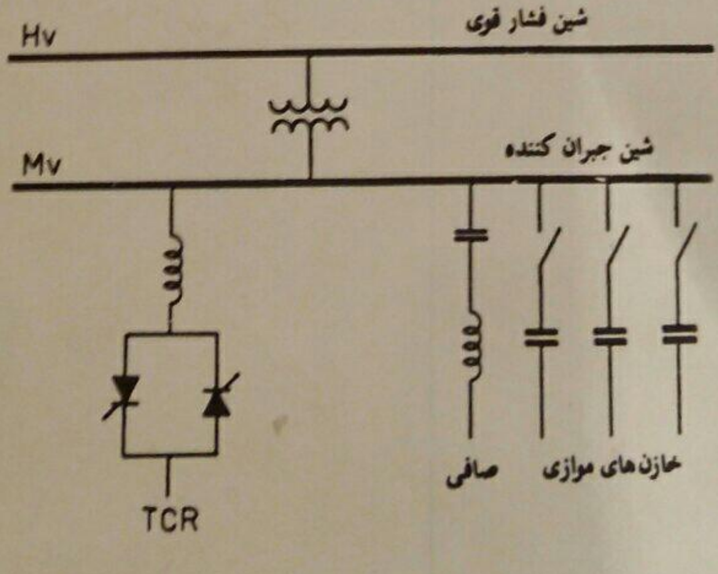
سیستم های قدرت الکتریکی

(جلد اول)



تألیف : احد کاظمی

۱ → ٤ تکمیلی
۲ → ٤
۳ → ٤
٤ → ٥
٥ → ۲
٦ → ۲
۲۱

۲۱+۱٦ = ۳۷

فهرست

۱٦ سؤال

فصل هفتم - مطالعه پخش بار

فصل اول

کلیات

پیشرفت صنعتی و در نتیجه بالا رفتن استاندارد زندگی بشر با توسعه منابع انرژی[1] و استفاده از آنها امکان پذیر می گردد. با افزایش مصرف انرژی، منابع انرژی نیز از لحاظ تنوع و میزان تولید افزایش یافته است. از میان انواع انرژیهای مورد استفاده، انرژی الکتریکی به لحاظ اینکه باعث آلودگی محیط زیست نمی شود، در زمان نیاز قابل تولید است، به آسانی به صورت های دیگر انرژی قابل تبدیل بوده و همچنین قابل انتقال و کنترل می باشد بیش از انواع دیگر انرژیها مورد توجه بشر قرار گرفته است. امروزه سیستم های انرژی الکتریکی نقش اساسی را در تبدیل و انتقال انرژی در زندگی انسان بازی می کنند.

در دید کلی یک سیستم قدرت الکتریکی[2] شامل سه قسمت اصلی است: نیروگاههای تولید قدرت[3]، خطوط انتقال[4] و سیستم های توزیع انرژی[5]. به این ترتیب قدرت های تولید شده در نیروگاهها از طریق خطوط انتقال به محل های مصرف می رسند.

---

1. Energy Sources
2. Electric Power System
3. Generating Stations
4. Transmission Lines
5. Distribution Systems

۱-۱ رشد سیستم های قدرت الکتریکی

قبل از قرن نوزدهم میلادی وسائلی مانند شمع و بعضی از انواع چربیها تنها منابع تامین روشنائی و در اواسط قرن نوزدهم چراغ های گازی[1] عموماً عملی ترین و سالم ترین وسائلی روشنائی بشمار می رفتند. گرچه تا آن زمان تحقیقات ارزنده ای توسط بعضی از دانشمندان درباره الکتریسیته و اصول آن انجام شده بود، اما تحولات اساسی از یک طرف توسط فاراده و هانری در زمینه تولید الکتریسیته و از طرف دیگر توسط بعضی دانشمندان و بخصوص ادیسون در زمینه استفاده از الکتریسیته در ملتهب نمودن بعضی مواد و بالاخره تکامل لامپ های ملتهب و ساخت آنها بوجود آمد.

اولین سیستم های قدرت تحت عنوان «شرکت های روشنائی»[2] در حدود سال ۱۸۸۰ میلادی بوجود آمدند و معروفترین آنها شرکت روشنائی پرل استریت[3] در نیویورک بود که توسط ادیسون تاسیس شده بود. قدرت الکتریکی این سیستم توسط ژنراتور DC تامین می شد و توسط کابل های زیرزمینی[4] توزیع می گردید. بارهای این سیستم نیز فقط لامپ های ملتهب بودند. بعد از آن شرکت های روشنائی محلی به سرعت در اروپا و آمریکا رشد کردند. در اواخر قرن نوزدهم موتور القائی جریان متناوب AC اختراع شد و مصرف انرژی الکتریکی تنوع بیشتری یافت.

در سال ۱۸۸۵ جرج وستینگهاوس اولین سیستم توزیع جریان متناوب را که ۱۵۰ لامپ را تامین می کرد نصب کرد و در سال ۱۸۹۰ اولین خط انتقال AC بطول ۲۱ کیلومتر مورد بهره برداری قرار گرفت. اولین خطوط انتقال، تک فاز[5] بودند، و انرژی الکتریکی فقط توسط لامپهای روشنائی مصرف می شد. موتورهای اولیه نیز تک فاز بودند. انتقال قدرت توسط جریان متناوب[6]، بخصوص جریان متناوب سه فاز، بتدریج جایگزین سیستم های DC شد. دلیل عمده جایگزینی سیستم های AC ترانسفورماتورها بودند که انتقال انرژی الکتریکی در ولتاژی بالاتر از ولتاژ ژنراتور یا بار را امکان پذیر می کردند، ضمن اینکه قابلیت انتقال قدرت بیشتری را نیز داشتند.

---

1. Gaslights
2. Illuminating Companies
3. Pearl Street Illuminating Company
4. Underground Cables
5. Single Phase
6. Alternating Current

در سیستم های انتقال DC قدرت تولید شده توسط ژنراتورهای AC از طریق ترانسفورماتور و یکسو کننده الکترونیکی [1] به خط انتقال DC داده می شود. یک اینورتر الکترونیکی [2]، جریان مستقیم را در انتهای خط به جریان متناوب تبدیل می کند تا بتوان ولتاژ آنرا با یک ترانسفورماتور جهت مصرف کننده ها کاهش داد. مطالعات اقتصادی اغلب نشان داده است که برای خطوط کوتاه تر از حدود ۵۶۰ کیلومتر استفاده از خطوط انتقال هوائی DC مقرون بصرفه نیست.

بعد از اینکه طرح توربین های بخار [3] توسط پارسون [4] ارائه شد قدرتهای تولید شده با این توربین ها بیشترین محبوبیت را برای طراحان سیستم ها بهمراه آورد. فرکانس ولتاژ های تولید شده توسط توربین های بخار و آب اولیه اغلب ۲۵ هرتز بود. با معرفی توربین های بخار با سرعت زیاد [5] لزوم افزایش فرکانس و استاندارد کردن فرکانس یک سیستم مطرح شد. با استاندارد کردن فرکانس، امکان اتصال سیستم ها بیکدیگر نیز بوجود می آمد. امروزه عموماً فرکانس های ۵۰ و ۶۰ هرتز در سیستم های قدرت مورد استفاده می باشند. امکان اتصال سیستم های قدرت کوچکتر و بوجود آمدن سیستم های بهم پیوسته باعث رشد و بزرگ شدن سیستم های قدرت گردید.

همزمان با بزرگ شدن سیستم های قدرت و رشد مصرف، عناصر سیستم های قدرت نظیر ژنراتورها [6] و ترانسفورماتورها [7] تکامل بیشتری یافتند و قدرت های نامی آنها و همچنین ولتاژ خطوط انتقال بتدریج افزایش یافت بطوریکه در کشور ایالات متحده آمریکا ولتاژ خطوط انتقال از سال ۱۸۹۰ که معادل ۳/۳KV بوده است، به میزان ۷۶۵KV در سال ۱۹۶۹ رسید. ظرفیت کل نصب شده در سال ۱۹۸۲ در کشور مذکور نزدیک به ۶۰۰۰۰۰MW بوده است که متوسط ۲/۵KW را برای هر نفر نشان می دهد.

تا سال ۱۹۱۷ سیستم های قدرت بصورت واحد های مستقل استفاده می شدند.

1. Electronic Rectifier
2. Electronic Inverter
3. Steam Turbines
4. Parson
5. High - Speed Steam Turbines
6. Generators
7. Transformers

تقاضای مصارف زیاد انرژی الکتریکی و نیاز به قابلیت اطمینان[1] زیاد موضوع بهم پیوستن[2] سیستم های مجاور را پیش آورد. بهم پیوستن سیستم ها از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه است، زیرا ماشینهای کمتری بعنوان رزرو برای شرایط بهره برداری ساعات پیک مورد نیاز می باشند. البته بهم پیوستن سیستم ها در شرایط وقوع اتصال کوتاه و خطاهای دیگر موجب ایجاد اختلال در کل سیستم بهم پیوسته خواهد بود و لذا باید رله ها و کلیدهای مناسبی در محل اتصال سیستم ها نصب نمود.

بطورکلی طراحی برای بهره برداری از یک سیستم قدرت، بهبود بخشیدن به شرایط کار سیستم و توسعه سیستم برای آینده نیاز به مطالعه بار، محاسبات خطاها، طرح وسائل حفاظتی و مطالعه پایداری سیستم دارد. همچنین استفاده از کامپیوتر در انجام محاسبات فوق الذکر از اهمیت خاصی برخوردار است.

۱-۲ تاریخچه صنعت برق در ایران

در سال ۱۲۸۳ هجری شمسی با نصب یک ژنراتور ۴۰۰KW توسط حاج امین الضرب در خیابان چراغ برق تهران استفاده از انرژی الکتریکی بصورت یک سیستم در ایران آغاز شد. تا سال ۱۳۳۸ تنها چند نیروگاه دیگر به ظرفیت های ۶MW، ۸MW، ۲MW و ۱MW مورد بهره برداری قرار گرفتند. در سال ۱۳۳۸ نیروگاه طرشت با چهار واحد توربین بخار و تولید جمعاً ۵۰MW بعنوان اساسی ترین منبع تولید قدرت در ایران بشمار می رفت.

با تشکیل وزارت آب و برق در سال ۱۳۴۳ که بعداً به وزارت نیرو تغییر نام داد، وظائف شرکتهای برق پراکنده به این وزارتخانه محول شد. در پایان سال ۱۳۶۰ ظرفیت نصب شده در کل کشور به بیش از ۱۱۸۰۰MW رسید که نشان دهنده حدود ۳۰۵W برای هر نفر بود. در این سال نیروگاههای آبی تقریباً ۲۷/۵ درصد تولید نیروگاههای کشور را تشکیل می دادند.

۱-۳ تولید انرژی الکتریکی

نیروگاههای حرارتی که با توربین های بخار کار می کنند در حال حاضر بیشتر قدرت الکتریکی مورد نیاز را تولید می نمایند. نیروگاههای آبی کمتر از ۲۵ درصد کل قدرت نصب

1. Reliability
2. Interconnection

شده در دنیا را تشکیل می دهند و میزان این درصد بتدریج رو به کاهش است. توربین های گازی نیز بعنوان تولید کننده های فرعی معمولاً در شرایط بار پیک مورد بهره برداری قرار می گیرند.

در نیروگاههای حرارتی با ایجاد بخار و هدایت آن بر روی توربین، قدرت تولید می شود. برای ایجاد بخار از سوخت های مختلفی می توان استفاده نمود. زغال سنگ بیش از سوخت های دیگر مورد استفاده قرار می گیرد. سوخت های نفتی (نفت - گازوئیل - مازوت و...) و گاز طبیعی نیز در کشورهائی که قیمت این سوخت ها ارزان تمام می شود اهمیت زیادی دارند، لیکن بخاطر منابع محدود نفت در جهان بهتر است در مصرف این سوخت ها صرفه جوئی شود. با وجوداینکه نیروگاههای هسته ای[1] امیدواری زیادی را برای تولید قدرت در سالهای آینده جهان ایجاد کرده اند، لیکن تاثیر این نیروگاهها در آلودگی محیط زیست مسائل عمده ای از جمله مخالفت های عمومی مردم را بر علیه بهره برداری از آنها پدید آورده است.

با انرژی خورشیدی[3] بدون مصرف سوخت می توان بصورت یک حرارت مستقیم بخار آب ایجاد کرد. کوشش زیادی برای بالا بردن بهره و کاهش قیمت مولد های خورشیدی بعمل آمده است و پیشرفت نسبتاً زیادی نیز حاصل شده است، لیکن هنوز راه بسیار زیادی برای پیمودن در این زمینه باقی مانده است.

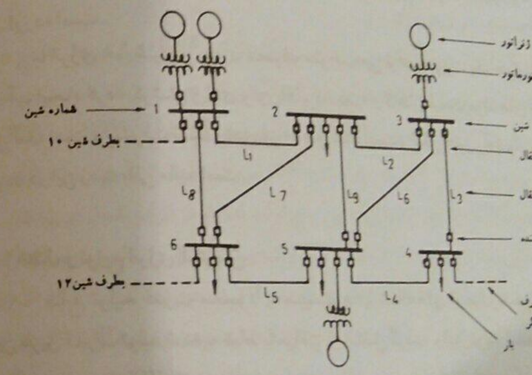
۱-۴ انتقال و توزیع انرژی الکتریکی

منابع تولید قدرت معمولاً به سیستم ها یا شبکه های انتقال متصل می باشند تا بدین طریق قدرت تولید شده به نقاط یا مراکز بار منتقل گردد. ولتاژ تولید شده ژنراتورها در حال حاضر از ۳۰KV تجاوز نمی نماید. اغلب نیروگاههای بزرگ دارای ولتاژ حدود ۱۳/۸KV تا ۲۴KV هستند. در کشور ایران نیز از ژنراتورهای با حداکثر ولتاژ ۲۱KV در بعضی نیروگاهها استفاده می شود. هنوز استاندارد مشخصی برای ولتاژ ژنراتورها پذیرفته نشده است.

1. Nuclear Plants
2. Nuclear Fusion
3. Solar Energy

ولتاژ ژنراتورها با ترانسفورماتورهای افزاینده[1] به سطوح بالاتری جهت انتقال تبدیل می شود. دلیل عمده استفاده از ولتاژ های بالا برای انتقال، کم کردن جریان انتقالی و در نتیجه کاهش تلفات در سیستم و بهتر کردن بهره انتقال قدرت می باشد. ولتاژ های استاندارد فشار قوی (.H.V)[2] برای انتقال در کشور ایالات متحده آمریکا ۱۱۵KV، ۱۳۸KV و ۲۳۰KV بوده و ولتاژ های فوق فشار قوی (.E.H.V)[3] ۳۴۵KV، ۵۰۰KV و ۷۶۵KV می باشند و تحقیقات نیز در جهت بکار بردن خطوط با ولتاژهای ۱۰۰۰ تا ۱۵۰۰ کیلو ولت در حال انجام است.

ولتاژ های استاندارد سیستم انتقال در ایران ۶۳KV، ۱۳۲KV، ۲۳۰KV و ۴۰۰KV می باشند. در شکل (۱-۱) قسمت کوچکی از یک سیستم قدرت نشان داده شده است. آنچه که نشان داده شده، بعنوان دیاگرام تک خطی[4] سیستم معروف است. محل



شکل ۱-۱ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

1. Step - UP Transformers
2. High Voltage
3. Extra - High Voltage
4. One - Line Diagram

اتصالات (نقاط گره) که به شین[1] ها معروف هستند همراه ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال، کلیدها و بارها در شکل مشخص شده اند.

آنچه که در شکل (۱-۱) بعنوان بار[2] مشخص شده است جایگزین سیستم توزیع[3] یک منطقه، یک شهر یا یک واحد صنعتی بزرگ و نظائر اینها می باشد. در چنین سیستم توزیعی سطوح مختلف ولتاژ بکار می رود. بعضی از واحد های صنعتی مستقیماً ولتاژهای بالا (از ۲۰KV تا ۶۳KV) را دریافت می نمایند و بعداً این ولتاژها در نقاط مختلف آن واحد صنعتی با ترانسفورماتورها کاهش می یابند. واحد های صنعتی کوچکتر ولتاژ های پائین تری را قبول می کنند و مصارف خانگی و عمومی نیز از ولتاژ های پائین ۲۲۰/۳۸۰V استفاده می نمایند.

گر چه سیستم انتقال و توزیع[4] یک سیستم بهم پیوسته است، لیکن برای سهولت بیشتر، سیستم انتقال را مطابق آنچه که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است از کل سیستم مجزا می نمایند. دیاگرام مشابهی برای هر سیستم توزیع می توان رسم نمود و بارهای سطوح پائین تر را روی آن مشخص کرد. بنابراین بحث و بررسی سیستم های قدرت در سطح سیستم های انتقال انجام می شود و بیشتر روش های بکار برده شده مستقیماً در مورد سیستم های توزیع نیز بکار می رود.

۵-۱ آینده صنعت برق

مهمترین زمینه در بررسی آینده صنعت برق دسترسی به منابع اولیه انرژی است. نقش نفت و گاز طبیعی در آینده قطعاً کاهش خواهد یافت. احتمال افزایش نسبی نیروگاههای آبی در جهان نیز کم است. بنابراین می توان گفت که میزان استفاده از زغال سنگ و منابع هسته ای در آینده افزایش خواهد یافت.

تحقیقات آینده بطرف چندین نوع از انواع منابع اولیه انرژی هدایت شده است. مولدهای خورشیدی که از دو طریق مستقیم و غیر مستقیم قدرت تولید می کنند، می توانند بعنوان مولدهائی مطرح باشند که نیاز به سوخت ندارند. در نوع تبدیل مستقیم، تابش خورشید

1. Bus
2. Load
3. Distribution System
4. Transmission - Distribution System

مستقیماً به قدرت الکتریکی با ولتاژ DC تبدیل می شود، و در نوع غیر مستقیم تابش خورشید ابتدا بخار تولید می کند که جهت گرداندن توربین ها بکار می رود. استفاده از انرژی های باد، موج، حرارت زمین و . . . گرچه آزمایش شده است، لیکن تحقیقات روی آنها جهت حصول به نتایج کافی و مناسب ادامه دارد. ترکیب هسته ای مربوط به ترکیب ذرات سبک و تشکیل ذرات سنگین تری می باشد که باقیمانده جرم حاصل به انرژی تبدیل می شود. به پیش بینی کارشناسان، این روش تولید انرژی بعد از سال ۲۰۰۰ وارد صنعت برق خواهد شد. حسن تولید قدرت از روش ترکیب هسته ای نسبت به تولید قدرت در نیروگاههای هسته ای در عدم آلوده کردن محیط زیست است.

زمینه دیگر در بررسی آینده صنعت برق، تجهیزات تولید است. در حال حاضر تمام انرژی الکتریکی مورد نیاز توسط ژنراتورهای سنکرون گردان تولید می شود. بنظر می رسد که انتخاب بهتری وجود نداشته باشد. بنابراین به احتمال زیاد کوشش بشر در بهبود شرایط کار این ماشینها متمرکز خواهد شد. قدرت تولیدی ژنراتورهای موجود از ۱۰۰۰MW تجاوز نمی نماید و این محدودیت بخاطر چگالی جریان مجاز سیم بندی های رتور و استاتور است. تحقیقات زیادی در حال انجام است تا بتوان ماشینهائی ساخت که در آنها درجه حرارت سیم بندیها را در نزدیکی صفر مطلق نگهداری نمود. بدین طریق چگالی جریان و چگالی فلوی مغناطیسی بسیار زیادی قابل دسترسی بوده و قدرت هائی در حدود ۵۰۰۰MW قابل تولید خواهد بود.

بررسی نحوه انتقال از دیگر مواردی است که در بهبود آینده سیستم ها موثر می باشد. اولین سیستم قدرت که مربوط به ادیسون بود (سیستم پرل استریت) از جریان DC استفاده می کرد. از سال ۱۸۹۰ صنعت برق به انتقال AC روی آورد. در سال های ۱۹۶۰ تا ۱۹۸۰ سیستم های انتقال DC زیادی در دنیا نصب گردید. در خطوط خیلی بلند عملاً سیستم های انتقال DC موثرتر هستند. از طرفی با افزایش جمعیت احتمال دارد در آینده بشر به طرف سیستم های انتقال زیر زمینی [1] روی آورد. کابل های فعلی خیلی گران بوده و جریان های کاپاسیتیو زیادی دارند که مانع استفاده از آنها در خطوط بلند می گردد. سیستم انتقال DC این محدودیت را ندارد و می تواند بعنوان یک انتخاب خوب برای انتقال زیر زمینی در خطوط بلند مورد استفاده قرار گیرد. یکی از خطوط انتقال DC که اخیراً نصب شده است خط انتقال زیر

1. Underground Transmission

آب [1] تحت ولتاژ ±۲۵۰KV است که وظیفه انتقال قدرت بین نروژ و دانمارك را بطول ۱۵۰Km بعهده دارد. احتمالاً خطوط انتقال AC نیز در سال های آتی عملاً تا ۱۲۰۰KV مورد بهره برداری قرار خواهند گرفت.

یکی دیگر از زمینه های تحقیقات آینده، جستجو برای یافتن وسائلی جهت ذخیره کردن انرژی الکتریکی است. تکنولوژی حال حاضر هنوز نتوانسته است ساخت وسائل ذخیره قدرت های زیاد را امکان پذیر نماید. ژنراتورها در بسیاری از ساعات روز با تمام تجهیزات جانبی بکار می افتند و فقط قسمتی از ظرفیت تولیدی خود را ارائه می دهند. همچنین در صورت به صحنه آمدن مولدهای خورشیدی نیاز به وسائلی برای ذخیره انرژی آنها برای روزهای غیر آفتابی خواهد بود. بطورکلی از آنجا که در حال حاضر انرژی الکتریکی باید فقط هنگام نیاز تولید شود و محدودیت های زیادی در کنترل قدرت و تامین پیک بار وجود دارد اهمیت ذخیره سازی انرژی بخوبی نمایان می شود.

1. Under - Water- Line

فصل دوم

مفاهیم اساسی سیستم های انرژی الکتریکی

از آنجا که برای محاسبات مختلف سیستم های قدرت، آشنائی با مدارهای AC درحالت دائمی [1] و بخصوص مدار های سه فاز ضروری می باشد، در این فصل مروری کوتاه بر مفاهیم و روابط اساسی این مدارها خواهیم داشت.

۱-۲ روابط اساسی در مدارهای سینوسی یک فاز

جریان ها و ولتاژ ها در نقاط مختلف سیستم های قدرت امواج سینوسی با فرکانس ثابت هستند، لذا چنین توابعی را بصورت فازور [2] نشان می دهیم. در اینصورت حروف بزرگ V و I فازورهای ولتاژ و جریان یعنی υ و i هستند. نمایش $|V|$ و $|I|$ دامنه [3] یا قدر مطلق این فازورها می باشد. حروف کوچک υ و i نشان دهنده مقادیر لحظه ای [4] ولتاژ و جریان هستند.

اگر معادلات ولتاژ و جریان یک عنصر بر حسب زمان بصورت زیر نشان داده شوند:

$$\upsilon = ۲۸۲/۴\cos(۳۱۴t + ۳۰^\circ) \quad [V]$$

$$i = ۱۴/۱۴\cos(۳۱۴t + ۶۰^\circ) \quad [A]$$

مقادیر حداکثر آنها $V_{max} = ۲۸۲/۴\ V$ و $I_{max} = ۱۴/۱۴\ A$ هستند.

1. Steady State
2. Phasor
3. Magnitude
4. Instantaneous Values

مقصود از دامنه این توابع مقدار موثر[1] (rms) ولتاژ و جریان است. مقدار موثر یک تابع سینوسی از تقسیم کردن مقدار حداکثر بر $\sqrt{۲}$ بدست می آید. لذا داریم:

$$|V| = ۲۰۰ \ V \ , \ |I| = ۱۰ \ A$$

نمایش کمیت های v و i بصورت فازور مطابق زیر می باشد:

$$V = ۲۰۰ \angle ۳۰^\circ = ۱۷۳/۲ + j۱۰۰ \ V$$
$$I = ۱۰ \angle ۶۰^\circ = ۵ + j۸/۶۶ \ A$$

طبق تعریف، امپدانس یک عنصر یا یک شبکه غیر فعال با نسبت فازور ولتاژ به فازور جریان برابر است، یعنی:

$$Z = \frac{V}{I} \qquad (۲-۱)$$

مقدار Z برای یک سیم پیچ[2] (اندوکتور) $j\omega L$، برای خازن[3] (کاپاسیتور) $-j\frac{۱}{\omega C}$ و برای مقاومت اهمی برابر R می باشد. مقادیر ωL و $\frac{۱}{\omega C}$ را راکتانس[4] سیم پیچ و خازن می نامیم. راکتانس را با حرف X نشان می دهیم.

L ضریب خودالقائی سیم پیچ، C ظرفیت خازن[5] و ω فرکانس رادیانی یا زاویه ای می باشند.

برای یک عنصر یا یک شبکه غیر فعال با امپدانس Z، کمیت های مقاومت، راکتانس، ادمیتانس[6]، کندوکتانس[7] و سوسپتانس[8] مطابق زیر تعریف می شوند:

$$R = \mathrm{Re}[Z] \qquad (۲-۲)$$

1. Effective Value
2. Inductor
3. Capacitor
4. Reactance
5. Capacitance
6. Admittance
7. Conductance
8. Susceptance

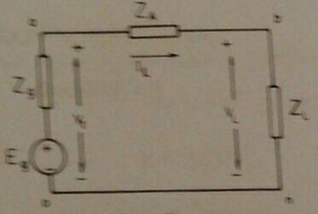
$$X = \mathrm{Im}[Z] \qquad (۲-۳)$$

ادمیتانس $$Y = \frac{I}{V} = \frac{۱}{Z} \qquad (۲-۴)$$

کندوکتانس $$G = \mathrm{Re}[Y] \qquad (۲-۵)$$

سوسپتانس $$B = |\mathrm{Im}[Y]| \qquad (۲-۶)$$

برای ولتاژ تولید شده (نیروی محرکه الکتریکی) بجای V بهتر است از حرف E استفاده شود. در شکل (۱-۲) یک مدار AC نشان داده شده است. در این شکل E_g نیروی محرکه الکتریکی[1] ژنراتور است. ولتاژ بین نقطه a و o با V_t و ولتاژ بین نقطه b و m با V_L مشخص شده است.



شکل ۱-۲

جریان مدار از رابطه زیر بدست می آید.

$$I_L = \frac{V_t - V_L}{Z_x} \qquad (۲-۷)$$

ولتاژ V_t نیز بر حسب E_g و I_L از رابطه زیر تعیین می گردد:

$$V_t = E_g - Z_g I_L \qquad (۲-۸)$$

۲-۲ قدرت در مدارهای سینوسی یک فاز

قدرتی که در هر لحظه توسط یک عنصر یا یک شبکه غیر فعال جذب می شود برابر

1. Electromotive Force

است با حاصلضرب ولتاژ لحظه ای دو سر آن عنصر یا شبکه در جریان عبوری آن. اگر ولتاژ و جریان بترتیب بر حسب ولت و آمپر باشند، قدرت بر حسب وات بدست می آید. چنانچه معادلات v و i مطابق زیر مشخص شده باشند:

$$v = V_{max}\cos\omega t \quad , \quad i = I_{max}\cos(\omega t - \Phi)$$

قدرت لحظه ای[1] جذب شده برابر است با:

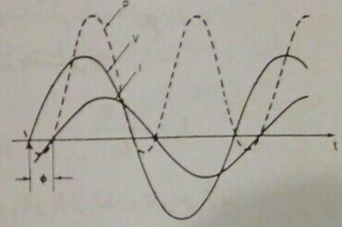
$$P = vi = V_{max} I_{max} \cos\omega t \cos(\omega t - \Phi) \qquad (۲-۹)$$

قدرت متوسط P[2]، در یک زمان تناوب[3]، $T = \frac{۲\pi}{\omega}$ برابر است با:

$$P = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} p\,dt = \frac{1}{۲} V_{max} I_{max} \cos\Phi \qquad (۲-۱۰)$$

چنانچه مقادیر موثر را جایگزین مقادیر حداکثر کنیم داریم:

$$P = |V||I|\cos\Phi \qquad (۲-۱۱)$$



شکل ۲-۲ ولتاژ، جریان و قدرت در مدار یک فاز

1. Instantaneous Power
2. Average Power
3. Period

در شکل (۲-۲) منحنی نمایش جریان، ولتاژ و قدرت بر حسب زمان رسم شده است. قدرت متوسط P راقدرت حقیقی[1] یا اکتیو نیز می نامند. واحد قدرت لحظه ای و قدرت متوسط وات می باشد، لیکن در سیستم های قدرت، وات واحد بسیار کوچکی است، لذا P اغلب بر حسب کیلو وات یا مگا وات بیان می شود.

کسینوس زاویه فاز[2] Φ بین ولتاژ و جریان، ضریب قدرت[3] نامیده می شود. اگر جریان از ولتاژ به اندازه Φ عقب تر باشد ضریب قدرت پس فاز[4]، و اگر جریان به اندازه Φ از ولتاژ جلوتر باشد ضریب قدرت پیش فاز[5] نامیده می شود. یک مدار اندوکتیو دارای ضریب قدرت پس فاز و یک مدار کاپاسیتیو دارای ضریب قدرت پیش فاز است. در یک مدار اهمی خالص ضریب قدرت برابر یک می باشد.

با توجه به رابطه (۲-۱۱) می توان نوشت:

$$P = \mathrm{Re}\left[VI^*\right]$$

کمیت های VI^* و $\mathrm{Im}\left[VI^*\right]$ نیز از اهمیت خاصی برخوردار هستند که آنها را بترتیب قدرت مختلط[6] و قدرت موهومی[7] یا راکتیو می نامیم.

$$S = VI^* \quad , \quad Q = \mathrm{Im}\left[VI^*\right] \qquad (۲-۱۲)$$

$$S = VI^* = |V||I|e^{j\Phi} = P + jQ$$

$$Q = |V||I|\sin\Phi \qquad (۲-۱۳)$$

بدیهی است که P و Q دارای دیمانسیون مشابهی هستند، اما معمولاً برای Q واحد Var بکار

1. Real Power
2. Phase Angle
3. Power Factor
4. Lagging Power Factor
5. Leading Power Factor
6. Complex Power
7. Reactive Power

می رود. کمیت $|S| = |V||I|$ به قدرت ظاهری [1] مدار موسوم است. در مداری که امپدانس آن $R + jX$ می باشد داریم:

$$P = |V||I|\cos\Phi = |I||Z||I|\cos\Phi$$

$$P = |I|^2|Z|\cos\Phi \quad , \quad Q = |I|^2|Z|\sin\Phi \qquad (۲-۱۴)$$

از آنجا که $R = |Z|\cos\Phi$ و $X = |Z|\sin\Phi$، خواهیم داشت:

$$P = |I|^2 R \quad , \quad Q = |I|^2 X \qquad (۲-۱۵)$$

با تقسیم کردن رابطهٔ (۲-۱۳) بر (۲-۱۱) داریم:

$$\tan\Phi = \frac{Q}{P} \quad , \quad \tan\Phi = \frac{X}{R} \qquad (۲-۱۶)$$

با توجه به رابطه فوق و استفاده از روابط مثلثاتی می توان نتیجه گرفت:

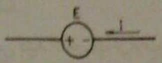
$$\cos\Phi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{P}{|S|} \quad , \quad \cos\Phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{R}{|Z|} \qquad (۲-۱۷)$$

اگر در حالت کلی مقادیر فازور ولتاژ و جریان مداری بترتیب برابر $V = |V|\angle\alpha$ و $I = |I|\angle\beta$ باشند، در صورتیکه $\Phi = \alpha - \beta > 0$ (مدار اندوکتیو)، ضریب قدرت پس فاز بوده $\cos\Phi > 0$ و $\sin\Phi > 0$ می باشند و لذا مدار مذکور قدرت راکتیو جذب می کند. در یک مدار کاپاسیتیو $\Phi = \alpha - \beta < 0$ بوده و ضریب قدرت پیش فاز می باشد و لذا قدرت راکتیو جذب شده منفی است و بمعنی این است که مدار مذکور تولید کننده قدرت راکتیو می باشد. یک مقاومت خالص فقط قدرت اکتیو $|V||I|$ یا $R|I|^2$ جذب می نماید و دارای قدرت راکتیو صفر است. سیم پیچ خالص قدرت اکتیو جذب نمی کند بلکه فقط قدرت راکتیو جذب می نماید و خازن خالص بدون مصرف قدرت اکتیو فقط قدرت راکتیو تولید می کند.

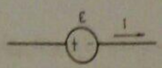
در مورد قدرت مختلط تولید شده توسط یک منبع ولتاژ ایده آل (نیروی محرکه الکتریکی) نیز باید دقت نمود که مطابق شکل (۲-۳) در صورتیکه جهت جریان از قطب مثبت

1. Apparent Power

منبع خارج شود علامت جلوی EI^* مثبت و در غیر اینصورت منفی است.



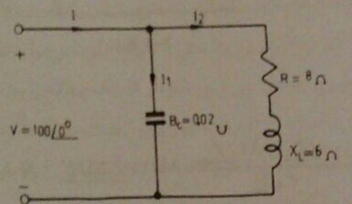
$$S = P + jQ = EI^* \qquad (۲-۱۸)$$



$$S = P + jQ = -EI^* \qquad (۲-۱۹)$$

شکل ۲-۳

مثال ۲-۱ در شکل (۲-۴) جریان هر شاخه، جریان کل و قدرت های اکتیو و راکتیو داده شده به مدار را بدست آورید.



شکل ۲-۴

حل:

$$I_1 = Y_c V = jB_c V = j0.02 \times 100\angle 0^\circ = j2 = 2\angle 90^\circ \quad A$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{100\angle 0^\circ}{8 + j6} = \frac{100}{10\angle 36.9^\circ} = 10\angle -36.9^\circ \quad A$$

$$I = I_1 + I_2 = 2\angle 90^\circ + 10\angle -36.9^\circ = 8.94\angle -26.5^\circ \quad A$$

$$S = VI^* = 100\angle 0^\circ \times 8.94\angle 26.5^\circ = 894\angle 26.5^\circ$$

$$= 800 + j399 \quad VA$$

$$P = 800 \quad W \qquad Q = 399 \quad Var$$

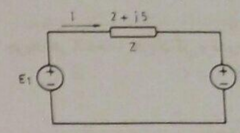
مثال ۲-۲ دو منبع ولتاژ ایده آل نشان داده شده در شکل (۲-۵) بعنوان ماشینهای الکتریکی ۱ و

۲ از طریق امپدانس $Z = 2 + j5\Omega$ بهم متصل هستند، اگر $E_1 = 100\angle 30^\circ$ V و $E_2 = 120\angle 0^\circ$ V باشند:

الف) مشخص کنید کدامیک از ماشین ها بعنوان مولد و کدامیک بعنوان موتور عمل می کنند.

ب) قدرت های راکتیو تولید شده یا جذب شده هر ماشین را بدست آورید.

ج) P و Q جذب شده توسط امپدانس را محاسبه کنید.



شکل ۵-۲

حل:

الف:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{100\angle 30^\circ - 120\angle 0^\circ}{2 + j5} = 11/18\angle 55/5^\circ \quad \text{A}$$

$$S_1 = E_1 I^* = 100\angle 30^\circ \times 11/18\angle -55/5^\circ = 1009 - j481 \quad \text{VA}$$

$$S_2 = -E_2 I^* = -120\angle 0^\circ \times 11/18\angle -55/5^\circ = -759 + j1105 \quad \text{VA}$$

$$P_1 = 1009 \ \text{W} \qquad Q_1 = -481 \ \text{Var}$$

$$P_2 = -759 \ \text{W} \qquad Q_2 = 1105 \ \text{Var}$$

چون قدرت تولیدی ماشین ۱ برابر ۱۰۰۹W و مثبت است لذا ماشین ۱ بعنوان ژنراتور عمل می کند. همچنین قدرت تولیدی ماشین ۲، برابر ۷۵۹W- است که نشان دهنده این است که ماشین ۲ قدرت اکتیو جذب می کند و لذا یک موتور است.

ب: براساس نتایج بدست آمده ماشین ۲ قدرت راکتیو ۱۱۰۵ وار تولید و ماشین ۱ قدرت راکتیو ۴۸۱ وار مصرف می کند.

ج: اختلاف قدرتهای اکتیو ماشین های ۱ و ۲ به سبب قدرت اکتیو جذب شده در امپدانس Z است که میزان آن برابر است با:

$$P = |I|^2 R = 11/18^2 \times 2 = 250 \ \text{W}$$

و یا:

$$P = 1009 - 759 = 250 \ \text{W}$$

بهمین ترتیب اختلاف قدرتهای راکتیو ماشین های ۱ و ۲ به سبب قدرت راکتیو جذب شده در امپدانس Z می باشد که مقدار آن برابر است با:

$$Q = |I|^2 X = 11/18^2 \times 5 = 624 \quad \text{Var}$$

و یا:

$$Q = 1105 - 481 = 624 \quad \text{Var}$$

۳-۲ مدارهای سه فاز

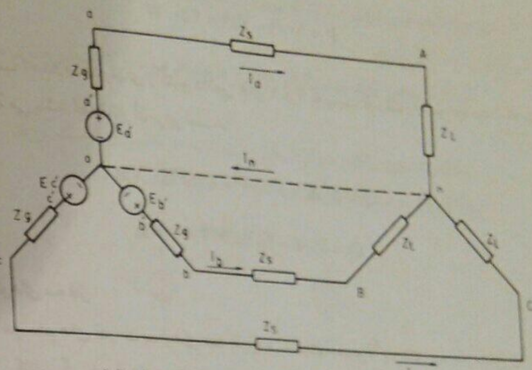
سیستم های قدرت مدارهای سه فازی هستند که معمولاً بارهای سه فاز متقارن[1] را تامین می کنند. گر چه بارهای روشنائی و موتورهای کوچک اغلب تک فاز هستند، لیکن سیستم توزیع طوری طراحی می شود که بار کل یک منطقه یا یک شین در مجموع متقارن می گردد. شکل (۶-۲) ژنراتور سه فازی با اتصال ستاره[2] را نشان می دهد که از طریق امپدانس های رابط (ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و ...) بار سه فاز متقارنی را تغذیه می نماید. نقاط a و b و c ترمینال های خروجی ژنراتور است.

نیروی محرکه الکتریکی ژنراتور در هر فاز با امپدانس Z_g که ترکیبی از مقاومت اهمی و راکتانس القائی[3] است سری می باشد. نیروهای محرکه الکتریکی که با $E_{a'}$، $E_{b'}$ و $E_{c'}$ نشان داده شده اند از نظر دامنه مساوی بوده و با یکدیگر به اندازه °۱۲۰ اختلاف زاویه دارند. اگر دامنه نیروهای محرکه برابر ۲۳۰V و فاز a بعنوان مبنا[4] برای زاویه انتخاب شود داریم:

$$E_{a'} = 230\angle 0^\circ \ \text{V} \quad E_{b'} = 230\angle -120^\circ \ \text{V} \quad E_{c'} = 230\angle 120^\circ \ \text{V}$$

روابط فوق نشان می دهند که توالی فازها[5] abc می باشد (توالی مثبت).

1. Balanced Three - Phase Load
2. Star - Connection
3. Inductive Reactance
4. Reference
5. Phase Sequence



شکل ۶-۲ ژنراتور با اتصال ستاره برای تغذیه بار سه فاز متقارن

جریانهای I_a و I_b و I_c از روابط زیر بدست می آیند:

$$I_a = \frac{E_{a'}}{Z_g + Z_s + Z_L} = \frac{V_A}{Z_L}$$

$$I_b = \frac{E_{b'}}{Z_g + Z_s + Z_L} = \frac{V_B}{Z_L} \qquad (۲-۲۰)$$

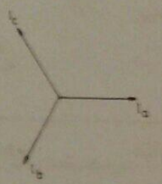
$$I_c = \frac{E_{c'}}{Z_g + Z_s + Z_L} = \frac{V_C}{Z_L}$$

V_A و V_B و V_C ولتاژهای فازهای A و B و C در محل بار هستند. روابط فوق نشان می دهند که جریانهای I_a و I_b و I_c نیز متقارن می باشند. ولتاژ ترمینالهای ژنراتور نیز برحسب جریانهای فوق الذکر مطابق روابط زیر تعریف می شوند:

$$V_a = V_{a'} - Z_g I_a \qquad V_b = V_{b'} - Z_g I_b \qquad V_c = V_{c'} - Z_g I_c$$

و لذا نتیجه می گیریم که ولتاژهای ترمینالهای ژنراتور نیز یک سیستم سه فاز متقارن را تشکیل می دهند. در شکل (۷-۲) دیاگرام برداری جریانهای بار در یک سیستم سه فاز متقارن نشان

داده شده است. از آنجائیکه جمع سه بردار I_a و I_b و I_c برابر صفر می گردد لذا وجود یا عدم وجود سیم اتصال بین نقاط o و n تاثیری در سیستم نداشته و هر دو نقطه مذکور دارای پتانسیل یکسانی می باشند.



شکل ۷-۲ دیاگرام برداری جریانهای یک بار متقارن سه فاز

چنانچه بار متقارن نباشد جمع بردارها صفر نبوده و اگر سیم صفر[1] متصل نشده باشد عبور جریان I_n باعث می شود که نقاط o و n هم پتانسیل نباشند.

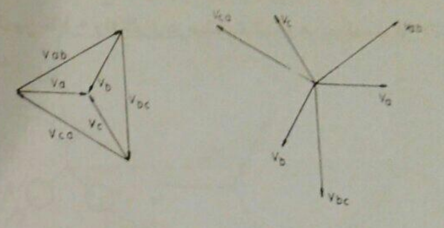
ولتاژهای خطی[2] (ولتاژ بین دو فاز) در شکل (۶-۲) V_{ab} ، V_{bc} و V_{ca} هستند. برای تعیین رابطه ای بین ولتاژهای خطی و فازی داریم:

$$V_{ab} = V_a - V_b = V_a - V_a\angle{-۱۲۰^\circ} = \sqrt{۳}\, V_a\angle{۳۰^\circ} \qquad (۲-۲۱)$$

ولتاژهای خطی V_{bc} و V_{ca} نیز مطابق فوق بدست می آیند. در شکل (۸-۲) دیاگرام برداری ولتاژهای فازی[3] و خطی به دو صورت نشان داده شده است.

بعضی اوقات اتصال بار بصورت مثلث[4] می باشد. شکل (۹-۲) چنین اتصالی را نشان می دهد. جریانهای I_a و I_b و I_c خطی و جریانهای I_{ab} و I_{bc} و I_{ca} نیز فازی می باشند.

1. Netural Connection
2. Line - to - Line Voltages
3. Phase - to - Neutral Voltages
4. Delta Connection



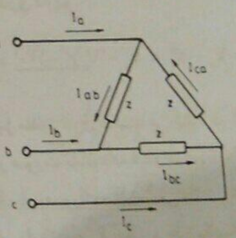
(ب) نمایش نوع دوم ولتاژها

(الف) نمایش نوع اول ولتاژها

شکل ۸-۲ نمایش دیاگرام برداری ولتاژهای فازی و خطی

برای تعیین روابط بین جریانهای خطی [1] و فازی در این حالت داریم:

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} = I_{ab} - I_{ab}\angle 120^\circ = \sqrt{3}I_{ab}\angle -30^\circ \qquad (2-22)$$

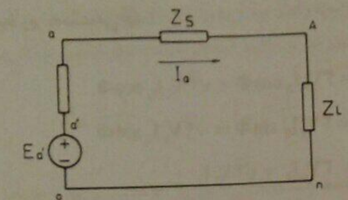


شکل ۹-۲ بار سه فاز با اتصال مثلث

جریانهای خطی I_b و I_c نیز با روش مشابهی بدست می آیند.

در حل مدارهای سه فاز متقارن لازم نیست هر سه فاز همزمان تحلیل شود بلکه کافی است یک سیم صفر با امپدانس صفر را در نظر بگیریم و سپس مدار را با اعمال قانون ولتاژهای کیرشهف برای یک فاز حل کنیم. مدار معادل یک فاز شکل (۶-۲) در شکل (۱۰-۲) رسم شده است.

1. Line Current



شکل ۱۰-۲ مدار معادل یک فاز شکل (۶-۲)

بعد از حل مدار تک فاز برای فاز a و تعیین جریان I_a، جریانهای I_b و I_c به این ترتیب بدست می آیند که دامنه آنها برابر دامنه I_a و زاویه فاز آنها بترتیب 120° عقب تر و 120° جلوتر از زاویه فاز I_a می باشند. ولتاژهای نقاط مختلف نیز بهمین ترتیب بدست می آیند.

چنانچه بار دارای اتصال مثلث باشد برای استفاده از مدار معادل یک فاز باید آنرا به اتصال ستاره تبدیل نمود. اگر امپدانس بار متقارنی در اتصال مثلث Z_Δ و در اتصال ستاره معادل آن Z_λ باشد داریم:

$$Z_\lambda = \frac{1}{3}Z_\Delta \qquad (2-23)$$

۴-۲ قدرت در مدارهای سه فاز

در یک مدار سه فاز متقارن، قدرت تولید شده توسط یک ژنراتور یا قدرت جذب شده توسط بار برابر است با سه برابر قدرت یک فاز.

برای یک بار ستاره اگر دامنه ولتاژ فازی و دامنه جریان فازی را بترتیب با V_P و I_P نشان دهیم:

$$V_p = |V_a| = |V_b| = |V_c|$$
$$I_p = |I_a| = |I_b| = |I_c|$$

قدرت سه فاز P از رابطه زیر بدست می آید:

$$P = 3V_pI_p\cos\Phi \qquad (2-24)$$

در این رابطه Φ زاویه جلو افتادگی ولتاژ فازی نسبت به جریان فازی می باشد. چنانچه دامنه

ولتاژ خطی را با V_L دامنه جریان خطی را با I_L نشان دهیم قدرت اکتیو و راکتیو مصرفی بار و قدرت ظاهری از روابط زیر بدست می آیند:

$$P = ۳V_pI_p\cos\Phi = \sqrt{۳}V_LI_L\cos\Phi$$
$$Q = ۳V_pI_p\sin\Phi = \sqrt{۳}V_LI_L\sin\Phi \qquad (۲-۲۵)$$
$$S = ۳V_pI_p = \sqrt{۳}V_LI_L$$

اگر اتصال بار مثلث باشد $V_p = V_L$ و $I_p = \frac{I_L}{\sqrt{۳}}$ بوده و با جایگزینی این مقادیر در رابطه (۲-۲۴) به این نتیجه می رسیم که روابط (۲-۲۵) برای بار با اتصال مثلث نیز صادق است.

۲-۵ مقادیر نسبت به واحد[1]

در سیستم های قدرت معمولاً مقادیر مگاوات، مگاوار، مگا ولت آمپر، کیلو ولت، آمپر و اهم بر حسب درصد یا نسبت به واحدی از یک مقدار مبنا[2] برای هر یک از این کمیت ها بیان می شوند. استفاده از مقادیر نسبت به واحد محاسن زیر را دارد:

۱: از آنجا که قدرت ها، ولتاژ ها و جریان ها در سیستم های قدرت اعداد بزرگی هستند، کاربرد مقادیر نسبت به واحد با اعداد کوچکتر و مقادیر نسبی ملموس باعث تسلط بیشتر مهندسین سیستم ها روی این کمیت ها می گردد.

۲: تحلیل سیستم ها با وجود سطوح مختلف ولتاژ و ترانسفورماتورها بسیار ساده تر می شود.

۲-۵-۱ مقادیر نسبت به واحد در سیستم های یک فاز

طبق تعریف مقدار نسبت به واحد یک کمیت برابر است با نسبت مقدار واقعی آن کمیت به مقدار مبنای انتخاب شده برای آن کمیت. اگر برای ولتاژ در یک سیستم یک فاز مبنائی معادل ۲۳۰V انتخاب کنیم، این مقدار برابر ۱ نسبت به واحد (۱pu) و یا ۱۰۰ درصد مقدار مبنا می باشد. مقادیر دیگر بصورت نسبت به واحد یا درصدی از این مبنا مشخص می گردند.

1. Per - Unit Quantities

2. Base

مثلاً ولتاژ ۲۱۸/۵V برابر ۰/۹۵pu و ولتاژ ۲۳۹/۲V برابر ۱/۰۴pu خواهند بود.

اگر V_b و I_b بترتیب ولتاژ مبنا و جریان مبنای انتخاب شده، و V و I بترتیب ولتاژ و جریان در نقطه ای از سیستم قدرت باشند (مقادیر مختلط) در اینصورت داریم:

$$V_{pu} = \frac{V}{V_b} \quad , \quad I_{pu} = \frac{I}{I_b} \qquad (۲-۲۶)$$

از آنجا که V و I اعداد مختلط هستند لذا V_{pu} و I_{pu} که مقادیر ولتاژ و جریان بر حسب نسبت به واحد (pu) هستند اعداد مختلطی بدون دیمانسیون می باشند. مثلاً اگر ولتاژ مبنا ۲۳۰V باشد ولتاژ $۲۱۸/۵\angle ۳۰^\circ V$ برابر $۰/۹۵\angle ۳۰^\circ pu$ خواهد بود.

$$۲۱۸/۵\angle ۳۰^\circ V = \frac{۲۱۸/۵}{۲۳۰}\angle ۳۰^\circ pu = ۰/۹۵\angle ۳۰^\circ \ pu$$

ولتاژ مبنا معمولاً بر حسب KV و جریان مبنا بر حسب آمپر انتخاب می شوند. اگر V_b، I_b بترتیب ولتاژ مبنا (KV) و جریان مبنا (A) باشند قدرت مبنا (S_b) بر حسب KVA و MVA برابر است با:

$$S_b = V_bI_b \qquad KVA$$
$$\qquad\qquad\qquad\qquad (۲-۲۷)$$
$$= ۱۰^{-۳}V_bI_b \qquad MVA$$

قدرت مبنا معمولاً بر حسب MVA در نظر گرفته می شود. اگر قدرت مختلط در نقطه ای از سیستم برابر S باشد داریم:

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{P + jQ}{S_b} = \frac{P}{S_b} + j\frac{Q}{S_b} = P_{pu} + jQ_{pu}$$

و لذا مبنای قدرت های اکتیو و راکتیو نیز همان S_b می باشد. مثلاً اگر قدرت مبنا ۱۰۰MVA باشد قدرت اکتیو ۸۰MW معادل ۰/۸pu خواهد بود.

امپدانس مبنا Z_b بر حسب V_b ، I_b و S_b از رابطه زیر تعیین می شود:

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{V_b}{\frac{S_b}{V_b}} = \frac{V_b^۲}{S_b} \quad \Omega$$

در این رابطه V_b بر حسب ولت، I_b بر حسب آمپر و S_b بر حسب ولت آمپر می باشند. اگر V_b بر حسب KV و S_b بر حسب MVA جایگزین شوند از رابطه زیر باز هم Z_b بر حسب اهم بدست می آید:

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} \qquad (۲-۲۸)$$

بسیاری از روابط مورد عمل سیستم ها بر حسب مقادیر نسبت به واحد نیز صادق است. مثلاً برای ولتاژ و قدرت مختلط در یک نقطه از سیستم داریم:

$$V_{pu} = \frac{V}{V_b} = \frac{ZI}{Z_b I_b} = \frac{Z}{Z_b}\cdot\frac{I}{I_b} = Z_{pu} I_{pu}$$

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{VI^*}{V_b I_b} = \frac{V}{V_b}\cdot\frac{I^*}{I_b} = V_{pu} I_{pu}^*$$

انتخاب دو مقدار مبنا از چهار کمیت V_b ، I_b ، S_b و Z_b کفایت می کند و دو مقدار مبنای دیگر قابل محاسبه هستند. معمولاً ولتاژ مبنا بر حسب KV و قدرت مبنا بر حسب MVA انتخاب می شوند. سپس جریان مبنا بر حسب آمپر و امپدانس مبنا بر حسب اهم از روابط زیر تعیین می گردند:

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} \times 10^3 \qquad Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} \qquad (۲-۲۹)$$

۲-۵-۲ مقادیر نسبت به واحد در سیستم های سه فاز

در سیستم های سه فاز کمیت های اصلی مورد بحث از دیدگاه مقادیر نسبت به واحد عبارتند از:

۱- قدرت سه فاز بر حسب مگا ولت آمپر MVA
۲- ولتاژ خطی بر حسب کیلوولت KV
۳- جریان خطی بر حسب آمپر A
۴- امپدانس معادل یک فاز بر حسب اهم Ω

قدرت مبنای سه فاز S_b بر حسب مگا ولت آمپر و ولتاژ مبنای خطی V_b بر حسب کیلو ولت بعنوان مقادیر اولیه مبنا انتخاب می شوند. اگر $S_{b_{1\phi}}$ و V_{p_h} بترتیب قدرت مبنای

یک فاز و ولتاژ مبنای فازی باشند، جریان مبنا بر حسب آمپر و امپدانس معادل یک فاز مبنا بر حسب اهم از روابط زیر بدست می آیند:

$$Z_b = \frac{V_{p_h}^2}{S_{b_{1\phi}}} = \frac{\left(\frac{V_b}{\sqrt{3}}\right)^2}{\frac{1}{3}S_b} = \frac{V_b^2}{S_b}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} \qquad (۲-۳۰)$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_b} \times 10^3 \qquad (۲-۳۱)$$

قدرت مختلط در هر نقطه از سیستم قدرت نیز بر حسب مقادیر نسبت به واحد مطابق زیر تعیین می شود:

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{\sqrt{3}VI^*}{\sqrt{3}V_b I_b} = \frac{V}{V_b}\cdot\frac{I^*}{I_b} = V_{pu} I_{pu}^* \qquad (۲-۳۲)$$

رابطه (۲-۳۲) نشان می دهد که ضریب $\sqrt{3}$ در رابطه قدرت بر حسب ولتاژ و جریان در سیستم نسبت به واحد حذف می شود. بهمین ترتیب در مورد قدرت اکتیو یک سیستم سه فاز داریم:

$$P = |V||I|\cos\Phi \qquad (۲-۳۳)$$

در این رابطه $|V|$ و $|I|$ دامنه ولتاژ خطی و جریان بر حسب pu و P قدرت اکتیو سه فاز بر حسب pu می باشند.

مثال ۳-۲ یک موتور سنکرون قدرت ۸MW را در ولتاژ ۱۳۲KV و ضریب قدرت ۰/۸ پیش فاز از یک سیستم قدرت جذب می نماید. جریان این موتور را بر حسب pu محاسبه کنید. قدرت مبنا ۱۰MVA و ولتاژ مبنا ۱۳۸KV انتخاب گردند.

حل:

$$P = 8MW = \frac{8MW}{10MVA} = 0/8 \quad pu$$

$$|V| = ۱۳۲KV = \frac{۱۳۲KV}{۱۳۸KV} = ۰/۹۵۶ \quad pu$$

$$V = ۰/۹۵۶ \angle ۰^\circ \quad pu$$

$$P = |V||I|\cos\Phi$$

$$۰/۸ = ۰/۹۵۶ \times |I| \times ۰/۸$$

$$|I| = ۱/۰۴۶ \ pu \qquad I = ۱/۰۴۶ \angle ۳۶/۹^\circ \quad pu$$

۶-۲ تغییر مبنای مقادیر نسبت به واحد

بعضی اوقات امپدانس نسبت به واحد یک عنصری از سیستم قدرت در مبنائی غیر از مبنای انتخاب شده برای آن قسمت از سیستم داده می شود. چون همه امپدانس های یک قسمت از سیستم باید بر حسب امپدانس مبنای آن قسمت بیان شوند، بنابراین باید بتوان امپدانس ها را از مبنائی به مبنای دیگر تبدیل نمود. اگر امپدانس عنصری را بر حسب pu با Z_{pu} و بر حسب اهم با Z نشان دهیم داریم:

$$Z_{pu} = \frac{Z}{Z_b} = \frac{Z}{\frac{V_b^۲}{S_b}} = Z\frac{S_b}{V_b^۲}$$

رابطه فوق نشان می دهد که امپدانس نسبت به واحد با قدرت مبنا نسبت مستقیم و با توان دوم ولتاژ مبنا نسبت معکوس دارد. حال اگر امپدانس این عنصر در مبنای قبلی $(V_{b_{old}}, S_{b_{old}})$ برابر $Z_{pu_{old}}$ و در مبنای جدید $(V_{b_{new}}, S_{b_{new}})$ برابر $Z_{pu_{new}}$ باشد مقدار امپدانس نسبت به واحد در مبنای جدید از رابطه زیر بدست می آید:

$$Z_{pu_{new}} = Z_{pu_{old}}\left(\frac{S_{b_{new}}}{S_{b_{old}}}\right)\left(\frac{V_{b_{old}}}{V_{b_{new}}}\right)^۲ \qquad (۲-۳۴)$$

مثال ۴-۲ راکتانس یک ژنراتور در مبنای مقادیر نامی ژنراتور ۲۵۰MVA، ۲۱KV برابر ۰/۲ pu می باشد. مبنای محاسبات سیستم ۱۰۰MVA و ۲۰KV است. راکتانس این ژنراتور را در مبنای جدید محاسبه کنید.

حل:

$$X = ۰/۲\left(\frac{۱۰۰}{۲۵۰}\right)\left(\frac{۲۱}{۲۰}\right)^۲ = ۰/۰۸۸۲ \quad pu$$

مسائل فصل دوم

۱-۲ یک منبع ولتاژ ۲۰۰ ولتی باری با امپدانس $۱۰\angle ۳۰^\circ$ اهم را تغذیه می کند.

الف) R، X، P، Q و ضریب قدرت این بار را محاسبه کنید.

ب) اگر خازنی با قدرت راکتیو تولیدی ۱۰۰۰ وار با این بار موازی شود، قدرت های اکتیو و راکتیو تولید شده توسط منبع و ضریب قدرت کل مدار را بدست آورید.

۲-۲ اگر در مثال (۲-۲) امپدانس بین دو ماشین ۱ و ۲ برابر $۲ - j۵$ اهم باشد، مشخص کنید کدام ماشین بصورت مولد و کدام بصورت موتور کار می کند. همچنین قدرت راکتیو تولید شده یا جذب شده هر ماشین و قدرت جذب شده اکتیو و راکتیو توسط امپدانس رابط را بدست آورید.

۳-۲ یک موتور القائی سه فاز قدرت ۵۰ اسب بخار در ولتاژ ۴۰۰ ولت و ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز به بار می دهد و ضریب بهره آن ۹۰ درصد می باشد.

الف) قدرت مصرفی اکتیو و راکتیو و مختلط این موتور را بدست آورید.

ب) فرض کنید این موتور توسط یک منبع تغذیه ۴۰۰ ولت از طریق امپدانس $۱ + j۰/۵$ اهم (در هر فاز) تغذیه می شود. ولتاژ موتور، ضریب قدرت منبع ولتاژ و بهره انتقال قدرت را بدست آورید.

۴-۲ یک موتور القائی سه فاز در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ ۲۲۰ ولت قدرت ۲۵ کیلو وات جذب می کند. می خواهیم خازنی با این موتور موازی کنیم تا ضریب قدرت را به ۰/۹۵ برساند. قدرت این خازن و جریان موتور را قبل و بعد از نصب خازن محاسبه کنید.

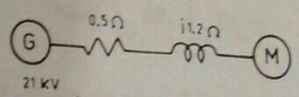
۵-۲ راکتانس یک ژنراتور سه فاز ۲۰۰مگاولت آمپر، ۲۰ کیلو ولت برابر ۰/۵pu است.

الف) مقدار این راکتانس را بر حسب اهم بدست آورید.

ب) اگر مبنای سیستم ۱۰۰MVA و ۲۲KV در نظر گرفته شود، راکتانس مذکور را در مبنای سیستم بدست آورید.

