخور رله‌ای به دست می‌آیند. نوسانهای سیگنال خروجی، اندازه‌گیری شده، پسماند رله بر روی میزان کمی پهنتر از

www.powerjam.ir

باند نویز قرار داده می‌شود. مقدار اولیهٔ دامنهٔ رله ثابت شده ، دامنه و دوره تناوب در هر نیم تناوب اندازه‌گیری می‌شوند. یک پسخور، دامنهٔ رله را به گونه‌ای تنظیم می‌کند که نوسان چرخهٔ حدّی، دامنهٔ مشخصی را داشته باشد. وقتی دو نیم تناوب متوالی به اندازهٔ کافی نزدیک شوند، پارامترهای PID محاسبه شده، کنترل PID به طور خودکار راه‌اندازی می‌شود.

طراحی کنترل : هرگاه بهره و دورهٔ تناوب غایی معلوم شد، پارامترهای کنترلگر PID را می‌توان به کمک قاعدهٔ زیگلر ـ نیکولز اصلاح شده، تعیین کرد. همچنین منطق محدودی برای تعیین اینکه به عمل مشتقگیری نیازی هست یا نه وجود دارد.

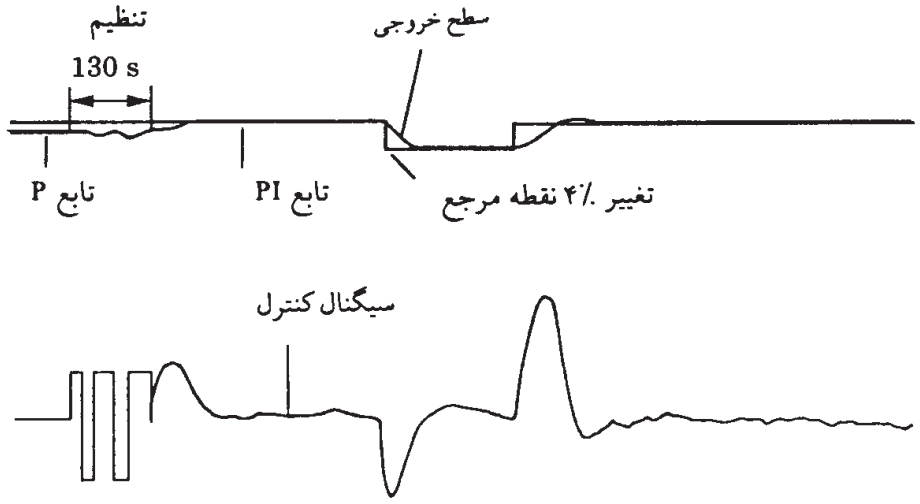
اطلاعات قبلی: یکی از مهمترین مزایای تنظیم‌گر خودکار آن است که لازم نیست هیچ پارامتری *از قبل* تنظیم شده باشد. برای استفاده از تنظیم‌گر، بسادگی به کمک تنظیم یک سیگنال کنترلی ثابت در مُد دستی، فرایند به حالت تعادل برده می‌شود. سپس با فشردن دکمهٔ تنظیم، عمل تنظیم فعال می‌شود. وقتی که تنظیم کامل شد، کنترلگر به طور خودکار به حالت خودکار سوییچ می‌شود. هدفهای کنترل مختلفی را می‌توان با اصلاح پارامترها در قاعدهٔ زیگلر ـ نیکولز به دست آورد. یک مُد از قبل تعریف شده وجود دارد، امّا کاربر می‌تواند پاسخی کُندتر یا بسیار سریعتر را تقاضا کند.

تجارب صنعتی : استفاده از این سیستم حتّی برای کاربران ناوارد بسیار ساده است. هر دو ویژگی تنظیم خودکار و جدولبندی بهره بسیار مفید واقع شده‌اند. در بسیاری از کاربردها، تنظیم‌گر خودکار اصلاحات قابل ملاحظه‌ای را در عمل تنظیم موجب شده است. همچنین ثابت شده که با استفاده از تنظیم خودکار زمان به کار انداختن می‌تواند بسیار کوتاه شده، کنترلگر استاندارد بر فرایندهای دارای محدودهٔ وسیعی از مقیاسهای زمانی اعمال گردد. سادگی، مهمّترین فایدهٔ تنظیم‌گر خودکار است. این روش بخصوص برای دستگاههایی که فاقد مهندسان ابزار دقیق ماهر هستند و همچنین برای کار در شیفت شب، زمانی که دسترسی به مهندسان مزبور امکان‌پذیر نیست، مفید است. همچنین توضیح دادن تنظیم‌گر خودکار به مهندسین ابزار دقیق، ساده است. خواصّ تنظیم‌گر خودکار را با یک مثال توضیح می‌دهیم:

مثال ۱۲ ـ ۱ کنترل سطح

شکل ۱۲ ـ ۱، رفتار کنترلگر را در حالتی نشان می‌دهد که برای کنترل سطح یک مخزن در آسیاب خمیر کاغذ به کار رفته است. ابتدا یک کنترل تناسبی خالص به کار گرفته شد که نتیجهٔ آن خطای حالت ماندگار است که در شکل نشان داده شده است. عمل تنظیم تقریباً دو دقیقه طول کشید که به یک کنترلگر PI ختم شد. این مثال، مفید بودن منطق انتخاب عمل کنترل را نشان می‌دهد. شکل ۱۲ ـ ۱، سیگنال کنترل را نیز نشان می‌دهد.

www.powerjam.ir



شکل ۱۲ ـ ۱. نتایج به دست آمده وقتی که ECA 40 سَت کنترل برای کنترل سطح یک آسیاب خمیر کاغذ به کار می‌رود.

اکزاکت: کنترلگر تطبیقی فاکس بُرو

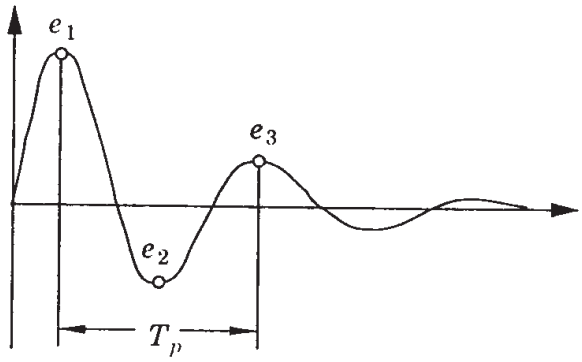
این کنترلگر براساس تحلیل پاسخ گذاری سیستم حلقه ـ بسته نسبت به تغییرات مرجع یا اغتشاش بار و روشهای تنظیم سنّتی از نوع زیگلر ـ نیکولز کار می‌کند.

تخمین پارامتر: با فرض اینکه پارامترهای کنترلگر به گونه‌ای است که سیستم حلقه ـ بسته پایدار باشد، پاسخ نوعی خطای کنترل به پله یا اغتشاش ضربه‌ای در شکل ۱۲ ـ ۲ نشان داده شده است. برای روشن کردن این که اغتشاش مناسبی رخ دا ده و همچنین برای آشکارسازی اوجهای[1] e_1، e_2، e_3 و دوره تناوب T_p، از یک منطق بدون اثبات دقیق استفاده می‌شود. فرایند تخمین، ساده، امّا بر این فرض استوار است که اغتشاشها به صورت پله‌ای یا پالسهای کوتاه هستند. اگر اغتشاشات، پالسهای خیلی کوتاه باشد، ممکن است الگوریتم تخمینهای اشتباهی را نتیجه دهد؛ زیرا در این صورت T_p به عنوان فاصلهٔ بین پالسها تخمین زده می‌شود.

طرّاحی کنترل: طرّاحی کنترل براساس مشخصاتی همچون: میرایی، فراجهش و نسبتهای T_i/T_p و T_d/T_p انجام می‌شود که T_i زمان انتگرالگیری، T_d زمان مشتّق‌گیری و T_p دورهٔ تناوب نوسان است. میرایی به صورت $o = -\frac{e_2}{e_1}$ و فراجهش به صورت $d = \frac{e_3 - e_2}{e_1 - e_2}$ تعریف می‌شود. در حالات نوعی لازم است d و o هر دو کوچکتر از ۰/۳ باشند. یک سری قواعد تجربی برای محاسبهٔ پارامترهای کنترلگر از مقادیر T_p، d و o به کار می‌رود. این قواعد براساس قوانین تنظیم سنّتی زیگلر ـ نیکولز بنا نهاده شده که البتّه تجاربی از تنظیم کنترلگر نیز به آنها افزوده شده است.

1. Peak

www.powerjam.ir



شکل ۱۲ ـ ۲. پاسخ نوعی خطای کنترل به اغتشاشهای پله‌ای یا ضربه‌ای

اطّلاعات قبلی: روند تنظیم نیاز به اطّلاعاتی قبلی راجع به پارامترهای کنترلگر (یعنی K_c، T_i و T_d) دارد. همچنین داشتن اطّلاعاتی دربارهٔ مقیاس زمانیِ فرایند الزامی است. از این اطّلاعات برای تعیین بیشینهٔ زمانی که به‌طور منطقی (بدون اثبات دقیق) باید برای اوج دوم صبر کرد، استفاده می‌شود. علاوه بر این به برخی اندازه‌های نویز فرایند برای تنظیم تولرانسهای منطق بدون اثبات دقیق نیاز است. برخی از پارامترها را نیز می‌توان به طور اختیاری تنظیم کرد: میرایی d، فراجهش o، حدّاکثر بهرهٔ مشتق و کرانهای پارامترهای کنترلگر.

پیش تنظیم: در روش تنظیم به پارامترهای معقولی برای کنترلگر نیازمندیم که در نتیجهٔ آن سیستمی حلقه ـ بسته با یک پاسخ دارای میرایی خوب به دست آید. از این رو از یک مُد پیش تنظیم در حالتهایی که اطلاعات قبلیِ لازم در دسترس نباشد استفاده می‌شود. یک آزمون پله انجام می‌شود که در آن کاربر اندازهٔ پله را مشخص می‌کند. تخمینهای اولیهٔ پارامترهای کنترلگر، مقیاس زمانی و سطح نویز با استفاده از پله نیز تعیین می‌شوند. فقط زمانی می‌توان از مُد پیش تنظیم استفاده کرد که فرایند به حالت ماندگار رسیده باشد.

تجارب صنعتی: امروزه هزاران واحد از کنترلگرهای اکزاکت در حال کار هستند. این سیستم در سیستم فاکس بُرو نیز برای کنترل فرایند گسترده در دسترس است. کاربران صنایع مختلفی، مناسب بودن آن را به استناد راحتی آنها برای تنظیم و توانایی راه‌اندازی در مدّت کوتاه، اعلان کرده‌اند. همچنین اشاره می‌شود عمل مشتّق گیری اغلب می‌تواند فواید چشمگیری داشته باشد.

کنترلگر دمای یوروترم

کنترل دما معمولاً به کمک کنترلگرهای سادهٔ PID انجام می‌شود که نسبت به کنترلگرهای صنعتیِ مرسوم ارزانتر است. انجام می‌شود. امروزه تنظیم خودکار نیز در چنین سیستمهای

www.powerjam.ir

ساده‌ای به‌کار می‌رود. یک مثال، کنترلگرهای تولیدیِ شرکت یوروترم انگلیس می‌باشد. در این کنترلگرها از یک تنظیم رله‌ای اصلاح شده، استفاده می‌شود. از تمام توان کنترلی استفاده می‌شود تا اینکه به یک نقطهٔ مرجع مصنوعی برسد. آنگاه از دو نیم دوره تناوب تنظیم رله‌ای استفاده شده، پارامترهای کنترلگر به کمک پاسخ گذرا محاسبه می‌شود. این کنترلگر دارای قابلیتهایی نیز برای تنظیم خودکار بیدرنگ براساس تحلیلهای پاسخ گذراست.

در حلقه‌های کنترل دما، معمولاً دینامیکهای مختلفی بسته به اینکه آیا دما در حال افزایش یا کاهش است وجود دارد. این مشخصهٔ غیر خطّی را می‌توان با استفاده از جدولبندی بهره اداره کرد.

کنترلگر تطبیقی آسِا براون باوِری (ABB)

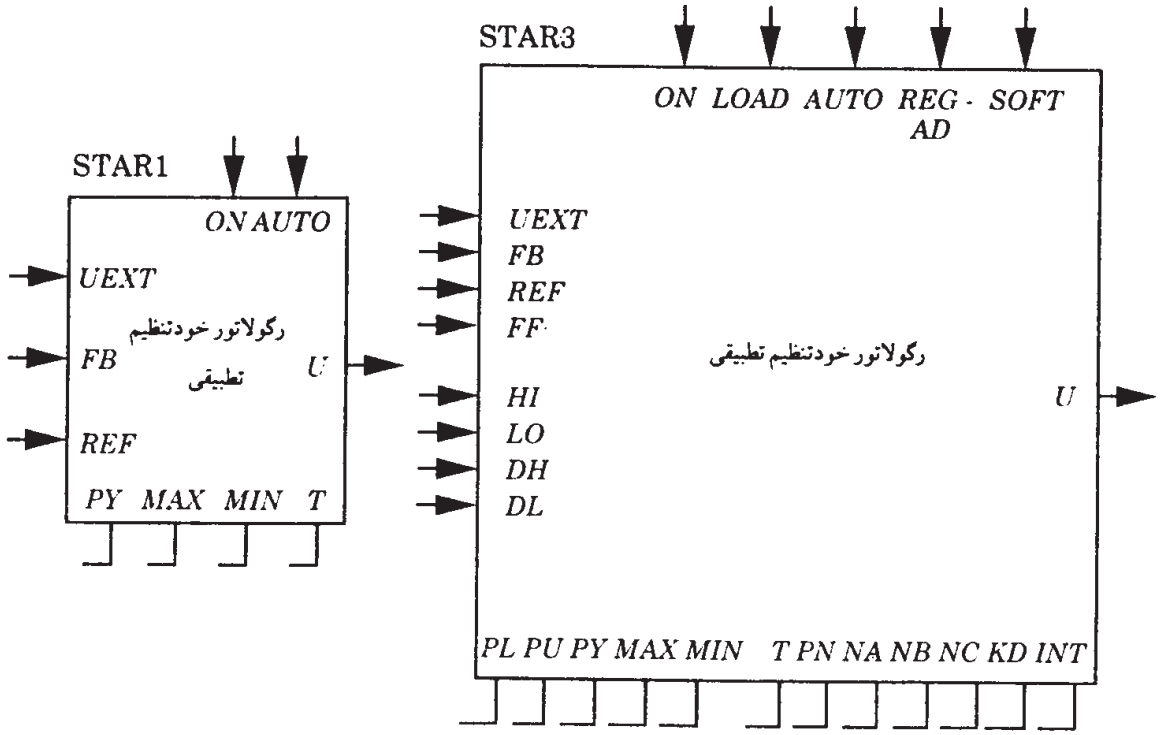
کنترلگر تطبیقی آسِا براون باوِری (ABB) ابتدا تحت نام نواتیون وارد بازار شد. این کنترلگر، یک کنترلگر تطبیقی است که بصورت بخشی از ABB مَستر که یک سیستم کنترل گسترده برای کنترل فرایند است، ساخته شده است. این سیستم، بلوک‌گرا[1]ست بدین معنا که مهندس فرایند می‌تواند با انتخاب و اتصال درونی بلوکهای مختلف، سیستمی را ایجاد نماید. سیستم دارای بلوکهای کنترل PID معمولی، منطقی و محاسبات است. سه بلوک مختلف STAR 1، STAR 2 و STAR 3، کنترلگرهایی تطبیقی هستند. این کنترلگرها، رگولاتورهای خود تنظیم هستند که براساس تخمین حداقل مربعات و کنترل حداقل ـ واریانس کار می‌کنند. همهٔ این کنترلگرها از یک الگوریتم استفاده می‌کنند و تفاوت آنها در پیچیدگی کنترلگر و اطّلاعات قبلی است که باید هنگام استفاده به آنها داده شود.

کنترلگر تطبیقی ABB ازاین جهت که براساس ساختار PID ساخته‌نشده، باسایر کنترلگرهایی که پیش از این توضیح داده شد، تفاوت دارد. در عوض الگوریتم آن براساس یک تابع انتقال پالس عمومی است. این کنترلگر جبرانگری زمان مرده و کنترل پیشخور را نیز قبول می‌کند. سیستم کنترلگر تطبیقی ABB را می‌توان به عنوان ابزاری برای حلّ مسائل کنترل در نظر گرفت.

اصول: کنترلگر تطبیقی ABB، رگولاتور خود تنظیم مستقیمی مشابه الگوریتم ۴ ـ ۱ در قسمت ۴ ـ ۳ است. پارامترهای یک مدل زمان ـ گسسته با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی تخمین زده می‌شود. طرّاحی کنترل براساس طراحی کنترلگر حداقل ـ واریانس است که برای اینکه بتواند قرار دادن یک قطب و جریمه‌ای را در سیگنال کنترل قبول کند، توسعه یافته است. نمودار بلوکی شکل ۱۲ ـ ۳ دو مدول تطبیقی این سیستم را نشان می‌دهد. سیستم کنترلگر

1. Block - oriented

www.powerjam.ir



شکل ۱۲ ـ ۳. نمودارهای بلوکی مدولهای تطبیقی STAR 1 و STAR 3 موجود در کنترلگر تطبیقی ABB

تطبیقی ABB دارای سه مدول تطبیقی STAR 1، STAR 2 و STAR 3 است که STAR 3، از همه پیچیده‌تر است. مدلهای ساده‌تر، ورودیهای کمتری دارد و دارای مقادیر از قبل تعریف شده‌ای برای بعضی از پارامترهای STAR 3 است. در نمودار بلوکی، سیگنالهای ورودی، در سمت چپ و بالای جعبه؛ سیگنالهای خروجی، در سمت راست و پارامترها در زیر جعبه نشان داده شده است. می‌توان پارامترها را در زمانِ تعریف، تغییر داد. پارامترهای PL، T و PN را می‌توان به شکل بیدرنگ نیز تغییر داد.

ساده‌ترین مدول، یعنی STAR 1، دارای سه سیگنال ورودی است: ورودی دستی UEXT، مقدار اندازه‌گیری شدهٔ FB و مرجع REF. ضمناً این بخش سه پارامتر دارد: متغیّر PY کوچکترین تغییر مربوط در سیگنال پسخور است؛ برای تغییرات کوچکترِ از PY، تطبیق قطع می‌شود. پارامترهای MAX و MIN، کران متغّیرکنترل و T، دوره تناوب نمونه‌برداری را نشان می‌دهد.

مدول STAR 2، سیگنالهای ورودی بیشتری دارد. این بلوک شامل یک سیگنال پیشخور (FF) است. همچنین چهار سیگنال: HI، LO، DH و DL وجود دارد که تغییر دینامیکیِ کرانهای متغیّر کنترل و نیز نرخ تغییراتش را مجاز می‌دارد. همچنین پارامترهای اضافی PN، به منظور اعمال جریمه بر متغیّر کنترل و KD، که افق پیش‌بینی را مشخص می‌کند، وجود دارند. این مدول دارای دو سوییچ مُد اضافی است: REGAD که تطبیق را هنگام اشتباه بودن آن قطع

www.powerjam.ir

می‌کند و SOFT که موجب شروع آرام می‌شود.

مدول STAR 3، دارای یک تابع اضافی LOAD است که اجازه می‌دهد پارامترهای ذخیره شده در یک EEPROM، بار شوند. همچنین دارای تعدادی پارامتر اضافی است که امکان قرار دادن یک قطب PL را فراهم کرده، ساختار کنترلگر را از نظر NA، NB، NC و INT معیّن می‌کند.

تخمین پارامتر: تخمین پارامتر براساس مدل ذیل انجام می‌شود:

$$(۱ - PLq^{-۱})\,y\,(t + KD) - (۱ - PL)\,y\,(t)$$
$$= A^{*}\,(q^{-۱})\,\Delta y(t) + B^{*}\,(q^{-۱})\,\Delta u(t) + C^{*}\,(q^{-۱})\,\Delta v(t)$$

که در آن A^{*}، B^{*} و C^{*} چند جمله‌ایهایی برحسب عملگر تأخیر $q^{-۱}$، y متغیر اندازه‌گیری، u سیگنال کنترل، v یک سیگنال پیشخور و Δ عملگر تفاضلی «$۱ - q^{-۱}$» است. با الگوریتم ۳ ـ ۶ مقایسه کنید. مقادیر صحیح NA، NB و NC، تعداد ضرایب را بترتیب در چند جمله‌ای‌های A^{*}، B^{*} و C^{*} مشخص می‌کنند. عدد PL، محل مطلوب قطب انتخابی است. وقتی که پارامتر INT صفر است یک مدل مشابه بدون هیچ اختلافی مورد استفاده قرار می‌گیرد. پارامترها با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی با ضریب فراموشی $\lambda = ۰/۹۸$ تخمین زده می‌شود. وقتی تغییرات سیگنال کنترل و خروجیِ فرایند، کمتر از PU و PY هستند تخمین پارامتر موقّتاً به طور خودکار قطع می‌شود. همچنین بهنگام کردن پارامتر ممکن است برحسب نیاز از طریق سوییچِ REGAD، قطع شود. با ترکیب سایر مدولها در سیستم کنترلگر تطبیقی ABB یک راه مناسبی برای رسیدن به تخمین مقاوم به دست می‌آید.

طرّاحی کنترل: قانون کنترل بدین صورت است:

$$(\rho + B(q^{-۱}))\,\Delta u\,(t)$$
$$= (۱ - PL)\,(u_c\,(t) - y(t)) - A^{*}\,(q^{-۱})\,\Delta y(t) - C^{*}\,(q^{-۱})\,\Delta v(t)$$

که ρ ضریب جریمهٔ وابسته به PN است. چون از الگوریتم خود تنظیم‌گر مستقیم استفاده می‌شود، پارامترهای کنترلگر مستقیماً از پارامترهای تخمینی به دست می‌آید.

تجربیّات صنعتی: کنترلگر تطبیقی ABB بر تعداد وسیعی از مسائل کنترل فرایند در زمینهٔ فولاد، خمیر کاغذ، کاغذ و صنایع پتروشیمی، تصفیهٔ آبهای آلوده و کنترل آب و هوا[1] اعمال شده و در بعضی از کاربردها در مقایسه با کنترل PID، بسیار بهتر عمل کرده است. این مطلب

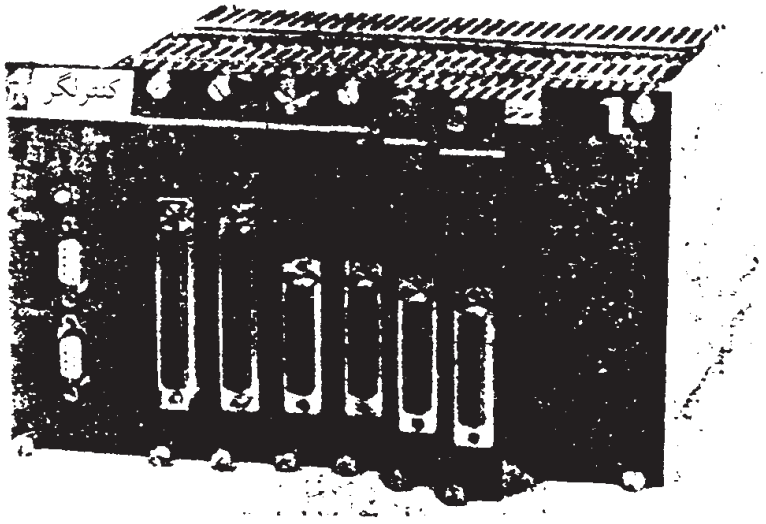
1. Climate Control

www.powerjam.ir

بخصوص برای حالت فرایندهای دارای تأخیر زمانی و در کاربردهایی است که در آن می‌توان از پیشخور تطبیقی استفاده کرد. همچنین این کنترلگر برای ساخت سیستمهای منظور خاصّ برای کاربردهای ویژه‌ای همچون کاغذ پیچی[1] و کنترل آب و هوا به کار گرفته شده است بعضی از کاربردهای کنترلگر تطبیقی ABB در قسمت ۱۲ ـ ۵ با جزئیات بیشتری مطرح خواهند شد. عیب اصلی این کنترلگر آن است که براساس یک خود تنظیم‌گر مستقیم کار می‌کند. این بدان معناست که دوره تناوب نمونه‌برداری و پارامتر KD باید با احتیاط انتخاب شوند. برای مثال ممکن است استفاده از دوره تناوب نمونه‌برداری خیلی کوتاه، مشکل‌آفرین باشد.

فرست لوپ: کنترلگر تطبیقی فرست کنترل

سیستم تطبیقی فرست لوپ[2] را شرکت فرست کنترل سیستمز؛ شرکتی کوچک که اعضای تیم نواتیون آن را بنا کرده‌اند؛ ساخته است. فرست لوپ یک ماجول کوچک کنترلی با حداکثر هشت رگولاتور خود تنظیم است. این سیستم، ابزاری با مدولهایی برای کنترل تطبیقی، منطق، فیلتر کردن توابع جذری و مخابرات اپراتوری است. ویژگی جالب آن است که کنترلگر تطبیقی تنها کنترلگر موجود در سیستم است. لیکن با انتخاب تعداد پارامترهای مدل تخمینی، امکان داشتن ساختارهای مختلف کنترلی مثلاً کنترلگر PID وجود دارد. کنترلگر تطبیقی می‌تواند ده پارامتر را با دوره تناوب نمونه‌برداری ۲۰ تا ۵۰ میلی‌ثانیه تنظیم کند. با استفاده از نرم‌افزار می‌توان یک سیستم کنترل را به سادگی تعریف کرد. کنترلگر فرست کنترل در شکل ۱۲ ـ ۴ نشان



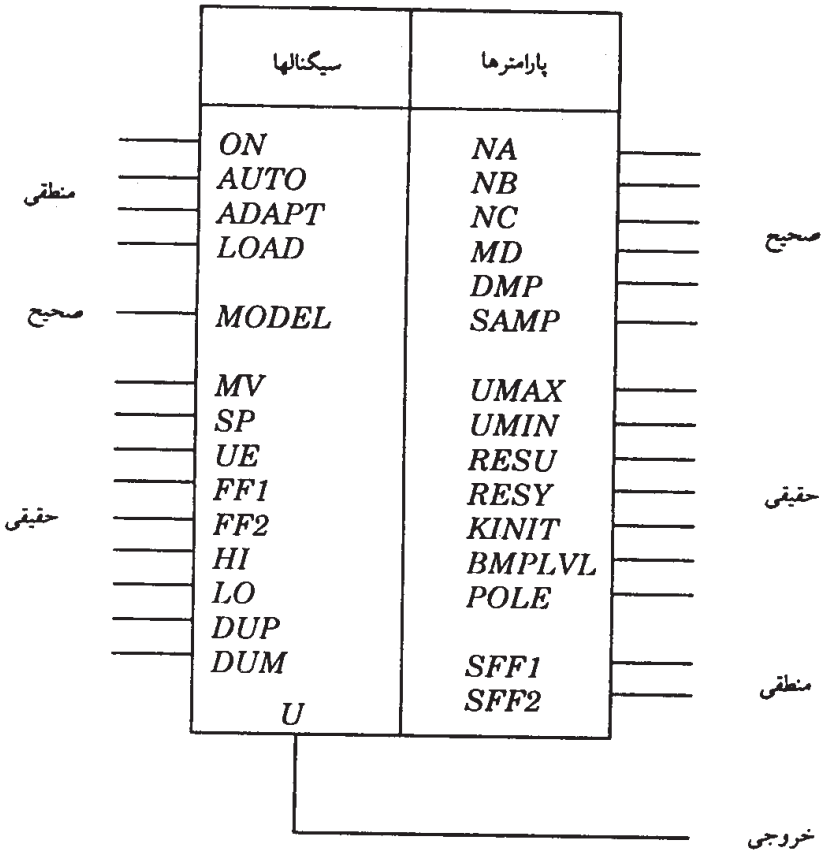
شکل ۱۲ ـ ۴. ریز کنترلگر[3] از شرکت فرست کنترل. (اهدایی شرکت فرست کنترل سیستمز AB)

1. Paper Winding 2. Firstloop 3. Microcontroller

www.powerjam.ir

داده شده است. فرست لاین[1] یک سیستم کنترل فرایند گسترده است که در آن یک زبان بلوک‌گرا برای طراحی کنترل وجود دارد. کنترلگر تطبیقی به صورت یک مدول تابع استاندارد به کار می‌رود. مدول کنترل تطبیقی را مفصلاً توضیح می‌دهیم.

اصول: واحد کنترل تطبیقی استفاده شده در فرست لوپ و فرست لاین براساس تخمین بازگشتی یک مدل تابع انتقال و یک قانون کنترل براساس جایابی قطب غیر مستقیم کار می‌کند. همچنین امکان انجام پیشخور نیز در کنترلگر وجود دارد. مزیت اصلی استفاده از الگوریتم جایابی قطب غیر مستقیم، آن است که آن را می‌توان بر سیستمهای ناکمینه فاز و سیستمهای با تأخیرهای زمانی متغیّر با زمان نیز اعمال کرد و در نتیجه دوره تناوب نمونه‌برداری کوتاه نیز قابل استفاده است (با بحث قسمت ۶ ـ ۹ مقایسه کنند). مدولهای تطبیقی به دو شکل موجودند: مدول استاندارد و مدول خبره. مدول استاندارد برای استفادهٔ مهندسان ابزار دقیق معمولی طرّاحی شده که در کنترل تطبیقی متخصص نیستند. مدول خبره که در شکل ۱۲ ـ ۵ نشان داده شده برای متخصصّان کنترل تطبیقی طرّاحی شده است. در مدول استاندارد به بسیاری از پارامترها، مقادیر



شکل ۱۲ ـ ۵. مدول خبرهٔ STREGX در فرست لوپ

1. Firstline

www.powerjam.ir

پیش‌فرض[1] آنها داده می‌شود. متغیّرهایی که باید مشخص شوند در شکل ۱۲ ـ ۵ نشان داده شده است. اتصالات سیگنال، مقادیر اندازه‌گیری شدهٔ MV، مقدار مرجع SP، سیگنال کنترل خارجی UE، پیشخور FF1، FF2 و خروجی کنترلگر U هستند. سوییچهای مُد ON، AUTO و ADAPT به ترتیب برای حالات قطع / وصل، خودکار / نرمال و روشن / خاموش تطبیق به کار می‌رود. پارامترهای UMAX و UMIN محدودهٔ کار محرّک را تعریف می‌کنند. متغیرهای HI، LO، DUP و DUM حدود سیگنال کنترلی را مشخّص می‌کنند که درون کنترلگر، استفاده می‌شوند. پارامترهای وابسته به عملکرد سیستم، پارامترهای POLE هستند که قطب مطلوب حلقه ـ بسته را نتیجه می‌دهد و BMPLVL که تغییرات اوّلیهٔ مجازِ متغیّر کنترل را در تغییرات مُد می‌دهد.

قطب مطلوب حلقه ـ بسته، اصلی‌ترین متغیر است که باید انتخاب شود. واضح است، انتخاب این متغیر به اطلاعاتی در مورد مقیاسهای زمانیِ فرایند نیاز دارد. قاعدهٔ سرانگشتیِ پیشنهادی آن است که با یک مقدار بزرگ شروع کرده، به آهستگی آن را کاهش دهیم.

تخمین پارامتر: پارامترهای مدل تابع انتقال، تخمین زده می‌شود. در صورتی که از تعداد زیادی از پارامترهای b استفاده شود، سیستمهای با تأخیر زمانی متغیّر نیز در برگرفته می‌شود. می‌توان تا ۱۵ پارامتر را در مدل، تخمین زد. تعداد پارامترهای مدل با NA، NB و NC مشخص می‌شود. عوامل مشترک تابع انتقال پالس به طور خودکار حذف می‌گردد.

طرّاحی کنترل: طرّاحی کنترل بر جایابی قطب استوار است. پاسخ مطلوب به صورت یک سیستم مرتبهٔ اوّل با تأخیر توصیف می‌شود. قطبهای باقیمانده، در مبدأ قرار می‌گیرند. طراحی الگوریتم به کمک حل معادلهٔ دیوفانتین و براساس روشی است که عوامل مشترک را در چند جمله‌ایهای تخمینی حذف می‌کند. یک الگوریتم LQG نیز در دسترس است. جزئیات طراحی کنترل، انحصاری است.

شبکهٔ ایمنی: الگوریتم با یک منطق وسیع ایمنی همراه است. وقتی تغییرات سیگنالهای اندازه‌گیری شده و کنترل خیلی کوچک باشد، تطبیق متوقّف می‌شود. پارامترهای RESU و RESY حدود را مشخّص می‌کنند. علاوه بر این هنگامی که خطای کنترل کوچکتر از یک حدّ مشخصی باشد باز عمل تطبیق متوقّف می‌شود و برای حصول اطمینان از این که تأثیر یک خطای اندازه‌گیری تنها یا اغتشاش ناگهانی بزرگ، محدود می‌شود محافظهایی وجود دارد (با قسمت ۶ ـ ۹ مقایسه کنید). به مقادیر اندازه‌گیری شده‌ای که خطاهای بزرگ مُدل را نتیجه

1. Default Values

www.powerjam.ir

می‌دهند نیز به‌طور خودکار وزن کمی داده می‌شود. البته جزئیات منطق ایمنی در دسترس نیستند. می‌توان مدلهای مختلف را برای استفاده در موقعیّتهای گوناگون ذخیره کرد و سپس هنگامی که LOAD از نادرست به درست تغییر حالت می‌دهد، کنترلگر با استفاده از شمارهٔ مدلی که برابر با MODEL است راه‌اندازی می‌شود.

تجربیات صنعتی: از فرست لوپ و فرست لاین در تعدادی از سیستمهای کنترل فرایند با عملکرد بالا استفاده می‌شود. که شامل: کنترل آسیاب خمیر کاغذ، ماشینهای کاغذ، غلتکها و فرایندهای نمونه اولیه[1] برای کنترل فرایندهای شیمیایی می‌باشد.

بحث

محصولات مطرح شده، این ایده را می‌پرورانند که چگونه از روشهای تطبیقی در محصولات تجاری استفاده می‌شود. با تحلیل محصولات و روندهای موجود می‌توان بینش بیشتری به‌دست آورد. تجربّیات به دست آمده از کاربردها، به روشنی نیاز به تنظیم و تطبیق را نشان می‌دهد؛ بدون شکّ، حلقه‌های کنترل زیادی وجود دارند که به طور ضعیفی تنظیم می‌شوند. نتیجه این عمل، تلف شدن انرژی، کیفیت و زمان مؤثر تولید است. جالب است که روشهای مختلف بسیاری مورد استفاده قرار گرفته و الگوریتمهای تطبیقی با افق روشن نیز هنوز به بازار ارائه نشده است. از این رو فقط موارد خاصّ معدودی مفصّلاً توضیح داده خواهد شد.

توان محاسباتی: کاربرد صنعتیِ روشهای تطبیقی، با دستیابی به ریز پردازنده‌ها، میسّر شده است. بسیاری از سیستمهای تجاری براساس پردازنده‌های ۸ بیتی، با محدودیت ذاتی در توانایی آدرسدهی، کار می‌کنند. این موضوع در همهٔ تنظیم‌گرهای خودکار PID و نمونه‌های اوّلیهٔ کنترلگر تطبیقی ABB، که کمتر از ۶۴کیلوبایت از حافظه را مورد استفاده قرار می‌دهند، به چشم می‌خورد. با استفاده از پردازنده‌های ۱۶ بیتی و فضاهای بزرگتر آدرسدهی، امکان استفاده از الگوریتمهای پیچیده‌تر و ارتباطات بهتر انسان ـ ماشین وجود دارد. خود تنظیم‌گرهای PID نوعاً با فرکانس نمونه‌برداری ۱۰ تا ۵۰ هرتز کار می‌کنند.

سیگنالهای آشفتگی عمدی: برای تخمین پارامترها لازم است داده‌هایی وجود داشته باشد که تغییرات سیگنال کنترل را به همراه داشته باشند. اینچنین تغییراتی را می‌توان به طور طبیعی یا عمدی تولید کرد. آشفتگیهای طبیعی ممکن است به دلیل اغتشاشها یا ضعیف بودن تنظیم کنترلگرها به وجود آید. آشفتگیهای عمدی را می‌توان در صورت فقدان آشفتگیهای طبیعی، به

1. Pilot Plant

www.powerjam.ir

همان ترتیب که در نظریهٔ کنترل دوگان گفته شد، به دست آورد. این روش در تعدادی از روشهای تنظیم خودکار به کار می‌رود. اگر اطلاعات قبلی در مورد دینامیک سیستم در دسترس باشد، می‌توان سیگنالهایی یافت که برای تخمین پارامترها بهینه هستند. پسخور رله‌ای به طور خودکار یک سیگنال ورودی تولید می‌کند که دارای انرژی زیاد در فرکانسی است که در آن، تأخیر فاز سیستم برابر با ۱۸۰° می‌باشد. اگرچه سیگنالهای آشفتگی عمدی مفید بوده، نظریّه نیز آنها را تأیید می‌کند، امّا اغلب بحث برانگیزند. باید به خاطر داشته باشیم که کنترلگرهایی نیز که ضعیف تنظیم شده‌اند ممکن است به عنوان آشفتگی در نظر گرفته شوند.

ساختار کنترلگر: از ساختارهای مختلف کنترلی در سیستمهای تجاری استفاده می‌شود. هم کنترلگرهای PID و هم سیستمهای تابع انتقال عمومی وجود دارد که امکان پیشخور و جبرانسازیِ زمان مرده را دارند. مزیت اصلی ساختار PID آن است که به عملیّات صنعتی روز نزدیک است. در خانوادهٔ PID حالاتی هست که در آنها عمل مشتّقگیری فایدهٔ اندکی دارد. سیستمهایی مانند ECA 40 سَت کنترل می‌توانند این مطلب را تشخیص داده، به طور خودکار عمل PI را انتخاب کنند. لیکن هیچ سیستمی وجود ندارد که بتواند ساختار کنترلگر را در حالت کلّی انتخاب کند، گرچه به نظر می‌رسد طرّاحی چنین سیستمهایی امکان‌پذیر است.

فواید کنترل پیشخورِ اغتشاشهای قابل اندازه‌گیری از مدّتها قبل مشخص بوده است. تجربهٔ استفاده از کنترلگر تطبیقی ABB و فرست لوپ به وضوح فواید کنترل تطبیقی پیشخور را نشان می‌دهد. از آنجا که کنترل پیشخور به طور بحرانی به یک مدل خوب وابسته است، تطبیق، تقریباً یکی از پیش‌نیازهای کنترل پیشخور است. کنترلگرهای تطبیقی مانند کنترلگر تطبیقی ABB و فرست لوپ از ساختار کنترلی استفاده می‌کنند که مدل تابع انتقال عمومی ذیل را داراست:

$$R(q)\,u(t) = T_1(q)\,u_c(t) + T_2(q)\,v(t) - S(q)\,y(t) \qquad (۱۲ - ۱)$$

که در آن u متغیّر کنترل، u_c سیگنال فرمان، v یک اغتشاش اندازه‌گیری شده و y خروجی کنترل شده است. چند جمله‌ایهای R، S، T_1 و T_2 را می‌توان به شکلی برگزید که کنترلگر، شبیه به یک کنترلگر PID عمل کند. اما کنترلگر معادلهٔ (۱۲ - ۱) می‌تواند بسیار عمومی‌تر از یک کنترلگر PID نیز باشد. این مدل می‌تواند بسیاری از حالات کلاسیک مانند فیلتراژ، مدلهای اغتشاش، پیش‌بینگرهای اسمیت[1] و فیلترهای باریک را شامل شود. بنابراین برای مسائل کنترلی پیچیده‌تر، کنترلگر تابع انتقال عمومی، خواصّ قابل توجّه‌تری نسبت به کنترلگر PID دارد.

1. Smith Predictors

www.powerjam.ir

لیکن تخصصهای کارشناسانه‌تری در مهندسی کنترل برای فهم و تعبیر پارامترهای کنترلگری مانند معادلهٔ (۱۲ ـ ۱) نیاز است. چون کنترلگر PID بسیار متداول است می‌توان انتظار داشت که با کنترلگرهای عمومی‌تر برای مدت زمان طولانی همزیستی داشته باشد.

کنترل چند متغیره: مسائل کنترل چند متغیره را می‌توان با استفاده از ویژگی پیشخور در کنترلگر تطبیقی ABB و فرست لوپ به‌طور محدودی پاسخگو بود. هیچیک از سیستمهای تجاری واقعاً امکان کنترل تطبیقی چند متغیره را ندارند. تاکنون کاربردهای زیادی از کنترل تطبیقی سیستمهای چند متغیرهٔ واقعی وجود ندارد. به دلیل علاقه وافر موجود به کنترل پیش‌بینی مدل می‌توان انتظار داشت که این حالت تغییر کند.

پیش تنظیم: جالب توجه است که در بسیاری از روشها یک صورت پیش‌تنظیم، پیش‌بینی شده است. در بعضی از موارد مشاهده می‌شود که این ویژگی بعدتر اضافه شده است. علّت این امر بدون شکّ آن است که برای الگوریتمهای استاندارد باید از خبرگی کاربر بهره‌مند گردید. یک مثال نوعی، انتخاب دوره‌های نمونه‌برداری یا مقیاسهای زمانیِ معادل است. مشاهده می‌شود که روش رله‌ای برای تنظیم خودکار یک روش ایدئال برای پیش تنظیم خواهد بود.

تنظیم خودکار یا بنابه درخواست: محصولات موجود شامل سیستمهایی هستند که در آنها تنظیم اوّلیه بنابه درخواست اپراتوار یا به طور خودکار انجام می‌شود. کاربران هر دو روش، تجربیّات خود را مستند کرده‌اند. مشاهده می‌شود که برای تعدادی از فرایندها باید کنترلگرها را برای شرایط کار مختلف، دوباره تنظیم کرد؛ در بسیاری از حالات، سیگنالهای قابل اندازه‌گیری‌ای وجود دارد که کاملاً به شرایط کار وابسته است. در این موارد به نظر می‌رسد که ترکیب تنظیم خودکار بنابه درخواست با جدولبندی بهره راه حلّ مناسبی باشد. به این ترتیب سیستمی به دست می‌آید که در آن پارامترها در مقایسه با سیستمهای دارای تطبیق، سریعتر تغییر می‌کنند. البتّه داشتن تنظیمی که به طور خودکار راه‌اندازیِ اوّلیّه شود، ساده است، امّا ارائهٔ راهکارهای عمومی برای زمان آغاز تنظیم، مشکل است. روشهای سادهٔ معمولی غالباً براساس آشکارسازی سادهٔ سطح کار می‌کنند؛ برای یافتن شرایط تنظیم مجدّد، تحقیقات بیشتری موردنیاز است. این موضوع در قسمت ۱۳ ـ ۴ بیشتر توضیح داده خواهد شد.

تحلیل تقسیم کار بین انسان و ماشین، دیدگاه دیگری را در مورد سؤال تنظیم «انتخاب بنابه درخواست» یا «تنظیم خودکار» سبب می‌شود. وقتی که تنظیم بنابه درخواست اپراتور انجام می‌شود، مسؤولیت اصلیِ تنظیم، برعهدهٔ اپراتور یا مهندس ابزار دقیق است. این مسؤولیّت در سیستمهایی که مهندس ابزار دقیق باید مقادیر تنظیم شده را پیش از استفاده تأیید کند، حتی

www.powerjam.ir

بیشتر می‌شود. سیستمی بخوبی پاسخ می‌دهد که در آن وظایف مهندس و روشهای تنظیم قابل انتقال از اپراتور به سیستم کامپیوتری باشد. حالت ایدئال، آن است که اپراتور بتواند بیشتر دربارهٔ کلیّات کنترل و فرایند خاصّ مورد سؤال یادبگیرد. در بعضی از موارد آزمایشگاهی، این امکانات فراهم می‌شود؛ امّا در مورد سیستمهای تجاری چنین نیست.

نیازهای کاربران

نیازهای کاربر برای سیستمهای تجاری گوناگون بسیار متفاوت است. کنترلگرهای PID که در آنها مقدار اوّلیهٔ تنظیم به طور خودکار اعمال می‌شود، نیاز به اطّلاعات بسیار کمی دارند. کنترلگرهای با تنظیم بنابه درخواست، نیاز به اطلاّعات بیشتری از کاربر دارند. سیستمهایی مانند کنترلگر تطبیقی ABB و فرست لوپ را می‌توان به عنوان جعبه ابزارهایی برای حلّ مسائل کنترلی در نظر گرفت که اطلاعات بیشتری لازم دارند. آنها امکان شکل‌گیری سیستمهای کنترل پیچیده‌تر را نیز برآورده می‌کنند. این به وضوح در تجربهٔ استفاده از کنترلگر تطبیقی ABB مشاهده شده است. این سیستم را یک تیم بسیار آگاه و مسلّط، که چند عضو آن دارای مدرک Ph.D. درجهٔ اوّل بوده‌اند، طرّاحی کرده است. همچنین این تیم بسیاری از نصبهای اوّلیه را عهده‌دار شدند که بسیار موفقیت‌آمیز بوده است.

نمونه‌های جدیدتر این سیستمها، برای کاربرد ساده‌ترند. مهندسان ابزار دقیقی که اطّلاعات اندکی از کنترل پیشرفته داشته‌اند، سیستمهای با ابعاد متوسطی را با موفقیت پیاده‌سازی کرده‌اند. دلایل متعدّدی برای افزایش سادگیِ کاربری در این سیستمها وجود دارد. منطق ایمنی به طور چشمگیری بهبود یافته است، مدولهایی که در آنها پارامترهای زیادی دارای مقدار پیش فرض هستند طراحی شده، و همچنین ابزارهای تعریف براساس سیستم کامپیوتری با مقدار زیادی اطلاعات درونی ساخته شده است. این ابزارها به کاربر اجازه می‌دهد که با اطلاعات نسبتاً کمی از کنترل تطبیقی بسرعت شروع به کار کند و همچنین او را مجاز می‌دارد تا بتواند در صورتی که اطّلاعات بیشتری کسب کند، سیستمهای پیشرفته‌تری بسازد.

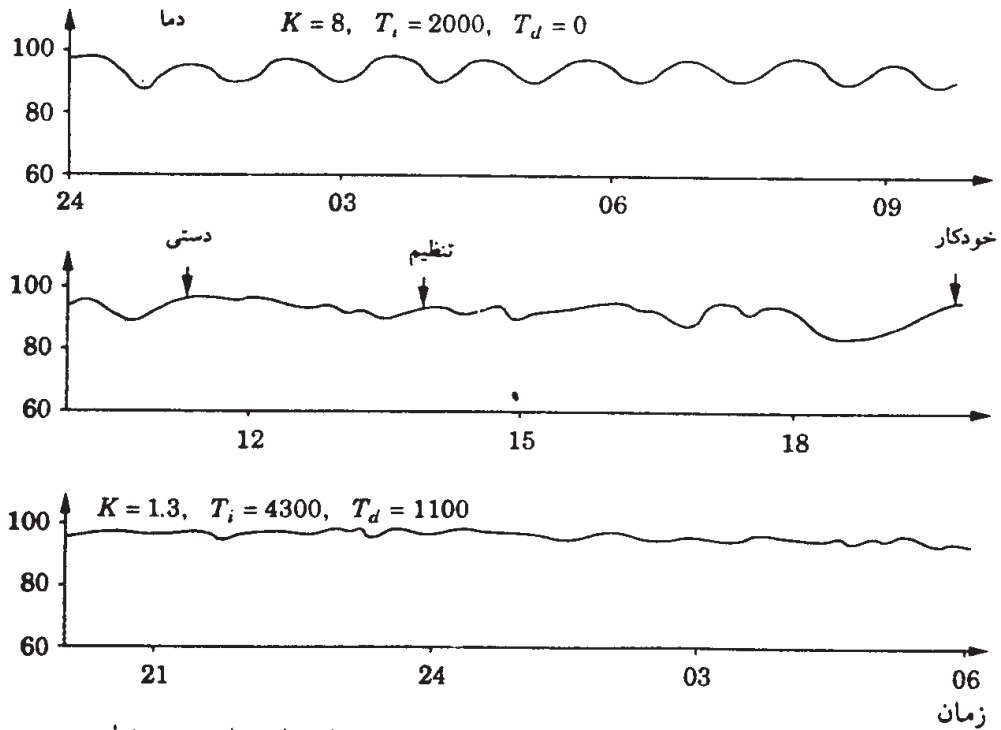
۱۲ ـ ۵ کنترل فرایند

کاربردهای زیادی از کنترل تطبیقی در میدان کنترل فرایندهای صنعتی وجود دارد. بعضی از مثالهای نوعی در این قسمت توضیح داده می‌شود. این کاربردها، بینشی نسبت به چگونگی استفادهٔ کنترل تطبیقی در عمل، ارائه می‌دهد.

www.powerjam.ir

کنترل دما در یک برج تقطیر

اگرچه تنظیم‌گر خودکار سَت کنترل عموماً برای حلقه‌های معمول مانند کنترل جریان، فشار، و سطح ساخته شده، به مسائل پیچیده‌تر نیز اعمال شده است. یک مثال، کنترل دما در یک برج تقطیر است. این، یک حلقهٔ کنترل متداول است که در آن دمای یک سینی برج تقطیر اندازه‌گیری شده و نقطه جوش ایجاد می‌گردد. این حلقهٔ کنترل قسمتی از یک سیستم فرایند با حلقه‌های بسیار بود. از دیرباز، همواره مسائل جدّی در مورد کنترل دما وجود داشته و تلاشهای زیادی برای تنظیم حلقه انجام شده است. شکل ۱۲ ـ ۶ مقادیر ضبط شدهٔ درجه حرارت را نشان می‌دهد و در آن می‌بینیم که با تنظیم کنترلگر در مقادیر ($K_c = ۸$ و $T_i = ۲۰۰۰$ و $T_d = ۰$)، حلقه، نوسانی می‌شود. همچنین به دوره تناوب طولانی نوسان دقّت کنید. کنترلگر در ساعت ۱۱:۳۰ به حالت دستی سوییچ و بعد از آن، دما شروع به رانش کرد. تنظیم خودکار در ساعت ۱۴:۰۰ شروع به کار کرد. فاز تنظیم پس از شش ساعت در ساعت ۲۰:۰۰ زمانی که کنترلگر به طور خودکار در حالت کنترل خودکار قرار گرفته بود، کامل شد. پارامترهای کنترلگر به صورت $K_c = ۱/۳$، $T_i = ۴۳۰۰$ و $T_d = ۱۱۰۰$ به دست آمد. توجه کنید که تمامی روند تنظیم، کاملاً خودکار است. تنها عملی که توسط اپراتور انجام شد، آغاز تنظیم در ساعت ۱۴:۰۰ بود. تغییرات دما حین تنظیم، بزرگتر از تغییرات به‌دست آمده از تنظیمهای کنترلگر متداول نبود. این مثال



شکل ۱۲ ـ ۶. کاربرد ECA 40 ست کنترل در کنترل دمای برج تقطیر

www.powerjam.ir

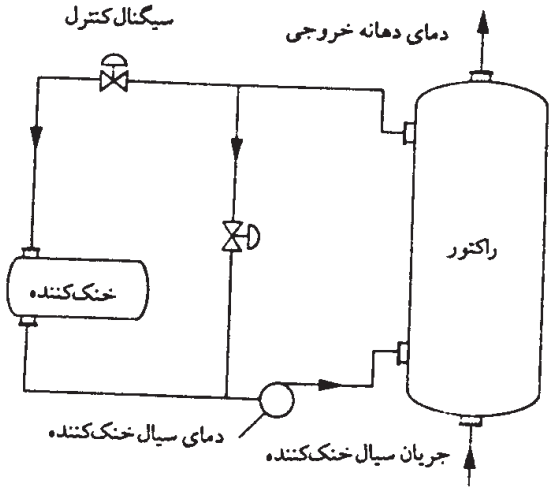
نشان می‌دهد که تنظیم‌گر خودکار می‌تواند از عهدهٔ فرایندی که از تنوع مقیاسهای زمانی بالایی نسبت به مقیاسهایی که معمولاً استفاده می‌شود، برخودار است، برآید.

کنترل راکتور شیمیایی

راکتورهای شیمیایی نوعاً غیرخطی‌اند. مشخصه‌هایی مانند فعالیت کاتالیزوری، با زمان و همچنین با ماده خام تغییر می‌کند. اغلب، تأخیرهای زمانی ذاتی وجود دارد که ممکن است با سطح تولید تغییر کند. کنترل ضعیف می‌تواند باعث کیفت پایین محصول، نابودی کاتالیزور و یا حتی انفجار در راکتورهای گرمازا گردد. بنابراین راکتورهای شیمیایی، نامزدهای خوبی برای کنترل تطبیقی هستند. فرایند در این کاربرد شامل دو راکتور شیمیایی موازی است که در آن اکسید اتیلن به کمک اکسیداسیون کاتالیزوری اتیلن تولید می‌شود. این فرایند، به دلیل تغییرات فعالیت کاتالیزور، گرمازا و متغیّر با زمان است. لازم است درجه حرارت بدقّت کنترل شود زیرا کاهش تغییرات دما، تولید را بهتر و طول عمر کاتالیزور را بیشتر می‌کند. علاوه بر این پایداری عمل در حالت ماندگار، اوّلین گام به سمت بهینه‌سازی دستگاه است.

این دستگاه مجهز به سیستم کنترل متعارفی است که از کنترلگرهای PID برای کنترل جریان و درجه حرارت استفاده می‌کند. سادگی کار اپراتور در این سیستم برآورده نشده است، زیرا وقتی اغتشاشهای بزرگ وارد سیستم می‌شود، لازم است اپراتور، کنترلگرها را به حالت دستی وصل کند که ممکن است این عمل بارها در روز اتفاق بیفتد.

نمودارطرح این‌فرایند در شکل ۱۲ ـ ۷ نشان‌داده‌شده‌است. راکتور به کمک گردش‌روغن‌در یک خنک‌کننده، خنک می‌شود. دمای سیال خنک‌کننده در مدخل ورودی راکتور، متغیّر کنترلی اولیه



شکل ۱۲ ـ ۷. نمودار طرح راکتور

www.powerjam.ir

است و دما و جریان سیال خنک کننده در دریچه خروجی راکتور نیز اندازه‌گیری می‌شود. سیگنال کنترل، جریان ورودی به خنک کننده است. دینامیکهای مربوط کننده درجه‌های حرارت و جریانها به باز کردن شیر، دارای تأخیر متغیّر و بهره‌های متغیّر است.

اغتشاشهای فرایند ناشی از تغییراتِ گاز ورودی و تغییرات بار است. اغتشاشهای بزرگ ناشی از تغییراتِ سطحِ تولید یا ایجاد «توقف کامل[1]» سیستم است که با نقص اجزای جانبی فرایند به وجود می‌آید در حین این وقفه‌ها بسیار مهمّ است که دمای فرایند برای طولانی‌ترین مدّتِ ممکن، ثابت بماند تا تولید دوباره بتواند بسادگی آغاز شود. با سیستمهای کنترل معمولی، نوسانهای دما حین کار عادی، حدود $\pm$ ۰/۵° C و در زمان وجود اغتشاشهایِ بزرگتر، تا $\pm$ ۲° C بوده است. با استفاده از کنترل تطبیقی این تغییرات در حین کار عادی به $\pm$ ۰/۱° C و در زمان اغتشاشهای بزرگ به $\pm$ ۰/۵° C کاهش یافت.

سیستم کنترل تطبیقی با استفاده از کنترلگر تطبیقی ABB و مدول STAR 3 با پیشخوری از دمای مجرای خروجیِ راکتور پیاده‌سازی شد. با استفاده از مدولهای دیگر در سیستم، امکان اداره شیرهای دوگان و بازنشانی به مُد دستی برای شروع و توقف کامل سر راست بود. این سیستم از سال ۱۹۸۲ بر روی راکتوری در برول کِمی AB[2]، که تولید آن ۳۰/۰۰۰ تن در سال است، به طور ممتد کار کرده و تجربیّات عملی در استفاده از این سیستم بسیار خوب بوده است. با استفاده از کنترل تطبیقی، امکان کاهش نوسانهای دما بنحو چشمگیری وجود داشت. امروزه کنترلگرها در اغلب اوقات حتّی در زمان تغییرات تولید، در مُد خودکار کار می‌کنند. از آنجا که اپراتورها نباید از دمای راکتور مراقبت کنند، امکان تغییر روند کار فراهم شده است.

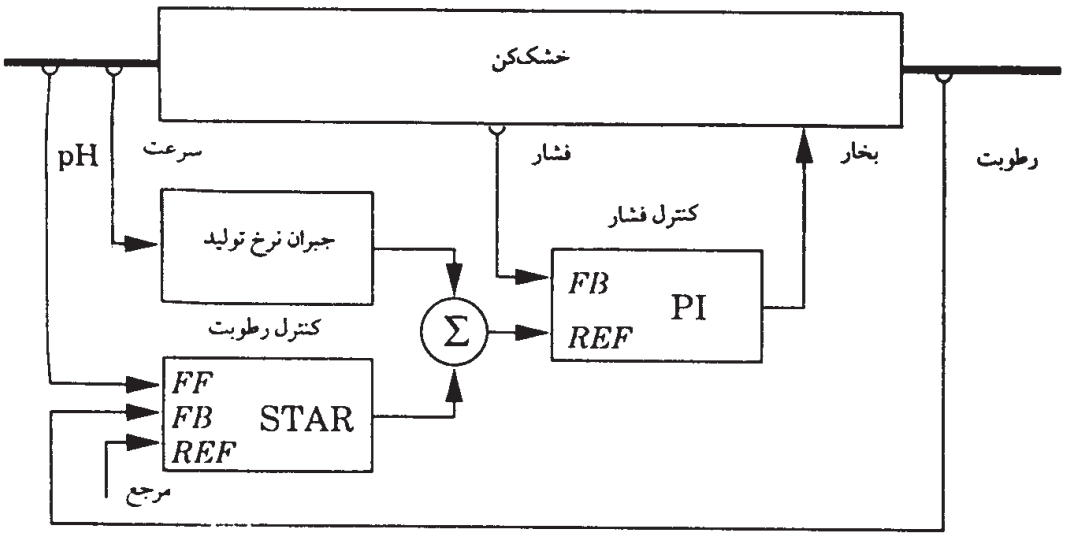
کنترل خشک‌کن خمیر کاغذ

فرایندهای خشک کردن، به طور معمول در صنایع فرایند وجود دارند. مکانیزهای به کار رفته در فرایندهای خشک کردن پیچیده و از اینرو کاملاً درک نشده است، همچنین دینامیکهای آنها به عوامل متغیّر زیادی وابسته است. بهبود تنظیم، اغلب، فواید قابل توّجهی دارد، زیرا میزان رطوبت، عامل مهمی در کیفیّت است. همچنین پتانسیل چشمگیری برای ذخیره انرژی وجود دارد. بنابراین، فرایندهای خشک کردن، نامزدهای خوبی برای کنترل تطبیقی هستند.

در خشک کردن خمیر، یک صفحهٔ خمیرِ تر از یک قسمت خشک‌کن با گرمای بخار و یک قسمت خنک کن عبور می‌کند. یک سیستم نوعی در شکل ۱۲ ـ ۸ نشان داده شده است. میزان

1. Shutdown 2. Berol Kemi AB

www.powerjam.ir



شکل ۱۲ ـ ۸. نمودار طرح خشک‌کن خمیر کاغذ و سیستم کنترل خشک کنندهٔ خمیر کاغذ

رطوبت صفحهٔ ورودی به خشک‌کن تقریباً ۵۵٪ است. در خروجی، این مقدار، حدود ۱۰ تا ۲۰٪ می‌باشد. عبور از خشک کن، حدود نه دقیقه و از خنک کن حدود نیم دقیقه طول می‌کشد. دینامیکهای خشک‌کن، پیچیده است زیرا عوامل زیادی مانند pH صفحه بر آن تأثیر می‌گذارد. اندازه‌گیری میزان رطوبت به وسیلهٔ یک حسگر میکروویو رفت و برگشتی انجام می‌شود که به جلو و عقب صفحه حرکت کرده، یک الگوی قطری را روی صفحه ترسیم می‌نماید. وقتی یک حرکت، کامل می‌شود، مقدار میانگین قطر در کامپیوتر ذخیره می‌شود، الگوریتم مقدار میانگین بازنشانده می‌گردد، حسگر به عقب حرکت می‌کند و این روند، خود را تکرار می‌کند. حرکت حسگر در طول صفحه کمتر از یک دقیقه طول می‌کشد. با کنترل دستی نوسانهای میزان رطوبت، اغلب از ۱٪ ± تجاوز می‌کند. کنترلگر تطبیقی ABB در این کاربرد مورد استفاده قرار گرفت. آرایش سیستم کنترل در شکل ۱۲ ـ ۸ نشان داده شده است. کنترل رطوبت به کمک کنترلگر نرم‌افزاری تطبیقیِ STAR انجام می‌شود. میزان رطوبتِ اندازه‌گیری شده توسط سیستم رفت و برگشتی از فیلتر پایین گذر عبور می‌کند و به ورودی FB بلوک STAR وصل می‌شود. اپراتور، میزان رطوبت مطلوب را خارج از کنترلگر تطبیقی ABB و نرم افزار متّصل به ورودیِ REF مربوط به بلوک STAR انتخاب می‌کند. از مقدار pH که در قسمت جلوتر فرایند، اندازه‌گیری شده، به عنوان سیگنال پیشخور استفاده می‌شود. این سیگنال به ورودی FF بلوک STAR وصل می‌شود. سیگنال کنترل STAR، فشار بخار مطلوبی را تعریف می‌کند که اندازه‌گیری شده، به وسیلهٔ یک کنترلگر سخت‌افزاری PI معمولی، تا رسیدن به میزان مطلوب، کنترل می‌شود. سیگنال کنترل این کنترلگر، به طور ممتد روی شیر جریان بخار عمل می‌کند.

www.powerjam.ir

دوره تناوب نمونه‌برداری مورد استفاده در کنترلگر تطبیقی، برابر با ۳/۵ دقیقه بود. از یک فیلتر باترورث درجهٔ چهار، به عنوان فیلتر ضد ـ اختلاط فرکانسی استفاده شد. این فیلتر با استفاده از ابزار کنترلگر تطبیقی ABB، پیاده‌سازی شد. هنگامیکه نرخ تولید تغییر کرد، اغتشاشهای بزرگی ملاحظه شد که حدود ۳۰ دقیقه طول کشید، زیرا بین ۵ تا ۱۵ نمونه طول کشید تا کنترلگر تطبیقی نشست کند. کاهش این تغییرات ناگهانی، بسیار مورد علاقه بود و این کار با استفاده از یک جبرانگر نرخ تولید خاصّ، به شکل یک تابع انتقال پالسی، به صورت: $H(z) = \frac{b\,(z-1)}{z-a}$ انجام شد. در اثر این کار، فشار بخار هنگام تغییر سرعت خمیر، بسرعت تغییر می‌کند. تطبیقی کردن این فیلتر لازم نبود. این سیستم از سال ۱۹۸۳ در یک دستگاه آسیاب خمیر در مورومز بروک[1] به کار رفته است. که سالانه ۳۳۰/۰۰۰ تن خمیر کاغذ تولید می‌کند. تجربیّات عملی، بسیار خوب بوده است. نوسانهای میزان رطوبت از ۱٪ به ۰/۲٪ کاهش یافته که کیفیّت را بهتر می‌کند. این موضوع همچنین اجازه می‌دهد که نقطهٔ مرجع، نزدیکتر به مقدار هدف حرکت کند که در نتیجه، ذخیره انرژی چشمگیری دارد.

کنترل غلتک

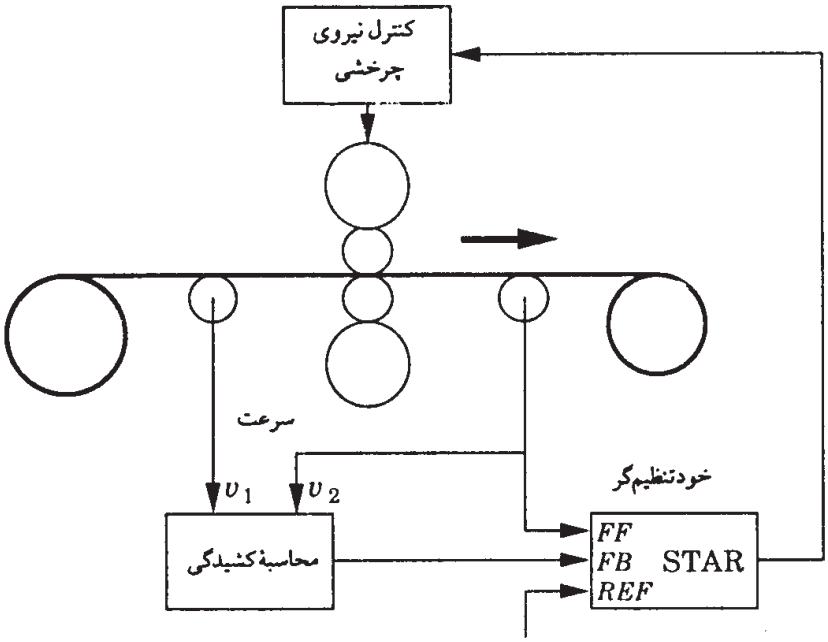
کاربردهای کنترل فرایند، نوعاً مسائل تنظیم حالت ماندگار هستند. مسألهٔ کنترل غلتک، بسیار گروه‌گرا[2]ست. این مسأله، استفاده از روشهای تطبیقی را در کنترل ماشین نشان می‌دهد. انواع مختلف غلتکها با مسائل کنترل خاصّی خود، وجود دارند. این کاربرد خاصّ یک غلطک در صنعت پوست است. که در انتهای خطّ تولید قرار دارد. مادّه‌ای که توّسط غلتک پرداخته می‌شود، ممکن است از نظر ابعاد و سختی بسیار متغیر باشد.

هدف غلتک، تأثیر گذاردن بر متغیّرهای کیفیّت مانند سختی و حدّ تولید است. نمودار طرح چنین فرایندی در شکل ۱۲ ـ ۹ آمده است. فرض کنید v_1 سرعت تسمهٔ ورودی به غلتک و v_2 سرعت تسمه در پایان خطّ باشد. به دلیل کاهش ضخامت، سرعت انتهای خطّ، از سرعت ابتدای آن بیشتر است. میزان کشیده شدن به صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = \frac{v_2 - v_1}{v_1}$$

1. Mörrum's Bruk 2. Batch - oriented

www.powerjam.ir



شکل ۱۲ ـ ۹. نمودار طرح غلتک و سیستم کنترل

مسألهٔ کلیدی کنترل، داشتن یک کشیدگی ثابت است. یک مسألهٔ مشکل اندازه‌گیری وجود دارد. زیرا تفاضل سرعت، بسیار کوچک است. این فرایند در محدودهٔ وسیعی از شرایط کار می‌کند. می‌توان مُدهای عملیاتی ذیل را در نظر گرفت:

- چرخش آهسته در سرعت پایین در هنگام شروع؛
- شتاب گرفتن برای رسیدن به غلتش سریع؛
- غلتش سریع در سرعت تولید؛
- کاهش شتاب میانی برای رسیدن به غلتش آهسته یا حتّی توقّف؛
- کاهش شتاب برای غلتش آهسته در انتهای تسمه؛
- انتظار سیستم در حال استراحت برای تسمهٔ بعدی

انتقال از یک مُد به مُد دیگر به طور خودکار و به درخواست اپراتور انجام می‌شود. و مهم است که سیستم کنترل به این انتقال، بخوبی پاسخ دهد. می‌توان دینامیک فرایندکشیدگی نسبت به نیروی غلتشی را به عنوان یک سیستم دینامیکی مرتبهٔ بالا با زمان پاسخِ حلقه ـ باز کمتر از ۰/۰۵ ثانیه در نظر گرفت. تغییرات نوعی نرخ تولید از ۰ تا ۲۰۰۰ m/min در زمانی کمتر از ۱۰ ثانیه می‌باشد. دینامیکها در خلال کار سیستم، بشدّت تغییر می‌کنند. دینامیکهای غلتش به دلیل تغییرات سرعت، سختی و نیز تغییر بُعد تسمه، عوض می‌شود. تغییرات زیادی نیز در لختیِ قرقره‌ها وجود دارد. همهٔ مواد از یک قرقره شروع و به دیگری ختم می‌شوند. در اثر تغییر سرعت و فشار، در لایهٔ روغنیِ بولبرینگهای غلتک نیز تغییراتی به وجود می‌آید. علاوه بر این،

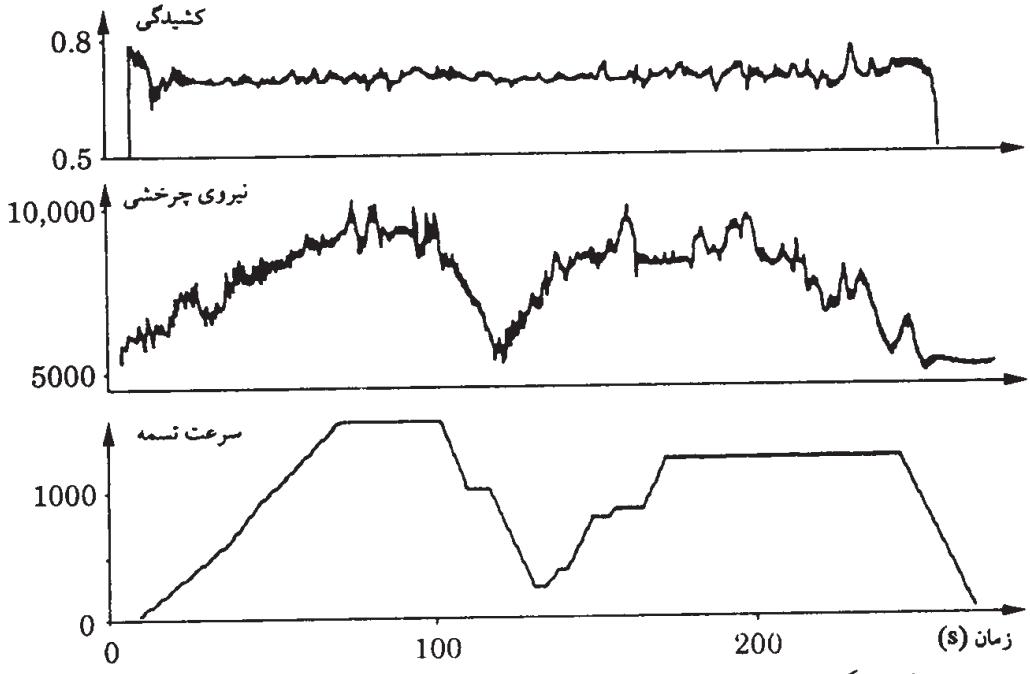
www.powerjam.ir

دینامیک سیستم هیدرولیکی نیز با نقطهٔ کار تغییر می‌کند.

تغییر دینامیک در اثر تغییر سرعت، قابل پیش‌بینی است و در حالت کلّی می‌توان آن را با استفاده از جدولبندی بهره تحت نظر داشت. تغییرات بُعد نیز با روش مشابهی قابل اداره کردن است. امّا سختی، به طور مستقیم و بیدرنگ، قابل اندازه‌گیری نیست، لذا باید به کمک پسخور تطبیق آن را اداره کرد.

نمودار بلوکی چنین سیستم کنترلی در شکل ۱۲ ـ ۹ نشان داده شده است. تغییرات سرعت با ظرافت خاصی تحت نظر است. در سیستم کنترلگر تطبیقی ABB، نمونه‌برداری را می‌توان به کمک یک سیگنال دلخواه، فعال کرد. در این حالت عمل فعّال کردن، به کمک شمارنده‌های پالسی که سرعت تسمه را اندازه‌گیری می‌کند انجام می‌شود. این بدان معناست که نمونه‌برداری به طول تسمه وابسته است نه به زمان. این، روش ساده‌ای برای مستقل کردن سیستم کنترل از سرعت تسمه است (از همین ایده در مثال هدایت کشتی در قسمت ۹ ـ ۵ استفاده شد). اندازه‌گیری تفاضل سرعت با استفاده از مولّدهای پالس و شمارنده‌ها، پیاده‌سازی می‌شود.

برای هر تسمه یک مدل ذخیره شده در کنترلگر بار می‌شود و عمل تطبیق با مقداری تأخیر (۱۵ فاصلهٔ نمونه‌برداری) برای اجتناب از اجرای تطبیق گامهای اوّلیّه که در آنها اندازه‌گیری غیر معمول است؛ آغاز می‌شود. مدل اولیه با استفاده از یک تسمهٔ نرم به دست می‌آید که در هنگام شروع، عمل کنترلی اضافی انجام نشود. کنترلگر سریعاً با شرایط تسمهٔ جدید تطبیق خواهد یافت. شکل ۱۲ ـ ۱۰ یک اجرای نوعی را برای تسمه نشان می‌دهد.



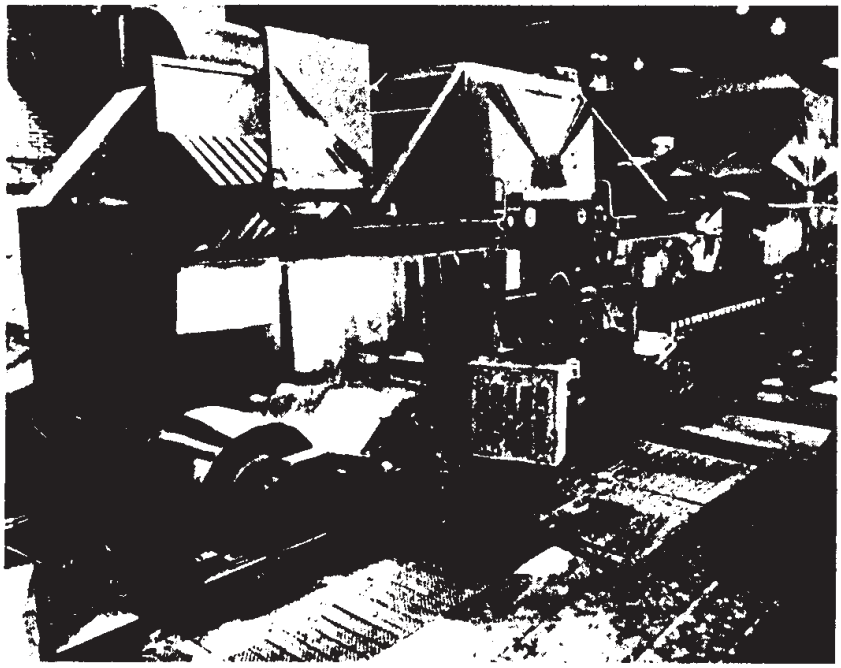
شکل ۱۲ ـ ۱۰. کشیدگی، نیروی چرخشی و سرعت تسمه حین اجرای عمل کنترل برای سیستمی نوعی.

www.powerjam.ir

بخصوص توجه کنید که چگونه سیستم بر تغییرات سرعت و تغییرات مُد فائق می‌آید. نصب سیستم حدود یک هفته طول کشید و بیشتر این زمان، به بررسی و آزمون تابع و سیگنال گذشت. تقریباً بلافاصله پس از اتّصال به فرایند، کنترلگر، عمل کرد. پس از آن تقریباً دو روز به بررسی و تنظیم عملکرد سیستم گذشت. این کار، مستلزم آزمایشهایی با نرخهای نمونه‌برداری مختلف بود.