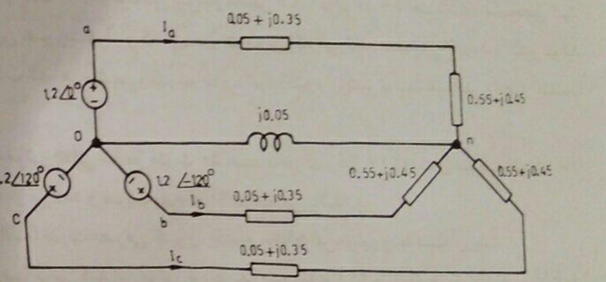
۶-۲ موتور سنکرون سه فازی با مشخصات نامی ۲۰۰MVA، ۲۰KV و راکتانس ۰/۵pu از طریق امپدانس رابط $۰/۵ + j۱/۲\Omega$ مطابق شکل (۱۱-۲) به شینی با ولتاژ ثابت ۲۱KV متصل است. قدرت و ولتاژ مبنای سیستم را بترتیب ۱۰۰MVA و ۲۱KV در نظر گرفته و مدار معادل

سیستم را بر حسب مقادیر pu نشان دهید (مدار معادل موتور سنکرون را بصورت E_m سری با راکتانس مربوطه نشان دهید).



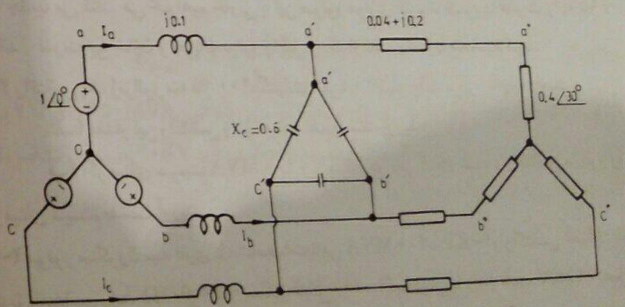
شکل ۱۱-۲ مربوط به مساله (۶-۲)

۷-۲ مدار معادل یک فاز مدار نشان داده شده در شکل (۱۲-۲) را رسم نمائید و جریانهای I_a و I_b و I_c را محاسبه کنید.



شکل ۱۲-۲ مربوط به مساله (۷-۲). مقادیر بر حسب pu مشخص شده اند.

۸-۲ جریانهای I_a و I_b و I_c و لتاژهای خطی و فازی ژنراتور را برای مدار نشان داده شده در شکل (۱۳-۲) بدست آورید (سیستم متقارن فرض شود).



شکل ۱۳-۲ مربوط به مساله (۸-۲). مقادیر بر حسب pu مشخص شده اند.

۹-۲ شکل (۱۴-۲) ژنراتوری را نشان می دهد که از طریق خط انتقال باری را در انتهای خط تغذیه می کند. ولتاژ ابتدای خط را با V_1 و ولتاژ انتهای خط را با V_2 نشان می دهیم. امپدانس خط انتقال $Z_s = R_s + jX_s$ اهم بوده و تلفات اکتیو و راکتیو خط P_L و Q_L در مقایسه با قدرت انتقالی از خط انتقال P و Q ناچیز و در مقایسه با آنها قابل صرفنظر کردن هستند.

الف) ثابت کنید که برای P_L و Q_L بطور تقریبی روابط زیر را خواهیم داشت:

$$P_L = R_s \frac{P^2 + Q^2}{|V|^2} \qquad Q_L = X_s \frac{P^2 + Q^2}{|V|^2} \qquad (۲-۳۵)$$

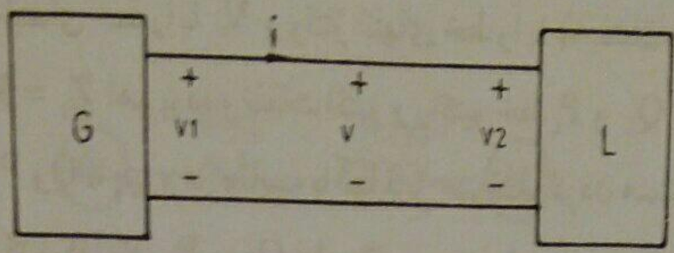
در روابط فوق از افت ولتاژ در خط صرفنظر شده و $|V| = |V_1| = |V_2|$ در نظر گرفته شده است.

ب) اگر از P_L و Q_L در مقایسه با P و Q صرفنظر نشود و افت ولتاژ خط نیز منظور گردد در اینصورت V_1 و P_1 و Q_1 بترتیب ولتاژ، قدرت اکتیو و قدرت راکتیو تولید شده در ابتدای خط (توسط ژنراتور) و V_2 و P_2 و Q_2 بترتیب ولتاژ، قدرت اکتیو و قدرت راکتیو انتهای خط (مصرفی بار) می باشند. چنانچه امپدانس بار $Z_L = ۸۰ + j۶۰\Omega$ و $Z_S = ۲ + j۸\Omega$ و ولتاژ ابتدای خط $V_1 = ۳۰\angle 0^\circ$ KV باشد (مدار یک فاز است) مطلوبست جریان خط، ولتاژ انتهای خط V_2، افت ولتاژ خط، P_1 و Q_1 و P_2 و Q_2 و قدرت مصرف شده اکتیو و راکتیو در خط انتقال بر حسب MW و MVar.

ج) ولتاژ متوسط V_1 و V_2 را با V نشان دهید. همچنین متوسط قدرت های اکتیو و راکتیو در ابتدا و انتهای خط را بدست آورده و آنرا با P و Q نمایش دهید. سپس با جایگزینی مقادیر بدست آمده V و P و Q در روابط قسمت (الف) مساله، تلفات P_L و Q_L را بدست آورده با قسمت (ب) مقایسه کنید.

د) اگر افت ولتاژ خط را برابر $|\Delta V| = |V_1| - |V_2|$ در نظر بگیریم و آنرا خیلی کوچکتر از $|V_1|$ فرض کنیم. همچنین $|V| = |V_1|$ فرض شود، ثابت کنید که رابطه افت ولتاژ نسبی (درصد افت ولتاژ) یا رگولاسیون خط که بصورت $\frac{|\Delta V|}{|V|}$ تعریف می شود از رابطهٔ زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{|\Delta V|}{|V|} = R_s \frac{P}{|V|^2} + X \frac{Q}{|V|^2} \ \text{pu} \qquad (۲-۳۶)$$



شکل ۱۴-۲ مربوط به مسالله (۹-۲)

۱۰-۲ خط انتقال سه فازی در فرکانس $50\,Hz$ و با امپدانس $Z_s = 0/5 + j2\Omega$ باری را در انتها تغذیه می کند. بار مذکور در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ $10\,KV$ قدرت $200\,KW$ را جذب می کند.

الف) ولتاژ ابتدای خط و قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ابتدای خط را بدست آورید.

ب) اگر ولتاژ ابتدای خط $10\,KV$ و بار انتهای خط دارای امپدانس $Z_L = 18 + j45\Omega$ با اتصال مثلث باشد، ولتاژ انتهای خط را محاسبه کنید.

ج) برای اینکه ولتاژ انتهای خط را در حالت (ب) نیز به $10\,KV$ برسانیم تا افت ولتاژ خط جبران شود، سه خازن مساوی با بار بصورت ستاره موازی می کنیم. قدرت و ظرفیت این خازنها را محاسبه نمائید.

د) ولتاژ مبنا و قدرت مبنا را بترتیب $10\,KV$ و $0/5\,MVA$ در نظر گرفته و قسمت های (الف) و (ب) و (ج) را در سیستم pu حل نمائید. و جوابهای بدست آمده را با مقادیر قبلی مقایسه کنید.

فصل سوم

پارامترهای خطوط انتقال

۱-۳ مقدمه

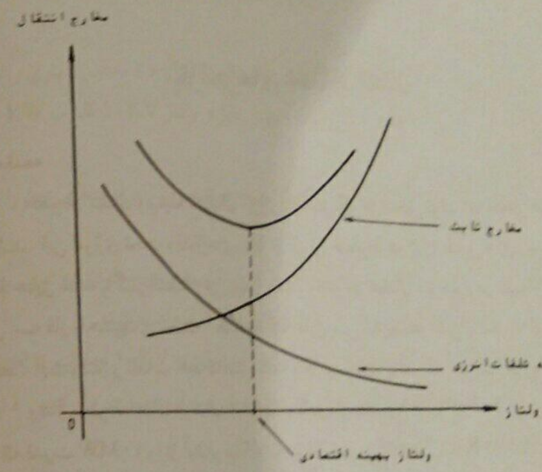
خطوط انتقال وسیله انتقال انرژی الکتریکی از محل تولید به محل های مصرف می باشند. این انرژی تحت ولتاژهای بالا از طریق خطوط هوائی، کابل های زیر زمینی و یا خطوط عایق شده با گاز انتقال می یابد. اکثر خطوط انتقال موجود در دنیا از نوع خطوط هوائی[1] سه فاز با هادیهای لخت [2] هستند که عایق بین هادیها هوا می باشد. با افزایش ولتاژ یک خط، افت ولتاژ و تلفات خط کاهش یافته و قابلیت انتقال قدرت[3] افزایش می یابد.

ولتاژ خطوط انتقال از سال ۱۸۹۰ میلادی از سطح ۳۳۰۰V به ۱۱KV در سال ۱۸۹۶ رسید که قدرت ۱۰MW را از آبشار نیاگارا به بوفالونیویورك با طول ۳۲Km انتقال می داد. در سال ۱۹۳۶ خط انتقال ۲۸۷KV به طول ۴۳۰Km با قدرت انتقالی ۲۴۰MW نصب گردید. اولین خط انتقال ۴۰۰KV که ژنراتورهای آبی شمال سوئد را به بارهای جنوبی آن کشور متصل می کرد شروع بکار کرد. در سال ۱۹۶۴ بهره برداری از اولین خط انتقال ۵۰۰KV در ویرجینیا آغاز شد. در همان سال کمپانی هیدروکبک[4] در کانادا خط انتقال ۷۳۵KV خود را بطول ۶۰۰Km مورد استفاده قرار دارد. در سال ۱۹۶۹ خط ۷۶۵KV توسط AEP در آمریکا نصب گردید. از سال ۱۹۸۰ ببعد نیز برنامه ریزی و مطالعه جهت استفاده از خطوط ۱۱۰۰KV آغاز شده است.

---

1. Aerial Lines (Overhead Lines)
2. Bare Conductors
3. Power Transmittability
4. Hydro Quebec

رابطه (۳۵-۲) نشان می دهد که هزینه تلفات انرژی با افزایش سطح ولتاژ کاهش می یابد، در حالیکه مخارج ثابت شامل برجهای انتقال، مقره ها و ... با زیاد شدن ولتاژ افزایش می یابد. همانطوریکه در شکل (۱-۳) نشان داده شده است، مخارج کل انتقال در سطح ولتاژ مشخصی به حداقل می رسد. این ولتاژ بهینه اقتصادی[1] با اضافه شدن طول خط افزایش می یابد.



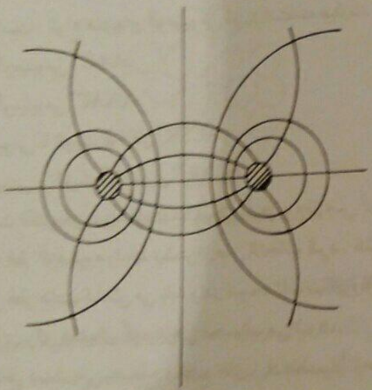
شکل ۱-۳ انتخاب سطح ولتاژ بهینه اقتصادی

یک خط انتقال دارای چهار پارامتر است: اندوکتانس، کاپاسیتانس، مقاومت[2] و کندوکتانس[3]. در این فصل سه پارامتر اول مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت. کندوکتانس بین هادیها و یا بین هادیها و زمین بخاطر جریان نشتی[4] بر روی مقره های[5]

1. Optimum Economic Voltage
2. Resistance
3. Conductance
4. Leakage Current
5. Insulators

خطوط هوائی و یا از طریق عایق های[1] کابل ها در نظر گرفته می شود. از آنجائیکه نشت بر روی مقره ها در خطوط هوائی قابل صرفنظر است لذا آنرا در محاسبات برابر صفر منظور می کنیم.

براثر عبور جریان از یک خط انتقال، میدانهای مغناطیسی و الکتریکی در اطراف آن بوجود می آیند. شکل (۲-۳) یک خط انتقال یک فاز را با میدانهای مغناطیسی و الکتریکی مربوط به آن نشان می دهد. خطوط شار مغناطیسی[2] حلقه های بسته ای را تشکیل می دهند و خطوط شار الکتریکی[3] از بارهای الکتریکی مثبت یک هادی شروع و به بارهای منفی روی هادی دیگر ختم می شوند.



شکل ۲-۳ میدانهای مغناطیسی و الکتریکی مربوط به یک خط دو سیمه

تغییر جریان در هادیها باعث تغییر در تعداد خطوط مغناطیسی پیوست با مدار می گردد. اندوکتانس خاصیتی از مدار است که نسبت ولتاژ القاء شده براثر تغییر شار به آهنگ تغییر جریان[4] نسبت به زمان را نشان می دهد. کاپاسیتانس پدیده ایست که بین دو هادی بوجود

1. Insulations
2. Magnetic Flux
3. Electric Flux
4. Rate of Change of Current

می آید و برابر است با نسبت بار الکتریکی روی هادیها به اختلاف پتانسیل بین آنها. مقاومت و اندوکتانس، امپدانس های سری خط را تشکیل می دهند. کندوکتانس و کاپاسیتانس بین هادیهای یک فاز و یا بین یک هادی و نقطه صفر یک خط سه فاز، ادمیتانس موازی خط انتقال هستند. گرچه مقاومت، اندوکتانس و کاپاسیتانس در طول خط به طور یکنواخت گسترده اند[1]، لیکن مدار معادل خط انتقال را بصورت پارامترهای متمرکز[2] نشان می دهند.

۲-۳ انواع هادیهای خط انتقال

در سالهای اولیه انتقال انرژی، از هادیهای مسی استفاده می شد، اما در حال حاضر هادیهای آلومینیومی کاملاً جایگزین هادیهای مسی شده اند. علت استفاده از آلومینیوم وزن سبکتر و قیمت کمتر است. انواع هادیهای آلومینیومی مورد استفاده عبارتند از:

هادی تمام آلومینیومی AAC[3]

هادی آلیاژ آلومینیومی AAAC[4]

هادی آلومینیومی با تقویت فولادی ACSR[5]

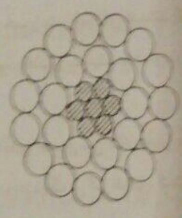
هادی آلومینیومی با تقویت آلیاژ فلزی ACAR[6]

قابلیت هدایت الکتریکی و استقامت مکانیکی آلومینیوم از مس کمتر است. لذا برای عبور جریان مساوی، قطر آلومینیوم را باید بیشتر از مس انتخاب کرد. تنش الکتریکی[7] هادی آلومینیومی با افزایش قطر هادی کاهش می یابد و در نتیجه تلفات کرونا[8] کم می شود و این موضوع نیز امتیاز دیگری برای هادیهای آلومینیومی محسوب می شود.

در عمل بخاطر دست یابی به سطح مقطع های زیاد معمولاً از هادیهای رشته ای[9]

1. Uniformely Distributed
2. Lumped Parameters
3. All Aluminum Conductor
4. All Aluminum Alloy Conductor
5. Aluminum conductor Steel Reinforced
6. Aluminum Conductor Alloy Reinforced
7. Electrical Stress
8. Corona Loss
9. Stranded Conductors

استفاده می شود. این رشته ها از نظر الکتریکی موازی یکدیگر بوده و در طول هادی به صورت مارپیچ بر روی هم قرار دارند. برای بالا بردن استقامت مکانیکی هادیها، درون آنها را با رشته های فولادی یا آلیاژ های فلزی دیگر تقویت می کنند بطوریکه یکی از انواع هادیهای ACSR و یا ACAR بدست می آید. هادی ACSR بیشتر از تمام هادیهای ذکر شده در خطوط انتقال بکار می رود. شکل (۳-۳) یک هادی آلومینیومی با تقویت فولادی (ACSR) را نشان می دهد. در این هادی ۷ رشته فولادی هسته مرکزی را تشکیل می دهند و اطراف آنها دو لایه از رشته های آلومینیومی قرار دارند. رشته های آلومینیومی در دو لایه خارجی ۲۴ عدد می باشند. مشخصات چنین هادی بصورت 24Al/7St و یا بطور خلاصه ۲۴/۷ نشان داده می شود.



شکل ۳-۳ هادی آلومینیومی با تقویت فولادی ۲۴/۷

۳-۳ مقاومت خطوط انتقال

عامل اصلی تلفات توان در یک خط انتقال مقاومت اهمی آن می باشد. مقاومت موثر یک خط انتقال که به مقاومت AC موسوم است طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$R = \frac{\text{تلفات قدرت در هادی}}{|I|^2} \quad \Omega \qquad (۳-۱)$$

در این رابطه تلفات قدرت بر حسب وات و I جریان موثر هادی بر حسب آمپر می باشد. مقاومت DC خط انتقال برابر است با:

$$R_0 = \frac{\rho l}{A} \quad \Omega \qquad (۳-۲)$$

در این رابطه ρ مقاومت ویژه هادی بر حسب اهم- متر، l طول هادی بر حسب متر و A سطح مقطع هادی بر حسب متر مربع است. مقدار ρ برای آلومینیوم در حرارت ۲۰ درجه سانتیگراد برابر $\Omega \cdot m$ $۲/۸۳ \times ۱۰^{-۸}$ است. مقدار مقاومت ویژه ρ و در نتیجه مقاومت DC برااثر

تغییرات حرارت تغییر می کند. اگر R_1 و R_2 بترتیب مقاومت در درجه حرارت های t_1 و t_2 باشند داریم:

$$R_2 = R_1\left[1+\alpha(t_2-t_1)\right] \qquad (۳-۳)$$

در این رابطه α ضریب حرارت هادی است. این ضریب برای آلومینیوم در حرارت ۲۰ درجه سانتیگراد برابر ۰/۰۰۳۹ می باشد. در رابطه (۳-۳) می توان t_1 را برابر 20° در نظر گرفت و با استفاده از $\alpha = ۰/۰۰۳۹$ و R_1 که مقاومت هادی در 20° می باشد مقاومت هادی R_2 را در درجه حرارت t_2 بدست آورد.

مقاومت موثر AC چند درصد از مقاومت DC بیشتر است زیرا:

۱- هادیهای خطوط انتقال بصورت رشته ای هستند که بصورت مارپیچ روی هم قرار گرفته اند، لذا طول رشته ها از طول هادی بیشتر بوده و در نتیجه مقاومت خط افزایش می یابد.

۲- جریان AC که از یک هادی عبور می کند بطور یکنواخت در سطح مقطع هادی توزیع نمی شود بلکه چگالی جریان در نزدیک مرکز هادی کمتر بوده و تمایل دارد که در سطح جانبی هادی تمرکز یابد. این موضوع به اثر پوستی [1] معروف است. اثر پوستی باعث کاهش سطح مقطع موثر و در نتیجه افزایش مقاومت هادی می گردد.

۳-۴ تعریف اندوکتانس

ولتاژ القاء شده [2] در یک مدار برابر است با آهنگ تغییرات شار پیوست [3] نسبت به زمان در آن مدار:

$$e = \frac{d\tau}{dt} \qquad (۳-۴)$$

در این رابطه e ولتاژ القاء شده بر حسب ولت و τ شار پیوست مدار بر حسب وبر - دور (wb-t) می باشد.

براثر تغییر جریان یک مدار، میدان مغناطیسی آن (که با شار پیوست بیان می شود) نیز

1. Skin Effect
2. Induced Voltage
3. Linkage Flux

تغییر می کند و اگر ضریب نفوذ مغناطیسی [1] ثابت فرض شود شار پیوست متناسب است با جریان، و بنابراین ولتاژ القاء شده متناسب است با آهنگ تغییرات جریان نسبت به زمان. این تناسب را می توان بصورت زیر نوشت:

$$e = L\frac{di}{dt} \qquad (۳-۵)$$

که L ضریب تناسب رابطه فوق اندوکتانس نامیده می شود و واحد آن هانری (H) است. با مقایسه دو رابطه (۳-۴) و (۳-۵) داریم:

$$L = \frac{d\tau}{di} \quad H \qquad (۳-۶)$$

اگر شار مغناطیسی پیوست مدار بر حسب جریان بصورت خطی تغییر کند (ضریب نفوذ مغناطیسی ثابت باشد) داریم:

$$L = \frac{\tau}{i} \quad H \qquad (۳-۷)$$

در اینجا τ و i مقادیر لحظه ای شار پیوست و جریان الکتریکی هستند. اگر جریان سینوسی باشد شار پیوست نیز سینوسی بوده و چنانچه ψ و I مقادیر فازور شار پیوست و جریان در نظر گرفته شوند خواهیم داشت:

$$L = \frac{\psi}{I} \quad \text{و یا} \quad \psi = LI \qquad (۳-۸)$$

چون ψ و I هم فاز هستند L یک عدد حقیقی خواهد بود. مقدار فازور افت ولتاژ براثر شار پیوست نیز از رابطه زیر بدست می آید:

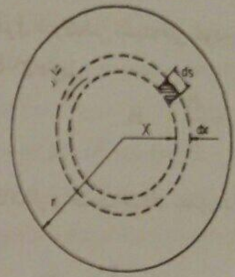
$$V = j\omega LI = j\omega\psi \qquad (۳-۹)$$

۳-۵ اندوکتانس یک هادی براثر شار داخلی [2]

تغییر خطوط شار در داخل هادی، در ولتاژ القاء شده مدار و در نتیجه اندوکتانس آن

1. Permability
2. Internal Flux

موثر است، در شکل (۴-۳) سطح مقطع یک هادی استوانه ای بلند حامل جریان I نشان داده شده است. مسیر برگشت جریان به اندازه ای دور فرض می شود که تاثیری بر میدان مغناطیسی این هادی ندارد. بنابراین خطوط شار هم مرکز با هادی هستند.



شکل ۴-۳ سطح مقطع یک هادی استوانه ای

جریان محصور شده به شعاع X برابر است با:

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I = \frac{x^2}{r^2} I$$

در این رابطه I جریان کل هادی و r شعاع هادی می باشد. چنانچه رابطه قانون آمپر را برای مسیر به شعاع x بنویسیم:

$$I_x = \oint H_x ds$$

که H_x شدت میدان مغناطیسی [1] در هر نقطه از مسیر دایره ای به شعاع x بر حسب آمپر دور بر متر (At/m) می باشد، با فرض توزیع یکنواخت چگالی جریان[2] داریم:

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi x} = \frac{x^2}{r^2} I \frac{1}{2\pi x} = \frac{x}{2\pi r^2} I \quad At/m$$

1. Magnetic Field Intensity

2. Current Density

چگالی شار [1] در فاصله x از مرکز هادی برابر است با:

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} \quad wb/m^2$$

در اینجا μ ضریب نفوذ مغناطیسی هادی می باشد. برای عنصر با ضخامت dx در شکل (۴-۳) شار مغناطیسی در واحد طول برابر است با:

$$d\Phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx \qquad wb/m$$

شار پیوست در واحد طول $d\psi$ که براثر شار عنصر با ضخامت dx بوجود می آید برابر است با:

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\Phi = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx \qquad wb/m$$

با انتگرال گیری در فاصله $x = 0$ تا $x = r$ کل شار پیوست داخلی محاسبه می شود:

$$\psi_{int} = \int_0^r \frac{\mu x^3}{2\pi r^4} I dx$$

$$\psi_{int} = \frac{\mu I}{8\pi} \qquad wb/m \qquad (۳-۱۰)$$

در صورتیکه ضریب نفوذ مغناطیسی نسبی برابر یک باشد ($\mu_r = 1$) در اینصورت:

$$\mu = \mu_r \mu_0 = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \qquad H/m \qquad (۳-۱۱)$$

$$\psi_{int} = \frac{1}{2} I \times 10^{-7} \qquad wb/m \qquad (۳-۱۲)$$

و لذا می توان اندوکتانس هادی براثر شار داخلی را از رابطه $L_{int} = \frac{\psi_{int}}{I}$ مطابق زیر نشان داد:

$$L_{int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \qquad H/m \qquad (۳-۱۳)$$

1. Flux Density

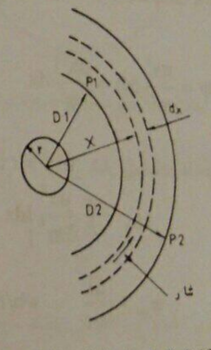
۶-۳ شار پیوست در خارج از یک هادی

شکل (۵-۳) یک هادی استوانه ای با شعاع r حامل جریان I را نشان می دهد. دو نقطه P_1 و P_2 را در فواصل D_1 و D_2 از مرکز هادی در نظر بگیرید. شدت میدان مغناطیسی در نقطه ای به فاصله x از مرکز هادی طبق قانون آمپر برابر است با:

$$H_x = \frac{I}{2\pi x} \quad At/m$$

برای عنصر با ضخامت dx که در شکل (۵-۳) نشان داده شده است چگالی شار از رابطه زیر بدست می آید:

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x} \quad wb/m^2$$



شکل ۵-۳ هادی استوانه ای و شار پیوست خارجی

شار $d\Phi$ در عنصر با ضخامت dx برای طول یک متر برابر است با:

$$d\Phi = \frac{\mu I}{2\pi x}dx \quad wb/m$$

شار خارجی [1] هادی با تمام جریان هادی پیوست می باشد، بنابراین:

$$d\psi = d\Phi = \frac{\mu I}{2\pi x}dx \quad wb/m$$

1. External Flux

شار پیوست کل بین نقاط P_1 و P_2 با انتگرال گیری از رابطه فوق در حدود $x = D_1$ و $x = D_2$ بدست می آید:

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x}dx = \frac{\mu I}{2\pi}\ln\frac{D_2}{D_1} \quad wb-t/m$$

برای $\mu_r = 1$ و $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ H/m داریم:

$$\psi_{12} = 2\times10^{-7} I \ln\frac{D_2}{D_1} \quad wb-t/m \qquad (۳-۱۴)$$

اندوکتانس هادی فقط براثر شار محصور بین P_1 و P_2 برابر است با:

$$L_{12} = 2\times10^{-7}\ln\frac{D_2}{D_1} \quad H/m \qquad (۳-۱۵)$$

۷-۳ اندوکتانس خط یک فاز دو سیمه

در شکل (۶-۳) دو هادی استوانه ای توپر با شعاع های r_1 و r_2 که به فاصله D از یکدیگر قرار گرفته اند نشان داده شده است. ابتدا فقط شار پیوست مدار را که براثر جریان هادی ۱ ایجاد می شود در نظر می گیریم. اندوکتانس مدار براثر عبور جریان از هادی ۱ از مجموع اندوکتانس های بدست آمده براثر شار پیوست داخلی و خارجی هادی بدست می آید. اندوکتانس بخاطر شار خارجی با جایگزینی $D_2 = D$ و $D_1 = r_1$ در رابطه (۱۵-۳) بدست می آید:

$$L_{1_{ext}} = 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{r_1} \quad H/m \qquad (۳-۱۶)$$

و اندوکتانس فقط بخاطر شار داخلی نیز مطابق رابطه (۱۳-۳) برابر است با:

$$L_{1_{int}} = \frac{1}{2}\times10^{-7} \quad H/m$$

کل اندوکتانس مدار بخاطر عبور جریان از هادی ۱ از رابطه زیر حساب می شود:

$$L_1 = \left(\frac{1}{2} + 2\ln\frac{D}{r_1}\right)10^{-7} = 2\times10^{-7}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{D}{r_1}\right)$$

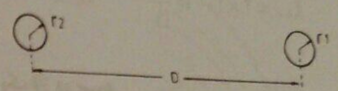
$$= 2\times10^{-7}\left(\ln e^{\frac{1}{4}} + \ln\frac{D}{r_1}\right) = 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{r_1 e^{-\frac{1}{4}}} \quad H/m$$

اگر r_1' را برای $r_1 e^{-\frac{1}{4}}$ جایگزین کنیم داریم:

$$L_1 = 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{r_1'} \quad H/m \tag{3-17}$$

در این رابطه r_1' را می توان شعاع یک هادی فرضی در نظر گرفت که اندوکتانس داخلی آن صفر بوده لیکن اندوکتانس آن با اندوکتانس هادی واقعی با شعاع r_1 برابر است.

$$r_1' = r_1 e^{-\frac{1}{4}} = 0/7788\ r_1 \tag{3-18}$$



شکل ۶-۳ خط یک فاز دوسیمه

با توجه به روابط (۱۷-۳) و (۱۸-۳) در محاسبات اندوکتانس، از اندوکتانس داخلی صرفنظر می کنیم و در عوض بجای شعاع r از r' استفاده کرده و از رابطه (۱۷-۳) مستقیماً اندوکتانس را بدست می آوریم. کمیت r_1' بعنوان «شعاع متوسط هندسی[1]» هادی توپر (GMR) معروف است.

بطور مشابه اندوکتانس مدار براثر عبور جریان از هادی ۲ برابر است با:

$$L_2 = 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{r_2'} \quad H/m \tag{3-19}$$

$$r_2' = r_2 e^{-\frac{1}{4}} = 0/7788\ r_2 \tag{3-20}$$

و اندوکتانس کل مدار این چنین محاسبه می شود:

$$L = L_1 + L_2 = 4\times10^{-7}\ln\frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}} \quad H/m \tag{3-21}$$

1. Geometric Mean Radius

معمولاً شعاع هادیهای یک خط تک فاز مساوی هستند، لذا با جایگزینی $r' = r_1' = r_2'$ در رابطه (۲۱-۳) داریم:

$$L = 4\times10^{-7}\ln\frac{D}{r'} \quad H/m \tag{3-22}$$

در این رابطه $r' = 0/7788r$ شعاع متوسط هندسی GMR هر یک از هادیهای خط یک فاز می باشد. رابطه (۲۲-۳) اندوکتانس یک خط دو سیمه را نشان می دهد. اندوکتانس هر هادی نصف آن بوده و از رابطه زیر بدست می آید:

$$L = 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{r'} \quad H/m \tag{3-23}$$

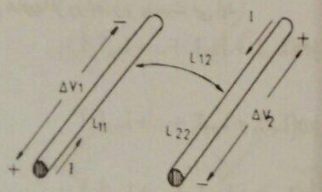
اندوکتانس خط یک فاز دوسیمه را می توان بر حسب اندوکتانس ظاهری خود القاء[1] هر هادی و اندوکتانس ظاهری متقابل[2] بین آنها نوشت. شکل (۷-۳) خط یک فاز را در واحد طول (یک متر) نشان می دهد. اندوکتانس های ظاهری خود القاء دو هادی در واحد طول به ترتیب با L_{11} و L_{22} و اندوکتانس ظاهری متقابل آنها در واحد طول با L_{12} نشان داده شده است. افت ولتاژهای ΔV_1 و ΔV_2 (افت ولتاژ در واحد طول هر یک از هادیها) از روابط زیر بدست می آیند:

$$\Delta V_1 = j\omega L_{11} I - j\omega L_{12} I$$

$$\Delta V_2 = j\omega L_{22} I - j\omega L_{12} I$$

افت ولتاژ کل در مدار این چنین محاسبه می شود:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = j\omega(L_{11} + L_{22} - 2L_{12})I$$



شکل ۷-۳ خط یک فاز دوسیمه در واحد طول

1. Apparent Self Inductance
2. Apparent Mutual Inductance

اندوکتانس کل مدار در مقایسه رابطه اخیر با $\Delta V = j\omega LI$ مطابق زیر بدست می آید:

$$L = L_{11} + L_{22} - 2L_{12} \qquad H/m \qquad (۳-۲۴)$$

اندوکتانس خط را با توجه به رابطه (۲۱-۳) بصورت زیر می توان نوشت:

$$L = 2\times10^{-7}\left(\ln\frac{1}{r_1'}+\ln\frac{1}{r_2'}-2\ln\frac{1}{D}\right) \qquad H/m$$

به این ترتیب اندوکتانس های ظاهری خود القاء و القاء متقابل بصورت زیر تعریف می شوند:

$$L_{11} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r_1'}$$

$$L_{22} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r_2'} \qquad (۳-۲۵)$$

$$L_{12} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{D}$$

۸-۳ بررسی مجتمع هادیها

مطالعه مجتمعی که دارای چندین هادی می باشد ما را قادر می سازد تا بتوانیم اندوکتانس چنین هادی هائی را در وضعیت های مختلف بدست آوریم. گروهی از هادیها را مطابق شکل (۸-۳) در نظر بگیرید. مجموع جریان این هادیها برابر صفر است. افت ولتاژ در واحد طول هر یک از این هادیها از روابط زیر بدست می آید:

$$V_1 = j\omega\left(L_{11}I_1 + L_{12}I_2 + \dots + L_{1n}I_n\right)$$

$$V_2 = j\omega\left(L_{21}I_1 + L_{22}I_2 + \dots + L_{2n}I_n\right) \qquad (۳-۲۶)$$

$$\vdots$$

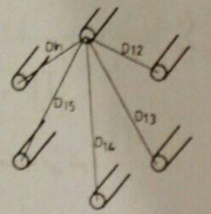
$$V_n = j\omega\left(L_{n1}I_1 + L_{n2}I_2 + \dots + L_{nn}I_n\right)$$

هر یک از اندوکتانس های ظاهری خود القاء و القاء متقابل L_{jj} و L_{jk} از روابط زیر محاسبه

می شوند:

$$L_{jj} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r_j'} \qquad H/m \qquad (۳-۲۷)$$

$$L_{jk} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{D_{jk}} \qquad H/m \qquad (۳-۲۸)$$

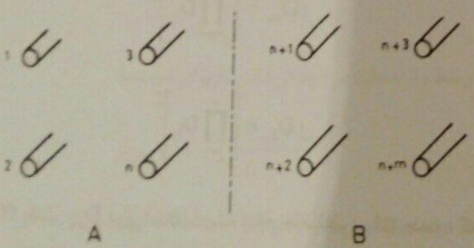


شکل ۸-۳ مجتمع n هادی

در این روابط r_j شعاع هادی شماره j و D_{jk} فاصله دو هادی j و k از یکدیگر می باشد.

۹-۳ اندوکتانس خطوط انتقال مرکب[1]

یکی از کاربردهای مهم معادلات (۲۶-۳) محاسبه اندوکتانس خط یک فاز دوسیمه مرکب می باشد. فرض کنید که هادی A (هادی رفت) از n رشته مشابه با جریان $\frac{I}{n}$ و هادی B (هادی برگشت) از m رشته مشابه با جریان $-\frac{I}{m}$ تشکیل شده باشند.



شکل ۹-۳ سیستم یک فاز با دو هادی مرکب

1. Multiconductor Lines

افت ولتاژ در واحد طول رشته هادی شماره ۱ برابر است با:

$$V_1 = 2\times10^{-7} j\omega\left(\frac{I}{n}\sum_{j=1}^{n}\ln\frac{1}{D_{1j}} - \frac{I}{m}\sum_{j=n+1}^{n+m}\ln\frac{1}{D_{1j}}\right) \qquad (۳-۲۹)$$

از طرفی می توان نوشت:

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\ln\frac{1}{D_{1j}} = \ln\frac{1}{\left[\prod_{j=1}^{n} D_{1j}\right]^{\frac{1}{n}}}$$

بنابراین افت ولتاژ V_1 این چنین محاسبه می شود:

$$V_1 = 2\times10^{-7} j\omega I \ln\frac{\left[\prod_{j=n+1}^{n+m} D_{1j}\right]^{\frac{1}{m}}}{\left[\prod_{j=1}^{n} D_{1j}\right]^{\frac{1}{n}}} \qquad (۳-۳۰)$$

در این رابطه $D_{11} = r_1'$ بوده و علامت $\prod$ نشان دهنده عامل ضرب است.
صورت و مخرج رابطه (۳-۳۰) را می توان مطابق زیر تعریف نمود:

$$D_{m_1} = \left[\prod_{j=n+1}^{n+m} D_{1j}\right]^{\frac{1}{m}} \qquad (۳-۳۱)$$

$$D_{S_1} = \left[\prod_{j=1}^{n} D_{1j}\right]^{\frac{1}{n}} \qquad (۳-۳۲)$$

در رابطه (۳-۳۱) مقدار D_{m_1} برابر است با ریشه mام حاصلضرب m جمله، که هر یک از این جملات فاصله رشته هادی ۱ از همه رشته های هادی B می باشد. در رابطه (۳-۳۲) نیز D_{S_1} برابر است با ریشه nام حاصلضرب n جمله، که هر یک از جملات فاصله رشته هادی ۱ از همه رشته های هادی A می باشد. به این ترتیب داریم:

$$V_1 = 2\times10^{-7} j\omega I \ln\frac{D_{m_1}}{D_{S_1}} \qquad (۳-۳۳)$$

برای رشته شماره i در هادی A می توان نوشت:

$$V_i = 2\times10^{-7} j\omega I \ln\frac{D_{m_i}}{D_{S_i}} \qquad (۳-۳۴)$$

$$D_{m_i} = \left[\prod_{j=n+1}^{n+m} D_{ij}\right]^{\frac{1}{m}} \qquad (۳-۳۵)$$

$$D_{S_i} = \left[\prod_{j=1}^{n} D_{ij}\right]^{\frac{1}{n}} \qquad (۳-۳۶)$$

اندوکتانس L_i برای رشته هادی شماره i از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_i = j\omega L_i I_i = j\omega L_i \frac{I}{n} \qquad (۳-۳۷)$$

از مقایسه دو رابطه (۳-۳۴) و (۳-۳۷) داریم:

$$L_i = 2\times10^{-7} n \ln\frac{D_{m_i}}{D_{S_i}} \qquad (۳-۳۸)$$

اندوکتانس متوسط رشته های موجود در هادی A برابر است با:

$$L_{av} = \frac{L_1 + L_2 + \ldots + L_n}{n}$$

و چون n رشته در هادی A با یکدیگر موازی هستند لذا اندوکتانس کل هادی A برابر است با:

$$L_A = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_1 + L_2 + \ldots + L_n}{n^2} = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} L_i \qquad (۳-۳۹)$$

با جایگزینی L_i در رابطه (۳-۳۹) اندوکتانس هادی A بدست می آید :

$$L_A = 2\times10^{-7}\ln\frac{\left[\prod_{i=1}^{n} D_{m_i}\right]^{\frac{1}{n}}}{\left[\prod_{i=1}^{n} D_{s_i}\right]^{\frac{1}{n}}} \qquad (۳-۴۰)$$

صورت و مخرج رابطه (۳-۴۰) را مطابق زیر تعریف می کنیم :

$$D_m = \left[\prod_{i=1}^{n} D_{m_i}\right]^{\frac{1}{n}} = \left[\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=n+1}^{n+m} D_{ij}\right]^{\frac{1}{nm}} \qquad (۳-۴۱)$$

$$D_{s_A} = \left[\prod_{j=1}^{n} D_{s_i}\right]^{\frac{1}{n}} = \left[\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} D_{ij}\right]^{\frac{1}{n^2}} \qquad (۳-۴۲)$$

D_m ریشه nm ام حاصلضرب nm جمله است که این جملات فواصل n رشته مربوط به هادی A از m رشته مربوط به هادی B می باشند. D_m را فاصله متوسط هندسی [1] نامیده آنرا با علامت اختصاری GMD نیز نشان می دهند. D_{s_A} ریشه n^2 ام حاصلضرب n^2 جمله است که این جملات فواصل n رشته مربوط به هادی A از یکدیگر می باشند. باید دقت نمود که جمله D_{ii} برابر r_i' است. D_{s_A} را شعاع متوسط هندسی [2] هادی A می نامند و آنرا با علامت اختصاری GMR نشان می دهند. رابطه اندوکتانس هادی A را می توان این چنین نوشت :

$$L_A = 2\times10^{-7}\ln\frac{D_m}{D_{s_A}} \quad \text{H/m} \qquad (۳-۴۳)$$

اندوکتانس هادی B نیز به روش مشابهی قابل محاسبه است. اندوکتانس کل مدار نیز از جمع اندوکتانس های دو هادی A و B بدست می آید.

در خط انتقال هادی های A و B کاملاً مشابه هستند، لذا اندوکتانس هر یک از هادی

1. Geometric Mean Distance
2. Geometric Mean Radius

ها را می توان از رابطه زیر تعیین کرد :

$$L = L_A = L_B = 2\times10^{-7}\ln\frac{GMD}{GMR} \quad \text{H/m} \qquad (۳-۴۴)$$

در این رابطه :

$$GMD = \left[\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=n+1}^{2n} D_{ij}\right]^{\frac{1}{n^2}} \qquad (۳-۴۵)$$

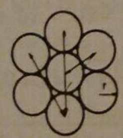
$$GMR = \left[\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} D_{ij}\right]^{\frac{1}{n^2}} \qquad (۳-۴۶)$$

روابط کلی (۳-۴۱) و (۳-۴۲) را به شکل های زیر نیز می توان نوشت :

$$D_m = \sqrt[nm]{D_{1,n+1}\cdots D_{1,n+m}D_{2,n+1}\cdots D_{2,n+m}\cdots D_{n,n+1}\cdots D_{n,n+m}} \qquad (۳-۴۷)$$

$$D_{s_A} = \sqrt[n^2]{(D_{11}\cdots D_{1n})(D_{21}\cdots D_{2n})\cdots(D_{n1}\cdots D_{nn})} \qquad (۳-۴۸)$$

مثال ۳-۱ یک هادی ۷ رشته ای با شعاع r مطابق شکل (۳-۱۰) را در نظر بگیرید. D_s یا GMR این هادی را محاسبه کنید.



شکل ۳-۱۰ هادی ۷ رشته ای

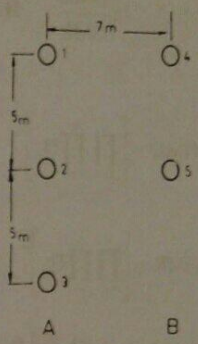
حل:

$$D_s = \sqrt[49]{r'^7(2r)^{24}\left(2\sqrt{3}r\right)^{12}(4r)^6}$$

$$= \sqrt[49]{(0.7788)^7 r^7 (2r)^{24}\left(2\sqrt{3}r\right)^{12}(4r)^6} = 2.1767r$$

مثال ۳-۲ یک خط انتقال یک فاز مطابق شکل (۳-۱۱) از سه سیم توپر به شعاع ۰/۲۵cm برای

هادی رفت و دو سیم توپر به شعاع $0/5 cm$ برای هادی برگشت تشکیل شده است. اندوکتانس هر یک از هادیهای رفت و برگشت و اندوکتانس کل خط را بدست آورید.



شکل ۱۱-۳ مربوط به مثال (۲-۳)

حل: ابتدا GMD بین هادی های A و B را بدست می آوریم:

$$D_m = \sqrt[6]{D_{14} D_{15} D_{24} D_{25} D_{34} D_{35}}$$

$$D_{14} = D_{25} = 7 \quad m$$

$$D_{15} = D_{24} = D_{35} = \sqrt{5^2 + 7^2} = 8/6 \quad m$$

$$D_{34} = \sqrt{10^2 + 7^2} = 12/2 \quad m$$

$$D_m = \sqrt[6]{7^2 \times 8/6^3 \times 12/2} = 8/51 \quad m$$

حال GMR را برای هادی A محاسبه می کنیم:

$$D_{s_A} = \sqrt[9]{D_{11} D_{12} D_{13} D_{21} D_{22} D_{23} D_{31} D_{32} D_{33}} \qquad (3-49)$$

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = r' = 0/0025 \times 0/7788 = 0/00195 \quad m$$

$$D_s = \sqrt[9]{(0/00195)^3 \times 5^4 \times 10^2} = 0/426 \quad m$$

برای هادی B نیز GMR این چنین محاسبه می شود:

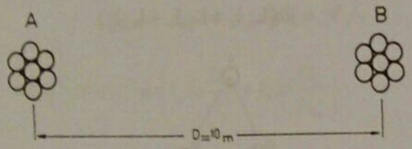
$$D_{S_B} = \sqrt[4]{(0/5 \times 0/7788 \times 10^{-2})^2 \times 5^2} = 0/1395 \quad m$$

$$L_A = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{8/51}{0/426} = 5/99 \times 10^{-7} \quad H/m$$

$$L_B = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{8/51}{0/1395} = 8/22 \times 10^{-7} \quad H/m$$

$$L = L_A + L_B = 14/21 \times 10^{-7} \quad H/m$$

$$= 1/421 \quad mH/Km$$



شکل ۱۲-۳ خط یک فاز با هادیهای رشته ای

اگر خط یک فاز از دو هادی رشته ای تشکیل شده باشد احتیاجی به محاسبه GMD نیست و این مقدار برابر با فاصله مرکز دو هادی می باشد. مثلاً اگر هادی مثال (۱-۳)، ۷ رشته ای، بعنوان هادی رفت و برگشت انتخاب شود و فاصله هادیها از یکدیگر مطابق شکل (۱۲-۳) برابر $10 m$ و شعاع هر رشته در هادیها $0/84 cm$ باشد داریم:

$$D_m = D = 10 \quad m$$

$$D_{S_A} = D_{S_B} = 2/1767 \times 0/84 \times 10^{-2} = 0/0183 \quad m$$

$$L_A = L_B = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10}{0/0183} = 12/6 \times 10^{-7} \quad H/m$$

اگر در شکل (۱۱-۳) هادیهای بکار رفته هر کدام رشته ای باشند در اینصورت در رابطه

(۴۹-۳) باید مقادیر $D_{11} = ۲/۱۷۶۷ r_1$ و $D_{22} = ۲/۱۷۶۷ r_2$ و $D_{33} = ۲/۱۷۶۷ r_3$ را جایگزین نمود و مساله را حل کرد تا L_A بدست آید و برای هادیهای ۴ و ۵ نیز باید بهمین ترتیب عمل نمود تا L_B تعیین شود.

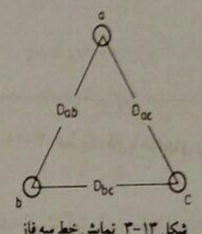
۱۰-۳ اندوکتانس خطوط انتقال سه فاز

هادیهای یک خط انتقال سه فاز مطابق شکل (۱۳-۳) نشان داده شده اند. افت ولتاژ در واحد طول هر یک از فازها را می توان بصورت زیر نوشت:

$$V_a = j\omega\left(L_{aa}I_a + L_{ab}I_b + L_{ac}I_c\right)$$

$$V_b = j\omega\left(L_{ab}I_a + L_{bb}I_b + L_{bc}I_c\right)$$

$$V_c = j\omega\left(L_{ac}I_a + L_{bc}I_b + L_{cc}I_c\right)$$



شکل ۱۳-۳ نمایش خط سه فاز

در این روابط L_{aa} و L_{bb} و L_{cc} اندوکتانس های ظاهری خود القاء هر یک از فازها و L_{ab} و L_{bc} و L_{ac} اندوکتانس های ظاهری القاء متقابل بین هر یک از دو فاز می باشند. L_{aa} و L_{ab} را می توان بصورت زیر نوشت:

$$L_{aa} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r'_a}$$

(۵۰-۳)

$$L_{ab} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{D_{ab}}$$

بقیه اندوکتانس ها نیز بطریق مشابه بدست می آیند. بنابراین داریم:

$$V_a = 2\times10^{-7}j\omega\left(I_a\ln\frac{1}{r'_a} + I_b\ln\frac{1}{D_{ab}} + I_c\ln\frac{1}{D_{ac}}\right)$$

$$V_b = 2\times10^{-7}j\omega\left(I_a\ln\frac{1}{D_{ab}} + I_b\ln\frac{1}{r'_b} + I_c\ln\frac{1}{D_{bc}}\right) \qquad (۵۱-۳)$$

$$V_c = 2\times10^{-7}j\omega\left(I_a\ln\frac{1}{D_{ac}} + I_b\ln\frac{1}{D_{bc}} + I_c\ln\frac{1}{r'_c}\right)$$

در روابط فوق فرض بر این بوده است که هادیها توپر باشند. اگر هادیها بصورت رشته ای باشند بجای r'_a باید D_{s_a}، بجای r'_b، باید D_{s_b} و بجای r'_c باید D_{s_c} را جایگزین نمود.

با توجه به اینکه در سیستم های متقارن سه فاز $I_a + I_b + I_c = 0$ است، لذا در هر یک از معادلات فوق می توان یکی از جریانها را حذف نمود. بنابراین:

$$V_a = 2\times10^{-7}j\omega\left(I_a\ln\frac{D_{ac}}{r'_a} + I_b\ln\frac{D_{ac}}{D_{ab}}\right)$$

$$V_b = 2\times10^{-7}j\omega\left(I_a\ln\frac{D_{bc}}{D_{ab}} + I_b\ln\frac{D_{bc}}{r'_b}\right) \qquad (۵۲-۳)$$

$$V_c = 2\times10^{-7}j\omega\left(I_b\ln\frac{D_{ac}}{D_{bc}} + I_c\ln\frac{D_{ac}}{r'_c}\right)$$

این روابط نشان می دهند که افت ولتاژ در هر فاز فقط به جریان آن فاز بستگی ندارد و اندوکتانس ها برای سه فاز با هم مساوی نخواهند بود.

در حالتی که هادیهای سه فاز یکسان بوده و فاصله آنها از یکدیگر مساوی باشد داریم:

$$D_{ab} = D_{bc} = D_{ac} = D$$

$$r'_a = r'_b = r'_c = r'$$

با جایگزینی این مقادیر در رابطه (۵۱-۳) خواهیم داشت:

$$V_a = 2\times10^{-7}j\omega I_a\ln\frac{D}{r'}$$

$$V_b = ۲\times۱۰^{-۷} j\omega\, I_b \ln\frac{D}{r'}$$

$$V_c = ۲\times۱۰^{-۷} j\omega\, I_c \ln\frac{D}{r'}$$

و بنابراین:

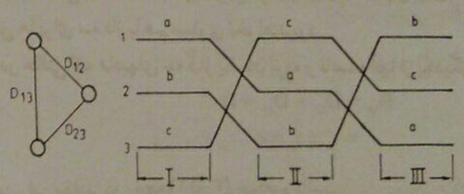
$$L_a = L_b = L_c = ۲\times۱۰^{-۷} \ln\frac{D}{r'} \qquad H/m \qquad (۳-۵۳)$$

و این رابطه نشان می دهد که اندوکتانس هر سه فاز با یکدیگر برابرند. اگر هر فاز بصورت هادی رشته ای باشد بجای r' از D_s استفاده می شود:

$$L = ۲\times۱۰^{-۷} \ln\frac{D}{D_s} \qquad H/m \qquad (۳-۵۴)$$

۳-۱۱ جابجائی[1] فازها در خط انتقال سه فاز

اگر فواصل هادیهای یک خط سه فاز با یکدیگر برابر نباشند اندوکتانس فازها با یکدیگر مساوی نبوده و سیستم قدرت نامتقارن می گردد. از طرف دیگر تنها راه حل تقارن سیستم ها استفاده از مثلث متساوی الاضلاع هادیها نمی باشد و آرایش های مختلفی برای نصب هادی ها موجود است. یکی از روش های متقارن کردن یک خط انتقال، جابجائی فازها است. شکل (۱۴-۳) یک سیکل کامل از جابجائی فازها را نشان می دهد. در این سیکل که دارای سه فاصله مساوی می باشد، هر یک از فازها در سه فاصله مذکور، در سه موقعیت مختلف قرار می گیرد.



شکل ۱۴-۳ یک سیکل از جابجائی فازها

1. Transposition

در هر یک از فواصل، اندوکتانس های فازهای a و b و c با یکدیگر متفاوت است، لیکن چون هر سه فاز در سه فاصله مذکور هر سه موقعیت ۱ و ۲ و ۳ را اشغال می کنند، اندوکتانس فازها در یک سیکل کامل جابجائی با یکدیگر مساوی خواهد شد. روابط افت ولتاژ در واحد طول را در فاصله های I و II و III با استفاده از رابطه (۵۱-۳) برای فاز a می نویسیم:

$$V_{a_I} = ۲\times۱۰^{-۷} j\omega\left(I_a \ln\frac{۱}{D_s} + I_b \ln\frac{۱}{D_{۱۲}} + I_c \ln\frac{۱}{D_{۱۳}}\right)$$

$$V_{a_{II}} = ۲\times۱۰^{-۷} j\omega\left(I_a \ln\frac{۱}{D_s} + I_b \ln\frac{۱}{D_{۲۳}} + I_c \ln\frac{۱}{D_{۱۲}}\right)$$

$$V_{a_{III}} = ۲\times۱۰^{-۷} j\omega\left(I_a \ln\frac{۱}{D_s} + I_b \ln\frac{۱}{D_{۱۳}} + I_c \ln\frac{۱}{D_{۲۳}}\right)$$

در این روابط برای حالت کلی از D_s استفاده کرده ایم. اگر هادیها توپر باشند بجای D_s از مقدار r' استفاده می کنیم و اگر هادیها رشته ای باشند D_s را محاسبه کرده و در این روابط قرار می دهیم. افت ولتاژ متوسط برای فاز a برابر است با:

$$V_a = \frac{۱}{۳}\left(V_{a_I} + V_{a_{II}} + V_{a_{III}}\right)$$

$$= ۲\times۱۰^{-۷} j\omega\left(I_a \ln\frac{۱}{D_s} + I_b \ln\frac{۱}{\left[D_{۱۲}D_{۲۳}D_{۱۳}\right]^{\frac{۱}{۳}}} + I_c \ln\frac{۱}{\left[D_{۱۲}D_{۲۳}D_{۱۳}\right]^{\frac{۱}{۳}}}\right)$$

از طرفی داریم:

$$I_b + I_c = -I_a$$

لذا خواهیم داشت:

$$V_a = ۲\times۱۰^{-۷} j\omega I_a \ln\frac{\left[D_{۱۲}D_{۲۳}D_{۱۳}\right]^{\frac{۱}{۳}}}{D_s}$$

بنابراین اندوکتانس فاز a برابر است با:

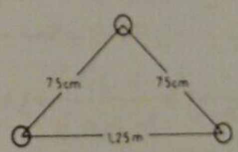
$$L_a = ۲\times۱۰^{-۷} \ln\frac{D_{eq}}{D_s} \qquad H/m \qquad (۳-۵۵)$$

اندوکتانس فازهای b و c نیز با L_a برابر است. صورت رابطه (۵۵-۳) یعنی D_{eq} را می توان بعنوان GMD خط سه فاز در نظر گرفت که بصورت زیر قابل نوشتن است:

$$D_{eq} = GMD = \sqrt[۳]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} \qquad (۳-۵۶)$$

اغلب سیستم های قدرت از هادیهای رشته ای ACSR استفاده می کنند. در جدول (۱-۳) انواع این هادیها با نام مصطلح خود مشخص شده اند. در این جدول نسبت تعداد رشته های آلومینیوم به فولاد Al/St ، قطر خارجی هادی بر حسب اینچ، تعداد لایه های آلومینیوم، مقاومت DC و AC ،و D_s یا GMR هادیها بر حسب فوت داده شده اند. از این جدول معمولاً برای تعیین D_s و قطر خارجی هادیها استفاده می شود.

مثال ۳-۳ یک خط سه فاز در فرکانس 60 Hz مطابق شکل (۱۵-۳) نشان داده شده است. هادیها از نوع Hawk می باشند. اندوکتانس هر فاز را در یک کیلومتر بدست آورید.



شکل ۱۵-۳ مربوط به مثال (۳-۳)

حل: با استفاده از جدول (۱-۳) شعاع متوسط هندسی هادی GMR را بدست می آوریم. سپس با تعیین D_{eq} مقدار اندوکتانس را محاسبه می کنیم.

$$D_s = ۰/۰۲۸۹ \ ft = ۰/۰۲۸۹\times۰/۳۰۵ = ۰/۰۰۸۸ \quad m$$

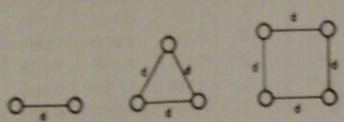
$$D_{eq} = \sqrt[۳]{۰/۷۵\times۰/۷۵\times۱/۲۵} = ۰/۸۸۹ \quad m$$

$$L = ۲\times۱۰^{-۷} \ln\frac{۰/۸۸۹}{۰/۰۰۸۸} = ۹/۲۳\times۱۰^{-۷} \quad H/m$$

$$= ۰/۹۲۳ \quad mH/Km$$

۱۲-۳ هادیهای گروهی[1] (باندل)

در خطوط انتقال بیش از 230KV (فوق فشار قوی) تاثیر کرونا[2] بر مدار بسیار زیاد می شود. پدیده کرونا که نتیجه مستقیم وجود گرادیان ولتاژ بر سطح هادی است باعث ایجاد تلفات در سیستم انتقال و همچنین ایجاد تداخل در سیستم های مخابراتی می گردد. برای کاهش تاثیر کرونا در ولتاژهای خیلی زیاد از هادیهای گروهی (باندل) استفاده می شود. باندل ها در هر فاز شامل ۲ ، ۳ و یا ۴ هادی می باشند. در شکل (۱۶-۳) چنین باندل هائی نشان داده شده اند.



شکل ۱۶-۳ هادی ها باندل

یکی دیگر از مزایای خطوط باندل، کاهش اندوکتانس می باشد. هر چه تعداد هادی های یک باندل بیشتر باشد اندوکتانس خط واثر کرونا کمتر خواهد شد. کاهش اندوکتانس براثر افزایش GMR هر فاز است. محاسبه GMR دقیقاً مشابه یک هادی رشته ای است. اگر GMR یک باندل را با D_s^b و GMR هر هادی از باندل را با D_s نشان دهیم، برای باندل های شکل (۱۶-۳) خواهیم داشت:

$$D_s^b = \sqrt[۴]{(D_s\times d)^۲} = \sqrt{D_s d} \qquad (۳-۵۷)$$

هادی گروهی با دو رشته

1. Bundle Conductors

2. Corona

جدول ۱-۳ مشخصات الکتریکی هادیهای ACSR

نام هادی	Al/St	تعداد لایه های آلمینیوم	قطر خارجی به اینچ	R_{dc} ۲۰°c Ω/۱۰۰۰ft	R_{ac} ۲۰°c Ω/mi	R_{ac} ۵۰°c Ω/mi	GMR D_s ft
Waxwing	18/1	2	0.609	0.0646	0.3488	0.3831	0.0198
Partridge	26/7	2	0.642	0.0640	0.3452	0.3792	0.0217
Ostrish	26/7	2	0.680	0.0569	0.3070	0.3372	0.0229
Merlin	18/1	2	0.684	0.0512	0.2767	0.3037	0.0222
Linnet	26/7	2	0.721	0.0507	0.2737	0.3006	0.0243
Oriole	30/7	2	0.741	0.0504	0.2719	0.2987	0.0255
Chickadee	18/1	2	0.743	0.0433	0.2342	0.2572	0.0241
Ibis	26/7	2	0.783	0.0430	0.2323	0.2551	0.0264
Pelican	18/1	2	0.814	0.0361	0.1957	0.2148	0.0264
Flicker	24/7	2	0.846	0.0359	0.1943	0.2134	0.0284
Hawk	26/7	2	0.858	0.0357	0.1931	0.2120	0.0289
Hen	30/7	2	0.883	0.0355	0.1919	0.2107	0.0304
Osprey	18/1	2	0.879	0.0309	0.1679	0.184[illegible]	0.0284
Parakeet	24/7	2	0.914	0.0308	0.1669	0.1832	0.0306
Dove	26/7	2	0.927	0.0307	0.1663	0.0826	0.0314
Rook	24/7	2	0.977	0.0269	0.1461	0.1603	0.0327
Grosbeak	26/7	2	0.990	0.0268	0.1454	0.1596	0.0335
Drake	26/7	2	1.108	0.0215	0.1172	0.1284	0.0373
Tern	45/7	3	1.063	0.0217	0.1188	0.1302	0.0352
Rail	45/7	3	1.165	0.0181	0.0997	0.1092	0.0386
Cardinal	54/7	3	1.196	0.0180	0.0988	0.1082	0.0402
Ortolan	45/7	3	1.213	0.0167	0.0224	0.1011	0.0402
Bluejay	45/7	3	1.250	0.0155	0.0861	0.0941	0.0415
Finch	54/19	3	1.293	0.0155	0.0856	0.0937	0.0436
Bittern	45/7	3	1.345	0.0136	0.0762	0.0832	0.0444
Pheasant	54/19	3	1.382	0.0135	0.0751	0.0821	0.0466
Bobolink	45/7	3	1.427	0.0121	0.0684	0.0746	0.0470
Plover	54/19	3	1.465	0.0120	0.0673	0.0735	0.0494
Lapwing	45/7	3	1.502	0.0109	0.0623	0.0678	0.0498
Falcon	54/19	3	1.545	0.0108	0.0612	0.0667	0.0523
Bluebird	84/19	4	1.762	0.0080	0.0476	0.0515	0.0586

$$D_s^b = \sqrt[۹]{\left(D_s \times d^۲\right)^۳} = \sqrt[۳]{D_s d^۲} \qquad (۳-۵۸)$$

هادی گروهی با سه رشته

$$D_s^b = \sqrt[۱۶]{\left(D_s \times d^۲\left(\sqrt{۲}d\right)\right)^۴} = ۱/۰۹\sqrt[۴]{D_s d^۳} \qquad (۳-۵۹)$$

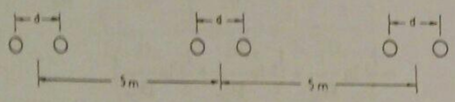
هادی گروهی با چهار رشته

برای محاسبه اندوکتانس هر فاز از یک خط سه فاز باندل از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$L = ۲\times۱۰^{-۷} \ln\frac{D_{eq}}{D_s^b} \quad H/m \qquad (۳-۶۰)$$

در این رابطه D_s^b شعاع متوسط هندسی (GMR) هادی گروهی (باندل) می باشد که با توجه به تعداد رشته های باندل از روابط (۵۷-۳)، (۵۸-۳) و یا (۵۹-۳) بدست می آید. فاصله متوسط هندسی (GMR) که در رابطه (۶۰-۳) با D_{eq} نشان داده شده است نیز از رابطه (۵۶-۳) بدست می آید. در این رابطه مقصود از D_{ij} فاصله مرکز هادی باندل i از مرکز هادی باندل j می باشد.