بخش مهمی از زمانِ نصب به سایر قسمتهای سیستم، بخصوص بخش منطق، اختصاص داشت. تجربیّات عملی با سیستم کنترل تطبیقی بسیار مطلوب بود. تغییرات کشیدگی بهتر از یک سیستم معمولی بود و همچنین سیستم تطبیقی در هنگام سوییچ کردن مُدها سریعتر استقرار می‌یافت. این سیستم از سال ۱۹۸۳ به طور ممتد در حال کار بوده است.

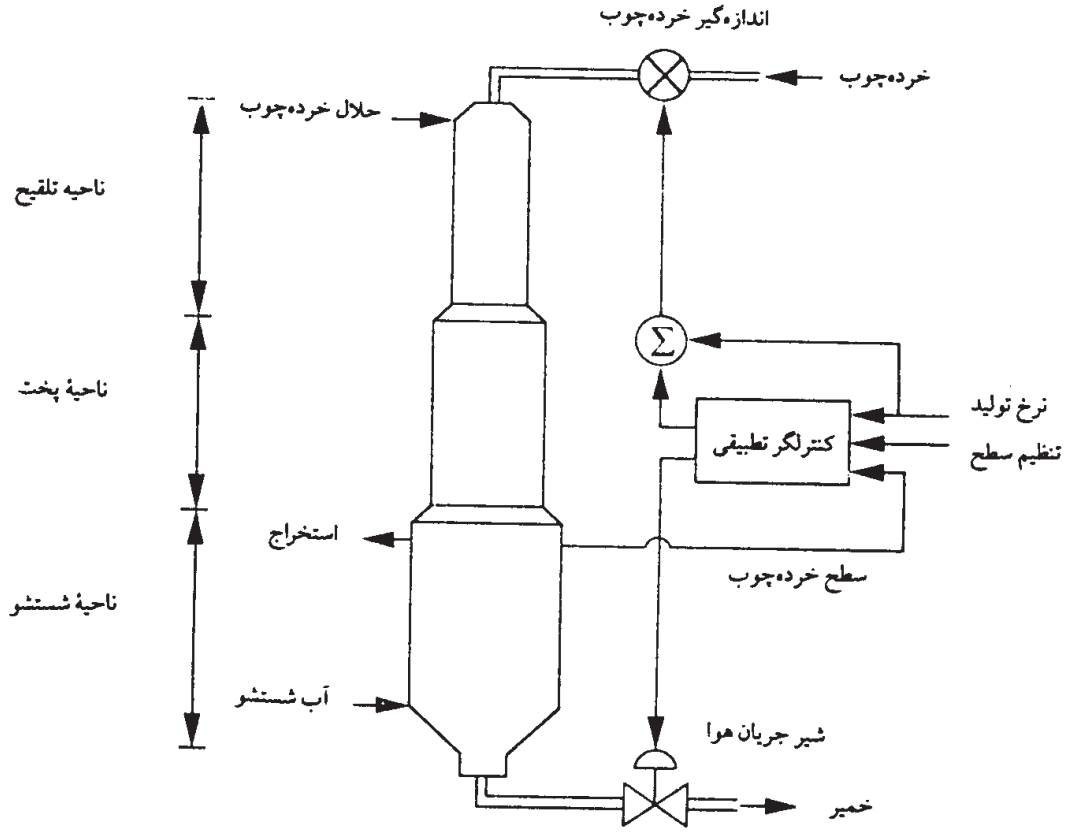
شکل ۱۲ ـ ۱۱ یک غلتک سرد را در شرکت اَوِستا ـ شفیلد[1] در لانگ شیتان[2] سوئد نشان می‌دهد. این فرایند از سال ۱۹۹۰ به کمک سیستم کنترل تطبیقی فِرست کنترل، کنترل می‌شود. رگولاتورهای تطبیقی انحرافات ضخامت تسمه را در محدودهٔ ۲ تا ۳ میکرومتر نگاه می‌دارند. که برای این نوع غلتک، بسیار دقیق است.



شکل ۱۲ ـ ۱۱. غلتک سرد اَوِستا ـ شفیلد کنترل شده به وسیلهٔ سیستم تطبیقی فِرست کنترل. (اهدایی شرکت تسمه دقیق اَوِستاشفیلد ـ AB ـ کلوستر)

1. Avesta - Sheffield
2. Långshyttan

www.powerjam.ir



شکل ۱۲ ـ ۱۲. نمودار طرح کنترلگر سطح خرده‌های چوب برای یک همزن پیوستهٔ کامیر

همزن خمیر کاغذ

کنترل همزن خمیر کاغذ، قسمتی مهم در تولید خمیر شیمیایی است. مادهٔ خام، خرده‌های چوب است که به کمک یک حلّال متشکل از هیدروکسید سدیم و سولفید سدیم (حلّال سفید)، به فیبرهایی تجزیه می‌شود. این فرایند یا به طور دسته‌ای و یا به طور معمولتر امروزی به صورت فرایندی پیوسته انجام می‌شود.

همزن کامیر[1] (شکل ۱۲ ـ ۱۲ را ببینید) فرایند پیوستهٔ استاندارد است. نرخ تولید به وسیلهٔ کنتور خرده چوب تعیین می‌شود که خرده‌ها را به بالای همزن می‌فرستد. جریان خمیر همزن به کمک جریان وزش در نقطهٔ پایین کنترل می‌شود. همزن دارای سه ناحیه است: تلقیح، پخت و شستن. دینامیکهایی که انتقال ماده و خواص شیمیایی داخل همزن را توصیف می‌کند، بسیار پیچیده است. مجموع زمان اقامت در همزن حدود پنج ساعت است. یک مسألهٔ مهم کنترل، کنترل سطح خرده چوبها است که به وسیلهٔ جریان وزش، انجام می‌شود. سیگنال سطح خرده‌ها از سه کرنش‌سنج با استفاده از روشی که به وسیلهٔ مودوکمتیکس[2] ارائه شده، محاسبه می‌شود.

1. Kamyr 2. MoDo Chemetics

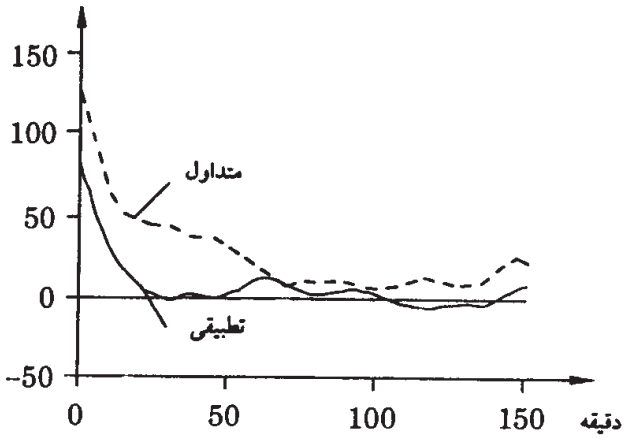
www.powerjam.ir

مطالعه‌ای که در اینجا گزارش شده یک مطالعهٔ امکان‌سنجی است که مؤسسهٔ تحقیقاتی خمیر و کاغذ کانادا (پاپریکان)[1] و شرکت خمیر کاغذ مک میلان بلودِل[2] در وانکوور، انجام داده‌اند. نتیجهٔ این مطالعه، یک کنترلگر تطبیقی برای کنترل همزن مذکور بود که با همکاری مودوکمتیکس در واکنوور و پاپریکان ساخته شد. کنترلگر تطبیقی تجاری، دو ورودی دارد (جریان وزش و کنتور خرده چوب) که در شکل ۱۲ ـ ۱۲ نشان داده شده است. در مطالعهٔ امکان‌سنجی، تنها جریان وزش توسط کنترلگر تطبیقی کنترل شد.

همزن صنعتی در این مطالعه، ۳۵۰ تن در روز خمیر کاغذ بسته‌بندی[3] تولید کرد. دو درجهٔ R و K ساخته می‌شوند. از آزمایشهای شناسایی دیده می‌شود که همزن با مدل ذیل قابل توصیف است:

$$(۱ + a_۱ q^{-۱})\Delta y(t) = (b_۰ + b_۱ q^{-۱} + b_۲ q^{-۲})\Delta u(t - ۲) + (۱ + c_۱ q^{-۱} + c_۲ q^{-۲}) e(t)$$

که در آن $\Delta y(t)$ تفاضل سطح، $\Delta u(t)$ تغییر جریان وزش، و $e(t)$ نویز سفید است. دوره تناوب نمونه‌برداری، ۵ دقیقه است. همچنین آزمایشهای شناسایی نشان می‌دهد که امکان استفاده از مقادیر ثابت برای همهٔ پارامترها به جز پارامترهای b_i وجود دارد. بنابراین کنترلگر تطبیقی قادر خواهد بود نغییرات بهره و تغییرات تأخیر زمانی فرایند را جبران کند. از یک الگوریتم GPC با $N_u = ۱$، $N_۱ = ۱$ و $N_۲ = ۱۵$ تا ۲۰ استفاده می‌شود (معادلهٔ ۴ ـ ۶۱ را ببینید). شکل ۱۲ ـ ۱۳



شکل ۱۲ ـ ۱۳. خودکواریانس[4] سطح خرده چوب تحت کنترل متداول و تطبیقی (اهدایی شرکت پاپریکان)

1. Paprican
2. MacMillan Bloedel
3. Kraft - Pulp
4. Autocovariance

www.powerjam.ir

خودکواریانس سطح را هنگام استفاده از کنترل PID متداول و کنترل تطبیقی نشان می‌دهد. سیگنال سطح خرده چوب پس از سه تأخیر (۱۵ دقیقه)، عملاً ناهمبسته خواهد شد. انحراف معیار سطح از ۱۱/۳٪ به ۸/۶٪ کاهش یافت. این بهبود در سطح خرده چوب، بهبود مستقیم کیفیت خمیر را نتیجه می‌دهد. جدول ۱۲ ـ ۱ عدد پرمنگنات (عدد P) را نشان می‌دهد که یکی از آزمونهای استاندارد آزمایشگاهی ماده آلی آمورفی در خمیر است، عدد P، رابطهٔ نزدیکی با عدد کاپا[1] دارد. اعداد P از نمونه‌های جریان وزش که هر دو ساعت یکبار، جمع‌آوری شده‌اند، اندازه‌گیری شده است. برای هر دو درجه (R و K) میانگین اعداد P به مقادیر هدف نزدیکتر است و انحرافهای معیار کاهش می‌یابد.

به طور خلاصه فواید استفاده از کنترلگر تطبیقی عبارت است از:

- کاهش سطح خرده چوب و تغییرپذیری عدد P؛
- کاهش نیاز به مداخلهٔ اپراتور؛
- حذف تنظیم مجدد دستی؛
- پیش‌بینی مسائل مهّم با تعویق در ستون خرده چوب.

مطالعهٔ همزن خمیر، مثالی از یک کنترلگر تطبیقی منظور خاص است. سعی بر این است که مدل فرایند به کاربرد خاصّی برازش شود و پارامترها را بتوان به قسمتهای فیزیکی سیستم مربوط کرد.

همزن خمیر، به کمک کنترلگرهای تطبیقی استاندارد نیز کنترل شده است. یک مثال، غلتک والویک[2] در آسی دومانِ[3] سوئد است که کنترلگرهای نواتیون در یک سیستم ABB مَستر به‌طور وسیع به کار گرفته می‌شوند. نواتیونهای متعددی برای کنترل دما، جریان و سطوح به کار

جدول ۱۲ ـ ۱. تغییرپذیری عدد P تحت کنترل معمولی و تطبیقی سطح خرده چوب.

(اهدایی شرکت پاپریکان)

کنترلگر	درجه	نقطه تنظیم	میانگین	انحراف معیار	تعداد روزها
معمولی	R	۲۳/۰	۲۲/۲	۲/۰۶	۲۳
	K	۲۱/۰	۱۹/۹	۱/۹۱	۶
تطبیقی	R	۲۳/۰	۲۲/۴	۱/۷۶	۱۸
	K	۲۱/۰	۲۰/۶	۱/۷۰	۷

1. Kappa Number 2. Vallvik Mill 3. Assi Domän

www.powerjam.ir

می‌روند. سیستم توسط کارکنان عادی شرکت و به کارفرمایی دو مهندس پرانگیزه نصب و راه‌اندازی شد. پارامترهای بحرانی در نواتیون، دوره تناوب نمونه‌برداری و افق پیش‌بینی بود؛ این مقادیر باید برای هر کاربرد به طور خاصی انتخاب می‌شد. مقادیر پیش فرض برای سایر پارامترها استفاده شد. دوره تناوب نمونه‌برداری پیش‌بینی به طور نوعی از ۶۰ تا ۹۰ درصدِ زمان مرده انتخاب می‌شود، افق‌پیش‌بینی‌برابر با KD = ۲ و پیچیدگی‌کنترلگربه‌صورت NA = NB = NC = ۳ انتخاب می‌گردد. روش استاندارد، کار کنترلگرها در مُد دستی است. تخمین پارامتر با اِعمال قیودی بر عمل کنترل آغاز می‌شود که این قیود بتدریج برداشته می‌شود.

آزمایش با کنترل تطبیقی بسیار خوب بوده است. عملکرد کنترل با کنترل تطبیقی به میزان چشمگیری بهتر از کنترل PID است. سیستمها پس از نصب، نیاز به توجه زیادی ندارند. دلیل بهبود عملکرد، آن است که به کمک کنترل تطبیقی کنترل شدیدتری اعمال می‌شود. آزمایشهای روی دستگاه نشان داد که همبستگی خوبی بین تغییرات سطح خرده چوبها و عدد کاپا وجود دارد. با استفاده از کنترل تطبیقی سطح خرده چوبها، امکان کاهش چشمگیر تغییرات عدد کاپا نیز به وجود آمد. انحراف معیار از ۰/۵۲ به ۰/۳ کاهش یافت. همچنین مشاهده شده است که کنترلگرهای تطبیقی اغتشاشهای بزرگ را سریعتر از سیستمهایی که قبلاً استفاده می‌شد، جبران می‌کند.

۱۲ ـ ۶ کنترل خودرو

به منظور پاسخگوئی به خواستهٔ افزایش صرفه‌جویی در سوخت و کاهش ضایعات، در صنایع خودروسازی، سیستمهای کنترل موتور مبتنی بر ریزپردازنده، از دههٔ ۱۹۷۰ مطرح شد. سیستمهای کنترل الکترونیکی اولیه، کاربرد محدودتری داشتند. امروزه، کامپیوترهای انتقال توان[1]، تعداد زیادی از اعمال کنترل شامل، کنترل سرعت وسیلهٔ نقلیه یا «کروز»، تنظیم سرعت در حالت خلاص، عمل تعویض دنده خودکار، کنترل سیستمهای متعدد مربوط به تنظیم موتور، کنترل سوخت، و زمانبندی افروزش و بسیاری از اَعمال تشخیصی دیگر را برآورده می‌کنند. این سیستمهای دارای ارتباطات I/O شدید باید به صرفه بوده، به نحو قابل قبولی در هزاران وسایط نقلیه که دارای ساختاری متغیر در محدودهٔ وسیعی از شرایط عملیاتی است عمل کند.

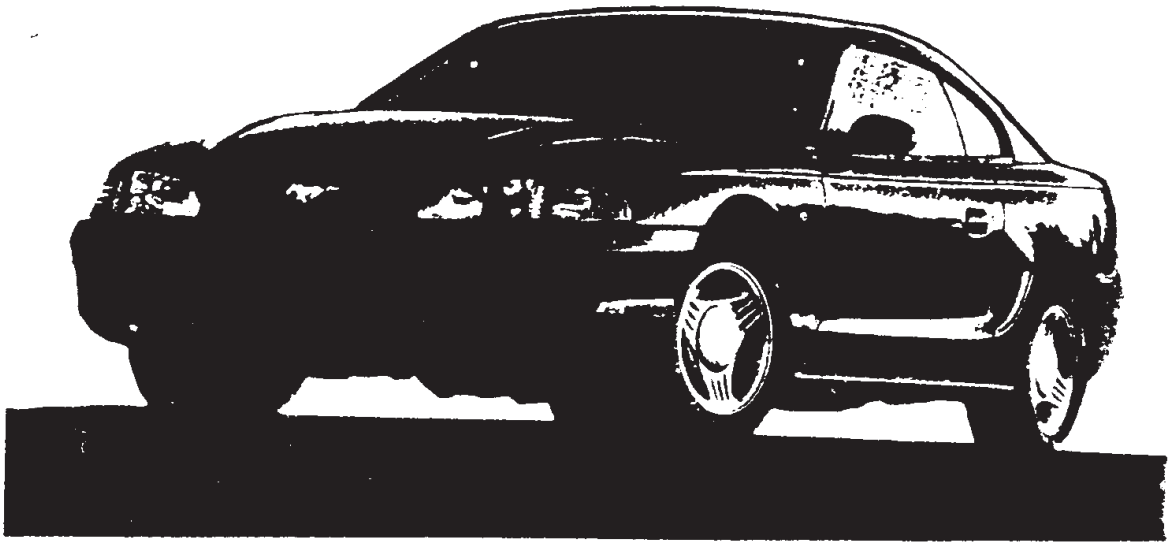
بسیاری از توابع کنترل در خودروها، مبتنی بر جداول حلقه ـ باز هستند. بعضی از روشهای کالیبراسیون خودکار برای بهینه‌سازی ورودیهای جدول نسبت به صرفه‌جویی سوخت مقید

1. Powertrain = ترکیبی از اجزاء انتقال توان از کلاچ از طریق جعبه دنده و شافت به محرک‌نهائی و محور چرخها.

www.powerjam.ir

شده توسط ضایعات سوخت، توسعه یافته‌اند. ساختارهای حلقه ـ بستهٔ نوعی، شامل حلقه‌های کاری انفرادی، غالباً از نوع PI یا PID هستند و ممکن است شامل مسیرهای پیشخور متعددی نیز باشند که برای حذف اغتشاش قابل اندازه‌گیری یا قابل پیش‌بینی به کار می‌روند. کاربردهای مفاهیم کنترل تطبیقی در بسیاری از توابع کنترل انتقال توان یافت می‌شود که در آنها از روشهای خود تنظیم بیدرنگ، برای تنظیم پارامترهای کنترلگر (در بیشتر حالات، پارامترهای پیشخور) در جبران تغییرپذیری عناصر و تغییرپذیری شرایط کاری استفاده می‌شود. یکی از چنین ساختارهای کنترل تطبیقی، روش کنترل نسبت هوا ـ سوخت است که شرکت فورد آن را در اواسط دههٔ ۱۹۸۰ برای کاهش حساسیت نسبت به تغییرپذیری عناصر و عدم دقت کالیبراسیون ارائه کرد. شکل ۱۲ ـ ۱۴، خودرویی را با کنترل تطبیقی انتقال توان نشان می‌دهد.

در خودروهای پیشرفته برای رسیدن به کارایی بالای مبدل کاتالیزوری و کمینه کردن ضایعات لوله اگزوز به کنترل دقیق نسبت هوا ـ سوخت نیاز است. کنترل نسبت هوا ـ سوخت دارای دو مؤلفهٔ اصلی است: یکی قسمت حلقه ـ بسته که در آن تزریق کننده‌های سوخت در پاسخ به یک سیگنال پسخور شده از طریق یک کنترلگر PI دیجیتال از یک حسگر اکسیژن خروجی اگزوز تنظیم می‌شوند، که این حسگر در لولهٔ اگزوز موتور قرار داده شده است و دیگری قسمت حلقه ـ باز یا پیشخور که در آن جریان سوخت در پاسخ به تخمینی از شارژ هوای ورودی به موتور، کنترل می‌شود. (با قسمت ۹ ـ ۵ مقایسه کنید). قسمت حلقه ـ بازِ کنترل، حین حالت‌گذرای موتور (وقتی که تأخیر ذاتی موتور و سیستم اگزوز، تأثیر پسخور را مرتفع می‌سازد) و حین کار موتور سرد پیش از آنکه حسگر اکسیژن خروجی اگزوز به دمای کار برسد، از



شکل ۱۲ ـ ۱۴. این خودرو فوردموستانگ دارای کنترلهای انتقال توان تطبیقی پیشرفته است. (با تشکر از شرکت فورد موتور).

www.powerjam.ir

اهمیت خاصّی برخوردار است. هدف الگوریتم تطبیقی، تنظیم بهرهٔ پیشخور حلقه ـ باز برای کاهش انحراف نسبت هوا ـ سوخت از مقدار ایدئال و بهبود عملکرد ضایعات سوخت تحت حالات کار حلقه ـ باز و بسته است. این موضوع در اصل، یک فرایند جدولبندی بهره است که در آن یک ضرب کننده تطبیقی در یک جدول به صورت تابعی از سرعت موتور و بار، ذخیره می‌شود. در آغاز، همهٔ ورودیهای جدول برابر واحدند. هنگامی که موتور در محدودهٔ مجاز، کار می‌کند، مقادیر جدول برای اصلاح تغییرات پارامتری یا عدم دقتهای کالیبراسیونِ اولیه، کم یا زیاد می‌شود. برخلاف روشهای نوعی جدولبندی بهره، این عمل تطبیق، در تمام طول عمر وسیلهٔ نقلیه به طور مداوم انجام می‌شود.

کاربرد دیگر کنترل تطبیقی در شرکت فورد، کنترل سرعت خودرو یا کنترل «کروز» است. این سیستمها باید خطای حالت ماندگار قابل قبول، ردّ بسیار خوب اغتشاش و حرکت اندک هنگام تعویض‌دنده‌ها به صورت خودکار را به دست دهند و باید نسبت به تغییرپذیری از یک وسیله به وسیلهٔ دیگر و شرایط کار، مقاوم باشند. بدین منظور از یک طراحی کنترل تطبیقی براساس تحلیل حساسیّت و روشهای گرادیان برای تنظیم پیوستهٔ بهره‌های یک کنترلگر PI استفاده شده است. این کار با استفاده از یک تابع هدف سادهٔ درجه دوم و تنظیم بهره‌های کنترل تناسبی و انتگرالی برای حداقل کردن این تابع، عملی شده است. علاوه بر این اصلاحات اضافی مانند تصویر کردن و ناحیهٔ مرده همراه با تطبیق آهسته، برای اجتناب از رانش پارامتر و اطمینان از قوام، استفاده شده است. بدین ترتیب، عملکرد کنترل سرعت، برای وسایط نقلیه مختلف و شرایط کار، بهینه می‌شود و عملکرد بهبود یافته و کاهش تلاش کالیبراسیون در مقایسه با کنترلگرهای معمولی با بهرهٔ ثابت بهبود می‌یابد.

۱۲ ـ ۷ هدایت کشتی

یک اتوپایلوت متداول برای هدایت کشتی بر الگوریتم PID استوار است. چنین کنترلگری دارای تنظیم دستی پارامترهای کنترلگر PID است و غالباً دارای یک ناحیهٔ مرده است که تنظیم *آب و هوا* نامیده می‌شود که مدل ساده‌ای از یک دکمه وابسته به عملکرد است. علت نیاز به تنظیمهای دستی آن است که دینامیکهای کشتی با سرعت، تنظیم و بار، تغییر می‌کند. همچنین مفید خواهد بود که تنظیم اتوپایلوت، هنگام تغییر اغتشاشهایی که به صورت باد، امواج، جریانها و عمق آب است، تغییر داده شود. تنظیم یک اتوپایلوت تحمیلی بر خدمهٔ کشتی است. تنظیم ضعیف، موجب مصرف زیاد و غیر ضروری سوخت می‌شود. بنابراین، داشتن اتوپایلوت تطبیقی، حائز اهمیت است. در این قسمت، یک اتوپایلوت هدایت کشتی به نام استیر مستر

www.powerjam.ir

۲۰۰۰[1] ساخت شرکت سوئدی کاکوم سونیکس AB[2] و یک میراکنندهٔ حرکت پیچشی، رول ـ نیکس[3] از شرکت مشاور دریایی SSPA، AB سوئدو هایدمارین سیستمز[4] در اوهایو توضیح داده خواهد شد.

دینامیک هدایت کشتی

دینامیک سادهٔ هدایت کشتی در ضمن مبحث جدولبندی بهره در قسمت ۹ ـ ۵ مطرح شدند. در آن قسمت مشخص شد که دینامیکها چگونه با سرعت کشتی تغییر می‌کنند و نشان داده شد که چگونه می‌توان این تغییرات را با جدولبندی بهره کاهش داد. نظریهٔ هیدرودینامیک نشان می‌دهد که میانگین افزایش نیروی کشش[5] ناشی از حرکت افقی[6] و حرکات سکّان تقریباً با این رابطه توصیف می‌شود:

$$\frac{\Delta R}{R} = k\,(\bar{\psi}^2 + \lambda\,\bar{\delta}^2) \qquad (۲ - ۱۲)$$

که در آن R میزان کشش و $\bar{\psi}^2$ و $\bar{\delta}^2$ به ترتیب مربع میانگین خطای سمت و دامنهٔ زاویهٔ سکّان هستند. پارامتر k و λ به کشتی و شرایط کار آن وابسته‌اند. مقادیر عددی ذیل، مقادیر نوعی یک تانکر است:

$$k = ۰/۰۱۴\ \text{deg}^{-2} \qquad \text{و} \qquad \lambda = ۱/۱۲$$

بنابراین طبیعی است که از معیار ذیل به عنوان پایه‌ای برای طرّاحی و ارزیابی اتوپایلوت برای نگهداری خط سیر حالت ماندگار استفاده کنیم.

$$V = \frac{۱}{T}\int_{۰}^{T} \Big((\psi\,(t) - \psi_{ref})^2 + \lambda\,\delta^2\,(t)\Big)dt \qquad (۳ - ۱۲)$$

اغتشاشهای مؤثر بر سیستم، ناشی از باد، امواج و جریانهاست. توصیف دقیق اغتشاشها و اثر آنها بر حرکت کشتی، کار مشکلی است. در یک مدل خطّی شده، اغتشاشها به صورت جملات جمع شونده ظاهر می‌شود. به طور معمول می‌توان آنها را به صورت سیگنالهای اتّفاقی توصیف کرد. امواج دارای طیف باند باریکند. ممکن است فرکانس مرکزی و دامنه به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر کنند.

1. Steermaster 2000 2. Kockum Sonics 3. Roll-Nix
4. Hyde Marine Systems 5. Drag 6. Yawing Motion

www.powerjam.ir

طراحی اتوپایلوت

اتوپایلوت دارای دو وظیفهٔ اصلی است: نگهداری خط سیر حالت ماندگار و چرخش. کمینه کردن نیروی کشش ایجاد شده توسط هدایت، عامل مهمی در نگهداری خط سیر و دقت هدایت عامل مهمی در چرخش کشتی است. بنابراین طبیعی است که عملیاتی با مُد دوگان داشته باشیم. این دو مُد به همراه توابع اتوپایلوت پایه بدین صورت توصیف خواهند شد:

تأثیر تغییرات در سرعت کشتی، به کمک جدولبندی بهره اداره می‌شود. اغتشاشهای دیگر، به کمک پسخور و تطبیق اداره می‌شوند. پیاده‌سازی جدولبندی بهره در قسمت ۹ ـ ۵ توضیح داده شده است. برای این کار به اندازه‌گیری سرعت پیشروی کشتی نیاز است. اگر اغتشاشها به صورت فرایندهای اتّفاقی در نظر گرفته شوند، نگهداری خط سیر حالت ماندگار را می‌توان به صورت یک مسألهٔ خطی درجه دوم گوسی توصیف کرد. در این صورت طبیعی است که یک مدل ARMAX (معادلهٔ ۲ ـ ۳۸) تخمین زده شود. مدل خاص مورد استفاده بدین صورت است:

$$\Delta\psi(t) - a\,\Delta\psi\,(t-h) = b_1\,\delta\,(t-h) + b_2\,\delta\,(t-2h) + b_3\,\delta\,(t-3h) + e(t) + c_1\,e\,(t-h) + c_2\,e\,(t-2h) \qquad (۴ ـ ۱۲)$$

این مدل به شکل تقریب نوموتو[1] می‌باشد (با قسمت ۹ ـ ۵ مقایسه کنید). جملهٔ اضافی b برای آن است که دینامیکهای اضافی را بتوان به صورت یک تأخیر زمانیِ افزایشی، در نظر گرفت. تفاضل، به این دلیل ظاهر می‌شود که در اینجا انتگرالگیری خالصی در مدل از نرخ دوران به زاویهٔ سمت وجود دارد. آنگاه قانون کنترلی که معیار معادلهٔ (۱۲ ـ ۳) را کمینه کند، با استفاده از اصل هم ارزی قطعیّت محاسبه می‌شود. برای این کار به حل معادلهٔ ریکاتی نیاز داریم که در حالت خاص، می‌توان آن را به طور تحلیلی محاسبه کرد. در برخی از آزمایشهای اوّلیه از یک قانون کنترل حداقل ـ واریانس سر راست استفاده شده است. این قانون با قانون کنترل LQG (که پیشتر توضیح داده شد) جایگزین شد، زیرا روش LQG، مزایای چشمگیری در فواصل نمونه‌برداری کوتاه (که نمی‌تواند در قانون کنترل حداقل ـ واریانس استفاده شود) داشت. فاصلهٔ نمونه‌برداری مدل، در هنگام راه‌اندازی، تنظیم می‌شود.

کنترلگر چرخش

موضوع اصلی هنگام چرخش کشتی، کنترل دقیق حرکت کشتی، حتّی به قیمت حرکت سکان است. برای سرعتهای زیاد چرخش، دینامیک بسیاری از کشتیها غیر خطی است. کنترلگر

1. Nomoto's Approximation

www.powerjam.ir

نگهدارندهٔ خط سیر نرمال می‌تواند از عهدهٔ تغییرات کوچک زاویهٔ سمت بر آید. اما بـه دلیـل وجود عوامل غیرخطی که پیشتر بحث شد قادر به اداره مانورهای بزرگ نیست. بنابرایـن یک کنترلگر چرخش خاص طرّاحی شد. این کنترلگر، کنترلگری با بهرهٔ زیاد همراه با پسخوری از نوع PID است (با شکل ۱ ـ ۳ مقایسه کنید). پارامترهای مناسب PID، هـنگام راه‌انـدازی تـعیین می‌شود. مدل مورد استفاده، غیر خطّی است. این مدل، چنان طرّاحی می‌شود که سیگنال فرمان، شعاع چرخش باشد. بنابراین، سرعت چرخش برابر با $r = u/R$ است که در آن u سرعت کشتی و R شعاع چرخش است.

واسط انسان ـ ماشین

این حقیقت که از شعاع چرخش به جای سرعت چرخش، به عنوان سیگنال فرمان استفاده می‌شود قابلیت مانور را به میزان زیادی آسان می‌کند، زیرا تعیین شعاع چرخشِ مناسب از روی نقشه ساده است. این کار، تعقیب مسیر را نیز بهبود می‌بخشد زیرا سرعت کشتی مـمکن است حین چرخش، تغییر کند. بنابراین، به طور خودکار جبران می‌شود. واسط انسان ـ ماشین بسیار ساده است. همچنین یک اهرم برای افزایش و کاهش زاویهٔ سمت وجود دارد. یک اهرم اختیاری، حذف اهرم سمت را امکان‌پذیر می‌سازد. هنگامی که این اهرم حرکت می‌کند، کنترل زاویهٔ سکان را مستقیماً انجام می‌دهد. کنترل به کمک دکمهٔ بازنشانی، قابل انتقال به اتوپایلوت است. برای چرخش، شعاع چرخش مطلوب، به کمک دکمه‌های افزایش ـ کاهش تعیین می‌شود. هرگاه اهرم به مسیر مطلوبِ جدید حرکت داده شود، چرخش آغاز می‌گردد. آنگاه چرخش انـجام شـده و کشتی تا رسیدن به مسیر مطلوب جدید می‌چرخد. در هنگام چرخش، از کنترلگری با بهرهٔ ثابت استفاده می‌شود و هنگامی که چرخش، کامل شد از کنترلگری تطبیقی استفاده می‌شود که خطّ سیر را حفظ کند.

هیچ تنظیمی بر کنترلگر نگهدارندهٔ خط سیر وجود ندارد. همه چیز به طور تطبیقی انـجام می‌شود. بعضی از مقادیرِ پیش فرض، در هنگام راه‌اندازی تنظیم می‌شوند، امّا کنترلگر با بهرهٔ ثابت، زمانی فعّال می‌شود که کلیدِ دارای برچسب *کنترل ثابت*، توسط اپراتور فشرده شود. این کار معمولاً وقتی انجام می‌شود که امواج سنگین، از پشت می‌آیند که «دریای پاشنه»[1] نامیده می‌شود. این وضع، هدایت را مشکل می‌کند، زیرا نیروهای مؤثّر سکّان، کوچک و نیروی امواج اغتشاشی، بزرگ است.

1. Quartering Sea

www.powerjam.ir

تجربیّات عملیاتی

نمونه‌های اولیهٔ اتوپایلوت در سال ۱۹۷۳ آزمایش میدانی شد و تولید آن در سال ۱۹۷۹ به بازار روانه شد. از این تولید در انواع مختلف کشتیها استفاده می‌شود. از یکی از این سیستمها در کشتی که بین استکهلم و هلسینکی تردد می‌کند از سال ۱۹۸۰ به طور ممتد استفاده شده است. این سیستم در همهٔ زمانها از کنترل تطبیقی بهره جسته است. توانایی غلبه بر تغییرات بزرگ سرعت، و استفاده از شعاع چرخش، به ویژه برای تردد در دریای پرجزیره که قابلیت مانور زیادی در آنجا لازم است، بسیار مفید بوده است. شکل ۱ ـ ۲۴، بهبود نگهداری خط سیر را که از طریق تطبیق قابل دستیابی است، نشان می‌دهد. کاهش نیروی کشش با داده‌های نشان داده شده در شکل، متناظر با کاهش مصرف سوخت به میزان ۲/۷٪ است.

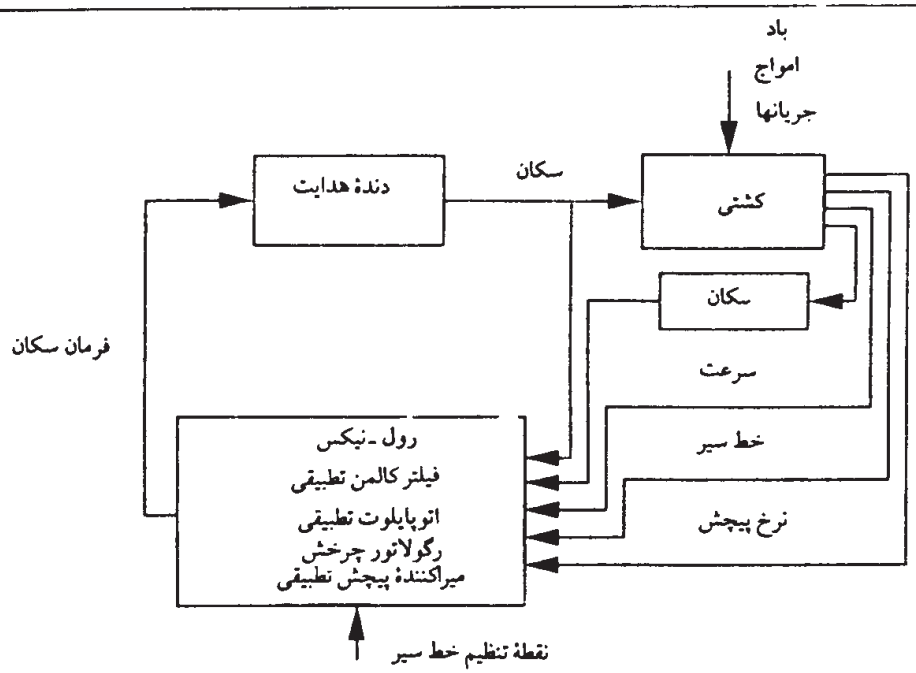
سیستم میراکنندهٔ پیچش با استفاده از سکّان

در بسیاری از کشتیها کاهش حرکت پیچش، مطلوب است. سیستمهای میراکنندهٔ پیچش متداول در بسیاری از کشتیهای نیروی دریایی از پرّه‌های فعّال یا مخازن فعّال یا غیر فعّال استفاده می‌کنند. نصب چنین سیستمهایی بسیار پر هزینه است، بخصوص اگر برای بهبود سیستم نیاز به طراحی مجدد باشد. روش سوّم برای میراکردن پیچش، استفاده از سکّان است همانطور که از آن برای مانور استفاده می‌شود. حرکات فرکانس بالای سکّان، پیچش را بی‌آنکه بر مقدار میانگین سَمت کشتی اثر بگذارد، میرا می‌کند. چنین سیستمی می‌تواند چندان گران نباشد زیرا بسادگی قابل اتصال به سیستم هدایت معمولی است. یکی از این سیستمها، سیستم رول ـ نیکس است که شرکت مشاور دریائی SSPA در گوتنبرگ سوئد آن را ساخته است و شرکت هایدمارین در کلیولند اوهایو نیز آن را می‌فروشد. نمودار بلوکی این سیستم در شکل ۱۲ ـ ۱۵ نشان داده شده است. سیستم رول ـ نیکس شامل یک فیلتر کالمن تطبیقی، (اختیاری)، و یک کنترلگر چرخش بهرهٔ زیاد (اختیاری)، و یک کنترلگر میراکنندهٔ پیچش تطبیقی است. سه قسمت اوّل مشابه قسمتهایی هستند که برای اتوپایلوت اسیترمستر ۲۰۰۰ توضیح داده شد.