مثال ۴-۳ در یک خط انتقال سه فاز از باندلهای دو رشته ای در هر فاز استفاده شده است(مطابق شکل ۱۷-۳). نوع هادیها Pheasant بوده و فاصله هر دو رشته مجاور d = ۳۵cm می باشد. اندوکتانس هر فاز را محاسبه کنید.



شکل ۱۷-۳ خط انتقال سه فاز با باندل های دو رشته ای

حل: با استفاده از جدول (۱-۳) مقدار D_s را برای یک رشته هادی بدست می آوریم:

$$D_s = ۰/۰۴۶۶ \quad ft$$

$$= ۰/۰۴۶۶ \times ۰/۳۰۴۸ = ۰/۰۱۴۲ \quad m$$

$$D_s^b = \sqrt{D_s d} = \sqrt{۰/۰۱۴۲\times۰/۳۵} = ۰/۰۷ \quad m$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{5\times5\times10} = 6/3 \quad m$$

$$L = 2\times10^{-7}\ln\frac{D_{eq}}{D_s^b} = 2\times10^{-7}\ln\frac{6/3}{0/07} = 9\times10^{-7} \quad H/m$$

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi\times50\times9\times10^{-7}\times10^{3} = 0/283 \quad \Omega/Km$$

۳-۱۳ خطوط انتقال سه فاز دو مداره (دوبل)

یک خط انتقال سه فاز دو مداره از دو خط سه فاز مجزا که از لحاظ الکتریکی با یکدیگر موازی هستند تشکیل شده است. اگر دو مدار ذکر شده با یکدیگر فاصله نسبتاً زیادی داشته باشند اندوکتانس هر فاز خط دوبل برابر نصف اندوکتانس هر فاز هر یک از مدارها می باشد. چنانچه هادیهای خط انتقال سه فاز دوبل همه روی یک دکل قرار گرفته باشند در اینصورت نمی توان اندوکتانس خط را با نصف کردن اندوکتانس یک مدار بدست آورد، مگر اینکه از اندوکتانس متقابل هادیهای یک مدار با مدار دیگر صرفنظر کنیم.

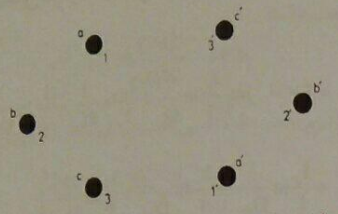
شکل (۱۸-۳) یک خط انتقال سه فاز دو مداره را برای قسمت I از سه فاصله جابجائی فازها نشان می دهد. افت ولتاژ در واحد طول برای فازهای a و a′ را می توان این چنین نوشت:

$$V_{a_1} = 2\times10^{-7} j\omega\left(\frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{12}} + \frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{13}}\right.$$

$$\left. + \frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_{11'}} + \frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{12'}} + \frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{13'}}\right)$$

$$V_{a'_1} = 2\times10^{-7} j\omega\left(\frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{1'2}} + \frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{31'}}\right.$$

$$\left. + \frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_{11'}} + \frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{1'2'}} + \frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{1'3'}}\right)$$



شکل ۱۸-۳ خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت I جابجائی

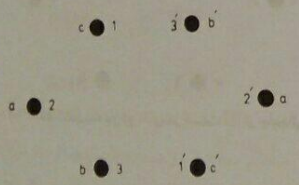
در قسمت II از جابجائی فازها که در شکل (۱۹-۳) نشان داده شده است، افت ولتاژ فازهای a و a′ از روابط زیر بدست می آیند.

$$V_{a_{II}} = 2\times10^{-7} j\omega\left(\frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{23}} + \frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{12}}\right.$$

$$\left. + \frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_{22'}} + \frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{23'}} + \frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{1'2}}\right)$$

$$V_{a'_{II}} = 2\times10^{-7} j\omega\left(\frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{32'}} + \frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{12'}}\right.$$

$$\left. + \frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_{22'}} + \frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{2'3'}} + \frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{1'2'}}\right)$$



شکل ۱۹-۳ خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت II از جابجائی فازها

در قسمت III از جابجائی فازها که در شکل (۲۰-۳) نشان داده شده است افت ولتاژها این چنین محاسبه می شوند:

$$V_{a_{III}} = 2\times10^{-7} j\omega\left(\frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_s}+\frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{13}}+\frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{23}}\right.$$

$$\left.+\frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_{33'}}+\frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{1'3}}+\frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{2'3}}\right)$$

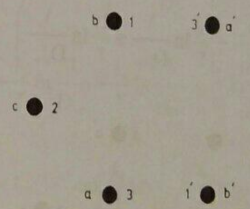
$$V_{a'_{III}} = 2\times10^{-7} j\omega\left(\frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_s}+\frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{13'}}+\frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{23'}}\right.$$

$$\left.+\frac{I_a}{2}\ln\frac{1}{D_{33'}}+\frac{I_b}{2}\ln\frac{1}{D_{1'3'}}+\frac{I_c}{2}\ln\frac{1}{D_{2'3'}}\right)$$

افت ولتاژ متوسط در واحد طول برای هر یک از فازهای a و a' برابر است با:

$$V_a = \frac{1}{3}\left(V_{a_I}+V_{a_{II}}+V_{a_{III}}\right)$$

$$V_{a'} = \frac{1}{3}\left(V_{a'_I}+V_{a'_{II}}+V_{a'_{III}}\right)$$



شکل ۲۰-۳ خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت III از جابجائی فازها

چون فازهای a و a' با یکدیگر موازی هستند لذا افت ولتاژ در کل فاز a برابر است با:

$$\Delta V_a = \frac{V_a + V_{a'}}{2}$$

همچنین در روابط گذشته می توان $I_a = -(I_b + I_c)$ را بکاربرد و پس از چندین مرحله عملیات ریاضی خواهیم داشت:

$$L = 2\times10^{-7}\ln\frac{GMD}{GMR} \quad H/m \qquad (۳-۶۱)$$

در این رابطه GMD فاصله متوسط هندسی خط دو مداره است که این چنین محاسبه می شود:

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab_{eq}} D_{bc_{eq}} D_{ac_{eq}}} \qquad (۳-۶۲)$$

فاصله های متوسط از روابط زیر تعریف می شوند:

$$D_{ab_{eq}} = \sqrt[4]{D_{12}\, D_{1'2'}\, D_{12'}\, D_{1'2}}$$

$$D_{bc_{eq}} = \sqrt[4]{D_{23}\, D_{2'3'}\, D_{2'3}\, D_{23'}} \qquad (۳-۶۳)$$

$$D_{ac_{eq}} = \sqrt[4]{D_{13}\, D_{1'3'}\, D_{13'}\, D_{1'3}}$$

همچنین در رابطه (۶۱-۳) GMR شعاع متوسط هندسی خط دو مداره بترتیب زیر محاسبه می شود:

$$GMR = \sqrt[3]{GMR_a . GMR_b . GMR_c} \qquad (۳-۶۴)$$

شعاع های متوسط هندسی هر فاز نیز از روابط زیر تعریف می شوند:

$$GMR_a = \sqrt{D_s\ D_{11'}}$$

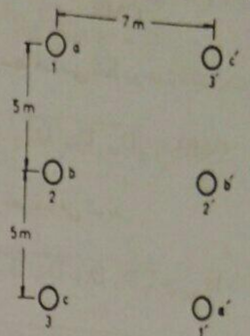
$$GMR_b = \sqrt{D_s\ D_{22'}} \qquad (۳-۶۵)$$

$$GMR_c = \sqrt{D_s\ D_{33'}}$$

مثال ۵-۳ یک خط انتقال سه فاز دو مداره با هادیهائی از نوع Drake در شکل (۲۱-۳) نشان داده شده است. اندوکتانس هر فاز این خط را بدست آورید.

حل: با استفاده از جدول (۱-۳) داریم:

$$D_s = ۰/۰۳۷۳ \text{ ft} = ۰/۰۱۱۳۷ \quad m$$



شکل ۲۱-۳ نمایش خط انتقال سه فاز دو مداره مربوط به مثال (۵-۳)

ابتدا GMR معادل خط دوبل را بدست می آوریم:

$$GMR_a = \sqrt{D_s \, D_{11'}} = \sqrt{۰/۰۱۱۳۷ \times \sqrt{۱۴۹}} = ۰/۳۷۲۵ \quad m$$

$$GMR_b = \sqrt{D_s \, D_{22'}} = \sqrt{۰/۰۱۱۳۷ \times ۷} = ۰/۲۸۲۱ \quad m$$

$$GMR_c = \sqrt{D_s \, D_{33'}} = \sqrt{۰/۰۱۱۳۷ \times \sqrt{۱۴۹}} = ۰/۳۷۲۵ \quad m$$

$$GMR = \sqrt[۳]{۰/۳۷۲۵ \times ۰/۳۷۲۵ \times ۰/۲۸۲۱} = ۰/۳۳۹۵ \quad m$$

برای تعیین GMD خط دوبل داریم:

$$D_{ab_{eq}} = \sqrt[۴]{۵ \times ۵ \times \sqrt{۷۴} \times \sqrt{۷۴}} = ۶/۵۶ \quad m$$

$$D_{bc_{eq}} = \sqrt[۴]{۵ \times ۵ \times \sqrt{۷۴} \times \sqrt{۷۴}} = ۶/۵۶ \quad m$$

$$D_{ac_{eq}} = \sqrt[۴]{۱۰ \times ۱۰ \times ۷ \times ۷} = ۸/۳۶۷ \quad m$$

$$GMD = D_{eq} = \sqrt[۳]{۶/۵۶ \times ۶/۵۶ \times ۸/۳۶۷} = ۷/۱۱۵ \quad m$$

$$L = ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{D_{eq}}{D_{s_{eq}}} = ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$= ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{۷/۱۱۵}{۰/۳۳۹۵} = ۶/۰۸۵ \times ۱۰^{-۷} \quad H/m$$

روش دیگر این است که از اثر القاء متقابل بین هادیهای دو مدار صرفنظر کنیم و اندوکتانس یک مدار را بدست آوریم، سپس آنرا نصف کنیم تا اندوکتانس خط دوبل بدست آید. برای این کار داریم:

$$D_{eq} = \sqrt[۳]{۵ \times ۵ \times ۱۰} = ۶/۳ \quad m$$

$$L_s = ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{۶/۳}{۰/۰۱۱۳۷} = ۱۲/۶۳۴ \times ۱۰^{-۷} \quad H/m$$

$$L_p = \frac{۱}{۲} L_s = ۶/۳۱۷ \times ۱۰^{-۷} \quad H/m$$

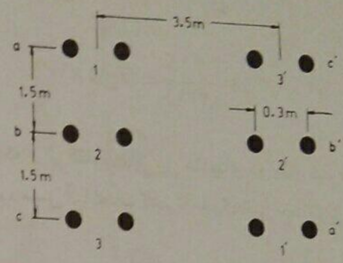
$$\text{خطای نسبی} = \frac{۶/۰۸۵ - ۶/۳۱۷}{۶/۰۸۵} = -۰/۰۳۸$$

همانطور که مشاهده می شود خطای محاسبات با صرفنظر از اثر القاء متقابل دو مدار بر یکدیگر کمتر از ۴ درصد است.

۱۴-۳ خطوط انتقال دو مداره با هادیهای باندل

در خطوط انتقال سه فاز دو مداره ممکن است از هادیهای گروهی (باندل) استفاده شود. در این صورت برای محاسبه اندوکتانس هر فاز خط انتقال همانند خطوط دو مداره از روابط (۶۱-۳) تا (۶۵-۳) استفاده می شود و تنها تفاوت در این است که در روابط مذکور بجای D_s از شعاع متوسط هندسی باندل یعنی D_s^b استفاده می کنیم. مثال زیر روش تعیین اندوکتانس را روشن تر می کند.

مثال ۶-۳ اندوکتانس خط سه فاز دو مداره را که در شکل (۲۲-۳) نشان داده شده است بدست آورید. هادیها از نوع Hawk هستند.



شکل ۲۲-۳ خط انتقال سه فاز دو مداره با هادیهای باندل دو رشته ای

حل: برای هادی Hawk از جدول (۱-۳) شعاع متوسط هندسی هادی را بدست می آوریم:

$$D_s = ۰/۰۲۸۹ \text{ ft} = ۰/۰۰۸۸ \quad \text{m}$$

$$D_s^b = \sqrt{D_s d} = \sqrt{۰/۰۰۸۸ \times ۰/۳} = ۰/۰۵۱۴ \quad \text{m}$$

$$D_{s_a} = D_{s_c} = \sqrt{D_s \ D_{۱۱'}} = \sqrt{۰/۰۵۱۴ \times \sqrt{۲۱/۲۵}} = ۰/۴۸۷ \quad \text{m}$$

$$D_{s_b} = \sqrt{D_s D_{۲۲'}} = \sqrt{۰/۰۵۱۴ \times ۳/۵} = ۰/۴۲۴ \quad \text{m}$$

$$D_{s_{eq}} = GMR = \sqrt[۳]{۰/۴۸۷ \times ۰/۴۸۷ \times ۰/۴۲۴} = ۰/۴۶۵ \quad \text{m}$$

در تعیین GMD باید دقت نمود که مقصود از فاصله بین فازها، فاصله از مراکز باندل ها می باشد. لذا داریم:

$$D_{ab_{eq}} = \sqrt[۴]{۱/۵ \times ۱/۵ \times \sqrt{۱۴/۵} \times \sqrt{۱۴/۵}} = ۲/۳۹ \quad \text{m}$$

$$D_{bc_{eq}} = \sqrt[۴]{۱/۵ \times ۱/۵ \times \sqrt{۱۴/۵} \times \sqrt{۱۴/۵}} = ۲/۳۹ \quad \text{m}$$

$$D_{ac_{eq}} = \sqrt[۴]{۳ \times ۳ \times ۳/۵ \times ۳/۵} = ۳/۲۴ \quad \text{m}$$

$$GMD = D_{eq} = \sqrt[۳]{۲/۳۹ \times ۲/۳۹ \times ۳/۲۴} = ۲/۶۴۵ \quad \text{m}$$

$$L = ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{GMD}{GMR} = ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{۲/۶۴۵}{۰/۴۶۵} = ۳/۴۷ \times ۱۰^{-۷} \quad \text{H/m}$$

۱۵-۳ خلاصه محاسبه اندوکتانس خطوط انتقال

رابطه اصلی تعیین اندوکتانس خطوط انتقال در حالت های مختلف بصورت زیر نوشته می شود:

$$L = ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{GMD}{GMR} = ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \qquad (۳-۶۶)$$

راکتانس القائی بر حسب Ω/Km در فرکانس ۵۰ Hz نیز از ضرب کردن مقدار اندوکتانس در $۲\pi ۵۰ \times ۱۰۰۰$ بدست می آید:

$$X_L = ۰/۰۶۲۸ \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \qquad (۳-۶۷)$$

برای استفاده از روابط (۶۶-۳) و (۶۷-۳) حالت های مختلف زیر را در نظر می گیریم:

الف: خط انتقال یک فاز. در این صورت D_{eq} فاصله بین دو هادی خط بوده، D_s نیز شعاع متوسط هندسی هادی است که از جدول (۱-۳) بدست می آید. اگر هادی توپر باشد در اینصورت بجای D_s از r' استفاده می شود. اندوکتانس بدست آمده، اندوکتانس یک هادی از خط یک فاز می باشد.

ب: خط انتقال سه فاز. در این حالت D_{eq} از رابطه زیر بدست می آید:

$$D_{eq} = \sqrt[۳]{D_{۱۲} \ D_{۲۳} \ D_{۱۳}} \qquad (۳-۶۸)$$

ج: خط سه فاز با هادیهای باندل. در اینصورت بجای D_s از D_s^b استفاده می شود و D_{eq} نیز از رابطه (۶۸-۳) بدست می آید، در اینجا $D_{۱۲}$ و $D_{۲۳}$ و $D_{۱۳}$ مراکز باندلها از یکدیگر می باشد.

د: خط انتقال سه فاز دو مداره. در اینصورت با تقریب قابل قبولی می توان

اندوکتانس خط یک مداره را نصف نموده و برای محاسبه دقیق تر، باید $D_{ab_{eq}}$ ، $D_{bc_{eq}}$ و $D_{ac_{eq}}$ را با استفاده از روابط (۳-۶۳) تعیین نموده و سپس D_{eq} یا GMD را از رابطه زیر بدست آورد:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab_{eq}} D_{bc_{eq}} D_{ac_{eq}}} \qquad (۳-۶۹)$$

همچنین باید GMR خط دو مداره را با استفاده از روابط (۳-۶۴) و (۳-۶۵) محاسبه نمود تا بتوان از رابطه (۳-۶۶) اندوکتانس خط دو مداره را بدست آورد.

هـ : خط انتقال سه فاز دو مداره با هادیهای باندل. محاسبه اندوکتانس مانند حالت (د) است و تنها باید بجای D_s هادی D_s^b را جایگزین نمود و توسط D_s^b شعاع متوسط هندسی معادل یعنی GMR را تعیین و در رابطه (۳-۶۶) قرار داد.

۳-۱۶ کاپاسیتانس خطوط انتقال

تا اینجا دو پارامتر خط انتقال شامل مقاومت و اندوکتانس که جمعاً امپدانس سری خط را تشکیل می دهند مورد بحث قرار گرفته اند. اندوکتانس خط قسمت اعظم امپدانس سری را تشکیل داده و در تعیین میزان ظرفیت انتقال قدرت خط نقش اساسی را بازی می کند. دو پارامتر دیگر خط انتقال که جمعاً ادمیتانس موازی را تشکیل می دهند عبارتند از کندوکتانس و کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی).

مقدار کندوکتانس یک خط کاملاً متغیر است و به جریان نشتی روی مقره ها، تغییرات شرایط جوی و تغییر خواص هدایتی جرم های جمع شده روی مقره هابستگی دارد و لذا محاسبه آن بسیار مشکل می باشد. خوشبختانه از آنجائی که نقش کندوکتانس در تشکیل ادمیتانس موازی خط در مقایسه با کاپاسیتانس ناچیز می باشد از بررسی و تاثیر آن صرفنظر کرده و بحث ادمیتانس موازی خطوط را روی کاپاسیتانس متمرکز می کنیم.

کاپاسیتانس یک خط انتقال نتیجه وجود اختلاف پتانسیل بین هادیها از یک طرف و بین هادیها و زمین از طرف دیگر می باشد. چون ولتاژ اعمال شده روی خط انتقال ولتاژ متناوب AC است لذا بار الکتریکی روی هادیها نیز AC بوده و با افزایش و کاهش اختلاف پتانسیل بین هادیها افزایش وکاهش می یابد. در نتیجه جریانی از مسیر کاپاسیتانس خط عبور می کند که بطور متناوب باعث شارژ و دشارژ خط می گردد. این جریان به جریان شارژ کننده خط[1] یا

1. Line Charging Current

جریان کاپاسیتیو موسوم است. جریان های کاپاسیتیو حتی در شرایط بی باری خط نیز وجود دارند. کاپاسیتانس یک خط در افت ولتاژ، بهره و ضریب قدرت خط و همچنین در پایداری کل سیستم نقش مهمی را بازی می کند. در خطوط کمتر از ۸۰Km اثر کاپاسیتانس قابل ملاحظه نبوده و از آن صرفنظر می شود، لیکن در خطوط طولانی تر باید در محاسبات وارد شود.

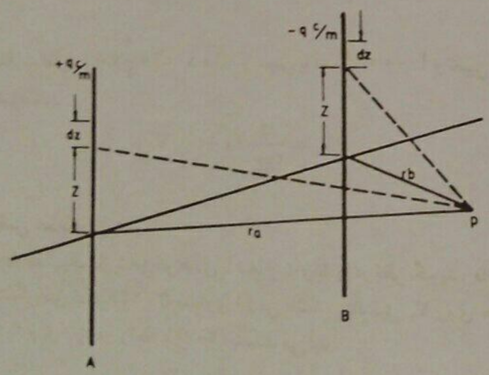
۳-۱۷ پتانسیل الکتریکی یک نقطه در نزدیکی دو هادی موازی

دو هادی موازی با طول بسیار زیاد را که بار الکتریکی یکنواخت $\pm q$ کلمب بر متر روی هر یک از آنها وجود دارد در نظر بگیرید (شکل ۳-۲۳). در بررسی اولیه این هادیها بسیار نازك فرض می شوند. می خواهیم پتانسیل الکتریکی در نقطه دلخواهی مانند P به فواصل r_a و r_b از دو هادی را تعیین کنیم. باید دقت نمود که در حالت کلی نقطه P در صفحه شامل دو سیم قرار ندارد.

قسمت بسیار کوچکی از دو هادی را با طول dz در نظر بگیرید. هر یک از دو قسمت با طول dz می تواند بعنوان نقطه ای با بار الکتریکی $+qdz$ و یا $-qdz$ محسوب گردد.

پتانسیل الکتریکی υ در نقطه ای بفاصله r از بار الکتریکی q برابر است با:

$$\upsilon = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (۳-۷۰)$$



شکل ۳-۲۳ تعیین پتانسیل در نزدیکی دو هادی موازی

در این رابطه $\varepsilon_0 = 8/85\times10^{-12}$ ضریب نفوذ الکتریکی [1] هوا می باشد.

پتانسیل نقطه p براثر بارهای الکتریکی qdz و qdz- روی دو هادی بوده و برابر $d\upsilon_p$ است با:

$$d\upsilon_p = \frac{qdz}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r_a^2+z^2}} - \frac{qdz}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r_b^2+z^2}}$$

پتانسیل نقطه p از انتگرال $d\upsilon_p$ در طول هادی بدست می آید. اگر طول هر هادی را با 2L نشان دهیم انتگرال را می توان در فاصله L- تا L+ تعیین نمود و سپس با قرار دادن $L \to \infty$ پتانسیل الکتریکی نقطه p را بدست آورد:

$$V_p = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-L}^{L}\left(\frac{1}{\sqrt{r_a^2+z^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_b^2+z^2}}\right)dz$$

$$V_p = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\left(1+\sqrt{1+\left(\frac{r_a}{L}\right)^2}\right)\left(-1+\sqrt{1+\left(\frac{r_b}{L}\right)^2}\right)}{\left(1+\sqrt{1+\left(\frac{r_b}{L}\right)^2}\right)\left(-1+\sqrt{1+\left(\frac{r_a}{L}\right)^2}\right)} \qquad (۳-۷۱)$$

پس از بسط جملات نظیر $\sqrt{1+x} = 1+\frac{1}{2}x+\ldots$ و سپس با اعمال $L \to \infty$ و تعیین حد رابطه (۷۱-۳) خواهیم داشت:

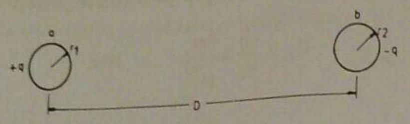
$$V_p = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a} \quad V \qquad (۳-۷۲)$$

۱۸-۳ کاپاسیتانس خط یک فاز

یک خط انتقال یک فاز شامل دو هادی با شعاع r_1 و r_2 را در نظر بگیرید. فاصله مراکز دو هادی از یکدیگر طبق شکل (۲۴-۳) مساوی D می باشد. پتانسیل V_a روی هادی a با قرار دادن $r_b = D$ و $r_a = r_1$ در رابطه (۷۲-۳) بدست می آید:

$$V_a = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D}{r_1} \qquad (۳-۷۳)$$

1. Permitivity



شکل ۲۴-۳ خط یک فاز دو سیمه

بهمین ترتیب برای هادی b با شعاع r_2 داریم:

$$V_b = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{D} \qquad (۳-۷۴)$$

اختلاف پتانسیل بین دو هادی برابر است با:

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{q}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D}{\sqrt{r_1 r_2}} \quad V \qquad (۳-۷۵)$$

کاپاسیتانس بین دو هادی طبق تعریف برابر است با نسبت بار الکتریکی روی یک هادی به اختلاف پتانسیل بین دو هادی. بنابراین:

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{\sqrt{r_1 r_2}}} \quad F/m \qquad (۳-۷۶)$$

اگر $r_1 = r_2 = r$ باشد داریم:

$$C_{ab} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{r}} \quad F/m \qquad (۳-۷۷)$$

رابطه (۷۷-۳) کاپاسیتانس دو هادی را نسبت بیکدیگر نشان می دهد. کاپاسیتانس هادی a نسبت به نقطه خنثی (زمین) طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$C_{an} = \frac{q}{V_a} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{r_1}} \quad F/m \qquad (۳-۷۸)$$

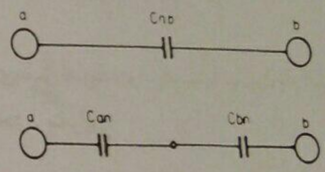
بهمین ترتیب کاپاسیتانس هادی b با در نظر گرفتن بار q- نسبت به نقطه خنثی برابر است با:

$$C_{bn} = \frac{-q}{V_b} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{r_2}} \qquad F/m \qquad (۳-۷۹)$$

برای $r_1 = r_2 = r$ داریم:

$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{r}} \qquad (۳-۸۰)$$

این نتیجه با شکل (۳-۲۵) تطابق دارد که نشان می دهد کاپاسیتانس بین دو هادی C_{ab} از سری شدن C_{an} و C_{bn} بدست می آید. کاپاسیتانس بین دو هادی نصف کاپاسیتانس هر یک از هادیها نسبت به نقطه خنثی می باشد.



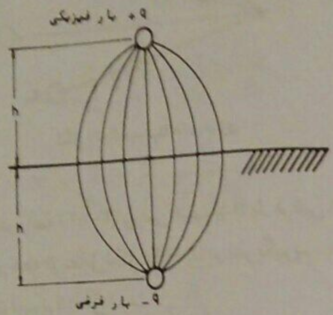
شکل ۲۵-۳ کاپاسیتانس بین دو هادی و کاپاسیتانس هر هادی با نقطه خنثی

رابطه (۳-۸۰) قابل مقایسه با رابطه (۳-۶۶) می باشد. یک فرق اساسی بین معادلات بدست آمده برای محاسبه کاپاسیتانس و اندوکتانس در این است که شعاع r برای محاسبه کاپاسیتانس، شعاع خارجی هادی است، در صورتیکه در محاسبه اندوکتانس از GMR هادی استفاده می شود. شعاع خارجی هادی بر حسب اینچ از جدول (۳-۱) برای انواع هادیهای ACSR بدست می آید.

۳-۱۹ اثر زمین بر کاپاسیتانس خطوط

در رابطه (۳-۸۰) از تاثیر زمین بر روی کاپاسیتانس صرفنظر کرده ایم. در صورتیکه ارتفاع هادیها از سطح زمین خیلی زیاد نباشد حضور زمین باید تاثیر داده شود. اگر بار الکتریکی q به ارتفاع h از سطح زمین قرار گرفته باشد تصویر فرضی آن با بار الکتریکی q- در ارتفاع h-

از سطح زمین مطابق شکل (۳-۲۶) در نظر گرفته می شود. سطح پتانسیل صفر در وسط بارهای q+ و q- قرار خواهد گرفت و در حقیقت زمین بعنوان صفحه هادی به ابعاد بی نهایت عمل می کند.



شکل ۲۶-۳ بار الکتریکی q و تاثیر زمین

بنابراین برای تاثیر زمین در تعیین کاپاسیتانس خطوط برای هر بار فیزیکی q+ بار فرضی q- را بصورت قرینه q+ نسبت به زمین در نظر گرفته و در محاسبات وارد می کنیم.

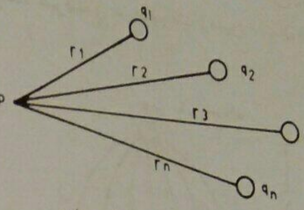
۳-۲۰ پتانسیل یک نقطه در نزدیکی چند هادی موازی

همانطوریکه در قسمت (۳-۱۷) دیدیم پتانسیل الکتریکی نقطه p که به فواصل r_1 و r_2 از هادیهای موازی ۱ و ۲ قرار دارد به این ترتیب محاسبه می شود:

$$V_p = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r_1} + \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r_2} \qquad (۳-۸۱)$$

شکل (۳-۲۷) یک سیستم با n هادی موازی بسیار بلند را نشان می دهد. بار الکتریکی این هادیها بترتیب برابر $q_1, q_2, \ldots, q_n$ می باشد. پتانسیل الکتریکی نقطه ای مانند p که در فاصله $r_1, r_2, \ldots, r_n$ از هادیها قرار دارد برابر است با:

$$V_p = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r_2} + \ldots + \frac{q_n}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r_n} \qquad (۳-۸۲)$$

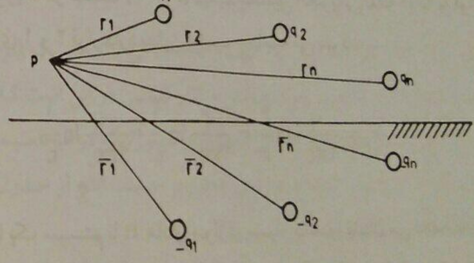


شکل ۲۷-۳ سیستم n هادی موازی

اگر بخواهیم اثر زمین را در رابطه (۸۲-۳) بررسی کنیم باید n بار فرضی $-q_1, -q_2, \ldots, -q_n$ را در فواصل $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \ldots, \bar{r}_n$ از نقطه p مطابق شکل (۲۸-۳) در نظر بگیریم. در اینصورت پتانسیل الکتریکی نقطه p به این ترتیب نوشته می شود:

$$V_p = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r_2} + \ldots + \frac{q_n}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r_n} \qquad (۳-۸۳)$$

$$+\frac{-q_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{\bar{r}_1} + \frac{-q_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{\bar{r}_2} + \ldots + \frac{-q_n}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{\bar{r}_n}$$



شکل ۲۸-۳ سیستم n هادی موازی و تاثیر زمین

$$V_p = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\bar{r}_1}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\bar{r}_2}{r_2} + \ldots + \frac{q_n}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\bar{r}_n}{r_n} \qquad (۳-۸۴)$$

۲۱-۳ کاپاسیتانس خط یک فاز با در نظر گرفتن اثر زمین

خط یک فاز شامل دو هادی موازی a و b در شکل (۲۹-۳) نشان داده شده است. برای تاثیر دادن نقش زمین در کاپاسیتانس خط، هادیهای فرضی a' و b' را در فاصله h از زمین در نظر می گیریم. ولتاژ فاز a طبق رابطه (۸۴-۳) برابراست با:

$$V_a = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2h}{r} + \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_{ab'}}{D}$$

$$V_a = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2h}{r}\,\frac{D}{\sqrt{D^2+4h^2}}$$

$$V_a = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D}{r\sqrt{1+\frac{D^2}{4h^2}}} \qquad (۳-۸۵)$$

و از آنجا کاپاسیتانس C_n از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{r'}} \quad \text{F/m} \qquad (۳-۸۶)$$

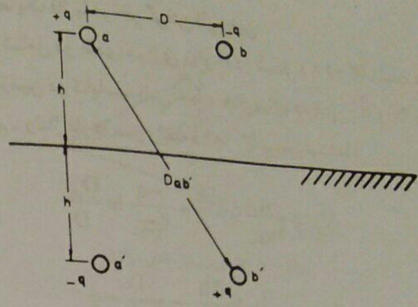
مقایسه این رابطه با رابطه (۸۰-۳) نشان می دهد که r' جایگزین شعاع هادی r شده است. مقدار r' از این رابطه تعیین می شود:

$$r' = r\sqrt{1+\frac{D^2}{4h^2}} \qquad (۳-۸۷)$$

بنابراین اثر زمین شعاع r را به r' تبدیل می نماید. اگر ارتفاع هادی در مقایسه با فاصله دو هادی خیلی زیاد باشد از D^2 در مقایسه با $4h^2$ صرفنظر شده و $r' = r$ خواهد شد.

کاپاسیتانس بین دو هادی خط یک فاز نیز با در نظر گرفتن اثر زمین این چنین محاسبه می شود:

$$C_{ab} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{r'}} \quad \text{F/m} \qquad (۳-۸۸)$$



شکل ۲۹-۳ خط یک فاز با در نظر گرفتن تاثیر زمین

مثال ۷-۳ کاپاسیتانس یک فاز نسبت به نقطه خنثی را برای یک خط یک فاز با هادیهای Pheasant حساب کنید. فاصله دو هادی از یکدیگر 5m و ارتفاع آنها از زمین ۲۰m می باشد.

حل: ابتدا با توجه به جدول (۱-۳) قطر خارجی هادی را بدست آورده و از آنجا شعاع هادی را محاسبه می کنیم:

$$r = ۱/۳۸۲ \times \frac{۱}{۲} \times ۰/۰۲۵۴ = ۰/۰۱۷۵۵ \quad m$$

$$r' = r\sqrt{۱+\frac{D^۲}{۴h^۲}} = ۰/۰۱۷۵۵\sqrt{۱+\frac{۵^۲}{۴\times ۲۰^۲}} = ۰/۰۱۷۶۹ \quad m$$

$$C_n = \frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{D}{r'}} = \frac{۲\pi \times ۸/۸۵ \times ۱۰^{-۱۲}}{\ln\frac{۵}{۰/۰۱۷۶۹}} = ۹/۸۵۲ \times ۱۰^{-۱۲} \quad F/m$$

اگر اثر زمین را در نظر نگیریم داریم:

$$C_n = \frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{D}{r}} = \frac{۲\pi \times ۸/۸۵ \times ۱۰^{-۱۲}}{\ln\frac{۵}{۰/۰۱۷۵۵}} = ۹/۸۳۸ \times ۱۰^{-۱۲} \quad F/m$$

خطای نسبی با صرفنظر کردن از تاثیر زمین برابر است با:

$$\frac{۹/۸۵۲ - ۹/۸۳۸}{۹/۸۵۲} = ۰/۰۰۱۴۲ = \%۰/۱۴۲$$

۲۲-۳ کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز

کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز را در حالت کلی که فاصله فازها از یکدیگر مساوی نبوده و جابجائی فازها در سه طول مساوی در خط انجام شده است مورد بررسی قرار می دهیم. با استفاده از شکل (۱۴-۳) پتانسیل الکتریکی فاز a را می نویسیم:

$$V_{a_I} = \frac{q_a}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{۱}{r} + \frac{q_b}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{۱}{D_{۱۲}} + \frac{q_c}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{۱}{D_{۱۳}}$$

$$V_{a_{II}} = \frac{q_a}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{۱}{r} + \frac{q_b}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{۱}{D_{۲۳}} + \frac{q_c}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{۱}{D_{۱۲}}$$

$$V_{a_{III}} = \frac{q_a}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{۱}{r} + \frac{q_b}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{۱}{D_{۱۳}} + \frac{q_c}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{۱}{D_{۲۳}}$$

در این روابط r شعاع هادیها و q_a و q_b و q_c نیز بار الکتریکی هادیهای فازهای a و b و c می باشند. پتانسیل V_a به این ترتیب محاسبه می شود:

$$V_a = \frac{۱}{۳}\left(V_{a_I} + V_{a_{II}} + V_{a_{III}}\right)$$

$$V_a = \frac{۱}{۲\pi\varepsilon_۰}\left(q_a \ln\frac{۱}{r} + (q_b + q_c)\ln\frac{۱}{\sqrt[۳]{D_{۱۲}D_{۲۳}D_{۱۳}}}\right)$$

با توجه به اینکه $q_b + q_c = -q_a$ می باشد داریم:

$$V_a = \frac{q_a}{۲\pi\varepsilon_۰}\ln\frac{\sqrt[۳]{D_{۱۲}D_{۲۳}D_{۱۳}}}{r} \qquad (۳-۸۹)$$

کاپاسیتانس فاز a نسبت به نقطه خنثی از رابطه زیر محاسبه می شود :

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_a}$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D_{eq}}{r}} \qquad F/m \qquad (۳-۹۰)$$

در این رابطه D_{eq} بترتیب زیر بدست می آید :

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{13}} \qquad (۳-۹۱)$$

و این همان فاصله متوسط هندسی (GMD) است که در محاسبه اندوکتانس نیز داشتیم. بدیهی است در صورتیکه فاصله فازها با یکدیگر برابر باشد، بجای D_{eq} از فاصله فازها D استفاده می شود.

۳-۲۳ کاپاسیتانس خط سه فاز با در نظر گرفتن اثر زمین

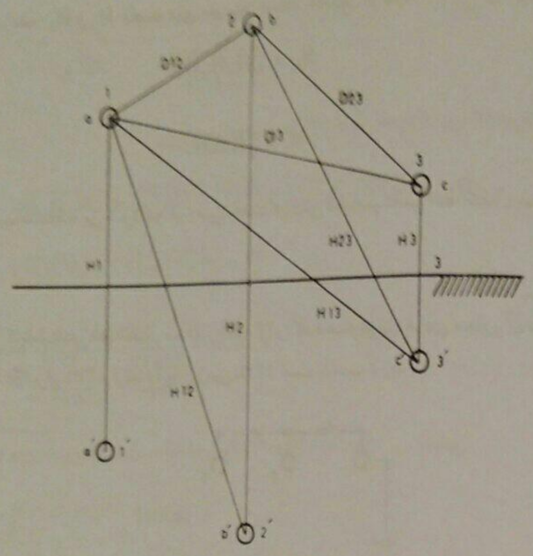
با استفاده از تصاویر بارهای الکتریکی می توان اثر زمین را در تعیین کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز بررسی نمود. شکل (۳-۳۰) هادیهای خط انتقال سه فاز را در قسمت I از سیکل جابجائی فازها نشان می دهد. تصاویر آینه ای بارهای q_a و q_b و q_c بترتیب با $-q_a$، $-q_b$ و $-q_c$ نشان داده شده اند. با توجه به رابطه (۳-۸۴) ولتاژ فاز a را می توان به این ترتیب نوشت :

$$V_{a_I} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{H_1}{r} + q_b \ln\frac{H_{12}}{D_{12}} + q_c \ln\frac{H_{13}}{D_{13}}\right)$$

در قسمت II و III از جابجائی خواهیم داشت :

$$V_{a_{II}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{H_2}{r} + q_b \ln\frac{H_{23}}{D_{23}} + q_c \ln\frac{H_{12}}{D_{12}}\right)$$

$$V_{a_{III}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{H_3}{r} + q_b \ln\frac{H_{13}}{D_{13}} + q_c \ln\frac{H_{23}}{D_{23}}\right)$$



شکل ۳-۳۰ خط سه فاز با در نظر گرفتن اثر زمین

ولتاژ متوسط فاز a برابر است با :

$$V_a = \frac{1}{3}\left(V_{a_I} + V_{a_{II}} + V_{a_{III}}\right)$$

با جایگزین کردن $q_b + q_c = -q_a$ خواهیم داشت :

$$V_a = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{D_{eq}}{r}\sqrt[3]{\frac{H_1 H_2 H_3}{H_{12}H_{13}H_{23}}}\right) \qquad (۳-۹۲)$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D_{eq}}{r}\sqrt[3]{\frac{H_1 H_2 H_3}{H_{12}H_{13}H_{23}}}\right)} \qquad F/m \qquad (۳-۹۳)$$

این رابطه را می توان بصورت زیر نوشت :

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D_{eq}}{r} - \ln\frac{H_m}{H_s}} \qquad F/m \qquad (۳-۹۴)$$

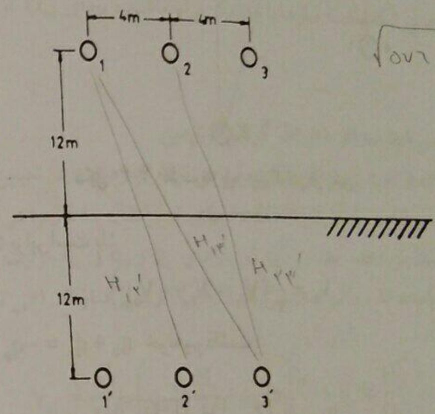
در این رابطه H_m و H_s فاصله های متوسط هستند که باین ترتیب محاسبه می شوند:

$$H_m = \sqrt[۳]{H_{۱۲}H_{۲۳}H_{۱۳}}$$

$$H_s = \sqrt[۳]{H_۱H_۲H_۳} \qquad (۳-۹۵)$$

به این ترتیب مشاهده می شود که اثر زمین باعث افزایش کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز می گردد.

مثال ۸-۳ کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز ۲۳۰KV را که فاصله هر دو هادی مجاور آن مطابق شکل (۳۱-۳) برابر ۴m و ارتفاع آنها از زمین ۱۲m است بدست آورید.



شکل ۳۱-۳ مربوط به مثال (۸-۳)

شعاع هادیها از نوع Pheasant برابر ۱/۷۵۵cm می باشد. جریان کاپاسیتیو خط را نیز محاسبه کنید.

حل: ابتدا کاپاسیتانس خط را بدون در نظر گرفتن اثر زمین محاسبه می کنیم:

$$D_{eq} = \sqrt[۳]{۴\times۴\times۸} = ۵/۲۴ \quad m$$

$$C = \frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{D_{eq}}{r}} = \frac{۲\pi\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}}{\ln\frac{۵/۲۴}{۰/۰۱۷۵۵}} = ۹/۸۲۴\times۱۰^{-۱۲} \quad F/m$$

حال کاپاسیتانس را با در نظر گرفتن اثر زمین بدست می آوریم:

$$H_m = \sqrt[۳]{H_{۱۲}H_{۲۳}H_{۱۳}} = \sqrt[۳]{۲۴/۳۳\times۲۴/۳۳\times۲۵/۳} = ۲۴/۶۵ \quad m$$

$$H_s = \sqrt[۳]{H_۱H_۲H_۳} = \sqrt[۳]{۲۴\times۲۴\times۲۴} = ۲۴ \quad m$$

$$C = \frac{۲\pi\times۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}}{\ln\frac{۵/۲۴}{۰/۰۱۷۵۵} - \ln\frac{۲۴/۶۵}{۲۴}} = ۹/۸۷۱\times۱۰^{-۱۲} \quad F/m$$

$$Y_c = j\omega c = j\times۲\pi\times۵۰\times۹/۸۷۱\times۱۰^{-۱۲} = j۳/۱۰۱\times۱۰^{-۹} \quad \mho/m$$

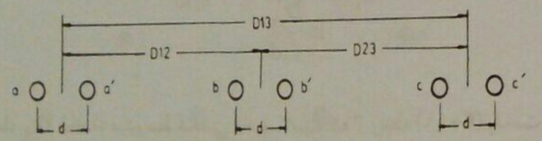
$$Y_c = j۳/۱۰۱\times۱۰^{-۶} \quad \mho/Km$$

$$I_a = j\omega cV_{an} = Y_cV_{an} = j۳/۱۰۱\times۱۰^{-۶}\times\frac{۲۳۰}{\sqrt{۳}}\times۱۰^{۳} = j۰/۴۱۱۸ \quad A/Km$$

به این ترتیب جریان خازنی (کاپاسیتیو) خط ۰/۴۱۱۸A/Km است. برای تعیین جریان کاپاسیتیو کل خط، این مقدار باید در طول خط بر حسب Km ضرب شود.

۲۴-۳ کاپاسیتانس خطوط با هادیهای باندل

شکل (۳۲-۳) خطی با هادیهای گروهی (باندل) را نشان می دهد که هر باندل آن دارای دو رشته هادی می باشد. با محاسبه V_a (ولتاژ فاز a) می توان کاپاسیتانس هر فاز چنین خطی را محاسبه نمود. اگر بارالکتریکی در فاز a را با q_a نشان دهیم، هادی های a و a′ هر



شکل ۳۲-۳ خط سه فاز با هادی های باندل دو رشته ای

کدام دارای باری معادل $\frac{q_a}{۲}$ خواهند بود. این ترتیب را در فازهای b و c نیز خواهیم داشت. برای محاسبه ولتاژ فاز a نسبت به نقطه خنثی در سه قسمت I و II و III از سیکل جابجائی فازها داریم:

$$V_{a_I} = \frac{\frac{۱}{۲}q_a}{۲\pi\varepsilon_0}\ln\frac{۱}{r} + \frac{\frac{۱}{۲}q_a}{۲\pi\varepsilon_0}\ln\frac{۱}{d} + \frac{\frac{۱}{۲}q_b}{۲\pi\varepsilon_0}\ln\frac{۱}{D_{۱۲}}$$

$$+ \frac{\frac{۱}{۲}q_b}{۲\pi\varepsilon_0}\ln\frac{۱}{D_{۱۲}} + \frac{\frac{۱}{۲}q_c}{۲\pi\varepsilon_0}\ln\frac{۱}{D_{۱۳}} + \frac{\frac{۱}{۲}q_c}{۲\pi\varepsilon_0}\ln\frac{۱}{D_{۱۳}}$$

$$V_{a_I} = \frac{۱}{۲\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{۱}{\sqrt{rd}} + q_b \ln\frac{۱}{D_{۱۲}} + q_c \ln\frac{۱}{D_{۱۳}}\right)$$

$$V_{a_{II}} = \frac{۱}{۲\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{۱}{\sqrt{rd}} + q_b \ln\frac{۱}{D_{۲۳}} + q_c \ln\frac{۱}{D_{۱۲}}\right)$$

$$V_{a_{III}} = \frac{۱}{۲\pi\varepsilon_0}\left(q_a \ln\frac{۱}{\sqrt{rd}} + q_b \ln\frac{۱}{D_{۱۳}} + q_c \ln\frac{۱}{D_{۲۳}}\right)$$

با توجه به روابط $V_a = \frac{۱}{۳}\left(V_{a_I} + V_{a_{II}} + V_{a_{III}}\right)$ و $q_b + q_c = -q_a$ داریم:

$$V_a = \frac{q_a}{۲\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}} \qquad (۳-۹۶)$$

و لذا کاپاسیتانس فاز a نسبت به نقطه خنثی برابر است با:

$$C_n = \frac{۲\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}} \quad F/m \qquad (۳-۹۷)$$

در این رابطه D_{eq} فاصله متوسط هندسی هادیها است که از رابطه (۳-۹۱) بدست می آید. مقایسه رابطه (۳-۹۷) با رابطه (۳-۹۰) نشان می دهد که $\sqrt{rd}$ جانشین r شده است.

$\sqrt{rd}$ را می توان $D^b_{s_c}$ خط باندل برای محاسبه کاپاسیتانس نامید. تفاوت $D^b_{s_c}$ در این حالت با D^b_s که برای محاسبه اندوکتانس بکار می رود این است که در محاسبه کاپاسیتانس برای تعیین $D^b_{s_c}$ (شعاع متوسط هندسی) بجای D_s هادی از r استفاده می شود که r در اینجا شعاع خارجی هادی است. بنابراین معادله تعیین کاپاسیتانس خط سه فاز به این صورت نوشته می شود:

$$C_n = \frac{۲\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D_{eq}}{D^b_{s_c}}} \quad F/m \qquad (۳-۹۸)$$

شعاع متوسط هندسی (GMR) برای تعیین کاپاسیتانس خطوط انتقال سه فاز با هادیهای باندل بترتیب زیر محاسبه می شود.

هادی باندل دو رشته ای $\qquad D^b_{s_c} = \sqrt{rd}$

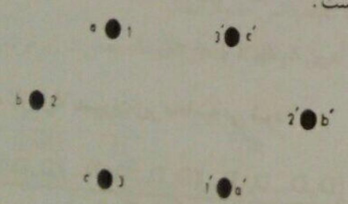
هادی باندل سه رشته ای $\qquad D^b_{s_c} = \sqrt[۳]{rd^۲} \qquad (۳-۹۹)$

هادی باندل چهار رشته ای $\qquad D^b_{s_c} = ۱/۰۹\sqrt[۴]{rd^۳}$

۳-۲۵ کاپاسیتانس خطوط سه فاز دو مداره

در یک خط سه فاز دو مداره می توان کاپاسیتانس هر فاز یک مدار را بدست آورد و با تقریب نسبتاً قابل قبول آنرا دو برابر نمود تا کاپاسیتانس خط دوبل بدست آید. در هر صورت اگر دو مدار خط انتقال روی یک دکل قرار گرفته باشند بهتر است برای دقت بیشتر تاثیر مدارها را بر یکدیگر بررسی نمود.

در شکل (۳-۳۳) یک خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت I از سیکل جابجائی فازها نشان داده شده است.



شکل ۳-۳۳ خط سه فاز دو مداره در قسمت I از جابجائی فازها

ولتاژ فازهای a و 'a را می توان به این صورت نوشت:

$$V_{a_1}=\frac{\frac{1}{2}q_a}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r}+\frac{\frac{1}{2}q_b}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{12}}+\frac{\frac{1}{2}q_c}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{13}}$$

$$+\frac{\frac{1}{2}q_a}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{12}}+\frac{\frac{1}{2}q_b}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{12'}}+\frac{\frac{1}{2}q_c}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{13'}}$$

$$V_{a'_1}=\frac{\frac{1}{2}q_a}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{r}+\frac{\frac{1}{2}q_b}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{22}}+\frac{\frac{1}{2}q_c}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{23}}$$

$$+\frac{\frac{1}{2}q_a}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{12}}+\frac{\frac{1}{2}q_b}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{22'}}+\frac{\frac{1}{2}q_c}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{1}{D_{23'}}$$

بهمین ترتیب با توجه به قسمت های II و III از سیکل جابجائی فازها (شکل های ۱۹-۳ و ۲۰-۳) می توان $V_{a_{II}}$ و $V_{a'_{II}}$ و $V_{a_{III}}$ و $V_{a'_{III}}$ را نوشت و سپس با استفاده از روابط زیر V_{an} را محاسبه نمود:

$$V_a=\frac{1}{3}\left(V_{a_I}+V_{a_{II}}+V_{a_{III}}\right)$$

$$V_{a'}=\frac{1}{3}\left(V_{a'_I}+V_{a'_{II}}+V_{a'_{III}}\right)$$

$$V_{an}=\frac{1}{2}\left(V_a+V_{a'}\right)$$

$$q_b+q_c=-q_a$$

پس از انجام عملیات لازم V_{an} بصورت زیر محاسبه می شود:

$$V_{an}=\frac{q_a}{12(2\pi\varepsilon_0)}\ln\frac{\left(D_{12}D_{2'2'}\cdot D_{2'2}D_{12'}\right)\left(D_{23}D_{2'3'}\cdot D_{2'3}D_{23'}\right)\left(D_{13}D_{2'3'}\cdot D_{2'3}D_{13'}\right)}{r^6\left(D_{11'}D_{22'}D_{33'}\right)} \qquad (۳-۱۰۰)$$

بنابر این کاپاسیتانس هر فاز خط دو مداره برابر است با:

$$C_n=\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{GMD}{GMR}} \quad F/m \qquad (۳-۱۰۱)$$

فاصله متوسط هندسی (GMD) خط سه فاز دو مداره بترتیب زیر تعریف می شود:

$$GMD=\sqrt[3]{D_{ab_{eq}}D_{bc_{eq}}D_{ac_{eq}}} \qquad (۳-۱۰۲)$$

$$D_{ab_{eq}}=\sqrt[4]{D_{12}D_{1'2'}D_{12'}D_{1'2}} \qquad (۳-۱۰۳)$$

$$D_{bc_{eq}}=\sqrt[4]{D_{23}D_{2'3'}D_{23'}D_{2'3}} \qquad (۳-۱۰۴)$$

$$D_{ac_{eq}}=\sqrt[4]{D_{13}D_{1'3'}D_{13'}D_{1'3}} \qquad (۳-۱۰۵)$$

شعاع متوسط هندسی GMR نیز مطابق زیر محاسبه می شود:

$$GMR=\sqrt[3]{r_a\, r_b\, r_c} \qquad (۳-۱۰۶)$$

$$r_a=\sqrt{r\, D_{11'}} \qquad (۳-۱۰۷)$$

$$r_b=\sqrt{r\, D_{22'}} \qquad (۳-۱۰۸)$$

$$r_c=\sqrt{r\, D_{33'}} \qquad (۳-۱۰۹)$$

۲۶-۳ خلاصه محاسبه کاپاسیتانس خطوط انتقال

رابطه اصلی تعیین کاپاسیتانس خطوط انتقال بصورت زیر نوشته می شود:

$$C_n=\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{GMD}{GMR}}=\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D_{eq}}{D_{s_c}}} \quad F/m \qquad (۳-۱۱۰)$$

سساسپتانس خازنی B_c بر حسب ℧/Km در فرکانس 50Hz نیز از ضرب کردن مقدار

کاپاسیتانس در $\omega = 2\pi \times ۵۰$ و متعاقباً در ۱۰۰۰ بدست می آید :

$$B_c = \frac{۱/۷۴۷\times ۱۰^{-۵}}{\ln\frac{D_{eq}}{D_{s_c}}} \quad ℧/\mathrm{Km} \qquad (۳-۱۱۱)$$

راکتانس خازنی X_c نیز بر حسب Ω.Km به این ترتیب محاسبه می شود :

$$X_c = \frac{۱}{B_c} = ۵/۷۲۴\times ۱۰^{۴}\ln\frac{D_{eq}}{D_{s_c}} \quad \Omega.\mathrm{Km} \qquad (۳-۱۱۲)$$

برای استفاده از روابط (۱۱۰-۳) تا (۱۱۲-۳) حالت های مختلف زیر را در نظر می گیریم :

الف : خط انتقال یک فاز. در این صورت D_{eq} فاصله بین دو هادی خط بوده و D_{s_c} نیز شعاع خارجی هادی یعنی r می باشد. کاپاسیتانس بدست آمده، کاپاسیتانس هر یک از هادیها نسبت به نقطه خنثی می باشد و کاپاسیتانس بین دو هادی نصف کاپاسیتانس هر هادی نسبت به نقطه خنثی است.

ب : خط انتقال سه فاز. در این حالت D_{eq} فاصله متوسط هندسی از رابطه زیر بدست می آید :

$$D_{eq} = \sqrt[۳]{D_{۱۲}D_{۲۳}D_{۱۳}} \qquad (۳-۱۱۳)$$

ج : خط سه فاز با هادیهای باندل. در این صورت بجای D_{s_c} باید از $D_{s_c}^{b}$ استفاده نمود و D_{eq} نیز از رابطه (۱۱۳-۳) بدست می آید که در اینجا $D_{۱۲}$ و $D_{۲۳}$ و $D_{۱۳}$ فاصله مراکز باندلها از یکدیگر می باشند.

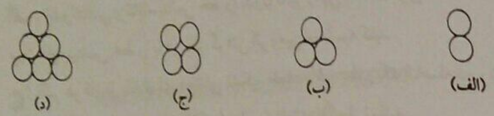
د : خط انتقال سه فاز دو مداره. در این صورت با تقریب قابل قبولی می توان کاپاسیتانس خط یک مداره را دو برابر کرد و برای محاسبه دقیق تر باید $D_{ab_{eq}}$ ، $D_{bc_{eq}}$ و $D_{ac_{eq}}$ را با استفاده از روابط (۱۰۳-۳) تا (۱۰۵-۳) تعیین نمود و سپس D_{eq} یا GMD را به این ترتیب محاسبه نمود :

$$D_{eq} = \sqrt[۳]{D_{ab_{eq}}D_{bc_{eq}}D_{ac_{eq}}} \qquad (۳-۱۱۴)$$

همچنین باید GMR خط دو مداره را با استفاده از روابط (۱۰۶-۳) تا (۱۰۹-۳) محاسبه نمود تا بتوان از رابطه (۱۱۰-۳) کاپاسیتانس خط دو مداره را بدست آورد. در خطوط سه فاز دو مداره باندل نیز مطابق فوق عمل می کنیم و تنها باید بجای r از $D_{s_c}^{b}$ استفاده نمود.

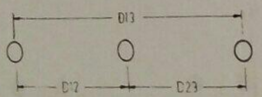
مسائل فصل سوم

۱-۳ برای هر یک از هادیهای رشته ای شکل (۳۴-۳) شعاع متوسط هندسی (GMR) را بر حسب شعاع هر رشته r بدست آورید.



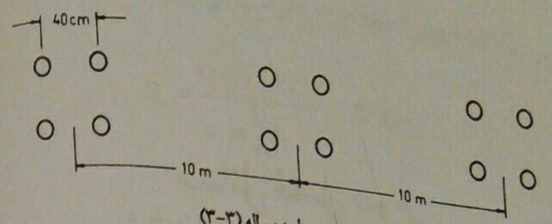
شکل ۳۴-۳ مربوط به مساله (۱-۳)

۲-۳ در یک خط انتقال سه فاز فاصله هادیهای سه فاز با یکدیگر مساوی بوده و مقدار آن D = ۵ m می باشد. اگر بخواهیم خط انتقال را بصورت افقی مطابق شکل (۳۵-۳) طراحی نمائیم، فاصله هادیهای مجاور چقدر باشد تا اندوکتانس حاصله با اندوکتانس خط سه فاز اولیه برابر باشد. $(D_{۱۲} = D_{۲۳})$



شکل ۳۵-۳ مربوط به مساله (۲-۳)

۳-۳ در خط سه فاز ۷۶۵KV مطابق شکل (۳۶-۳) از هادیهای باندل از نوع Pheasant استفاده شده است. اندوکتانس، کاپاسیتانس و جریان خازنی خط را در فرکانس ۶۰HZ بدست آورید.



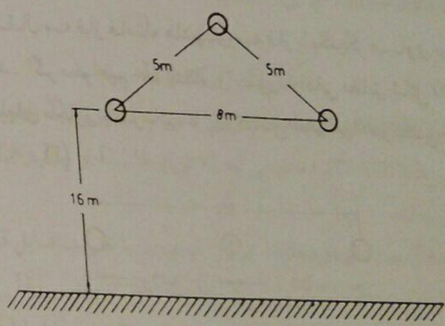
شکل ۳۶-۳ مربوط به مساله (۳-۳)

۳-۴ خط انتقال سه فازی مطابق شکل (۳۷-۳) دارای آرایش هادیهائی بصورت مثلث می باشد. هادیها از نوع Cardinal می باشند.

الف: اندوکتانس و کاپاسیتانس خط را بدون تاثیر زمین بدست آورید.

ب: کاپاسیتانس خط را با در نظر گرفتن اثر زمین محاسبه کنید.

ج: اگر هر فاز از باندلهای دوتائی تشکیل شده باشد بطوریکه فاصله دو رشته در هر باندل d = ۳۰ cm باشد قسمت های (الف) و (ب) را مجدداً حل نمائید.

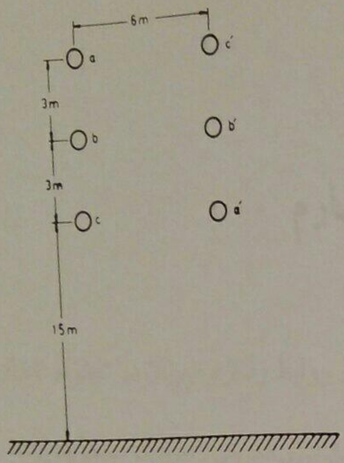


شکل ۳۷-۳ مربوط به مساله (۴-۳)

۳-۵ در یک خط سه فاز دو مداره از هادیهای Drake استفاده شده است. فاصله بین هادیها و ارتفاع آنها مطابق شکل (۳۸-۳) مشخص شده است.