این سیستم از یک حسگر نرخ پیچش همراه با مسیر نما[1] و یک سرعت‌سنج استفاده می‌کند که به کمک این وسایل فرمانهای سکّان تعیین می‌شود که بر فرمانهای اتوپایلوت معمولی سوار شده و به موتور هدایت خورانده می‌شود. اصل عمل این است که حرکتهای پیچشِ ناشی از سکّان، مخالف حرکتهای پیچشیِ ناشی از امواج است. این حرکات خنثی‌ساز، حرکات پیچشی کشتی را میرا می‌کند. در طراحی سیستم میراکنندهٔ پیچش، داشتن حرکات سریع سکّان، مهم

1. Course gyro

www.powerjam.ir



شکل ۱۲ ـ ۱۵. نمودار بلوکی سیستم میراکنندهٔ پیچش رول ـ نیکس (اهدایی شرکت مشاور دریائی SSPA، AB)

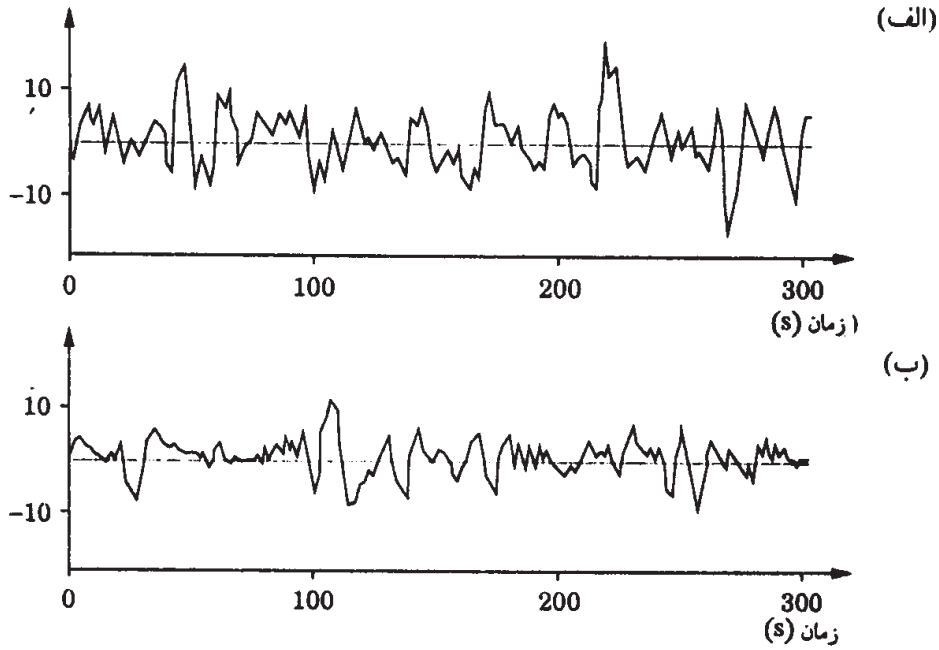
است. حرکات کوچک و بزرگ بر حفظ خط سیر تأثیر می‌گذارند. سیستم رول ـ نیکس دارای یک اتوپایلوت اختیاری است. ویژگی تطبیقی سیستم میرا کنندهٔ پیچش، برای اداره شرایط مختلف هوا و سرعت کشتی لازم است. از فیلتر کالمن برای به دست آوردن یک سیگنال حرکت پیچشیِ دقیق از نرخ پیچش اندازه‌گیری شده، استفاده می‌شود.

سیستم رول ـ نیکس در انواع مختلف کشتیها آزمایش شده است. به عنوان نمونه این سیستم بر دو کشتی نیروی دریائی سلطنتی سوئد آزمایش شده است: یک کشتی جنگی و دیگری کشتی مین‌گذار. آزمایشهای دریایی نشان می‌دهد که کاهش چشمگیری در پیچش به اندازهٔ ۴۵ تا ۶۰ درصد برای انحراف معیار و همچنین حداکثر زاویهٔ پیچش، قابل دسترسی است. نتیجهٔ آزمایش دریایی با یک کشتی جنگی در شکل ۱۲ ـ ۱۶ نشان داده شده است. کاهش پیچش با افزایش سرعت و سرعت سکّان، افزایش می‌یابد. آزمایشهایی روی کشتی مین‌گذار اچ. ام. اس کارل اسکرونا[1] نیز در سپتامبر ۱۹۸۷ انجام شد. نقل قول زیر از ناخدای فرمانده، هالین[2]، در مورد عملکرد سیستم می‌باشد:

«این موقعیت ویژه وقتی بود که کشتی در کنار یک ساحل هلندی به مقصد هلدر[3] پهلو گرفته بود و دریا از پاشنه کشتی به طرف بندر جریان داشت. من در کابین خود مشغول استراحت بودم. ساعت

1. H. M. S. Carlskrona 2. Hallin 3. Helder

www.powerjam.ir



شکل ۱۲ ـ ۱۶. نتایج حاصل از آزمایشهای دریایی با یک کشتی جنگی در ۲۷ میل دریایی و دریاهای پاشنه‌کشتی (۴ بیفور[1]) (الف) بدون رول ـ نیکس؛ (ب) با رول ـ نیکس. قسمت مهم زاویهٔ پیچش به اندازهٔ ۵۸٪ و حداکثر آن به اندازهٔ ۵۳٪ کاهش یافته است. (اهدایی شرکت مشاور دریائی SSPA، AB)

۴/۰۰ بود. ناگهان حس کردم کشتی به طور محسوسی شروع به پیچش کرد و من از آنچه در حال رخ دادن بودن در شگفت بودم. فوراً به عرشه رفتم و از افسر نگهبان پرسیدم که چه اتفاقی رخ می‌دهد و علّت افزایش ناگهانی حرکت پیچشی کشتی چیست. با گرفتن پاسخ، شگفت‌زده شدم: «ما هم اکنون رول ـ نیکس را خاموش کرده‌ایم. نیاز داریم که اطلاعاتی در حالتی که رول ـ نیکس کار نمی‌کند داشته باشیم تا ببینیم چه مقدار میرایی قابل دستیابی است». من فکر می‌کنم این مورد، عینی‌ترین تجربه‌ای است که من تا به حال از سیستم رول ـ نیکس داشته‌ام.»

۱۲ ـ ۸ فرا فیلتراژ

بیمارانی که کلیهٔ آنها از کار افتاده یا بخوبی کار نمی‌کند، برای زنده ماندن نیاز به نوعی تصفیهٔ خون مصنوعی دارند. در عملِ دیالیز، خون از ناخالصیها و آبِ اضافه، پاک شده الکترولیتهای خون نیز نرمالیزه می‌شوند. بیش از ۳۵۰ هزار بیمار در سراسر جهان این عمل را دوبار در هفته انجام می‌دهند. در متداولترین حالت یعنی همودیالیز، خون از یک غشای نیمه تراوا با یک سیّالِ

1. Beaufort - مقیاسی برای نیرو و سرعت باد

www.powerjam.ir

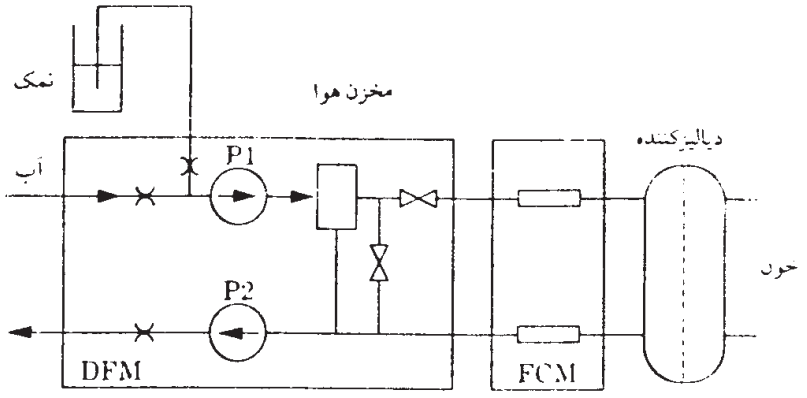
دیالیزکنندهٔ مناسب، در طرف دیگر آن عبور می‌کند. به دلیل تعداد زیاد دیالیزکننده‌های مختلف موجود در بازار، الگوریتم کنترل در ماشینِ دیالیز، باید بتواند محدودهٔ وسیعی از بهرهٔ فرایند و سایر مشخصه‌های فرایند را در بر بگیرد.

یک کنترلگر تطبیقی جایابی قطب، برای نمایش کنترل سیّال (FCM[1]) به کار رفته که توسط گامبرو AB[2] در لاند سوئد ساخته شده است. این سیستم، سالهای مورد استفاده بوده و بسیار خوب جواب داده است و شاید یکی از پرمصرف‌ترین کنترلگرهای تطبیقی، در دنیای امروز باشد. این سیستم در این قسمت، توصیف خواهد شد:

توصیف فرایند

نمودار سیستم دیالیز گامبرو AK - 10 در شکل ۱۲ ـ ۱۷ نشان داده شده است. در این شکل فقط قسمتهای مربوط به کنترل جریان و فشار با جزئیّات نشان داده شده است. آب تمیز تا حدود ۳۱° c گرم و نمک به غلظت فیزیولوژیکی اضافه می‌شود. برای اینکه محلول عاری از گاز شود به وسیلهٔ پمپ اول، یک افت فشار در محدودکننده[3] ایجاد می‌شود. محدودکننده و پمپ اول (P1) جریان عبوری از دیالیزکننده را تعیین می‌کنند. به دلیل تراکم‌پذیری هوا در محفظهٔ حباب، تغییرات جریان در دیالیزکننده با ثابت زمانی خاصّی، کم خواهد شد.

پس از عبور از چند وسیلهٔ اندازه‌گیری و یک شیر، سیّال از نمایشگر سیّال دیالیز[4] (DFM) خارج شده، پیش از ورود به دیالیزکننده، از اوّلین مجرای اندازه‌گیری جریان FCM عبور می‌کند. پس از بازگشت به DFM، دومین مجرای اندازه‌گیری FCM پشت سر گذاشته می‌شود. در DFM پیش از دومین پمپ (P2) از تعدادی دستگاه اندازه‌گیری و شیر عبور می‌شود. در مجرای



شکل ۱۲ ـ ۱۷. نمودار طرح یک سیستم دیالیز

1. Fluid Control Monitor
2. Gambro AB
3. Restrictor
4. Dialysis Fluid Monitor (DFM)

www.powerjam.ir

خروجی یک محدودکننده قرار داده شده است تا فقط فشارهای مثبت از دیالیزکننده عبور کند.

برای حفظ یک فشار غشاء عبور مشخص در DFM یک سیستم کنترلی وجود دارد که براساس یک کنترلگر PI دیجیتال معمولی با بهرهٔ ثابت کار می‌کند (نمودار بلوکی شکل ۱۲ ـ ۱۱ را ببینید). این کنترلگر، دارای دوره تناوب نمونه‌برداری ۰/۱۶ ثانیه و زمان انتگرالگیری حدود ۳۰ ثانیه است. هدف از مدول کنترل سیّال، کنترل کاهش وزن در حین عمل دیالیز، است. این کار به کمک حلقهٔ کنترل خارجی که در شکل ۱۲ ـ ۸ نشان داده شده، انجام می‌شود که از اختلاف جریان Q_f به عنوان متغیّر اندازه‌گیری و از نقطهٔ مرجع کنترلگر فشار p_c به عنوان متغیّر کنترل استفاده می‌کند.

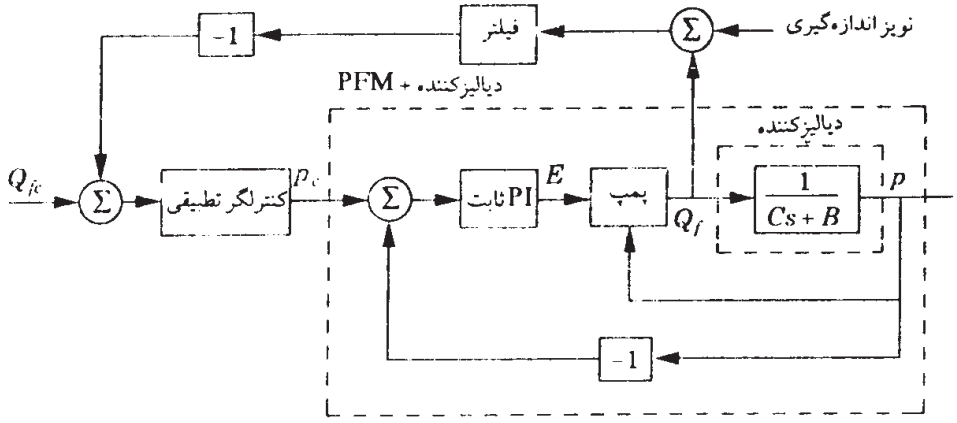
دینامیک فرایند

دینامیک دیالیزکننده را می‌توان به طور تقریبی با مدل ذیل بیان کرد:

$$C\frac{dp}{dt} = Q_f - B_p$$

که در آن p فشار غشاء عبور و Q_f جریان خالص سیّال گذرنده از دیالیزکننده و ثابت C ضریب قبولی است. پارامتر B که بیانگر بهرهٔ استاتیک است به طور نمونه می‌تواند بین $۱/۶ \times ۱۰^{-۱۲}$ تا ۱۲۰×۱۰^{-۱۲} $(m^3 s^{-1} pa^{-1})$ تغییر کند که این به معنای تغییر بهره با ضریب ۷۵ است.

دینامیک کامل حلقهٔ فشار را می‌توان به شکل تابع انتقال درجهٔ دوم تقریب زد؛ این تابع دارای یک قطب مربوط به دینامیک فرافیلتراژ و قطب دیگری مربوط به سیستم کنترل فشار است. کنترلگر PI به گونه‌ای محافظه کارانه تنظیم می‌شود که هر دو قطب، حقیقی باشند. ثابت زمانی غالب بین ۳۰ تا ۵۰ ثانیه است. بنابراین، تابع انتقال از فشار مرجع به جریان Q_f نیز دارای



شکل ۱۲ ـ ۱۸. نمودار بلوکی سیستمی برای کنترل فشار غشاء عبور p و سیستم کنترل تفاضل جریان Q_f.

www.powerjam.ir

همان قطبهاست، امّا این تابع انتقال، دارای یک صفر نیز می‌باشد که متناظر با قطب $s = -B/C$ مربوط به فرافیلتراژ است (شکل ۱۲ ـ ۱۸ را ببینید). این صفر ممکن است به‌طور چشمگیری با نوع فیلتر دیالیز مورد استفاده، تغییر کند. پیامد این امر این است که تفاوتهای اساسی بین دینامیکهای به دست آمده برای فیلترهای مختلف وجود دارد.

هدف اصلی سیستم، کنترل مجموع آب برداشته شده V، هنگام عمل است. مقدار این آب از معادلهٔ ذیل به دست می‌آید:

$$\frac{dV}{dt} = Q_f \qquad (۵ ـ ۱۲)$$

یک سیستم کنترل قدیمی‌تر

در یک سیستم قدیمی‌تر، از یک کنترلگر PI در حلقهٔ خارجی استفاده شد. به دلیل تغییرات بزرگ بهره، لازم بود از یک تنظیم محافظه‌کارانه با بهرهٔ کم استفاده شود. نتیجهٔ این کار، سیستم کنترل بسیار کند کاهش وزن بود. آزمایشهایی با نمونه‌های سادهٔ تنظیم بهره، مسأله را حل نکرد و تصمیم بر آن شد تا در مورد امکان استفاده از کنترلگر تطبیقی نیز آزمایش شود.

کنترل تطبیقی

کنترلگر تطبیقی به صورت یک الگوریتم جایابی قطب تطبیقی غیر مستقیم طرّاحی شد.

تخمین پارامتر: می‌توان انتظار داشت که دینامیک سیستم از مرتبهٔ سه باشد، که بیانگر دینامیکهای حلقه فشار و فیلتر سیگنال جریان است. فیلتر مذکور دارای ثابت زمانی حدود ۳۰ ثانیه است. آزمایشهای شناسایی سیستم نشان می‌دهد که داده‌ها می‌توانند به طور کافی با مدل زیر برازش شوند:

$$Q_f(t) = a\,Q_f(t-h) + b_1\,p_c(t-h) + b_2\,p_c(t-2h) \qquad (۶ ـ ۱۲)$$

که در آن Q_f جریان فیلتراژ و p_c نقطهٔ مرجع حلقهٔ فشار است. این مدل نشاندهندهٔ یک دینامیک مرتبهٔ اول همراه با یک تأخیر زمانی است. فاصلهٔ نمونه‌برداریِ ۵ ثانیه، مناسب شناخته شد. تخمین پارامتر، برای اجتناب از مشکل سطح ثابت در سیگنالها به روش تفاضلی انجام شد.

بهرهٔ حالت ماندگار تخمینی یکی از پارامترهای مهم است زیرا اگر بهرهٔ تخمینی، کوچک باشد، بهرهٔ کنترلگر، بزرگ خواهد بود. بنابراین مفید خواهد بود که مجموع پارامترهای b را به عنوان یکی از پارامترهای تخمینی در نظر بگیریم، که در نتیجه تنظیم یک حدّ پایینتر برای بهرهٔ

www.powerjam.ir

تخمینی، ساده خواهد بود. این کار در FCM با استفاده از بردار رگرسور

$$[Q_f(t) \quad p_c(t) \quad p_c(t) - p_c(t-h)]$$

به جای

$$[Q_f(t) \quad p_c(t) \quad p_c(t-h)]$$

قابل‌دستیابی است. اگر بهرهٔ تخمینی، خیلی کوچک شود، عمل تخمین در حد، متوقّف می‌شود.

برای تعقیب پارامترهایی که به طور آهسته با زمان تغییر می‌کنند، از ضریب فراموشی ثابت ۰/۹۹۹ استفاده می‌شود. برای بهبود عددی، تنها عناصر قطر اصلی ماتریس کواریانس P بر این ضریب تقسیم می‌شوند. بخوبی روشن است هنگام استفاده از ضریب فراموشی، ممکن است معادله $P(t)$ به دقّتِ عددی، حسّاس باشد. این بدان علّت است که مقادیر ویژهٔ ماتریس P ممکن است کاملاً از یکدیگر دور باشند. چند روش برای غلبه بر این مشکل در فصل یازدهم و در بحث کنترلگر تطبیقی ABB و فرست لوپ در این فصل، توضیح داده شد. در این حالت برای رفع مشکل از مقیاس کردن دقیق و یک روش حدّاقلّ مربّعات بازگشتی معمولی استفاده شد.

طراحی کنترل: از الگوریتم جایابی قطب متداول و یک طرّاحی که عمل انتگرالگیری را تضمین می‌کند، استفاده شد (قسمت ۳ ـ ۶ را ببینید). عوامل متعدّدی بر انتخاب قطبهای حلقه ـ بستهٔ مطلوب تأثیر می‌گذارد. نکته اوّل اینکه اگر یک کنترل هموار در حالت ماندگار، مطلوب باشد، سرعت تغییراتِ مرجع نباید خیلی زیاد باشد. ثانیاً اوّلین پاسخ پله در هنگام شروع، نباید سریعتر از زمان لازم برای داشتن یک مدل معقول باشد. یک زمان پاسخ معقول برای جریان انباشته شده، یک ساعت است. سایر قطبهای حلقه ـ بسته، که متناظر با تغییرات جریان هستند، با ثابتهای زمانی ۲۵ s، ۱۵ s و ۱۵ s مشخص شدند.

برای رسیدن به کنترلگری متناظر با یک PID با یک قسمت مشتقی فیلتر شده، می‌توان کنترلگر را دوباره پارامتریزه کرد. این ساختار به گونه‌ای انتخاب شد که کنترلگر به صورت یک کنترلگر PID زمان ـ گسسته باشد که در آن سیگنال مرجع تنها به قسمتهای تناسبی و انتگرالگیر وارد می‌شود. این حالت متناظر با $\beta = 1$ در معادلهٔ ۸ ـ ۳ در فصل هشتم است. عامل مشترک موجود در مدل تخمینی، پیش از اعمال به محاسبات طرّاحی، حذف شد.

ملاحظات ویژهٔ طرّاحی

کنترل حذف سیّال در حین دیالیز، تأثیر مستقیمی در سالم ماندن بیمار دارد. این کار انتظارات زیادی را بر سیستم کنترل تحمیل می‌کند. علاوه بر این ویژگیهای ایمنی متعددی نیز

www.powerjam.ir

مطرح است. عملکرد هموار از اوّلین لحظه کنترل مدّنظر می‌باشد. این مهم را می‌توان با انتخاب دقیق پارامترهای خاصّی که ذیلاً توضیح داده می‌شود، به دست آورد:

فیلتراژ: نویز اندازه‌گیری، سیگنال جریان اندازه‌گیری شده را مختل می‌کند. از آنجا که در هر ثانیه یک مقدار جدید به دست می‌آید، امکان فیلتر کردن سیگنال وجود دارد. با انتخاب دوره تناوب نمونه‌برداری ۵ s برای کنترل، استفاده از یک فیلتر مرتبهٔ اوّل با ثابت زمانی ۳۰ s برای فیلتر کردن جریان و جریان انباشته پیش از استفاده از مقادیر در الگوریتم کنترل، مناسب تشخیص داده شد. این کار، سیگنال کنترل را بدون ممانعت از تغییرات نسبتاً سریع نقطهٔ مرجع، به طور قابل توجهی هموار می‌سازد.

حدود تغییرات مرجع: هم سطح مطلق و هم نرخهای تغییرات مرجع براساس قیود فیزیکی، محدود شد. یک کنترلگر PID همراه با محافظ ضدّ اختتام، برای اجتناب از مسائل اشباع، مورد استفاده واقع شد. وقتی فشار نقطهٔ مرجع در یک حدّی ثابت بماند، بهنگام کردن پارامترها متوقّف می‌شود. در آغاز، هنگامی که پارامترهای مدل ممکن است از بهترین مقدارشان دور باشند، عاقلانه است که الگوریتم کنترل را از تغییر سریع سیگنال کنترل (یعنی نقطهٔ مرجع فشار) باز داریم. حدّ نرخِ نقطه مرجع فشار این کار را انجام می‌دهد. تجربه نشان داده که این حد بندرت قابل دسترسی است.

شروع: یک لحظه بحرانی برای کنترلگر تطبیقی در آغاز، پیش از آن که پارامترهای مدل، دقیقاً تخمین زده شوند، است. بنابراین لازم است پاسخ پلهٔ آن از هنگام شروع تقریباً بی‌نقص باشد. به همین دلیل، اکثر زمان توسعه برای تنظیم پارامترها برای تضمین یک شروع هموار صرف شد. آنگاه پارامترهای ذیل را مهّم یافتند:

- مقادیر اولیهٔ تخمین پارامترها؛
- مقادیر اوّلیهٔ ماتریس کواریانس P؛
- قطبهای حلقه ـ بستهٔ مطلوب؛
- زمان مجاز برای نشست سیگنالها پیش از شروع تخمین و کنترل؛
- حدّ اعمال شده بر پارامترهای تخمینی (بخصوص بهرهٔ استاتیک)؛
- حدّ تغییرات کنترل (و کنترل).

مقادیر اولیهٔ تخمین پارامترها مهم است، زیرا پارامترهای اوّلیهٔ کنترلگر را تعیین می‌کند. این مقادیر برای مدل کردن یک دیالیز کنندهٔ با بهرهٔ زیاد همراه با یک تأخیر زمانی اضافی، انتخاب شد تا کنترلگری محتاط با بهرهٔ کم، حاصل شود. این برای یک غشای با نفوذپذیری بالا (یعنی

www.powerjam.ir

بهرهٔ زیاد) بسیار خوب است، امّا برای غشای معمولی، تغییرات فشار، بسیار کوچک خواهد بود و تخمینگر پارامتر بسرعت آن را شکار می‌کند.

انتخاب دقیق ماتریس P نیز مهم است. این کار سرعت تخمین پارامتر را معین می‌کند. Pهای بیش از حد بزرگ باعث نویزی شدن تخمین می‌شود و این یک ریسک است که اجازه دهیم تخمینها موقّتاً کنترلگرهای بدی را نتیجه دهند. همچنین اگر P، بیش از حدّ بزرگ باشد، می‌تواند بسرعت، پارامترهای اوّلیهٔ با دقت انتخاب شده تخمینگر را حذف کند. اگر P بیش از حدّ، کوچک باشد، زمان لازم برای رسیدن به یک مدل خوب، می‌تواند بسیار طولانی و در نتیجه غیر قابل قبول باشد.

معلوم شد قرار دادن یک حدّ پایین برای بهرهٔ تخمینی در مدل، مفید خواهد بود. با استفاده از دیالیز کننده‌های با بهرهٔ کم، تخمینگر، تمایل به کاهش بیش از حدّ بهرهٔ تخمین خواهد داشت بنابراین بهرهٔ کنترلگر برای مدّتی بیش از حد بزرگ خواهد بود. می‌توان با استفاده از داده‌های موجود در دیالیز کننده‌های مورد استفاده، یک حدّ مناسب برای بهرهٔ مدل را تعیین کرد. برای سادگیِ امتحان بهرهٔ تخمینی، از یک شکل خاصّ مدل فرایند استفاده شد. قطب تخمینی دور از یک انتگرالگیر خالص، محدود شد، زیرا این قطب، به عبارت حدّ بهره وارد می‌شود.

حد تغییراتْ نقطهٔ مرجع نیز به حصول اطمینان از یک شروع هموار کمک می‌کند. قطبهای حلقه ـ بستهٔ مطلوب، پارامترهای طراحی مهمّی هستند. ثابتهای زمانی معادل باید به اندازهٔ کافی طولانی انتخاب شوند تا برای پیداکردن یک مدل خوب زمان لازم را به تخمینگر بدهند، پیش از آنکه اولین نقطهٔ مرجع نزدیک شود. همچنین مقدار آنها با بقدری کوچک باشد که پاسخ به تغییرات نقطهٔ مرجع، سریع باشد. ثابتهای زمانی معادل سیستم حلقه ـ بسته برابر ۷۲۰، ۵ و ۳ فاصلهٔ نمونه‌برداری انتخاب شد که بترتیب متناظر با ۱ ساعت، ۲۵ ثانیه و ۱۵ ثانیه است. بدون الزام هموار بودن شروع به این ترتیب، امکان سرعت بخشیدن به دینامیکهای حلقه ـ بستهٔ مطلوب به میزان چشمگیری وجود داشت. لیکن تغییرات نقطهٔ مرجع، چندان متداول نیست و داشتن یک شروع هموار، بسیار مهمّتر از تغییرات سریع نقطهٔ مرجع است.

اگر تصادفاً فشار مطلوب در لحظه شروع حاصل شود، هیچگونه تغییرات فشاری که به بهبود تخمین پارامترهای مدل کمک کند وجود نخواهد داشت. بنابراین، زمانی برای تغییرات کوچک اجباری فشار بمدت هشت دقیقه، پس از یک بازنشانی وجود دارد. این کار به وسیلهٔ تغییرات متناوب نقطهٔ مرجع در هر ۲۵ ثانیه، انجام می‌شود.

برای استفاده از یک کنترلگر تطبیقی، بسیار مهّم است که اطمینان حاصل شود، مدل تخمینی

www.powerjam.ir

هرگز خراب نمی‌شود. بنابراین تخمینگر باید همواره مقادیر واقعی کنترل و سیگنالهای اندازه‌گیری را نتیجه دهد. اگر به دلایلی شبیه رخداد یک زنگ خطر DFM مسیر سیّال دیالیز را طی نکند، سیگنال کنترل، اجازهٔ کار نمی‌یابد و باید تخمینگر، قطع شود. در این حالت کنترلگر برای مدّتی از تخمینهای قبلی استفاده خواهد کرد.

پس از همهٔ این مقاطع و هنگام شروع یک زمان نشست اتّفاق می‌افتد که در خلال آن سیگنالهای صحیح، به همهٔ بردارها وارد می‌شود امّا هیچ تخمینی انجام نمی‌شود. این زمان نشست بسیار مهّم است، بخصوص در هنگام شروع، که تخمینها بیشترین حساسیت را نسبت به تغییرات سیگنالها دارند. خطای سیگنالها باعث می‌شود ماتریس P بسرعت، کاهش یابد و درنتیجه یادگیریهای بعدی به میزان چشمگیری کند می‌شود.

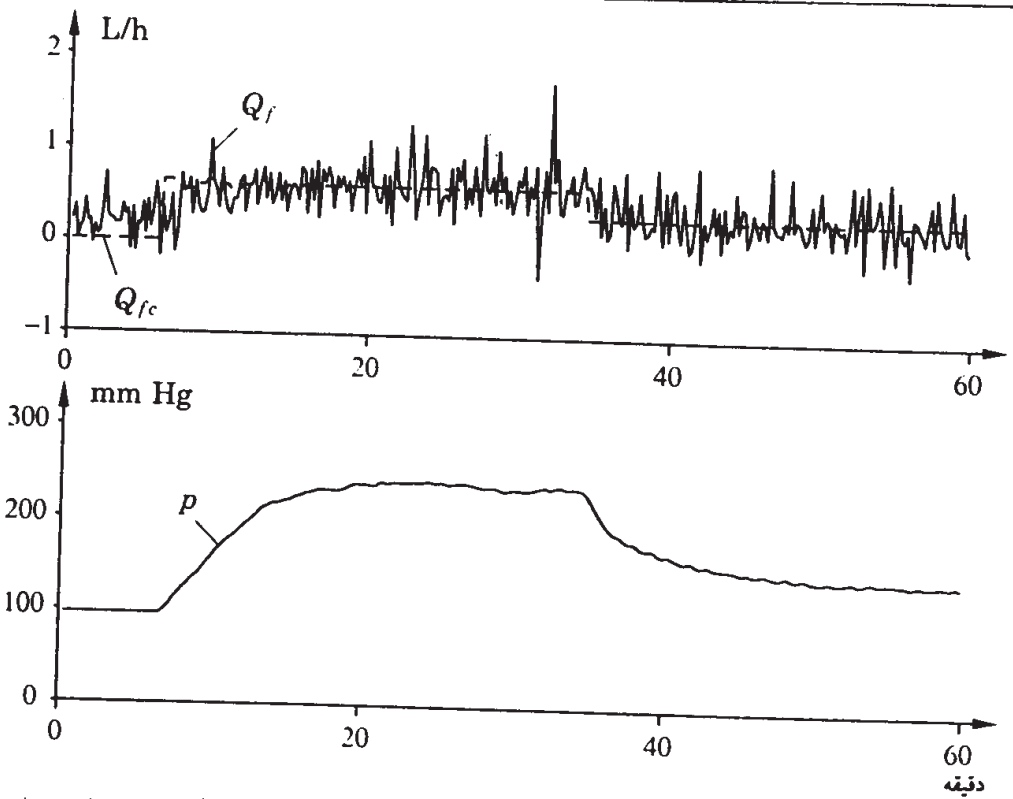
اعلان خطر: اعلان خطرهای مناسب، یکی از قسمتهای مهّم هر سیستم کنترل مفید هستند. یک اعلان خطر نشان می‌دهد که خطای کنترل حجم، بیش از حد بزرگ است و یا مشکلی در نمایش سیّال دیالیز یا در لوله‌ها وجود دارد. اگر گرفتگی‌ای در لولهٔ خون از دیالیزکننده تا محفظه چکیدن وجود داشته باشد، فشار خون در دیالیزکننده افزایش خواهد یافت و بنابراین باعث ایجاد یک نرخ فرافیلتراژ بزرگ و فشار کمینه می‌شود. اعلان خطر در FCM سبب این خواهد شد که DFM به مُد شرایط ایمنی بیمار وارد شود.

تجربیّات عملی

استفاده از این الگوریتم برای ادارهٔ کنترل فرافیلتراژ در انواع دیالیزکننده‌های امروزی، ممکن بوده است. مُدهای معالجه مانند روش تک سوزنی، دو سوزنی، یا دیالیز ترتیبی با زمانهای فرافیلتراژ مجزّا، آزمایش شده است. دیالیزکننده‌هایی با تغییرات با ضریب ۷۵ در مقادیر B، بدون هیچ مشکلی در آزمایشگاه امتحان شده است. پس از حدود پنج ماه تلاشهای کلینیکی در کلینیکهای مختلف، در پاییز ۱۹۸۶، تولیدات انبوه شروع شد. از دسامبر ۱۹۹۳ به بعد بیش از ۱۱۰۰۰ واحد تحویل داده شده. از آنجا که هر ماشین ممکن است در سال در صدها درمان مختلف مورد استفاده قرار گیرد، امروزه تجرّبیات عملی وسیعی در خصوص این الگوریتم وجود دارد که به نظر می‌رسد در هر شرایطی به خوبی کار می‌کند.

شکل ۱۲ ـ ۱۹ پاسخ سیستم را در جریان دیفرانسیلی Q_f به تغییرات پله‌ای مرجع Q_{fc}، وقتی که سیستم، تحت کنترل تطبیقی است، نشان می‌دهد. فشار p نیز نشان داده شده است. علی‌رغم اندازه‌گیری جریان نویزی، پاسخ حلقه ـ بستهٔ سیستم، بسیار خوب است.

www.powerjam.ir



شکل ۱۲ ـ ۱۹. کنترل تطبیقی سیستم دیالیز. پاسخ جریان دیفرانسیلی Q_f (خط پُر) و فشار غشاء عبور p به تغییرات پله‌ای مرجع Q_{fc} (خط چین) برای یک غشاء مسطح. کنترل تطبیقی در t = ۶ شروع می‌کند. (اهدایی شرکت گامبرو AB).

۱۲ ـ ۹ نتایج

در این فصل سعی کردیم به این مطلب بپردازیم که چگونه کنترلگرهای تطبیقی در سیستمهای کنترل واقعی به کار می‌رود. بعضی مشاهدات عمومی قابل طرح است.

اگرچه کاربردهای زیادی برای کنترل تطبیقی وجود دارد، امّا روشن است که کنترل تطبیقی یک تکنولوژی بالغ نیست. روشهای تطبیقی از آغاز دههٔ ۱۹۸۰ در محصولات وارد شد. شیوه‌هایی که امروزه بکار می‌روند، محصولات نسل اوّلند و محصولات نسل دوم تنها در موارد کمی وجود دارد.

توصیف محصولات و کاربردهای واقعی بروشنی نشان می‌دهد که اگرچه اصول کلیدی، سر راست هستند، اصلاحات بسیاری باید برای خوب کار کردن سیستم در هر شرایطی انجام شود. نیاز به تورهای ایمنی، جلیقه‌های ایمنی یا منطق نظارت، ویژهٔ کنترل تطبیقی نیست و احتیاطهای مشابهی باید در همهٔ سیستمهای کنترل واقعی صورت بگیرد. امّا از آنجا که سیستمهای کنترل تطبیقی، شروع پیچیده‌ای دارند، تورهای ایمنی می‌تواند بسیار وسیع باشد.

مثالها به وضوح نشان می‌دهند که سیستمهای تطبیقی، جعبه‌هایی سیاه، برای درمان تمام

www.powerjam.ir

دردهای کنترلی نیستند، بلکه روشهای تطبیقی در ترکیب با روشهای دیگرِ کنترل مفیدند. هم در مثال غلتک و هم در اتوپایلوت هدایت کشتی، تطبیق با جدولبندی بهره ترکیب شد. مثال دیگر، استفاده از سیگنال پیشخور، در خشک‌کن خمیر کاغذ برای بهبود حالت گذرای تطبیق می‌باشد.

نکتهٔ سوّم این است که رابط انسان ـ ماشین بسیار مهّم است و موضوع چهارم آن که برخی از شرایط کار به طور مناسبی با کنترل تطبیقی اداره نمی‌شود. یک مثال، رفتار اتوپایلوت کشتی در دریای پاشنه است.

بدون شک روشهای تطبیقی بسیاری وجود دارد، امّا تنها تعداد کمی از آنها تاکنون در محصولات صنعتی به کار رفته‌اند که در بسیاری از حالات، انتخاب روش با مقایسهٔ جایگزینهای مختلف انجام نشده، بلکه یک روش به طور کاملاً دلخواه انتخاب شده است. این بدان معناست که بسیاری از جایگزینها آزمایش نشده است.

توان محاسباتی موجود، نقش مؤثّری در نوع الگوریتمهای کنترل دارد که می‌توانند براحتی پیاده‌سازی شوند. تنظیم‌گرهای خودکار ساده از ریزپردازنده‌های سادهٔ ۸ بیتی استفاده می‌کنند در حالی که بعضی از سیستمهای پیشرفته‌تر از ساختار ۳۲ بیتی کامل بهره می‌جویند. در اکثر کاربردهای کنترل فرایند، مشکلی در خصوص زمان محاسباتی وجود ندارد. از طرف دیگر کاربردهایی مانند غلتک، زمان محاسباتی زیادی را می‌طلبد. همچنین توان محاسباتی موجود، بر نوع رابط انسان ـ ماشین قابل پیاده‌سازی نیز تأثیر بسزایی دارد.

کاربردها، اهمیت شبکهٔ ایمنی را نیز نشان می‌دهند. مشاهدهٔ امکانات ابزارهای موجود و راه حلّهای ویژهٔ مورد استفاده در سیستمهای اختصاصی، بسیار جالب است. واضح است که طرّاحی یک شبکهٔ ایمنی برای سیستم اختصاصی که در آن کرانهای پارامتری خوب قابل برقراری است، بسیار ساده‌تر انجام می‌شود.

کاربردهای مورد بحث در این فصل و در جاهای دیگر، نشان می‌دهد که در سه حالت، استفاده از کنترل تطبیقی بسیار مفید است:

- وقتی سیستم دارای تأخیرهای زمانی طولانی است؛
- وقتی می‌توان از پیشخور استفاده کرد؛
- وقتی مشخصهٔ اغتشاش تغییر می‌کند.

در همهٔ این حالتها لازم است به منظور کنترل مؤثّر سیستم، مدلی از فرایند یا اغتشاش داشته باشیم. بنابراین مفید خواهد بود که بتوانیم یک مدل را تخمین زده، آن را با تغییرات فرایند، تطبیق دهیم.

www.powerjam.ir

مراجع

کاربردهای متعدّدی در کتابهای ذیل:

Narendra, K. S., and R. V. Monopoli, 1980. *Applications of Adaptive Control.* New York: Academic Press.

Unbehauen, H., ed., 1980. *Methods and Applications in Adaptive Control.* Berlin: Springer-Verlag.

Harris, C. J., and S. A. Billings, eds., 1981. *Self-tuning and Adaptive Control: Theory and Applications.* London: Peter Peregrinus.

Narendra, K. S., ed., 1986. *Adaptive and Learning Systems: Theory and Applications.* New York: Plenum Press.

و نیز در مقالات تاریخچه‌ای[1] زیر توصیف شده است:

Seborg, D. E., T. F. Edgar, and S. L. Shah, 1986. "Adaptive control straregies for process control: A survey." *AIChE Journal* **32:** 881-913.

Åström, K. J., 1987. "Adaptive feedback control." *Proc. IEEE* **75:** 185-217.

مجموعه مقالات IFAC، CDC، و ACC نیز منابع خوبی است. جزئیات بیشتری را دربارهٔ تولیدات موجود می‌توان در کتابهای راهنما، بروشورها و جزوه‌های کاربردی تولیدکنندگان به دست آورد. پیاده‌سازی PLC های 3M در مراجع زیر آمده است:

Alam, M. A., and K. K. Burhardt, 1979. "Further work on self-tuning regulators." Proceeding of the 1979 *IEEE* Conference on Decision and Control, pp. 616-620.

Alam, M. A., 1984. "A multirvariable self-tuning controller for industrial application." Preprints of the 9th IFAC World Congress, pp. III: 259-262. Budapest.

محصول اکزاکت شرکت فاکس‌برو در مراجع زیر بررسی شده:

Bristol, E. H., and T. W. Kraus, 1984. "Life with pattern adaptation." *Proc. 1984 American Control Conference,* pp. 888-892, San Diego, Calif.

1. Survey Papers

www.powerjam.ir

Kraus, T. W., and T. J. Myron, 1984. "Self-tuning PID controller uses pattern recognition approach." *Contr. Eng. June:* 106-111.

تنظیم خودکار رله‌ای و نسخهٔ تطبیقی آن، در مراجع زیر توصیف شده:

Åström, K. J., and T. Hägglund, 1984. "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins." *Automatica* **20:** 645-651.

Åström, K. J., and T. Hägglund, 1988. *Automatic Tuning of PID Regulators. Triangle Research Park,* N.C.: Instrument Society of America.

Hägglund, T., and K. J. Åström, 1991. "Industrial adaptive controllers based on frequency response techniques." Automatica **27:** 599-609.

تاریخچه‌ای بر تنظیم‌گرهای خودکار و کنترلگر تطبیقی PID در مرجع زیر آمده:

Åström, K. J., and T. Hägglund, C.C. Hang, and W. K. Ho, 1993. "Automatic tuning and adaptation for PID Controllers.: A survey." Control Eng. Practice **1:** 699-714.

کنترلگر تطبیقی ABB / مَسترپیس[1] در مرجع زیر بررسی شده:

Bengtsson, G., and B. Egardt, 1984. "Experiences with self-tuning control in the process industry." *Proc. 9th IFAC World Congress,* pp. XI: 132-140. Budapest.

توصیف مثال غلتک بر اساس مرجع زیر است:

Rudolph, W., H. Lefuel, and A. Rippel, 1984. "Regeln des Dressiegrades in einem Kaltbandwalzwerk." *Bänder, Bleche, Rohre* **25**(2): 36-37.

توضیحات مربوط به مثال همزن از مرجع زیر است:

Allison, B. J., G. A. Dumont, L. H. Novak, and W.J. Cheetham, 1990. "Adaptive- predictive control of Kamyr digester chip level." AIChE Journal **36 (7):** 1075-1086.

سیستم تطبیقی استفاده شده در والویک در مرجع زیر آمده:

Brattberg, Ö., 1994. "Adaptive control of a continuous digester." Preprints of Control Systems **94,** pp. 298-306. Swedish Pulp and Paper Research Institute, Stockholm.

1. Master Piece

www.powerjam.ir

مثال هدایت کشتی در مراجع زیر آمده است.

Källström, Ç. G., K. J. Åström, N. E. Thorell, J. Eriksson, and L. Sten, 1979. "Adaptive autopilots for tankers." *Automatica* **15:** 241-254.

Källström, C. G., P. Wessel, and S. Sjölander, 1988. "Roll reduction by rudder control." Proceedings of the spring Meeting, Society of naval Architects and Marine Engineers, pp. 67-76. Pittsburgh, Pa., June 8-10.

الگوریتم کنترل خاص مورد استفاده در محصول در مرجع زیر آمده:

Åström, K. J., 1980."Design of fixed gain and adaptive ship steering autopilots based on the Nomoto model." *Proc. Sysmposium on Ship Steering Automatic Control,* Instituto Internazionale delle Comunicazioni, June **25-27,** Genoa, Italy.

توضیحات در مورد سیستم کنترل مربوط به فرافیلتراژ بر اساس مرجع زیر است:

Sternby, J., 1995. "Adaptive control of ultrafiltration." Submitted, Trans. Control Systems Technology 3.

www.powerjam.ir

www.powerjam.ir

فصل سیزدهم

دورنمای کنترل تطبیقی

۱۳ ـ ۱ مقدمه

در این فصل پایانی سعی می‌کنیم به وجوه دورنمای کنترل تطبیقی بپردازیم. چنین موضوعی، مهّم و در عین حال مشکل است، زیرا این گستره از علم در حال تحوّل و رشدی سریع است. به عنوان نقطهٔ شروع در مورد موضوعهایی که تا حدّی نزدیک به کنترل تطبیقی بوده و در کتاب مطرح نشده، بحث کوتاهی می‌کنیم. پردازش تطبیقی سیگنال در قسمت ۱۳ ـ ۲ و کنترل اکسترمم در بخش ۱۳ ـ ۳ مطرح خواهد شد. توجّه خاصّی به زمینهٔ پردازش تطبیقی سیگنال شده، که ترکیب آن با کنترل تطبیقی کاملاً طبیعی به نظر می‌رسد.

رگولاتورهای تطبیقی و تنظیم خودکار خواص تکمیلی دارند. تنظیم‌گرهای خودکار نیاز به اطلاعات قبلی کمی داشته، در عین حال تخمین نسبتاً دقیق مقاومی از اکثر خواص عمومی سیستم را ارائه می‌دهد. رگولاتورهای تطبیقی نیاز به دانش قبلی بیشتری دارد و در عوض کارایی بالاتری نیز خواهد داشت. بنابراین به نظر می‌رسد که ترکیب تنظیم خودکار با کنترل تطبیقی در سیستمهایی که از ترکیب الگوریتمهای متعدد استفاده می‌کنند امری طبیعی است. علاوه بر الگوریتمهای کنترل، تخمین و طرّاحی، شایسته است نظارت نیز اضافه شود. استفاده از یک سیستم خبره برای نمایش و کنترل عملکرد چنین سیستمی منطقی به نظر می‌رسد. این نوع سیستمها را *سیستمهای کنترل خبره* می‌نامند که به اختصار در قسمت ۱۳ ـ ۴ مورد بحث واقع می‌شوند. استفاده از سیستمهای خبره، راهی طبیعی برای جداکردن الگوریتمها از منطق است که در همهٔ سیستمهای کنترل اتّفاق می‌افتد.

تطبیق در حقیقت با یادگیری ارتباط دارد. در قسمت ۱۳ ـ ۵ به بررسی برخی از موارد استفادهٔ اولیّه یادگیری در سیستمهای کنترل و نیز چگونگی ارتباط آن با کنترل تطبیقی، که تاکنون درک

www.powerjam.ir

کرده‌ایم، می‌پردازیم و سرانجام در قسمت ۱۳ ـ ۶ سعی می‌کنیم به اظهار نظر درمورد افقهای آیندهٔ کنترل تطبیقی چه از دید نظری و چه از دید عملی ـ بپردازیم.

۱۳ ـ ۲ پردازش تطبیقی سیگنال

کنترل خودکار و پردازش سیگنال مشابهتهای زیادی دارند. در هر دو مورد، مدلهای ریاضی و روشهای مشابهی استفاده می‌شود. لیکن تفاوتهای چشمگیری نیز بین این دو وجود دارد. مقیاسهای زمانی می‌تواند متفاوت باشد؛ عموماً پردازش سیگنال، با سیگنالهایی سر و کار دارد که تغییرات سریعی دارند، مثلاً در آکوستیک[1]، به فرکانس نمونه‌برداری چند ده کیلو هرتزی نیاز است، امّا در کاربردهای کنترل، معمولاً (نه همیشه) با فرکانسهای نمونه‌برداری کندتری می‌توان کار کرد.

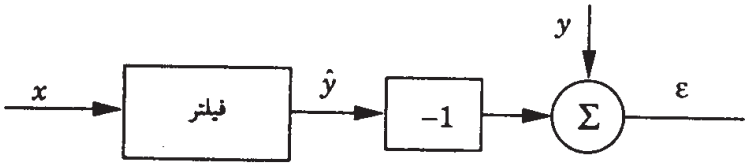
اختلاف مهّم دیگر آن است که تأخیرهای زمانی در پردازش سیگنال اصولاً تأثیر زیادی ندارد و اغلب ایجاد تأخیر در سیگنال بدون مشکل چندانی مجاز است. در حالی که در سیستمهای کنترل به دلیل وجود پسخور دارد، تأخیر زمانی، هرچند کوچک، نقش مهّمی ایفا کرده، می‌تواند باعث ایجاد مشکلات وحشتناکی در عملکرد سیستم شود. سوّمین اختلاف در بازار صنعتی این دو فناوری است. پردازش سیگنال، دارای مسائل استانداردی است که بازاری وسیع دارد، مانند مخابرات از راه دور. بازار کنترل متنوعتر و پراکنده‌تر است. کنترل تطبیقی در طرّاحی سیستمهای کنترلی استفاده می‌شود که در حالت مجهول بودن تغییرات محیط، بخوبی کار می‌کنند. محیط به کمک دینامیک فرایند و سیگنالهای اغتشاش ارائه می‌شود. پردازش تطبیقی سیگنال، در پردازش سیگنالهای با مشخصهٔ مجهول یا متغیر به کار می‌رود. در پردازش سیگنال تأکید بیشتر بر به دست آوردن الگوریتمهای سریع است. اگرچه تلاشهای بسیاری برای نزدیک کردن این دو مقوله به یکدیگر صورت گرفته، تلاش بیشتری در این راستا لازم است. برای توضیح این مطلب به بررسی چند مسأله نوعی پردازش تطبیقی سیگنال خواهیم پرداخت.

پیش‌بینی، فیلتراژ و هموارسازی

مسائل نوعی پردازش سیگنال، شامل پیش‌بینی، فیلتراژ و هموارسازی است که ذیلاً توضیح داده می‌شود. دو سیگنال x و y به همراه فیلتر F داده شده است، فیلتر را به گونه‌ای تعیین کنید که سیگنالهای y و $\hat{y} = Fx$ تا حدّ ممکن به یکدیگر نزدیک باشد. نمودار بلوکی این مسأله

1. Acoustics

www.powerjam.ir



شکل ۱۳ ـ ۱ نمایش فیلتراژ، پیش‌بینی و هموارسازی

در شکل ۱۳ ـ ۱ نشان داده شده است. در یک حالت نوعی داریم:

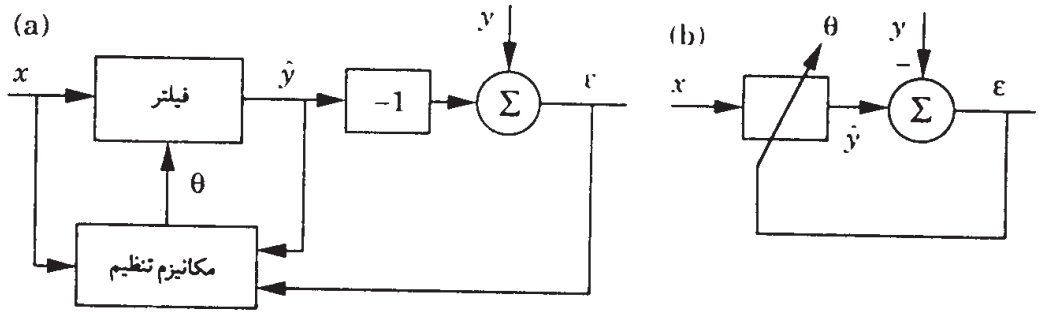
$$x(t) = s(t) + v(t) \quad \text{و} \quad y(t) = s(t + \tau)$$

که در آن $v(t)$ سیگنال اغتشاش مزاحم و $s(t)$ سیگنال مطلوب می‌باشد. اگر $\tau > 0$ باشد، مسأله، *هموارسازی* نامیده می‌شود، در حالت *فیلتراژ* $\tau = 0$ می‌باشد و مسألهٔ پیش‌بینی وقتی مطرح می‌شود که $\tau < 0$ باشد. حلّ این مسائل برای سیگنالهایی که طیف معلوم و معیار درجه دوّم دارند، بخوبی شناخته شده است. وقتی که مشخّصات سیگنال، معلوم نباشد، از حالت تطبیقی استفاده می‌شود. می‌توان از همهٔ روشهای تخمین پارامتر بازگشتی، برای مسائل پردازش تطبیقی سیگنال استفاده کرد. این موضوع در شکل ۱۳ ـ ۲ نشان داده شده است که یک حلّ تطبیقی نوعی را بیان می‌کند. مکانیزم تنظیم می‌تواند یک از تخمینگرهای بازگشتی پارامتر باشد. جزئیات مسأله، به ساختار فیلتر و روش تخمین انتخاب شده وابسته است. مثال زیر، این ایده را توضیح می‌دهد:

مثال ۱۳ ـ ۱ تخمین پارامتر خطای خروجی

فرض کنید فیلتر، دارای مشخّصهٔ یک تابع انتقال پالس معمولی به صورت ذیل باشد:

$$F(z) = \frac{b_0 z^{n-1} + b_1 z^{n-2} + \ldots + b_{n-1}}{z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n}$$



شکل ۱۳ ـ ۲ الف) کاربرد سیستم تطبیقی برای فیلتراژ، پیش‌بینی یا هموارسازی و ب) نمایش ساده شدهٔ آن.

www.powerjam.ir

بردار پارامتر برای حصول یک تخمینگر بازگشتی بدین شکل:

$$\theta = [a_1 \dots a_n \quad b_0 \dots b_{n-1}]$$

و بردار رگرسور به صورت ذیل است:

$$\varphi(t-1) = [-\hat{y}(t-1) \dots -\hat{y}(t-n) \quad x(t-1) \dots x(t-n)]$$

بنابراین خطا خواهد شد:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - \varphi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)$$

و معادلهٔ بهنگام کردن تخمین اینگونه است:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\varphi(t-1)\varepsilon(t)$$

حالت خاصّ مثال ۱۳ ـ ۱، فیلتر FIR و روش تخمین پارامتر گرادیان بسیار ساده است. این همان *الگوریتم LMS* است.

نمایش نمودار بلوکی

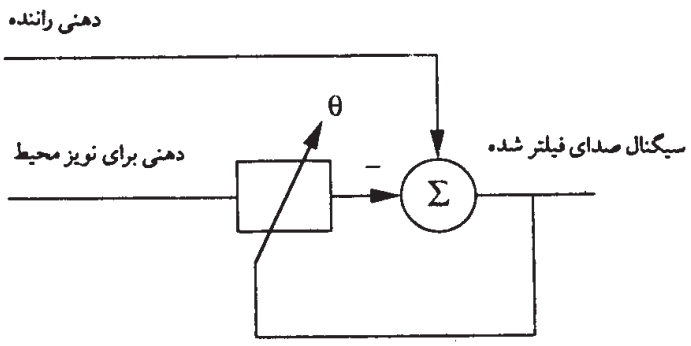
نمودار بلوکی شکل ۱۳ ـ ۲ حل یک مسألهٔ پردازش سیگنال نوعی را نشان می‌دهد. برای سادگی در ساخت سیستمهای بزرگ، مناسب است که این مدول را به صورت یک بلوک سازنده در نظر گرفت که می‌توان از آن برای منظورهای مختلفی استفاده کرد. در این مسأله اگر از یک نمایش مناسب استفاده شود، ساده‌تر است. برای این منظور، مناسب است که این واحد را به صورت بلوکی در نظر بگیریم که سیگنالهای x و y را دریافت کرده، تخمینهای $\hat{y}$ و $\hat{\theta}$ را تحویل می‌دهد. چنین نمایشی در شکل ۱۳ ـ ۲ (ب) نشان داده شده است که توصیف مسائل پردازش تطبیقی سیگنال متعددی را ممکن می‌سازد.

حذف تطبیقی نویز

یک تلفن سیّار[1] را در خودرویی در نظر بگیرید که نویز محیط، قابل ملاحظه باشد. فرض کنید از دو دهنی[2] استفاده می‌شود. یکی جهتدار است و صدای راننده را، که در اثر نویز مختل

1. Mobile 2. Microphone

www.powerjam.ir



شکل ۱۳ ـ ۳ استفاده از فیلتر تطبیقی برای حذف تطبیقی نویز

شده، دریافت می‌کند و دیگری دور از راننده که بیشتر نویز محیط را دریافت می‌کند. با وصل کردن دهنیها به یک فیلتر تطبیقی، همانطورکه در شکل ۱۳ ـ ۳ نشان داده شده، امکان دستیابی به سیگنالی که به میزان زیادی بهبود یافته هست. حذف هوم[1] فرکانسِ توان از سیگنالهای اندازه‌گیری، یکی دیگر از کاربردهای حذف تطبیقی نویز است.

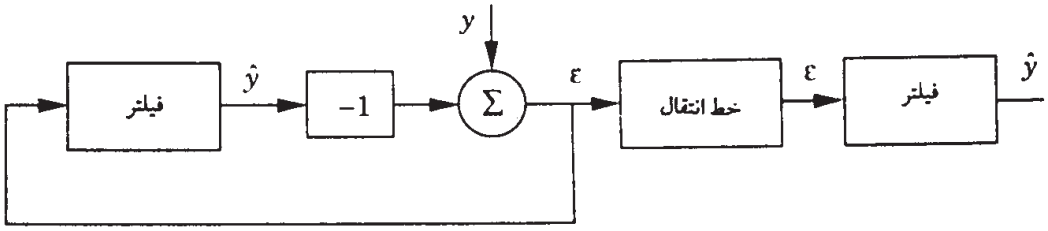
مدولاسیون کد پالس دیفرانسیلی تطبیقی (ADPCM[2])

اهمیت انتقال سیگنال دیجیتال، به دلیل رشد سریع فناوری سخت‌افزارهای جدید، روز به روز در حال افزایش است. استفاده از آن در ارتباطات تلفنی معمولی روبه فزونی است. مدولاسیون کد پالس (PCM)، روشی استاندارد برای تبدیل سیگنالهای آنالوگ به دیجیتال است. در این روش، سیگنال آنالوگ، فیلتر شده، با استفاده از یک مبدّل آنالوگ به دیجیتال (D – A) به صورت دیجیتال در می‌آید. آنگاه سیگنال دیجیتال به صورت سری منتقل می‌شود. اگر مبدّل آنالوگ به دیجیتال، B بیتی و فرکانس نمونه‌برداری، f هرتز باشد، برای انتقال، به سرعتی معادل fB بیت بر ثانیه نیاز است. در انتقال استاندارد سیگنال صوت، فرکانس نوعی نمونه‌برداری موردنیاز حدود ۸ kHz می‌باشد. برای به‌دست آوردن کیفیت انتقال خوب، تفکیک‌پذیری ۱۲ بیت برای A - D موردنیاز است. بنابراین سرعت انتقال مورد نیاز برابر ۹۶ کیلو بیت بر ثانیه است. به وسیلهٔ یک مبدّل آنالوگ به دیجیتال با مشخّصهٔ غیر خطی، می‌توان سرعت مورد نیاز را تا ۶۴ کیلوبیت بر ثانیه کاهش داد که برای انتقال دیجیتال صوت، استاندارد است.

بسیار مطلوب است که سرعت انتقال را کاهش دهیم، زیرا با این کار کانالهای مخابراتی بیشتری با استفاده از همان امکانات انتقال به دست می‌آید. با استفاده از مدولاسیون کد پالس

1. Hum
2. Adaptive Differential Pulse Code Modulation

www.powerjam.ir



شکل ۱۳ ـ ۴. نمودار بلوکی سیستم مدولاسیون کد پالسی دیفرانسیلی (DPCM)

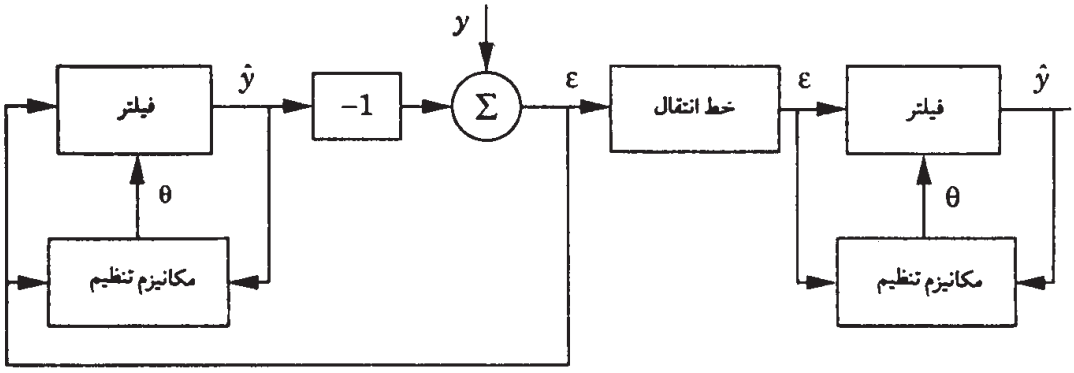
دیفرانسیلی (DPCM) می‌توان سرعت را تا حدّ زیادی کاهش داد. در این روش، سیگنالی که باید منتقل شود، ابتدا به وسیلهٔ یک فیلترِ پیش‌بین، فیلتر می‌شود. سپس اطلاعات سیگنال با استفاده از رابطهٔ $\varepsilon = y - \hat{y}$، که $\hat{y}$ با فیلتراژ اصلاحات از طریق یک فیلتر پیش‌بین تولید می‌گردد، محاسبه می‌شود، و فقط اصلاحات، انتقال می‌یابند (شکل ۱۳ ـ ۴ را ببینید). در گیرنده، یک فیلتر پیش‌بین با همان مشخّصهٔ فیلتر فرستنده وجود دارد. در این صورت سیگنال $\hat{y}$را می‌توان در گیرنده بازسازی کرد. بنابراین، به دلیل اینکه بیتهای کمتری برای بیان مانده لازم است، سرعت مورد نیاز، به میزان فراوانی کاهش می‌یابد. برای سیگنالهای صوتی، نشان داده شده که تفکیک‌پذیری ۴ بیتی، کافی است. این بدان معناست که سرعت مورد نیاز را می‌توان از ۶۴ کیلوبیت به ۳۲ کیلوبیت کاهش داد.

فیلتر پیش‌بین، به مشخصهٔ سیگنال انتقالی، وابسته است. تحقیقات بسیاری بر مشخصهٔ سیگنالِ صحبت، نشان داده که این سیگنال، با استفاده از فیلترهای خطی بخوبی قابل پیش‌بینی است. لیکن ویژگیهای فیلتر، با صدای خاصّی که صحبت می‌شود، تغییر خواهد کرد؛ بنابراین برای اینکه بتوان سیگنال صحبت را بخوبی پیش‌بینی کرد، به فیلترهای تطبیقی نیاز است. روش انتقالی که با استفاده از این فیلترها به دست می‌آید، *مدولاسیون کد پالس دیفرانسیلی تطبیقی* (*ADPCM*[1]) نامیده می‌شود. چنین روشی که در آن از یک فیلتر تطبیقی براساس روش خطای خروجی استفاده می‌شود، در شکل ۱۳ ـ ۵ نشان داده شده است. توجه کنید که فیلترهای تطبیقی در فرستنده و گیرنده، تنها از طریق مانده تغذیه می‌شوند. اگر فیلترهای فرستنده و گیرنده، یکسان باشند، پارامترهای فیلتر به طور خودکار، یکسان خواهد بود، از این‌رو CCITT[2]، فیلترهای تطبیقی را استاندارد کرده است. فیلتر مورد استفاده دارای تابع انتقالی به صورت ذیل است:

$$H(z) = \frac{b_0 z^5 + b_1 z^4 + \ldots + b_5}{z^4(z^2 + a_1 z + a_2)}$$

1. Adaptive Differential Pulse Code Modulation
2. Comité Consultatif Internationale de Télégraphique et Téléphonique

www.powerjam.ir



شکل ۱۳ ـ ۵. نمودار بلوکی یک سیستم مدولاسیون کد پالس دیفرانسیلی تطبیقی

بردار رگرسور مربوط به تخمین خطای خروجی به شکل:

$$\varphi(t) = [-x(t) \quad -x(t-1) \quad e(t) \ldots e(t-5)]$$

و بردار پارامتر بدین قرار است:

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \quad b_0 \ldots b_5]$$

تخمینگر استاندارد حداقل مربعات به شکل ذیل است:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + P(t+1)\varphi(t)\varepsilon(t+1)$$

برای سادگی محاسبات، اصلاحات مؤثر زیادی انجام می‌شود؛ برای مثال از یک مقدار ثابت برای بهره استفاده می‌شود. اگر فقط از علامت سیگنالها استفاده شود، عمل ضرب نیز قابل اجتناب است. نشتی نیز برای اطمینان از پایداری تخمینگر، اضافه می‌شود. بنابراین، معادلات بهنگام‌سازی پارامترهای b_i با استفاده از *الگوریتم علامت ـ علامت* بدین شکل به دست می‌آید:

$$\hat{b}_i(t) = (1 - 2^{-8})\hat{b}_i(t) + 2^{-7}\,\text{sign}\,(e(t-i))\,\text{sign}\,(e(t)) \qquad (۱۳ ـ ۱)$$

تقریبهای مشابهی در معادلات دیگر انجام می‌شود. محاسبات معادلهٔ (۱۳ ـ ۱) بسیار ساده است. این محاسبات را می‌توان به وسیلهٔ شیفت و جمع تعدادی از بیتها انجام داد که با استفاده از یک مدار کوچک VLSI قابل اجراست. استاندارد CCITT ADPCM، پس از انجام آزمایشهای بسیار، به دست آمد. این استاندارد مثال خوبی است از اینکه چگونه با استفاده از روشهای خوب مهندسی، ساده‌سازیهای مؤثری به دست می‌آید.

www.powerjam.ir

۱۳ ـ ۳ کنترل اکسترمم[1]

در راهبردهای کنترلی که در این کتاب مطرح شد، اغلب فرض بر این بوده که مقدار مرجع، معلوم است. مقدار مرجع غالباً بسادگی تعیین می‌شود که می‌تواند ارتفاع مطلوب هواپیما، غلظت مطلوب فرایند شیمیایی یا ضخامت خروجی غلتک باشد. در موارد دیگر، ممکن است پیدا کردن مقدار مرجعِ مناسب یا بهترین نقطهٔ کار فرایند، مشکل باشد. برای نمونه مصرف سوخت یک خودرو علاوه بر موارد دیگر، به زاویهٔ افروزش[2] نیز بستگی دارد. مصرف سوخت خودرو را می‌توان با تنظیم مناسب، بهبود بخشید، امّا بازدهی، به شرایطی مانند شرایط جادّه و بارِ خودرو، بستگی دارد. برای رسیدن به بازدهی بهینه لازم است زاویهٔ افروزش تغییر داده شود.

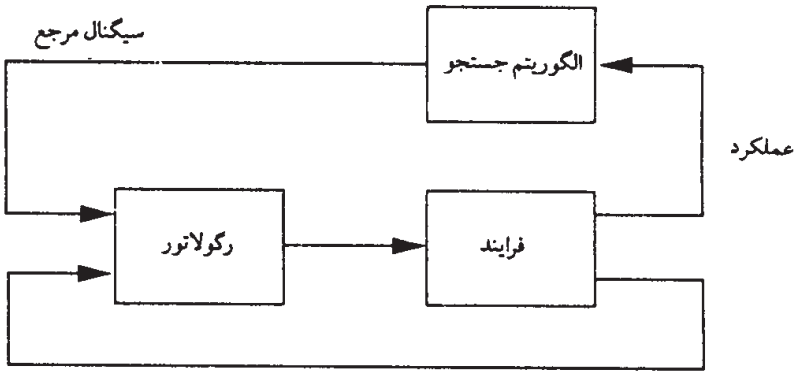
تعقیب نقطهٔ کمینه یا بیشینهٔ متغیّر، *کنترل اکسترمم* نامیده می‌شود. منحنی پاسخ استاتیکی مربوط کننده ورودیها و خروجیها در یک سیستم کنترل اکسترمم، غیر خطی است. وظیفهٔ کنترلگر، یافتن نقطهٔ کار بهینه و تعقیب آن در صورت تغییر است. فرایندهای بسیاری دارای چنین رفتاری هستند. کنترل نسبت هوا به سوخت در عمل احتراق یکی از این مثالهاست. چه، برای مثال، مقدار بهینه با درجه حرارت و خواصّ سوخت، تغییر می‌کند. مثال دیگر، توربینهای آب نوع کاپلن[3] است که در آن زاویهٔ تیغهٔ توربین برای حصول توان خروجی بیشینه تغییر می‌کند. همین مسأله در نیروگاههای بادی نیز به چشم می‌خورد که در آن زاویهٔ فراز با سرعت باد، تغییر می‌کند.

کنترل اکسترمم با روشهای بهینه‌سازی ارتباط دارد. بسیاری از نظریات در این زمینه از روشهای بهینه‌سازی عددی نتیجه شده است. در دهه‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ توجه بسیاری به کنترل اکسترمم جلب و تعدادی محصولات تجاری نیز به بازار ارائه شد. برای نمونه، اوّلین سیستمهای کنترل کامپیوتری که در فرایندهای صنعتی به کار رفت، با انگیزه بهینه‌سازی نقاط مرجع کنترلگرها نصب شد. به دلیل مشکلاتی که در پیاده‌سازی کنترلگرهای بهینه وجود داشت، علاقه به این مقوله بتدریج کاهش یافت. به علاوه مشکلات بزرگی در زمینهٔ یافتن مدلهای مناسبِ فرایند، وجود دارد. با پیشرفت کامپیوتر، دوباره نگاهها به کنترل اکسترمم و ترکیب آن با کنترل تطبیقی معطوف شد. همچنین افزایش بازده فرایند، می‌تواند در هزینه‌های مواد خام و انرژی صرفه‌جویی چشمگیری داشته باشد.

شکل ۱۳ ـ ۶ نمودار بلوکی سادهٔ سیستم کنترل اکسترمم را نشان می‌دهد. فرایند را می‌توان در حلقه ـ باز یا حلقه ـ بسته قرار داد (همانطور که در شکل نشان داده شده است).

1. Extremum Control 2. Ignition Angle 3. Kaplan

www.powerjam.ir



شکل ۱۳ ـ ۶ نمودار بلوکی ساده از سیستم کنترل اکسترمم

مهمترین ویژگی این سیستم آن است که فرایندِ تحت کنترل، غیر خطی فرض می‌شود، به طوری که حداقل، عملکرد سیستم، تابعی غیر خطی از سیگنال مرجع است. هدف الگوریتم جستجوگر، این است که علی‌رغم تغییرات فرایند و یا تأثیر اغتشاش، خروجی را تا حدّ ممکن نزدیک به نقطهٔ اکسترمم نگه دارد. خروجی مورد استفاده در الگوریتم جستجوگر، برخی اندازه‌گیریهای مربوط به عملکرد سیستم (به عنوان مثال بازدهی سیستم) است. رگولاتورهای معمولی نیز می‌توانند از این سیگنال استفاده کنند، امّا به طور معمول رگولاتور از دیگر خروجیهای فرایند استفاده می‌کند.

مدلها

سیستمهای کنترل اکسترمم الزاماً غیر خطی هستند. بنابراین چگونگی مدلسازی فرایند در این سیستمها از اهمیت زیادی برخوردار است. در بسیاری از بررسیهای مربوط به سیستمهای کنترل اکسترمم، فرض می‌شود این سیستمها استاتیک هستند. این فرض، وقتی می‌تواند درست باشد که زمان بین تغییرات مقدار مرجع به اندازهٔ کافی طولانی باشد. برای سیستمهای استاتیک، امکان استفاده از بسیاری از روشهای عددیِ بهینه‌سازی وجود دارد. یک توصیف نوعی از فرایند، به صورت ذیل است:

$$y(t) = f(u(t), \theta, t) \qquad (۲ ـ ۱۳)$$

که در آن f تابعی غیر خطّی و θ بردار پارامترهای مجهول است که ممکن است با زمان تغییر کند.

اگر فرایند دارای دینامیک باشد، عملکرد سیستم ممکن است پیش از انجام اندازه‌گیری بعدی در حالت تعادل جدیدی قرار نگیرد. این موضوع، اثر متقابلی را در سیستم کنترل ایجاد می‌کند که ممکن است ادارهٔ آن، مشکل باشد. آثار دینامیک، پیچیدگی سیستم را به نحو بارزی افزایش می‌دهد.

www.powerjam.ir

در بسیاری از کاربردها، یافتن مدلهای مناسب و تعیین طبیعت دقیق عوامل غیر خطّی، بسادگی امکان‌پذیر نیست. بنابراین ممکن است ترکیب قابلیت تطبیق و کنترل اکسترمم مناسب باشد. یک روشِ ساده‌سازی شناسایی مدل غیر خطیِ مجهول، آن است که فرض کنیم فرایند را می‌توان به یک قسمت استاتیکی غیرخطی و یک قسمت دینامیکی خطی تقسیم کرد. اگر عاملِ غیر خطی از قسمت خطی پیشی گیرد یا آن را دنبال نماید، مدلهایی با خواص مختلف به دست می‌آید. پیچیدگی مسأله همچنین به این موضوع بستگی دارد که کدامیک از متغیّرهای فرایند را می‌توان اندازه‌گیری کرد. یک نوع خاص مدل، که در سیستمهای کنترل اکسترمم استفاده شده، *مدل هامرستین*[1] نامیده می‌شود. یک مدل زمان ـ گسستهٔ نوعی، به صورت ذیل است:

$$A(q)y(t)= B(q)f(u(t)) \qquad (۳-۱۳)$$

که در آن f تابعی غیر خطی (نوعاً یک چند جمله‌ای)، است.

اثر عمدهٔ عامل غیرخطیِ ورودی این است که موجب اِعمال محدودیت بر مقادیر ورودیِ قسمت خطّی می‌شود؛ بنابراین مسألهٔ کنترل غیر خطّی را می‌توان به صورت یک مسألهٔ کنترل خطّی، با محدودیتهای ورودی بیان کرد. حالتی که عامل غیرخطی، در خروجی باشد، ممکن است واقعی‌تر باشد، امّا حلّ آن، مشکلتر است.

کنترل اکسترمم سیستمهای استاتیک

نخستین سیستمهای کنترل اکسترمم براساس پیاده‌سازی آنالوگ بنا شده بود. یکی از روشهای بهینه‌سازی، روش آشفتگی نامیده می‌شود. ایدهٔ اصلی این روش، آن است که یک سیگنال معلوم متغیر با زمان را به قسمت غیر خطی اِعمال کرده، خروجی را مشاهده و نوعی همبستگی بین این دو سیگنال ایجاد می‌کنیم با محاسبهٔ اختلاف فاز بین ورودی و خروجی، می‌توان تعیین کرد که اکسترمم در کدام جهت است. از روش آشفتگی، برای مثال در کنترل اکسترمِم راکتورهای شیمیایی، موتورهای احتراقی و کوره‌های گازی استفاده شده است.

کنترل اکسترمم سیستمهای استاتیک با با پیاده سازیهای معادلهٔ (۱۳ ـ ۲) در حقیقت یک مسألهٔ بهینه‌سازی عددی است. با پیاده‌سازیهای آنالوگ، روشهای موجود چندان کارساز نبود امّا

1. Hammerstein Model

www.powerjam.ir

اگر کامپیوتر دیجیتال در دسترس باشد، می‌توان از الگوریتمهای متداول برای کمینه‌سازی تابع استفاده کرد. معمولاً فقط امکان اندازه‌گیری مقادیر تابع وجود دارد و مشتقات آن از این رو کمینه کردن تابع را می‌توان با استفاده از محاسبهٔ عددی مشتقات انجام داد. در بعضی روشها که فقط از مقایسهٔ تابع استفاده می‌شود امکان کمینه‌سازی توابع ناهموار نیز وجود دارد.

معمولاً نویز، اندازه‌گیریهای عملکرد را مخدوش می‌کند. بنابراین لازم است به نحوی اثر نویز را از بین برد. از این رو لازم است بهرهٔ الگوریتم بهینه‌سازی به سمت صفر میل کند. اما اگر اکسترمم با زمان تغییر کند، نباید بهره صفر شود. این همان مصالحه‌ای است که در خصوص تنظیم و کنترل تطبیقی مطرح شد.

در اکثر روشهای کنترل اکسترممِ سیستمهای استاتیکی، اطلاعات عوامل غیر خطی ذخیره نمی‌شود. «حالتهای» الگوریتمها در واقع همان تخمین جاری نقطهٔ بهینه و بعضی از اندازه‌گیریهای قبلی است. با استفاده از یک مدل و شناسایی سیستم، امکان استفاده مناسبتر از اندازه‌گیریهای سیستم و دنبال کردن تغییرات زمانیِ فرایند وجود دارد.