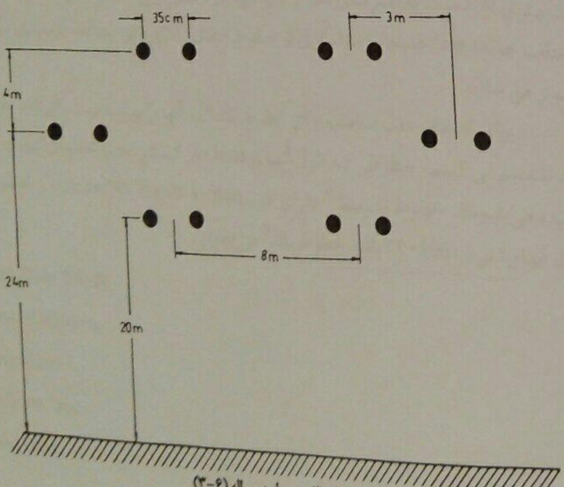
الف: اندوکتانس و راکتانس القائی خط را محاسبه کنید.

ب: کاپاسیتانس و ساسپتانس خط را محاسبه نمائید.



شکل ۳۸-۳ مربوط به مساله (۵-۳)

۳-۶ یک خط انتقال سه فاز دو مداره باندل که هر باندل آن دارای دو رشته است در شکل (۳۹-۳) نشان داده شده است. هادیها از نوع Pheasant هستند. اندوکتانس و کاپاسیتانس خط را محاسبه کنید (از اثر زمین صرفنظر کنید).



شکل ۳۹-۳ مربوط به مساله (۶-۳)

فصل چهارم

روابط ولتاژ و جریان در خطوط انتقال

خطوط انتقال انرژی الکتریکی از اجزاء یک سیستم بهم پیوسته می باشند و برای تعیین جریانها، ولتاژها، قدرت ها، افت ولتاژ ها، تلفات و دیگر کمیتهای خطوط باید سیستم بهم پیوسته را حل نمود. روش حل سیستم ها و تعیین کمیت های فوق الذکر را بعداً تحت عنوان «مطالعه پخش بار [1]» خواهیم دید، لیکن مطالعه روابط ولتاژها و جریانها در یک خط انتقال دید بهتری از اهمیت پارامترهای خط و تاثیر آنها در ولتاژ شین ها و پخش قدرتها [2] در نقاط مختلف خواهد داد. همچنین مدلسازی از خطوط انتقال راه را برای مطالعات بعدی سیستم ها هموار می سازد.

برای انتخاب مدل مناسب برای خطوط انتقال، آنها را به سه دسته کوتاه، متوسط و بلند تقسیم می کنیم. خطوطی که طول آنها از ۸۰ Km کمتر است خطوط انتقال کوتاه [3] نامیده می شوند. خطوط متوسط [4] دارای طول ۸۰ Km تا ۲۴۰ Km هستند، و خطوطی که طول آنها بیشتر از ۲۴۰ Km باشد خطوط بلند [5] می باشند.

1. Load Flow Study
2. Flow of Powers
3. Short Line
4. Medium Line
5. Long Line

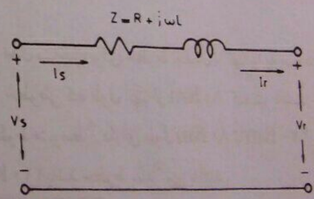
خطوط انتقال انرژی معمولاً بارهای سه فاز متعادل را تغذیه می کنند. هادیهای سه فاز خطوط معمولاً دارای فواصل مساوی نبوده و جابجائی فازها نیز عملاً انجام نمی شود، با اینحال عدم تقارن بوجود آمده ناچیز است. لذا کل سیستم را متقارن فرض نموده و مدار معادل یک فاز را رسم و آنرا حل می کنیم.

برای تشخیص مقدار پارامترها در واحد طول و در کل خط از علائم اختصاری زیر در این فصل استفاده می کنیم:

- $z =$ امپدانس سری هر فاز در واحد طول
- $y =$ ادمیتانس موازی هر فاز در واحد طول
- $l =$ طول خط انتقال
- $Z = zl$ امپدانس سری هر فاز
- $Y = yl$ ادمیتانس موازی هر فاز

۴-۱ خط انتقال کوتاه

در یک خط انتقال انرژی کوتاه از ادمیتانس موازی خط (مربوط به کاپاسیتانس) صرفنظر می کنیم. مدار معادل چنین خطی در شکل (۱-۴) نشان داده شده است. در این شکل V_s و I_s بترتیب ولتاژ و جریان در ابتدای خط[1] و V_r و I_r بترتیب ولتاژ و جریان در انتهای خط[2] هستند. مقادیر V_s و V_r ولتاژهای یک فاز نسبت به نقطه خنثی می باشند.



شکل ۱-۴ مدار معادل خط انتقال کوتاه

با توجه به این شکل داریم:

$$I_s = I_r \qquad (۴-۱)$$

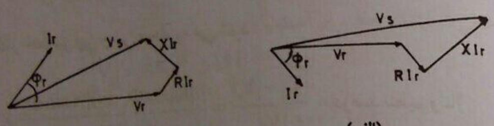
1. Sending End
2. Receiving End

$$V_s = V_r + ZI_r \qquad (۴-۲)$$

در این روابط $Z = zl = R + j\omega L$ کل امپدانس سری هر فاز و R و L نیز بترتیب کل مقاومت و اندوکتانس هر فاز خط می باشند. این روابط را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \qquad (۴-۳)$$

با توجه به روابط فوق دیاگرام برداری ولتاژها را در دو حالت (الف) و (ب) در شکل (۲-۴) نشان می دهیم. در حالت الف (پس فاز) جریان انتهای خط به اندازه Φ_r از ولتاژ انتهای خط عقب تر است و در حالت ب (پیش فاز) جریان انتهای خط به اندازه Φ_r از ولتاژ انتهای خط جلوتر است.



(ب) (الف)

شکل ۲-۴ دیاگرام برداری خط انتقال کوتاه

درصد تنظیم[1] ولتاژ یک خط طبق تعریف از رابطه زیر بدست می آید:

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_{r_0}| - |V_r|}{|V_r|} \times 100 \qquad (۴-۴)$$

در این رابطه $|V_{r_0}|$ ولتاژ انتهای خط در بی باری[2] و $|V_r|$ ولتاژ انتهای خط در بار کامل[3] می باشد. در تعیین $|V_{r_0}|$ و $|V_r|$ ولتاژ ابتدای خط $|V_s|$ باید ثابت نگه داشته شود. در بی باری

1. Percent Regulation
2. No Load
3. Full Load

$|V_{r}| = |V_s|$ خواهد بود، لذا درصد تنظیم بصورت زیر نوشته می شود:

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} \times ۱۰۰ \qquad (۴-۵)$$

ولتاژ ابتدای خط $|V_s|$ را بر حسب ولتاژ انتهای خط $|V_r|$ بطور تقریبی می توان به این صورت نوشت (اثبات کنید):

$$|V_s| = |V_r| + |I|(R\cos\Phi_r \pm X\sin\Phi_r) \qquad (۴-۶)$$

در این رابطه I جریان خط انتقال است که با I_s و I_r برابر است. علامت مثبت بین $R\cos\Phi_r$ و $X\sin\Phi_r$ مربوط به حالت پس فاز (شکل ۴-۲ الف) و علامت منفی مربوط به حالت پیش فاز (شکل ۴-۲ ب) می باشد. افت ولتاژ در خط انتقال برابر است با:

$$|\Delta V| = |V_s| - |V_r| = |I|(R\cos\Phi_r \pm X\sin\Phi_r) \qquad (۴-۷)$$

درصد تنظیم ولتاژ خط نیز این چنین محاسبه می شود:

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} = \frac{|I|R\cos\Phi_r \pm |I|X\sin\Phi_r}{|V_r|} \times ۱۰۰ \qquad (۴-۸)$$

روابط (۴-۷) و (۴-۸) نشان می دهند که هر چه جریان انتهای خط از ولتاژ عقب تر باشد افت ولتاژ و درصد تنظیم بیشتر می شود. در ضریب قدرت های پیش فاز افت ولتاژ و درصد تنظیم کمتر شده و به مقادیر صفر و منفی نیز می رسند.

مثال ۴-۱ در یک خط انتقال سه فاز بطول ۵۰ Km بار انتهای خط قدرت ۱۰۰ MW را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ ۱۳۲KV جذب می نماید. مقاومت و اندوکتانس خط بترتیب ۰/۰۳۰۸ Ω/Km و ۰/۹۵ mH/Km هستند. ولتاژ ابتدای خط و درصد تنظیم ولتاژ را محاسبه کنید.

حل: ابتدا ولتاژ فازی را در انتهای خط محاسبه می کنیم:

$$V_r = \frac{۱۳۲}{\sqrt{۳}} \times ۱۰^{۳} = ۷۶۲۱۰ \quad V$$

پارامترهای خط انتقال در طول ۵۰Km را مطابق زیر بدست می آوریم:

$$R = ۰/۰۳۰۸ \times ۵۰ = ۱/۵۴ \quad \Omega$$

$$X = ۲\pi \times ۵۰ \times ۰/۹۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۵۰ = ۱۴/۹۲ \quad \Omega$$

جریان خط انتقال $I = I_s = I_r$ برابر است با:

$$|I| = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^{۳}}{\sqrt{۳} \times ۱۳۲ \times ۰/۸} = ۵۴۶/۷ \quad A$$

$$I = |I| \angle -\Phi_r = ۵۴۶/۷ \angle -۳۶/۹^\circ \quad A$$

$$V_s = V_r + ZI_r = ۷۶۲۱۰ + (۱/۵۴ + j۱۴/۹۲) \times ۵۴۶/۷ \angle -۳۶/۹^\circ$$

$$V_s = ۸۲۰۰۰ \angle ۴/۳^\circ \quad V = ۸۲ \angle ۴/۳^\circ \quad KV$$

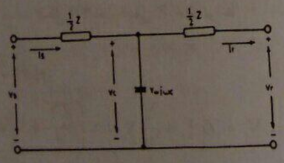
ولتاژ خطی در ابتدای خط برابر است با:

$$|V_s| = ۸۲\sqrt{۳} = ۱۴۲ \quad KV$$

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴۲ - ۱۳۲}{۱۳۲} \times ۱۰۰ = \%۷/۵۷$$

۴-۲ خط انتقال متوسط

در خطوط انتقال با طول متوسط، ادمیتانس موازی در محاسبات وارد می شود. اگر کاپاسیتانس خط را در وسط خط بطور متمرکز در نظر بگیریم و اندوکتانس خط را به دو قسمت تقسیم کنیم مدار اسمی T[1] مطابق شکل (۴-۳) بدست می آید:



شکل ۴-۳ مدار اسمی T خط متوسط

1. Nominal T

در مدار معادل T داریم:

$$V_s = V_c + \frac{1}{2}ZI_s$$

$$V_c = V_r + \frac{1}{2}ZI_r$$

$$I_s = I_r + YV_c$$

در نتیجه خواهیم داشت:

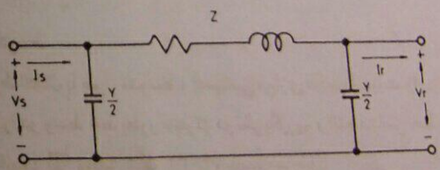
$$V_s = \left(1+\frac{YZ}{2}\right)V_r + Z\left(1+\frac{YZ}{4}\right)I_r$$

(۴-۹)

$$I_s = YV_r + \left(1+\frac{YZ}{2}\right)I_r$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{YZ}{2} & Z\left(1+\frac{YZ}{4}\right) \\ Y & 1+\frac{YZ}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \qquad (۴-۱۰)$$

اگر ادمیتانس خط را به دو قسمت تقسیم کنیم و در ابتدا و انتهای خط قرار دهیم مدار اسمی π مطابق شکل (۴-۴) بدست می آید:



شکل ۴-۴ مدار اسمی π خط متوسط

در مدار اسمی π خط انتقال داریم:

$$V_s = V_r + Z\left(I_r + \frac{Y}{2}V_r\right) = \left(\frac{ZY}{2}+1\right)V_r + ZI_r$$

$$I_s = I_r + \frac{Y}{2}V_r + \frac{Y}{2}V_s = I_r + \frac{Y}{2}V_r + \frac{Y}{2}\left[\left(\frac{ZY}{2}+1\right)V_r + ZI_r\right]$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$V_s = \left(\frac{ZY}{2}+1\right)V_r + ZI_r$$

(۴-۱۱)

$$I_s = \left(1+\frac{ZY}{4}\right)YV_r + \left(\frac{ZY}{2}+1\right)I_r$$

اگر معادلات (۱۱-۴) را به صورت کلی زیر بنویسیم:

$$V_s = AV_r + BI_r$$

(۴-۱۲)

$$I_s = CV_r + DI_r$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$A = D = \frac{ZY}{2} + 1$$

(۴-۱۳)

$$B = Z \qquad C = Y\left(1+\frac{ZY}{4}\right)$$

ضرائب ABCD به ضرائب عمومی خط انتقال موسومند.

در شرایط بی باری با قرار دادن $I_r = 0$ در رابطه (۱۲-۴) $V_{r_0} = \frac{V_s}{A}$ و در نتیجه رابطه درصد تنظیم ولتاژ برای خط انتقال با طول متوسط بصورت زیر نوشته می شود:

$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{\frac{1}{|A|}|V_s| - |V_r|}{|V_r|} \times 100 \qquad (۱۴-۴)$$

مثال ۲-۴ در یک خط انتقال سه فاز ۲۳۰KV بطول ۲۰۰Km از هادیهای Hawk استفاده شده است. هادیها بصورت افقی قرار داشته و فاصله هر دو هادی مجاور ۴m می باشد. مقاومت هر فاز ۰/۱۳۲Ω/Km است. اگر بار انتهای خط در ضریب قدرت ۰/۸۵ پس فاز و ولتاژ ۲۳۰KV قدرت ۱۵۰ MW را جذب نماید. ولتاژ ابتدای خط و درصد تنظیم ولتاژ را محاسبه کنید.

حل: با استفاده از جدول (۱-۳) داریم:

$$r = \frac{1}{2} \times 0/858 \times 0/0254 = 0/010725 \quad m$$

$$D_s = ۰/۰۲۸۹\text{ft} = ۰/۰۲۸۹ \times ۰/۳۰۴۸ = ۰/۰۰۸۸ \quad \text{m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[۳]{۴ \times ۴ \times ۸} = ۵/۰۴ \quad \text{m}$$

$$L = ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} = ۲ \times ۱۰^{-۷} \ln \frac{۵/۰۴}{۰/۰۰۸۸} = ۱۲/۷ \times ۱۰^{-۷} \quad \text{H/m}$$

$$X = \omega L l = ۲\pi \times ۵۰ \times ۱۲/۷ \times ۱۰^{-۷} \times ۱۰^{۳} \times ۲۰۰ = ۷۹/۸ \quad \Omega$$

$$C = \frac{۲\pi \times ۸/۸۵ \times ۱۰^{-۱۲}}{\ln \frac{۵/۰۴}{۰/۰۱۰۷۲۵}} = ۹/۰۴ \times ۱۰^{-۱۲} \quad \text{F/m}$$

$$Y = j\omega c l = j۲\pi \times ۵۰ \times ۹/۰۴ \times ۱۰^{-۱۲} \times ۱۰^{۳} \times ۲۰۰ = j۵/۶۸ \times ۱۰^{-۴} \quad \mho$$

$$Z = R + jX = ۰/۱۳۲ \times ۲۰۰ + j۷۹/۸ = ۸۴ \angle ۷۷/۷^\circ \quad \Omega$$

$$V_r = \frac{۲۳۰}{\sqrt{۳}} \angle ۰^\circ = ۱۳۲/۸ \angle ۰^\circ \quad \text{KV}$$

$$|I_r| = \frac{۱۵۰ \times ۱۰^{۳}}{\sqrt{۳} \times ۲۳۰ \times ۰/۸۵} = ۴۴۳ \quad \text{A}$$

$$I_r = ۴۴۳ \angle -\cos^{-۱} ۰/۸۵ = ۴۴۳ \angle -۳۱/۸^\circ \quad \text{A}$$

$$V_s = \left(۱ + \frac{YZ}{۲}\right) V_r + Z I_r = \left(۱ + \frac{۵/۶۸ \times ۱۰^{-۴} \angle ۹۰^\circ \times ۸۴ \angle ۷۱۷^\circ}{۲}\right)$$

$$\times ۱۳۲/۸ \angle ۰^\circ + ۸۴ \angle ۷۱/۷^\circ \times ۴۴۳ \times ۱۰^{-۳} \angle -۳۱/۸^\circ$$

$$= ۱۶۰/۲۳ \angle ۸/۹۳^\circ \quad \text{KV}$$

ولتاژ خطی در ابتدای خط انتقال برابر است با:

$$|V_s| = ۱۶۰/۲۳ \sqrt{۳} = ۲۷۷/۵ \quad \text{KV}$$

برای محاسبه درصد تنظیم ولتاژ، ابتدا ولتاژ انتهای خط را در بی باری حساب می کنیم:

$$A = ۱ + \frac{YZ}{۲} = ۰/۹۷۷ \angle ۰/۴۴^\circ$$

$$|V_{r0}| = \frac{|V_s|}{|A|} = \frac{۲۷۷/۵}{۰/۹۷۷} = ۲۸۴ \quad \text{KV}$$

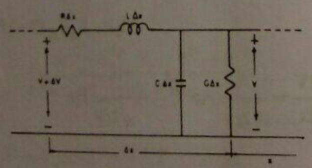
$$\text{درصد تنظیم ولتاژ} = \frac{۲۸۴ - ۲۳۰}{۲۳۰} \times ۱۰۰ = \%۲۳/۴$$

۳-۴ خط انتقال بلند

دریک خط انتقال بلند نمی توان پارامترها را بصورت متمرکز در نظر گرفت و از مدارهای اسمی T یا π خط انتقال استفاده نمود. در چنین خطی پارامترها بصورت یکنواخت در طول خط پخش شده اند. در شکل (۵-۴) مدار معادل یک فاز خط انتقال بلند در قسمت بسیار کوچکی بطول Δx و به فاصله x از انتهای خط نشان داده شده است. امپدانس سری و ادمیتانس موازی در این قسمت بترتیب $z\Delta x$ و $y\Delta x$ می باشند. ولتاژ در انتهای این قسمت V و در ابتدای آن $V + \Delta V$ است. بنابراین اختلاف ولتاژ ΔV بین ابتدا و انتهای این قسمت برابر است با:

$$\Delta V = I z \Delta x$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = I z \qquad (۴-۱۵)$$



شکل ۵-۴ قسمت بسیار کوچک از خط انتقال بلند

حد معادله (۱۵-۴) وقتی که $\Delta x \to ۰$ عبارتست از:

$$\frac{dV}{dx} = I z \qquad (۴-۱۶)$$

در این رابطه $z = R + j\omega L$ امپدانس خط در واحد طول می باشد.

بهمین ترتیب $I + \Delta I$ جریان در ابتدا و I جریان در انتهای قسمت بطول Δx است و لذا اختلاف جریان در این فاصله ΔI است که از ادمیتانس موازی $y\Delta x$ عبور می کند و برابر است با:

$$\Delta I = Vy\Delta x$$

در حد به ازاء $\Delta x \to 0$ داریم:

$$\frac{dI}{dx} = Vy \qquad \text{(۴-۱۷)}$$

در این رابطه $y = G + j\omega C$ ادمیتانس موازی خط در واحد طول است. با مشتق گیری از رابطه (۴-۱۶) بر حسب x داریم:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = z\frac{dI}{dx} \qquad \text{(۴-۱۸)}$$

با جایگزینی مقدار $\frac{dI}{dx}$ از رابطه (۴-۱۷) در رابطه (۴-۱۸) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = yzV$$

پاسخ این معادله دیفرانسیل به صورت زیر نوشته می شود:

$$V = Ae^{\sqrt{yz}\,x} + Be^{-\sqrt{yz}\,x} \qquad \text{(۴-۱۹)}$$

جریان I نیز طبق رابطه (۴-۱۶) برابر است با:

$$I = \frac{1}{z}\frac{dV}{dx} = \frac{1}{\sqrt{z/y}}Ae^{\sqrt{yz}\,x} - \frac{1}{\sqrt{z/y}}Be^{-\sqrt{yz}\,x} \qquad \text{(۴-۲۰)}$$

برای تعیین A و B، در انتهای خط به ازاء $x = 0$، مقادیر جریان و ولتاژ $V = V_r$ و $I = I_r$ بوده و لذا داریم:

$$V_r = A + B$$

$$I_r = \frac{1}{\sqrt{z/y}}(A - B)$$

$$A = \frac{V_r + I_r Z_c}{2} \quad \text{و} \quad B = \frac{V_r - I_r Z_c}{2} \qquad \text{(۴-۲۱)}$$

در اینجا Z_c امپدانس مشخصه[1] خط بوده و مقدار آن برابر است با:

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} \qquad \text{(۴-۲۲)}$$

بنابراین معادلات ولتاژ V و جریان I بصورت زیر نوشته می شوند:

$$V = \frac{V_r + I_r Z_c}{2}e^{\gamma x} + \frac{V_r - I_r Z_c}{2}e^{-\gamma x} \qquad \text{(۴-۲۳)}$$

$$I = \frac{V_r / Z_c + I_r}{2}e^{\gamma x} + \frac{V_r / Z_c - I_r}{2}e^{-\gamma x} \qquad \text{(۴-۲۴)}$$

در اینجا γ ثابت انتشار[2] بوده و مقدار آن برابر است با:

$$\gamma = \sqrt{yz} \qquad \text{(۴-۲۵)}$$

روابط (۴-۲۳) و (۴-۲۴) ولتاژ و جریان در هر نقطه را بر حسب ولتاژ و جریان انتهای خط و پارامترهای خط نشان می دهد. این روابط را می توان بصورت زیر نوشت:

$$V = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}V_r + \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}I_r Z_c$$

$$I = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}\frac{V_r}{Z_c} + \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}I_r$$

با استفاده از توابع هیپربولیک داریم:

$$V = V_r \cosh \gamma x + I_r Z_c \sinh \gamma x \qquad \text{(۴-۲۶)}$$

$$I = I_r \cosh \gamma x + \frac{V_r}{Z_c}\sinh \gamma x \qquad \text{(۴-۲۷)}$$

1. Characteristic Impedance
2. Propagation Constant

مثال ۳-۴ در یک خط انتقال 230KV بطول 400Km، راکتانس سری خط $0.61\Omega/Km$، مقاومت آن $0.113\Omega/Km$ و ادمیتانس موازی $j3.2\times10^{-6}\mho/Km$ است (از کندوکتانس صرفنظر شده است). بار انتهای خط قدرت 200MW را در ولتاژ 230KV و ضریب قدرت یک جذب می نماید. ولتاژ، جریان و قدرت در ابتدای خط را محاسبه کنید.

حل:

$$z = 0.113 + j0.61 = 0.6204\angle 79.5^\circ \quad \Omega/Km$$

$$y = G + j\omega C = j3.2\times10^{-6}\ \mho/Km = 3.2\times10^{-6}\angle 90^\circ\ \mho/Km$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0.6204}{3.2\times10^{-6}}}\angle\frac{79.5^\circ - 90^\circ}{2} = 440.3\angle -5.25^\circ\ \Omega$$

$$\gamma = \sqrt{yz} = \sqrt{0.6204\times3.2\times10^{-6}}\angle\frac{79.5^\circ + 90^\circ}{2}$$

$$\gamma = 0.00141\angle 84.75^\circ = 0.000129 + j0.0014$$

$$\gamma l = (0.000129 + j0.0014)\times400 = 0.0516 + j0.56$$

$$I_r = \frac{200\times10^3}{\sqrt{3}\times230\times1} = 502\angle 0^\circ\ \ A$$

$$V_r = \frac{230}{\sqrt{3}} = 132.8\angle 0^\circ\ \ KV$$

$$\cosh\gamma l = \cosh 0.0516\cos 0.56 + j\sinh 0.0516\sin 0.56$$

$$= 1.0013\times0.847 + j0.0516\times0.531$$

$$= 0.8481 + j0.0274 = 0.8485\angle 1.85^\circ$$

$$\sinh\gamma l = \sinh 0.0516\cos 0.56 + j\cosh 0.0516\sin 0.56$$

$$= 0.0516\times0.847 + j1.0013\times0.531$$

$$= 0.0437\times j0.5317 = 0.5335\angle 85.3^\circ$$

$$V_s = 132.8\times0.8485\angle 1.85^\circ + 502\times440.3\angle -5.25^\circ \times 0.5335\angle 85.3^\circ\times10^{-3}$$

$$V_s = 179\angle 42^\circ\ \ KV$$

قدر مطلق ولتاژ خطی در ابتدای خط برابر است با:

$$|V_s| = 179\sqrt{3} = 310\ \ KV$$

$$I_s = 502\times0.8485\angle 1.85^\circ + \frac{132.8\times10^3}{440.3\angle -5.25^\circ}\times0.5335\angle 85.3^\circ$$

$$I_s = 467.6\angle 22.3^\circ\ \ A$$

با محاسبه ضریب قدرت PF در ابتدای خط، قدرت منتقله در ابتدای خط بدست می آید:

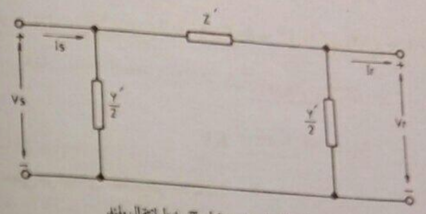
$$PF = \cos(42^\circ - 22.3^\circ) = 0.941$$

$$P = \sqrt{3}\times310\times461.6\times0.941\times10^{-3} = 233\ \ MW$$

۴-۴ مدار معادل خط انتقال بلند

مدارهای اسمی π و یا T نمی توانند بعنوان مشخص کننده خط انتقال بلند مورد استفاده قرار گیرند زیرا حالت گسترده بودن پارامترها را بطور یکنواخت در طول خط نمی توانند منظور نمایند. برای تعیین مدار معادل یک خط انتقال بلند، یک مدار π مشابه شکل (۴-۴) را در نظر می گیریم، با این تفاوت که به جای Z از Z' و بجای Y از Y' استفاده می نمائیم. Z' و Y' به ترتیب امپدانس سری و ادمیتانس موازی خط انتقال بلند در مدار معادل π مطابق شکل (۶-۴) می باشند.

در شکل (۶-۴) رابطه ولتاژ ابتدای خط V_s بر حسب V_r و I_r (ولتاژ و جریان انتهای خط) بصورت زیر نوشته می شود:



شکل ۶-۴ مدار معادل π خط انتقال بلند

$$V_s = \left(\frac{Z'Y'}{2} + 1\right)V_r + Z'I_r \qquad (4-41)$$

مقایسه رابطه (۴۱-۴) با رابطه (۲۸-۴) نشان می دهد که :

$$Z' = Z_c \sinh \gamma l \qquad (4-42)$$

$$Z' = \sqrt{\frac{z}{y}} \sinh \gamma l = zl \frac{\sinh \gamma l}{\sqrt{zy}l}$$

$$Z' = Z \frac{\sinh \gamma l}{\gamma l} \qquad (4-43)$$

همانطوریکه مشاهده می شود امپدانس سری مدار اسمی π باید در ضریب $\sinh \gamma l / \gamma l$ ضرب شود تا Z' امپدانس سری مدار معادل π خط انتقال بلند بدست آید. بهمین ترتیب مقایسه ضرایب V_r در روابط (۴۱-۴) و (۲۸-۴) نشان می دهد که :

$$\frac{Z'Y'}{2} + 1 = \cosh \gamma l \qquad (4-44)$$

با استفاده از رابطه (۴۲-۴) و جایگزینی $Z_c \sinh \gamma l$ بجای Z' در رابطه (۴۴-۴) خواهیم داشت :

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2} = \frac{Y}{2} \frac{\tanh(\gamma l/2)}{\gamma l/2} \qquad (4-45)$$

این رابطه نشان می دهد که ادمیتانس موازی $\frac{Y}{2}$ مدار اسمی π باید در ضریب $\frac{\tanh(\gamma l/2)}{\gamma l/2}$ ضرب شود تا ادمیتانس موازی $\frac{Y'}{2}$ برای مدار معادل π خط انتقال بلند بدست آید. البته ضرائب $\sinh \gamma l / \gamma l$ و $\tanh(\gamma l/2) / (\gamma l/2)$ خیلی به عدد یک نزدیک بوده و مدار اسمی π با تقریب قابل قبولی برای خطوط انتقال بلند نیز می تواند مورد استفاده قرار گیرد. مدار معادل T خط بلند نیز بطریق مشابهی قابل دستیابی است.

مثال ۴-۴ برای مثال ۳-۴ مدار معادل π خط انتقال را بدست آورده و با مدار اسمی π آن مقایسه نمائید.

حل :

$$Z' = Z_c \sinh \gamma l = 440/3\angle{-5/25^\circ} \times 0/5335\angle{85/3^\circ}$$

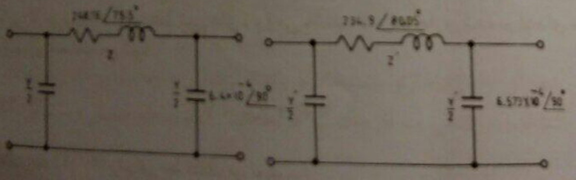
$$Z' = 234/9\angle{80/05^\circ}\ \Omega$$

$$Z = zl = 0/6204\angle{79/5^\circ} \times 400 = 248/16\angle{79/5^\circ}\ \Omega$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2} = \frac{1}{Z_c} \cdot \frac{\cosh \gamma l - 1}{\sinh \gamma l} = \frac{\cosh \gamma l - 1}{Z'}$$

$$= \frac{0/8485\angle{1/85^\circ} - 1}{234/9\angle{80/05^\circ}} = 6/573 \times 10^{-4}\angle{89/7^\circ}\ \mho$$

$$\frac{Y}{2} = \frac{1}{2} \times 3/2 \times 10^{-6}\angle{90^\circ} \times 400 = 6/4 \times 10^{-4}\angle{90^\circ}\ \mho$$



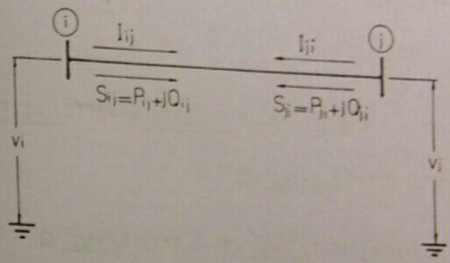
(ب): مدار اسمی π (الف): مدار معادل π

شکل ۷-۴ مدارهای اسمی و معادل π خط انتقال بلند

شکل (۴-۷) مقایسه مدار معادل π خط بلند و مدار اسمی π این خط را نشان می دهد.

۴-۵ قدرت انتقالی در خط انتقال انرژی

دو شین i و j را که بترتیب ابتدا و انتهای یک خط انتقال هستند مطابق شکل (۴-۸) در نظر بگیرید. P_{ij} ، Q_{ij} و S_{ij} بترتیب قدرتهای اکتیو، راکتیو و مختلط جاری از شین i به طرف شین j باشند که از شین i جدا می شوند. همچنین P_{ji} ، Q_{ji} و S_{ji} بترتیب قدرتهای اکتیو، راکتیو و مختلط جدا شده از شین j هستند که بطرف شین i جاری می شوند.



شکل ۴-۸ قدرت های جاری در خط انتقال

اگر ولتاژ شین انتهائی را بعنوان مرجع در نظر بگیریم داریم:

$$V_j = |V_j|\angle 0^\circ$$

زاویه جلو افتادگی V_i نسبت به V_j را با δ نشان می دهیم:

$$V_i = |V_i|\angle \delta$$

V_i و V_j بترتیب ولتاژ مختلط شین های i و j می باشند. قدرت جاری شده در ابتدای خط به ترتیب زیر محاسبه می شود:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \qquad \text{(۴-۴۶)}$$

حال رابطه (۴-۱۲) را برای خط انتقال می نویسیم:

$$V_s = AV_r + BI_r$$

$$I_s = CV_r + DI_r$$

$$D = A \qquad AD - BC = 1$$

دو معادله اخیر را برای I_s و I_r بر حسب V_s و V_r حل می کنیم:

$$I_s = \frac{D}{B}V_s - \frac{1}{B}V_r \qquad \text{(۴-۴۷)}$$

$$I_r = \frac{1}{B}V_s - \frac{A}{B}V_r \qquad \text{(۴-۴۸)}$$

در رابطه (۴-۴۷) با جایگزینی I_{ij} برای I_s ، V_i برای V_s و V_j برای V_r داریم:

$$I_{ij} = \frac{D}{B}V_i - \frac{1}{B}V_j$$

ضرائب $A = D$ و B را بترتیب زیر تعریف می کنیم:

$$A = D = |D|\angle \alpha \qquad \text{و} \qquad B = |B|\angle \beta$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$I_{ij} = \frac{|D|}{|B|}|V_i|\angle \alpha + \delta - \beta - \frac{1}{|B|}|V_j|\angle -\beta$$

$$I_{ij}^* = \frac{|D|}{|B|}|V_i|\angle \beta - \alpha - \delta - \frac{1}{|B|}|V_j|\angle \beta$$

با جایگزینی این مقدار در رابطه (۴-۴۶) داریم:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = \frac{|D|}{|B|}|V_i|^2\angle \beta - \alpha - \frac{1}{|B|}|V_i||V_j|\angle \beta + \delta \qquad \text{(۴-۴۹)}$$

در این رابطه اگر ولتاژها فازی باشند قدرت یکفاز انتقالی خط بدست می آید و اگر ولتاژها خطی باشند قدرت انتقالی سه فاز محاسبه خواهد شد. قسمت های حقیقی و موهومی رابطه (۴-۴۹) را جدا می کنیم:

$$P_{ij} = \frac{|D|}{|B|}|V_i|^2\cos(\beta - \alpha) - \frac{|V_i||V_j|}{|B|}\cos(\beta + \delta) \qquad \text{(۴-۵۰)}$$

$$Q_{ij} = \frac{|D|}{|B|}|V_i|^{۲} \sin(\beta - \alpha) - \frac{|V_i||V_j|}{|B|} \sin\ (\beta + \delta) \qquad (۴-۵۱)$$

روابط (۵۰-۴) و (۵۱-۴) پخش قدرتهای اکتیو راکتیو خط از شین i را مشخص می کنند.

در خطوط انتقال کوتاه داریم:

$$A = D = ۱ \qquad و \qquad B = Z$$

اگر از مقاومت اهمی خط در مقابل راکتانس القائی آن صرفنظر کنیم خواهیم داشت:

$$B = jX = X \angle ۹۰^\circ$$

$$\alpha = ۰ \qquad \beta = ۹۰^\circ \qquad |D| = ۱ \qquad |B| = X$$

به این ترتیب روابط (۵۰-۴) و (۵۱-۴) برای خطوط کوتاه به این صورت نوشته می شوند:

$$P_{ij} = \frac{|V_i||V_j|}{X} \sin\delta \qquad (۴-۵۲)$$

$$Q_{ij} = \frac{|V_i|}{X}\left(|V_i| - |V_j|\cos\delta\right) \qquad (۴-۵۳)$$

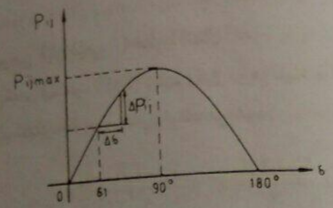
اگر زاویه δ کوچک باشد $\cos\delta \to ۱$ و لذا داخل پرانتز رابطه (۵۳-۴) افت ولتاژ خط $\Delta V = |V_i| - |V_j|$ را نشان می دهد:

$$Q_{ij} = \frac{|V_i|}{X}\Delta V \qquad (۴-۵۴)$$

رابطه (۵۲-۴) نشان می دهد که قدرت انتقالی در یک خط به ولتاژ ابتدا و انتهای خط بستگی دارد و همچنین با تغییر زاویه دو شین ابتدائی و انتهائی تغییر می کند. حداکثر قدرت انتقالی یک خط در $\delta = ۹۰^\circ$ بدست می آید که مقدار آن برابر است با:

$$P_{max_{ij}} = \frac{|V_i||V_j|}{X} \qquad (۴-۵۵)$$

در این رابطه $P_{max_{ij}}$ حداکثر قدرت قابل انتقال (ظرفیت انتقال قدرت) خط می باشد. برای افزایش حداکثر قدرت قابل انتقال باید راکتانس خط X کاهش یابد و این عمل با استفاده از خطوط دوبل و در موارد ضروری از خازنهای سری امکان پذیر است. شکل (۹-۴) منحنی تغییرات قدرت انتقالی خط را بر حسب زاویه δ نشان می دهد.



شکل ۹-۴ قدرت انتقالی تابعی از δ در خط انتقال

در نقطه کاری مانند P_1 با زاویه δ_1 براثر افزایش جزئی در زاویه δ بمیزان $\Delta\delta$ قدرت انتقالی بمیزان ΔP_{ij} افزایش می یابد. طبق تعریف نسبت ΔP_{ij} به $\Delta\delta$ را ضریب سنکرونیزه کننده[1] خط انتقال می نامند:

$$T_{ij} = \frac{\Delta P_{ij}}{\Delta\delta} \qquad (۴-۵۶)$$

در فاصله بسیار کوچک $\Delta\delta$ منحنی سینوسی را خطی فرض کرده و داریم:

$$T_{ij} = \frac{dP_{ij}}{d\delta} = P_{max_{ij}} \cos\delta \qquad (۴-۵۷)$$

اگر ولتاژ شین ها و زاویه آنها در دسترس باشد (نحوه محاسبه این مقادیر را در مطالعه پخش بار خواهیم دید)، T_{ij}° ضریب سنکرونیزه کننده نامی به ازاء مقادیر مشخص مطابق زیر بدست می آید:

$$T_{ij}^\circ = \frac{|V_i|^\circ |V_j|^\circ}{X_{ij}} \cos\delta^\circ \qquad (۴-۵۸)$$

1. Synchronizing Coefficient

به این ترتیب برای هر خط انتقال در سیستم قدرت مقدار مشخص و ثابت T_{ij}° را در شرایط بهره برداری معینی از سیستم خواهیم داشت.

روابط (۴-۵۳) و (۴-۵۴) نشان می دهند که قدرت راکتیو انتقالی از شین ابتدائی یک خط انتقال به افت ولتاژ خط بستگی داشته و از زاویه ولتاژ δ مستقل است. در ضمن با افزایش دامنه ولتاژ شین ابتدائی $|V_i|$ قدرت راکتیو جدا شده از این شین افزایش می یابد.

۴-۶ بار امپدانس موجی[1] (بار طبیعی[2]) خطوط انتقال

همانطوریکه در قسمت (۴-۳) دیدیم ولتاژ در هر نقطه بفاصله x از انتهای خط بر حسب ولتاژ و جریان انتهای خط بصورت زیر نوشته می شود:

$$V = \frac{V_r + I_r Z_c}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_r - I_r Z_c}{2} e^{-\gamma x} \qquad (۴-۵۹)$$

با جایگزینی $\gamma = \alpha + j\beta$ در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$V = \frac{V_r + I_r Z_c}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \frac{V_r - I_r Z_c}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \qquad (۴-۶۰)$$

$$V = V_1 + V_2 \qquad (۴-۶۱)$$

در اینجا V_1 از دو قسمت تشکیل شده است. دامنه $\frac{V_r + I_r Z_c}{2} e^{\alpha x}$ که با دور شدن از انتهای خط افزایش می یابد و ضریب $e^{j\beta x}$ که بردار V_1 را با دور شدن از انتهای خط به اندازه βx جلوتر می اندازد. بنابراین هر چه از ابتدای خط بطرف انتهای آن حرکت کنیم دامنه مذکور کاهش یافته و زاویه فاز آن عقب تر می افتد. این وضعیت مشخص کننده یک موج سیار است که به موج سیار مستقیم[3] معروف است. دامنه جمله دوم یعنی $\frac{V_r - I_r Z_c}{2} e^{-\alpha x}$ با دور شدن از انتهای خط کاهش یافته و زاویه فاز آن (مربوط به $e^{-j\beta x}$) نیز عقب تر می افتد و این وضعیت نشان دهنده موج سیار دیگری است که آن را موج سیار برگشت[4] می نامند. در حقیقت موج

1. Surge - Impedance Loading

2. Natural Load

3. Incident - Wave

4. Reflected - Wave

سیار رفت (مستقیم) از ابتدای خط به انتهای آن در حالت حرکت است و موج سیار برگشت برعکس از انتها به ابتدای خط حرکت می کند. ولتاژ در هر نقطه از خط از مجموع دو مولفه رفت و برگشت آن نقطه بدست می آید. چون معادلات جریان نیز مشابه معادلات ولتاژ هستند جریان هر نقطه از خط انتقال نیز از جمع مولفه های رفت و برگشت امواج سیار جریان در آن نقطه بدست می آید.

اگر امپدانس بار انتهای خط با امپدانس مشخصه Z_c برابر باشد، V_r با $Z_c I_r$ برابر بوده و با جایگزینی این مقدار در رابطه (۴-۶۰) مشاهده می شود که موج برگشت برای ولتاژ (و همچنین جریان) حذف می شود. چنین خطی به خط بی نهایت[1] معروف است. علت بکار بردن کلمه بی نهایت این است که یک خط با طول بی نهایت نمی تواند دارای موج برگشت باشد.

قدر مطلق امپدانس مشخصه $|Z_c|$ حدود ۲۵۰ تا 400Ω است و زاویه فاز آن در حدود صفر تا -15° است. اگر خط را بدون تلفات در نظر بگیریم:

$$R = G = 0$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega L}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (۴-۶۲)$$

و این نشان می دهد که Z_c کاملاً اهمی است و زاویه فاز آن صفر است. برای خط انتقال انرژی بدون تلفات مقدار اهمی $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ را ترجیحاً امپدانس موجی[2] می نامند و امپدانس موجی حالت خاصی از امپدانس مشخصه خط در نظر گرفته می شود که در آن از مقاومت اهمی و کندوکتانس صرفنظر شده باشد.

بار امپدانس موجی SIL[3] یک خط انتقال، قدرتی است که توسط خط به مقاومتی معادل امپدانس موجی داده می شود. براساس این تعریف بار امپدانس موجی (بار طبیعی) یک خط انتقال برابر است با:

1. Infinite Line

2. Surge - Impedance

3. Surge - Impedance Loading (SIL)

$$SIL = \frac{|V|^2}{Z_c} \quad MW \qquad (۴-۶۳)$$

در این رابطه V ولتاژ خطی بار بر حسب KV و $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ امپدانس موجی خط بر حسب اهم می باشد.

در یک خط بدون تلفات که بار آن SIL باشد با توجه به رابطه (۴-۶۰) ولتاژ خط در هر نقطه برابر است با:

$$V = V_r \angle \beta x \qquad (۴-۶۴)$$

و این نشان می دهد که در چنین خطی ولتاژ همه نقاط با ولتاژ انتهای خط برابر بوده و هر چه به ابتدای خط نزدیکتر می شویم زاویه ولتاژ افزایش می یابد ، بطوریکه ولتاژ ابتدای خط از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_s = V_r \angle \beta l \qquad (۴-۶۵)$$

ثابت انتشار γ در خط انتقال بدون تلفات به این ترتیب محاسبه می شود:

$$\gamma = \sqrt{yz} = \sqrt{j\omega C . j\omega L} = j\omega\sqrt{LC} \qquad (۴-۶۶)$$

$$\alpha = 0 \quad \text{و} \quad \beta = \omega\sqrt{LC} \qquad (۴-۶۷)$$

با توجه به معادله ولتاژ در رابطه (۴-۶۰) یک سیکل کامل ولتاژ هنگامی کامل می شود که βx به اندازه °۳۶۰ یا 2π رادیان تغییر کند. طبق تعریف طول موج[1] λ مسافتی بین دو نقطه از موج در طول خط انتقال است که یک سیکل کامل را در بر گیرد. لذا داریم:

$$\beta\lambda = 2\pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad m \qquad (۴-۶۸)$$

در این رابطه β ثابت فاز بر حسب rad/m است. سرعت انتشار موج υ این چنین محاسبه می شود:

1. Wavelength

$$\upsilon = f\lambda \quad m/s \qquad (۴-۶۹)$$

در اینجا f فرکانس بر حسب تعداد سیکل در ثانیه یا Hz و λ طول موج بر حسب متر می باشد. برای تعیین سرعت انتشار موج ابتدا β را محاسبه می کنیم:

$$\beta = \omega\sqrt{LC} = 2\pi f\sqrt{\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{D}{r}\cdot\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{r'}}}$$

چون r' تقریباً با r برابر است داریم:

$$\beta = 2\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \quad rad/m \qquad (۴-۷۰)$$

لذا خواهیم داشت:

$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \quad m \qquad (۴-۷۱)$$

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad m/s \qquad (۴-۷۲)$$

و حالا می توانیم سرعت انتشار موج υ را بدست آوریم:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{4\pi\times10^{-7}\times 8/85\times10^{-12}}} = 2/998\times10^{8} \quad m/s \approx 3\times10^{8} \quad m/s$$

بنابراین سرعت انتشار موج تقریباً با سرعت نور برابر است. طول موج خط برابر است با:

$$\lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{3\times10^{8}}{50} = 6\times10^{6} m = 6000 \quad Km$$

بطورکلی اگر در رابطه:

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\gamma l & Z_c\sinh\gamma l \\ \frac{1}{Z_c}\sinh\gamma l & \cosh\gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

$\sinh\gamma l = ۰$ باشد، در اینصورت $|V_r| = |V_s|$ و $|I_r| = |I_s|$ بوده و به چنین خطی، خط تنظیم شده[1] گفته می شود که در آن ولتاژ ابتدا و انتهای خط و همچنین جریان ابتدا و انتهای خط بایکدیگر برابرند و افت ولتاژی در خط نخواهیم داشت. برای حصول به چنین وضعیتی داریم:

$$۰ = \sinh\gamma l = \sinh\beta l = \sinh\omega\sqrt{LC}\ l$$

$$\omega\sqrt{LC}\ l = n\pi$$

$$l = \frac{n\pi}{۲\pi f\sqrt{LC}} = \frac{n}{۱۰۰\sqrt{LC}} = \frac{n}{۱۰۰}\upsilon$$

$$l = \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۱۰۰}n \qquad m$$

$$l = ۳۰۰۰, ۶۰۰۰, ۹۰۰۰, \ldots \quad Km$$

بنابراین اگر خطوط انتقال را با طولهای ۳۰۰۰ و ۶۰۰۰ و . . . کیلومتر طراحی کنیم، ولتاژ و جریان ابتدا و انتهای این خطوط با یکدیگر برابرند. عملاً طراحی و استفاده از چنین خطوط طولانی غیر ممکن است و طول خطوط از چند صد کیلومتر تجاوز نمی نماید. برای دستیابی به خطوط تنظیم شده در عمل خازن های سری یا راکتورهای موازی در خط تاحدی استفاده می شود که با کاهش اندوکتانس و یا کاپاسیتانس خط باعث کاهش β شده و در نتیجه $\sinh\gamma l \to ۰$ ، و این موجب می شود تا ولتاژ و جریان در ابتدای خط با ولتاژ و جریان در انتهای خط مساوی شوند.

1. Tuned - Power Line

مسائل فصل چهارم

۴-۱ یک خط انتقال بطول ۳۰ Km دارای مقاومت ۰/۰۵۱ Ω/Km و اندوکتانس ۰/۸ mH/Km می باشد. بار انتهای خط قدرت ۵۰ MW را در ضریب قدرت یک و ولتاژ ۱۳۲KV جذب می کند. ولتاژ ابتدای خط و درصد تنظیم ولتاژ را محاسبه کنید.

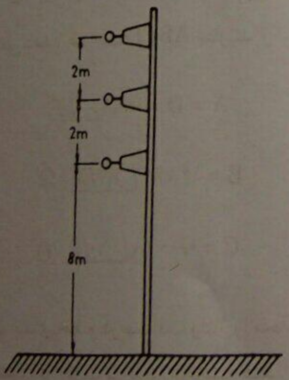
۴-۲ ثابت کنید ضرائب A و B بر حسب ولتاژ و جریان ابتدای خط V_s و I_s و ولتاژ و جریان انتهای خط V_r و I_r از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$A = \frac{V_sI_s + V_rI_r}{V_sI_r + V_rI_s} \qquad \text{و} \qquad B = \frac{V_s^{۲} - V_r^{۲}}{V_sI_r + V_rI_s}$$

۴-۳ هادی های یک خط انتقال سه فاز ۱۵۰ Km مطابق شکل (۱۰-۴) قرار گرفته اند. نوع هادیها Pheasant می باشد.

الف: اندوکتانس و کاپاسیتانس خط را با در نظر گرفتن اثر زمین محاسبه کنید.

ب: اگر ولتاژ ابتدای خط ۱۳۲KV باشد ولتاژ انتهای خط را در حالت بی باری بدست آورید.



شکل ۱۰-۴ مربوط به مساله (۳-۴)

۴-۴ در مساله (۳-۴)، اگر در حالت بارداری، بار انتهای خط ۱۲۵MW را در ولتاژ ۱۳۲KV

و ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز جذب نماید، ولتاژ و جریان در ابتدای خط و درصد تنظیم ولتاژ خط را محاسبه کنید.

۴-۵ یک خط انتقال KV ۴۰۰ به طول Km ۳۲۰ دارای امپدانس سری $0.091+j0.52\ \Omega/Km$ و ادمیتانس موازی $j3.5\times10^{-6}\ ℧/Km$ است. این خط قدرت MW ۱۸۰ را با ولتاژ KV ۴۰۰ و ضریب قدرت ۰/۹ پس فاز به انتهای خط می دهد. ولتاژ ابتدای خط را به سه صورت زیر محاسبه کنید:

الف: با استفاده از مدار معادل خط کوتاه.

ب: با استفاده از مدار اسمی π خط متوسط.

ج: با استفاده از معادلات خطوط بلند.

۴-۶ برای خط انتقال مساله (۵-۴) مدار معادل π خط بلند را رسم و مقادیر عناصر آنرا مشخص نمائید. سپس درصد تنظیم ولتاژ این خط را بدست آورید.

۴-۷ در یک خط انتقال Km ۳۵۰ ولتاژ ابتدای خط KV ۲۳۰ است. پارامترهای خط عبارتند از: $R=0.12\ \Omega/Km$ ، $X=1.1\ \Omega/Km$ و $Y=j8\ \mu℧/Km$.

الف: اگر انتهای خط باز باشد (بی باری) جریان ابتدای خط و قدرت راکتیو تولیدی را در ابتدای خط بدست آورید.

ب: اگر بخواهیم ولتاژ انتهای خط در بی باری از KV ۲۵۰ تجاوز نکند طول خط حداکثر باید چقدر باشد؟

۴-۸ یک خط انتقال Km ۴۵۰ قدرت MW ۴۰۰ را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ KV ۴۰۰ به بار انتهای خط می دهد. ضرائب ABCD عبارتند از:

$$A=D=0.82\angle 1.5^\circ$$

$$B=168.9\angle 87.5^\circ\ \Omega$$

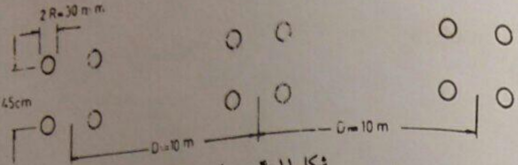
$$C=0.0018\angle 90.5^\circ\ ℧$$

الف: ولتاژ و جریان ابتدای خط و درصد افت ولتاژ را محاسبه کنید.

ب: ولتاژ انتهای خط را در حالت بی باری محاسبه کنید. همچنین جریان ابتدای خط و درصد تنظیم ولتاژ را برای حالت بی باری بدست آورید.

۴-۹ یک خط انتقال KV ۷۶۵ دارای طول Km ۶۰۰ می باشد. هر فاز خط مطابق شکل (۱۱-۴)

دارای باندلهای چهار رشته ای است.



شکل ۱۱-۴ مربوط به مساله (۹-۴)

الف: اندوکتانس و کاپاسیتانس این خط را محاسبه کنید. از مقاومت خط صرفنظر کنید.

ب: می خواهیم ولتاژ ابتدای خط KV ۷۶۵ باشد. قدرت راکتیو تولیدی خط انتقال در بی باری چقدر است (مگاوار؟)

ج: فرض کنیم قدرت راکتیو تولیدی خط که در قسمت (ب) محاسبه شد از ظرفیت جذب ژنراتورها بیشتر باشد (بخاطر ملاحظات پایداری سیستم قدرت). برای عملی شدن طرح، راکتورهائی موازی در دو انتها قرار می دهیم. قدرت راکتیو (مگاوار) نامی این راکتورها چقدر باشد تا قدرت راکتیو تولیدی خط کاملاً مهار شود و ژنراتورها قدرت راکتیو جذب نکنند؟

۴-۱۰ در مساله ۹-۴ پس از نصب راکتورهای مورد نظر:

الف: در حالتی که ولتاژ ابتدا و انتهای خط KV ۷۶۵ هستند ولتاژ وسط خط را بدست آورید.

ب: اگر بخواهیم ولتاژ در وسط خط نیز KV ۷۶۵ باشد، بجای دو راکتور، پیشنهاد می شود که از سه راکتور در دو انتها و وسط خط استفاده شود. قدرت راکتیو نامی هر راکتور باید چقدر باشد؟

فصل پنجم

مدار معادل سیستم های قدرت

۱-۵ مقدمه

برای مطالعه و محاسبه کمیت های مختلف یک سیستم لازم است مدار معادل سیستم قدرت را بدست آوریم. سیستم قدرت از اجزاء مختلفی نظیر ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال، بارها و . . . تشکیل شده است و تعیین مدل هر یک از این عناصر می تواند در مدلسازی کل سیستم کمک نماید. در فصل چهارم مدل خطوط انتقال انرژی مورد بررسی قرار گرفت. در این فصل مدار معادل ژنراتورها و ترانسفورماتورها و همچنین مدل بارها مورد مطالعه قرار می گیرد. سپس از بهم پیوستن این اجزاء، مدار معادل سیستم قدرت که به «دیاگرام امپدانس» موسوم است بدست می آید. استفاده از روش پریونیت(نسبت به واحد) در تعیین دیاگرام امپدانس نقش مهمی را ایفاء می کند که به آن خواهیم پرداخت و در نهایت مدار معادل بدست آمده برای سیستم قدرت آماده بهره برداری در محاسبات و مطالعات مختلف شبکه خواهد بود.

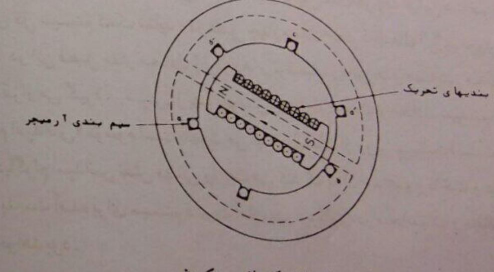
۲-۵ ماشین سنکرون[1]

ماشینهای سنکرون از مهمترین قسمت های یک سیستم قدرت به حساب می آیند. در نیروگاههای تولید برق اغلب چندین ژنراتور سنکرون بصورت موازی وظیفه تولید قدرت را بعهده دارند. قدرت نامی ژنراتورهای امروزه از چند صد مگا ولت آمپر تا بیش از حدود ۱۰۰۰ مگاولت آمپر است. کار ژنراتور سنکرون مانند دیگر ماشینهای الکتریکی براساس قانون الکترومغناطیسی فاراده بنا شده است. کلمه سنکرون به این علت به کار می رود که ماشین

1. Synchronous Machine

تحت شرایط ماندگار[1] در سرعت و فرکانس ثابتی کار می کند. ماشینهای سنکرون بصورت موتور نیز می توانند طراحی و مورد بهره برداری قرار گیرند که در اینصورت انرژی الکتریکی دریافت و آنرا به انرژی مکانیکی تبدیل می نمایند. مطالعه ما در این فصل در مورد ماشین سنکرون فقط به مدلهای ماشین در شرایط کار ماندگار تحت بار سه فاز متقارن محدود می شود.

شکل (۵-۱) شمای یک ژنراتور سنکرون سه فاز را نشان می دهد. استاتور[2] این ماشین دارای سیم بندی آرمیچر[3] سه فاز aa'، bb' و cc' می باشد. سیم بندی تحریک[4] نیز روی رتور[5] نمایش داده شده است. این سیم بندی با جریان مستقیم تحریک می شود. منبع تولید جریان مستقیم اغلب با ماشین سنکرون هم محور است. قطب های رتور معمولاً طوری طراحی می شوند که توزیع چگالی شار مغناطیسی B در فاصله هوائی[6] تقریباً بصورت سینوسی باشد.



شکل ۱-۵ نمایش یک ماشین سنکرون

---

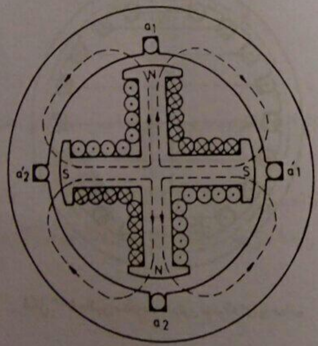
1. Steady - State
2. Stator
3. Armature Winding
4. Field Winding
5. Rotor
6. Air - Gap

رتور با سرعت ثابتی بگردش در می آید و در سیم بندیهای سه فاز استاتور نیروی محرکه الکتریکی القاء می کند. تغییرات ولتاژ القاء شده در این سیم بندیها نسبت به زمان سینوسی است و فرکانس آن بر حسب سیکل بر ثانیه (هرتز) با سرعت گردش رتور در ثانیه برابر است. بنابراین یک ماشین سنکرون دو قطبی باید ۳۰۰۰ دور در دقیقه بگردد تا ولتاژی با فرکانس 50 Hz در استاتور القاء شود.

در بسیاری از ماشینها تعداد قطب های رتور بیش از دو عدد می باشد. شکل (۵-۲) نمایش یک ماشین سنکرون با چهار قطب را نشان می دهد. در این حالت دو سیکل کامل برای توزیع سینوسی شار مغناطیسی مطابق شکل مذکور خواهیم داشت. در این شکل فقط فاز a نشان داده شده است که از دو سیم بندی سری a_1a_1' و a_2a_2' تشکیل شده است. بطورکلی برای یک ماشین سنکرون که تعداد قطب ها در آن p باشد داریم:

$$f = \frac{P}{2}\,\frac{n}{60} \quad \text{Hz} \qquad (5\text{-}1)$$

که در این رابطه n سرعت رتور بر حسب دور در دقیقه می باشد.



شکل ۲-۵ ماشین سنکرون چهار قطب

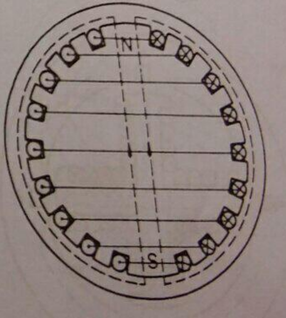
درماشینی که رتور آن دارای چهار قطب است اگر رتور ۱۸۰ درجه دوران کند یک سیکل کامل برای ولتاژ القاء شده حاصل می شود که معادل ۳۶۰ درجه الکتریکی است. رابطه

زیر تعمیم این موضوع را در مورد یک ماشین سنکرون p قطب نشان می دهد :

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m \qquad (۵-۲)$$

که در آن θ_e زاویه الکتریکی مربوط به ولتاژ القاء شده بوده و θ_m زاویه مکانیکی مربوط به موقعیت رتور می باشد.

ماشینهائی که در شکل (۱-۵) و (۲-۵) نشان داده شده اند ماشینهای با قطب برجسته[1] نامیده می شوند. نوع دیگری از رتور در شکل (۳-۵) نمایش داده شده است. ماشینهائی که دارای این نوع رتور هستند به ماشینهای با قطب صاف یا استوانه ای[2] موسومند. در توربو ژنراتور (توربین های بخار یا گاز) که سرعت های بسیار زیادی دارند از ماشینهای سنکرون با قطب صاف استفاده می شود. در هیدروژنراتورها (نیروگاههای آبی) از ماشینهای با قطب برجسته استفاده می شود زیرا سرعت توربین های آبی نسبتاً کم بوده و تعداد قطب های زیادی برای تولید ولتاژ با فرکانس ۵۰ Hz مورد نیاز می باشد.



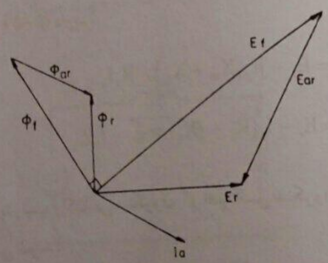
شکل ۳-۵ ماشین سنکرون با رتور استوانه ای یا صاف

۳-۵ مدار معادل ماشین سنکرون

هنگامی که ماشین سنکرون بی بار است و جریانی از آرمیچر (استاتور) نمی گذرد،

1. Salient Pole
2. Cylindrical Rotor (Nonsalient - Pole)

شار مغناطیسی رتور Φ_f ولتاژ بی باری در فاز a ایجاد می کند که آنرا با E_f نشان می دهیم. E_f با Φ_f متناسب بوده و ۹۰ درجه از آن عقب تر است. اگر از استاتور جریان I_a عبور کند شار دوار Φ_{ar} بوجود می آید که با سرعتی معادل سرعت رتور و هم جهت با آن دوران می کند. این شار مغناطیسی که به شار عکس العمل آرمیچر[1] معروف است با جریان آرمیچر I_a هم فاز می باشد. چنانچه از اثر اشباع[2] صرفنظر کنیم از مجموع Φ_f و Φ_{ar} شار مغناطیسی حاصل در فاصله هوائی[3] Φ_r بدست می آید که ولتاژ E_r را در فاز a بوجود می آورد. این ولتاژ با شار تولید کننده آن Φ_r متناسب است. دیاگرام برداری فاز a در شکل (۴-۵) نشان داده شده است. ولتاژهای E_f و E_r از شارهای مغناطیسی Φ_f و Φ_r که آنها را بوجود آورده اند باندازه ۹۰ درجه عقب تر هستند.



شکل ۴-۵ دیاگرام برداری شارهای مغناطیسی و ولتاژهای حاصله

تشابه مثلث شارهای مغناطیسی و مثلث ولتاژها در شکل (۴-۵) نشان می دهد که ولتاژ E_{ar} نیز متناسب با Φ_{ar} بوده و ۹۰ درجه از آن عقب تر است و چون Φ_{ar} هم فاز با I_a و متناسب با آنست لذا داریم :

$$E_{ar} = -jI_aX_\phi \qquad (۵-۳)$$

در اینجا راکتانس القائی X_ϕ ضریب تناسب بین E_{ar} و جریان I_a می باشد و تاثیر عکس

1. Armature Reaction
2. Saturation
3. Air - Gap Flux

العمل آرمیچر را نشان می دهد. این راکتانس به راکتانس مغناطیس کننده[1] ماشین موسوم است.

ولتاژ القاء شده E_r در فاز a براثر شار مغناطیسی در فاصله هوا برابر است با:

$$E_r = E_f - jI_aX_\Phi \qquad (۵-۴)$$

ولتاژ ترمینالهای ژنراتور V_t از اختلاف ولتاژ E_r با افت ولتاژ در مقاومت آرمیچر R_a و راکتانس پراکندگی[2] X_L بدست می آید. راکتانس X_L تاثیر شار پراکندگی (نشتی) آرمیچر را که توسط I_a بوجود آمده است نشان می دهد. بنابراین:

$$V_t = E_r - R_aI_a - jI_aX_L \qquad (۵-۵)$$

با ترکیب روابط (۴-۵) و (۵-۵) داریم:

$$V_t = E_f - jI_a(X_\Phi + X_L) - R_aI_a \qquad (۵-۶)$$

$$V_t = E_f - I_a(R_a + jX_s) = E_f - I_aZ_S \qquad (۵-۷)$$

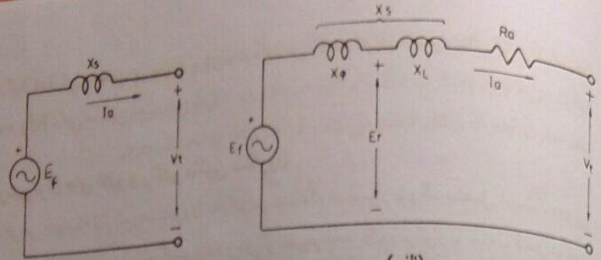
در این رابطه X_s و Z_s بترتیب راکتانس سنکرون[3] و امپدانس سنکرون نامیده می شوند که طبق روابط زیر تعریف می شوند:

$$X_s = X_\Phi + X_L \qquad (۵-۸)$$

$$Z_s = R_a + jX_s \qquad (۵-۹)$$

شکل (۵-۵ الف) مدار معادل یک فاز ژنراتور سنکرون را نشان می دهد. معمولاً R_a در مقایسه با X_s بسیار کوچک و قابل صرفنظر می باشد، لذا مدار معادل را می توان مطابق شکل (۵-۵ ب) نمایش داد که در اغلب بحث های سیستم ها از این بیعد از همین مدل استفاده می کنیم.

1. Magnetizing Reactance
2. Leakage Reactance
3. Synchronous Reactance

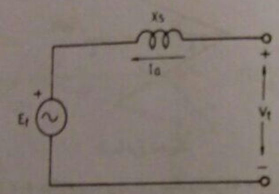


(الف)

(ب)

شکل ۵-۵ مدار معادل یک فاز ژنراتور سنکرون

مدار معادل موتور سنکرون مشابه ژنراتور سنکرون بوده و تنها تفاوت در جهت جریان I_a است که در موتور از ترمینالها به طرف E_f و در خلاف جهت جریان ژنراتور رسم می شود (شکل ۵-۶).



شکل ۶-۵ مدار معادل موتور سنکرون

رابطه ولتاژ ترمینالهای موتور بصورت زیر نوشته می شود:

$$V_t = E_f + jI_aX_s \qquad (۵-۱۰)$$

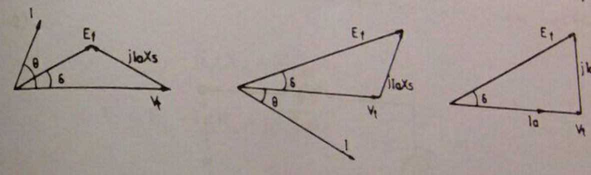
در محاسبات اتصال کوتاه یک ماشین سنکرون در فصول بعدی خواهیم دید که بلافاصله پس از وقوع اتصال کوتاه مقدار جریان اتصال کوتاه با جریان اتصال کوتاه ماندگار متفاوت بوده و از آن بیشتر است. در این صورت بجای راکتانس سنکرون X_s از راکتانس زیر گذرا[1] X'' و یا راکتانس گذرا[2] X' در مدل ماشین سنکرون استفاده می کنیم. مقادیر راکتانس های X_s ،

1. Subtransient Reactance
2. Transient Reactance

X′ و یا ″X اغلب بر حسب پریونیت یا درصد داده می شوند که امپدانس مبنای این راکتانسها از قدرت و ولتاژ نامی ماشین تعیین می شود.

۵-۴ بررسی توان های اکتیو و راکتیو ماشین سنکرون

فرض کنید که ژنراتور سنکرون به یک سیستم قدرت بسیار بزرگ متصل است بنحوی که ولتاژ و فرکانس این سیستم ثابت بوده و در اثر تغییر تحریک ژنراتور یا تبادل قدرت بین ژنراتور و سیستم تغییر نمی نمایند. چنین شینی از سیستم مذکور که به ژنراتور متصل است شین بی نهایت[1] نامیده می شود. فرض کنیم که قدرت ثابت $|V_t||I_a|\cos\theta$ توسط ژنراتور به شین بی نهایت داده می شود. دیاگرام برداری ولتاژها در سه حالت ضریب قدرت یک، پس فاز و پیش فاز برای ژنراتور در شکل (۷-۵) نشان داده شده است.



(الف) تحریک عادی　　(ب) فوق تحریک　　(ج) زیر تحریک

شکل ۷-۵ دیاگرام برداری ژنراتور سنکرون در سه حالت کار

δ، زاویه E_f نسبت به V_t، به زاویه قدرت[2] یا زاویه گشتاور[3] ماشین موسوم است. θ زاویه جریان استاتور نسبت به ولتاژ ترمینالهای ژنراتور است. در حالی که این زاویه صفر و در نتیجه ضریب قدرت یک است مطابق شکل (۷-۵ الف) داریم:

$$|E_f|\cos\delta = V_t \qquad (۵-۱۱)$$

در اینصورت قدرت راکتیو تولیدی ژنراتور صفر بوده و فقط قدرت اکتیو از ژنراتور به شین بی نهایت منتقل می شود. این حالت کار ژنراتور را تحریک عادی[4] می نامند.

1. Infinite Bus
2. Power Angle
3. Torque Angle
4. Normal - Excitation

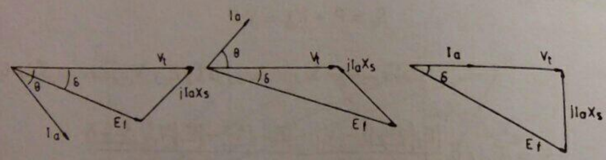
حالت کار برای شکل (۷-۵ب) فوق تحریک[1] بوده و جریان پس فاز توسط ژنراتور تولید می شود. بعبارت دیگر ژنراتور جریان پیش فاز از سیستم جذب کرده و در نتیجه مانند یک خازن قدرت راکتیو تولید می کند. در حالت فوق تحریک داریم:

$$|E_f|\cos\delta > V_t \qquad (۵-۱۲)$$

شکل (۷-۵ج) نیز حالت کار زیر تحریک[2] ژنراتور سنکرون را نشان می دهد. در این حالت جریان تولیدی ژنراتور پیش فاز بوده و یا بعبارت دیگر ژنراتور جریان پس فاز جذب می کند و لذا مانند یک سیم پیچ قدرت راکتیو مصرف می کند. در شرایط کار زیر تحریک داریم:

$$|E_f|\cos\delta < V_t \qquad (۵-۱۳)$$

باید دقت نمود که در هر سه حالت کار زاویه δ مثبت می باشد.



(الف) تحریک عادی　　(ب) فوق تحریک　　(ج) زیر تحریک

شکل ۸-۵ دیاگرام برداری موتور سنکرون در سه حالت کار

شکل (۸-۵) دیاگرام برداری ولتاژها در موتور سنکرون را برای سه حالت کار نشان می دهد. در تحریک عادی $|E_f|\cos\delta = V_t$ بوده و ضریب قدرت یک می باشد. در نتیجه قدرت راکتیو موتور صفر است. در حالت فوق تحریک $|E_f|\cos\delta > V_t$ بوده، موتور جریان پیش فاز جذب می کند و در نتیجه قدرت راکتیو به شین بی نهایت منتقل می نماید. در حالت زیر تحریک $|E_f|\cos\delta < V_t$ بوده، موتور جریان پس فاز جذب می کند و در نتیجه قدرت راکتیو مصرف می نماید. زاویه δ در هر سه حالت کار موتور سنکرون منفی است.

شکل های (۷-۵) و (۸-۵) نشان می دهند که اولاً ژنراتورها و موتورهای سنکرون

1. Over - Excited
2. Under - Excited

در حالت فوق تحریک قدرت راکتیو تولید و در حالت زیر تحریک قدرت راکتیو جذب می نمایند، ثانیاً کنترل قدرت راکتیو با تغییر جریان تحریک ماشین امکان پذیر است. برای بدست آوردن روابطی برای قدرت اکتیو و راکتیو منتقله به شین بی نهایت داریم:

$$V_t = |V_t|\angle 0^\circ \quad \text{و} \quad E_f = |E_f|\angle \delta$$

$$I = \frac{|E_f|\angle \delta - |V_t|}{X_s \angle 90^\circ}$$

قدرت مختلط منتقل شده از ژنراتور به شین بی نهایت برابر است با:

$$S_1 = P_1 + jQ_1 = E_f I^*$$

قدرت مختلط دریافت شده توسط شین بی نهایت نیز برابر است با:

$$S_2 = P_2 + jQ_2 = V_t I^*$$

با جایگزینی مقادیر V_t و E_f و I در روابط S_1 و S_2 خواهیم داشت:

$$S_1 = |E_f|\angle\delta \frac{|E_f|\angle -\delta - |V_t|}{X_s \angle -90^\circ} = \frac{|E_f|^2 \angle 90^\circ - |E_f||V_t|\angle 90^\circ + \delta}{X_s}$$

$$S_2 = |V_t| \frac{|E_f|\angle -\delta - |V_t|}{X_s \angle -90^\circ} = \frac{|V_t||E_f|\angle 90^\circ - \delta - |V_t|^2 \angle 90^\circ}{X_s}$$

با تفکیک قسمت های حقیقی و موهومی روابط فوق داریم:

$$P = P_1 = P_2 = \frac{|V_t||E_f|}{X_s}\sin\delta \qquad (۵-۱۴)$$

$$Q_1 = \frac{|E_f|}{X_s}\left(|E_f| - |V_t|\cos\delta\right) \qquad (۵-۱۵)$$

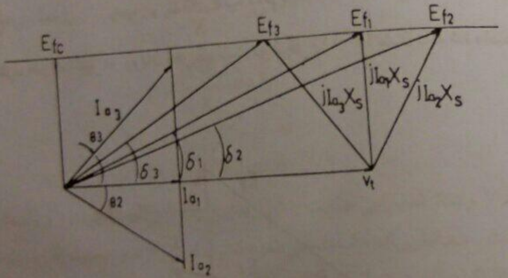
$$Q_2 = \frac{|V_t|}{X_s}\left(|E_f|\cos\delta - |V_t|\right) \qquad (۵-۱۶)$$

علت تساوی P_1 و P_2 این است که از مقاومت اهمی آرمیچر صرفنظر کرده ایم. رابطه (۵-۱۶) نشان می دهد که به ازاء $|E_f|\cos\delta = V_t$ قدرت راکتیو داده شده به شین بی نهایت صفر است و در صورتیکه داخل پرانتز این رابطه مثبت یا منفی باشد قدرت راکتیو مثبت و یا منفی خواهد شد (حالت های کار فوق تحریک و زیر تحریک).

اگر ولتاژ شین بی نهایت $|V_t|$ ثابت باشد کنترل توان راکتیو با تغییر تحریک $|E_f|$ امکان پذیر است. از آنجائیکه کنترل توان راکتیو در توان اکتیو ثابت انجام می شود براساس رابطه (۵-۱۴) $|E_f|\sin\delta$ ثابت است. با توجه به رابطه (۵-۱۴) داریم:

$$|E_f|\sin\delta = \frac{P}{|V_t|}X_s = \frac{|V_t||I_a|\cos\theta}{|V_t|}X_s = X_s|I_a|\cos\theta \qquad (۵-۱۷)$$

شکل (۵-۹) دیاگرام برداری ژنراتور سنکرون را در قدرت اکتیو ثابت و به ازاء سه مقدار جریان تحریک نشان می دهد.

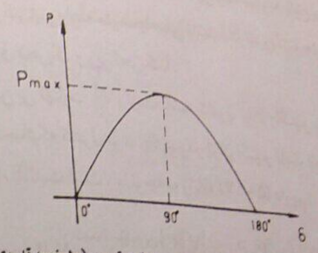


شکل ۹-۵ دیاگرام برداری ماشین سنکرون در قدرت اکتیو ثابت

همانطوریکه در شکل (۵-۹) دیده می شود با کاهش جریان تحریک، زاویه δ افزایش می یابد. در $\delta = 90^\circ$ مطابق شکل مذکور مقدار بحرانی ولتاژ بی باری E_{f_c} را داریم و چنانچه مقدار جریان تحریک از این حد کمتر شود ژنراتور از حالت پایدار خارج خواهد شد.

برای کنترل قدرت اکتیو ژنراتور سنکرون، بدون اینکه جریان تحریک تغییر کند با توجه به رابطه (۵-۱۴) مشاهده می شود که با ثابت بودن $|V_t|$ و $|E_f|$ تنها عامل تغییر دهنده قدرت اکتیو، زاویه قدرت δ می باشد. منحنی تغییرات قدرت بر حسب زاویه δ در شکل

(۱۰-۵) نشان داده شده است.

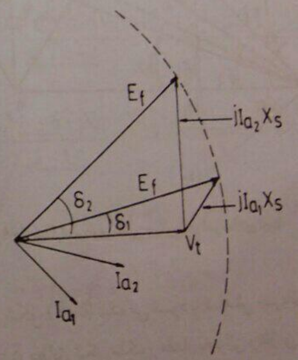


شکل ۱۰-۵ منحنی تغییرات قدرت اکتیو بر حسب زاویه قدرت (مشخصه قدرت - زاویه)[1]

حداکثر قدرتی که یک ژنراتور سنکرون می تواند به شین بی نهایت بدهد طبق رابطه (۱۴-۵) برابر است با:

$$P_{max} = \frac{|V_t||E_f|}{X_s} \qquad (۵-۱۸)$$

نحوه کنترل قدرت اکتیو در جریان تحریک ثابت در شکل (۱۱-۵) نشان داده شده است.



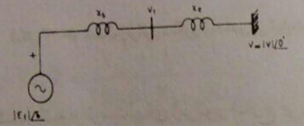
شکل ۱۱-۵ دیاگرام برداری ژنراتور سنکرون در جریان تحریک ثابت

1. Power - Angle Characteristics

با افزایش زاویه قدرت از δ_1 به δ_2، جریان آرمیچر از I_{a_1} به I_{a_2} افزایش یافته و ضریب قدرت نیز به یک نزدیک تر می شود.

در حالت کلی ژنراتور سنکرون از طریق ترانسفورماتور یا خط انتقال و یا هر دو به یک شین بی نهایت متصل می شود. اگر مطابق شکل (۱۲-۵) راکتانس عناصر ارتباطی بین ژنراتور و شین بی نهایت را با X_e نشان دهیم داریم:

$$X = X_s + X_e \qquad (۵-۱۹)$$



شکل ۱۲-۵ اتصال ژنراتور به شبکه بی نهایت

در اینصورت قدرت های اکتیو و راکتیو داده شده به شین بی نهایت از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$P = \frac{|V||E_f|}{X}\sin\delta \qquad (۵-۲۰)$$

$$Q = \frac{|V|}{X}\left(|E_f|\cos\delta - |V|\right) \qquad (۵-۲۱)$$

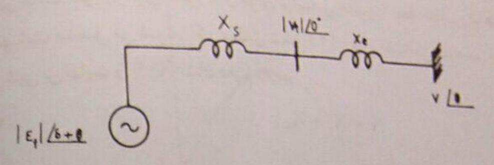
در این روابط V ولتاژ شین بی نهایت و δ زاویه بین ولتاژ بی باری ژنراتور و ولتاژ شین بی نهایت است. همانطوریکه مشاهده می شود کنترل توان راکتیو بوسیله جریان تحریک ژنراتور در توان اکتیو ثابت انجام می شود، لیکن کنترل توان اکتیو با تغییر زاویه δ قدرت راکتیو را نیز کمی تغییر می دهد. از آنجا که در زوایای کوچک تغییرات سینوس بمراتب بیشتر از تغییرات کسینوس است لذا تقریباً می توان فرض نمود که کنترل قدرت اکتیو با تغییر زاویه δ نیز در قدرت راکتیو ثابت انجام می شود.

۵-۵ منحنی حد پایداری ماندگار[1] ژنراتور سنکرون

مطابق شکل (۱۳-۵) ژنراتوری با راکتانس سنکرون X_s را در نظر بگیرید که از طریق

1. Static Stability Limit Curve

راکتانس X_e به شین بی نهایت با ولتاژ $V=|V|\angle\theta$ متصل است. می خواهیم رابطه ای بین P و Q و V_t و δ بدست آوریم.



شکل ۱۳-۵ اتصال ژنراتور سنکرون به شین بی نهایت

قدرت های اکتیو و راکتیو که از ترمینالهای ژنراتور خارج می شوند از روابط زیر بدست می آیند:

$$P=\frac{|E_f||V_t|}{X_s}\sin(\delta+\theta) \tag{۵-۲۲}$$

$$Q=\frac{|V_t|}{X_s}\left[|E_f|\cos(\delta+\theta)-|V_t|\right] \tag{۵-۲۳}$$

از طرف دیگر قدرت اکتیو P از رابطه زیر نیز قابل محاسبه است:

$$P=\frac{|E_f||V|}{X}\sin\delta=\frac{|V_t||V|}{X_e}\sin(-\theta) \tag{۵-۲۴}$$

در اینجا $X=X_s+X_e$ می باشد. $|E_f|$ با توجه به رابطه (۵-۲۴) به این ترتیب بدست می آید:

$$|E_f|=|V_t|\frac{X}{X_e}\ \frac{\sin(-\theta)}{\sin\delta} \tag{۵-۲۵}$$

با جایگزینی مقدار $|E_f|$ از رابطه (۵-۲۵) در روابط (۵-۲۲) و (۵-۲۳) و سپس با جمع کردن توان دوم طرفین این روابط خواهیم داشت:

$$\left(P+\frac{|V_t|^2X}{2X_sX_e\tan\delta}\right)^2+\left[Q-\frac{|V_t|^2(X_s-X_e)}{2X_sX_e}\right]^2=\left[\frac{|V_t|^2X}{2X_sX_e\sin\delta}\right]^2 \tag{۵-۲۶}$$

این رابطه نشان می دهد که مکان هندسی قدرت های اکتیو و راکتیو P و Q که توسط ماشین تولید می شوند دایره ای به مرکز P_c و Q_c و شعاع R می باشد بطوریکه:

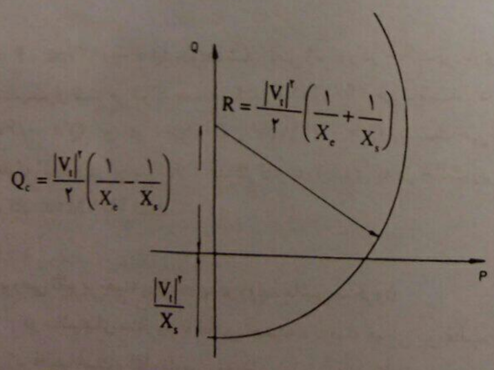
$$P_c=\frac{-|V_t|^2X}{2X_sX_e\tan\delta} \tag{۵-۲۷}$$

$$Q_c=\frac{|V_t|^2}{2}\left(\frac{1}{X_e}-\frac{1}{X_s}\right) \tag{۵-۲۸}$$

$$R=\frac{|V_t|^2}{2\sin\delta}\left(\frac{1}{X_e}+\frac{1}{X_s}\right) \tag{۵-۲۹}$$

حداکثر قدرت قابل انتقال در $\delta=90^\circ$ بدست می آید که حد پایداری ماندگار ژنراتور است. با قرار دادن $\delta=90^\circ$ در رابطه (۵-۲۶) معادله دایره زیر بدست می آید:

$$P^2+\left[Q-\frac{|V_t|^2}{2}\left(\frac{1}{X_e}-\frac{1}{X_s}\right)\right]^2=\left[\frac{|V_t|^2}{2}\left(\frac{1}{X_e}+\frac{1}{X_s}\right)\right]^2 \tag{۵-۳۰}$$



شکل ۱۴-۵ منحنی حد پایداری ماندگار ماشین سنکرون

بنابراین مکان هندسی P و Q دایره ای به شعاع $R = \frac{|V_t|^۲}{۲}\left(\frac{۱}{X_s} + \frac{۱}{X_e}\right)$ و به مرکز P_c و $Q_c = \frac{|V_t|^۲}{۲}\left(\frac{۱}{X_e} - \frac{۱}{X_s}\right)$ می باشد. این دایره در شکل (۱۴-۵) نشان داده شده است و به منحنی حد پایداری ماندگار ژنراتور سنکرون معروف است.

منحنی حد پایداری ماندگار حداقل قدرت راکتیو مجاز را به ازاء هر قدرت اکتیو تولیدی ژنراتور نشان می دهد.

مثال ۱-۵ یک ژنراتور سنکرون با راکتانس $X_s = ۱/۲۵pu$ و $X_e = ۰/۲۵pu$ در مبنای ۱۰۰MVA دارای ولتاژ ۰/۹۶pu در ترمینالهای خروجی است. حداقل قدرت راکتیو مجاز خروجی این ژنراتور را در قدرت های اکتیو صفر (بی باری)، ۰/۵pu و ۱Pu بدست آورید.

حل: معادله دایره با توجه به مقادیر داده شده این چنین بدست می آید:

$$P^۲ + \left[Q - \frac{۰/۶۹^۲}{۲}\left(\frac{۱}{۰/۲۵} - \frac{۱}{۱/۲۵}\right)\right]^۲ = \left[\frac{۰/۹۶^۲}{۲}\left(\frac{۱}{۰/۲۵} + \frac{۱}{۱/۲۵}\right)\right]^۲$$

$$P^۲ + \left(Q - ۱/۴۷۵\right)^۲ = ۴/۸۹$$

در $P = ۰$ ، $Q = -۰/۷۳۷pu$ خواهد شد. یعنی ژنراتور در حالت بی باری حداکثر قدرت راکتیوی که می تواند جذب کند ۷۳/۷M var می باشد. در $P = ۰/۵pu$ ، $Q = -۰/۶۷۹pu$ و در $P = ۱pu$ ، $Q = -۰/۴۹۷pu$ بدست می آید و این نشان می دهد که ژنراتور در این بار (۱pu) حداکثر قدرت راکتیوی که در حالت زیر تحریک می تواند جذب کند ۴۹/۷M var است.

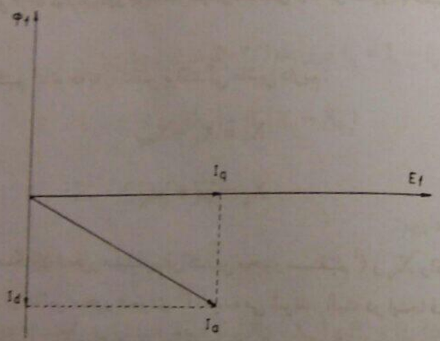
۶-۵ بررسی تاثیر بر جسته بودن قطبها در روابط ماشین سنکرون

در ماشینهای سنکرون با قطب برجسته، فاصله هوائی بین قطب ها زیادتر از فاصله هوائی زیر قطبها است و لذا مقاومت مغناطیسی (رلوکتانس)[1] فاصله هوائی یکنواخت نبوده و

1. Reluctance

در محور قطب ها کمتر از محور بین قطب ها است. به محور قطبها محور مستقیم[1] و به محور بین قطب ها محور عمودی[2] گفته می شود. بنابراین جریان آرمیچر را می توان به دو بردار I_d و I_q تجزیه نمود که مؤلفه I_d در امتداد محور مستقیم و مؤلفه I_q در امتداد محور عمودی می باشد (شکل ۱۵-۵).

مؤلفه I_d که از E_f ، ۹۰ درجه عقب تر است باعث ایجاد شار عکس العمل آرمیچر Φ_{ad} می گردد که هم فاز با I_d بوده و مطابق شکل(۱۶-۵) خلاف جهت Φ_f می باشد. مؤلفه I_q شار عکس العمل آرمیچر Φ_{aq} را تولید می کند که در جهت محور عمودی است.

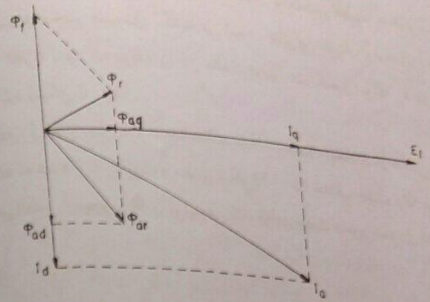


شکل ۱۵-۵ مؤلفه های جریان آرمیچر در دو محور مستقیم و عمودی

عکس العمل آرمیچر در محور مستقیم بیشتر از عکس العمل آرمیچر در محور عمودی است زیرا فاصله هوائی در محور مستقیم خیلی کمتر از فاصله هوائی در محور عمود بوده و لذا رلوکتانس آن بمراتب کمتر است. در اینجا بجای راکتانس مغناطیس کننده X_Φ ، راکتانس مغناطیس کننده محور مستقیم $X_{\Phi d}$ و راکتانس مغناطیس کننده محور عمودی $X_{\Phi q}$

1. Direct - Axis

2. Quadrature - Axis



شکل ۱۶-۵ دیاگرام برداری جریان ها و شارهای مغناطیسی در ماشین سنکرون با قطب برجسته

را معرفی می کنیم. با توجه به راکتانس پراکندگی ماشین داریم:

$$X_d = X_L + X_{\Phi d} \tag{۵-۳۱}$$

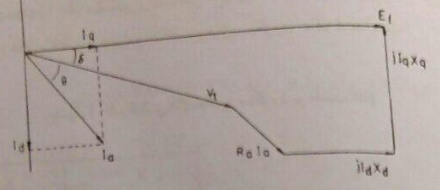
$$X_q = X_L + X_{\Phi q} \tag{۵-۳۲}$$

X_d راکتانس سنکرون محور مستقیم (راکتانس محور مستقیم[1]) و X_q راکتانس سنکرون محور عمودی (راکتانس محور عمودی[2]) نامیده می شوند. البته در اینجا فرض شده است که راکتانس پراکندگی X_L برای هر دو مؤلفه جریان محور مستقیم و محور عمودی یکسان است. به این ترتیب رابطه ولتاژها به این صورت نوشته می شود:

$$E_f = V_t + I_a R_a + jI_d X_d + jI_q X_q \tag{۵-۳۳}$$

دیاگرام برداری ولتاژها با توجه به رابطه اخیر در شکل (۱۷-۵) رسم شده است.

1. Direct - Axis Reactance
2. Quadrature - Axis Reactance



شکل ۱۷-۵ دیاگرام برداری ولتاژها در ماشین سنکرون با قطب برجسته

برای رسم این دیاگرام از آنجا که I_d و I_q مؤلفه های I_a هستند داریم:

$$I_a = I_d + I_q$$

لذا با جایگزینی $I_q = I_a - I_d$ در رابطه (۳۳-۵) خواهیم داشت:

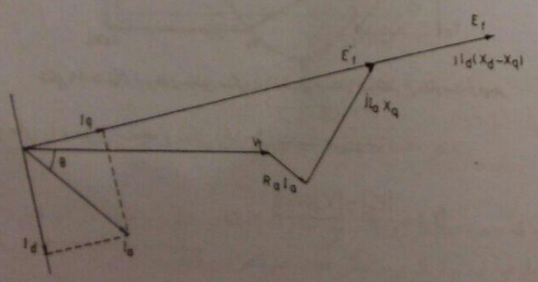
$$E_f = V_t + I_a\left(R_a + jX_q\right) + jI_d\left(X_d - X_q\right) \tag{۵-۳۴}$$

$$E_f = E_f' + jI_d\left(X_d - X_q\right) \tag{۵-۳۵}$$

که در این رابطه داریم:

$$E_f' = V_t + I_a\left(R_a + jX_q\right) \tag{۵-۳۶}$$

در رابطه (۳۵-۵) E_f و E_f' و $jI_d\left(X_d - X_q\right)$ همفاز هستند زیرا I_d نسبت به E_f به اندازه ۹۰ درجه عقب تر است و لذا jI_d همفاز با E_f خواهد بود. مراحل رسم دیاگرام برداری ولتاژها با توجه به روابط (۳۵-۵) و (۳۶-۵) در شکل (۱۸-۵) نشان داده شده است.



شکل ۱۸-۵ مراحل رسم دیاگرام برداری ولتاژها در ماشین سنکرون با قطب برجسته

در جدول (۱-۵) مقادیر راکتانس های X_d و X_q برای توربو ژنراتورهای ۲ و ۴ قطب و ژنراتورهای با قطب برجسته و کندانسورهای سنکرون[1] داده شده است.

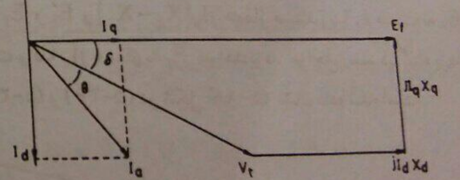
جدول ۱-۵ راکتانس های ماشین سنکرون بر حسب pu

	X_d	X_q
توربوژنراتورهای ۲ قطب	۰/۹۵–۱/۴۵	۰/۹۲–۱/۴۲
توربوژنراتورهای ۴ قطب	۱/۰۰–۱/۴۵	۰/۹۲–۱/۴۲
ژنراتورهای با قطب برجسته	۰/۶–۱/۵	۰/۴–۰/۸
کندانسورهای سنکرون	۱/۲۵–۲/۲۰	۰/۹۵–۱/۳

برای بدست آوردن روابط قدرت های اکتیو و راکتیو خروجی ژنراتور، با توجه به شکل (۱۹-۵) می توان نوشت:

$$P = |I_d|\,|V_t|\sin\delta + |I_q|\,|V_t|\cos\delta \qquad (۵\text{-}۳۷)$$

$$Q = |I_d|\,|V_t|\cos\delta - |I_d|\,|V_t|\sin\delta \qquad (۵\text{-}۳۸)$$



شکل ۱۹-۵ دیاگرام برداری ماشین سنکرون با قطب برجسته با صرفنظر از مقاومت آرمیچر

جریان های I_d و I_q با استفاده از شکل (۱۹-۵) بدست می آیند:

$$|I_d| = \frac{|E_f| - |V_t|\cos\delta}{X_d}$$

1. Synchronous Condensers

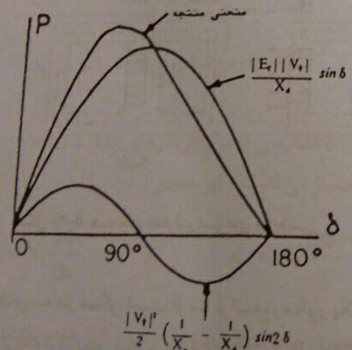
$$|I_q| = \frac{|V_t|\sin\delta}{X_q}$$

با جایگزینی جریان های I_d و I_q در روابط (۳۷-۵) و (۳۸-۵) داریم:

$$P = \frac{|V_t||E_f|}{X_d}\sin\delta + \frac{|V_t|^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\sin 2\delta \qquad (۵\text{-}۳۹)$$

$$Q = \frac{|V_t|}{X_d}\left(|E_f|\cos\delta - |V_t|\right) - |V_t|^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\sin^2\delta \qquad (۵\text{-}۴۰)$$

در ماشین سنکرون با رتور صاف (استوانه ای) که فاصله هوائی یکنواخت می باشد $X_s = X_d = X_q$ بوده و لذا جملات دوم روابط (۳۹-۵) و (۴۰-۵) حذف شده و فقط جملات اول این روابط باقی می مانند که مشابه روابط (۱۴-۵) و (۱۶-۵) می باشند. شکل (۲۰-۵) منحنی تغییرات قدرت اکتیو بر حسب زاویه قدرت (مشخصه قدرت - زاویه) را برای ماشین سنکرون با قطب برجسته نشان می دهد.



شکل ۲۰-۵ مشخصه قدرت - زاویه در ماشین سنکرون با قطب برجسته

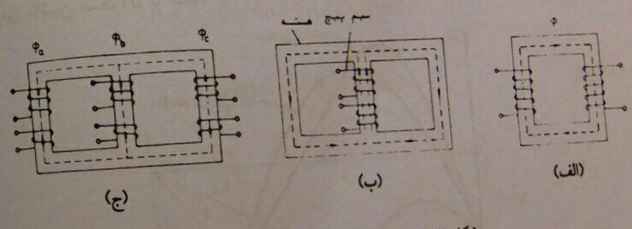
از آنجا که جمله دوم در روابط (۳۹-۵) و (۴۰-۵) در مقایسه با جمله اول آنها قابل ملاحظه نمی باشد از این ببعد از اثر برجستگی قطبها صرفنظر می کنیم و برای هر دو نوع ماشین با قطب

صاف و برجسته راکتانس سنکرون را تقریباً با X_d و X_q برابر فرض می کنیم .

۵-۷ ترانسفورماتورها

همانطوریکه در فصل های ۳ و ۴ مشاهده کردیم برای انتقال قدرت های زیاد و کم کردن تلفات انتقال، از خطوط انتقال انرژی با ولتاژهای بالا استفاده می شود . از طرف دیگر تولید قدرت با ولتاژهائی در حدود چند صد کیلو ولت توسط ژنراتورهای سنکرون عملاً امکان پذیر نیست . بنابراین ترانسفورماتورها بعنوان دستگاههائی که برای تغییر ولتاژ بکار می روند از اهمیت ویژه ای در سیستم های قدرت برخوردار هستند . ترانسفورماتورهای قدرت[1] در حال حاضر تا قدرت ۱۰۰۰MVA ساخته شده و مورد بهره برداری قرار گرفته اند .

قسمت اصلی یک ترانسفورماتور هسته مغناطیسی[2] می باشد که شار مغناطیسی AC را هدایت می کند . هسته آهنی از لایه هائی از آلیاژ آهن و سیلیکان به ضخامت ۰/۳mm ساخته می شودتا تلفات آهنی آن به حداقل برسد . شکل (۲۱-۵) سه نوع از هسته های متداول و نحوه بسته شدن مسیر مغناطیسی را نشان می دهد .



شکل ۲۱-۵ هسته های متداول و مسیرهای مغناطیسی

ترانسفورماتورهای سه فاز ممکن است از سه ترانسفورماتور یک فاز از نوع (الف) و (ب) شکل (۲۱-۵) و یا از یک ترانسفورماتور سه فاز مطابق شکل (۲۱- ۵ ج) تشکیل شده باشند . مجموعه هسته و سیم پیچ ها در محفظه ای محتوی روغن مخصوص قرار می گیرد . وجود روغن باعث می شود تا عایق بندی بین سیم پیچ ها بهتر انجام شود و حرارت

1. Power Transformers
2. Magnetic Core

نیز به بیرون بهتر منتقل شود .

۵-۸ ترانسفورماتور ایده آل[1]

یک ترانسفورماتور ایده آل دارای مشخصات زیر است :

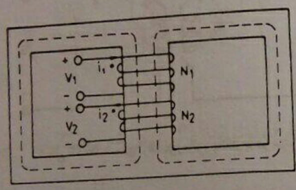
الف) قابلیت نفوذ مغناطیسی هسته بی نهایت است .

ب) شار پیوست با یک سیم پیچ تمام حلقه های سیم پیچ دیگر را قطع می کند .

ج) تلفات آهنی هسته صفر است .

د) مقاومت سیم پیچ ها صفر است .

شکل (۲۲-۵) هسته مغناطیسی یک ترانسفورماتور ایده آل یک فاز با دو سیم پیچ را نشان می دهد .



شکل ۲۲-۵ ترانسفورماتور یک فاز با دو سیم پیچ

شکل (۲۲-۵) نشان می دهد که ولتاژهای القاء شده υ_1 و υ_2 براثر شار مغناطیسی متغیر Φ با یکدیگر همفاز می باشند . این مقادیر برابرند با :

$$\upsilon_2 = N_2\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{و} \quad \upsilon_1 = N_1\frac{d\Phi}{dt} \qquad (5-41)$$

در اینجا N_1 و N_2 تعداد دور سیم پیچ های اولیه و ثانویه می باشند . این معادلات را می توان بصورت فازور نوشت :

$$V_1 = j\omega N_1\Phi \qquad (5-42)$$

$$V_2 = j\omega N_2\Phi \qquad (5-43)$$

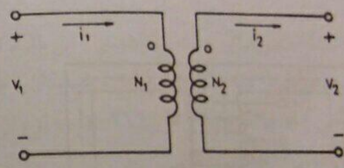
1. Ideal Transformer

از تقسیم طرفین رابطه (۴۲-۵) بر طرفین رابطه (۴۳-۵) خواهیم داشت :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$ (۵-۴۴)

در اینجا نسبت تعداد دور سیم پیچ های اولیه به ثانویه، a را نسبت تبدیل [1] ترانسفورماتور می نامند .

مطابق شکل (۲۳-۵) قرار دادن نقطه در یک سر هر یک از سیم پیچ ها می تواند مشخص کنندهٔ نحوه بستن حلقه های سیم پیچ ها باشد . این شکل جایگزین شکل (۲۲-۵) می باشد و نشان می دهد که ولتاژهای القاء شده در سیم پیچ های اولیه و ثانویه همفاز می باشند .



شکل ۲۳-۵ شمای ترانسفورماتور یکفاز با دو سیم پیچ

قانون اهم برای هسته مغناطیسی شکل (۲۲-۵) به این صورت نوشته می شود :

$$I_1N_1 - I_2N_2 = \mathscr{R}\Phi$$ (۵-۴۵)

در این رابطه $\mathscr{R}$ رلوکتانس کل مسیر مغناطیسی است. در ترانسفورماتور ایده آل که قابلیت نفوذ مغناطیسی μ بی نهایت است رلوکتانس برابر صفر بوده و لذا داریم :

$$I_1N_1 - I_2N_2 = 0$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$ (۵-۴۶)

1.Transformer Ratio (Turns Ratio)

اگر مزدوج طرفین رابطه فوق را بدست آوریم خواهیم داشت :

$$\frac{I_1^*}{I_2^*} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

$$V_1I_1^* = V_2I_2^*$$ (۵-۴۷)

رابطه اخیر نشان می دهد که در ترانسفورماتور ایده آل قدرت ظاهری و قدرت مختلط ورودی با همین قدرت ها در خروجی برابر هستند .

اگر امپدانس Z_2 را به دو سر خروجی ترانسفورماتور شکل (۲۳-۵) متصل کنیم داریم :

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1\left(\frac{N_2}{N_1}\right)}{I_1\left(\frac{N_1}{N_2}\right)} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{V_1}{I_1}$$

امپدانسی را که در دو سر طرف اول اندازه گیری می شود با Z_2' نشان می دهیم :

$$Z_2' = \frac{V_1}{I_1}$$

$$Z_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 = a^2 Z_2$$ (۵-۴۸)

بنابراین امپدانس متصله به ترمینالهای طرف دوم ترانسفورماتور با ضرب شدن در a^2 به طرف اول تبدیل می شود .

۹-۵ مدار معادل ترانسفورماتور واقعی

یک ترانسفورماتور واقعی در عمل دارای هیچیک از مشخصات ذکر شده برای ترانسفورماتور ایده آل نمی باشد . قابلیت نفوذ مغناطیسی μ بی نهایت نیست، شار پیوست با یک سیم پیچ با سیم پیچ دیگر کاملاً پیوست نمی باشد، تلفات آهنی هسته صفر نیست و سیم پیچ ها دارای مقاومت اهمی هستند . در بررسی مدار معادل ترانسفورماتور واقعی از اطلاعات

مفیدی که از ترانسفورماتور ایده آل بدست آمده است استفاده می شود.

در ترانسفورماتور ایده آل طبق رابطه $I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2$ ، اگر ترانسفورماتور بی بار باشد $(I_2 = 0)$ در اینصورت جریان I_1 نیز برابر صفر می گردد و این بدان مفهوم است که امپدانس دیده شده از طرف اول برابر بی نهایت است. علت این امر آنست که رلوکتانس مغناطیسی صفر منظور شده است. در ترانسفورماتور واقعی که قابلیت نفوذ مغناطیسی μ بی نهایت نیست، رلوکتانس $\mathscr{R}$ نیز برابر صفر نبوده و در حالت بی باری جریان مغناطیس کننده[1] I_m از طرف اول عبور می کند. این موضوع با توجه به رابطه (۴۵-۵) نیز مطابق زیر قابل پیش بینی است:

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = \mathscr{R}\Phi$$

$$I_1 = I_m = \frac{\mathscr{R}\Phi}{N_1} \qquad (۵-۴۹)$$

با استفاده از رابطه (۴۲-۵) شار مغناطیسی Φ برابر است با:

$$\Phi = \frac{V_1}{j\omega N_1}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$I_m = -j\frac{\mathscr{R}}{\omega N_1^2} V_1$$

$$I_m = Y_m V_1 \qquad (۵-۵۰)$$

در این رابطه Y_m ادمیتانس مغناطیس کننده[2] از دید طرف اول است که از رابطه زیر بدست می آید:

$$Y_m = -j\frac{\mathscr{R}}{\omega N_1^2} = -jB_m \qquad (۵-۵۱)$$

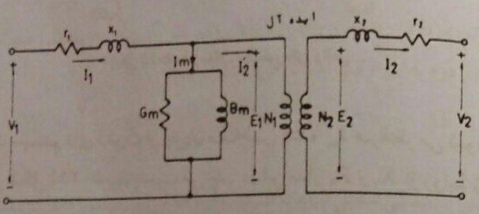
این رابطه نشان می دهد که ادمیتانس مغناطیس کننده کاملاً راکتیو است، لیکن آزمایش بی باری نشان می دهد که Y_m دارای قسمت حقیقی نیز بوده و بصورت زیر قابل نوشتن است:

$$Y_m = G_m - jB_m \qquad (۵-۵۲)$$

1. Magnetizing Current
2. Magnetizing Admittance

یعنی ترانسفورماتور دارای هر دو قدرت مغناطیس کننده حقیقی و موهومی است. قدرت حقیقی مغناطیس کننده مربوط به تلفات جریان گردابی[1] و تلفات هیسترزیس[2] هسته می باشد که به مجموع آنها تلفات آهنی هسته گفته می شود. بنابراین در مدار معادل ترانسفورماتور واقعی می توان اثر جریان مغناطیس کننده I_m را با قرار دادن ساسپتانس B_m موازی با کندوکتانس G_m مطابق شکل (۲۴-۵) منظور نمود. در این شکل داریم:

$$E_2 = \frac{N_2}{N_1} E_1 \quad \text{و} \quad I_2' = \frac{N_2}{N_1} I_2 \qquad (۵-۵۳)$$



شکل ۲۴-۵ مدار معادل ترانسفورماتور واقعی با استفاده از مفهوم ترانسفورماتور ایده آل

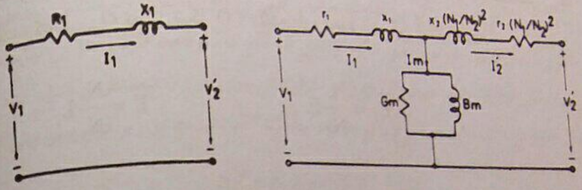
در ترانسفورماتور واقعی قسمتی از شار مغناطیسی پیوست با سیم پیچ اول، سیم پیچ دوم را قطع نمی کند. مقدار این شار متناسب با جریان سیم پیچ اول بوده و افت ولتاژی ایجاد می کند که ضریب تناسب این افت ولتاژ با جریان اولیه را با x_1 نشان داده و آنرا رکتانس پراکندگی[3] می نامیم. این راکتانس با سیم پیچ اول بصورت سری قرار می گیرد. بهمین ترتیب راکتانس پراکندگی متناظر آن x_2 سری با سیم پیچ دوم در نظر گرفته می شود. این راکتانس ها در شکل (۲۴-۵) نشان داده شده اند. همانطوریکه مشاهده می شود r_1 و r_2 مقاومت های اهمی سیم پیچ های اول و دوم نیز سری با این راکتانس ها رسم شده اند.

براساس روابط ترانسفورماتور ایده آل اگر جریان، ولتاژ و امپدانس طرف دوم شکل (۲۴-۵) را به طرف اول تبدیل کنیم مدار معادل ترانسفورماتور مطابق شکل (۲۵-۵ الف)

1. Eddy Current Loss
2. Hysteresis Loss
3. Leakage Reactance

بدست می آید . در این شکل داریم :

$$V_2' = \frac{N_1}{N_2} V_2 \qquad و \qquad I_2' = \frac{N_2}{N_1} I_2 \qquad (۵-۵۴)$$



(ب) (الف)

شکل ۲۵-۵ مدار معادل ترانسفورماتور واقعی

در محاسبات سیستم های قدرت از جریان مغناطیس کننده I_m صرفنظر می شود و لذا مدار معادل ساده تر شکل (۲۵-۵ب) بدست می آید . در این مدار R_1 و X_1 از روابط زیر محاسبه می شوند :

$$R_1 = r_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 r_2$$

(۵-۵۵)

$$X_1 = x_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 x_2$$

در بسیاری از محاسبات ممکن است از مقاومت R_1 نیز در مقایسه با راکتانس X_1 صرفنظر شود که در اینصورت مدار معادل ترانسفورماتور فقط با راکتانس پراکندگی تبدیل شده به طرف اول X_1 و یا راکتانس پراکندگی تبدیل شده به طرف دوم X_2 نشان داده می شود. راکتانس X_2 بر حسب X_1 این چنین محاسبه می شود :

$$X_2 = x_2 + \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 x_1 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 X_1 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 X_1 \qquad (۵-۵۶)$$

۱۰-۵ مقادیر پریونیت در ترانسفورماتور

در سیم پیچ های اولیه و ثانویه یک ترانسفورماتور، جریانها، ولتاژها و امپدانس ها

متفاوت بوده و تنها قدرت ها یکسان می باشند . برای بررسی مقادیر جریان، ولتاژ و امپدانس بر حسب آمپر، ولت و اهم باید دید این کمیت ها تبدیل شده به کدام طرف ترانسفورماتور هستند . در سیستم های قدرت واقعی که چندین ترانسفورماتور و سطوح مختلف ولتاژ وجود دارند این وضعیت پیچیده تر می شود. استفاده از سیستم پریونیت مشکل مذکور را حل نموده و بطور قابل ملاحظه ای محاسبات سیستم های قدرت را در این رابطه آسان می کند .

اگر راکتانس پراکندگی یک ترانسفورماتور بر حسب پریونیت و یا درصد داده شود لازم نیست مشخص شود که این راکتانس تبدیل شده به کدام طرف است . در حقیقت راکتانس پراکندگی بر حسب پریونیت از دیدگاه هر دو سیم پیچ یکسان است . برای اثبات این موضوع ترانسفورماتوری با قدرت S و ولتاژ V_1/V_2 را در نظر بگیرید . امپدانس های مبنا در سیم پیچ های اول و دوم به این ترتیب بدست می آیند :

$$Z_{b_1} = \frac{V_1^2}{S}\ \Omega \qquad و \qquad Z_{b_2} = \frac{V_2^2}{S}\ \Omega$$

راکتانس های پراکندگی تبدیل شده به طرف اول و دوم را بر حسب اهم بترتیب با X_1 و X_2 نشان می دهیم . در اینصورت داریم :

$$X_2 = X_1\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2\ \Omega$$

راکتانس های پراکندگی بر حسب pu تبدیل شده به طرف اول و دوم را بترتیب با X_{pu_1} و X_{pu_2} نشان می دهیم که از روابط زیر محاسبه می شوند :

$$X_{pu_1} = \frac{X_1}{Z_{b_1}} = \frac{X_1}{V_1^2/S} = X_1\frac{S}{V_1^2}$$

$$X_{pu_2} = \frac{X_2}{Z_{b_2}} = \frac{X_1(V_2/V_1)^2}{V_2^2/S} = X_1\frac{S}{V_1^2}$$

همانطوریکه مشاهده می شود :

$$X_{pu_1} = X_{pu_2} \qquad (۵-۵۷)$$

از این بعد راکتانس پراکندگی ترانسفورماتور را بر حسب پریونیت و یا درصد بیان می کنیم که امپدانس مبنای این راکتانس از قدرت و ولتاژ نامی ترانسفورماتور بدست می آید.

۵-۱۱ اتو ترانسفورماتور[1]

اگر سیم پیچ های یک ترانسفورماتور مطابق شکل (۲۶-۵الف) علاوه بر پیوست مغناطیسی، از لحاظ الکتریکی نیز بهم متصل باشند اتو ترانسفورماتور بدست می آید. شکل مذکور یک اتو ترانسفورماتور افزاینده[2] را نشان می دهد. با استفاده از مفاهیم ترانسفورماتور ایده آل می توان نوشت:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{N_1}{N_2}$$

از طرف دیگر قدرت نامی ترانسفورماتور از رابطه زیر بدست می آید:

$$S_n = |V_1|\,|I_1| = |V_2|\,|I_2| \qquad (۵-۵۸)$$

قدرت ظاهری خروجی که به بار داده می شود برابر است با:

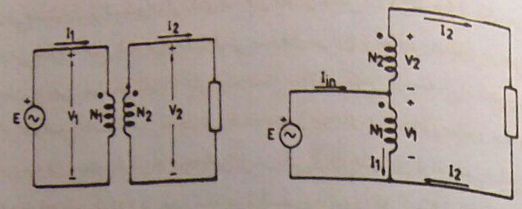
$$S_{out} = \left(|V_1|+|V_2|\right)|I_2| = |V_2|\,|I_2|+|V_1|\,|I_1|\frac{N_1}{N_2} \qquad (۵-۵۹)$$

قدرت ظاهری ورودی نیز این چنین محاسبه می شود:

$$S_{in} = |V_1|\left(|I_1|+|I_2|\right) = |V_1|\,|I_1|+|V_1|\,|I_1|\frac{N_1}{N_2} \qquad (۵-۶۰)$$

بنابراین قدرت نامی اتو ترانسفورماتور با دو سیم پیچ N_1 و N_2 (شکل ۲۶-۵الف) بیشتر از قدرت نامی ترانسفورماتور عادی است که با همان دو سیم پیچ طراحی شده باشد (شکل ۲۶-۵ب). در ضمن باید دقت نمود که چون جریان هر سیم پیچ در هر دو شکل یکسان است لذا تلفات یکسان بوده و ضریب بهره اتوترانسفورماتور بیشتر از ترانسفورماتور عادی با همان دو سیم پیچ است. از معایب اتو ترانسفورماتور می توان عدم وجود عایق بندی الکتریکی بین سیم پیچهای اولیه و ثانویه و زیاد بودن جریان اتصال کوتاه را نام برد.

1. Autotransformer
2. Step - Up Autotransformer



شکل ۲۶-۵ مقایسه ترانسفورماتور و اتو ترانسفورماتور با سیم پیچ یکسان N_1 و N_2

مثال ۵-۲ یک ترانسفورماتور یکفاز ۲۴KVA و ۲/۴/۰/۶KV بصورت یک اتو ترانسفورماتور افزاینده ساخته شده است. جریان هر قسمت از اتو ترانسفورماتور و قدرت خروجی را بدست آورید.

حل: با توجه به شکل (۲۶-۵ الف) داریم:

$$|I_1| = \frac{24}{0/6} = 40 \quad A$$

$$|I_2| = I_L = \frac{24}{2/4} = 10 \quad A$$

$$|V_L| = |V_1+V_2| = 2/4+0/6 = 3 \quad KV$$

$$|S_L| = |V_L I_L| = 3\times 10 = 30 \quad KVA$$

$$|I_{in}| = |I_1+I_2| = 40+10 = 50 \quad A$$

$$|V_{in}| = |V_1| = 0/6 \quad KV$$

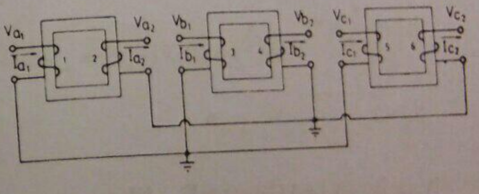
$$|S_{in}| = |V_{in} I_{in}| = 0/6\times 50 = 30 \quad KVA$$

۵-۱۲ ترانسفورماتورهای سه فاز

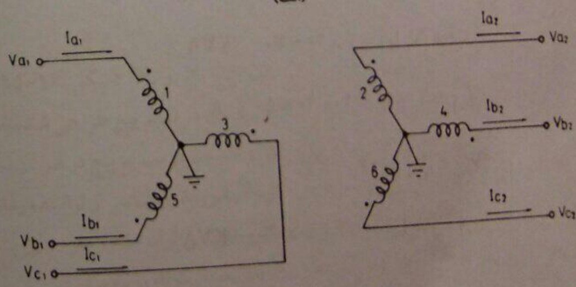
با اتصال سه ترانسفورماتور یکفاز بیکدیگر ترانسفورماتور سه فاز بدست می آید،

لیکن در نوع متداول ترانسفورماتورهای سه فاز مطابق شکل (۲۱-۵ ج) از یک هسته سه فاز استفاده می شود. جمع شارهای مغناطیسی سه فاز در این ترانسفورماتور در هر لحظه برابر صفر است. بدیهی است که تلفات آهنی یک هسته سه فاز کمتر از سه ترانسفورماتور یکفاز است. این موضوع باضافه صرفه جوئی اقتصادی از مزایای ترانسفورماتور سه فاز با هسته مغناطیسی سه فاز است. لیکن چنانچه خرابی در یکی از فازهای این ترانسفورماتور بوجود آید کل هسته باید تعویض گردد، در صورتیکه در ترانسفورماتوری که از سه ترانسفورماتور یک فاز تشکیل شده است فقط هسته مربوط به فاز خراب شده جایگزین می شود.

برای هر یک از سیم پیچ های اولیه و ثانویه ترانسفورماتور سه فاز دو نوع اتصال را می توان در نظر گرفت. اتصال ستاره Y و اتصال مثلث Δ. بنابراین ترانسفورماتور دارای چهار نوع اتصال Y/Y ، Δ/Δ ، Y/Δ و Δ/Y می باشد. نقطه صفر هر یک از اتصالات Y نیز ممکن است به زمین متصل شود. شکل (۲۷-۵) ترانسفورماتور سه فازی با اتصال ستاره - ستاره را نشان می دهد. نقطه صفر این ستاره ها زمین شده است. این اتصال را با علامت Y/Y نشان می دهیم.



(الف)

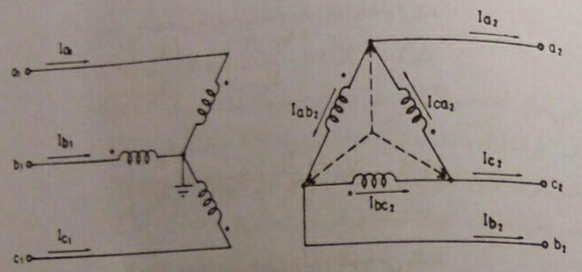


(ب)

شکل ۲۷-۵ ترانسفورماتور سه فاز با اتصال Y/Y

V_{a_1} و V_{b_1} و V_{c_1} ولتاژهای فازی اولیه و V_{a_2} و V_{b_2} و V_{c_2} ولتاژهای فازی ثانویه هستند. طبق شکل (۲۷-۵) ولتاژهای اولیه و ثانویه در هر فاز با یکدیگر همفاز هستند. بهمین ترتیب I_{a_1} و I_{b_1} و I_{c_1} جریانهای اولیه و I_{a_2} و I_{b_2} و I_{c_2} جریانهای ثانویه می باشند. جریانهای اولیه و ثانویه در هر فاز با یکدیگر همفاز هستند.

یکی دیگر از اتصالات ترانسفورماتورها که کاربرد زیادی دارد ترانسفورماتور Y/Δ است که شمای آن در شکل (۲۸-۵) دیده می شود.



شکل ۲۸-۵ ترانسفورماتور سه فاز با اتصال Y/Δ

با کمی بررسی در شکل (۲۸-۵) خواهیم دید که ولتاژ معادل فازی طرف مثلث V_{a_2} از ولتاژ فازی طرف ستاره V_{a_1} به اندازه ۳۰ درجه عقب تر است. ولتاژهای خطی طرف مثلث نیز نسبت به ولتاژهای خطی همنام خود در طرف ستاره ۳۰ درجه عقب تر هستند. بهمین ترتیب جریانهای خطی طرف مثلث از جریانهای خطی همنام خود در طرف ستاره ۳۰ درجه عقب تر می باشند. این نتایج فقط در مورد نحوه اتصال شکل (۲۸-۵) صادق است و چنانچه نحوه اتصال سیم پیچ ها در ترانسفورماتور ستاره - مثلث تغییر کند نتایج نیز تغییر خواهند کرد.