کنترل اکسترمم سیستمهای دینامیکی

اگر دینامیکی در فرایند موجود باشد، لازم است آن را به هنگام انجام بهینه‌سازی در نظر گرفت. در غیراین‌صورت اثر متقابل و همبستگی بین اندازه‌گیریهای مختلف عملکرد، الگوریتمهای بهینه‌سازی را دچار مشکل خواهد کرد. امکان دیگری که پیش از این، مطرح شد، آن است که باید تا از بین رفتن تغییرات گذرا صبر کرد و سپس تغییرات بعدی را ایجاد نمود. البته این کار باعث افزایش زمان همگرایی می‌شود، خصوصاً اگر فرایند دارای ثابتهای زمانی بزرگ باشد. راه دیگر برای حلّ مشکل آن است که از مدل دینامیکی غیر خطی برای بهینه‌سازی استفاده کنیم. یک مثال، مدل هامرستین به صورت ذیل است:

$$A(q)y(t) = b_0 + B_1(q)u(t) + B_2(q)u^2(t) + C(q)e(t) \qquad (۴-۱۳)$$

که دارای یک ورودی غیر خطی مرتبهٔ دوم است. علت اصلی متداول بودن این مدل آن نیست که تصویر خوبی از واقعیت را ارائه می‌دهد، بلکه آن است که نسبت به پارامترها، خطی است. پارامترهای این مدل را می‌توان به عنوان مثال به روش حداقل مربعات بازگشتی، تخمین زد. پاسخ استاتیکی بین ورودی و خروجی بدین صورت است:

$$A(1)y_0 = b_0 + B_1(1)u_0 + B_2(1)u_0^2$$

www.powerjam.ir

حال می‌توان از روشهای بهینه‌سازی استاتیکی، که در چند سطر قبل، توضیح داده شد، استفاده کرد. همچنین توجه کنید که هسیان[1] و گرادیان بسادگی محاسبه شده، باعث افزایش سرعت همگرایی می‌شوند.

نتایج

زمینهٔ کنترل اکسترمم، هنوز به اندازهٔ کافی رشد نکرده است. مشکلات عمده بر سر این راه، مدلسازی فرایند و عوامل غیر خطی است. به طور کلّی تحلیل سیستمهای کنترل غیر خطی برای بهینه‌سازی، خصوصاً وقتی که اغتشاش اتفاقی مؤثر بر سیستم وجود داشته باشد، کار بسیار مشکلی است. کنترل اکسترمم با کنترل دوگان (که در فصل هفتم مطرح شد)، نیز ارتباط دارد. ترکیب روشهای جستجوی اکسترمم با کنترل تطبیقی، از اهمیت عملی بسیاری برخوردارند، زیرا حتّی پیشرفت کوچکی در بهبود عملکرد می‌تواند باعث صرفه‌جویی زیادی در مصرف انرژی و مواد خام شود. کنترلگرهای اکسترمم تجاری نیز موجودند.

۱۳ ـ ۴ سیستمهای کنترل خبره

همهٔ سیستمهای کنترل عملی، شامل نظریات بدون اثبات دقیق هستند. این موضوع به عنوان منطقی حول الگوریتم کنترل پایه خودنمایی می‌کند. سیستمهای تطبیقی دارای نظریات اثبات نشده بسیاری در منطق ایمنی است. سیستمهای خبره، ساختار این ایمنی را در سیستم کنترل امکان‌پذیر می‌کنند. اگر راه خوبی برای ادارهٔ منطق بدون اثبات دقیق وجود داشته باشد ممکن است بتوان سیستمهای کنترل پیچیده‌تری را به وجود آورد که دارای چند الگوریتم مختلف باشند، مثلاً می‌توان تنظیم‌گرهای خودکار و الگوریتمهای تطبیقی دارای خواص مکمل راترکیب کرد. تنظیم‌گر خودکار نیاز به اطلاعات قبلی کمی دارد. این روش کنترل، بسیار مقاوم است و می‌تواند پارامترهای خوبی را برای یک قانون کنترل ساده تولید کند. رگولاتورهای تطبیقی می‌توانند پیچیده‌تر بوده، لیکن عملکرد بهتری ارائه دهند. از آنجا که آنها بر اساس روشهای گرادیان محلی کار می‌کنند، اگر حدسهای اولیهٔ قابل قبولی از مرتبهٔ سیستم، دورهٔ تناوب نمونه‌برداری و پارامترها در اختیار باشد، می‌توانند پارامترهای رگولاتور را برای حصول یک سیستم حلقه ـ بسته با عملکرد بسیار خوب تنظیم کنند. البته اگر حدسهای اولیه زیاد به واقعیت نزدیک نباشند الگوریتمهای تطبیقی بخوبی کار نمی‌کنند و با داده‌های اولیهٔ

1. Hessian

www.powerjam.ir

ضعیف ممکن است حتی باعث ناپایداری سیستم حلقه ـ بسته شوند. این موضوع باعث توسعهٔ منطق ایمنی شد، که در فصلهای یازدهم و دوازدهم مطرح شده است.

سیستمهای خبره

یکی از اهداف سیستمهای خبره، ایجاد مدلهای کامپیوتری برای حل مسائل است که البته با مدلسازی فیزیکی و تخمین پارامترها متفاوت است. یک سیستم خبره، سعی می‌کند دانش و روشهای مورد استفادهٔ یک انسان خبره را در حل مسائل در یک حوزهٔ خوش تعریف، مدل کند. بیان دانش، مبحثی کلیدی در سیستمهای خبره است. راههای مختلفی مانند: حساب گزاره‌های مرتبهٔ اول (منطق)، نمایشهای روندی، شبکه‌های زبانی[1]، سیستمهای یا قواعد تولید و چهارچوبها برای این منظور بررسی شده است. یک سیستم خبرهٔ مبتنی بر دانش[2] دارای سه قسمت اساسی است: پایگاه دانش، مکانیزم استنتاج و یک رابط کاربر.

پایگاه دانش: پایگاه دانش، شامل قواعد و داده‌هاست. داده‌ها را می‌توان به دو دستهٔ *حقایق* و *اهداف* تقسیم کرد. به عنوان مثال برای حقایق می‌توان جملاتی از این قبیل عنوان کرد: «سیستم پایدار به نظر می‌رسد»، «کنترل PI، کافی است» یا « انحرافها، نرمال است». اهداف نیز جملاتی هستند مانند: «تغییرات خروجی را کمینه کن»، «بررسی کن آیا جدول بهره لازم است یا خیر» یا «یک جدول بهره پیدا کن». داده‌ها توسط کاربر یا براساس سیستم جمع‌آوری اطلاعات زمان حقیقی تأمین می‌شود. حقایق جدید را می‌توان با استفاده از قواعد نیز به‌وجود آورد. پایگاه قواعد، شامل قواعد تولید از این نوع است: «*اگر* مقدّم، *آنگاه* نتیجه، اقدام به *انجام* عمل» مقدّم، حقایق و یا اهداف پایگاه داده را بیان می‌کند. نتیجه را می‌توان به صورت حقیقتی جدید به پایگاه داده‌ها افزود و یا به شکل تصحیحی از یک حقیقت موجود نشان داد. عمل می‌تواند فعال کنندهٔ یکی از الگوریتمهای عیب‌یابی، کنترل یا تخمین باشد. این اعمال با اعمال سیستمهای خبرهٔ متداول متفاوت است. پایگاه قواعد اغلب به صورت گروهها یا منابع دانش است که شامل قواعدی دربارهٔ یک هدف است. این کار، جستجو را ساده می‌کند. در کاربرد کنترل، قواعد، بیانگر اطلاعاتی دربارهٔ مسألهٔ کنترل و تخمین است که در داخل سیستم قرار گرفته است. این موضوع ساختار مناسب الگوریتمها، اطلاعات داوری دربارهٔ موقع کاربرد آنها و نظارت و تشخیص اشکال سیستم را نتیجه می‌دهد. قواعد را مهندس اطلاعات، از طریق سیستم جمع‌آوری اطلاعات بیان می‌کند که در کار نوشتن و آزمایش قواعد کمک می‌کند.

1. Semantic Networks
2. Knowledge - Based Expert System

www.powerjam.ir

مکانیزم استنتاج: مکانیزم استنتاج، قواعد را برای رسیدن به نتایج یا رسیدن به اهداف، پردازش می‌کند. براساس یک راهبرد، این مکانیزم همهٔ قواعد را بررسی کرده، مطابق شرایط کنونی حقایق و اهداف موجود پایگاه داده‌ها به تصمیم‌گیری برای انتخاب قواعد تولید بعدی اقدام می‌کند. راهکارهای مختلفی مانند زنجیر پیشرو[1] یا زنجیر پسرو[2] وجود دارد. در راهبرد زنجیر پیشرو، هدف، رسیدن به همه نتایج از یک مجموعهٔ مقدمات معلوم است. این برای یک فرایند مبتنی برداده معمول است. امّا در راهبرد زنجیر پسرو، قوانین به طور معکوس تعقیب می‌شوند که معلوم شود آیا هدفی وجود دارد که توسط مقدمات کنونی برآورده شود. این، برای مسأله عیب‌یابی معمول است. کار جستجو را می‌توان به طرق مختلفی مانند: عمق ـ اوّل یا عرض ـ اوّل انجام داد. روشهای دیگری نیز وجود دارد که بسته به سادگی یا پیچیدگی قوانین، ترتیب جستجو را تعیین می‌کند. برای اتّخاذ روشهای جستجوی مؤثر، مناسب است که پایگاه قواعد را براساس موضوعات مربوط، دسته‌بندی کنیم. اگر قواعد به این ترتیب منظم شود، برای یک سیستم، امکان تمرکز بر یک مجموعه از قواعد در شرایط معیّن وجود دارد. این عمل می‌تواند، کارایی جستجو را افزایش دهد.

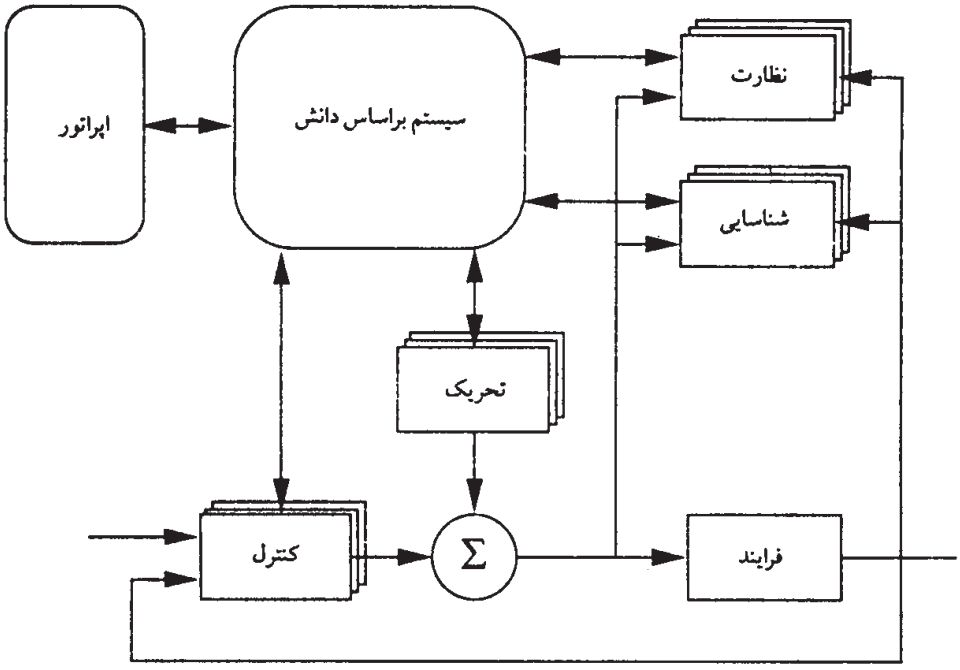
رابط کاربر: رابط کاربر را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد: بخش اول عبارت است از پشتیبانی توسعه که سیستم در اختیار قرار می‌دهد. این بخش شامل ابزاری مانند ویراستار قواعد و جستجوگر قواعد برای توسعهٔ پایگاه دانش است. بخش دوم عبارت است از رابط کاربر زمان ـ اجرا. این قسمت، شامل وسایلی است که این امکان را در اختیار قرار می‌دهد که بپرسیم چگونه یک حقیقت، منتج شده، چرا یک الگوریتم تخمین خاص در حال اجرا است و غیره. همچنین امکان تعقیب چگونگی اجرای قواعد وجود دارد. رابط کاربر می‌تواند مجهز به امکان ارتباط با زبان انسان نیز باشد.

کنترل خبره

ایدهٔ کنترل خبره آن است که مجموعه‌ای از الگوریتمهای مختلف کنترل، نظارت و تطبیق وجود داشته باشد به طوری که همه، به وسیلهٔ یک سیستم خبره اداره شوند. نمودار بلوکی چنین سیستمی در شکل ۱۳ ـ ۷ نشان داده شده است. از مقایسهٔ این نمودار با شکل ۱ ـ ۱۹، در می‌یابیم که این سیستم، توسعهٔ طبیعیِ رگولاتور خود تنظیم است. با این تفاوت که در اینجا چند الگوریتم تخمین و کنترل به جای یک الگوریتم وجود دارد. همچنین الگوریتمهایی برای

1. Forward Chaining
2. Backward Chaining

www.powerjam.ir



شکل ۱۳ ـ ۷ یک سیستم کنترل خبره مبتنی بر پایگاه دانش

عیب‌یابی و تحریک و جدولهایی برای ذخیره‌سازی داده‌ها وجود دارد. علاوه بر این، سیستم دارای یک سیستم خبره نیز هست که تصمیم می‌گیرد در چه مواقعی یک الگوریتم خاص باید استفاده شود. سیستم خبره شامل دانشی است دربارهٔ الگوریتمهای ویژه و شرایط کاربرد آنها.

در حالت خاصّ که در هر قسمت تنها یک الگوریتم از هر گروه وجود دارد، شکل ۱۳ ـ ۷ را می‌توان به عنوان یک روش خوش ساختار برای پیاده‌سازی منطق ایمنی در یک رگولاتور تطبیقی معمولی، در نظر گرفت. فایدهٔ این حالت آن است که در آن، منطق ایمنی از الگوریتمهای کنترل جدا می‌شود. سود دیگر این حالت آن است که دانش، صریح است و می‌تواند از طریق رابط کاربر بررسی شود.

۱۳ ـ ۵ سیستمهای یادگیر

سیستمهای یادگیر در زمینه‌های هوش مصنوعی[1]، سیبرنتیک[2] و زیست‌شناسی توسعه یافته است. مهمترین هدف در این سیستمها، سعی بر توصیف یا تقلید توانایی یادگیری انسان است. دسترسی به این هدف، به زمان زیادی احتیاج دارد. سیستمهای یادگیری که تاکنون پیاده‌سازی شده سیستمهای ساده‌ای هستند که ارتباط بسیار نزدیکی با کنترل تطبیقی دارند. این سیستمها

1. Artificial Intelligence
2. Cybernetics

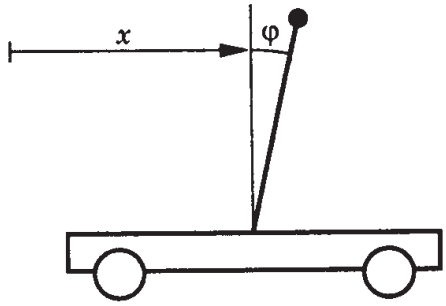
www.powerjam.ir

دارای نامهای بسیاری هستند مانند: شبکه‌های عصبی، مدلهای ارتباطی، مدلهای پردازش گستردهٔ موازی و غیره.

جعبه‌های میشی[1]

این سیستم از بطن کار اولیه بر روی هوش مصنوعی (میشی و چمبرز[2]، ۱۹۶۸) به‌وجود آور که سعی در متعادل نگه داشتن یک پاندول وارونه داشت (شکل ۱۳ ـ ۸ را ببینید). این سیستم دارای چهار متغیر حالتِ φ، $\dot{\varphi}$، x و $\dot{x}$ است که به روشی خام کوانتیزه می‌شوند، به صورتی که پنج سطح برای متغیرهای موقعیت x و φ و سه سطح برای متغیّرهای سرعت $\dot{x}$ و $\dot{\varphi}$ در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، فضای حالت را می‌توان به کمک ۲۲۵ حالت گسسته، توصیف کرد. متغیر کنترل به دو سطح، کوانتیزه می‌شود: نیروی اعمالی به سمت چپ (L) یا نیروی اعمالی به سمت راست (R). قانون کنترل را می‌توان به کمک جدولی دودویی با ۲۲۵ ورودی بیان نمود. در آزمایش، مقادیر اولیهٔ جدول، به طور تصادفی برای نیروهای L و R انتخاب شد. از یک روش سادهٔ امتیازبندی برای بهنگام کردن ورودیهای جدول براساس نتایج اجرای آزمایش استفاده شد. امتیازبندی براساس مدّت زمانی که پاندول به طور قائم ایستاد و تعداد زمانهایی که پاندول در یک حالتِ گسسته بود، انجام گرفت. سیستم توانست پس از یک دورهٔ آموزش ۶۰ ساعته، پاندول را تقریباً به مدت ۲۵ دقیقه به طور قائم نگه دارد. می‌توان جدولی که عمل کنترل را تعریف می‌کند، به صورت منطق زیر بیان کرد:

اگر ارابه در سمت چپ و دور است و ارابه شدیداً در حرکت است و پاندول به سختی در حال افتادن *است* و پاندول در حال نوسان به سمت راست *است*، *آنگاه* نیرو را به سمت راست اعمال کن.



شکل ۱۳ ـ ۸ پاندول وارونه

1. Michies Boxes 2. Chambers

www.powerjam.ir

به همین دلیل، قانون کنترل، *کنترل زبانی*[1] و وقتی این منطق با منطق فازی جایگزین شود، *کنترل فازی*[2] نامیده می‌شود.

الگوریتم آموزش استفاده شده در جعبه‌های میشی، مشابه الگوریتمهایی است که در بازیهای چکرو شطرنج از آنها استفاده می‌شود، با این تفاوت که مسألهٔ پاندول وارونه ساده‌تر از این بازیهاست. اگر از یک معلّم استفاده شود؛ یعنی با اِعمال یک الگوریتم امتیازبندی به آزمایشی که در آن فردی خبره، پاندول را متعادل می‌کند؛ آموزش، سریعتر انجام می‌شود. چنین سیستم یادگیری به وضوح با سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع مربوط است. در اینجا مدل مرجع، همان معلّم است.

پرسپترون

در سیستمی شبیه جعبه‌های میشی، قانون کنترل، تابعی منطقی است که عمل کنترل را به صورت تابعی از الگوهای حسگر در اختیار قرار می‌دهد. این تابع از این نظر که خود را به طور خودکار تنظیم می‌کند، تابعی تطبیقی است. پرسپترون که روزنبلات[3] در سال ۱۹۶۲ آن را مطرح کرد، روشی برای به دست آوردن یک تابع یادگیر است. برای توضیح پرسپترون، فرض کنید u_i، $i = ۱، ۲، ...، n$ ورودیها و y_i، $i = ۱، ۲، ...، n$ خروجیها باشد. خروجی پرسپترون بدین صورت است:

$$y_i(t) = f\left(\sum_{j=۱}^{n} w_{ij}(t)\, u_j(t) - b\right) \qquad i = ۱، ۲، ...، m \qquad (۵ - ۱۳)$$

که در آن w_{ij} مقادیر وزن، b مقدار بایاس و f یک تابع آستانه است که برای مثال بدین صورت تعریف می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} ۱, & x \geq ۰ \\ ۰, & x < ۰ \end{cases}$$

برای بهنگام کردن وزنها، پرسپترون از یک نظریهٔ بسیار ساده که *اصل هب*[4] نامیده می‌شود، استفاده می‌کند: یک الگوی معیّن را به ورودیها اعمال کرده، خروجی را به پاسخ مطلوب مقیّد کنید، آنگاه وزن بین گرههایی را که به طور همزمان تحریک می‌شوند، افزایش دهید.

1. Linguistic Control
2. Fuzzy Control
3. Rosenblatt
4. Hebb's principle

www.powerjam.ir

این اصل در مرجع هب (سال ۱۹۴۹) برای مدل کردن شبکه‌های عصبی فرموله شده است. به طور ریاضی این اصل را می‌توان به صورت ذیل نوشت:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \gamma\, u_i(t)\,(\overset{\circ}{y_j}(t) - y_i(t)) \qquad (۶-۱۳)$$

که در آن $\overset{\circ}{y_j}$ خروجی مطلوب و y_j پاسخ پیش‌بینی شده توسط مدل (۱۳ ـ ۵) است. با در نظر گرفتن وزنها به صورت پارامتر، واضح است که فرمول بهنگام کردن پارامتر (۱۳ ـ ۶) مشابه روش گرادیان در تخمین پارامتر است.

در سال ۱۹۶۰ ویدرو[1] وهاف[2] سخت‌افزار خاصی به نام آدالاین[3] را برای پیاده‌سازی افزاری شبیه پرسپترون طراحی کردند. الگوریتم یادگیر مورد استفادهٔ ویدرو، براساس یک الگوریتم سادهٔ گرادیان، مشابه معادلهٔ (۱۳ ـ ۶)، بود. در افزاری مانند پرسپترون و آدالاین، یادگیری، تعبیری به صورت تنظیم ضرایب یک شبکه دارد. با توجه به این نکته، بخوبی می‌توان ادّعا کرد که یک سیستم تطبیقی مانند MRAS یا STR، جزو سیستمهای یادگیر است. مکانیزمهای تعیین پارامترها نیز مشابه هستند.

یکی از اشکالهای پرسپترون آن است که تنها می‌تواند الگوهایی را که به طور خطی قابل جداسازی هستند، تشخیص دهد. البته به دلیل قابلیتهای اغراق‌آمیز ادعا شده‌ای که نتوانست به تحقق بپیوندد مغضوب واقع شد. مینسکی[4] و پاپرت[5] در سال ۱۹۶۹ کتابی را منتشر کردند که در آن انتقاد زیادی به این روش شده بود. لیکن ایدهٔ طراحی شبکه‌های یادگیر ادامه یافت.

ماشین بولتزمن[6]

ماشین بولتزمن را می‌توان به عنوان حالت کلی‌تر پرسپترون در نظر گرفت. این ماشین به صورت مدل بسیار ساده شده‌ای از یک شبکهٔ عصبی طرّاحی شد. این ماشین، شامل مجموعه‌ای از عناصر است که خروجیهای آن صفر یا یک است. اتّصالاتی که دارای وزنهای مختلف هستند، این عناصر را به یکدیگر مرتبط می‌کنند. خروجی یک عنصر به وسیلهٔ خروجیهای عناصر متصل با آن و وزنهای اتّصالات داخلی تعیین می‌شود. زمان آتش به طور اتفاقی است به طوری که احتمال آتش با جمع وزنی ورودیهای یک عنصر، افزایش می‌یابد. بعضی از عناصر به ورودیها و برخی دیگر به خروجیها وصل می‌شوند و همچنین گرههای داخلی نیز وجود دارد. در یک ماشین بولتزمن، اتصالات، متقارن فرض می‌شود که این امر،

1. Widrow 2. Hoff 3. Adaline 4. Minsky
5. Papert 6. Boltzmann Machine

www.powerjam.ir

محدودیت قابل توّجهی را ایجاد می‌کند.

در پرسپترون اتصالی مستقیم بین ورودیها و خروجی وجود دارد. ماشین بولتزمن ساختار پیچیده‌تری دارد، زیرا می‌تواند گرههای داخلی نیز داشته باشد. این بدان معناست که در این ماشین، اصل هب به طور مستقیم قابل اعمال نیست. توسعهٔ این اصل را که پس *انتشار*[1] نامیده می‌شود، در سال ۱۹۸۶، رومل هارت[2] و مک کلیلند[3] کردند.

انواع گوناگونی از شبکه‌های عصبی وجود دارد. می‌توان دینامیکها را در گرهها مطرح کرد. هاپفیلد[4] مشاهده کرد که وزنها را می‌توان به گونه‌ای انتخاب کرد که شبکه، مسائل خاص بهینه‌سازی را حل کند (هاپفیلد و تانک[5]، ۱۹۸۶).

سخت افزار

یکی از ویژگیهای جذّاب شبکه‌های عصبی آن است که به صورت موازی عمل کرده، می‌تواند در تراشه‌های سیلیکنی پیاده‌سازی شود. استفاده از چنین مدارهایی ممکن است روش جدیدی برای پیاده‌سازی سیستمهای کنترل تطبیقی باشد. یک ویژگی مهم نیز این است که مجتمع کردن شبکه‌ها به همراه حسگرها بسادگی امکان‌پذیر است.

۱۳ ـ ۶ روند آینده

در این قسمت به بررسی مباحث پژوهشی باز و آیندهٔ کنترل تطبیقی می‌پردازیم. یک ویژگی جالب کنترل تطبیقی آن است که می‌توان آن را به صورت یک سیستم اتوماسیونِ مدلسازی و طراحی سیستمهای کنترل بررسی کرد. برای اِعمال یک روش به طور خودکار لازم است درک روشنی از شرایطی که تحت آن، این روش را می‌توان اِعمال کرد، داشته باشیم. به طور ایدئال این درک از مسأله، باید تثبیت گردد. بنابراین تحقیق بر روی کنترل تطبیقی، درک ما را از کنترل و تخمین پارامتر افزایش می‌دهد.

تأثیر بر صنعت

سیستمهای تطبیقی متعددی وجود دارند که از اواسط دههٔ ۱۹۷۰ به‌طور مداوم درحال کار بوده‌اند. محصولات متعددی در اوایل دههٔ ۱۹۸۰ ارائه شد و توسعهٔ آنها از آن زمان شتاب گرفته است. تطبیق هم در کنترلگرهای منظور عام و هم در سیستمهای منظور خاص به‌کار گرفته

1. Back - Propagation
2. Rumelhart
3. Mc Clelland
4. Hopfield
5. Tank

www.powerjam.ir

می‌شود. در عمل همهٔ کنترلگرهای PID که امروزه وجود دارند، دارای قابلیتهایی برای تنظیم و تطبیقند. این قابلیتها حتی در کنترلگرهای سادهٔ دما نیز وجود دارد. مدت بیشتری برای حضور روشهای تطبیقی در سیستمهای گستردهٔ کنترل فرایند طول کشیده، امّا امروزه سیستمهای کنترل گستردهٔ بسیاری با قابلیت تنظیم و تطبیق تهیه می‌شوند. سیستمهای منظور خاصِّ متنوع فراوانی هستند که از تطبیق استفاده می‌کنند. برای مثال نشان داده شده که تطبیق می‌تواند کیفیت سواری خودروها را بهبود بخشد.

به‌طور خلاصه بسیاری از الگوریتمهای تطبیقی بخوبی درک شده‌اند. بینش ما درمورد اینکه چگونه روشهای تطبیقی می‌توانند برای مهندسی بهتر سیستمهای کنترل مورد استفاده قرار گیرند، رو به رشد است. بینش، درک و سخت‌افزار محاسباتی مناسب در دسترس است. احتمال دارد بخش بزرگی از سیستمهای کنترل که در آینده ساخته می‌شوند، دارای تنظیم خودکار یا تطبیق باشند. وقتی استفاده از کنترل تطبیقی گسترده‌تر شود، بدون شک پدیده‌های جالبی که فهم نظری را می‌طلبد نیز مطرح می‌شود. مثلاً اینکه اگر چند کنترلگر تطبیقی به یک فرایند متصل شود چه می‌شود؟ آیا بر هم اثر متقابل می‌گذارند؟ چگونه باید مقادیر اولیهٔ چنین سیستمی را تنظیم کرد؟ بنابراین می‌توان انتظار داشت که توسعه‌های چشمگیری صورت گیرد.

طراحی الگوریتم

چندین مبحث مهم وجود دارد که به طراحی الگوریتم وابسته است. ابزارهای فعلی کنترل تطبیقی فقط از چند الگوریتم موجود استفاده می‌کند. تصور اینکه این بسته‌ها بزرگتر شوند معقول است و به نظر می‌رسد که افزودن تنظیم‌گرهای خودکار به این بسته‌ها مفید است، زیرا تنظیم مقادیر اولیه سیستمها را ساده می‌کند. بنابراین بهبودهای چشمگیری را می‌توان با ابزاری که هم‌اکنون در دسترس است به دست آورد، امّا همواره نیاز به روشهای بهتر نیز وجود دارد. روشهایی که می‌توانند قیود محرّکها و عدم قطعیّت مدل را اداره کنند باارزش خواهد بود. داشتن روشهایی برای تخمین عدم قطعیتهای بی‌ساختار بسیار مفید خواهد بود.

کُدهای عیب‌یاب که بگویند آیا الگوریتم کنترل، همانطور که انتظار می‌رود عمل می‌کند یا خیر، موردنیاز است. چنین الگوریتمهایی برای کنترل حداقل ـ واریانس که در آن کنترل را می‌توان به سادگی با محاسبهٔ کواریانس انجام داد، شناخته شده است. توسعهٔ روشهای مشابه برای شیوه‌های دیگر طراحی سر راست است.

هم از نظر عملی و هم از نظر نظری ثابت شده که استفاده از سیگنال حسگر مفید است. همچنین روشن است اِعمال چنین سیگنالی از طریق نظریهٔ کنترل اتفاقی نیاز به محاسبات

www.powerjam.ir

پیچیده‌ای داشته و عملی نیست. به همین دلیل، یافتن روشهای دیگری برای اِعمال سیگنال حسگر نیازمند تلاشی چشمگیر است. عدهٔ زیادی مخالف اِعمال عمدی این سیگنال هستند. لازم است ذکر شود که در رگولاتوری که خوب تنظیم نشده باشد، انحراف متغیّرهای کنترلی، بیش از حدّ، خواهد بود.

یک روش سیستماتیک برای طراحی و پیاده‌سازی شبکه‌های ایمنی، مبحثی است که ارتباط عملی زیادی دارد. ممکن است سیستمهای خبره در این زمینه مفید باشند.

کنترل تطبیقی چند متغیره

در این کتاب بحث ما بر سیستمهای تک ورودی ـ تک خروجی متمرکز شده بود تا مطالب ساده‌تر بیان شود. امّا پژوهشهای بسیاری در مورد کنترل تطبیقی چند متغیره نیز انجام شده است. بسیاری از نتایج قابل تعمیم است امّا یک مشکل بزرگ وجود دارد. برای سیستمهای تک ورودی ـ تک خروجی این امکان وجود دارد که بتوان یک شکل کانونی خوب برای نمایش سیستم چنان یافت که تنها پارامتر، مرتبهٔ سیستم باشد؛ امّا برای سیستمهای چند متغیره لازم است اندیسهای کرونکر[1] نیز معلوم باشد. این موضوع هم در نظریه و هم در عمل، مشکل است. برای سیستمهای خاصی مانند روباتها، اغلب می‌توان ساختار مناسب را با استفاده از دانش قبلی سیستم به دست آورد.

اکثر سیستمهای کنترل تطبیقی که تاکنون مورد استفاده قرار گرفته‌اند، سیستمهای کنترل تک حلقه‌ای هستند. امّا می‌توان با اتّصالات درونی از طریق پیوندهای پیشخور به سیستمهای تزویجی دست یافت و چنانچه چنین رگولاتورهای در سیستمهای چند متغیره به کار گرفته شود پدیده‌های جالبی رخ خواهد داد. به هر حال تحلیل رفتار چنین سیستمهایی از مسائل جذاب پژوهش خواهد بود.

مباحث نظری

مسائل نظریِ حلّ نشدهٔ بسیاری در زمینهٔ کنترل تطبیقی وجود دارد. برای مثال نتایج خوبی در پایداری روشهای جدولبندی بهره نداریم. همچنین کار بیشتری برای تحلیل آهنگ همگرایی نیاز است. از دیدگاه اصولی‌تر، لازم است قضایای بهتری در مورد میانگین‌گیری مطرح شود. علاوه بر این بسیاری از نتایج فقط بر سیگنالهای متناوب اعمال شده است. این موضوعی

1. Kronecker Indices

www.powerjam.ir

طبیعی است زیرا این نظریه ابتدا برای نوسانهای غیر خطی مطرح شد. مطلوب خواهد بود که نتایجی برای دسته‌های عمومی‌تر سیگنالها داشته باشیم.

مسائل مهم متعددی در کاربردهای مختلف پیش آمده است. یکی از مهمترین آنها طراحی منطق ایمنی مناسب است که معمولاً به طور موردی در هر مسأله انجام می‌شود. همچنین این حقیقت که بیشتر اطلاعات به دلایل رقابتی به صورت انحصاری است، مانع توسعه می‌شود.

۱۳ ـ ۷ نتایج

در این کتاب ما سعی کرده‌ایم به حوزه‌های پیچیده‌ای از کنترل تطبیقی بپردازیم. مباحث پژوهشیِ تثبیت شده بسیار و نقاط سفید زیادی بر روی نقشهٔ کنترل تطبیقی وجود دارد. این مقوله روز به روز در حال پیشرفت است و نظریه‌های جدید همواره در حال مطرح شدن هستند.

به نظر ما کنترل تطبیقی ابزار خوبی است که مهندسان کنترل می‌توانند در بسیاری از موارد از آن استفاده کنند. امیدواریم این کتاب به گسترش استفادهٔ کنترل تطبیقی کمک کند و بعضی از شما را به سوی پژوهش در این زمینه فرا خواند که این کار درک ما را از سیستمهای تطبیقی افزایش خواهد داد.

مراجع

منابع بسیاری دربارهٔ پردازش تطبیقی سیگنال یافت می‌شود. یک مورد ارزشمند مرجع زیر است:

Widrow, B., and S. D. Stearns, 1985. *Adaptive Signal Processing.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

IFAC و IEEE، تلاشهای بین‌المللی بسیاری برای برقراری ارتباط بین حوزه‌های کنترل تطبیقی و پردازش تطبیقی سیگنال انجام داده است. به دانشجویان توصیه می‌شود به این تلاشها توّجه کنند. فیلترهای تطبیقی در مرجع زیر مطرح شده است:

Treichler, J. R., C. R. Johnson, Jr., and M. G. Larimore, 1987. *Theory and Design of Adaptive Filters.* New York: John Wiley & Sons.

استاندارد CCITT در مدولاسیون کدپالس دیفرانسیلی تطبیقی در مرجع زیر آمده:

Jayant, N. S., and P. Noll, 1984. *Digital Coding of Waveforms: Principles and Applications to Speech and Video.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.

www.powerjam.ir

کنترل بهینه در مرجع زیر بیان شده است:

Draper, C. S., and Y. T. Li, 1966. "Principles of optimalizing control systems and an application to the internal combustion engine." In *Optimal and Self-optimizing Control,* ed. R. Oldenburger. Cambridge, Mass.: MIT Press.

مسائل کنترل اکسترمم در مراجع ذیل آمده:

Sternby, J., 1980. "Extremum control systems: An area for adaptive control?" *Preprints of the Joint American Control Conference, JACC.* San Francisco Paper WA2-A.

Lachman, K.-H., 1982. "Parameter adaptive control of a class of nonlinear processes." Proceeding of the 6th IFAC Symposium on Identification and System Parameter, pp. 372-378, Washington D. C.

Wittenmark, B., 1993. "Adaptive control of a stochastic nonlinear system: An example." Int. J. Adapt. Control and Signal Processing **7**: 327-337.

Blackman, P. F., 1962."Extremum-seeking regulators." In *An Expostiton of Adaptive Control,* ed. J. H. Westcott. Oxford, U. K.: Pergamon Press.

مفاهیم کنترل خبره در مرجع زیر مطرح شده است:

Åström, K. J., J. J. Anton, and K. E. Årzén, 1986. "Expert control." *Automatica* **22**(3): 277-286.

توضیحات مفصّلتر در مورد سیستمهای مبتنی بر این ایده در مرجع زیر آمده:

Årzén, K.-E., 1987."Realization of expert system based feedback control." Ph. D. thesis TFRT-1029, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.

مراجع زیر منابع خوبی برای سیستمهای خبره است:

Barr, A., and E. A. Feigenbaum, eds., 1982. *The Handbook of Artificial Intelligence.* Los Altos, Calif.: William Kaufmann.

Hayes-Roth, F., D. Watermann, and D. Lenat, 1983. *Building Expert Systems. Reading, Mass.: Addison-Wesley.*

برنامهٔ باکسس (Boxes) در مرجع زیر توصیف شده است:

Michie, D., and R. Chambers, 1968. "*Boxes: An Experiment in Adaptive*

www.powerjam.ir

Control". In Proceedings of the 2nd Machine Intelligence Workshop, eds. Dale, E., and D. Michie., pp. 137-152. Edinburgh, U. K.: Edinburgh University Press.

منطق فازی در مرجع زیر معّرفی شد:

Zadeh, L. A., 1973. "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes." *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics* SMC-3: 28-44.

در مراجع زیر اولین مثالها در مورد سیستمهای یادگیر معّرفی شده:

Saridis, G. N., 1977. Self-organizing Control of Stochastic Systems. New York: Marcel Dekker.

Fu, K. S., 1968. *Sequential Methods in Pattern Recognition and Machine Learning.* New York: Academic Press.

پرسپترون در مرجع زیر مطرح شده است:

Rosenblatt, F., 1962. *Principles of Neurodynamics.* New York: Spartan Books.

در مرجع زیر انتقادهایی به این موضوع وارد شده:

Minsky, M., and S. Papert, 1969. *Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry.* Cambridge, Mass.: MIT Press.

اصل هِب برای تنظیم وزنهای شبکهٔ عصبی در مرجع زیر مطرح شده:

Hebb, D. O., 1949. *The Organization of Behavior.* New York: Wiley.

شبکهٔ آدالاین در مرجع زیر معّرفی شده است:

Widrow, B., and M.Hoff, 1960. " Adaptive switching circuites." IRE WESCON Convention record, pp. 96-104, Pt 4.

این سیستم در مسائل بسیاری مانند پایدارسازی آونگِ وارونه، به کار رفته است. مثالهایی از شبکه‌های عصبی و برخی از کاربردهای آن در مراجع زیر آمده:

Grossberg, S., 1986. *The Adaptive Brain. I: Cognition, Learning, Reinforcement, and Rhythm, and The Adaptive Brain. II: Vision, Speech, Language, and Motor Control.* Amsterdam: Elsevier/North-Holland.