برای تبدیل مقدار یک راکتانس از یک طرف ترانسفورماتور سه فاز به طرف دیگر می توان راکتانس مذکور را همواره در توان دوم نسبت ولتاژهای خطی ضرب نمود و این موضوع به نوع اتصال ترانسفورماتور بستگی ندارد. روابط زیر صحت این مطلب را در چهار نوع اتصال ثابت می کنند. در این روابط ابتدا راکتانس معادل ستاره سیم پیچ طرف اول (X_1) به سیم پیچ مربوط به اتصال طرف اول تبدیل شده، سپس در توان دوم نسبت ولتاژهای فازی

ضرب شده است و در انتها راکتانس به معادل ستاره سیم پیچ طرف دوم تبدیل گردیده است.

$$Y/Y:\quad X_1\left(\frac{V_{L_2}/\sqrt{3}}{V_{L_1}/\sqrt{3}}\right)^2 = X_1\left(\frac{V_{L_2}}{V_{L_1}}\right)^2$$

$$Y/\Delta:\quad X_1\left(\frac{V_{L_2}}{V_{L_1}/\sqrt{3}}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right) = X_1\left(\frac{V_{L_2}}{V_{L_1}}\right)^2$$

$$\Delta/Y:\quad X_1(3)\left(\frac{V_{L_2}/\sqrt{3}}{V_{L_1}}\right)^2 = X_1\left(\frac{V_{L_2}}{V_{L_1}}\right)^2$$

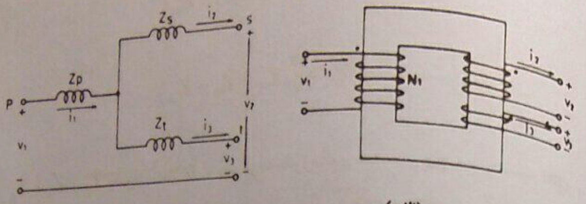
$$\Delta/\Delta:\quad X_1(3)\left(\frac{V_{L_2}}{V_{L_1}}\right)^2\times\frac{1}{3} = X_1\left(\frac{V_{L_2}}{V_{L_1}}\right)^2$$

در این روابط V_{L_1} و V_{L_2} بترتیب ولتاژهای خطی اولیه و ثانویه می باشند.

۱۳-۵ ترانسفورماتورهای سه سیم پیچه[1]

ترانسفورماتورهای سه سیم پیچه در بسیاری از قسمت های سیستم های قدرت برای صرفه جوئی در نصب دستگاهها بکار برده می‌شوند. در بسیاری از موارد سیم پیچ های طرف اول و دوم این ترانسفورماتورها نقش اصلی را برای انتقال قدرت بازی می کنند و سیم پیچ سوم که معمولاً دارای قدرت کمی است برای تغذیه مصارف داخلی نیروگاهها و پست ها و یا نصب راکتورها و خازنها و امثالهم بکار می رود. در ترانسفورماتور با دو سیم پیچ قدرت نامی هر دو طرف یکسان است، در صورتیکه در ترانسفورماتور با سه سیم پیچ قدرت نامی هر سه طرف با یکدیگر متفاوت است. در شکل (۲۹-۵) یک فاز ترانسفورماتور سه سیم پیچه و مدار معادل آن نشان داده شده است. در این مدار معادل نقطه صفر ستاره نشان داده شده وجود خارجی نداشته و کاملاً فرضی است و در ضمن هیچگونه ارتباطی با نقطه صفر سیستم ندارد.

1. Three - Winding Transformers



(الف) (ب)

شکل ۲۹-۵ ترانسفورماتور با سه سیم پیچ و مدار معادل آن

امپدانس هائی که معمولاً با آزمایش های استاندارد بدست می آیند. عبارتند از:

امپدانس طرف اول با اتصال کوتاه طرف دوم و مدار باز طرف سوم = Z_{ps}

امپدانس طرف اول با اتصال کوتاه طرف سوم و مدار باز طرف دوم = Z_{pt}

امپدانس طرف دوم با اتصال کوتاه طرف سوم و مدار باز طرف اول = Z_{st}

امپدانس های فوق الذکر چنانچه بر حسب اهم باشند تبدیل شده به یکی از سه طرف (مثلاً تبدیل شده به طرف اول) داده خواهند شد و اگر بر حسب پریونیت باشند باید به قدرت مبنای یکی از سه طرف و یا قدرت مبنای سیستم (مثلاً ۱۰۰MVA) تبدیل گردند. اگر امپدانس های طرف اول، دوم و سوم در مدار معادل شکل (۲۹-۵ب) را بترتیب با Z_p ، Z_s و Z_t نشان دهیم داریم:

$$Z_{ps} = Z_p + Z_s$$

$$Z_{pt} = Z_p + Z_t$$

$$Z_{st} = Z_s + Z_t$$

با حل این سه معادله برای Z_p ، Z_s و Z_t خواهیم داشت:

$$Z_p = \frac{1}{2}\left(Z_{ps} + Z_{pt} - Z_{st}\right)$$

$$Z_s = \frac{۱}{۲}\left(Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt}\right)$$

$$Z_t = \frac{۱}{۲}\left(Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps}\right) \qquad (۵-۶۱)$$

معمولاً Z_p ، Z_s و Z_t بعنوان اطلاعات یک ترانسفورماتور سه سیم پیچه بر حسب pu و بر مبنای ۱۰۰ MVA داده می شوند و احتیاجی به محاسبه این مقادیر بر حسب Z_{ps} ، Z_{pt} و Z_{st} نمی باشد.

مثال ۳-۵ یک ترانسفورماتور سه فاز سه سیم پیچه دارای مشخصات زیر است:

$$۵۰/۴۰/۱۰ \ \text{MVA} \quad \text{و} \quad ۱۳۲/۶۳/۲۰ \ \text{KV} \quad \text{و} \quad Y/\Delta/Y$$

از مقاومت اهمی سه سیم پیچ صرفنظر شده و راکتانس های پراکندگی اندازه گیری شده دارای این مقادیر هستند:

$$X_{ps} = \%۸ \quad \text{و} \quad X_{pt} = \%۱۰ \quad \text{و} \quad X_{st} = \%۴/۸$$

مقادیر مبنا برای راکتانس ها، قدرت و ولتاژ طرفی است که این راکتانس ها در آن اندازه گیری شده اند. مدار معادل این ترانسفورماتور را در مبنای ۵۰ MVA بدست آورید.

حل: ولتاژ مبنا در طرف اول ۱۳۲KV، در طرف دوم ۶۳KV و در طرف سوم ۲۰KV در نظر گرفته می شود. بنابراین با توجه به قدرت مبنای ۵۰ MVA داریم:

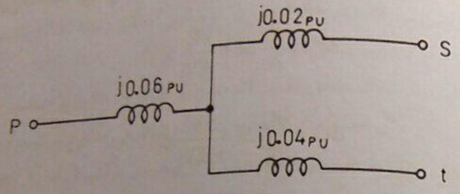
$$Z_{ps} = j۰/۰۸ \ \text{pu} \quad , \quad Z_{pt} = j۰/۱ \ \text{pu}$$

$$Z_{st} = j۰/۰۴۸ \times \frac{۵۰}{۴۰} = j۰/۰۶ \ \text{pu}$$

$$Z_p = \frac{۱}{۲} j(۰/۰۸ + ۰/۱ - ۰/۰۶) = j۰/۰۶ \ \text{pu}$$

$$Z_s = \frac{۱}{۲} j(۰/۰۸ + ۰/۰۶ - ۰/۱) = j۰/۰۲ \ \text{pu}$$

$$Z_t = \frac{۱}{۲} j(۰/۱ + ۰/۰۶ - ۰/۰۸) = j۰/۰۴ \ \text{pu}$$



شکل ۳۰-۵ مدار معادل ترانسفورماتور با سه سیم پیچ در مبنای ۵۰MVA

۱۴-۵ مشخصات بار

بطورکلی «بار»[1] به دستگاه یا ترکیبی از دستگاهها اطلاق می شود که از شبکه انرژی جذب می نماید. در عمل محدوده مصرف بارها لامپهای چند وات تا موتورهای القائی[2] چندین مگا وات را شامل می شود. لامپهای روشنائی، هیترها، موتورهای الکتریکی و ... انواع بارها را تشکیل می دهند. در محاسبات سیستم های قدرت معمولاً روی هر یک از شین های سیستم انتقال، بارهای منطقه مربوطه را بصورت یک بار متمرکز نشان می دهیم. این بار متمرکز در حقیقت ترکیبی از بارهای امپدانسی، موتورهای القائی، موتورهای سنکرون و غیره می باشد.

بارها علاوه بر قدرت اکتیو دارای مصرف قدرت راکتیو نیز هستند که قسمت اعظم مصرف این قدرت بواسطه وجود موتورهای القائی می باشد. بنابراین برای یک بار مرکب که بطور متمرکز روی یک شین منظور می گردد می توان قدرت اکتیو، ولتاژ و ضریب قدرت را مشخص نمود. میزان قدرت مصرفی اکتیو و راکتیو بارها از یک طرف با زمان تغییر می نماید و از طرف دیگر به فرکانس و ولتاژ بستگی دارد. این وابستگی را می توان مطابق رابطه زیر بیان نمود:

$$P = P(f, |V|)$$

$$Q = Q(f, |V|)$$

1. Load
2. Induction Motors

تغییر قدرت های اکتیو و راکتیو ΔP و ΔQ براثر تغییرات کوچک در فرکانس Δf و ولتاژ $\Delta|V|$ این چنین محاسبه می شود:

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial f}\Delta f + \frac{\partial P}{\partial |V|}\Delta |V|$$
(۵-۶۲)

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial f}\Delta f + \frac{\partial Q}{\partial |V|}\Delta |V|$$
(۵-۶۳)

اگر درصد ترکیب بارها در یک منطقه مشخص باشد می توان ضرائب $\frac{\partial P}{\partial f}$ ، $\frac{\partial P}{\partial |V|}$ ، $\frac{\partial Q}{\partial f}$ و $\frac{\partial Q}{\partial |V|}$ را بدست آورد و براثر تغییرات کوچک ولتاژ و یا فرکانس تغییر قدرت های اکتیو و راکتیو را محاسبه نمود.

یک بار ساده امپدانسی را در نظر بگیرید. قدرت مصرفی بار P ، ولتاژ نامی آن V و ضریب قدرت $\cos\Phi$ مشخصات بار را تشکیل می دهند. در اینصورت قدرت ظاهری بار $S = \frac{P}{\cos\Phi}$ بوده و مدار معادل چنین باری شامل امپدانسی سری از مقاومت R و راکتانس X می باشد بنحوی که می توان نوشت:

$$R + jX = \frac{V^2}{S}\angle\Phi = \frac{V^2}{S}\cos\Phi + j\frac{V^2}{S}\sin\Phi$$
(۵-۶۴)

قدرت مختلط بار بر حسب R و X را می توان به این صورت نوشت:

$$S = P + jQ = VI^* = V\left(\frac{V}{Z}\right)^* = \frac{|V|^2}{Z^*} = \frac{|V|^2}{R - jX} = |V|^2\frac{R + jX}{R^2 + X^2}$$

$$P = |V|^2\frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{|V|^2 R}{R^2 + (2\pi f L)^2}$$
(۵-۶۵)

$$Q = |V|^2\frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{|V|^2\, 2\pi f L}{R^2 + (2\pi f L)^2}$$
(۵-۶۶)

همانطوریکه مشاهده می شود قدرت های اکتیو و راکتیو بار امپدانسی با توان دوم ولتاژ نسبت مستقیم دارند. این روابط همچنین وابستگی این دو قدرت و نوع تغییر آنها را

بر حسب فرکانس نشان می دهد. نحوه تغییر این قدرت ها در یک موتور القائی با بار امپدانسی کاملاً متفاوت است. بعنوان مثال قدرت مصرفی اکتیو موتورهای القائی با افزایش فرکانس افزایش می یابد، در حالیکه در بار امپدانسی مطابق رابطه (۵-۶۵) افزایش فرکانس باعث کاهش قدرت مصرفی می شود.

در یک بار مرکب نحوه تغییر قدرت های اکتیو و راکتیو بر حسب تغییرات ولتاژ و فرکانس از روش های تحلیلی امکان پذیر نیست و از طرفی به نوع ترکیب و به میزان درصد عناصر تشکیل دهنده بار بستگی دارد. مثلاً برای یک بار مرکب شامل ۶۰ درصد موتورهای القائی، ۲۰ درصد موتورهای سنکرون و ۲۰ درصد جمع بارهای دیگر آزمایش نشان می دهد که به ازاء یک درصد افزایش ولتاژ، قدرت اکتیویک درصد و قدرت راکتیو ۱/۳ درصد افزایش می یابند. همچنین به ازاء یک درصد افزایش فرکانس، قدرت اکتیویک درصد افزایش می یابد.

مثال ۵-۴ در یک بار امپدانسی به ضریب قدرت ۰/۸۵ پس فاز، یک درصد تغییر ولتاژ چند درصد قدرت اکتیو را تغییر می دهد. همچنین تغییر قدرت براثر یک درصد تغییر فرکانس را بدست آورید.

حل: با استفاده از رابطه (۵-۶۵) داریم:

$$\frac{\Delta P}{\Delta |V|} \approx \frac{\partial P}{\partial |V|} = 2|V|\frac{R}{R^2 + X^2}$$

$$= 2|V|\frac{P}{|V|^2} = 2\frac{P}{|V|}$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx 2\frac{\Delta |V|}{|V|}$$
(۵-۶۷)

بنابراین یک درصد تغییر ولتاژ بمیزان دو درصد قدرت اکتیو را تغییر می دهد.

چنانچه از رابطه (۵-۶۵) بر حسب f مشتق بگیریم:

$$\frac{\Delta P}{\Delta f} \approx \frac{\partial P}{\partial f} = -|V|^2\frac{4\pi R L X}{\left(R^2 + X^2\right)^2} = -|V|^2\frac{2 R X^2}{f\left(R^2 + X^2\right)^2}$$

$$= -P\frac{2RX^2}{f(R^2+X^2)}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -2\frac{X^2}{R^2+X^2}\frac{\Delta f}{f} = -2\sin^2\Phi\frac{\Delta f}{f}$$

بنابراین میزان کاهش قدرت اکتیو به ازاء افزایش یک درصد فرکانس برابر $2\sin^2\Phi$ درصد می باشد. در این مثال $\cos\Phi = 0/85$ و $\sin\Phi = 0/5268$ می باشند. لذا داریم:

$$\frac{\Delta P}{P} = -0/555\frac{\Delta f}{f} \qquad (5\text{-}68)$$

یعنی یک درصد افزایش فرکانس تقریباً ۰/۵۵۵ درصد قدرت مصرفی بار را کاهش می دهد.

۵-۱۵ دیاگرام امپدانس سیستم های قدرت

تا اینجا مدل عناصر سیستم های قدرت نظیر ماشینهای سنکرون، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و بارها را مورد بررسی قرار داده ایم. با استفاده از مدل این عناصر می توانیم مدار معادل کل سیستم را که به دیاگرام امپدانس[1] موسوم است بدست آوریم. نمایش سیستم قدرت بصورت سه فاز کاری مشکل و پیچیده است و رسم هر سه فاز همه عناصر سیستم اطلاعات بیشتری در اختیار ما قرار نمی دهد. لذا سیستم های قدرت را برای یک فاز و با علائم اختصاری عناصر نشان می دهند. این طرز نمایش به دیاگرام تک خطی[2] سیستم های قدرت معروف است.

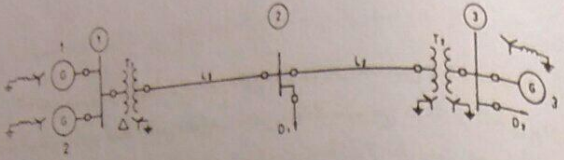
شکل (۵-۳۱) دیاگرام تک خطی یک سیستم ساده را نشان می دهد. همانطوریکه مشاهده می شود نوع اتصال سیم پیچ های ترانسفورماتور و ماشین های سنکرون بر روی دیاگرام تک خطی نشان داده می شود. کلیدهای قدرت[3] نیز در نقاط مختلف شبکه بوسیله مربع های کوچکی مشخص می گردند.

---

1. Impedance Diagram

2. One - Line Diagram

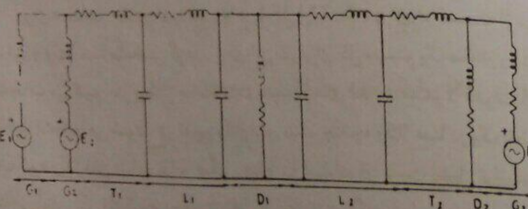
3. Circuit Breakers



شکل ۵-۳۱ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

نقطه صفر ژنراتورها مطابق شکل (۵-۳۱) اغلب بوسیله یک راکتانس به زمین متصل می شود تا براثر اتصال کوتاه یک فاز به زمین ولتاژ دو فاز دیگر آن بالا نرود و در ضمن جریان اتصال کوتاه مذکور نیز محدود گردد. همچنین نقطه صفر ستاره بیشتر ترانسفورماتورهای موجود در سیستم ها مستقیماً زمین می شود.

برای بررسی عملکرد سیستم ها در شرایطی نظیر بارداری و یا اتصال کوتاه، با استفاده از دیاگرام تک خطی می توان مدار معادل (دیاگرام امپدانس) سیستم را از اتصال مدارهای معادل یک یک عناصر بدست آورد. شکل (۵-۳۲) دیاگرام امپدانس مربوط به سیستم قدرت شکل (۵-۳۱) را نشان می دهد.



شکل ۵-۳۲ دیاگرام امپدانس مربوط به دیاگرام تک خطی شکل (۵-۳۱)

در رسم دیاگرام امپدانس شکل (۵-۳۲) موارد زیر در نظر گرفته می شود:

۱- مدار معادل ژنراتور و موتورهای سنکرون با نیروی محرکه و امپدانس سنکرون آنها نمایش داده می شود. در محاسبات اتصال کوتاه بجای X_s یکی از راکتانس های X' و یا X'' بکار می رود و از مقاومت اهمی آرمیچر صرفنظر می شود. در محاسبات حالت ماندگار سیستم مانند محاسبات پخش بار، پایداری ماندگار و اتصال کوتاه ماندگار از راکتانس سنکرون X_s استفاده می شود. در محاسبات پایداری گذرا نیز X' مورد استفاده قرار

می گیرد.

۲- در رسم مدار معادل ترانسفورماتورها از جریان مغناطیس کننده صرفنظر می شود و مدل ترانسفورماتور فقط شامل مقاومت اهمی معادل سیم پیچ ها R و راکتانس پراکندگی معادل X رسم می شود. در محاسبات اتصال کوتاه اغلب از مقاومت اهمی نیز صرفنظر می شود.

۳- در مدار معادل خطوط انتقال از مدار اسمی π استفاده می شود که در شکل (۳۲-۵) برای خطوط L_1 و L_2 نشان داده شده است. در محاسبات اتصال کوتاه اغلب از کاپاسیتانس و مقاومت اهمی خطوط صرفنظر می شود، لیکن در مطالعه پخش بار و پایداری سیستم ها از مدار کامل π استفاده می گردد.

۴- مدار معادل هر یک از بارها بصورت یک امپدانس شامل مقاومت و راکتانس القائی رسم شده است. البته در اینجا فرض شده است که بارهای سیستم فاقد موتورهای الکتریکی هستند. گرچه بارها از امپدانس ها و موتورهای القائی و . . . تشکیل می شوند و مدار معادل کل آنها امپدانسی نیست، لیکن در بسیاری از محاسبات سیستم های قدرت (نظیر پایداری گذرا) با تقریب قابل قبولی می توان از مدار معادل امپدانسی $R + jX$ بجای بار مرکب استفاده نمود.

برای محاسبه مقادیر امپدانس ها در شکل (۳۲-۵)، برای هر قسمت از سیستم باید قدرت مبنا و ولتاژ مبنا مشخص گردد. برای این کار برای کل سیستم یک مقدار را بتوان قدرت مبنا انتخاب می کنیم. در بیشتر محاسبات سیستم های قدرت معمولاً قدرت ۱۰۰ MVA بعنوان مبنا انتخاب می شود. در تعیین ولتاژهای مبنا، چنانچه ولتاژ مبنا در یک نقطه از سیستم انتخاب شود ولتاژهای مبنای نقاط دیگر اجباراً با استفاده از نسبت تبدیل ترانسفورماتور ها بدست می آیند. اگر ولتاژ نامی وقدرت نامی هر یک از دستگاهها با مقادیر مبنای انتخاب شده متفاوت باشند در اینصورت باید امپدانس بر حسب پریونیت آن دستگاه را طبق رابطه (۳۴-۲) به مبنای جدید تبدیل نمود.

مثال ۵-۵ مشخصات سیستم قدرت شکل (۳۱-۵) به قرار زیر می باشد:

ژنراتور G_1: ۲۰MVA ، ۶/۶KV و $X'' = \%۲۵$

ژنراتور G_2: ۳۰MVA ، ۶/۶KV و $X'' = \%۲۵$

ژنراتور G_3: ۳۰MVA ، ۳/۸۱KV و $X'' = \%۲۰$

ترانسفورماتور T_1: ۵۰MVA ، ۶۶/۶/۳KV و $X = \%۱۰$

ترانسفورماتور T_2 از سه ترانسفورماتور یک فاز با مشخصات زیر تشکیل شده است:

۱۰MVA ، ۳۶/۴/۲/۲KV و $X = \%۱۲$

خط انتقال L_1: $X = ۴/۷۸\ \Omega$

خط انتقال L_2: $X = ۹/۵۶\ \Omega$

بار D_1: ۴۰MW ، ۶۶KV و $\cos\Phi = ۰/۸$ پس فاز

بار D_2: ۲۰MW ، ۳/۸۱KV و $\cos\Phi = ۰/۸۵$ پس فاز

دیاگرام راکتانس سیستم را در قدرت مبنای $S_b = ۵۰MWA$ رسم و مقادیر راکتانس ها را بر حسب pu مشخص نمائید. ولتاژ مبنا در شین ۱ را ۶/۶KV در نظر بگیرید.

حل: قدرت سه فاز ترانسفورماتور T_2 سه برابر قدرت ترانسفورماتور یکفاز است و این مقدار برابر است با:

$$۳ \times ۱۰ = ۳۰ \quad MVA$$

۳۶٫۴ ۲٫۲ ×√۳ ×√۳

نسبت ولتاژهای خطی در این ترانسفورماتور نیز عبارتست از:

$$\sqrt{۳} \times ۳۶/۴ / \sqrt{۳} \times ۲/۲ = ۶۳/۳/۸۱ \quad KV$$

ولتاژهای مبنا در نقاط مختلف سیستم بترتیب زیر بدست می آیند:

شین ۱: ۶/۶ KV

شین ۲: $۶/۶ \times \frac{۶۶}{۶/۳} = ۶۹/۱۴ \quad KV$

شین ۳: $۶۹/۱۴ \times \frac{۳/۸۱}{۶۳} = ۴/۱۸ \quad KV$

حال راکتانس زیر گذرای ژنراتور ها را در مبنای انتخاب شده بدست می آوریم:

$$G_1 : X'' = ۰/۲۵ \times \frac{۵۰}{۲۰} = ۰/۶۲۵ \quad pu$$

$$G_2 : X'' = ۰/۲۵ \times \frac{۵۰}{۳۰} = ۰/۴۱۶۷ \quad pu$$

$$G_3 : X'' = ۰/۲ \times \frac{۵۰}{۳۰} \times \left(\frac{۳/۸۱}{۴/۱۸}\right)^۲ = ۰/۲۷۷ \quad pu$$

بهمین ترتیب راکتانس پراکندگی ترانسفورماتور ها را تعیین می کنیم :

$$T_1 : X = ۰/۱ \times \left(\frac{۶/۳}{۶/۶}\right)^۲ = ۰/۰۹۱۱ \quad pu$$

$$T_2 : X = ۰/۱۲ \times \frac{۵۰}{۳۰} \times \left(\frac{۳/۸۱}{۴/۱۸}\right)^۲ = ۰/۱۶۶ \quad pu$$

امپدانس مبنای خطوط انتقال و راکتانس بر حسب پریونیت هر یک از خطوط نیز بترتیب زیر محاسبه می شوند :

$$Z_b = \frac{V_b^۲}{S_b} = \frac{(۶۹/۱۴)^۲}{۵۰} = ۹۵/۶ \quad \Omega$$

$$L_1 : \frac{۴/۷۸}{۹۵/۶} = ۰/۰۵ \quad pu$$

$$L_2 : \frac{۹/۵۶}{۹۵/۶} = ۰/۱ \quad pu$$

اگر مدار معادل هر یک از بارها را امپدانسی معادل R + jX در نظر بگیریم داریم :

$$D_1 \text{ بار} : S = \frac{P}{\cos\Phi} = \frac{۴۰}{۰/۸} = ۵۰ \quad MVA$$

$$|Z| = \frac{V^۲}{S} = \frac{(۶۶)^۲}{۵۰} = ۸۷/۱۲ \quad \Omega$$

$$Z_b = \frac{V_b^۲}{S_b} = \frac{(۶۹/۱۴)^۲}{۵۰} = ۹۵/۶ \quad \Omega$$

$$|Z| = \frac{۸۷/۱۲}{۹۵/۶} = ۰/۹۱۱ \quad pu$$

$$Z = |Z|\angle\Phi = ۰/۹۱۱\angle\cos^{-1}۰/۸ = ۰/۷۲۹ + j۰/۵۴۷ \quad pu$$

$$D_2 \text{ بار} : S = \frac{۲۰}{۰/۸۵} = ۲۳/۵۳ \quad MVA$$

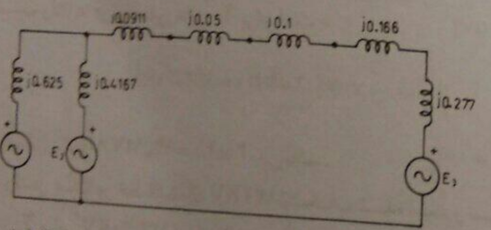
$$|Z| = \frac{(۳/۸۱)^۲}{۲۳/۵۳} = ۰/۶۱۷ \quad \Omega$$

$$Z_b = \frac{(۴/۱۸)^۲}{۵۰} = ۰/۳۴۹ \quad \Omega$$

$$|Z| = \frac{۰/۶۱۷}{۰/۳۴۹} = ۱/۷۶۶ \quad pu$$

$$Z = ۱/۷۶۶\angle\cos^{-1}۰/۸۵ = ۱/۵ + j۰/۹۳ \quad pu$$

دیاگرام امپدانس با توجه به مقادیر بدست آمده در شکل (۳۳-۵) رسم شده است. مقادیر نوشته شده روی راکتانس ها بر حسب pu هستند. با فرض اینکه محاسبات اتصال کوتاه مورد نظر است از جریانهای بار صرفنظر شده و مدار معادل بارها در این شکل رسم نشده است.



شکل ۳۳-۵ دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۳۱-۵) در قدرت ۵۰MVA

مثال ۶-۵ دیاگرام تک خطی سیستم قدرتی در شکل (۳۴-۵) نشان داده شده است.

مشخصات این سیستم بشرح زیر است :

ژنراتور سنکرون G : ۱۲۵MVA , ۲۱KV و $X'' = ٪۲۰$

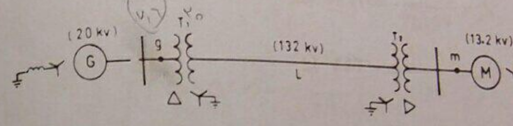
موتور سنکرون M : ۱۰۰MVA , ۱۳/۸KV و X'' = ٪۲۰

ترانسفورماتور T_1 از سه ترانسفورماتور یک فاز با مشخصات زیر تشکیل شده است:

۴۵MVA , ۷۶/۲/۲۰KV و X = ٪۱۰

ترانسفورماتور T_2 : ۱۰۰MVA , ۱۳۸/۱۳/۸KV و X = ٪۸

خط انتقال L : X = ۱۷/۴ Ω



شکل ۳۴-۵ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت مربوط به مثال (۶-۵)

اولاً- دیاگرام امپدانس این سیستم را در قدرت مبنای ۱۰۰ MVA رسم کنید. ولتاژ مبنا در خط انتقال را ۱۳۲KV در نظر بگیرید.

ثانیاً- اگر موتور سنکرون در ضریب قدرت یک و ولتاژ ۱۳/۸KV قدرت ۸۰MW جذب نماید ولتاژ ترمینالها و قدرت خروجی ژنراتور را محاسبه کنید.

حل: اولاً- نسبت ولتاژها در ترانسفورماتور T_1 برابر است با:

$$۷۶/۲\sqrt{۳}/۲۰ = ۱۳۲/۲۰KV$$

و قدرت این ترانسفورماتور ۱۳۵MVA = ۴۵ × ۳ می باشد.

چون ولتاژ مبنا در خط انتقال ۱۳۲KV انتخاب شده است و نسبت تبدیل ترانسفورماتور T_1 برابر ۱۳۲/۲۰KV است ولتاژ مبنا در مدار ژنراتور ۲۰KV خواهد بود. ولتاژ مبنا در مدار موتور نیز بترتیب زیر محاسبه می شود:

$$۱۳۲ \times \frac{۱۳/۸}{۱۳۸} = ۱۳/۲KV$$

ولتاژهای مبنا در قسمت های مختلف سیستم روی دیاگرام تک خطی شکل (۳۴-۵) در داخل پرانتزها نشان داده شده اند. حال راکتانس های قسمت های مختلف سیستم را در مبنای انتخاب شده بدست می آوریم:

$$G : X'' = ۰/۲ \times \frac{۱۰۰}{۱۲۵} \times \left(\frac{۲۱}{۲۰}\right)^۲ = ۰/۱۷۶۴ \quad pu$$

$$M : X'' = ۰/۲ \times \left(\frac{۱۳/۸}{۱۳/۲}\right)^۲ = ۰/۲۱۸۶ \quad pu$$

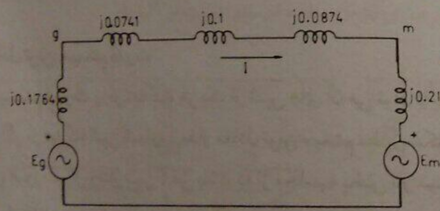
$$T_1 : X'' = ۰/۱ \times \frac{۱۰۰}{۱۳۵} = ۰/۰۷۴۱ \quad Pu$$

$$T_2 : X = ۰/۰۸ \times \left(\frac{۱۳/۸}{۱۳/۲}\right)^۲ = ۰/۰۸۷۴ \quad pu$$

$$L : Z_b = \frac{۱۳۲^۲}{۱۰۰} = ۱۷۴/۲۴ \quad \Omega$$

$$X = \frac{۱۷/۴}{۱۷۴/۲۴} = ۰/۱ \quad pu$$

با توجه به مقادیر بدست آمده دیاگرام امپدانس در شکل (۳۵-۵) رسم شده است.



شکل ۳۵-۵ دیاگرام امپدانس مربوط به دیاگرام تک خطی شکل (۳۴-۵)

ثانیاً- با توجه به مشخصات داده شده برای موتور سنکرون داریم:

$$V_m = \frac{۱۳/۸}{۱۳/۲} = ۱/۰۴۵ \quad pu$$

$$P_m = \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۰/۸ \quad pu$$

$$P_m = V_m I \cos\Phi$$

$$|I| = \frac{۰/۸}{۱/۰۴۵ \times ۱} = ۰/۷۶۵ \quad pu$$

$$I = ۰/۷۶۵ \angle ۰^\circ \quad pu$$

ولتاژ ترمینالهای ژنراتور به این ترتیب محاسبه می شود:

$$V_g = V_m + j(۰/۰۷۴۱ + ۰/۱ + ۰/۰۸۷۴)I$$

$$= ۱/۰۴۵ + j۰/۲۶۱۵ \times ۰/۷۶۵ = ۱/۰۶۴ \angle ۱۰/۸۳^\circ \quad pu$$

$$|V_g| = ۱/۰۶۴ \times ۲۰ = ۲۱/۲۸ \quad KV$$

قدرت های اکتیو و راکتیو تولید شده توسط ژنراتور بترتیب زیر بدست می آیند:

$$S_g = P_g + jQ_g = V_g I^* = ۱/۰۶۴ \angle ۱۰/۸۳^\circ \times ۰/۷۶۵ = ۰/۸ + j۰/۱۵۳ \quad pu$$

$$P_g = ۰/۸ pu = ۰/۸ \times ۱۰۰ = ۸۰ \quad MW$$

$$Q_g = ۰/۱۵۳ \; pu = ۰/۱۵۳ \times ۱۰۰ = ۱۵/۳ \quad Mvar$$

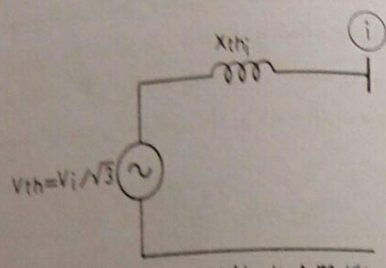
۵-۱۶ مدار معادل تونن سیستم قدرت

یک سیستم قدرت را از دیدگاه هر یک از شین های آن می توان با یک مدار معادل تونن نشان داد. اگر از دیدگاه شین شماره i مدار معادل تونن سیستم مطابق شکل (۳۶-۵) رسم شده باشد در این صورت V_i ولتاژ شین i می باشد که از محاسبه پخش بار سیستم بدست آمده است (نحوه محاسبات در فصل هفتم مورد مطالعه قرار خواهد گرفت) و X_{th_i} از رابطه زیر تعیین می شود:

$$X_{th_i} = \frac{V_i/\sqrt{۳}}{I_{sc_i}} \qquad (۵-۶۹)$$

در این رابطه I_{sc_i} جریان اتصال کوتاه متقارن سیستم در شین i می باشد. رابطه بین جریان اتصال کوتاه و قدرت اتصال کوتاه شین i بصورت زیر نوشته می شود:

$$S_{sc_i} = \sqrt{۳} V_i I_{sc_i} \qquad (۵-۷۰)$$

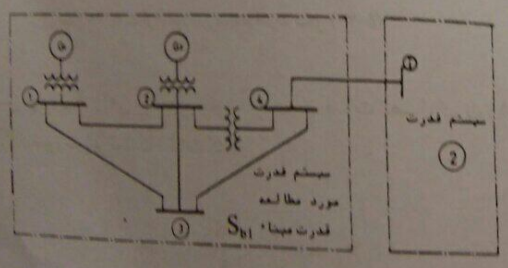


شکل ۳۶-۵ مدار معادل تونن سیستم قدرت از دیدگاه شین i

با جایگزینی I_{sc_i} در رابطه (۶۹-۵) داریم:

$$X_{th_i} = \frac{V_i/\sqrt{۳}}{S_{sc_i}/\sqrt{۳}V_i} = \frac{V_i^۲}{S_{sc_i}} \quad \Omega \qquad (۵-۷۱)$$

در اینجا V_i ولتاژ خطی شین i بر حسب KV و S_{sc_i} قدرت اتصال کوتاه این شین بر حسب MVA می باشد. اگر V_i و S_{sc_i} بر حسب pu در این رابطه قرار داده شوند مقدار X_{th_i} نیز بر حسب pu در مبنای انتخاب شده سیستم بدست می آید.



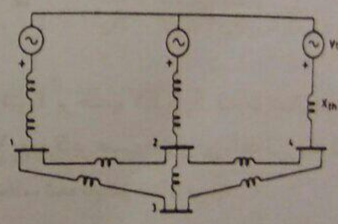
شکل ۳۷-۵ اتصال دو سیستم قدرت

شکل (۵-۳۷) سیستم قدرتی را نشان می دهد که در محل شین ۴ به یکی از شین های یک سیستم قدرت دیگر (شین شماره i) متصل شده است. سیستم قدرت مورد مطالعه را سیستم ۱ و سیستم قدرت دیگر را سیستم ۲ نامگذاری می کنیم.

برای اینکه تاثیر سیستم قدرت ۲ در مطالعه سیستم قدرت ۱ در نظر گرفته شود و دیاگرام امپدانس سیستم قدرت ۱ کامل گردد می توان بجای سیستم قدرت ۲ مدار معادل تونن آن از دیدگاه شین i را قرار داد. در این صورت باید نتایج محاسبات پخش بار و اتصال کوتاه سیستم ۲ در دسترس باشد تا V_i و S_{sc_i} و در نتیجه X_{th_i} را بدست آوریم. مقدار X_{th_i} در ولتاژ و قدرت مبنای سیستم ۲ بدست می آید و طبق رابطه زیر باید به قدرت مبنا و ولتاژ مبنای سیستم مورد مطالعه تبدیل شود:

$$X_{th} = X_{th_i}\left(\frac{S_{b1}}{S_{b2}}\right)\left(\frac{V_{b2}}{V_{b1}}\right)^2 \qquad (۵-۷۲)$$

در اینجا S_{b1} و V_{b1} قدرت مبنا و ولتاژ مبنا در سیستم مورد مطالعه و S_{b2} و V_{b2} قدرت مبنا و ولتاژ مبنا در سیستم ۲ می باشند. شکل (۵-۳۸) دیاگرام امپدانس سیستم مورد مطالعه را نشان می دهد.



شکل ۵-۳۸ دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۵-۳۷)

امپدانس تونن X_{th} را می توان مستقیماً بر حسب قدرت اتصال کوتاه (MVA) و ولتاژ شین i (KV) بصورت زیر نوشت (اثبات کنید):

$$X_{th} = \left(\frac{V_i}{V_{b1}}\right)^2\left(\frac{S_{b1}}{S_{sc_i}}\right) \quad pu \qquad (۵-۷۳)$$

در اینجا S_{b1} و V_{b1} نیز بر حسب MVA و KV می باشند. اگر در محل اتصال دو سیستم ولتاژها برابر باشند، یعنی $V_{b1} = V_i$، خواهیم داشت:

$$X_{th} = \frac{S_{b1}}{S_{sc_i}} \qquad (۵-۷۴)$$

بنابراین امپدانس تونن سیستم قدرت ۲ بر حسب مقادیر مبنای سیستم قدرت مورد مطالعه برابر است با نسبت قدرت مبنای سیستم مورد مطالعه به قدرت اتصال کوتاه سیستم ۲ در محل اتصال دو سیستم.

اگر سیستم قدرت ۲ در مقایسه با سیستم مورد مطالعه خیلی بزرگ باشد، در اینصورت قدرت مبنای سیستم مورد مطالعه S_b در مقایسه با قدرت اتصال کوتاه سیستم بزرگ S_{sc} ناچیز بوده و X_{th} بسیار کوچک و تقریباً صفر می گردد. در این حالت مدار معادل تونن سیستم قدرت بزرگ از دیدگاه شین i فقط شامل یک منبع ولتاژ می باشد. چنین شینی از سیستم قدرت را قبلاً شین بی نهایت نامگذاری کرده ایم. شبکه ای که شین i به آن متعلق است نیز در مقایسه با شبکه مورد مطالعه ما یک شبکه بی نهایت تلقی می شود.

مسائل فصل پنجم

۵-۱ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت در شکل (۳۹-۵) نشان داده شده است . دیاگرام امپدانس این سیستم را رسم کنید و مقادیر راکتانس ها را بر حسب pu مشخص نمائید . قدرت مبنا را ۳۰MVA و ولتاژ مبنا در مدار ژنراتور را ۱۳/۸KV در نظر بگیرید .

مشخصات عناصر سیستم بقرار زیر است :

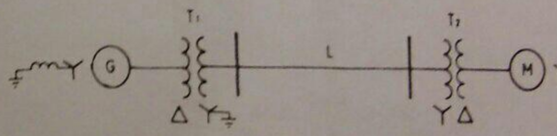
ژنراتور G : X_s = ۱pu , ۱۳/۸KV , ۳۰MVA

موتور M : X_s = ۰/۸pu , ۱۳/۸KV , ۲۵MVA

ترانسفورماتور T_1 : X = ٪۱۰ , ۱۳۲/۱۳/۲KV , ۲۵MVA

ترانسفورماتور T_2 : X = ٪۸ , ۱۳۸/۱۳/۸KV , ۲۰MVA

خط انتقال L : ۱۲/۷ + j۶۳/۴۸Ω



شکل ۳۹-۵ دیاگرام تک خطی سیستم قدرت مربوط به مساله (۱-۵)

۵-۲ اگر در مساله (۱-۵) موتور سنکرون قدرت ۱۸MW در ولتاژ نامی (۱۳/۸KV) و ضریب قدرت ۰/۹ پیش فاز جذب کند، جریانهای موتور و خط انتقال و ژنراتور را بر حسب pu و آمپر محاسبه کنید . همچنین ولتاژ ترمینالهای خروجی ژنراتور و ولتاژ ابتدای خط انتقال را بر حسب pu و KV بدست آورید .

۵-۳ چنانچه در مساله (۱-۵) بجای موتور سنکرون بار امپدانسی با مشخصات ۲۰MVA ، ۱۳/۲KV و cosΦ = ۰/۸ پس فاز قرار گرفته باشد :

اولاً - دیاگرام امپدانس سیستم را بر حسب امپدانس های pu رسم نمائید و به ازاء بار

مذکور جریان های بار ، خط انتقال و ژنراتور را بر حسب pu و آمپر بدست آورید .

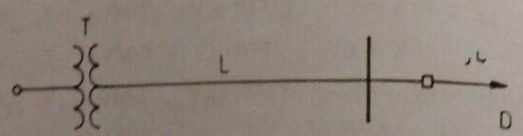
ثانیاً - قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتور را بر حسب pu، MW و Mvar محاسبه کنید .

۵-۴ دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۴۰-۵) را رسم نموده و مقادیر امپدانس ها را بر حسب pu روی آن مشخص نمائید . در این دیاگرام مدار معادل بار انتهای خط را بصورت امپدانس R + jX نشان دهید . ولتاژ مبنا در محل بار را ۱۳/۲KV و قدرت مبنا را ۱۰MVA در نظر بگیرید . اگر در هر دو حالت بی باری و بار داری کامل این سیستم، ولتاژ طرف فشار قوی ترانسفورماتور در مقدار ۱۳۲KV ثابت نگهداشته شود، درصد تنظیم ولتاژ خط انتقال $\frac{V_{r0}-V_r}{V_r}\times$ ۱۰۰ را محاسبه کنید . مشخصات عناصر سیستم به شرح زیر می باشد :

ترانسفورماتور : ۱۰MVA , ۱۳۲/۱۳/۲KV , Z = ۰/۰۱+j۰/۱ pu

خط انتقال : Z = ۰/۵۲ + j۲/۶۱ Ω

بار : ۸MW , ۱۳/۲KV , cosΦ = ۰/۸۵ پس فاز



شکل ۴۰-۵ مربوط به مساله (۴-۵)

۵-۵ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت در شکل (۴۱-۵) نمایش داده شده است . دیاگرام امپدانس این سیستم را در قدرت مبنای ۵۰MVA رسم کنید . ولتاژ مبنا در مدار ژنراتور ۱ ، ۱۳/۲KV انتخاب شود . مشخصات این سیستم بشرح زیر می باشد :

ژنراتور G_1 : ۳۰MVA , ۱۳/۲KV , X" = ٪۲۰

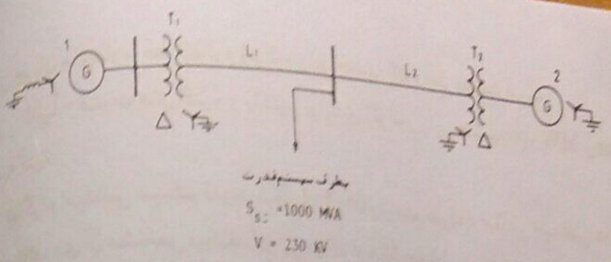
ژنراتور G_2 : ۲۰MVA , ۲۱KV , X" = ٪۲۰

ترانسفورماتور T_1 : ۳۵MVA , ۲۳۰/۱۳/۲KV , X" = ٪۱۰

ترانسفورماتور T_2 از سه ترانسفورماتور یکفاز با مشخصات زیر تشکیل شده است :

۸MVA , ۱۲۷/۲۲KV , X = ٪۱۰

هر یک از خطوط انتقال : X = ۵۲/۹ Ω



شکل ۴۱-۵ دیاگرام تک خطی سیستم قدرت مربوط به مساله (۵-۵)

۶-۵ دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۴۲-۵) را رسم نموده و مقادیر راکتانس ها را بر حسب pu روی آن مشخص نمائید. قدرت مبنا را ۱۰۰MVA و ولتاژ مبنا را در خطوط انتقال ۱۳۲ KV در نظر بگیرید. مشخصات عناصر سیستم بقرار زیر است:

ژنراتور G_1: ۳۰MVA ، ۱۸KV ، X″ = ٪۱۵

ژنراتور G_2: ۳۰MVA ، ۱۸KV ، X″ = ٪۱۵

موتور M: ۵۰MVA ، ۱۳/۲KV ، X″ = ٪۲۰

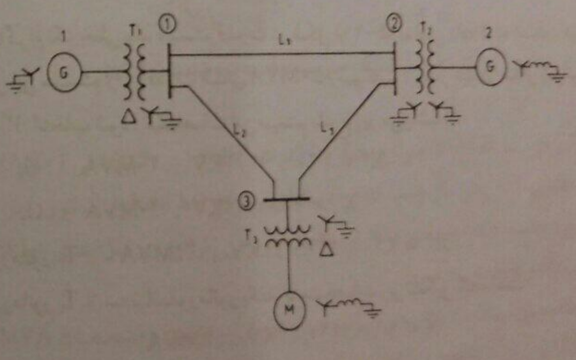
ترانسفورماتور T_1: ۳۰MVA ، ۱۳۲/۲۰KV ، X = ٪۱۰

ترانسفورماتور T_2: ۳۰MVA ، ۱۳۲/۲۰KV ، X = ٪۱۰

ترانسفورماتور T_3: ۵۰MVA ، ۱۳۲/۱۳/۲KV ، X = ٪۱۰

خط انتقال L_1: X = ۳۴/۸Ω

هر یک از خطوط L_2،L_3: X = ۱۷/۴Ω



شکل ۴۲-۵ مربوط به مساله (۶-۵)

۷-۵ اگر موتور سنکرون مساله (۶-۵) در شرایط بار داری قدرت ۳۰MW در ضریب قدرت

۰/۸۵ پیش فاز و ولتاژ ۱۳/۲KV جذب نماید:

اولاً- ولتاژ شین های ۱ و ۲ و ۳ را محاسبه کنید (با توجه به تقارن شکل فرض کنید که جریان دو ژنراتور با هم مساوی است).

ثانیاً- ولتاژ ترمینالهای ژنراتورهای ۱ و ۲ را بدست آورید.

۸-۵ در مساله (۶-۵) چنانچه ژنراتور ۱ قطع شود موتور سنکرون قدرت ۱۵MW را در ضریب قدرت ۰/۸۵ پیش فاز و ولتاژ ۱۳/۲KV جذب می کند. ولتاژ شین های ۱ و ۲ و ۳ و ولتاژ ترمینالهای ژنراتور ۲ را محاسبه کنید.

۹-۵ سیستم قدرت نشان داده شده در شکل (۴۳-۵) از سمت چپ به یک شین بی نهایت با ولتاژ ۴۰۰KV متصل است. طرف سوم ترانسفورماتور سه سیم پیچه T_1 نیز به راکتوری با قدرت Q = ۵۰ M var و ولتاژ ۲۰KVوصل شده است. ترانسفورماتور T_1 دارای مشخصات ۲۰۰/۱۵۰/۵۰MVA ،۴۰۰/۲۳۰/۲۰KV می باشد و امپدانسهای اندازه گیری شده در این ترانسفورماتور عبارتند از:

$X_{ps} = ۱۶۰\ \Omega$ ، $X_{pt} = ۱۲۸\ \Omega$ ، $X_{st} = ۳۱/۷\ \Omega$

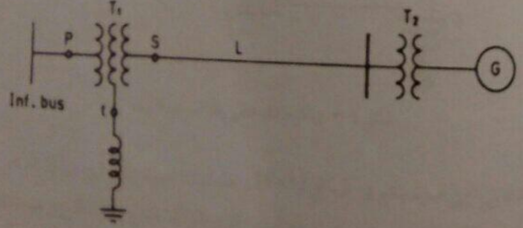
مشخصات بقیه عناصر سیستم بشرح زیر است:

ژنراتور G: ۱۵۰MVA ، ۲۱KV ، X″ = ٪۲۰

ترانسفورماتور T_2: ۱۵۰MVA ، ۲۳۰/۲۰KV ، X = ٪۱۰

خط انتقال L: X = ۲۶/۴ Ω

دیاگرام امپدانس این سیستم را رسم نموده و مقادیر راکتانس ها را بر حسب pu نشان دهید. قدرت مبنا را ۱۰۰MVA و ولتاژ مبنا در خطوط انتقال را ۲۳۰KV انتخاب کنید.



شکل ۴۳-۵ مربوط به مساله (۹-۵)

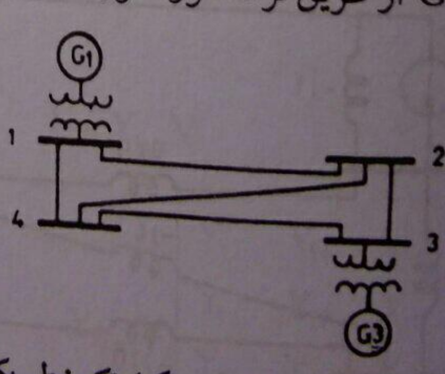
فصل ششم

ماتریس های ادمیتانس و امپدانس شبکه

امروزه یک سیستم قدرت شامل تعداد زیادی از ژنراتور ها ، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال وشین ها می باشد و لذا استفاده از کامپیوتر در محاسبات مختلف سیستم ها امری اجتناب ناپذیر است . برای تهیه برنامه های کامپیوتری باید معادلات شبکه با توجه به عملکرد عناصر سیستم و مدار معادل آنها بررسی و آماده گردد . در این فصل ماتریس های اصلی ادمیتانس و امپدانس شبکه که نشان دهنده نقش امپدانس های عناصر سیستم است معرفی شده و بعضی از کاربردهای آنها مورد بحث قرار می گیرد . در فصول بعدی از این ماتریس ها در تشکیل معادلات مورد نیاز برای محاسبات مختلف سیستم استفاده خواهد شد .

۶-۱ ماتریس های ادمیتانس و امپدانس شین

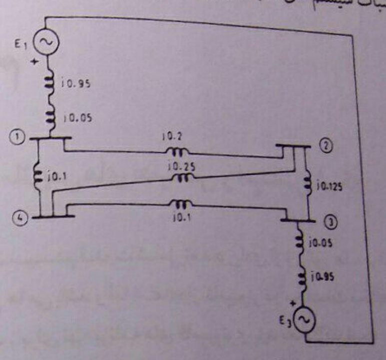
شکل (۶-۱) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت با چهار شین را نشان می دهد . ژنراتورهای G_1 و G_3 از طریق ترانسفورماتورهای افزاینده به شین های ۱ و ۳ متصل هستند .



شکل ۶-۱ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

دیاگرام امپدانس این سیستم در شکل (۶-۲) رسم شده است . در این دیاگرام هر ژنراتور با نیروی محرکه و راکتانس سری، هر ترانسفورماتور با راکتانس پراکندگی و هر خط انتقال با راکتانس سری آن مشخص شده است . همه مقادیر راکتانس ها در این شکل بر حسب pu

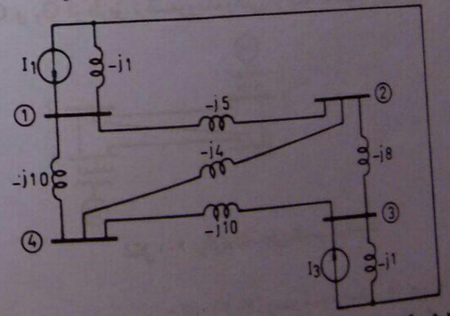
هستند. ولتاژ مبنا در خطوط انتقال ۱۳۲KV و قدرت مبنای سیستم ۱۰۰ MVA است. روش معمول در محاسبات سیستم های قدرت روش تحلیل نقطه[1] می باشد.



شکل ۲-۶ دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۱-۶)

در شکل (۲-۶) می توان مدار معادل شامل نیروی محرکه ژنراتور و امپدانس سری با آن را با یک منبع جریان و ادمیتانس موازی با آن جایگزین نمود. شکل (۳-۶) دیاگرام امپدانس مذکور را با این جایگزینی نشان می دهد. در این شکل عناصر سیستم با مقادیر ادمیتانس بر حسب pu مشخص شده‌اند. جریانهای I_1 و I_3 از روابط زیر بدست می آیند:

$$I_1 = \frac{E_1}{j(0/95+0/05)} \quad \text{و} \quad I_3 = \frac{E_3}{j(0/95+0/05)}$$



شکل ۳-۶ دیاگرام امپدانس برای سیستم قدرت شکل (۱-۶) بر حسب مقادیر ادمیتانس

1. Node Analysis

حال می توان معادلات گره را برای شین های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ بترتیب زیر نوشت:

$$I_1 = V_1(-j1) + (V_1 - V_2)(-j5) + (V_1 - V_4)(-j10)$$

$$0 = (V_2 - V_1)(-j5) + (V_2 - V_3)(-j8) + (V_2 - V_4)(-j4)$$

$$I_3 = V_3(-j1) + (V_3 - V_2)(-j8) + (V_3 - V_4)(-j10)$$

$$0 = (V_4 - V_1)(-j10) + (V_4 - V_2)(-j4) + (V_4 - V_3)(-j10)$$

این معادلات را مرتب کرده و بصورت ماتریس می نویسیم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ I_3 \\ 0 \end{bmatrix} = j\begin{bmatrix} -16 & 5 & 0 & 10 \\ 5 & -17 & 8 & 4 \\ 0 & 8 & -19 & 10 \\ 10 & 4 & 10 & -24 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \tag{۶-۱}$$

این معادله را در حالت کلی می توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \tag{۶-۲}$$

و یا می توان نوشت:

$$I = Y_{bus}V \tag{۶-۳}$$

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}$$

در اینجا I بردار جریانهای تزریق شده به شین ها است که آنرا بردار جریان شین می نامیم. V نیز بردار ولتاژ شین می باشد. ماتریس Y_{bus} که ارتباط بردار جریان شین و بردار ولتاژ شین را نشان

می دهد به ماتریس ادمیتانس شین[1] موسوم است. با کمی دقت ملاحظه می شود که در یک سیستم قدرت که دارای n شین می باشد عناصر ماتریس Y_{bus} بصورت زیر قابل محاسبه هستند:

Y_{ii} = جمع مقادیر ادمیتانس های عناصری که مستقیماً به شین i متصل هستند.

Y_{ij} = جمع مقادیر ادمیتانس های عناصری که مستقیماً بین دو شین i و j قرار دارند در علامت منفی.

هریک از عناصر Y_{ii} به سلف ادمیتانس[2] و هر یک از عناصر Y_{ij} به ادمیتانس متقابل[3] معروف هستند. همانطوریکه در رابطه (۱-۶) دیده می شود ماتریس Y_{bus} نسبت به قطر اصلی خود متقارن می باشد.

رابطه (۳-۶) را می توان بصورت زیر نیز بیان نمود:

$$V = Y_{bus}^{-1} I$$

$$V = Z_{bus} I \qquad (۶-۴)$$

در این رابطه داریم:

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} \qquad (۶-۵)$$

رابطه (۳-۶) بردار جریان شین را بر حسب بردار ولتاژ شین و رابطه (۴-۶) بردار ولتاژ شین را بر حسب بردار جریان شین نشان می دهد. ماتریس Z_{bus} را که از معکوس نمودن ماتریس Y_{bus} بدست می آید ماتریس امپدانس شین[4] می نامیم. از آنجائیکه ماتریس Y_{bus} متقارن است، ماتریس Z_{bus} نیز نسبت به قطر اصلی خود متقارن خواهد بود.

مثال ۱-۶ در شکل (۲-۶) ماتریس های Y_{bus} و Z_{bus} را بدست آورید و چنانچه $E_1 = ۱/۲۵\angle ۰^\circ \text{pu}$, $E_2 = ۱\angle -۳۰^\circ \text{pu}$ باشند ولتاژ شین ها را محاسبه کنید.

---

1. Bus Admittance Matrix
2. Self - Admittance
3. Mutual - Admittance
4. Bus Impedance Matrix

حل: ابتدا ماتریس های Y_{bus} و Z_{bus} را تشکیل می دهیم:

$$Y_{bus} = j\begin{bmatrix} -۱۶ & ۵ & ۰ & ۱۰ \\ ۵ & -۱۷ & ۸ & ۴ \\ ۰ & ۸ & -۱۹ & ۱۰ \\ ۱۰ & ۴ & ۱۰ & -۲۴ \end{bmatrix} \text{pu}$$

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = j\begin{bmatrix} ۰/۵۲۹ & ۰/۴۹۴ & ۰/۴۷۱ & ۰/۴۹۹ \\ ۰/۴۹۴ & ۰/۵۶۳ & ۰/۵۰۵ & ۰/۵۱۰ \\ ۰/۴۷۱ & ۰/۵۰۵ & ۰/۵۲۹ & ۰/۵۰۱ \\ ۰/۴۹۹ & ۰/۵۱۰ & ۰/۵۰۱ & ۰/۵۴۳ \end{bmatrix} \text{pu}$$

با تعیین مقادیر I_1 و I_2 ولتاژ شین ها را بترتیب زیر محاسبه می کنیم:

$$I_1 = \frac{E_1}{j۱} = \frac{۱/۲۵\angle ۰^\circ}{j۱} = -j۱/۲۵ \quad \text{pu}$$

$$I_2 = \frac{E_2}{j۱} = \frac{۱\angle -۳۰^\circ}{j۱} = -۰/۵ - j۰/۸۶۶ \quad \text{pu}$$

$$I_3 = I_4 = ۰$$

$$V = Z_{bus} I$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = j\begin{bmatrix} ۰/۵۲۹ & ۰/۴۹۴ & ۰/۴۷۱ & ۰/۴۹۹ \\ ۰/۴۹۴ & ۰/۵۶۳ & ۰/۵۰۵ & ۰/۵۱۰ \\ ۰/۴۷۱ & ۰/۵۰۵ & ۰/۵۲۹ & ۰/۵۰۱ \\ ۰/۴۹۹ & ۰/۵۱۰ & ۰/۵۰۱ & ۰/۵۴۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -j۱/۲۵ \\ ۰ \\ -۰/۵ - j۰/۸۶۶ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$V_1 = ۱/۰۹۶\angle -۱۲/۴^\circ \quad \text{pu}$$

$$V_2 = ۱/۰۸۵\angle -۱۳/۵^\circ \quad \text{pu}$$

$$V_3 = ۱/۰۸\angle -۱۴/۲^\circ \quad \text{pu}$$

$$V_4 = ۱/۰۸۷\angle -۱۳/۳^\circ \quad \text{pu}$$

۲-۶ کاربرد Z_{bus} در تعیین مدار معادل تونن سیستم های قدرت

همانطوریکه در فصل پنجم دیدیم یک سیستم قدرت را از دیدگاه یک شین می توان با مدار معادل تونن نشان داد. در اینصورت برای بدست آوردن امپدانس تونن به ولتاژ و قدرت اتصال کوتاه شین مذکور نیاز داشتیم. در اینجا یکی از موارد کاربرد ماتریس Z_{bus} را که تعیین امپدانس تونن سیستم از دیدگاه یک شین می باشد مورد بررسی قرار می دهیم. معادله بردار ولتاژ شین بر حسب بردار جریان شین را برای یک سیستم قدرت با چهار شین بصورت زیر می نویسیم:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \qquad (۶-۶)$$

از این رابطه یکی از ولتاژها مثلاً V_3 را می توان به این ترتیب نوشت:

$$V_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3 + Z_{34}I_4$$

از اینجا Z_{33} را که یکی از عناصر قطر اصلی ماتریس Z_{bus} است بدست می آوریم:

$$Z_{33} = \frac{V_3}{I_3}\bigg|_{I_1 = I_2 = I_4 = 0} \qquad (۶-۷)$$

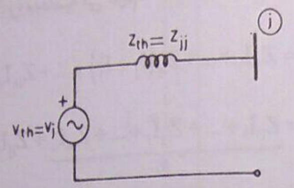
از طرف دیگر اگر بخواهیم امپدانس تونن از دیدگاه شین ۳ سیستم فوق الذکر را بدست آوریم باید منابع جریان متصله به نقاط ۱ و ۲ و ۴ را باز کرده و نسبت V_3 به I_3 را تعیین کنیم:

$$Z_{th} = \frac{V_3}{I_3}\bigg|_{I_1 = I_2 = I_4 = 0} \qquad (۶-۸)$$

مقایسه روابط (۷-۶) و (۸-۶) نشان می دهد که امپدانس تونن این سیستم از دیدگاه شین شماره ۳ برابر است با:

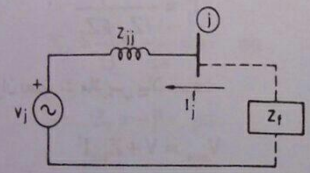
$$Z_{th} = Z_{33} \qquad (۶-۹)$$

مدار معادل تونن یک سیستم قدرت در حالت کلی از دیدگاه شین شماره j در شکل (۴-۶) نشان داده شده است.