Kohonen, T., 1984. *Self-organization and Associative Memory.* Berlin: Springer-Verlag.

www.powerjam.ir

Rumelhart, D. E., and J. L. McClelland, 1986. *Parallel Distributed Processing.*, Volumes 1 and 2. Cambridge, Mass.: MIT Press.

این کتابها شامل بسیاری از مراجع و توضیحات دقیق در مورد ماشین بولتزمن است. یکی از کاربردهای جالب ماشین بولتزمن در مرجع زیر بیان شده:

Sejnowski, T., and C. R. Rosenberg, 1986. "NETtalk: A parallel network that learns to read aloud." JHU-EECS-8601, Johns Hopkins University.

شبکهٔ هاپفیلد در مرجع زیر مطرح شده:

Hopfield, J. J., and D. W. Tank, 1986. "Computing with neural circuits: A model." *Science* **233:** 625-633.

روشهای پیاده سازی شبکه‌های عصبی روی سیلیکن و چگونگی مجتمع کردن آنها همراه با حسگرها، در کتابهای ذیل مطرح شده است:

Mead, C. A., 1989. *Analog VLSI and Neural Systems. Reading, Mass.:* Addison-Wesley.

Hecht-Nielsen, R., 1989. *The Technology of Non-Algorithmic Information Processing.* Reading, Mass.: Addison-Wesley.

ایده‌هایی در مورد چگونگی ترکیب تطبیق با شبکه‌های عصبی و روشهای دیگر در سیستمهای کنترل در مرجع زیر آمده است:

White, D. A., and D. A. Sofge, 1992. Handbook of Intelligent Control: Neural, Fuzzy and Adaptive Approaches. New York: Van Nostrand, Reinhold.

www.powerjam.ir

www.powerjam.ir

واژه‌نامهٔ فارسی به انگلیسی

آ	
آدالاین	adaline
آشفتگی ساختاری	structured perturbation
آشفتگیهای سینوسی	sinousoidal perturbation
آشفتگیهای منفرد (تکین)	singular perturbation
آشوب	chaos
آغاز	initialization
اتحاد بزو	Bezout identity
اتوپایلوت تطبیقی	adaptive autopilot
اختتام انتگرالگیر	integrator windup
اختتام بازنشانی	reset windup
اختتام تخمینگر	estimator windup
اختتام	wind up
اختلاط فرکانسی	aliasing
ارتعاش	jitter
اصطکاک کولنی	coulomb friction
اصل مدل درونی	internal model principle
اصلِ هب	Hebb's principle
اصل هم‌ارزی قطعیت	certainty equivalence principle
اطّلاعات قبلی	apriori information
افزودن خطا	error augmentation
افق پیش‌بینی	prediction horizon
اکیداً افزایشی	strictly increasing
اکیداً حقیقی مثبت	strictly positive real
اکیداً غیرفعال خروجی	output strictly passive
اکیداً غیرفعال ورودی	input strictly passive
الگوریتم آمیخته	hybrid algorithm
الگوریتم اقلیدسی	Euclid's algorithm
الگوریتم تصویرگر	projection algorithm
الگوریتم تصویرگر کازمارز	Kaczmarz's projection algorithm

www.powerjam.ir

واژه‌نامهٔ فارسی به انگلیسی

آ	
آدالاین	adaline
آشفتگی ساختاری	structured perturbation
آشفتگیهای سینوسی	sinousoidal perturbation
آشفتگیهای منفرد (تکین)	singular perturbation
آشوب	chaos
آغاز	initialization
اتحاد بزو	Bezout identity
اتوپایلوت تطبیقی	adaptive autopilot
اختتام انتگرالگیر	integrator windup
اختتام بازنشانی	reset windup
اختتام تخمینگر	estimator windup
اختتام	wind up
اختلاط فرکانسی	aliasing
ارتعاش	jitter
اصطکاک کولنی	coulomb friction
اصل مدل درونی	internal model principle
اصلِ هب	Hebb's principle
اصل هم‌ارزی قطعیت	certainty equivalence principle
اطّلاعات قبلی	apriori information
افزودن خطا	error augmentation
افق پیش‌بینی	prediction horizon
اکیداً افزایشی	strictly increasing
اکیداً حقیقی مثبت	strictly positive real
اکیداً غیرفعال خروجی	output strictly passive
اکیداً غیرفعال ورودی	input strictly passive
الگوریتم آمیخته	hybrid algorithm
الگوریتم اقلیدسی	Euclid's algorithm
الگوریتم تصویرگر	projection algorithm
الگوریتم تصویرگر کازمارز	Kaczmarz's projection algorithm

www.powerjam.ir

الگوریتم تصویرگر نرمالیزه normalized projection algorithm

الگوریتم حداقل میانگین مربعات least mean square algorithm

الگوریتم ردّ ـ ثابت constant-trace algorithm

الگوریتم ردّ ـ ثابت تنظیم نشده detuned constant-trace algorithm

الگوریتم علامت ـ علامت sign-sign algorithm

الگوریتم گرادیان gradient algorithm

الگوریتمهای نمونه prototype algotithms

الگو template

انحراف deviation

اندیسهای کرونکر Kronecker indices

انفجار bursting

اوج peak

اهرم عمودی pitch stick

اهرم joy stick

ب

بادسنج anemometer

بازنشانی کواریانس covariance resetting

بازیافت بهره حلقه loop transfer recovery

بالاست ballast

برازش fitting

برج تقطیر distillation column

بُرش truncation

برنامه‌ریزی پویا dynamic programming

بسط به کسرهای جزئی partial fraction expansion

بلوک‌گرا block-oriented

بهرهٔ غایی ultimate gain

بهرهٔ فرکانس high frequency gain

بهرهٔ لحظه‌ای instantaneous gain

بهنگام کردن شرطی conditional updating

بهینه‌سازی درجه دوم quadratic optimization

بیفورکاسیون bifurcation

پ

پاد ساعتگرد counter-clockwise

پارامتریزه کردن یولا youla parametrization

پاسخ حداقل ـ درجه minimum-degree solution

پالسهای انتشار گسترده widely spread pulses

پایداری فراگیر global stability

پایداری ورودی ـ کراندار خروجی ـ کراندار bounded-input bounded-output stability (**BIBO**)

پدیده خاموش شدن turn-off phenomenon

www.powerjam.ir

پردازش تطبیقی سیگنال adaptive signal processing

پرسپترون perceptron

پسخور با بهرهٔ زیاد high gain feedback

پسماند hysteresis

پیاده‌سازی تخمینگر estimator implementation

پیاده‌سازی implementation

پیش بینگر اسمیت Smith predictor

پیش‌بینی تطبیقی adaptive prediction

پیش تنظیم pre-tuning

پیشخور تطبیقی adaptive feedforward

پیشخور خودتنظیم self-tuning feedforward

ت

تابع تلف یک مرحله‌ای one-stage loss function

تابع توصیفی describing function

تابع توصیفی ورودی ـ دوگان dual-input describing function

تابع لیاپانف Lyapunov function

تابع (نیم) معیّن مثبت positive (semi) definite function

تأخیر محاسباتی computational delay

تبدیل گشتاور torque transformation

تبدیل متعامد orthogonal transformation

تبدیل هاوس هولدر Householder transfomation

تبدیل غیرخطّی nonlinear transformation

تبدیل QR QR transformation

تجارب صنعتی industrial experiences

تجزیهٔ دوتایی dyadic decomposition

تجزیهٔ طیفی spectral factorization

تحریک پارامتری parametric excitation

تحریک پایا persistent excitation

تحقیق realization

تخفیف نمایی exponential discounting

تخمین بازگشتی recursive estimation

تخمین بایاس نشده unbiased estimation

تخمین پارامتر parameter estimation

تخمین حداقل مربعات least squares estimation

تخمین حلقه ـ بسته closed-loop estimation

تخمین زمان ـ حقیقی real-time estimation

تخمین مقاوم robust estimation

تخمین estimation

تریستور thyristor

تعادل هماهنگ harmonic balance

تعبیر آماری statistical interpretation

تعبیر هندسی geometric interpretation

تعقیب ـ مدل کامل perfect model-following

www.powerjam.ir

validation	تعیین اعتبار
monic	تکین
minimum control effort	تلاش کنترلی حداقل
probing loss	تلف حس کردن
mobile	تلفن سیّار (همراه)
auto-tuning	تنظیم خودکار
one-button tuning	تنظیم یک دکمه‌ای
trim	تنظیم
tuning	تنظیم
computational power	توان محاسباتی
safety nets	تورهای ایمنی
shutdown	توقف کامل
span	تولید کردن، پدید آوردن
titration	تیتراسیون

ث

piecewise constant	ثابت قطعه‌ای

ج

commute	جابجایی
pole placement	جایابی قطب
minimum-degree pole placement	جایابی قطب حداقل ـ درجه
abstract algebra	جبر مجرد
gain scheduling	جدولبندی بهره
Michie boxes	جعبه‌های میشی
safety jackets	جلیقه‌های ایمنی
squared summable	جمع‌پذیر مربعی
practical aspects	جنبه‌های عملی
universal stabilizers	پایدارسازهای جهانشمول

چ

observer polynomial	چند جمله‌ای رؤیت‌گر
reciprocal polynomial	چند جمله‌ای معکوس

ح

extended least squares	حداقل مربعات تعمیم یافته
recursive maximum likelihood	حداکثر شانس بازگشتی
setpoint limits	حدود نقطهٔ تنظیم
adaptive noise cancellation	حذف تطبیقی نویز
pitch	حرکت عمودی
zirconium oxide catalytic sensor	حسگر کاتالیزوری اکسیدزیرکونیوم
positive real	حقیقی مثبت
domain of attraction	حوزه جذب

خ

augmented error	خطای افزوده
integral time absolute error (ITAE)	خطای مطلق زمان انتگرال

www.powerjam.ir

خطی‌سازی باپسخور feedback linearization

خودتنظیم‌گر زمان ـ پیوسته continuous-time self-tuner

خودتنظیم‌گر جایابی قطب غیرمستقیم indirect pole placement self-tuner

خود رگرسیو auto-regressive

خود کواریانس auto covariance

خوش حالت well posed

د

درون یابی interpolation

دستگاه plant

دنباله‌های دودویی شبه اتفاقی Pseudo-Random Binary sequences (**PRBS**)

دنبالهٔ استورم Sturm sequence

دو دریچه‌ای two-port

دور باطل vicious circle

دوره تناوب غایی ultimate period

دهنی microphone

دینامیک پرواز flight dynamics

دینامیک صفر zero dynamics

دینامیک مدل نشده unmodeled dynamics

ر

انش drift

هانداز drives (motor)

رگرسور regressor

رگولاتور خودتنظیم Self-Tuning Regulator (**STR**)

رگولاتور خودتنظیم خطّی درجهٔ دوم linear quadratic self-tuning regulator

روش جذری square root method

روش گرادیان gradient method

ریزپردازنده microprocessor

ریزکنترلگر microcontroller

ز

زاویه سکان rudder angle

زاویهٔ افروزش ignition angle

زمان مرده dead time

زنجیر پسرو backward chaining

زنجیر پیشرو forward chaining

زیربهینه suboptimal

زین Saddle

س

ساختار کنترلگر controller structure

سازگاری consistency

سره proper

سفارشی ساز tailor-made

سیبرنتیک cybernatics

سیستم تطبیقی با تحریک خارجی externaly excited adaptive system

سیستم خبره مبتنی بر دانش knwledge-baded expert system

www.powerjam.ir

سیستم ساختار متغیّر variable structure system

سیستم ناکمیته فاز nonminimum-phase system

سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع model-reference adaptive system (**MRAS**)

سیستمهای تطبیقی خودنوسانی self-oscillating adaptive system

سیگنال دیتر dither signal

سیگنال آشفتگی perturbation signal

ش

شبکهٔ ایمنی safety network

شبکهٔ عصبی neural network

شرط تحریک exciting condition

شرط تعقیب ـ مدل model-following condition

شروع startup

شکل همراه companion form

شناسایی سیستم system identification

ص

صفر داده ـ نمونه برداری شده حدی limiting sampled-data zero

ض

ضداختتام anti windup

ضریب تخفیف discounting factor

ضریب فراموشی forgetting factor

ضریب لاگرانژ Lagrangian multiplier

ع

عدد کاپا Kappa number

عدم قطعیت مدل بی‌ساختار unstructured model uncertainty

عمل بازنشانی resetting action

عملگر انتقال پسرو backward shift operator

عملگر انتقال پیشرو forward shift operator

عملگر دلتا delta operator

عملگرد دیفرانسیلی differential operator

غ

غلتش roll-off

غلتک والویک Vallvik mill

غلتک rolling mill

غیرفعّال بودن passivity

ف

فاصلهٔ نمونه برداری sampling interval

فرافیلتراژ ultrafilteration

فراموشی جهت‌دار directional forgetting

فراموشی نمایی exponential forgetting

www.powerjam.ir

فرایند گوس ـ مارکوف Gauss-Markov process

فرایند وینر Wiener process

فرایند وینر رانشی drifting Wiener process

فزونی قطب pole-excess

فشردگی لگاریتمی logarithmic compression

فضای توسعه یافته extended space

فوق برازش over fitting

فوق‌پارامتریزاسیون overparametrization

فوق حالت hyperstate

فیلتر از بین برندهٔ اغتشاش disturbance annihilation filter

فیلتراژ تطبیقی adaptive filtering

فیلتر باتروورث Butterworth filter

فیلتر باریک notch filter

فیلتر بسل Bessel filter

فیلتر پس نمونه بردار Postsampling filter

فیلتر پیش نمونه بردار presampling filter

فیلتر تقاطعی transversal filter

فیلتر ضد اختلاط فرکانسی anti-aliasing filter

فیلتر میانگذر band pass filter

فیلتر **ITAE** **ITAE** filter

ق

قاعدهٔ **MIT** **MIT** rule

قاعدهٔ **SPR** **SPR** rule

قضیهٔ بهرهٔ کوچک small gain theorem

قضیهٔ پارسوال Parseval's theorem

قضیهٔ پایداری لیاپانف Lyapunov stabilty theorem

قضیهٔ فیلتراژ کالمن Kalman filtering theorem

قطعی پاره‌ای piecwise deterministic

قواعد تنظیم زیگلر ـ نیکولز Ziegler-Nichols tuning rules

قوام robustness

قیاسی analog

ک

کامپیوترهای بزرگ Main frame

کانون ناپایدار unstable focus

کاهشی decrescent

کشتی باری Cargo ship

کمینه‌سازی معیار صریح explicit criterion minimization

کنترل آب و هوا climate control

کنترل احتراق combustion control

کنترل افق توسعه یافته extended horizon control

کنترل اکسترمم extremum control

کنترل بهره زیاد مقاوم robust high-gain control

کنترل پرواز flight control

کنترل پسخور بهینهٔ حلقه ـ باز open-loop optimal feedback control

www.powerjam.ir

کنترل پیش‌بین تطبیقی adaptive paredictive control

کنترل پیش بین تعمیم یافته generalized predictive control

کنترل پیشخور feedforward control

کنترل تطبیقی اتفاقی stochastic adaptive control

کنترل تطبیقی مقاوم robust adaptive control

کنترل تطبیقی adaptive control

کنترل تک گام به جلو one-step ahead control

کنترل تک ـ گام مقید constrained one-step control

کنترل چند متغیره multivariable control

کنترل حداقل ـ واریانس تنظیم نشده detuned minimum-variance control

کنترل خبره expert control

کنترل خشک کن خمیر کاغذ pulp dryer control

کنترل خودتنظیم ضمنی implicit self-tuning control

کنترل خودسامان self-organizing control

کنترل دما temperature control

کنترل دوگان dual control

کنترل راکتور شیمیایی chemical reactor control

کنترل روبات robot control

کنترل زبانی linguistic control

کنترل غلظت concentration control

کنترل فازی fuzzy control

کنترل گوسی خطّی درجهٔ دوم linear quadratic Gaussian control

کنترلگر افق کاهنده receding-horizon controller

کنترلگر تطبیقی صریح explicit adaptive controller

کنترلگر تطبیقی مستقیم direct adaptive controller

کنترلگر تطبیقی صنعتی industrial adaptive controller

کنترلگر تطبیقی غیرمستقیم indirect adaptive controller

کنترلگر چرخش turning controller

کنترلگر حداقل ـ واریانس تعمیم یافته controller generalized minimum-variance

کنترلگر خودتنظیم صریح explicit self-tuning controller

کنترلگر منطقی قابل برنامه‌ریزی Programmable Logic Controller (**PLC**)

کنترلگر نزدیک بین myopic controller

کنترلگر هم‌ارز قطعی certainty equivalence controller

کنترلگر **PID** **PID** controller

کنترل ماتریس دینامیکی dynamic matrix control

www.powerjam.ir

کنترل متوالی cascade control

کنترل محتاط cautious control

کنترل مُرده نَوش dead beat control

کنترل میانگین ـ متحرک moving-average control

کنترل هوا ـ سوخت air-fuel control

کنترل **pH** **pH** control

کواریانس تجربی empirical covariance

گ

گام به عقب backstepping

گروه‌گرا batch-oriented

ل

لایه مرزی boundary layer

لم باربالات Barbalat's lemma

لم کالمن ـ یاکوبوویچ Kalman-Yakubovich lemma

لم گرونوال ـ بلمن Gronwall-Bellman lemma

لم وارون ماتریس matrix inversion lemma

م

ماتریس بنیادی fundamental matrix

ماتریس سیلوستر Silvester matrix

ماشین بولتزمن Boltzman machine

ماشین شرط‌بندی سکّه‌ای slot machine

ماشین کنترل عددی numerically controlled machine

مانده residue

ماندهٔ تأخّری posterior residual

مجموعه مستوی affine set

محاسبه نمادی simbolic calculation

محدود کردن بهره gain limitation

مدل ابداع innovation model

مدل اتصالی connectionist model

مدل با پاسخ ضربهٔ محدود finite impulse response (**FIR**) model

مدل رگرسیون regression model

مُد لغزشی sliding mode

مدل نوموتو Nomoto model

مدل هامرستین Hammerstain model

مدل **CARIMA** **CARIMA** model

مدولاسیون کدپالس دیفرانسیلی differential pulse code modulation (**DPCM**)

مدول module

مسأله راهزن دو بازو two-armed bandit problem

مسألهٔ طرّاحی مستتر underlying design problem

مسیرنما course gyro

مسیرفاز phase portrait

معادله بلمن Belman equation

www.powerjam.ir

معادله‌دیفرانسیل‌قطعی‌مربوطه associated deterministic differential equation

معادلهٔ تابعی functional equation

معادلهٔ دیوفانتین Diophantine equation

معادلهٔ ماتیو Mathieu equation

مقادیر پیش فرض default values

مقالات تاریخچه‌ای survey papers

مقیاس کردن زمانی time scaling

منطق نظارت supervision logic

میانگین گیری اتفاقی stochastic averging

میانگین گیری averaging

مین روب mine sweeper

ن

ناپایداری ساختاری structural instability

ناحیه عبور passband

ناحیه مرده dead zone

نامساوی شوارتز Schwartz inequality

ناهمبسته uncorrelated

نرخ چرخش turning rate

نرمالیزه کردن normalization

نُرم سوپریمم suprimum norm

نسبت به هم اوّل relatively prime

نشتی leakage

نظریهٔ فلوکوت Floquet theory

نظریهٔ لیاپانف Lyapunov theory

نفرین ابعاد curse of dimensionality

نقطهٔ ثابت هذلولوی hyperbolic fixed point

نقطهٔ محوری pivot point

نگهداری شیار track-keeping

نمایش سیال دیالیز Dialysis Fluid Monitor (**DFM**)

نمایش کنترل سیال Fluid Control Monitor (**FCM**)

نوسان رله‌ای relay oscillation

نوسان سیکلی حدّی limit cycle oscillation

نویز اندازه‌گیری measurement noise

و

واسط (رابط) interface

وزوز chattering

ه

هدایت کشتی ship steering

هسیان Hessian

همبستگی correlation

همپوشانی staggered

همگرایی پارامتر paremeter convergence

همگرایی convergence

هموارسازی تطبیقی adaptive smoothing

هوم hum

ی

یکنوایی monotonous

www.powerjam.ir

واژه‌نامهٔ انگلیسی به فارسی

A

abstract algebra	جبر مجرد
adaline	آدالاین
adaptive autopilot	اتوپایلوت تطبیقی
adaptive control	کنترل تطبیقی
adaptive feedforward	پیشخور تطبیقی
adaptive filtering	فیلتراژ تطبیقی
adaptive noise cancellation	حذف تطبیقی نویز
adaptive prediction	پیش‌بینی تطبیقی
adaptive paredictive control	کنترل پیش‌بین تطبیقی
adaptive signal processing	پردازش تطبیقی سیگنال
adaptive smoothing	هموارسازی تطبیقی
affine set	مجموعه مستوی
air-fuel control	کنترل هوا ـ سوخت
aliasing	اختلاط فرکانسی
analog	قیاسی
anemometer	بادسنج
anti windup	ضداختتام
anti - alaising filter	فیلتر ضد اختلاط فرکانسی
apriori information	اطّلاعات قبلی
associated deterministic differential equation	معادله دیفرانسیل قطعی مربوطه
augmented error	خطای افزوده
auto covariance	خود کواریانس
auto-regressive	خود رگرسیو
auto-tuning	تنظیم خودکار
averaging	میانگین گیری

B

backstepping	گام به عقب
backward chaining	زنجیر پسرو
backward shift operator	عملگر انتقال پسرو

www.powerjam.ir

ballast	بالاست
band pass filter	فیلتر میانگذر
Barbalat's lemma	لم باربالات
batch-oriented	گروه‌گرا
Belman equation	معادله بلمن
Bessel filter	فیلتر بسل
Bezout identity	اتحاد بزو
bifurcation	بیفورکاسیون
block-oriented	بلوک‌گرا
boundary layer	لایه مرزی
bounded-input bounded-output stability (**BIBO**)	پایداری ورودی ـ کراندار خروجی ـ کراندار
bursting	انفجار
Butterworth filter	فیلتر باتروورث

C

Cargo ship	کشتی باری
CARIMA model	مدل **CARIMA**
cascade control	کنترل متوالی
cautious control	کنترل محتاط
certainty equivalence controller	کنترلگر هم‌ارز قطعی
certainty equivalence principle	اصل هم‌ارزی قطعیت
chaos	آشوب
chattering	وزوز
chemical reactor control	کنترل راکتور شیمیایی
climate control	کنترل آب و هوا
closed-loop estimation	تخمین حلقه ـ بسته
combustion control	کنترل احتراق
commute	جابجایی
companion form	شکل همراه
computational delay	تأخیر محاسباتی
computational power	توان محاسباتی
concentration control	کنترل غلظت
conditional updating	بهنگام کردن شرطی
connectionist model	مدل اتصالی
consistency	سازگاری
constant-trace algorithm	الگوریتم ردّ ثابت
constrained one-step control	کنترل تک ـ گام مقید
continuous-time self-tuner	خودتنظیم‌گر زمان ـ پیوسته
controller structure	ساختار کنترلگر
convergence	همگرایی
correlation	همبستگی
coulomb friction	اصطکاک کولنی
counter-clockwise	پاد ساعتگرد
course gyro	مسیرنما
covariance resetting	بازنشانی کواریانس
curse of dimensionality	نفرین ابعاد
cybernatics	سیبرنتیک

www.powerjam.ir

D

dead beat control کنترل مُرده نَوش

dead time زمان مرده

dead zone ناحیه مرده

decrescent کاهشی

default values مقادیر پیش فرض

delta operator عملگر دلتا

describing function تابع توصیفی

detuned constant-trace algorithm الگوریتم ردّ ـ ثابت تنظیم نشده

detuned minimum-variance control کنترل حداقل ـ واریانس تنظیم نشده

deviation انحراف

Dialysis Fluid Monitor (DFM) نمایش سیال دیالیز

differential operator عملگر دیفرانسیلی

differential pulse code modulation (DPCM) مدولاسیون کدپالس دیفرانسیلی

Diophantine equation معادلهٔ دیوفانتین

direct adaptive controller کنترلگر تطبیقی مستقیم

directional forgetting فراموشی جهت‌دار

discounting factor ضریب تخفیف

distillation column برج تقطیر

disturbance annihilation filter فیلتر از بین برندهٔ اغتشاش

dither signal سیگنال دیتر

domain of attraction حوزه جذب

drift رانش

drifting Wiener process فرایند وینر رانشی

drives (motor) راه‌انداز

dual control کنترل دوگان

dual-input describing function تابع توصیفی ورودی ـ دوگان

dyadic decomposition تجزیهٔ دوتایی

dynamic matrix control کنترل ماتریس دینامیکی

dynamic programming برنامه‌ریزی پویا

E

empirical covariance کواریانس تجربی

error augmentation افزودن خطا

estimation تخمین

estimator implementation پیاده‌سازی تخمینگر

estimator windup اختتام تخمینگر

Euclid's algorithm الگوریتم اقلیدسی

exciting condition شرط تحریک

expert control کنترل خبره

explicit adaptive controller کنترلگر تطبیقی صریح

explicit criterion minimization کمینه‌سازی معیار صریح

www.powerjam.ir

explicit self-tuning controller — کنترلگر خودتنظیم صریح

exponential discounting — تخفیف نمایی

exponontial forgetting — فراموشی نمایی

extended horizon control — کنترل افق توسعه یافته

externaly excited adaptive system — سیستم تطبیقی با تحریک خارجی

extremum control — کنترل اکسترمم

F

feedback linearization — خطی‌سازی باپسخور

feedforward control — کنترل پیشخور

finite impulse response (FIR) model — مدل با پاسخ ضربهٔ محدود

fitting — برازش

flight control — کنترل پرواز

flight dynamics — دینامیک پرواز

Floquet theory — نظریهٔ فلوکوت

Fluid Control Monitor (FCM) — نمایش کنترل سیال

forgetting factor — ضریب فراموشی

forward chaining — زنجیر پیشرو

forward shift operator — عملگر انتقال پیشرو

functional equation — معادلهٔ تابعی

fundamental matrix — ماتریس بنیادی

fuzzy control — کنترل فازی

G

gain limitation — محدود کردن بهره

gain schedualing — جدولبندی بهره

Gauss-Markov process — فرایند گوس ـ مارکوف

generalized minimum-variance controller — کنترلگر حداقل ـ واریانس تعمیم یافته

generalized predictive control — کنترل پیش بین تعمیم یافته

geometric interpretation — تعبیر هندسی

global stability — پایداری فراگیر

gradient algorithm — الگوریتم گرادیان

gradient method — روش گرادیان

Gronwall-Bellman lemma — لم گرونوال ـ بلمن

H

Hammerstain model — مدل هامرستین

harmonic balance — تعادل هماهنگ

Hebb's principle — اصلِ هب

Hessian — هسیان

high frequency gain — بهرهٔ فرکانس

high gain feedback — پسخور با بهرهٔ زیاد

Householder transfomation — تبدیل هاوس هولدر

hum — هوم

hybrid algorithm — الگوریتم آمیخته

hyperbolic fixed point — نقطهٔ ثابت هذلولوی

www.powerjam.ir

hyperstate فوق حالت

hysteresis پسماند

I

ignition angle زاویهٔ افروزش

implementation پیاده‌سازی

implicit self-tuning control کنترل خودتنظیم ضمنی

indirect adaptive controller کنترلگر تطبیقی غیرمستقیم

industrid adaptive controller کنترلگر تطبیقی صنعتی

industrial experiences تجارب صنعتی

initialization آغاز

innovation model مدل ابداع

input strictly passive اکیداً غیرفعال ورودی

instantaneous gain بهرهٔ لحظه‌ای

integral time absolute error (ITAE) خطای مطلق زمان انتگرال

integrator windup اختتام انتگرالگیر

interface واسط (رابط)

internal model principle اصل مدل درونی

interpolation درون یابی

ITAE filter فیلتر ITAE

J

jitter ارتعاش

joy stick اهرم

K

Kaczmarz's projection algorithm الگوریتم تصویرگر کازمارز

Kalman filtering theorem قضیهٔ فیلتراژ کالمن

Kalman-Yakubovich lemma لم کالمن ـ یاکوبوویچ

Kappa number عدد کاپا

knwledge-baded expert system سیستم خبره مبتنی بر دانش

Kronecker indices اندیسهای کرونکر

L

Lagrangian multiplier ضریب لاگرانژ

leakage نشتی

least mean square algorithm الگوریتم حداقل میانگین مربعات

least squares estimation تخمین حداقل مربعات

limit cycle oscillation نوسان سیکلی حدّی

limiting sampled-data zero صفر داده ـ نمونه برداری شده حدی

linear quadratic Gaussian control کنترل گوسی خطّی درجهٔ دوم

linear quadratic self-tuning regulator رگولاتور خودتنظیم خطّی درجهٔ دوم

www.powerjam.ir

linguistic control کنترل زبانی

logarithmic compression فشردگی لگاریتمی

loop transfer recovery بازیافت بهره حلقه

Lyapunov stabilty theorem قضیهٔ پایداری لیاپانف

Lyapunov theory نظریهٔ لیاپانف

M

Main frame کامپیوترهای بزرگ

Mathieu equation معادلهٔ ماتیو

matrix inversion lemma لم وارون ماتریس

measurement noise نویز اندازه‌گیری

Michie boxes جعبه‌های میشی

microcontroller ریز کنترلگر

microphone دهنی

microprocessor ریزپردازنده

mine sweeper مین روب

minimum control effort تلاش کنترلی حداقل

minimum-degree pole placement جایابی قطب حداقل ـ درجه

minimum-degree solution پاسخ حداقل ـ درجه

MIT rule قاعدهٔ MIT

mobile تلفن سیّار (همراه)

model-following condition شرط تعقیب ـ مدل

model-following تعقیب ـ مدل

model-reference adaptive system (MRAS) سیستم تطبیقی مدل ـ مرجع

module مدول

monic تکین

monotonous یکنوایی

moving-average control کنترل میانگین ـ متحرک

multivariable control کنترل چند متغیره

myopic controller کنترلگر نزدیک بین

N

neural network شبکهٔ عصبی

Nomoto model مدل نوموتو

nonlinear transformation تبدیل غیرخطّی

nonminimum-phase system سیستم ناکمیته فاز

normalization نرمالیزه کردن

normalized projection algorithm الگوریتم تصویرگر نرمالیزه

notch filter فیلتر باریک

numerically controlled machine ماشین کنترل عددی

O

observer polynomial چند جمله‌ای رؤیت‌گر

www.powerjam.ir

one-button tuning	تنظیم یک دکمه‌ای
one-stage loss function	تابع تلف یک مرحله‌ای
one-step ahead control	کنترل تک گام به جلو
open-loop optimal feedback control	کنترل پسخور بهینهٔ حلقه ـ باز
orthogonal transformation	تبدیل متعامد
output strictly passive	اکیداً غیرفعال خروجی
over fitting	فوق برازش
overparametrization	فوق پارامتریزاسیون

P

pH control	کنترل **pH**
parameter estimation	تخمین پارامتر
parametric excitation	تحریک پارامتری
paremeter convergence	همگرایی پارامتر
Parseval's theorem	قضیهٔ پارسوال
partial fraction expansion	بسط کسرهای جزئی
passband	ناحیه عبور
passivity	غیرفعّال بودن
peak	اوج
perceptron	پرسپترون
perfect model-following	تعقیب ـ مدل کامل
persistent excitation	تحریک پایا
perturbation signal	سیگنال آشفتگی
phase portrait	مسیرفاز
PID controller	کنترلگر **PID**
piecwise constant	ثابت قطعه‌ای
piecwise deterministic	قطعی پاره‌ای
pitch stick	اهرم عمودی
pitch	حرکت عمودی
pivot point	نقطهٔ محوری
plant	دستگاه
pole placement	جایابی قطب
pole-excess	فزونی قطب
positive (semi) definite function	تابع (نیم) معیّن مثبت
positive real	حقیقی مثبت
posterior residual	ماندهٔ تأخّری
presampling filler	فیلتر پیش نمونه بردار
Postsampling filter	فیلتر پس نمونه بردار
practical aspects	جنبه‌های عملی
pre-tuning	پیش تنظیم
prediction horizon	افق پیش‌بینی
probing loss	تلف حس کردن
process Programmable Logic Controller (**PLC**)	فرایند کنترلگرمنطقی قابل برنامه‌ریزی
projection algorithm	الگوریتم تصویرگر
proper	سره
prototype algotithms	الگوریتمهای نمونه

www.powerjam.ir

دنباله دودویی شبه اتفاقی
Pseudo-Random Binary Sequence (**PRBS**)

کنترل خشک کن خمیر کاغذ pulp dryer control

Q

تبدیل **QR** **QR** transformation

بهینه‌سازی درجه دوم quadratic optimization

R

تخمین زمان ـ حقیقی real-time estimation

تحقق realization

کنترلگر افق کاهنده receding-horizon controller

چند جمله‌ای معکوس reciprocal polynomial

تخمین بازگشتی recursive estimation

حداکثر شانس بازگشتی recursive maximum likelihood

مدل رگرسیون regression model

رگرسور regressor

نسبت به هم اوّل relatively prime

نوسان رله‌ای relay oscillation

اختتام بازنشانی reset windup

عمل بازنشانی resetting action

مانده residue

محدودکننده restrictor

کنترل تطبیقی مقاوم robust adaptive control

تخمین مقاوم robust estimation

کنترل بهره زیاد مقاوم robust high-gain control

قوام robustness

غلتش roll-off

غلتک rolling mill

زاویه سکان rudder angle

S

زین Saddle

جلیقه ایمنی safety jacket

تور ایمنی safety net

شبکهٔ ایمنی safety network

فاصلهٔ نمونه برداری sampling interval

نامساوی شوارتز Schwartz inequality

کنترل خود سامان self-organizing control

سیستم تطبیقی خودنوسانی self-oscillating adaptive system

پیشخور خودتنظیم self-tuning feedforward

رگولاتور خودتنظیم Self-Tuning Regulator (**STR**)

حدود نقطهٔ تنظیم setpoint limits

هدایت کشتی ship steering

توقف کامل shutdown

الگوریتم علامت ـ علامت sign-sign algorithm

www.powerjam.ir

survey papers	مقالات تاریخچه‌ای
system identification	شناسایی سیستم

T

tailor-made	سفارشی ساز
temperature control	کنترل دما
template	الگو
thyristor	تریستور
time scaling	مقیاس کردن زمانی
titration	تیتراسیون
torque transformation	تبدیل گشتاور
track-keeping	نگهداری شیار
transversal filter	فیلتر تقاطعی
trim	تنظیم
truncation	بُرش
tuning	تنظیم
turn-off phenomenon	پدیده خاموش شدن
turning controller	کنترلگر چرخش
turning rate	نرخ چرخش
two-armed bandit problem	مسأله راهزن دو بازو
two-port	دو دریچه‌ای

U

ultimate gain	بهرهٔ غایی
ultimate period	دوره تناوب غایی
ultrafilteration	فرافیلتراژ
Silvester matrix	ماتریس سیلوستر
simbolic calculation	محاسبه نمادی
singular perturbation	آشفتگیهای منفرد (تکین)
sinousoidal perturbation	آشفتگیهای سینوسی
sliding mode	مُد لغزشی
slot machine	ماشین شرط‌بندی سکّه‌ای
small gain theorem	قضیهٔ بهرهٔ کوچک
Smith predictor	پیش بینگر اسمیت
span	تولید کردن، پدید آوردن
spectral factorization	تجزیهٔ طیفی
SPR rule	قاعدهٔ **SPR**
square root method	روش جذری
squared summable	جمع‌پذیر مربعی
staggered	همپوشانی
startup	شروع
statistical interpretation	تعبیر آماری
stochastic adaptive control	کنترل تطبیقی اتفاقی
stochastic averging	میانگین گیری اتفاقی
strictly increasing	اکیداً افزایشی
structural instability	ناپایداری ساختاری
structured perturbation	آشفتگی ساختاری
Sturm sequence	دنبالهٔ استورم
suboptimal	زیربهینه
supervision logic	منطق نظارت
suprimum norm	نُرم سوپریمم

www.powerjam.ir

unbiased estimation تخمین بایاس نشده

uncorrelated ناهمبسته

underlying design problem مسألهٔ طرّاحی مستتر

universal stabilizers پایدارسازهای جهانشمول

unmodeled dynamics دینامیک مدل نشده

unstable focus کانون ناپایدار

unstructured model uncertainty عدم قطعیت مدل بی‌ساختار

V

validation تعیین اعتبار

Vallvik mill غلتک والویک

variable structure system سیستم ساختار متغیّر

vicious circle دور باطل

W

well posed خوش حالت

widely spread pulses پالسهای انتشار گسترده

Wiener process فرانید وینر

wind up اختتام

Y

youla parametrization پارامتریزه کردن یولا

Z

zero dynamics دینامیک صفر

Ziegler-Nichols tuning rules قواعد تنظیم زیگلر ـ نیکولز

zirconium oxide catalytic sensor حسگر کاتالیزوری اکسیدزیرکونیوم

www.powerjam.ir

فهرست نویسندگان

A

Ackermann, J. , ۴۶

Alam, M. A. , ۶۷۱

Allison, B. J. , ۶۷۲

Alster, J. , ۴۶۵

Amsle, B. E. , ۵۵۳

Anderson, B. D. O. , ۴۳۰ , ۴۵

Annaswamy, A. M. , ۴۳۰ , ۴۲۸ , ۴۵

Anton, J. J. , ۶۹۷

Arnold, V. I. , ۴۲۹

Ash, R. H. , ۴۸۳

Athans, M. , ۴۷ , ۴۲۹

Årzén, K. –E. , ۶۹۷

Åström, K.J. ۴۵ , ۴۶ , ۱۶۶ , ۱۶۴ , ۲۲۳, ۲۲۴ , ۲۲۷ , ۲۲۸ , ۴۲۹ , ۴۳۱ , ۴۳۲ , ۴۶۲, ۴۶۳ , ۴۶۴ , ۴۶۶ , ۴۸۴ , ۵۲۰ , ۵۵۳ , ۶۱۶, ۶۱۷ , ۶۷۱ , ۶۷۲ , ۶۷۳ , ۶۹۷