شکل ۴-۶ مدار معادل تونن سیستم قدرت از دیدگاه شین شماره j

براثر ایجاد هر گونه ارتباطی بین شین j و نقطه صفر سیستم (مثلاً از طریق Z_f) جریانی معادل I_j^f به شین j تزریق می گردد. این ارتباط ممکن است با اتصال خازن، راکتور، بار، ... و یا اتصال کوتاه متقارن صوت گیرد. شکل (۵-۶) این ارتباط و جریان تزریقی I_j^f رانشان می دهد. تزریق این جریان باعث می شود که ولتاژ شین j و همچنین ولتاژ دیگر شین های سیستم تغییر نماید.



شکل ۵-۶ اتصال امپدانس Z_f به شین شماره j

برای تعیین مقادیر جدید ولتاژها باید دقت نمود که جریان تزریقی به شین j از مقدار I_j به $I_j + I_j^f$ تغییر یافته است، لذا بدون اینکه Z_{bus} را تغییر دهیم تاثیر اتصال Z_f را فقط به صورت منبع جریان جدید I_j^f در بردار جریان شین وارد می کنیم. اگر ولتاژ شین شماره i را پس از اتصال امپدانس Z_f با $V_{i_{new}}$ نشان دهیم، داریم:

$$\begin{bmatrix} V_{1_{new}} \\ \vdots \\ V_{i_{new}} \\ \vdots \\ V_{j_{new}} \\ \vdots \\ V_{n_{new}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}\cdots & Z_{1i}\cdots & Z_{1j}\cdots & Z_{1n} \\ \vdots & & & \\ Z_{i1}\cdots & Z_{ii}\cdots & Z_{ij}\cdots & Z_{in} \\ \vdots & & & \\ Z_{j1}\cdots & Z_{ji}\cdots & Z_{jj}\cdots & Z_{jn} \\ \vdots & & & \\ Z_{n1}\cdots & Z_{ni}\cdots & Z_{nj}\cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_j + I_j^f \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

از رابطه فوق ولتاژ $V_{i_{new}}$ را محاسبه می کنیم :

$$V_{i_{new}} = Z_{i1}I_1 + ... + Z_{ij}\left(I_j + I_j^f\right) + ... + Z_{in}I_n$$

$$V_{i_{new}} = \underbrace{Z_{i1}I_1 + ... + Z_{ij}I_j + ... + Z_{in}I_n}_{V_i} + Z_{ij}I_j^f$$

$$V_{i_{new}} = V_i + Z_{ij}I_j^f \qquad (۶-۱۰)$$

این رابطه ولتاژ شین i پس از ایجاد جریان I_j^f را برحسب V_i ، ولتاژ اولیه شین i، نشان می دهد . اگر ارتباط شین j با نقطه صفر سیستم از طریق امپدانس Z_f برقرار باشد I_j^f به این صورت محاسبه می شود:

$$I_j^f = -\frac{V_j}{Z_{jj} + Z_f} \qquad (۶-۱۱)$$

رابطه (۱۰-۶) را می توان بصورت ماتریس بیان نمود:

$$V_{new} = V + Z_{bus}I^f \qquad (۶-۱۲)$$

در این رابطه V_{new} بردار ولتاژ شین پس از برقراری جریان I^f و V بردار اولیه ولتاژ شین می باشند که بترتیب زیر تعریف می شوند:

$$V_{new} = \begin{bmatrix} V_{1_{new}} \\ V_{2_{new}} \\ \vdots \\ V_{i_{new}} \\ \vdots \\ V_{n_{new}} \end{bmatrix} \quad و \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \qquad (۶-۱۳)$$

همچنین I^f بردار جریان تزریقی جدید به شین ها است . اگر در شین شماره j جریان تزریقی جدید برابر I_j^f باشد بردار I^f بصورت زیر تعریف می شود:

$$I^f = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_j^f \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (۶-۱۴)$$

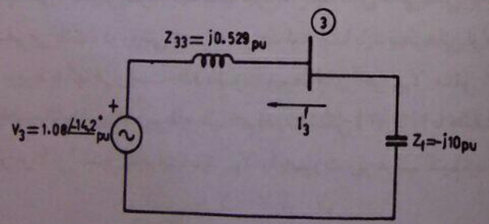
مثال ۲-۶ اگر در سیستم قدرت شکل (۳-۶) خازنی با قدرت ۱۰Mvar و ولتاژ ۱۳۲ KV در محل شین ۳ نصب گردد جریان خازن و ولتاژ شین ها پس از نصب خازن را محاسبه کنید.

حل: چون ولتاژ خازن با ولتاژ مبنای سیستم در محل شین ۳ برابر است داریم:

$$X_c = \frac{S_b}{Q} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰ \quad pu$$

$$Z_f = -j۱۰ \quad pu$$

مدار معادل تونن سیستم از دیدگاه شین ۳ در شکل (۶-۶) رسم شده و خازن با امپدانس $Z_f = -j۱۰$ pu به آن وصل شده است.



شکل ۶-۶ نصب خازن در محل شین ۳ سیستم قدرت شکل (۳-۶)

$$I_3^f = -\frac{V_3}{Z_{33} + Z_f} = -\frac{۱/۰۸ \angle -۱۴/۳^\circ}{j(۰/۵۲۹ - ۱۰)} = ۰/۱۱۴ \angle -۱۰۴/۳^\circ \quad pu$$

ولتاژ شین های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ با توجه به رابطه (۶-۱۰) بدست می آیند :

$$V_{1_{new}} = V_1 + Z_{12}I_2^f = ۱/۰۹۶\angle -۱۲/۴^\circ + j۰/۴۷۱ \times ۰/۱۱۴\angle -۱۰۴/۲^\circ$$

$$= ۱/۱۴۹\angle -۱۲/۵^\circ \quad pu$$

$$V_{2_{new}} = V_2 + Z_{22}I_2^f = ۱/۰۸۵\angle -۱۳/۵^\circ + j۰/۵۰۵ \times ۰/۱۱۴\angle -۱۰۴/۲^\circ$$

$$= ۱/۱۴۳\angle -۱۳/۵^\circ \quad pu$$

$$V_{3_{new}} = V_3 + Z_{32}I_2^f = ۱/۰۸\angle -۱۴/۲^\circ + j۰/۵۲۹ \times ۰/۱۱۴\angle -۱۰۴/۲^\circ$$

$$= ۱/۱۴\angle -۱۴/۲^\circ \quad pu$$

$$V_{4_{new}} = V_4 + Z_{42}I_2^f = ۱/۰۸۷\angle -۱۳/۳^\circ + j۰/۵۰۱ \times ۰/۱۱۴\angle -۱۰۴/۲^\circ$$

$$= ۱/۱۴۴\angle -۱۳/۳^\circ \quad pu$$

۶-۳ حذف شین

در محاسبات سیستم های قدرت بزرگ به ماتریس های Y_{bus} با ابعاد بزرگ برخورد می کنیم. با حذف تعدادی از شین های سیستم می توان ابعاد ماتریس Y_{bus} را کاهش داد و محاسبات سیستم را ساده تر نمود. باید دقت نمود که فقط شین هائی قابل حذف هستند که جریان آنها صفر می باشد. در روشی که ارائه خواهد شد ابتدا باید سطرهائی از ماتریس Y_{bus} که شین های مربوط به آنها قرار است حذف شوند به سطرهای آخر Y_{bus} منتقل شوند. بعنوان مثال اگر بخواهیم ماتریس Y_{bus} مربوط به سیستم قدرت شکل (۶-۳) را با حذف شین های ۲ و ۴ به یک ماتریس ۲×۲ تبدیل کنیم ابتدا باید Y_{bus} را بصورت زیر مرتب کنیم :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = j\begin{bmatrix} -۱۶ & ۰ & ۵ & ۱۰ \\ ۰ & -۱۹ & ۸ & ۱۰ \\ ۵ & ۸ & -۱۷ & ۴ \\ ۱۰ & ۱۰ & ۴ & -۲۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \qquad (۶-۱۵)$$

سپس ماتریس Y_{bus} را مطابق زیر به چهار ماتریس کوچکتر تقسیم می کنیم :

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} Y_1 & Y_2 \\ \hline Y_3 & Y_4 \end{array}\right]\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} \qquad (۶-۱۶)$$

I_a و V_a بردار جریان و بردار ولتاژ شین هائی هستند که قرار است باقی بمانند و I_b و V_b بردار جریان و بردار ولتاژ شین هائی هستند که قرار است حذف شوند. بدیهی است که هر یک از عناصر I_b برابر صفر است. با حل رابطه(۶-۱۶) داریم :

$$I_a = Y_1V_a + Y_2V_b \qquad (۶-۱۷)$$

$$I_b = Y_3V_a + Y_4V_b \qquad (۶-۱۸)$$

V_b را از رابطه (۶-۱۸) بدست آورده و در رابطه (۶-۱۷) جایگزین می کنیم :

$$V_b = -Y_4^{-1}Y_3V_a$$

$$I_a = Y_1V_a - Y_2Y_4^{-1}\ Y_3V_a$$

$$I_a = \left(Y_1 - Y_2Y_4^{-1}Y_3\right)V_a \qquad (۶-۱۹)$$

از طرف دیگر برای شین هائی که قرار است باقی بمانند رابطه بین بردار جریان شین I_a و بردار ولتاژ شین V_a عبارتست از :

$$I_a = Y_{bus_{new}}V_a \qquad (۶-۲۰)$$

مقایسه روابط (۶-۱۹) و (۶-۲۰) نشان می دهد که ماتریس جدید ادمیتانس شین از رابطه زیر محاسبه می شود :

$$Y_{bus_{new}} = Y_1 - Y_2Y_4^{-1}\ Y_3 \qquad (۶-۲۱)$$

از آنجائیکه $Y_3 = Y_2^T$ ، می توان نوشت :

$$Y_{bus_{new}} = Y_1 - Y_2Y_4^{-1}Y_2^T \qquad (۶-۲۲)$$

مثال ۳-۶ شین های ۲ و ۴ در سیستم قدرت شکل (۳-۶) را حذف نمائید و سیستم معادل با ۲ شین را بدست آورید.

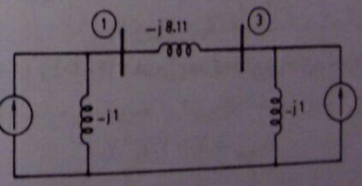
حل: ابتدا تقسیم بندی ماتریس Y_{bus} را انجام می دهیم. سپس با استفاده از رابطه (۲۲-۶) $Y_{bus_{new}}$ را محاسبه می کنیم:

$$Y_{bus} = j\begin{bmatrix} -16 & 0 & 5 & 10 \\ 0 & -19 & 8 & 10 \\ 5 & 8 & -17 & 4 \\ 10 & 10 & 4 & -24 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$Y_{bus_{new}} = j\left\{\begin{bmatrix} -16 & 0 \\ 0 & -19 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -17 & 4 \\ 4 & -24 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}\right\}$$

$$Y_{bus_{new}} = j\begin{bmatrix} -9.11 & 8.11 \\ 8.11 & -9.11 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

با توجه به این ماتریس، سیستم قدرت با دو شین ۱ و ۳ بصورت شکل (۷-۶) معادل سازی می شود:



شکل ۷-۶ مدار معادل سیستم قدرت شکل (۳-۶) با حذف شین های ۲ و ۴

در روش فوق الذکر باید ماتریس Y_4 معکوس گردد. برای اجتناب از معکوس کردن چنین ماتریسی می توان شین های سیستم را یک به یک حذف نمود. برای حذف یک شین، ابتدا

ماتریس Y_{bus} به ابعاد $n\times n$ را بصورت زیر در نظر می گیریم:

$$Y_{bus} = \left[\begin{array}{cccc|c} Y_{11} & Y_{12}\cdots & Y_{1j}\cdots & & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22}\cdots & Y_{2j}\cdots & & Y_{2n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2}\cdots & Y_{ij}\cdots & & Y_{in} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \hline Y_{n1} & Y_{n2}\cdots & Y_{nj}\cdots & & Y_{nn} \end{array}\right] \qquad (۲۳-۶)$$

ماتریس Y_{bus} جدید به ابعاد $(n-1)\ (n-1)$ برابر است با:

$$Y_{bus_{new}} = \begin{bmatrix} Y_{11_{new}}\cdots & Y_{1j_{new}}\cdots \\ \vdots & \vdots \\ Y_{i1_{new}}\cdots & Y_{ij_{new}}\cdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Y_{11}\cdots & Y_{1j}\cdots \\ \vdots & \vdots \\ Y_{i1}\cdots & Y_{ij}\cdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} - \frac{1}{Y_{nn}}\begin{bmatrix} Y_{1n} \\ \vdots \\ Y_{in} \\ \vdots \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_{n1}\cdots Y_{nj}\cdots \end{bmatrix}$$

$Y_{ij_{new}}$ عنصر ماتریس $Y_{bus_{new}}$ در سطر i و ستون j می باشد که از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Y_{ij_{new}} = Y_{ij} - \frac{Y_{in}Y_{nj}}{Y_{nn}} \qquad (۲۴-۶)$$

بنابراین $Y_{ij_{new}}$ به ازاء تمام مقادیر i و $j = 1,2,\dots,n-1$ باید محاسبه شود تا $Y_{bus_{new}}$ بدست آید.

مثال ۴-۶ در مثال (۳-۶) ابتدا شین ۴ و سپس شین ۲ را حذف کرده و ماتریس Y_{bus} با ابعاد 2×2 را بدست آورید.

حل: ماتریس Y_{bus} در رابطه (۱۵-۶) را در نظر می گیریم و براساس حذف شین ۴ عناصر $Y_{ij_{new}}$ را به ازاء $j=۱,۲,۳$ و i بدست می آوریم:

$$Y_{۱۱_{new}} = Y_{۱۱} - \frac{Y_{۱۴}Y_{۴۱}}{Y_{۴۴}} = j\left[-۱۶ - \frac{۱۰\times۱۰}{-۲۴}\right] = -j۱۱/۸۳ \quad pu$$

$$Y_{۲۲_{new}} = Y_{۲۲} - \frac{Y_{۲۴}Y_{۴۲}}{Y_{۴۴}} = j\left[-۱۹ - \frac{۱۰\times۱۰}{-۲۴}\right] = -j۱۴/۸۳ \quad pu$$

$$Y_{۲۳_{new}} = Y_{۲۳} - \frac{Y_{۲۴}Y_{۴۳}}{Y_{۴۴}} = j\left[\;۸ - \frac{۱۰\times۴}{-۲۴}\right] = -j۹/۶۷ \quad pu$$

بهمین ترتیب بقیه عناصر ماتریس را محاسبه می کنیم. ماتریس $Y_{bus_{new}}$ با حذف شین ۴ بصورت زیر بدست می آید:

$$Y_{bus_{new}} = j\begin{bmatrix} -۱۱/۸۳ & ۴/۱۷ & ۶/۶۷ \\ ۴/۱۷ & -۱۴/۸۳ & ۹/۶۷ \\ ۶/۶۷ & ۹/۶۷ & -۱۶/۳۳ \end{bmatrix} pu$$

برای حذف شین ۲ نیز باید عناصر $Y_{ij_{new}}$ را به ازاء $j=۱,۲$ و i محاسبه کرد:

$$Y_{۱۱_{new}} = j\left[-۱۱/۸۳ - \frac{۶/۶۷\times۶/۶۷}{-۱۶/۳۳}\right] = -j۹/۱۱ \quad pu$$

$$Y_{۲۲_{new}} = j\left[-۱۴/۸۳ - \frac{۹/۶۷\times۹/۶۷}{-۱۶/۳۳}\right] = -j۹/۱۱ \quad pu$$

$$Y_{۱۲_{new}} = j\left[۴/۱۷ - \frac{۶/۶۷\times۹/۶۷}{-۱۶/۳۳}\right] = -j۸/۱۱ \quad pu$$

$$Y_{bus_{new}} = j\begin{bmatrix} -۹/۱۱ & ۸/۱۱ \\ ۸/۱۱ & -۹/۱۱ \end{bmatrix} \quad pu$$

۴-۶ ترمیم ماتریس امپدانس شین

در مطالعه یک سیستم قدرت، براثر اضافه شدن شین جدید به سیستم و یا اضافه شدن

امپدانس به یکی از شین ها و یا بین شین ها ماتریس امپدانس شین Z_{bus} تغییر می کند. برای تعیین Z_{bus} جدید می توان ماتریس Y_{bus} را تشکیل داد و با معکوس نمودن آن Z_{bus} را بدست آورد، لیکن برای اجتناب از معکوس کردن ماتریس های بزرگ، ماتریس امپدانس شین را مستقیماً با تغییرات لازم ترمیم می کنیم. در اینجا حالت های مختلف ترمیم Z_{bus} براثر تغییر در امپدانس سیستم را مورد بررسی قرار می دهیم. توانائی در ترمیم ماتریس امپدانس شین موجب می شود تا بتوانیم این ماتریس را به روش مستقیم نیز تشکیل دهیم برای ترمیم Z_{bus} چهار حالت را در نظر می گیریم:

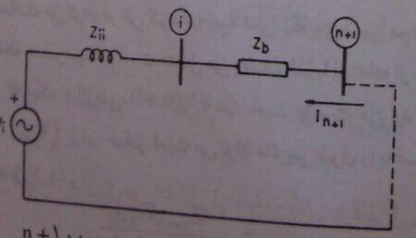
حالت اول: اضافه شدن امپدانس Z_b بین شین جدید و نقطه صفر

در این حالت شین جدید به هیچیک از شین های موجود سیستم اتصال ندارد. تعداد شین ها از n به $n+1$ افزایش یافته است، و لذا ماتریس امپدانس شین دارای ابعاد $(n+1)(n+1)$ خواهد بود. اگر ولتاژ شین جدید را با V_{n+1} و جریان تزریق شده به آنرا با I_{n+1} نشان دهیم داریم:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_{n+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} Z_{bus} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \\ \hline 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 & Z_b \end{array}\right]}_{Z_{bus_{new}}} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_{n+1} \end{bmatrix} \qquad (۶-۲۵)$$

حالت دوم: اضافه شدن امپدانس Z_b بین شین جدید و شین موجود شماره i

در این حالت چون شین جدید به شین موجود i متصل شده است، مدار معادل تونن



شکل ۸-۶ اتصال امپدانس Z_b بین شین موجود i و شین جدید $n+1$

سیستم را مطابق شکل (۸-۶) از دیدگاه شین i رسم می کنیم و امپدانس Z_b را بین شین جدید $n+1$ و شین i متصل می کنیم.

اگر جریان تزریقی به شین جدید را با I_{n+1} و ولتاژ آنرا V_{n+1} نشان دهیم داریم:

$$V_{n+1} = V_i + (Z_{ii} + Z_b) I_{n+1} \qquad (۶-۲۶)$$

V_i ولتاژ شین شماره i قبل از اتصال امپدانس Z_b است و مقدار آن از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_i = Z_{i1} I_1 + Z_{i2} I_2 + \ldots + Z_{in} I_n$$

با جایگزینی این مقدار V_i در رابطه (۶-۲۶) خواهیم داشت:

$$V_{n+1} = Z_{i1} I_1 + Z_{i2} I_2 + \ldots + Z_{in} I_n + (Z_{ii} + Z_b) I_{n+1} \qquad (۶-۲۷)$$

به این ترتیب یک معادله به معادلات ولتاژ و جریان سیستم اضافه می شود و $Z_{bus_{new}}$ بترتیب زیر بدست می آید:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_{n+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\left[\begin{array}{ccc|c} & & & Z_{1i} \\ & & & Z_{2i} \\ & Z_{bus} & & \vdots \\ & & & Z_{ni} \\ \hline Z_{i1} & Z_{i2} \cdots & Z_{in} & Z_{ii} + Z_b \end{array}\right]}_{Z_{bus_{new}}} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_{n+1} \end{bmatrix} \qquad (۶-۲۸)$$

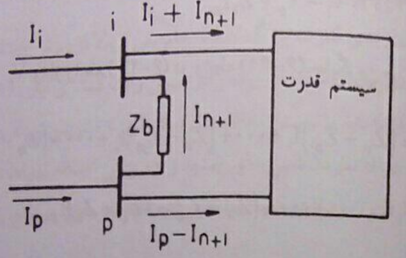
حالت سوم: اضافه شدن امپدانس Z_b بین شین موجود i و نقطه صفر

در این حالت می توان فرض کرد که امپدانس Z_b بین شین موجود i و شین جدید $n+1$ که همان نقطه صفر سیستم است متصل می باشد، لذا با استفاده از رابطه (۶-۲۸) ابتدا ماتریس $Z_{bus_{new}}$ که یک ماتریس $(n+1)(n+1)$ است بدست می آید. سپس از آنجائیکه ولتاژ نقطه صفر (V_{n+1}) برابر صفر است می توان ماتریس فوق را با استفاده از رابطه زیر به ماتریس $n \times n$ تبدیل کرد:

$$Z_{jk_{new}} = Z_{jk} - \frac{Z_{j(n+1)} Z_{(n+1)k}}{Z_{ii} + Z_b} \qquad (۶-۲۹)$$

حالت چهارم: اضافه شدن امپدانس Z_b بین دو شین موجود i و p

شکل (۹-۶) اتصال امپدانس Z_b بین دو شین موجود i و p از سیستم را نشان می دهد. همانطوریکه مشاهده می شود با عبور جریان I_{n+1} جریان تزریقی به شین i از مقدار I_i به $I_i + I_{n+1}$ و جریان تزریقی به شین p از مقدار I_p به $I_p - I_{n+1}$ تغییر می یابد.



شکل ۹-۶ اضافه شدن امپدانس Z_b بین دو شین موجود i و p

معادلات تعیین ولتاژ شین ها را می توان به ترتیب زیر نوشت:

$$V_1 = Z_{11} I_1 + \cdots + Z_{1i}(I_i + I_{n+1}) + \cdots + Z_{1p}(I_p - I_{n+1}) + \cdots$$
$$\vdots$$
$$V_i = Z_{i1} I_1 + \cdots + Z_{ii}(I_i + I_{n+1}) + \cdots + Z_{ip}(I_p - I_{n+1}) + \cdots$$
$$\vdots$$
$$V_p = Z_{p1} I_1 + \cdots + Z_{pi}(I_i + I_{n+1}) + \cdots + Z_{pp}(I_p - I_{n+1}) + \cdots$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

این معادلات را بصورت زیر مرتب می کنیم:

$$V_1 = Z_{11} I_1 + \cdots + Z_{1i} I_i + \cdots + Z_{1p} I_p + \cdots + (Z_{1i} - Z_{1p}) I_{n+1}$$
$$\vdots$$
$$V_i = Z_{i1} I_1 + \cdots + Z_{ii} I_i + \cdots + Z_{ip} I_p + \cdots + (Z_{ii} - Z_{ip}) I_{n+1} \qquad (۶-۳۰)$$
$$\vdots$$
$$V_p = Z_{p1} I_1 + \cdots + Z_{pi} I_i + \cdots + Z_{pp} I_p + \cdots + (Z_{pi} - Z_{pp}) I_{n+1}$$
$$\vdots$$

جریان I_{n+1} بر حسب ولتاژ شین های i و p برابر است با:

$$I_{n+1} = \frac{V_p - V_i}{Z_b}$$

و یا:

$$0 = V_i - V_p + Z_b I_{n+1} \qquad (6-31)$$

مقادیر V_i و V_p را از رابطه (۶-۳۰) در رابطه (۶-۳۱) جایگزین می کنیم:

$$0 = (Z_{i1} - Z_{p1})I_1 + \cdots + (Z_{ii} - Z_{pi})I_i + \cdots + (Z_{ip} - Z_{pp})I_p$$
$$+ \cdots + (Z_{ii} + Z_{pp} - 2Z_{ip} + Z_b)I_{n+1} \qquad (6-32)$$

با اضافه شدن این معادله به معادله اولیه $V = Z_{bus}I$ رابطه بین ولتاژ شین ها و جریان شین ها بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_p \\ \vdots \\ V_n \\ \hline 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} & Z_{1i} - Z_{1p} \\ & \vdots \\ & Z_{ii} - Z_{ip} \\ Z_{bus} & \vdots \\ & Z_{pi} - Z_{pp} \\ & \vdots \\ & Z_{ni} - Z_{np} \\ \hline (Z_{i1} - Z_{p1}) \cdots (Z_{ip} - Z_{pp}) \cdots & Z_{n+1} \end{array}\right]}_{Z_{bus_{n+1}}} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_p \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_{n+1} \end{bmatrix} \qquad (6-33)$$

در اینجا Z_{n+1} طبق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Z_{n+1} = Z_{ii} + Z_{pp} - 2Z_{ip} + Z_b \qquad (6-34)$$

چون $V_{n+1} = 0$ است لذا می توان ماتریس $Z_{bus_{n+1}}$ را با استفاده از رابطه زیر به ماتریس $n \times n$

تبدیل نمود و $Z_{bus_{new}}$ را بدست آورد:

$$Z_{jk_{new}} = Z_{jk} - \frac{Z_{j(n+1)} Z_{(n+1)k}}{Z_{n+1}} \qquad (6-35)$$

۶-۵ روش مستقیم تشکیل Z_{bus}

در سیستم های قدرت بزرگ تشکیل ماتریس Z_{bus} از روش مستقیم در مقایسه با تعیین Y_{bus} و معکوس نمودن آن ساده تر بوده و در ضمن وقت کمتری نیاز دارد. برای تشکیل Z_{bus} از روش مستقیم ابتدا باید با نوشتن معادله برای یک شین، ماتریس Z_{bus} را با ابعاد 1×1 بدست آورد، سپس با اضافه نمودن شین های جدید و همچنین اضافه نمودن امپدانس بین شین ها بتدریج Z_{bus} را ترمیم نمود تا در انتهای با تاثیر کلیه امپدانس های سیستم Z_{bus} بدست آید.

مثال ۵-۶ در سیستم قدرت شکل (۲-۶) ماتریس Z_{bus} را از روش مستقیم بدست آورید.

حل: ابتدا معادله ولتاژ و جریان را برای شین ۱ می نویسیم:

$$V_1 = j1 I_1$$

$$Z_{bus_1} = j1 \quad pu$$

امپدانس $Z_b = j0.2$ pu را بین شین موجود ۱ و شین جدید ۲ در نظر گرفته و مطابق حالت دوم ترمیم Z_{bus} داریم:

$$Z_{bus_2} = \begin{bmatrix} j1 & j1 \\ j1 & j1.2 \end{bmatrix} \quad pu$$

امپدانس $Z_b = j0.125$ pu را بین شین موجود ۲ و شین جدید ۳ در نظر می گیریم. در این صورت مطابق حالت دوم ترمیم Z_{bus} خواهیم داشت:

$$Z_{bus_3} = \left[\begin{array}{cc|c} j1 & j1 & j1 \\ j1 & j1.2 & j1.2 \\ \hline j1 & j1.2 & j1.325 \end{array}\right] \quad pu$$

با توجه به اتصال امپدانس $Z_b = j1$ pu بین شین موجود ۳ و نقطه صفر سیستم و براساس حالت سوم ترمیم Z_{bus} می توان نوشت:

$$Z_{bus} = j\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/325 & 1/325 \\ \hline 1 & 1/2 & 1/325 & 2/325 \end{array}\right] \text{pu}$$

ماتریس ۴×۴ فوق را به ماتریس ۳×۳ تبدیل می کنیم. دو نمونه از محاسبه در زیر آمده است:

$$Z_{11} = j\left[1 - \frac{1\times 1}{2/325}\right] = j0/57 \quad \text{pu}$$

$$Z_{23} = j\left[1/2 - \frac{1/2\times 1/325}{2/325}\right] = j0/516 \quad \text{pu}$$

$$Z_{bus} = j\begin{bmatrix} 0/57 & 0/484 & 0/43 \\ 0/484 & 0/581 & 0/516 \\ 0/43 & 0/516 & 0/57 \end{bmatrix} \text{pu}$$

حال امپدانس $Z_b = j0/1$ pu را بین شین موجود ۳ و شین جدید ۴ در نظر می گیریم. با توجه به حالت دوم ترمیم Z_{bus} خواهیم داشت:

$$Z_{bus} = j\left[\begin{array}{ccc|c} 0/57 & 0/484 & 0/43 & 0/43 \\ 0/484 & 0/581 & 0/516 & 0/516 \\ 0/43 & 0/516 & 0/57 & 0/57 \\ \hline 0/43 & 0/516 & 0/57 & 0/67 \end{array}\right] \text{pu}$$

امپدانس $Z_b = j0/1$ pu بین دو شین موجود ۱ و ۴ متصل شده است، لذا براساس حالت چهارم ترمیم Z_{bus} داریم:

$$Z_{bus} = j\left[\begin{array}{cccc|c} 0/57 & 0/484 & 0/43 & 0/43 & 0/14 \\ 0/484 & 0/581 & 0/516 & 0/516 & -0/032 \\ 0/43 & 0/516 & 0/57 & 0/57 & -0/14 \\ 0/43 & 0/516 & 0/57 & 0/67 & -0/24 \\ \hline 0/14 & -0/032 & -0/14 & -0/24 & 0/48 \end{array}\right] \text{pu}$$

ماتریس فوق باید به یک ماتریس ۴×۴ تبدیل شود. سه نمونه از محاسبه عناصر ماتریس جدید بترتیب زیر است:

$$Z_{22} = j\left[0/581 - \frac{0/032\times 0/032}{0/48}\right] = j0/579 \quad \text{pu}$$

$$Z_{13} = j\left[0/43 + \frac{0/14\times 0/14}{0/48}\right] = j0/471 \quad \text{pu}$$

$$Z_{24} = j\left[0/516 - \frac{0/032\times 0/24}{0/48}\right] = j0/5 \quad \text{pu}$$

$$Z_{bus} = j\begin{bmatrix} 0/529 & 0/493 & 0/471 & 0/5 \\ 0/493 & 0/579 & 0/507 & 0/5 \\ 0/471 & 0/507 & 0/529 & 0/5 \\ 0/5 & 0/5 & 0/5 & 0/55 \end{bmatrix} \text{pu}$$

حال با در نظر گرفتن امپدانس $Z_b = j0/25$ pu بین شین های ۲ و ۴ و با استفاده از محاسبات حالت چهارم ترمیم Z_{bus} می توان نوشت:

$$Z_{bus} = j\left[\begin{array}{cccc|c} 0/529 & 0/493 & 0/471 & 0/5 & -0/007 \\ 0/493 & 0/579 & 0/507 & 0/5 & 0/079 \\ 0/471 & 0/507 & 0/529 & 0/5 & 0/007 \\ 0/5 & 0/5 & 0/5 & 0/55 & -0/05 \\ \hline -0/007 & 0/079 & 0/007 & -0/05 & 0/379 \end{array}\right] \text{pu}$$

با تبدیل ماتریس فوق به ماتریس ۴×۴ ماتریس نهائی Z_{bus} بدست می آید. سه مقدار از عناصر ماتریس Z_{bus} بعنوان نمونه محاسبه شده اند:

$$Z_{۳۳} = j\left[۰/۵۲۹ - \frac{۰/۰۰۷ \times ۰/۰۰۷}{۰/۳۷۹}\right] = j۰/۵۲۹$$

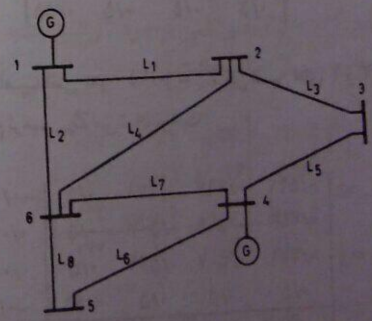
$$Z_{۱۲} = j\left[۰/۴۹۳ + \frac{۰/۰۰۷ \times ۰/۰۷۹}{۰/۳۷۹}\right] = j۰/۴۹۴$$

$$Z_{۳۴} = j\left[۰/۵ + \frac{۰/۰۰۷ \times ۰/۰۵}{۰/۳۷۹}\right] = j۰/۵۰۱ \quad pu$$

$$Z_{bus} = j\begin{bmatrix} ۰/۵۲۹ & ۰/۴۹۴ & ۰/۴۷۱ & ۰/۴۹۹ \\ ۰/۴۹۴ & ۰/۵۶۳ & ۰/۵۰۵ & ۰/۵۱۰ \\ ۰/۴۷۱ & ۰/۵۰۵ & ۰/۵۲۹ & ۰/۵۰۱ \\ ۰/۴۹۹ & ۰/۵۱۰ & ۰/۵۰۱ & ۰/۵۴۳ \end{bmatrix} \quad pu$$

۶-۶ تشکیل Y_{bus} و Z_{bus} با استفاده از کامپیوتر

نحوه تشکیل ماتریس های ادمیتانس و امپدانس شین بستگی به نوع استفاده از آنها دارد. اگر بخواهیم ماتریس Y_{bus} را برای مطالعه پخش بار[1] سیستم بدست آوریم، باید توجه



شکل ۱۰-۶ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

1. Load Flow

کنیم که در حالت بارداری ولتاژ شین هائی که دارای ژنراتور هستند در مقدار ثابتی کنترل می شود و لذا می توانیم این شین ها را منابع ولتاژی با دامنه ثابت در نظر گرفته و راکتانس ژنراتورها را در محاسبات منظور نکنیم. در این حالت فقط امپدانس های بین شین ها تعیین کننده ماتریس Y_{bus} خواهند بود.

در شکل (۱۰-۶) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت دیده می شود. تعداد شین های این سیستم $n = ۶$ و تعداد خطوط آن $l = ۸$ می باشد. خطوط انتقال ۱۳۲KV بوده و قدرت مبنای سیستم ۱۰۰MVA انتخاب شده است.

برای تشکیل ماتریس Y_{bus} این سیستم باید اطلاعات خطوط[1] بطور کامل به کامپیوتر داده شود. برای هر خط انتقال باید اطلاعات زیر در دسترس باشد:

۱) شماره خط انتقال i

۲) شماره دو شینی که خط انتقال بین آنها قرار دارد. شین مبداء را با SB_i و شماره شین انتهائی را با EB_i نشان می دهیم.

۳) طول خط بر حسب کیلومتر

۴) مقاومت اهمی R_i و راکتانس سری خط X_i بر حسب اهم بر کیلومتر

۵) ساسپتانس خازنی B_i بر حسب ℧/Km

۶) ولتاژ خط انتقال V_i

برای مثال، اطلاعات خطوط انتقال سیستم قدرت شکل (۱۰-۶) در جدول (۱-۶) داده شده است.

ابتدا با داشتن ولتاژ هر خط انتقال، امپدانس مبنای خط را بدست آورده و مقادیر داده شده R_i و X_i و B_i را بر حسب pu بدست می آوریم. امپدانس مبنا برای خط شماره i از رابطه زیر بدست می آید:

$$Z_{b_i} = \frac{V_i^۲}{S_b} = \frac{V_i^۲}{۱۰۰} \quad \Omega$$

در این رابطه V_i برحسب KV بوده و $S_b = ۱۰۰MVA$ می باشد. بعنوان نمونه خطوط شماره ۱ و ۳ را در نظر گرفته و محاسبات زیر را انجام می دهیم. برای بقیه خطوط نیز بهمین ترتیب

1. Line Data

عمل کرده و اطلاعات خطوط را بر حسب pu کامل می کنیم:

جدول ۱-۶ اطلاعات خطوط سیستم قدرت شکل (۱۰-۶)

شماره خط	شین مبدا	شین انتهائی	طول Km	R Ω/Km	X Ω/Km	B ℧/Km
۱	۱	۲	۷۲	۰/۱۸۶	۰/۷۴۵	$۴/۸\times۱۰^{-۶}$
۲	۱	۶	۵۶/۵	۰/۱۸۶	۰/۷۴۵	$۱/۷۳\times۱۰^{-۶}$
۳	۲	۳	۸۰	۰/۰۷۸۴	۰/۵۵۱	$۱/۵۸\times۱۰^{-۶}$
۴	۲	۶	۱۰۰	۰/۰۷۳۲	۰/۵۱۹	$۶/۸۹\times۱۰^{-۷}$
۵	۳	۴	۵۰	۰/۰۷۶۷	۰/۵۳۶۷	$۱/۷۲\times۱۰^{-۶}$
۶	۴	۵	۷۰	۰/۰۸۲۱	۰/۴۹۲۸	$۱/۶۴\times۱۰^{-۶}$
۷	۴	۶	۴۰	۰/۰۷۴	۰/۴۴۴۳	$۲/۸۷\times۱۰^{-۶}$
۸	۵	۶	۱۲۰	۰/۱۰۰۲	۰/۴۰۰۷	$۲/۴۴\times۱۰^{-۶}$

$$Z_{b_۱} = Z_{b_۲} = \frac{V_۱^۲}{۱۰۰} = \frac{(۱۳۲)^۲}{۱۰۰} = ۱۷۴/۲۴ \quad \Omega$$

$$Z_۱ = R_۱ + jX_۱ = \frac{(۰/۱۸۶ + j۰/۷۴۵)\times ۷۲}{۱۷۴/۲۴} = ۰/۰۷۷ + j۰/۳۰۸ \quad pu$$

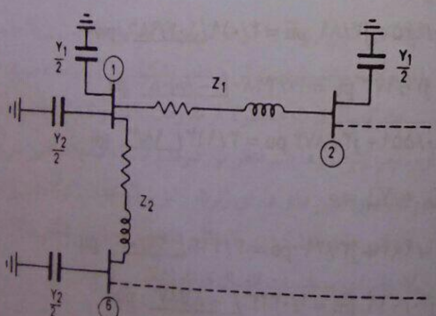
$$Y_۱ = jB_۱ = j۴/۸\times۱۰^{-۶}\times ۷۲(۱۷۴/۲۴) = j۰/۰۶ \quad pu$$

$$Z_۲ = R_۲ + jX_۲ = \frac{(۰/۰۷۸۴ + j۰/۵۵۱)\times ۸۰}{۱۷۴/۲۴} = ۰/۰۳۶ + j۰/۲۵۳ \quad pu$$

$$Y_۲ = jB_۲ = j۱/۵۸\times۱۰^{-۶}\times ۸۰(۱۷۴/۲۴) = j۰/۰۲۲ \quad pu$$

شماره خط	Z_i(pu)	Y_i(pu)
۱	۰/۰۷۷ + j۰/۳۰۸	j۰/۰۶
۲	۰/۰۶ + j۰/۲۴۳	j۰/۰۱۷
۳	۰/۰۳۶ + j۰/۲۵۳	j۰/۰۲۲
۴	۰/۰۴۲ + j۰/۲۹۸	j۰/۰۱۲
۵	۰/۰۲۲ + j۰/۱۵۴	j۰/۰۱۵
۶	۰/۰۳۳ + j۰/۱۹۸	j۰/۰۲
۷	۰/۰۱۷ + j۰/۱۰۲	j۰/۰۲
۸	۰/۰۶۹ + j۰/۲۷۶	j۰/۰۵۱

برای مدلسازی خط انتقال از مدار اسمی π استفاده می کنیم و لذا هر خط انتقال با امپدانس Z_i بین دو شین مبداء و انتهائی و ادمیتانس $\frac{۱}{۲}Y_i$ روی هر یک از این شین ها نشان داده می شود. در شکل (۱۱-۶) مدار معادل خطوط انتقال $L_۱$ و $L_۲$ که به شین ۱ اتصال دارند نشان داده شده است.



شکل ۱۱-۶ قسمتی از مدار معادل سیستم قدرت شکل (۱۰-۶) شامل خطوط $L_۱$ و $L_۲$

عناصر ماتریس Y_{bus} با توجه به مدار اسمی π خطوط انتقال بدست می آیند. بعنوان

مثال $Y_{۱۱}$ و $Y_{۱۲}$ و $Y_{۱۶}$ به این ترتیب محاسبه می شوند:

$$Y_{۱۱} = \frac{۱}{Z_۱} + \frac{۱}{Z_۲} + \frac{۱}{۲}Y_۱ + \frac{۱}{۲}Y_۲$$

$$= \frac{۱}{۰/۰۷۷ + j۰/۳۰۸} + \frac{۱}{۰/۰۶ + j۰/۲۴۲} + \frac{۱}{۲}(j۰/۰۶) + \frac{۱}{۲}(j۰/۰۱۷)$$

$$= ۱/۷۲۹ - j۶/۹۱ \quad pu$$

$$Y_{۱۲} = -\frac{۱}{Z_۱} = -\frac{۱}{۰/۰۷۷ + j۰/۳۰۸} = -۰/۷۶۴ + j۳/۰۵۶ \quad pu$$

$$Y_{۱۶} = -\frac{۱}{Z_۲} = -\frac{۱}{۰/۰۶ + j۰/۲۴۲} = -۰/۹۶۵ + j۳/۸۹ \quad pu$$

با محاسبه بقیه عناصر، ماتریس Y_{bus} بترتیب زیر تشکیل می گردد:

$$Y_{۱۱} = ۱/۷۲۹ - j۶/۹۱ \ pu = ۷/۱۲۳ \angle -۷۵/۹۵^\circ \ pu$$

$$Y_{۱۲} = Y_{۲۱} = -۰/۷۶۴ + j۳/۰۵۶ \ pu = ۳/۱۵ \angle ۱۰۴/۰۴^\circ \ pu$$

$$Y_{۱۳} = Y_{۳۱} = Y_{۱۵} = Y_{۵۱} = Y_{۱۴} = Y_{۴۱} = ۰$$

$$Y_{۱۶} = Y_{۶۱} = -۰/۹۶۵ + j۳/۸۹ \ pu = ۴/۰۱۱ \angle ۱۰۳/۹۸^\circ \ pu$$

$$Y_{۲۲} = ۱/۷۷۹ - j۱۰/۱۷۳ \ pu = ۱۰/۳۲۸ \angle -۸۰/۰۸^\circ \ pu$$

$$Y_{۲۳} = Y_{۳۲} = -۰/۵۵۱ + j۳/۸۷۴ \ pu = ۳/۹۱۳ \angle ۹۸/۱^\circ \ pu$$

$$Y_{۲۴} = Y_{۴۲} = Y_{۲۵} = Y_{۵۲} = ۰$$

$$Y_{۲۶} = Y_{۶۲} = -۰/۴۶۴ + j۳/۲۹ \ pu = ۳/۳۲۳ \angle ۹۸/۰۳^\circ \ pu$$

$$Y_{۳۳} = ۱/۴۶ - j۱۰/۲۱۹ \ pu = ۱/۰۳۲۳ \angle -۸۷۸۷^\circ \ pu$$

$$Y_{۳۴} = Y_{۴۳} = -۰/۹۰۹ + j۶/۳۶۴ \ pu = ۶/۴۲۸ \angle -۹۸/۱۳^\circ \ pu$$

$$Y_{۳۵} = Y_{۵۳} = Y_{۳۶} = Y_{۶۳} = ۰$$

$$Y_{۴۴} = ۳/۳۱۸ - j۲۰/۷۸۹ pu = ۲۱/۰۵۲ \angle -۸۰/۹۳^\circ \ pu$$

$$Y_{۴۵} = Y_{۵۴} = -۰/۸۱۹ + j۴/۹۱۴ pu = ۴/۹۸۲ \angle ۹۹/۴۶^\circ \ pu$$

$$Y_{۴۶} = Y_{۶۴} = -۱/۵۹ + j۹/۵۳۹ pu = ۹/۶۷۱ \angle ۹۹/۴۶^\circ \ pu$$

$$Y_{۵۵} = ۱/۶۷۲ - j۸/۲۸۹ pu = ۸/۴۵۵ \angle -۷۸/۶^\circ \ pu$$

$$Y_{۵۶} = Y_{۶۵} = -۰/۸۵۳ + j۳/۴۱ pu = ۳/۵۱۵ \angle ۱۰۴/۰۴^\circ \ pu$$

$$Y_{۶۶} = ۳/۸۷۱ - j۲۰/۰۸۲ pu = ۲۰/۴۵۲ \angle -۷۹/۰۹^\circ \ pu$$

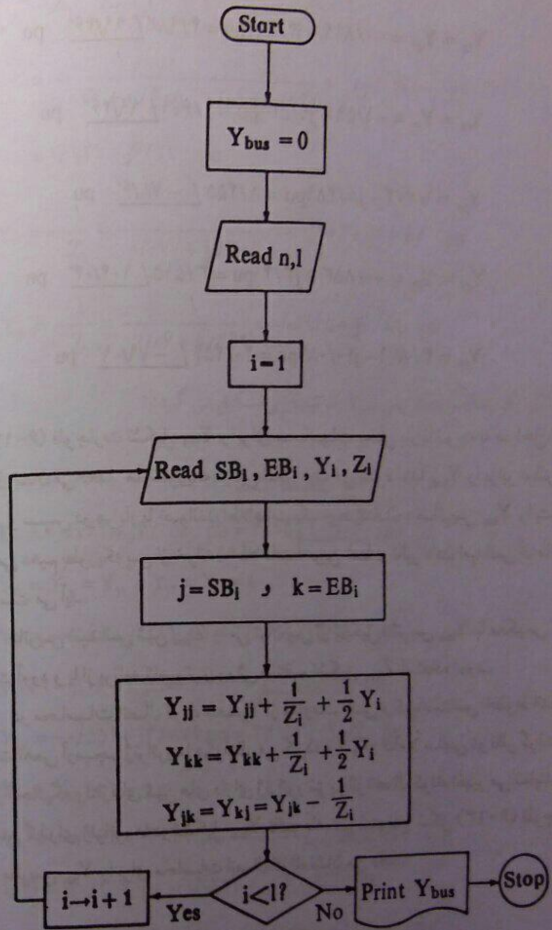
شکل (۱۲-۶) فلوچارت تشکیل Y_{bus} را برای محاسبات پخش بار با توجه به مراحل انجام شده فوق نشان می دهد. همانطوریکه در این شکل دیده می شود ابتدا Y_{bus} را برابر صفر قرار می دهیم و سپس در هر بار با خواندن اطلاعات یک خط انتقال، ماتریس Y_{bus} را بتدریج تشکیل می دهیم بطوریکه پس از خواندن اطلاعات آخرین خط و تاثیر دادن امپدانس آن ماتریس Y_{bus} بدست می آید.

ماتریس امپدانس شین Z_{bus} را می توان پس از تشکیل ماتریس Y_{bus} با معکوس کردن آن بدست آورد و یا از برنامه کامپیوتری روش مستقیم تشکیل Z_{bus} استفاده نمود.

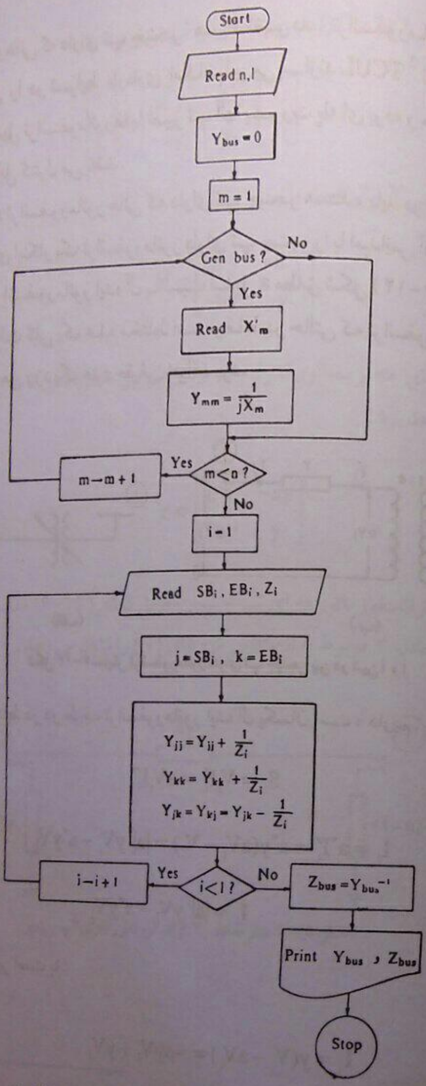
در محاسبات اتصال کوتاه معمولاً از مقاومت اهمی و کاپاسیتانس خطوط انتقال و مقاومت اهمی آرمیچر ژنراتورها صرفنظر می گردد و شبکه کاملاً سلفی در نظر گرفته می شود. از آنجائیکه ولتاژهای شین های دارای ژنراتور نیز براثر اتصال کوتاه تغییر می نمایند، لذا راکتانس گذرای ژنراتورها در تشکیل Y_{bus} تاثیر داده می شوند. شکل (۱۳-۶) فلوچارت تشکیل ماتریس Y_{bus} را برای محاسبات اتصال کوتاه نشان می دهد.

۶-۷ تاثیر ترانسفورماتورهای متغیر در ماتریس Y_{bus}

در فصول بعد خواهیم دید که قدرت های اکتیو توسط زاویه ولتاژ شین ها و قدرت های راکتیو توسط دامنه ولتاژ شین ها قابل کنترل هستند. دامنه ولتاژ را می توان بوسیله



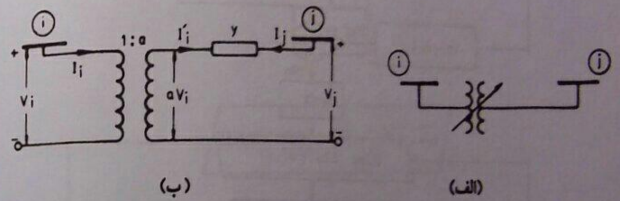
شکل ۱۲-۶ فلوچارت تشکیل ماتریس Y_{bus} برای محاسبات پخش بار



شکل ۱۳-۶ فلوچارت تشکیل Y_{bus} و Z_{bus} برای محاسبات اتصال کوتاه

ترانسفورماتورهائی که دارای تپ چینجر[1] هستند تغییر داد. ترانسفورماتور هائی که تغییر نسبت تبدیل را در شرایط بارداری امکان پذیر می سازند TCUL[2] نامیده می شوند. تغییر نسبت تبدیل ترانسفوماتورها با تغییر تپ آنها بصورت پله ای بوده و معمولاً این نسبت تا ۱۰± دوصد قابل کنترل می باشد.

وجود ترانسفورماتور هائی که دارای تپ چینجر هستند، باید در ماتریس Y_{bus} تاثیر داده شوند. برای اینکار یک ترانسفورماتور دارای تپ چینجر را با امپدانس آن و یا ادمیتانس آن، متصل به یک ترانسفورماتور ایده آل با نسبت تبدیل a مطابق شکل (۱۴-۶) نشان می دهیم. ضریب a در حالت کلی یک عدد مختلط است و فقط در حالتی که ترانسفورماتور برای کنترل دامنه ولتاژ بکار می رود یک عدد حقیقی خواهد بود.



شکل ۱۴-۶ نمایش ترانسفورماتور دارای تپ چینجر بین دو شین i و j

چون قدرت مختلط در دو طرف ترانسفورماتور ایده آل یکسان است، داریم:

$$S_i = V_i I_i^* = aV_i I_i'^*$$

و در نتیجه

$$I_i = a^* I_i' = a^* y(aV_i - V_j) = |a|^2 yV_i - a^* yV_j$$

$$I_i = |a|^2 yV_i - a^* yV_j \qquad (۶\text{-}۳۶)$$

جریان I_j نیز برابر است با:

$$I_j = y(V_j - aV_i) = -ayV_i + yV_j \qquad (۶\text{-}۳۷)$$

1. Tap Changer
2. Tap - Changing - Under - Load Transformers

روابط (۳۶-۶) و (۳۷-۶) را بصورت ماتریس می نویسیم:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |a|^2 y & -a^* y \\ -ay & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

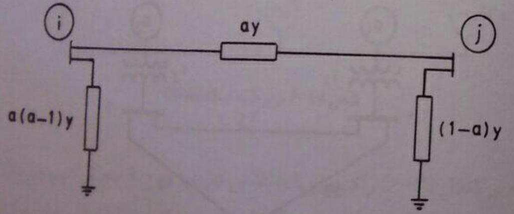
و بنابراین ماتریس Y برابر است با:

$$Y = \begin{bmatrix} |a|^2 y & -a^* y \\ -ay & y \end{bmatrix} \qquad (۶\text{-}۳۸)$$

اگر ترانسفورماتور متغیر بمنظور کنترل دامنه ولتاژ طراحی شده باشد $a = a^*$ و لذا ماتریس Y به اینصورت خواهد بود:

$$Y = \begin{bmatrix} a^2 y & -ay \\ -ay & y \end{bmatrix} \qquad (۶\text{-}۳۹)$$

در این حالت ترانسفورماتور دارای تپ چینجر مطابق شکل (۱۵-۶) مدلسازی می شود. این مدل، مدار معادل π مربوط به ادمیتانس گره های i و j را نشان می دهد.



شکل ۱۵-۶ مدار معادل π ترانسفورماتور دارای تپ چینجر

مسائل فصل ششم

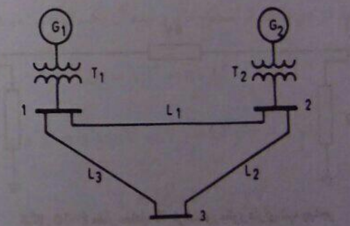
۶-۱ ماتریس ادمیتانس شین Y_{bus} را برای سیستم قدرت شکل (۶-۱۶) در قدرت مبنای ۱۰۰MVA بدست آورید. سپس ماتریس امپدانس شین $Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$ را تشکیل دهید. راکتانس خطوط انتقال L_1 و L_2 و L_3 بترتیب ۰/۱pu، ۰/۰۵pu و ۰/۱pu در مبنای ۱۰۰MVA و ۱۳۲KV بوده و اطلاعات ژنراتورها و ترانسفورماتورها بشرح زیر است:

G_1 : ۷۵MVA , ۲۰KV , X′ = ٪ ۲۲/۵

G_2 : ۱۰۰MVA , ۲۰KV , X′ = ٪ ۱۷

T_1 : ۱۰۰MVA , ۱۳۲/۲۰KV , X = ٪۱۰

T_2 : ۱۲۵MVA , ۱۳۲/۲۰KV , X = ٪۱۰



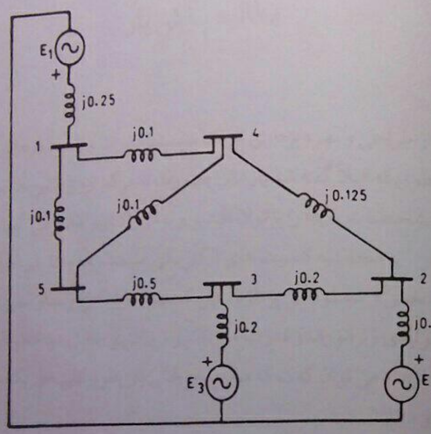
شکل ۶-۱۶ مربوط به مساله (۶-۱)

۶-۲ اگر در مساله (۶-۱) نیروی محرکه ژنراتورها بترتیب $E_1 = 1\angle 0^\circ$ pu و $E_2 = 1/2\angle 20^\circ$ pu باشند ولتاژ شین ها را محاسبه کنید.

۶-۳ در مساله (۶-۱) ماتریس امپدانس شین Z_{bus} را از روش مستقیم تشکیل دهید.

۶-۴ اگر خط انتقال L_4 با راکتانس ۰/۱pu را موازی خط L_1 (بین دو شین ۱ و ۲) سیستم قدرت شکل (۶-۱۶) نصب کنیم ماتریس ترمیم شده Z_{bus} و ولتاژ شین ها را براثر اتصال این خط جدید بدست آورید.

۶-۵ در سیستم قدرت شکل (۶-۱۷) مقادیر امپدانس ها بر حسب pu مشخص شده اند. ماتریس Y_{bus} را بدست آورده و با حذف شین های ۴ و ۵ ماتریس جدید ادمیتانس شین را تشکیل دهید. سپس سیستم معادل با ۳ شین را رسم کرده و مقادیر امپدانس ها را بر حسب pu روی آن مشخص کنید.



شکل ۶-۱۷ مربوط به مساله (۶-۵)

۶-۶ چنانچه در شکل (۶-۳) راکتوری با راکتانس ۵pu به شین ۲ متصل کنیم جریان راکتور و ولتاژ شین ها را پس از نصب راکتور از روش عنوان شده در قسمت (۶-۲) محاسبه کنید.

۶-۷ در شکل (۶-۳)، ماتریس امپدانس شین Z_{bus} را پس از نصب راکتور فوق الذکر ترمیم نموده و ولتاژ شین ها را با Z_{bus} جدید بدست آورید و آنها را با نتایج مساله (۶-۶) مقایسه کنید.

۶-۸ اگر در مساله (۶-۵) عناصر بین شین های ۳ و ۵ و همچنین بین شین های ۱ و ۵ ترانسفورماتورهائی با تپ ۱/۰۵ و امپدانس j۰/۱pu باشند، ماتریس Y_{bus} را بدست آورده و پس از حذف شین ۴ ماتریس Y_{bus} (۴×۴) را تشکیل دهید.

فصل هفتم

مطالعه پخش بار

۱-۷ مقدمه

هدف از طراحی و بهره برداری از یک سیستم قدرت، تامین بارهای مورد نیاز شبکه می باشد. همانطوریکه قبلاً گفته شد بارها را بصورت متمرکز روی شین ها در نظر می گیریم. در اینصورت مشخصات بارها را با توان اکتیو و توان راکتیو مصرفی آنها نشان می دهیم. مطالعه پخش بار [1] به محاسبه کمیت های الکتریکی سیستم قدرت در حالت ماندگار [2] به ازاء بارهای مشخص و معلوم می پردازد. این کمیت ها شامل ولتاژ شین ها، قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتورها و قدرت های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال می باشد. بنابراین بطور خلاصه می توان گفت که محاسبه پخش بار بطور کلی حل یک سیستم قدرت در حالت ماندگار و متقارن است.

در حقیقت طراحی و توسعه آینده سیستم با توجه به رشد بار و لزوم اضافه کردن ژنراتورها، ترانسفورماتورها و خطوط جدید در سیستم بدون مطالعه پخش بار امکان پذیر نمی باشد. همچنین مطالعه پخش بار نقش اساسی را در بررسی وضعیت فعلی یک سیستم و تصمیم گیری در مورد بهترین شرایط بهره برداری از آن را بعهده دارد. در این فصل ابتدا به تشریح مساله پخش بار پرداخته و پس از تعیین معادلات مربوطه، روش های عددی برای حل این معادلات را مورد بررسی قرار می دهیم و در نهایت چگونگی استفاده از کامپیوتر در حل مساله پخش بار را مطالعه خواهیم نمود.

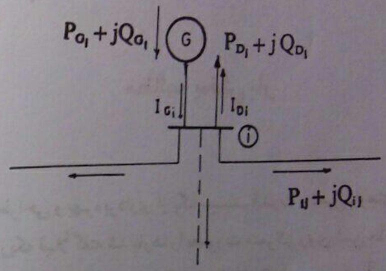
---

1. Load Flow Study

2. Steady State

۲-۷ رابطه کمیت های الکتریکی در یک شین

در شکل (۱-۷) شین شماره i از یک سیستم قدرت در حالت کلی نشان داده شده است. در این شکل P_{Gi} و Q_{Gi} قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتور، P_{Di} و Q_{Di} قدرت های اکتیو و راکتیو مصرفی بار و V_i ولتاژ شین i می باشند. هر شین از سیستم قدرت در حالت کلی می تواند دارای ژنراتور و بار، فاقد هر دو و یا فاقد یکی از آن دو باشد.