Atherton, D. P. , ۵۵۳

B

Bar-shalom, Y. , ۴۶۳ , ۴۶۵

Barnett, S. , ۲۲۸

Barr, A. , ۶۹۷

Belanger, P.R. , ۴۶۵

Bellman, R. , ۴۴ , ۴۲۹

Bengtsson, G. , ۶۷۲

Bertsekas, D. , ۴۶۳

Bierman, G. J. , ۱۰۶ , ۶۱۷

Billings, S. A. , ۴۵ , ۶۷۱

Bitmead, R. R. , ۴۵ , ۲۲۶ , ۴۳۰

Blackman, P. F. , ۶۹۷

Blankinship, W. A. , ۱۶۶

Bode, H. W. , ۴۷ , ۵۵۱

Bodson, M. , ۴۵, ۱۰۷, ۴۲۹

Bogoliubov, N. N. , ۴۲۹

Bohlin, T. , ۴۶۴

Böhm, J. , ۲۲۸

Borisson, U. , ۲۲۵

Braun, L. , ۴۴

Bristol, E. H. , ۶۷۱

Brockett, K. K. , ۵۱۹

Butchart, R. L. , ۳۲۳

C

Cadorin, D. , ۴۶۵

Caines, P. E. , ۴۲۷

Chambers, R. , ۶۹۷

Cheetham, W. J. , ۶۷۲

Chen, H.–F. , ۴۲۸

Clark, D. , ۲۲۸ , ۴۳۱

Clarke, D. W. ۲۲۴, ۲۲۶, ۲۲۷, ۲۲۸, ۶۱۶

Cohen, G. H. ۴۸۴

Collins, W. D. ۵۵۴

Coon, G. A. ۴۸۴

Culter, C. R. , ۲۲۵

D

Dale, E. ۶۹۸

Datta, A. ۴۵

De Keyser, R. M. C. , ۲۲۵

Decaulne, P. ۵۵۳

Desoer, C. A. , ۳۲۵

Desphande, P. B. ۴۸۳

Dorato, P. ۴۴

www.powerjam.ir

Doyle, J. C. ۴۷, ۵۵۲
Draper, C. S. ۶۹۷
Draper, N. R. ۱۰۵
Dugard, L. , ۲۲۵

E
Edgar, T. F. ۴۵, ۶۷۱
Edmunds, J. M. ۱۰۵, ۱۶۷, ۲۲۵
Egardt, B. ۱۶۷, ۴۲۸, ۶۷۲
Elevitch, C.
Elliott, H. , ۲۲۵
Emelyanov, S. V. ۵۵۳
Eriksson, J. ۵۲۰, ۶۷۳

F
Filippov, A. F. , ۵۴۲
Flügge-Lotz, I. , ۵۲۹
Fortescue, T. R. ۱۰۶
Francis, B. A. ۴۷
Fu, K. S. , ۶۹۸

G
Garcia, C. E. ۲۲۶
Gawthrop, P. J. ۴۵, ۱۶۷, ۲۲۴, ۴۲۷
Gelb, A. ۵۵۲
Gentleman, W. M. ۶۱۷
Gevers, M. ۲۲۶
Gille, J. C. ۵۵۳
Gold, B. ۶۱۷
Goodwin, G. C. ۴۵, ۱۰۵, ۱۶۷, ۲۲۴, ۲۲۵, ۴۲۷, ۴۳۰, ۴۶۵, ۶۱۶
Gorozdos, R. E. ۵۵۳
Gough, N. E. ۵۵۴
Greco, C. ۲۲۷
Gregory, P. C. ۴۴
Grimble, M. J. ۲۲۷
Grossberg, S. ۶۹۸
Guckenheimer, J. ۴۲۷, ۴۲۹
Gunnarsson, S. , ۱۰۸, ۶۱۸
Guo, L. ۴۲۸
Gupta, L. ۴۴
Gustafsson, I. , ۱۰۵

H
Hagander, P. ۴۳۲
Hahn, W. , ۳۲۵
Hale, J. K. ۴۲۹
Halousková, A. ۲۲۸
Hang, C. C. ۴۸۵, ۶۷۲
Hanson, R. J. , ۱۰۶
Harris, C. J. ۱۰۶
Hayes-Roth, F. , ۶۹۷
Haykins, S. ۶۹۷
Hebb, D. O. ۶۹۸
Hecht-Nielsen, R. , ۶۹۹
Helmersson, A. ۴۶۴
Hill, D. J. ۴۳۰, ۶۱۶
Ho, W. K. ۴۸۵, ۶۷۲
Hoff, M. ۶۹۸
Holmes, P. ۴۲۷, ۴۲۹
Holst, J. ۴۳۲
Hopfield, J. J. ۶۹۹
Hughes, D. R. ۴۶۴
Hunt, L. R. ۵۱۹, ۵۲۰
Hägglund, T. , ۱۰۶, ۴۸۴, ۴۸۵, ۵۵۳,

I
Ioannou, P. A. , ۴۵ , ۴۳۰
Irving, E. , ۱۰۶
Isermann, R. , ۱۰۶
Isidori, A. , ۵۲۰
Ismail, Z. M. , ۵۲۰
Itkis, U. , ۵۵۴

www.powerjam.ir

J

Jackobs, O. L. R. , ۴۶, ۴۶۴
Jayant, N. S. , ۶۹۶
Ježek, J. , ۱۶۶
Johansson, R. , ۱۰۵ , ۲۲۵ , ۴۳۲
Johnson, C. R. , ۴۵ , ۴۳۰ , ۶۹۶

K

Kaczmarz, S. , ۱۰۶ , ۱۰۷
Källström, C. G. , ۵۲۰, ۶۷۳
Kalman, R. E. , ۴۳ , ۱۶۶ , ۲۲۳
Kanellakopoulos, I. , ۳۲۶
Kanjilal, P. P. , ۲۲۸
Kárny, M. , 106, ۲۲۸
Kershenbaum, L. S. , ۱۰۶
Kezer, A. , ۳۲۳
Khalil, H. K. , ۳۲۵
King, R. E. , ۵۵۴
Kohonen, T. , ۶۹۸
Koivo, H. , ۲۲۵
Kokotovik, P. V. , ۴۶, ۳۲۶, ۴۳۰
Kosut, R. L. , ۴۵ , ۴۳۰
Kraus, T. W. , ۶۷۱
Kreisselmeier, G. , ۴۳۰
Krener, A. J. , ۵۱۹
Krstic´, M. , ۳۲۶
Krylov, A. , ۴۲۹
Kučěra, V. , ۱۶۶, ۶۱۸
Kulhavý, R. , ۱۰۶, ۲۲۸, ۶۱۸
Kumar, P. R. , ۴۵ , ۲۲۴ , ۴۳۱ , ۴۶۳
Kushner, H. , ۴۳۱
Kwon, W. H. , ۲۲۶

L

Landau, Y. D. , ۴۳۲
Larimore, M. G. , ۶۹۶
Larminat, P. de , ۴۲۸
Lawson, C. L. , ۱۰۶
Lefschetz, S. , ۳۲۵
Lefuel, H. , ۶۷۲
Lenat, D. , ۶۹۷
Lennartson, B. , ۶۱۷
Li, W. , ۵۵۴
Li, Y. T. , ۶۹۷
Lin, Y. – H. , ۴۲۷ , ۴۶۴
Ljung, L. , ۱۰۵ , ۱۱۷ , ۴۳۰ , ۴۳۱ , ۶۱۷
Long, R. S. , ۲۲۵
Lozier, J, C. , ۵۵۲
Lyapunov, A. M. , ۲۴۶

M

Manfredi, C. , ۲۲۷
Mareels, I. M. Y. , ۴۵ , ۴۳۰
Marshall, J. E. , ۵۵۴
Mårtensson, B. , ۴۱۹, ۴۳۲
Matko, D. , ۴۵
Mayne, D. Q. , ۲۲۷ , ۴۳۰ , ۱۶۱
McAvoy, T. , ۵۵۲
McClelland, J. L. , ۶۹۳, ۶۹۹
McMillan, G. K. , ۴۸۴
Mead, C. A. , ۴۵ , ۲۲۶ , ۴۳۰ , ۶۹۹
Menga, G. , ۲۲۷
Metivier, M. , ۴۳۱
Meyer, G. , ۵۱۹ , ۵۲۰
Michalska, H. , ۲۲۷
Michie, D. , ۶۹۷
Middleton, R. H. , ۲۲۵ , ۴۳۰ , ۶۱۶
Milito, R. , ۴۶۵
Millman, R. S. , ۵۱۹
Minorsky, N. , ۴۲۹
Minsky, M. , ۶۹۸
Mishkin, E. , ۴۴
Mohtadi, C. , ۲۲۶ , ۲۲۸
Molusis, J. A. , ۴۶۵

www.powerjam.ir

Mookerjee, P. , ۴۶۵
Morari, M. , ۴۷ , ۵۵۲
Morse, A. S. , ۴۲۷ , ۴۳۲
Mosca, E. , ۲۲۷ , ۴۶۵
Muske, K. R. , ۲۲۷
Myron, T. J. , ۶۷۲

N
Narendra, K. S. , ۴۴, ۴۵, ۴۲۸, ۴۳۰, ۶۷۱
Nedoma, P. , ۲۲۸
Nichols, N. B. , ۴۸۴
Niemi, A. J. , ۵۲۰
Nijmeijer, H. , ۵۲۰
Noll, P. , ۶۹۶
Notron, J. P. , ۱۰۵
Novak, W. H. , ۶۷۲
Nussbaum, R. D. , ۴۳۲

O
Oldenburger, R. , ۶۹۷
Orava, P. J. , ۵۲۰
Ortega, R. , ۴۴ , ۴۳۰
Osburn, P. V. , ۳۲۳
Owens, D. H. , ۵۵۴

P
Padilla, C. S. , ۴۶۵
Papert, S. , ۶۹۸
Papon, J. , ۲۲۶
Parks, P. C. , ۳۲۳
Patchell, J, W. , ۴۶۴
Payne, R. L. , ۴۶۵
Pearson, R. L. , ۲۲۶
Pelegrin, M. J. , ۵۵۳
Peterka, V. , ۱۶۶, ۲۲۳, ۲۲۷, ۲۲۸, ۶۱۸
Peterson, B. B. , ۴۲۸
Popov, V. M. ۳۲۵
Pott, D. C. , ۵۱۹

R
Rabiner, L. R. , ۶۱۷
Ramadge, P. J. , ۴۲۷
Ramaker, P. C. , ۲۲۶
Rao, G. P. , ۱۰۷
Ren, W. , ۲۲۴
Richalet, J. A. , ۲۲۶
Riedle, B. D. , ۴۵ , ۴۳۰
Rippel, A. , ۶۷۲
Rocchi, S. , ۴۶۵
Rohrs, C. , ۴۲۹
Rosenberg, C. R. , ۶۹۹
Rosenblatt, F. , ۶۹۸
Rudolph, W. , ۶۷۲
Rumelhart, D. E. , ۶۹۹

S
Sandberg, I. W. , ۳۲۵
Saridis, G. N. , ۶۹۸
Sastry, S. , ۴۵, ۱۰۷, ۴۲۹
Scattolini, R. , ۲۲۷
Schuck, O. H. , ۵۵۲
Schwartz, A. , ۴۳۱
Seborg, D. E. , ۴۵ , ۶۷۱
Sejnowski, T. , ۶۹۹
Shackcloth, B. , ۳۲۳
Shah, S. L. , ۴۵ , ۶۷۱
Shaked, U. , ۵۵۱
Shapiro, A. , ۵۵۳
Shinskey, F. G. , ۴۸۴
Sidi, M. , ۵۵۱
Sin, K. S. , ۴۵, ۱۰۵, ۱۶۷, ۲۲۴, ۴۲۷, ۶۱۷
Singh, R. P., ۴۲۸
Sjölander, S., ۶۷۳
Slotine, J. – J, E., ۵۵۴

www.powerjam.ir

Smay, J. W., ۵۵۳
Smith, C. L., ۱۰۵, ۴۸۴
Sofge, D. A., ۶۹۹
Stearns, S. D., ۱۰۷, ۶۹۶
Stein, G., ۴۶, ۴۷, ۴۲۹, ۵۱۹
Sten, L., ۵۲۰, ۶۷۳
Sternby, J., ۴۳۲, ۶۴۶, ۴۶۵, ۶۷۳, ۶۹۷
Stoica, P., ۱۰۵
Su, R., ۵۱۹, ۵۲۰

T

Söderström, T., ۱۰۵, ۴۳۱, ۶۱۷
Tang, Y., ۴۳۰
Tank, D. W., ۶۹۹
Tannenbaum, A. R., ۴۷
Testud, J. L., ۲۲۶
Thompson, M. O., ۵۵۳
Thorell, N. E. , ۵۲۰, ۶۷۳
Treichler, J. R., ۶۹۶
Trulsson, E. , ۳۲۶
Tse, E., ۴۶۳
Tsypkin, Y. Z., ۴۴, ۴۸۵, ۵۵۲
Tuffs, P. S., ۲۲۶

U

Unbehauen, H., ۴۵, ۱۰۷, ۶۱۶, ۶۷۲
Utkin, V. I., ۵۵۴

V

Valavani, L. S., ۴۲۷, ۴۲۹
Van Cauwenberghe, A. R., ۲۲۶
Van der Schaft, A. J.
Vander Velde, W. E., ۵۵۲
Varaiya, P., ۴۳۱, ۴۶۳
Vidyasagar, M. , ۳۲۵

W

Watermann, D. , ۶۹۷
Wellstead, P. E., ۴۵, ۱۰۵, ۱۶۷, ۲۲۵, ۶۱۷
Welsh, J. R., ۵۵۳
Wenk, C. J., ۴۶۵
Wertz, V., ۲۲۶
Wessel, P., ۶۷۳
Westcott, J. H. , ۶۹۷
Whatley, M. J., ۵۱۹
Whitaker, H. P. , ۳۲۳
White, D. A., ۶۹۹
Widrow, B., ۱۰۷, ۶۹۶, ۶۹۸
Wieslander, J., ۱۰۶, ۲۲۳, ۴۶۴
Witsenhausen, H. S., ۴۶۳
Wittenmark, B., ۱۶۶, ۱۶۷, ۲۲۳, ۲۲۴, ۲۲۵, ۴۳۱, ۴۶۳, ۴۶۴, ۴۶۵, ۶۱۶, ۶۱۷, ۶۱۸, ۶۹۸
Wolovich, W. A., ۲۲۵

X

Xianya, X., ۲۲۵

Z

Zadeh, L. A., ۶۹۶
Zafiriou, E., ۴۷
Zames, G., ۴۷
Zanker, P., ۱۶۷, ۲۲۵, ۶۱۷
Zappa, G., ۲۲۷, ۴۶۵
Zarrop, M. B., ۴۵
Zhang, J. G., ۲۲۷
Zinober, A. S. I., ۵۵۴

www.powerjam.ir

Varaiya, P., ۴۳۱, ۴۶۳
Vidyasagar, M. , ۳۲۵

W

Watermann, D. , ۶۹۷
Wellstead, P. E., ۴۵, ۱۰۵, ۱۶۷, ۲۲۵, ۶۱۷
Welsh, J. R., ۵۵۳
Wenk, C. J., ۴۶۵
Wertz, V., ۲۲۶
Wessel, P., ۶۷۳
Westcott, J. H. , ۶۹۷
Whatley, M. J., ۵۱۹
Whitaker, H. P. , ۳۲۳
White, D. A., ۶۹۹
Widrow, B., ۱۰۷, ۶۹۶, ۶۹۸
Wieslander, J., ۱۰۶, ۲۲۳, ۴۶۴
Witsenhausen, H. S., ۴۶۳
Wittenmark, B., ۱۶۶, ۱۶۷, ۲۲۳, ۲۲۴, ۲۲۵, ۴۳۱, ۴۶۳, ۴۶۴, ۴۶۵, ۶۱۶, ۶۱۷, ۶۱۸, ۶۹۸
Wolovich, W. A., ۲۲۵

X

Xianya, X., ۲۲۵

Z

Zadeh, L. A., ۶۹۶
Zafiriou, E., ۴۷
Zames, G., ۴۷
Zanker, P., ۱۶۷, ۲۲۵, ۶۱۷
Zappa, G., ۲۲۷, ۴۶۵
Zarrop, M. B., ۴۵
Zhang, J. G., ۲۲۷
Zinober, A. S. I., ۵۵۴

www.powerjam.ir

نمایه

آشفتگهای آهسته، ۳۷۵
آشوب، ۳۳۸
آغاز، ۲۶۸، ۲۷۴ ، ۳۸۱، ۴۰۵، ۵۵۶، ۶۶۹
اتحاد بزو، ۱۱۴
اترپایلوت کشتی، ۶۷۰
اختتام انتگرالگیر، ۵۵۵، ۵۸۶
اختتام بازنشانی، ۵۶۴، ۶۱۰، ۶۱۳
اختتام تخمینگر، ۵۷۶، ۵۸۶، ۵۸۹، ۵۹۳
اختلاط فرکانسی، ۵۵۹، ۵۷۸، ۶۰۸، ۶۴۶
اشباع محرک، ۴۶۹، ۵۶۳، ۵۶۵
اصلِ هب، ۶۹۱، ۶۹۳
اصل هم‌ارزی قطعیت، ۱۱۰،۱۵۶،۳۱۸،۴۴۸
افزودن خطا، ۲۹۳
اکیداً حقیقی مثبت، ۲۶۵، ۲۸۹، ۳۴۷
اکیداً غیرفعال خروجی، ۲۷۵، ۲۸۶، ۲۹۰
اکیداً غیرفعال ورودی، ۲۷۵، ۲۷۸
الگوریتم اقلیدسی، ۱۴۵، ۵۷۳، ۵۷۴، ۶۱۵
الگوریتم تصویرگر، ۶۴، ۹۳، ۳۳۳، ۳۴۹، ۴۱۵
الگوریتم‌حداقل‌میانگین مربعات، ۶۶، ۶۷۸
الگوریتم ردّ ـ ثابت، ۵۹۱، ۵۹۲
الگوریتم ردّ ـ ثابت تنظیم شده، ۵۹۱
الگوریتم علامت ـ علامت، ۲۳۳، ۶۸۱
الگوریتم گرادیان، ۳۳۳، ۳۵۱، ۳۵۵، ۳۷۲
الگوریتمهای نمونه، ۶۰۷
انفجار، ۳۳۸، ۶۴۳
بازنشانی، ۶۲، ۴۶۹، ۵۱۳، ۵۸۵، ۶۶۷
بازنشانی کواریانس، ۳۵۶، ۵۵۵
بازیافت بهره حلقه، ۵۲۲
برج تقطیر، ۶۴۲
برنامه‌ریزی پویا، ۳، ۲۶، ۴۳۴، ۴۳۶، ۴۴۰
بهرهٔ غایی، ۴۷۴، ۶۲۸
بهرهٔ فرکانس بالا، ۲۹۷
بهرهٔ لحظه‌ای، ۲۹۴، ۳۰۰، ۳۲۳
بهنگام کردن شرطی، ۴۱۱، ۴۲۸، ۵۹۰
بهینه‌سازی درجه دوم، ۳۴
بیفورکاسیون، ۳۳۲
پارامترهای با تغییرات آهسته، ۶۳
پاسخ حداقل ـ درجه، ۱۲۰
پایدارسازهای جهانشمول، ۴۱۸
پایداری پاسخ، ۲۵۴
پایداری ساختاری، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۹۱
پایداری فراگیر، ۳۷۵، ۳۹۹، ۴۰۶
پایداری مجانبی، ۲۴۷
پایداری مجانبی یکنواخت، ۳۵۴
پایداری ورودی ـ کراندار خروجی ـ کراندار، ۲۶۶، ۲۷۰
پدیده خاموش شدن، ۴۵۰، ۴۵۳، ۴۵۸، ۴۶۴
پردازش تطبیقی سیگنال، ۶۷۵، ۶۷۶، ۶۷۷، ۶۷۸، ۶۹۶
پرسپترون، ۶۹۱، ۶۹۲، ۶۹۳

www.powerjam.ir

پسخور با بهرهٔ زیاد، ۵۳۰
پیاده‌سازی، ۳۱، ۱۰۹، ۱۵۶، ۱۹۷، ۲۳۳، ۳۲۳، ۴۹۲، ۵۳۷، ۶۹۵
پیاده‌سازی تخمینگر، ۵۵۵، ۵۷۶
پیاده‌سازی کنترل تطبیقی، ۶۲۷
پیش‌بینی تطبیقی، ۶۷۶
پیش تنظیم، ۴۶۹، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۲، ۶۳۱
پیشخور تطبیقی، ۲۸۶، ۴۲۳، ۵۱۳، ۶۳۵
پیشخور خودتنظیم، ۱۹۶
تابع توصیفی، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۸۱، ۵۳۳
تابع توصیفی ورودی ـ دوگان، ۵۳۳
تابع لیاپانف، ۲۵۱، ۲۷۹، ۳۱۰، ۵۴۳، ۵۵۱
تابع (نیم) معیّن مثبت، ۲۴۷
تاریخچه کنترل تطبیقی، ۲
تأخیر محاسباتی، ۵۵۵، ۵۵۷، ۵۵۸، ۶۰۳
تبدیل QR، ۵۹۴
تبدیل غیرخطّی، ۴۸۹، ۵۰۰
تبدیل گشتاور، ۵۰۱
تبدیل متعامد، ۵۹۴
تجارب صنعتی، ۶۲۹، ۶۳۱، ۶۳۸
تجارب عملیاتی، ۶۵۹، ۶۶۸
تحریک پارامتری، ۳۴۵، ۴۲۰
تحریک پایا، ۵۰، ۲۴۱، ۳۵۷، ۴۰۸
تخفیف نمایی، ۶۳
تخمین پارامتر، ۳، ۸۸، ۱۰۳، ۲۲۲، ۳۰۲، ۴۵۸، ۵۲۶، ۵۸۶، ۶۲۱
تخمین حداقل مربعات، ۵۰، ۱۲۵، ۲۲۵، ۳۵۵، ۵۸۰، ۶۰۲
تخمین حداقل مربعات بازگشتی، ۳۳۱، ۴۲۸
تخمین حلقه ـ بسته، ۸۹، ۱۰۳
تخمین زمان ـ حقیقی، ۴۳۳
تخمین مدل اتفاقی، ۷۴
تخمین مدل زمان پیوسته، ۶۶، ۷۱
تخمین مقاوم، ۶۳۴
تصویر، ۶۴، ۳۳۳، ۴۰۶، ۵۴۱، ۶۸۵
تعادل پارامتر، ۳۷۴، ۳۸۹، ۳۹۳، ۴۲۰
تعادل هماهنگ، ۴۷۶، ۵۵۲
تعبیر آماری، ۷۰
تعبیر هندسی، ۵۶
تعریف پایداری، ۲۵۴
تعریف کنترل تطبیقی، ۱
تعقیب ـ مدل، ۱۱۴، ۲۹۳، ۵۳۰
تعقیب ـ مدل کامل، ۲۳۷
تغییردهنده بهره، ۵۳۶
تقریب اتفاقی، ۶۶، ۹۳، ۳۹۷
تکین، ۱۱۳، ۲۹۵، ۳۶۰، ۵۶۴
تنظیم بنا به درخواست، ۶۴۰
تنظیم خودکار، ۴، ۴۷۰، ۵۱۷، ۶۹۴
تنظیم یک دکمه‌ای، ۴۶۷، ۶۲۸
توان محاسباتی، ۶۲۵، ۶۷۰
تورهای ایمنی، ۶۶۹
جایابی قطب، ۱۱۱، ۲۱۸، ۳۰۴، ۴۷۹، ۵۶۱، ۶۶۵
جایابی قطب حداقل ـ درجه، ۱۲۳، ۱۲۶
جداسازی، ۲۲۲، ۴۳۴، ۴۴۸، ۴۶۳، ۶۹۲
جدولبندی بهره، ۱۲، ۵۱۳، ۶۹۵
جلیقه‌های ایمنی، ۶۶۹
جنبه‌های عملی، ۵۵۵
چند جمله‌ای رؤیت‌گر، ۱۲۲
چند جمله‌ای معکوس، ۱۱۲، ۱۷۸
حداقل مربعات تعمیم یافته، ۷۵، ۸۸، ۱۸۱، ۲۰۶
حداکثر شانس بازگشتی، ۷۵، ۱۸۱، ۲۰۶
حدود نقطهٔ تنظیم، ۶۶۶
حذف تطبیقی نویز، ۶۷۹
حس کردن، ۳۹۹، ۴۴۷، ۴۵۲، ۴۵۷، ۴۵۸
حقیقی مثبت، ۲۶۵، ۲۹۳، ۳۲۱، ۳۴۷
خطای افزوده، ۲۸۹، ۲۹۷، ۳۲۶، ۳۶۸

www.powerjam.ir

فراموشی جهت‌دار، ۵۵۶، ۵۹۲، ۶۱۳
فراموشی نمایی، ۶۳، ۱۳۳، ۵۸۹
فزونی قطب، ۷۲، ۱۷۴، ۲۸۹، ۳۰۶، ۵۲۳
فضای توسعه یافته، ۲۶۷
فوق پارامتریزاسیون، ۳۷۵
فوق حالت، ۲۶، ۲۷، ۴۳۴، ۴۴۲، ۴۴۵
فیلتر ITAE، ۵۶۰
فیلتراژ، ۲۷، ۲۲۷، ۳۰۳، ۴۴۱، ۵۲۷، ۵۳۷
فیلتراژ تطبیقی، ۶۸، ۶۷۶
فیلتر باترورث، ۶۴۶
فیلتر بسل، ۵۵۹، ۵۶۰، ۵۶۱، ۵۶۲، ۶۱۴
فیلتر پس نمونه بردار، ۵۶۳
فیلتر پیش نمونه بردار، ۵۵۹
فیلتر تقاطعی، ۶۸
فیلتر ضد اختلاط فرکانسی، ۵۵۹
فیلتر میانگذر، ۶۱۳
قاعدهٔ MIT، ۲۳، ۲۳۲، ۳۰۴، ۴۲۱
قاعدهٔ SPR، ۳۷۷، ۳۷۹، ۴۲۱
قضیهٔ بهرهٔ کوچک، ۲۶۸، ۲۷۳، ۲۸۴
قضیهٔ پارسوال، ۸۰، ۸۱، ۲۷۰، ۲۷۷
قضیهٔ پایداری لیاپانف، ۲۵۰، ۲۵۴
قواعد تنظیم زیگلر ـ نیکولز، ۴۸۴، ۶۲۵، ۶۲۶
قوام، ۳، ۴۷، ۲۲۰، ۳۲۹، ۴۰۶، ۵۷۰، ۶۵۵
کاربردهای جدولبندی بهره، ۵۰۱
کاربردهای کنترل تطبیقی، ۳۱، ۴۰، ۶۲۰، ۶۲۱
کمینه‌سازی معیار صریح، ۳۲۸
کنترل pH، ۵۰۱، ۵۰۶، ۵۱۰، ۵۱۲، ۶۲۱
کنترل احتراق، ۵۰۱، ۵۱۲
کنترل افق توسعه یافته، ۲۰۶
کنترل اکسترمم، ۶۷۵، ۶۸۲، ۶۸۳، ۶۸۴
کنترل بهره زیاد مقاوم، ۴، ۵۲۱
کنترل پرواز، ۳، ۴۸۸، ۵۰۱، ۵۶۳، ۶۱۹
کنترل پسخور بهینهٔ حلقه ـ باز، ۴۳۶
کنترل پیش‌بین تطبیقی، ۱۷۰
کنترل پیش‌بین تعمیم یافته، ۲۰۷، ۲۰۹
کنترل پیش‌بین مدل، ۲۰۶
کنترل پیشخور، ۳۴، ۱۴۳، ۲۴۲، ۶۳۹
کنترل تطبیقی اتفاقی، ۴۳۵، ۴۳۸، ۴۶۳
کنترل تطبیقی مقاوم، ۵۲۹
کنترل تک گام به جلو، ۴۴۴
کنترل چند متغیره، ۶۴۰
کنترل حداقل ـ واریانس تنظیم نشده، ۱۹۴
کنترل خبره، ۶۷۵، ۶۸۶، ۶۸۸، ۶۸۹، ۶۹۷
کنترل خشک کن خمیر کاغذ، ۶۴۴
کنترل خودتنظیم ضمنی، ۱۱۱
کنترل خودسامان، ۱
کنترل دما، ۶۴۲، ۶۵۲
کنترل دوگان، ۲۱، ۲۵، ۲۷، ۲۸، ۳۸، ۴۳۴، ۴۴۰، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۶، ۶۳۹، ۶۸۶
کنترل راکتور شیمیایی، ۶۴۳
کنترل روبات، ۵۲۳
کنترل زبانی، ۶۹۱
کنترل غلظت، ۱۳، ۴۰، ۴۹۴، ۵۰۶، ۵۱۸
کنترل فازی، ۶۹۱
کنترلگر PID، ۳۲، ۳۵، ۳۶، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۵، ۴۷۹، ۶۲۴، ۶۲۹، ۶۳۵، ۶۳۹، ۶۴۰، ۶۵۵، ۶۶۵، ۶۶۶
کنترلگر افق کاهنده، ۴۳۶
کنترلگر پیش‌بین، ۱۶۹
کنترلگر تطبیقی صریح، ۱۱۱
کنترلگر تطبیقی صنعتی، ۶۲۴
کنترلگر تطبیقی غیرمستقیم، ۳۳۰، ۵۸۱، ۵۸۶
کنترلگر تطبیقی مستقیم، ۱۱۱، ۱۷۰، ۳۶۸
کنترلگر چرخش، ۶۵۸، ۶۵۹
کنترلگر حداقل ـ واریانس، ۱۷۰، ۲۲۳، ۴۰۱، ۴۰۵، ۶۳۲
کنترلگر حداقل ـ واریانس تعمیم یافته، ۱۹۵، ۲۲۳

www.powerjam.ir

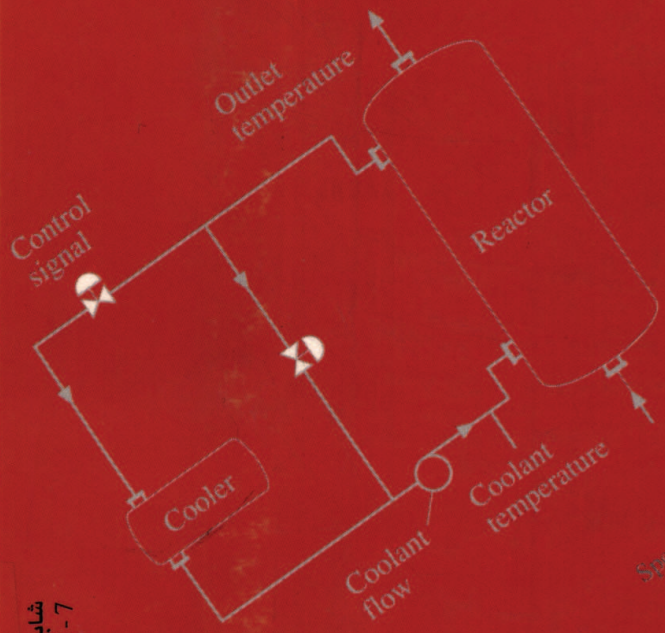
کنترلگر خودتنظیم صریح، ۱۱۱
کنترلگر نزدیک بین، ۴۳۹
کنترلگر هم‌ارز قطعی، ۴۵۰
کنترل گوسی خطّی درجهٔ دوم، ۱۷۲
کنترل ماتریس دینامیکی، ۲۰۷
کنترل محتاط، ۴۴۳، ۴۵۶، ۴۵۷
کنترل مقاوم، ۳، ۳۹، ۴۶، ۵۶۷
کنترل میانگین ـ متحرک، ۴۰۳
کنترل هوا ـ سوخت، ۶۵۴
کنترل احت
گام به عق .. ۳۱۱، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۲۸
لم باربالات ، ۲۵۵، ۲۵۶
لم وارون ماتریس، ۵۸۸
ماتریس یلوستر، ۱۸۹، ۲۳۰، ۵۷۵
ماشین بولتزمن، ۶۹۲، ۶۹۳، ۶۹۹
مانده، ۵۱، ۷۵، ۲۷۶، ۳۰۳، ۵۸۵، ۶۰۹
مانده، ۵۱
متغیر رگوسیون، ۵۱
محاسبات بازگشتی، ۵۹
محدود کردن بهره، ۴۰۷
محرّکهای غیرخطّی، ۴۹۰
مدل CARIMA، ۲۱۶
مدل ابداع، ۲۰۴
مدل اتصالی، ۶۹۰
مدل با پاسخ ضربهٔ محدود، ۶۸
مدل رگرسیون، ۵۱، ۶۸، ۷۰، ۷۳، ۷۴
مُد لغزشی، ۵۴۱، ۵۴۳، ۵۴۶، ۵۴۷، ۵۴۸، ۵۵۰، ۵۵۴
مدل نوموتو، ۵۰۴، ۵۰۵
مدولاسیون کدپالس دیفرانسیلی، ۶۷۹
مدولاسیون کدپالس دیفرانسیلی تطبیقی، ۶۷۹، ۶۸۰
مسأله راهزن دو بازو، ۴۳۵، ۴۶۳
مسألهٔ طرّاحی مستتر، ۲۹، ۲۳۴
مشتق حساسیت، ۲۳، ۲۳۳، ۲۳۴، ۳۰۴، ۳۱۹
مضرات کنترل تطبیقی، ۳۶
معادله بلمن، ۲۶، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۴۶، ۴۴۸
معادله دیفرانسیل قطعی مربوطه، ۳۹۶
معادلهٔ دیوفانتین، ۱۱۴، ۲۰۴، ۲۰۶
معادلهٔ دیوفانتین، ۳۶۲، ۵۵۵، ۶۱۷، ۶۳۷
معادلهٔ نرمال، ۵۳، ۵۶، ۶۷، ۵۹۴
معیار پایداری، ۳۳۴، ۳۳۷
مقیاس کردن زمانی، ۴۹۰
منطق نظارت، ۶۶۹
میانگین گیری اتفاقی، ۳۹۴
ناپایداری ساختاری، ۳۸۸
ناحیه مرده، ۴۰۸، ۴۱۱، ۴۱۲، ۶۱۳، ۶۵۵
نتیجهٔ اصلی سیستمهای تطبیقی خودنوسانی، ۵۳۳
نرمالیزه کردن، ۱۷۱، ۲۴۶، ۴۳۰، ۵۱۵
نسبت به هم اوّل، ۱۱۳، ۱۸۷، ۱۸۹، ۵۷۲
نشتی، ۴۰۶، ۴۳۰، ۵۵۶، ۵۹۳، ۶۸۱
نظارت، ۵۵۶، ۶۰۸، ۶۱۲، ۶۶۹، ۶۷۵
نظریه کنترل تطبیقی، ۳۲۷
نظریه میانگین‌گیری، ۳۷۱، ۳۸۰، ۴۰۶
نظریهٔ فلوکوت، ۳۲۸، ۳۴۳
نظریهٔ لیاپانف، ۲۴۸، ۳۲۴، ۳۵۳، ۳۸۴
نقطهٔ ثابت هذلولوی، ۳۳۹
نمایش ابداع، ۱۷۲
نواتیون، ۳۸، ۶۳۲، ۶۳۵، ۶۵۲، ۶۵۳
نوسان رله‌ای، ۴۷۶
نوسان شکلی حدّی، ۵۳۱
وزوز، ۵۴۱، ۵۴۴، ۵۴۶، ۵۴۷، ۵۴۸
هدایت کشتی، ۱۷، ۵۰۱، ۶۱۹، ۶۷۳
همگرایی، ۵۰، ۱۳۱، ۲۰۲، ۲۲۲، ۳۵۸، ۴۲۸، ۶۰۴
همگرایی پارامتر، ۲۴۰، ۳۲۴، ۳۵۵، ۳۷۷
هموارسازی تطبیقی، ۶۷۶
یادگیر، ۱، ۱۰۵، ۴۴۷، ۶۸۹

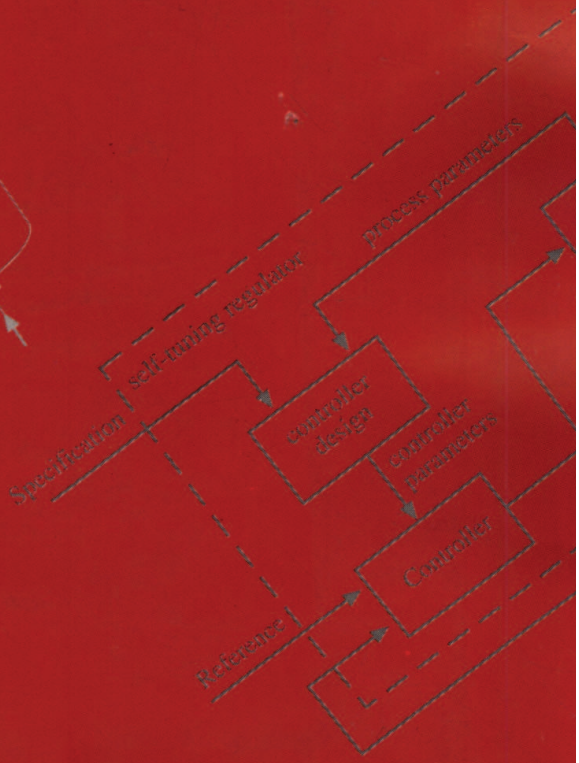
www.powerjam.ir

ADAPTIVE CONTROL

SECOND EDITION

Written by:
K. J. Åström
B. Wittenmark
Translated by:
M. T. H. Beheshti





شابک: ۷ - ۰۵ - ۶۲۱۳ - ۹۶۴
ISBN: 964 - 6213 - 05 - 7

A Publication of
Tarbiat Modarres
University
40
1998