شکل ۱-۷ قدرتهای تولیدی و مصرفی در یک شین

قدرت تولیدی این شین عبارتست از:

$$S_{G_i} = P_{G_i} + jQ_{G_i}$$

همچنین قدرت مختلط مصرفی این شین را به صورت زیر نشان می دهیم:

$$S_{D_i} = P_{D_i} + jQ_{D_i}$$

قدرت های اکتیو و راکتیو و مختلط شین i طبق روابط زیر تعریف می شوند:

$$P_i = P_{G_i} - P_{D_i}$$

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{D_i} \qquad (۱-۷)$$

$$S_i = P_i + jQ_i$$

جریان شین i نیز از رابطه زیر بدست می آید:

$$I_i = I_{G_i} - I_{D_i} \qquad (۲-۷)$$

که در آن I_{G_i} جریان تولیدی شین، I_{D_i} جریان مصرفی شین و I_i جریان شین i می باشند. بین P_i، Q_i، V_i و I_i معادله زیر برقرار است:

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^*$$

$$I_i^* = \frac{P_i + jQ_i}{V_i}$$

و از آنجا:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \qquad (۳-۷)$$

در این معادله $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ می باشد که در آن δ_i زاویه ولتاژ شین i نسبت به شین اصلی (مرجع) می باشد.

۳-۷ انواع شین ها از دید مساله پخش بار

برای شروع بررسی مساله پخش بار، شین های سیستم قدرت را به سه دسته تقسیم می کنیم.

الف - شین اصلی (شین اسلک): از آنجا که ولتاژ و جریان شین ها اعداد مختلط هستند لذا یکی از شین های سیستم را بعنوان مرجع در نظر گرفته و اختلاف زاویه بقیه کمیت ها را با آن می سنجیم. این شین را شین اصلی [1] یا اسلک [2] نامیده و معمولاً آنرا بعنوان شین شماره ۱ در نظر می گیریم.

زاویه ولتاژ شین اصلی (δ_1) برابر صفر منظور می گردد. از طرف دیگر با توجه به جمع بارهای مصرفی یک شبکه، قدرت تولیدی ژنراتورها (P_{G_i}) معلوم است. لیکن قبل از محاسبه پخش بار، تلفات سیستم مجهول بوده و لذا ضروری است که در یکی از شین ها قدرت های تولیدی P_{G_i} و Q_{G_i} نامعلوم فرض شوند تا پس از حل شبکه، کمبود تولید و تلفات سیستم برای ایجاد توازن قدرت توسط این شین که همان شین اصلی است جبران گردد. بنابراین شین اصلی باید یکی از شین های دارای ژنراتور در سیستم باشد. در یک ژنراتور P_{G_i} و $|V_i|$ قابل کنترل هستند (روش های کنترل در فصول بعدی مورد بررسی قرار

1. Main Bus
2. Slack Bus (or Swing Bus)

خواهد گرفت). در نتیجه با کنترل و تثبیت $|V_1|$ این کمیت برای شین اصلی معلوم است.

بطور خلاصه در شین اصلی دو کمیت $|V_1|$ و $\delta_1 = 0$ معلوم بوده و دو کمیت P_{G_1} و Q_{G_1} (و در نتیجه P_1 و Q_1) مجهول می باشند.

ب – شین های کنترل شده[1]: بجز شین اصلی بقیه شین هائی که دارای ژنراتور هستند به شین های کنترل شده یا شین های PV موسومند. در این شین ها P_{G_i} معلوم است. با توجه به اینکه P_{D_i} و Q_{D_i} برای کلیه شین ها معلوم بوده و از روش های پیش بینی بار[2] قابل دستیابی هستند لذا $P_i = P_{G_i} - P_{D_i}$ نیز معلوم می باشد. بنابراین در شین های کنترل شده دو کمیت P_i و $|V_i|$ معلوم بوده و دو کمیت δ_i و Q_i (و در نتیجه Q_{G_i}) مجهول می باشند.

ج – شین های بار[3]: این شین ها که به شین های PQ نیز موسومند دارای ژنراتور نمی باشند. بنابراین:

$$P_{G_i} = Q_{G_i} = 0$$

با توجه به معلوم بودن قدرت های مصرفی P_{D_i} و Q_{D_i}، کمیت های P_i و Q_i در این شین ها بترتیب زیر معلوم می باشند:

$$P_i = P_{G_i} - P_{D_i} = 0 - P_{D_i} = -P_{D_i}$$

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{D_i} = 0 - Q_{D_i} = -Q_{D_i}$$

بنابراین در شین های بار P_i و Q_i معلوم و $|V_i|$ و δ_i مجهول هستند.

۴-۷ معادلات پخش بار[4]:

همانطوریکه در تقسیم بندی شین ها ملاحظه می شود، در هر شین چهار کمیت

1. Controlled Bus (or PV Bus)
2. Load Forecasting
3. Load Bus
4. Load Flow Equations

اصلی P_i ، Q_i ، $|V_i|$ و δ_i مورد نظر هستند. در هر یک از شین ها دو کمیت معلوم و دو کمیت مجهول می باشند. با توجه به تعداد شین ها (n)، تعداد معلومات ۲n و تعداد مجهولات نیز ۲n می باشد، و لذا برای بدست آوردن مجهولات باید ۲n معادله تشکیل گردد. مساله پخش بار، روش تشکیل و حل این معادلات است که منجر به تعیین مجهولات فوق الذکر می گردد. اطلاعاتی که پس از حل معادلات و محاسبه پخش بار بدست می آید شامل موارد زیر است:

الف) ولتاژ شین ها $|V_i|$

ب) زاویه ولتاژ شین ها δ_i

ج) قدرت های اکتیو و راکتیو شین ها P_i و Q_i

د) قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی در شین های کنترل شده و اصلی P_{G_i} و Q_{G_i}

هـ) قدرت های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال P_{ij} و Q_{ij}

و) تلفات هر خط و تلفات کل شبکه

برای تعیین معادلات پخش بار، ابتدا بردار جریان شین بر حسب بردار ولتاژ شین را براساس معادله (۳-۳) بصورت زیر می نویسیم:

$$I = Y_{bus} V$$

و یا:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & & & \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & & & \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

از این رابطه جریان شین i بدست می آید که عبارتست از:

$$I_i = Y_{i1}V_1 + Y_{i2}V_2 + \dots + Y_{in}V_n = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}V_j \tag{۷-۴}$$

از طرف دیگر طبق رابطه (۳-۷) جریان شین i بر حسب قدرت اکتیو و راکتیو این شین

عبارتست از :

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \qquad (۷-۵)$$

با مقایسه روابط (۴-۷) و (۵-۷) داریم :

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}V_j \qquad (۷-۶)$$

و یا :

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}V_j \qquad (i = 1,2,...,n) \qquad (۷-۷)$$

با قـرار دادن $(i = 1,2,...,n)$ می توان رابطه (۷-۷) را برای یک یک شـین ها نوشت و به n معادله مختلط دست یافت. چون مقـادیر V_i و Y_{ij} مختلط هستند، با تفکیک قسمت های حقیقی و موهومی رابطه (۷-۷) تعداد معادلات به ۲n می رسد و چون در هر شین دو مجهول وجود دارد، تعداد مجهولات این معادلات نیز ۲n می باشد.

معادله (۷-۷) شکل کلی معادله پخش بار را نشان می دهد. این معادلات را بصورت های دیگری نیز می توان بیان نمود. اگر کمیت های رابطه (۷-۷) را مطابق زیر بصورت قطبی نشان دهیم:

$$V_i = |V_i|\angle \delta i \quad , \quad Y_{ij} = |Y_{ij}|\angle \phi_{ij}$$

با جایگزینی این مقادیر در رابطه (۷-۷) شکل قطبی معادلات پخش بار را بصورت زیر خواهیم داشت:

$$P_i = |V_i|\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}|\,|V_j|\cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \qquad (۷-۸)$$

$$Q_i = |V_i|\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}|\,|V_j|\sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \qquad (۷-۹)$$

اگر V_i و Y_{ij} را بر حسب قسمت های حقیقی و موهومی آنها (فرم دکارتی) بنویسیم:

$$V_i = |V_i|\angle \delta_i = e_i + jf_i \qquad (۷-۱۰)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \qquad (۷-۱۱)$$

و این مقادیر را در رابطه (۷-۷) جایگزینی کنیم، خواهیم داشت:

$$P_i = e_i\sum_{j=1}^{n}\left(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j\right) + f_i\sum_{j=1}^{n}\left(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j\right)$$

$$Q_i = f_i\sum_{j=1}^{n}\left(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j\right) - e_i\sum_{j=1}^{n}\left(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j\right)$$

این روابط را می توان بصورت زیر نوشت:

$$P_i = e_i\sum_{j=1}^{n}a_{ij} + f_i\sum_{j=1}^{n}b_{ij} \qquad (۷-۱۲)$$

$$Q_i = f_i\sum_{j=1}^{n}a_{ij} - e_i\sum_{j=1}^{n}b_{ij} \qquad (۷-۱۳)$$

در اینجا a_{ij} و b_{ij} طبق معادلات زیر تعریف می شوند:

$$a_{ij} = G_{ij}e_j - B_{ij}f_j \qquad (۷-۱۴)$$

$$b_{ij} = G_{ij}f_j + B_{ij}e_j \qquad (۷-۱۵)$$

روابط (۷-۱۲) و (۷-۱۳) شکل دیگری از معادلات پخش بار را نشان می دهند که در آنها از قسمت های حقیقی و موهومی ولتاژها و عناصر Y_{bus} استفاده شده است (فرم دکارتی معادلات پخش بار). معادلات پخش بار غیر خطی بوده و لذا فقط از روش های آنالیز عددی قابل حل هستند. در ادامه بحث به حل این معادلات از روش های عددی می پردازیم.

۷-۵ روش گوس - سایدل[1]

یکی از روش های عددی برای حل معادلات جبری غیر خطی روش گوس سایدل (GS) است که یک الگوریتم مبتنی بر تکرار[2] می باشد. در این روش ابتدا باید بتوان معادله

1. Gauss - Seidel Method
2. Iteration

هر متغیر را بر حسب بقیه متغیرها بدست آورد. برای اینکار با توجه به معادله (۷-۷) داریم:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j = V_i^* \left[Y_{ii} V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^{n} Y_{ij} V_j \right]$$

از این رابطه V_i را بدست می آوریم:

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^{n} Y_{ij} V_j \right] \quad , \quad (i = 2,3,\ldots,n) \qquad (۷-۱۶)$$

در شین شماره ۱ ولتاژ $|V_1|$ و زاویه δ_1 معلوم هستند. بنابراین در رابطه (۱۶-۷) محاسبه ولتاژها را از شین ۲ شروع می کنیم. به ازاء $i = 2,3,\ldots,n$ تعداد معادلات غیر خطی $n-1$ می باشد و تعداد مجهولات نیز $n-1$ ولتاژ (مختلط) است.

ابتدا مقادیر مناسبی برای ولتاژهای $V_2, V_3, \ldots, V_n$ تخمین می زنیم. سپس از رابطه (۱۶-۷) به ازاء $i = 2$ ولتاژ V_2 را با استفاده از مقادیر تخمین زده شده محاسبه می کنیم، و بعد به ازاء $i = 3$ در رابطه (۱۶-۷) ولتاژ V_3 را بر حسب مقدار جدید V_2 و حدس های اولیه دیگر ولتاژها بدست می آوریم. سپس V_4 را بر حسب مقادیر جدید V_2 و V_3 و حدس های اولیه دیگر ولتاژ ها محاسبه می کنیم. این عملیات را تا $i = n$ ادامه می دهیم و در محاسبه هر ولتاژ از ولتاژهای جدید بدست آمده استفاده می کنیم. با بدست آمدن $V_2, V_3, \ldots, V_n$ یک تکرار خاتمه یافته است.

تکرار دوم را با استفاده از مقادیر بدست آمده در پایان تکرار اول آغاز می کنیم و مجدداً V_2 تا V_n را مشابه روش تکرار اول بدست می آوریم. تکرارها را آنقدر ادامه می دهیم تا اختلاف ولتاژها در دو تکرار متوالی بسیار کوچک شود. در این صورت ولتاژهای بدست آمده در آخرین تکرار مورد قبول بوده و همگرائی[1] حاصل شده است.

اگر ولتاژ محاسبه شده شین i در تکرار شماره k را با $V_i^{(k)}$ و ولتاژ محاسبه شده این شین در تکرار شماره $k+1$ را با $V_i^{(k+1)}$ نشان دهیم، برای حصول همگرائی باید رابطه زیر به

1. Convergence

ازاء مقادیر $i = 2,3,\ldots,n$ برقرار باشد:

$$\left| V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \right| \le \varepsilon \qquad i = 2,3,\ldots,n \qquad (۷-۱۷)$$

ε عدد بسیار کوچکی است که با توجه به میزان دقت مورد نیاز آنرا بین 10^{-4} تا 10^{-6} در نظر می گیریم.

حصول همگرائی و سرعت آن بستگی به تخمین اولیه دارد. با استفاده از روش های ریاضی می توان مناسب ترین مقادیر را برای تخمین اولیه بدست آورد. لیکن در مساله پخش بار معمولاً ولتاژهای مجهول را $1\angle 0^\circ$ pu تخمین می زنیم.

در محاسبه ولتاژ شین های بار (PQ) مقادیر P_i و Q_i معلوم هستند و لذا با استفاده از رابطه (۱۶-۷) ولتاژ V_i در هر تکرار قابل محاسبه است.

در محاسبه ولتاژ شین های کنترل شده (PV) مقادیر P_i و $|V_i| = V_{i_{spec}}$ معلوم هستند. لیکن هنگام استفاده از معادله (۱۶-۷) به Q_i نیاز می باشد که جزء مجهولات است. لذا در هر تکرار ابتدا آنرا از رابطه زیر بر حسب آخرین ولتاژهای بدست آمده و $V_{i_{spec}}$ محاسبه می کنیم:

$$Q_i = -\mathrm{Imag}\left\{ V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \right\} \qquad (۷-۱۸)$$

این رابطه از معادله (۷-۷) بدست آمده و کلمه Imag به مفهوم «قسمت موهومی» می باشد. پس از محاسبه Q_i، آنرا در رابطه (۱۶-۷) جایگزین می کنیم تا V_i محاسبه شود.

یکی از قیود نامعادله ای در محاسبه ولتاژ شین های کنترل شده، میزان قدرت راکتیو تولید شده توسط ژنراتورها می باشد که به این طریق بیان می شود:

$$Q_{Gi_{min}} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi_{max}} \qquad (۷-۱۹)$$

و بنابراین قدرت راکتیو این شین ها نیز در محدوده زیر قرار می گیرد:

$$Q_{Gi_{min}} - Q_{D_i} \le Q_{G_i} - Q_{D_i} \le Q_{Gi_{max}} - Q_{D_i}$$

$$Q_{i_{min}} \le Q_i \le Q_{i_{max}} \qquad (۷-۲۰)$$

که در آن :

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di}$$

$$Q_{i_{max}} = Q_{Gi_{max}} - Q_{D_i} \quad (۷-۲۱)$$

$$Q_{i_{min}} = Q_{Gi_{min}} - Q_{D_i}$$

Q_i قدرت راکتیو شین و $Q_{i_{max}}$ و $Q_{i_{min}}$ بترتیب قدرت های راکتیو ماکزیمم و مینیمم شین می باشند.

با توجه به این محدودیت، هنگامی که Q_i در یک تکرار از رابطه (۷-۱۸) محاسبه می گردد، باید دید که آیا در نامعادله (۷-۲۰) صدق می کند یا نه. در صورتیکه این نامعادله برقرار باشد Q_i مناسب بوده و شین i در این تکرار، شین کنترل شده باقی می ماند. با جایگزینی Q_i و $|V_i| = V_{i_{spec}}$ در رابطه (۷-۱۶) مقدار بعدی ولتاژ را برای $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ محاسبه می کنیم.

اگر $Q_i > Q_{i_{max}}$ باشد Q_i را مساوی $Q_{i_{max}}$، و اگر $Q_i < Q_{i_{min}}$ باشد آنرا مساوی $Q_{i_{min}}$ قرار می دهیم. در اینصورت چون P_i و Q_i برای این شین معلوم فرض شده است، شین i در این تکرار یک شین بار (PQ) در نظر گرفته می شود و ولتاژ آن دیگر $V_{i_{spec}}$ نمی باشد، بلکه همان مقدار فعلی V_i می باشد. بنابراین با قرار دادن مقادیر P_i و Q_i و V_i در رابطه (۷-۱۶) مشابه شین های بار مقدار بعدی ولتاژ را محاسبه می کنیم.

۷-۶ تسریع همگرائی در الگوریتم GS

تعداد تکرارها برای حصول همگرائی در روش GS نسبتاً زیاد بوده و با افزایش تعداد شین ها، معمولاً تعداد تکرارها نیز افزایش می یابد. استفاده از ضریب تسریع[1] باعث افزایش سرعت همگرائی می گردد. اگر اختلاف ولتاژ محاسبه شده برای شین i را در دو تکرار متوالی k و k+۱ با $\Delta V_i^{(k+1)}$ نشان دهیم داریم:

$$\Delta V_i^{(k+1)} = V_i^{k+1} - V_i^{(k)} \quad (۷-۲۲)$$

اگر این اختلاف ولتاژ را که یک عدد مختلط است، در ضریب تسریع α، که بزرگتر از یک

1. Accelerating Factor

است، ضرب کنیم و آنرا به $V_i^{(k)}$ اضافه کنیم، مقدار جدیدی برای ولتاژ شین i بدست می آید که آنرا با $V_{i_{acc}}^{(k+1)}$ نشان می دهیم. این مقدار برابر است با:

$$V_{i_{acc}}^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha V_i^{(k+1)} \quad (۷-۲۳)$$

حال برای محاسبه شین شماره i+۱ از $V_{i_{acc}}^{(k+1)}$ استفاده می کنیم. تجربه نشان داده است که مقدار α در حدود ۱/۴ تا ۱/۷ برای اغلب سیستم ها نتایج مناسبی را برای همگرائی معادلات پخش بار بدست می دهد. انتخاب مقادیر نامناسب و زیاد برای α گاهی اوقات باعث واگرائی[1] نیز می شود.

۷-۷ محاسبه قدرت ها در مساله پخش بار

پس از بدست آمدن ولتاژها، می توان قدرت های مورد نیاز را بترتیب زیر محاسبه نمود:

الف) قدرت اکتیو و راکتیو شین اصلی: با توجه به معادله (۷-۷) در صورت معلوم بودن ولتاژ شین ها قدرت اکتیو هر شین از رابطه زیر بدست می آید:

$$P_i = \mathrm{Real}\left\{V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j\right\} \quad (۷-۲۴)$$

که در آن مفهوم Real، «قسمت حقیقی» می باشد. رابطه اخیر برای شین اصلی (شین شماره یک) عبارتست از:

$$P_1 = \mathrm{Real}\left\{V_1^* \sum_{j=1}^{n} Y_{1j} V_j\right\} \quad (۷-۲۵)$$

بهمین ترتیب قدرت راکتیو شین اصلی بدست می آید:

$$Q_1 = -\mathrm{Imag}\left\{V_1^* \sum_{j=1}^{n} Y_{1j} V_j\right\} \quad (۷-۲۶)$$

1. Divergence

سپس قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی این شین تعیین می گردند :

$$P_{G_1} = P_1 + P_{D_1}$$
(۷-۲۷)
$$Q_{G_1} = Q_1 + Q_{D_1}$$

ب) قدرت راکتیو شین های کنترل شده : این قدرت که در طول تکرارهای پخش بار در محدوده بین $Q_{i_{min}}$ و $Q_{i_{max}}$ کنترل می شود پس از تعیین ولتاژها از رابطه زیر بدست می آید :

$$Q_i = -\mathrm{Imag}\left\{V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j\right\} \qquad (۷-۲۸)$$

و سپس قدرت راکتیو تولیدی این شین محاسبه می گردد :

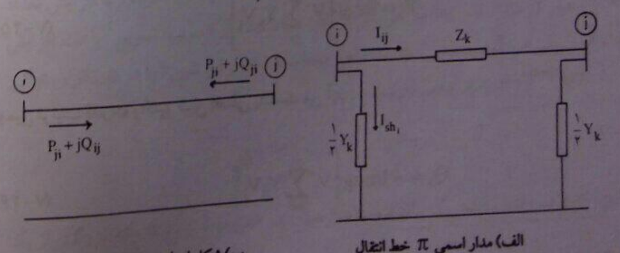
$$Q_{G_i} = Q_i + Q_{D_i} \qquad (۷-۲۹)$$

ج) قدرت های اکتیو و راکتیو جاری بین شین ها : اگر بین دو شین i و j ترانسفورماتور T_k با امپدانس Z_k قرار گرفته باشد جریان عبوری از آن برابر است با :

$$I_{ij} = \frac{V_i - V_j}{Z_k} \qquad (۷-۳۰)$$

و لذا قدرت جاری از شین i به شین j عبارتست از :

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \qquad (۷-۳۱)$$



الف) مدار اسمی π خط انتقال

ب) شکل اصلی خط انتقال

شکل ۲-۷ قدرت های جاری بین دو شین i و j

چنانچه بین دو شین i و j خط انتقال L_k با امپدانس سری Z_k و ادمیتانس موازی Y_k مطابق شکل (۲-۷ الف) قرار گرفته باشد، قدرت مصرفی ادمیتانس موازی برابر است با :

$$S = V_i I_{sh_i}^* = V_i\left(\frac{1}{2} Y_k V_i\right)^*$$

حال اگر شکل (۲-۷ ب) را معادل شکل (۲-۷ الف) در نظر بگیریم کل قدرت انتقالی از شین i به شین j برابر است با :

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* + V_i\left(\frac{1}{2} Y_k V_i\right)^*$$

با توجه به رابطه (۳۰-۷) داریم :

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i\left[\frac{V_i - V_j}{Z_k}\right]^* + V_i\left(\frac{1}{2} Y_k V_i\right)^*$$

و یا :

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i\left[\frac{V_i - V_j}{Z_k} + \frac{1}{2} Y_k V_j\right]^* \qquad (۷-۳۲)$$

بهمین ترتیب قدرت انتقالی از شین j به شین i برابر است با :

$$P_{ji} + jQ_{ji} = V_j\left[\frac{V_j - V_i}{Z_k} + \frac{1}{2} Y_k V_j\right]^* \qquad (۷-۳۳)$$

تلفات اکتیو و راکتیو خط انتقال نیز از روابط زیر محاسبه می شوند :

$$\Delta P_{ij} = \left|P_{ij} + P_{ji}\right| \qquad (۷-۳۴)$$

$$\Delta Q_{ij} = \left|Q_{ij} + Q_{ji}\right| \qquad (۷-۳۵)$$

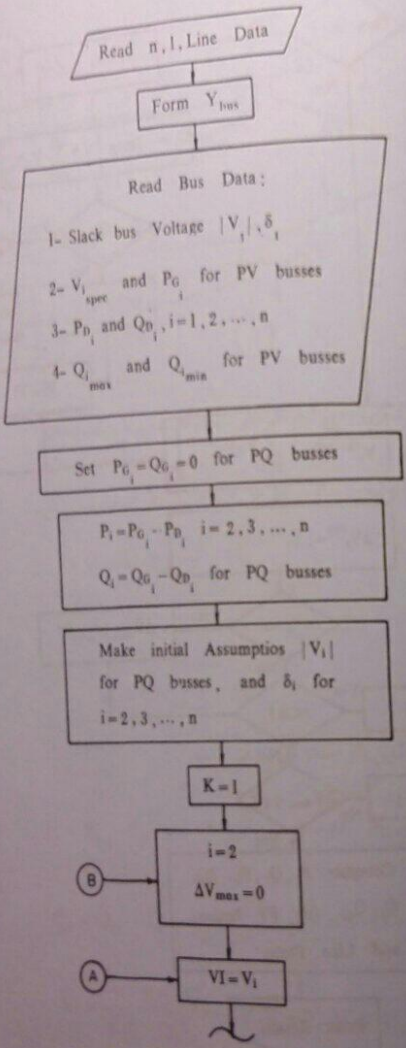
۸-۷ استفاده از کامپیوتر در پخش بار از روش GS

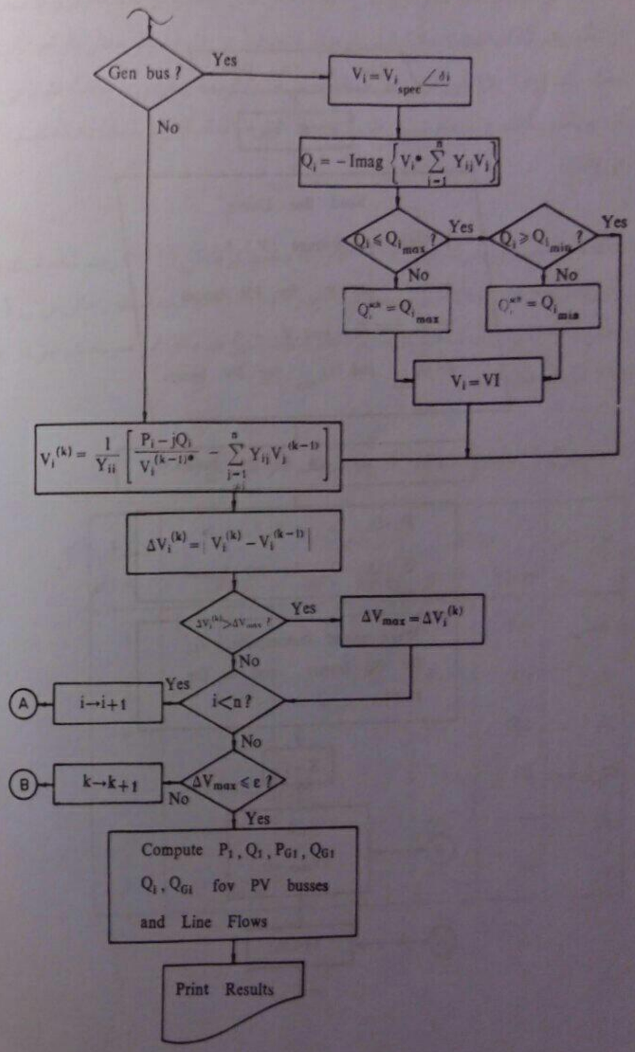
در سیستم های قدرت واقعی با تعداد شین های زیاد، با توجه به تکرار زیاد محاسبات در الگوریتم GS، استفاده از کامپیوترهای دیجیتال در حل مساله پخش بار اجتناب ناپذیر است. شکل (۳-۷) فلوچارت حل مساله پخش بار را از روش گوس - سایدل نشان می دهد. در این فلوچارت n تعداد شین ها، l تعداد خطوط انتقال و k نشان دهنده تعداد تکرار می باشد.

مثال ۱-۷ سیستم قدرت شکل (۱۰-۶) را که مجدداً در شکل (۴-۷) رسم شده است در نظر بگیرید. اطلاعات خطوط این سیستم در جدول (۱-۶) داده شده است و ماتریس Y_{bus} را در بخش (۶-۶) برای آن تشکیل داده ایم. اطلاعات شین ها برای این سیستم نیز در جدول (۱-۷) داده شده است.

جدول ۱-۷ اطلاعات شین ها برای سیستم قدرت شکل (۴-۷)

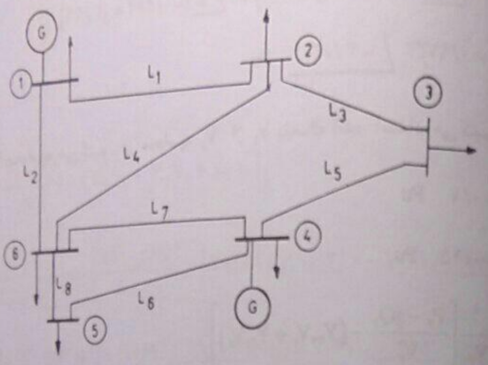
BUS	V (PU)	Generation MW	Generation Mvar	load MW	load Mvar	نوع شین
۱	۱/۰۲ ∠ ۰°	...	...	۸۰	۳۰	اصلی
۲	... ∠ ...	۰	۰	۶۰	۳۰	بار
۳	... ∠ ...	۰	۰	۷۰	۴۵	بار
۴	۱/۰۵ ∠ ...	۲۵۰	...	۱۱۰	۶۵	کنترل شده
۵	... ∠ ...	۰	۰	۵۵	۲۰	بار
۶	... ∠ ...	۰	۰	۶۰	۱۳	بار





شکل ۳-۷ فلوچارت حل مساله پخش بار از روش گوس - سایدل

در جدول (۱-۷) کمیت های مجهول با سه نقطه (. . .) نشان داده شده اند. اگر $-100\,\mathrm{M\,var} \le Q_{G_4} \le 170.4\,\mathrm{M\,var}$ باشد، ولتاژ شین ها را محاسبه کنید.



شکل ۴-۷ دیاگرام تک خطی سیستم قدرت مربوط به مثال (۱-۷)

حل: ابتدا حدس های اولیه را برای ولتاژها $V_2, V_3, \ldots, V_6$ انتخاب می کنیم:

$$V_1 = 1.02\angle 0^\circ \quad Pu$$

$$V_2 = V_3 = V_5 = V_6 = 1\angle 0^\circ \quad Pu$$

$$V_4 = 1.05\angle 0^\circ \quad Pu$$

محاسبه را از شین ۲ که شین بار است شروع می کنیم:

$$P_2 = P_{G_2} - P_{D_2} = (0-60)\times\frac{1}{100} = -0.6 \quad Pu$$

$$Q_2 = Q_{G_2} - Q_{D_2} = (0-30)\times\frac{1}{100} = -0.3 \quad Pu$$

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - \left(Y_{21}V_1 + Y_{23}V_3 + Y_{26}V_6\right)\right]$$

$$= \frac{1}{10.328\angle -80.08^\circ}\left\{\frac{-0.6+j0.3}{1\angle 0^\circ} - \left[1.02\angle 0^\circ(-0.764+j3.056)\right.\right.$$

$$\left.\left. +1\angle 0^\circ(-0.551+j3.874)+1\angle 0^\circ(-0.464+j3.29)\right]\right\}$$

$$= 0.9733\angle -3.097^\circ \quad Pu$$

حال V_3 را محاسبه می کنیم. در محاسبه V_3 از V_2 بدست آمده استفاده می کنیم:

$$P_3 = -0.7 \quad Pu$$

$$Q_3 = -0.45 \quad Pu$$

$$V_3 = \frac{1}{Y_{33}}\left[\frac{P_3 - jQ_3}{V_3^*} - \left(Y_{32}V_2 + Y_{34}V_4\right)\right]$$

$$= \frac{1}{10.323\angle -81.87^\circ}\left\{\frac{-0.7+j0.45}{1\angle 0^\circ} - \left[\left(3.913\angle 98.1^\circ \times 0.9733\angle -3.09^\circ\right)\right.\right.$$

$$\left.\left. +\left(6.428\angle 98.13^\circ \times 1.05\angle 0^\circ\right)\right]\right\} = 0.9729\angle -4.78^\circ \quad Pu$$

شین ۴ کنترل شده است، لذا ابتدا Q_4 را محاسبه می کنیم:

$$Q_4 = -\mathrm{Imag}\left\{V_4^*\left(Y_{43}V_3 + Y_{44}V_4 + Y_{45}V_5 + Y_{46}V_6\right)\right\}$$

$$= -\mathrm{Imag}\left\{1.05\angle 0^\circ\left[\left(6.428\angle 98.13^\circ \times 0.9729\angle -4.78^\circ\right)\right.\right.$$

$$+\left(21.052\angle -80.93^\circ \times 1.05\angle 0^\circ\right)+\left(4.982\angle 99.46^\circ \times 1\right)$$

$$\left.\left. +\left(9.671\angle 99.46^\circ \times 1\right)\right]\right\} = 1.188 \quad Pu$$

$$Q_{4_{max}} = 170.4 - 65 = 105.4\,\mathrm{Mvar} = 1.054 \quad Pu$$

Q_4 بدست آمده از $Q_{4_{max}}$ بیشتر است، لذا مقدار Q_4 را در $Q_{4_{max}}$ تنظیم می کنیم و ولتاژ V_4 را از آن بدست می آوریم:

$$Q_4 = 1.054 \quad Pu$$

$$P_4 = (250 - 110) \times \frac{1}{100} = 1.4 \quad Pu$$

$$V_4 = \frac{1}{Y_{44}}\left[\frac{P_4 - jQ_4}{V_4^*} - \left(Y_{43}V_3 + Y_{45}V_5 + Y_{46}V_6\right)\right]$$

$$= \frac{1}{21.052\angle -80.93^\circ}\left\{\frac{1.4 - j1.054}{1.05\angle 0^\circ} - \left[\left(6.428\angle 98.13^\circ \times 0.9729\angle -4.78^\circ\right)\right.\right.$$

$$\left.\left. +\left(4.982\angle 99.46^\circ \times 1\right)+\left(9.671\angle 99.46^\circ \times 1\right)\right]\right\} = 1.0491\angle 1.65^\circ \quad Pu$$

چون Q_4 را برابر $Q_{4_{max}}$ قرار داده ایم، شین شماره ۴ در این تکرار شین کنترل شده نبوده و V_4 بدست آمده را برای آن می پذیریم. حال به محاسبه ولتاژ شین ۵ می پردازیم:

$$V_5 = \frac{1}{Y_{55}}\left[\frac{P_5 - jQ_5}{V_5^*} - \left(Y_{54}V_4 + Y_{56}V_6\right)\right]$$

$$= \frac{1}{8.455\angle -78.6^\circ}\left\{\frac{-0.55+j0.2}{1\angle 0^\circ} - \left[\left(4.982\angle 99.46^\circ \times 1.0491\angle 1.65^\circ\right)\right.\right.$$

$$\left.\left. +\left(3.515\angle 104.04^\circ \times 1\angle 0^\circ\right)\right]\right\} = 0.9982\angle -2.47^\circ \quad Pu$$

شین ۶ نیز شین بار می باشد و ولتاژ آنرا بترتیب زیر محاسبه می کنیم:

$$V_6 = \frac{1}{Y_{66}}\left[\frac{P_6 - jQ_6}{V_6^*} - \left(Y_{61}V_1 + Y_{62}V_2 + Y_{64}V_4 + Y_{65}V_5\right)\right]$$

$$= \frac{1}{20.452\angle -79.09^\circ}\left\{\frac{-0.6+j0.13}{1\angle 0^\circ} - \left[\left(4.011\angle 103.93^\circ \times 1.02\angle 0^\circ\right)\right.\right.$$

$$+\left(۳/۳۲۳\angle ۹۸/۰۳^\circ \times ۰/۹۷۳۳\angle -۳/۰۹۷^\circ\right)+\left(۹/۶۷۱\angle ۹۹/۴۶^\circ \times ۱/۰۴۹۱\angle ۱/۶۵^\circ\right)$$

$$+\left(۳/۵۱۵\angle ۱۰۴/۰۴^\circ \times ۰/۹۹۸۲\angle -۲/۴۷^\circ\right)\Big]\Big\}=۱/۰۱۳۳\angle -۱/۶۹^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

در اینجـا تکرار اول خاتمه یافتـه است و در پایان این تکرار $V_{۱}$ تا $V_{۶}$ بترتیب زیر محـاسبـه شده اند:

$$V_{۱}=۱/۰۲\angle ۰^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

$$V_{۲}=۰/۹۷۳۳\angle -۳/۰۹۷^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

$$V_{۳}=۰/۹۲۹\angle -۴/۷۸^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

$$V_{۴}=۱/۰۴۹۱\angle ۱/۶۵^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

$$V_{۵}=۰/۹۹۸۲\angle -۲/۴۷^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

$$V_{۶}=۱/۰۱۳۳\angle -۱/۶۹^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

برای نمونه اختلاف ولتاژ محاسبه شده در تکرار اول را با حدس اولیه برای یکی از شین ها بدست می آوریم:

$$\Delta V_{۲}=\left|۰/۹۷۳۳\angle -۳/۰۹۷^\circ - ۱\angle ۰^\circ\right|=۰/۰۵۹۶ \quad \mathrm{Pu}$$

این مقدار از $\varepsilon = ۱۰^{-۴}$ بزرگتر می باشد و لذا باید محاسبه را برای تکرار دوم ادامه دهیم. محاسبات تکرار دوم را مجدداً از $V_{۲}$ شروع می کنیم:

$$V_{۲}=\frac{۱}{۱۰/۳۲۸\angle -۸۰/۰۸^\circ}\left\{\frac{-۰/۶+j۰/۳}{۰/۹۷۳۳\angle ۳/۰۹۷^\circ}-\Big[\left(۳/۱۵\angle ۱۰۴/۰۴^\circ \times ۱/۰۲\angle ۰^\circ\right)\right.$$

$$\left.+\left(۳/۹۱۳\angle ۹۸/۱^\circ \times ۰/۹۷۲۹\angle -۴/۷۸^\circ\right)+\left(۳/۳۲۳\angle ۹۸/۰۳^\circ \times ۱/۰۱۳۳\angle -۱/۶۹^\circ\right)\Big]\right\}$$

$$V_{۲}=۰/۹۶۳۷\angle -۵/۴۷^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

$$V_{۳}=\frac{۱}{۱۰/۳۲۳\angle -۸۱/۸۷^\circ}\left\{\frac{-۰/۷+j۰/۴۵}{۰/۹۷۲۹\angle ۴/۷۸^\circ}-\Big[\left(۳/۹۱۳\angle ۹۸/۱^\circ \times ۰/۹۶۳۷\angle -۵/۴۷^\circ\right)\right.$$

$$\left.+\left(۶/۴۲۸\angle ۹۸/۱۳^\circ \times ۱/۰۴۹۱\angle ۱/۶۵^\circ\right)\Big]\right\}=۰/۹۶۰۲\angle -۴/۴۳^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

محـاسبـه $V_{۴}$ را با تعیین $Q_{۴}$ شروع می کنیم، در محـاسبـه $Q_{۴}$ باید دقت نمود که از $|V_{۴}| = V_{۴_{spec}} = ۱/۰۵ \ \mathrm{Pu}$ استفاده کنیم:

$$Q_{۴}=-\mathrm{Imag}\left\{۱/۰۵\angle -۱/۶۵^\circ\Big[\left(۶/۴۲۸\angle ۹۸/۱۳^\circ \times ۰/۹۶۰۲\angle -۴/۴۳^\circ\right)\right.$$

$$+\left(۲۱/۰۵۲\angle -۸۰/۹۳^\circ \times ۱/۰۵\angle ۱/۶۵^\circ\right)+\left(۴/۹۸۲\angle ۹۹/۴۶^\circ \times ۰/۹۹۸۲\angle -۲/۴۷^\circ\right)$$

$$\left.+\left(۹/۶۷۱\angle ۹۹/۴۶^\circ \times ۱/۰۱۳۳\angle -۱/۶۹^\circ\right)\Big]\right\}=۱/۰۱۳ \quad \mathrm{Pu}$$

چون $Q_{۴}$ بدست آمده در محدوده قابل قبول است، لذا در این تکرار شین ۴ یک شین کنترل شده است. $|V_{۴}| = ۱/۰۵ \ \mathrm{Pu}$ بوده و ولتاژ $V_{۴}$ را محاسبه می کنیم.

$$V_{۴}=\frac{۱}{۲۱/۰۵۲\angle -۸۰/۹۳^\circ}\left\{\frac{۱/۴-j۱/۰۱۳}{۱/۰۵\angle -۱/۶۵^\circ}-\Big[\left(۶/۴۲۸\angle ۹۸/۱۳^\circ \times ۰/۹۶۰۲\angle -۴/۴۳^\circ\right)\right.$$

$$+\left(۴/۹۸۲\angle ۹۹/۴۶^\circ \times ۰/۹۹۸۲\angle -۲/۴۷^\circ\right)$$

$$\left.+\left(۹/۶۷۱\angle ۹۹/۴۶^\circ \times ۱/۰۱۳۳\angle -۱/۶۹^\circ\right)\Big]\right\}=۱/۰۴۶۱\angle ۰/۵۷^\circ \quad \mathrm{Pu}$$

$V_{۵}$ و $V_{۶}$ را نیز محاسبه می کنیم تا تکرار دوم خاتمه یابد. عملیات را بهمین ترتیب ادامه می دهیم تا پس از تکرارهای کافی به نتیجه مطلوب برسیم.

برای نشان دادن یک نمونه از خروجی کامپیوتری پخش بار، مطابق جدول (۲-۷) اطلاعات شین ها[1] را برای سیستم قدرت شکل (۴-۷) در نظر می گیریم.

1. Bus Data

جدول ۲-۷ اطلاعات شین ها برای سیستم قدرت شکل (۴-۷)

Bus	V	Generation MW	Generation Mvar	Load MW	Load Mvar
۱	۱/۰۵ ∠ ۰°	...	...	۸۰	۳۰
۲	... ∠ ...	۰	۰	۷۵	۲۳
۳	... ∠ ...	۰	۰	۵۰	۱۵
۴	۱/۰۴ ∠ ...	۲۳۰	...	۶۰	۲۵
۵	... ∠ ...	۰	۰	۹۰	۶۰
۶	... ∠ ...	۰	۰	۶۰	۳۰

جدول (۳-۷) نتیجه پخش بار سیستم فوق الذکر را برای این داده ها، که توسط کامپیوتر دیجیتال محاسبه شده است نشان می دهد. در این مساله همگرائی پس از ۵۲ تکرار حاصل شده است. در این جدول، ستون اول شماره شین، ستون دوم دامنه ولتاژ و ستون سوم زاویه ولتاژ هر شین را نشان می دهد. همچنین ستون های چهارم و پنجم قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی شین ها بوده و ستون های ششم و هفتم قدرت های اکتیو و راکتیو بار شین ها می باشند. معمولاً در خروجی کامپیوتری پخش بار، قدرت های اکتیو و راکتیو جاری بین شین ها نیز نشان داده می شوند. ستون هشتم نشان دهنده شماره شین هائی است که از طریق خطوط انتقال و یا ترانسفورماتورها به هریک از شین های ستون اول متصل هستند و ستون های نهم و دهم قدرت اکتیو و راکتیو جاری از هر یک از شین های ستون اول بطرف هر یک از شین های ستون هشتم می باشند.

با توجه به ولتاژهای بدست آمده ملاحظه می شود که ولتاژ شین ۵ برابر $|V_5| = ۰/۹۲۱$ Pu از حداقل ولتاژ قابل قبول (۰/۹۵ pu) کمتر است. برای ترمیم این شین به مقدار قابل قبول $|V_5| = ۰/۹۵$ Pu می توان از یک جبران کننده[1] استفاده نمود. در اینجا نصب خازن موازی در شین ۵ می تواند ولتاژ این شین را بالا ببرد، ضمن اینکه بر ولتاژ شین های دیگر نیز تاثیر خواهد گذاشت. برای تعیین قدرت خازنی که بتواند ولتاژ این شین را از

1. Compensator

۰/۹۲۱ Pu به ۰/۹۵ Pu برساند، در محاسبه پخش بار، شین ۵ را یک شین کنترل شده (PV) با مقادیر معلوم $V_{5_{spec}} = ۰/۹۵$ Pu و $P_{G_5} = ۰$ در نظر می گیریم. نتیجه پخش بار با این داده ها در جدول (۴-۷) نشان داده شده است.

جدول ۳-۷ نتیجه پخش بار سیستم قدرت شکل (۴-۷) برای داده های جدول (۲-۷)

نتایج استخراج شده: مرکز کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران

CONVERGENCE OBTAINED AFTER 52 ITERATIONS

BUS	VOLTAGE	ANGLE	GENERATION MW	GENERATION MVAR	LOAD MW	LOAD MVAR	to bus	LINE FLOW MW	LINE FLOW MVAR
1	1.05	0	193.99	58.53	80	30	2	58.41	13.85
							6	55.58	14.68
2	.97	-9.421	0	0	75	23	1	-55.82	-9.63
							3	-4.55	-8.81
							6	-14.63	-4.56
3	.992	-8.902	0	0	50	15	2	4.58	6.92
							4	-54.58	-21.92
4	1.04	-4.489	230	147.69	60	25	3	55.34	25.73
							5	64.55	53.95
							6	50.11	43.01
5	.921	-11.063	0	0	90	60	4	-62.35	-42.71
							6	-27.64	-17.29
6	.989	-6.918	0	0	60	30	1	-53.77	-9.13
							2	14.73	4.13
							4	-49.41	-40.87
							5	28.45	15.87

جدول ۴-۷ نتیجه پخش بار سیستم قدرت شکل (۴-۷) برای داده های جدول (۲-۷) با نصب خازن

نتایج استخراج شده: مرکز کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران

CONVERGENCE OBTAINED AFTER 52 ITERATONS

BUS	VOLTAGE	ANGLE	GENERATION MW	GENERATION MVAR	LOAD MW	LOAD MVAR	to bus	LINE FLOW MW	LINE FLOW MVAR
1	1.05	0	193.17	55.54	80	30	2	58.12	13.13
							6	55.06	12.41
2	.972	-9.379	0	0	75	23	1	-55.57	-9.09
							3	-4.59	-8.3
							6	-14.83	-5.61
3	.993	-8.844	0	0	50	15	2	4.62	6.38
							1	-54.62	-21.38
4	1.04	-4.424	230	126.4	60	25	3	55.38	25.15
							5	64.65	38.8
							6	49.98	37.45
5	.95	-11.099	0	19.71	90	60	4	-62.89	-30.22
							6	-27.11	-10.07
6	.995	-6.885	0	0	60	30	1	-53.31	-7.14
							2	14.94	5.22
							4	-49.35	-35.76
							5	27.72	7.68

همانطوریکه در جدول (۴-۷) مشاهده می شود، قدرت راکتیو تولیدی شین ۵ مقدار M var ۱۹/۷۱ بدست آمده است و این همان قدرت راکتیو خازن نصب شده می باشد. بدین معنی که نصب خازنی با قدرت M var ۱۹/۷۱ می تواند ولتاژ شین ۵ را به Pu ۰/۹۵ برساند. مقایسه این جدول با جدول (۳-۷) نشان می دهد که ولتاژ همه شین ها با نصب این خازن افزایش یافته است و بیشترین تاثیر افزایش ولتاژ در شین ۵ (محل نصب خازن) دیده می شود.

۹-۷ روش نیوتون - رافسون[1]

یکی دیگر از روش های مبتنی بر تکرار برای حل معادلات جبری غیر خطی، روش نیوتون - رافسون NR می باشد. برای استفاده از روش NR در حل مساله پخش بار راههای گوناگونی وجود دارد که در این بخش به بررسی متداول ترین آنها می پردازیم.

ابتدا باید معادلات غیر خطی پخش بار را بر حسب متغیرهای مربوطه بدست آوریم. تعداد معادلات باید با تعداد متغیرها برابر باشد. اگر n تعداد شین های سیستم قدرت و m تعداد شین های کنترل شده (شامل شین اصلی) باشند، شین اصلی را با شماره ۱، شین های کنترل شده را با شماره های ۲، ۳،...،m و شین های بار را با شماره های m+۱، m+۲،...،n نشان می دهیم.

همانطوریکه قبلاً دیده ایم در هر شین i بجز شین اصلی، قدرت اکتیو معلوم است که آنرا قدرت برنامه ریزی شده P_i^{sch}[2] می نامیم. در شین های بار نیز قدرت راکتیو معلوم است که آن را قدرت راکتیو برنامه ریزی شده Q_i^{sch}[3] می نامیم. بنابراین کمیت های زیر در سیستم قدرت معلوم هستند که تعداد آنها ۲n − m − ۱ می باشد:

$$P_2^{sch}, P_3^{sch}, \ldots, P_n^{sch}$$

$$Q_{m+1}^{sch}, Q_{m+2}^{sch}, \ldots, Q_n^{sch}$$

1. Newton - Raphson Method
2. Scheduled Active Power
3. Scheduled Reactive Power

کمیت های مجهول در مساله پخش بار در این روش عبارتند از :

$$\delta_2, \delta_3, \ldots, \delta_n$$

$$|V_{m+1}|, |V_{m+2}|, \ldots, |V_n|$$

که تعداد آنها نیز $2n-m-1$ می باشد. بنابراین باید $2n-m-1$ معادله برحسب مجهولات فوق بدست آورد. این معادلات در حقیقت روابط قدرت های اکتیو و راکتیو شین ها بر حسب دامنه ولتاژ و زاویه ولتاژ شین ها می باشند. معادلات (۷-۸) و (۷-۹) را در اینجا یادآوری می کنیم:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}| \, |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \qquad i = 2, 3, \ldots, n \qquad (۷-۳۶)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}| \, |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \qquad i = 2, 3, \ldots, n \qquad (۷-۳۷)$$

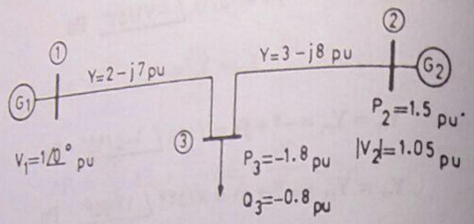
مقادیر $|Y_{ij}|$ و ϕ_{ij} از ماتریس Y_{bus} معلوم می باشند. اگر در هر تکرار بر حسب مقادیر حدس های اولیه و یا آخرین مقادیر موجود ولتاژها و زاویه آنها، قدرت های P_i و Q_i را از معادلات (۷-۳۶) و (۷-۳۷) بدست آوریم، در صورتی همگرائی حاصل می شود که این مقادیر محاسبه شده با مقادیر برنامه ریزی شده P_i^{sch} و Q_i^{sch} برای هر شین برابر باشند، بنابراین معادلات نهائی برای استفاده از روش نیوتون - رافسون بشرح زیر می باشند:

$$\Delta P_i = P_i^{sch} - P_i = 0 \qquad i = 2, 3, \ldots, n \qquad (۷-۳۸)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sch} - Q_i = 0 \qquad i = m+1, m+2, \ldots, n \qquad (۷-۳۹)$$

که در آنها P_i و Q_i قدرتهای محاسبه شده هستند که از معادلات (۷-۳۶) و (۷-۳۷) بدست می آیند، تعداد معادلات (۷-۳۸) و (۷-۳۹) نیز جمعاً $2n-m-1$ می باشد. قبل از بررسی و حل این معادلات، موضوع را برای یک سیستم قدرت با سه شین مورد بررسی قرار می دهیم.

سیستم قدرت شکل (۷-۵) را در نظر بگیرید. شین ۱ اصلی، شین ۲ کنترل شده و شین ۳ یک شین بار است.



شکل ۵-۷ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت برای مطالعه روش NR

در این سیستم قدرت داریم:

$$P_2^{sch} = 1/5 \qquad Pu$$

$$P_3^{sch} = -1/8 \qquad Pu$$

$$Q_3^{sch} = -0/8 \qquad Pu$$

کمیت های فوق الذکر مقادیر معلوم هستند و تعداد آنها $3 = 1 - 2 - 6 = 2n - m - 1$ می باشد. کمیت های مجهول به همین تعداد عبارتند از:

$$\delta_2 \,,\, \delta_3 \,,\, |V_3|$$

ولتاژ شین های ۱ و ۲ و ۳ با توجه به این مقادیر بشرح زیر هستند:

$$V_1 = 1\angle 0^\circ \quad Pu$$

$$V_2 = 1/05\angle \delta_2 \quad Pu$$

$$V_3 = |V_3|\angle \delta_3 \quad Pu$$

ابتدا عناصر ماتریس Y_{bus} را بدست می آوریم:

$$Y_{11} = 2 - j7 = 7/28\angle -74/05^\circ \quad Pu$$

$$Y_{22} = 3 - j8 = 8/544\angle -69/44^\circ \quad Pu$$

$$Y_{33} = 5 - j15 = 15.18 \angle -71.57^\circ \quad Pu$$

$$Y_{12} = Y_{21} = 0$$

$$Y_{13} = Y_{31} = -2 + j7 = 7.28 \angle 105.95^\circ \quad Pu$$

$$Y_{23} = Y_{32} = -3 + j8 = 8.544 \angle 110.56^\circ \quad Pu$$

با جایگزینی مقادیر فوق در معادلات (۳۶-۷) و (۳۷-۷) و استفاده از معادلات (۳۸-۷) و (۳۹-۷) خواهیم داشت:

$$\Delta P_2 = 1.5 - \left[3.31 - 3.15|V_3|\cos(\delta_2 - \delta_3) + 8.4|V_3|\sin(\delta_2 - \delta_3)\right] = 0$$

$$\Delta P_3 = -1.8 - \left[-2|V_3|\cos\delta_3 + 7|V_3|\sin\delta_3 - 3.15|V_3|\cos(\delta_3 - \delta_2)\right.$$

$$\left. + 8.4|V_3|\sin(\delta_3 - \delta_2) + 5|V_3|^2\right] = 0$$

$$\Delta Q_3 = -0.8 - \left[7|V_3|\cos\delta_3 + 2|V_3|\sin\delta_3 + 8.4|V_3|\cos(\delta_3 - \delta_2)\right.$$

$$\left. + 3.15|V_3|\sin(\delta_3 - \delta_2) - 5|V_3|^2\right] = 0$$

این سه معادله، معادلات پخش بار بر حسب سه متغیر δ_2 و δ_3 و $|V_3|$ هستند که باید از روش نیوتون - رافسون حل شوند.

تا اینجا روش تشکیل معادلات برای استفاده از روش NR را بررسی کرده ایم. قدم بعدی، بررسی روش حل معادلات است. در سیستم قدرت سه شینه مذکور قدرت های P_2 و P_3 و Q_3 تابعی از δ_2 و δ_3 و $|V_3|$ هستند که این تابعیت را به صورت زیر نشان می دهیم:

$$P_2 = P_2\left(\delta_2, \delta_3, |V_3|\right)$$

$$P_3 = P_3\left(\delta_2, \delta_3, |V_3|\right)$$

$$Q_3 = Q_3\left(\delta_2, \delta_3, |V_3|\right)$$

دیفرانسیل این سه تابع را بدست می آوریم:

$$\Delta P_2 = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}\Delta\delta_2 + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3}\Delta\delta_3 + \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|}\Delta|V_3|$$

$$\Delta P_3 = \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2}\Delta\delta_2 + \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3}\Delta\delta_3 + \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|}\Delta|V_3|$$

$$\Delta Q_3 = \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2}\Delta\delta_2 + \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3}\Delta\delta_3 + \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|}\Delta|V_3|$$

این معادلات را بصورت ماتریس بیان می کنیم:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & |V_3|\frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & |V_3|\frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & |V_3|\frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \frac{\Delta|V_3|}{|V_3|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} \qquad (7\text{-}40)$$

ماتریس مشتقات جزئی در معادله اخیر، به ماتریس جاکوبین[1] معروف است. در هر تکرار می توان P_2 و P_3 و Q_3 را بر حسب حدس های اولیه و یا آخرین مقادیر موجود ولتاژها و زاویه آنها بدست آورد. سپس با معلوم بودن P_2^{sch}، P_3^{sch} و Q_3^{sch} مقادیر ΔP_2، ΔP_3 و ΔQ_3 بشرح زیر بدست می آیند:

$$\Delta P_2 = P_2^{sch} - P_2$$

$$\Delta P_3 = P_3^{sch} - P_3$$

$$\Delta Q_3 = Q_3^{sch} - Q_3$$

1. Jacobian Matrix

بنابراین بردار $\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$ در معادله (۷-۴۰) معلوم می باشد. چنانچه بتوانیم عناصر ماتریس جاکوبین را در این تکرار محاسبه کنیم و در معادله (۷-۴۰) قرار دهیم، کمیت های $\Delta\delta_2$ و $\Delta\delta_3$ و $\frac{\Delta|V_3|}{|V_3|}$ بدست خواهند آمد (روش محاسبه عناصر ماتریس جاکوبین را در بخش (۱-۹-۷) مورد بررسی قرار خواهیم داد).

اگر در تکرار شماره K، آخرین مقادیر موجود $\delta_2^{(k)}$، $\delta_3^{(k)}$ و $|V_3|^k$ بوده و مقادیر $\Delta\delta_2$، $\Delta\delta_3$ و $\Delta|V_3|$ را در این تکرار بدست آوریم، مقادیر جدید δ_2 و δ_3 و $|V_3|$ به این ترتیب تعیین می شوند:

$$\delta_2^{(k+1)} = \delta_2^{(k)} + \Delta\delta_2$$

$$\delta_3^{(k+1)} = \delta_3^{(k)} + \Delta\delta_3$$

$$|V_3|^{(k+1)} = |V_3|^{(k)} + \Delta|V_3|$$

به این ترتیب مقادیر جدیدی برای کمیت های مجهول بدست آمده و یک تکرار خاتمه یافته است. در یک سیستم قدرت با n شین، که تعداد شین های دارای ژنراتور (بانضمام شین اصلی) برابر m می باشد، معادله (۷-۴۰) بصورت معادله (۷-۴۱) نوشته می شوند.

برای سهولت محاسبات، هر یک از مشتق ها را به این ترتیب نشان می دهیم:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \qquad i, j = 2, 3, \ldots, n$$

$$N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|}|V_j| \qquad i = 2, 3, \ldots, n \quad j = m+1, m+2, \ldots n$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \qquad i = m+1, m+2, \ldots n \quad j = 2, 3, \ldots, n$$

$$L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|}|V_j| \qquad i, j = m+1, m+2, \ldots, n$$

$$\left[\begin{array}{cccc|ccc} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & |V_{m+1}|\frac{\partial P_2}{\partial |V_{m+1}|} & \cdots & |V_n|\frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_n} & |V_{m+1}|\frac{\partial P_3}{\partial |V_{m+1}|} & \cdots & |V_n|\frac{\partial P_3}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & |V_{m+1}|\frac{\partial P_n}{\partial |V_{m+1}|} & \cdots & |V_n|\frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_{m+1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_{m+1}}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial Q_{m+1}}{\partial \delta_n} & |V_{m+1}|\frac{\partial Q_{m+1}}{\partial |V_{m+1}|} & \cdots & |V_n|\frac{\partial Q_{m+1}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & |V_{m+1}|\frac{\partial Q_n}{\partial |V_{m+1}|} & \cdots & |V_n|\frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \vdots \\ \Delta\delta_n \\ \hline \frac{\Delta|V_{m+1}|}{|V_{m+1}|} \\ \vdots \\ \frac{\Delta|V_n|}{|V_n|} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_{m+1} \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{array}\right] \qquad (۷-۴۱)$$

$$
\left[\begin{array}{cccc|ccc|ccc}
H_{22} & H_{23} & \cdots & H_{2m} & H_{2(m+1)} & \cdots & H_{2n} & N_{2(m+1)} & \cdots & N_{2n} \\
H_{32} & H_{33} & \cdots & H_{3m} & H_{3(m+1)} & \cdots & H_{3n} & N_{3(m+1)} & \cdots & N_{3n} \\
\vdots & \vdots & & & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
H_{m2} & H_{m3} & \cdots & H_{mm} & H_{m(m+1)} & \cdots & H_{mn} & N_{m(m+1)} & \cdots & N_{mn} \\
\hline
H_{(m+1)2} & H_{(m+1)3} & \cdots & H_{(m+1)m} & H_{(m+1)(m+1)} & \cdots & H_{(m+1)n} & N_{(m+1)(m+1)} & \cdots & N_{(m+1)n} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
H_{n2} & H_{n3} & \cdots & H_{nm} & H_{n(m+1)} & \cdots & H_{nn} & N_{n(m+1)} & \cdots & N_{nn} \\
\hline
J_{(m+1)2} & & \cdots & J_{(m+1)m} & J_{(m+1)(m+1)} & \cdots & J_{(m+1)n} & L_{(m+1)(m+1)} & \cdots & L_{(m+1)n} \\
\vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
J_{n2} & & \cdots & J_{nm} & J_{n(m+1)} & \cdots & J_{nn} & L_{n(m+1)} & \cdots & L_{nn}
\end{array}\right]
\left[\begin{array}{c}
\Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \vdots \\ \Delta\delta_m \\ \hline \Delta\delta_{m+1} \\ \Delta\delta_{m+2} \\ \vdots \\ \Delta\delta_n \\ \hline \frac{\Delta|V_{m+1}|}{|V_{m+1}|} \\ \vdots \\ \frac{\Delta|V_m|}{|V_m|}
\end{array}\right]
=
\left[\begin{array}{c}
\Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_m \\ \hline \Delta P_{m+1} \\ \Delta P_{m+2} \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_{m+1} \\ \vdots \\ \Delta Q_n
\end{array}\right]
\qquad (۷-۴۲)
$$

با توجه به این روابط، معادله (۴۱-۷) به صورت معادله (۴۲-۷) بیان می شود. شکل خلاصه تر این معادله عبارتست از:

$$
\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}
$$

در ماتریس جاکوبین $\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}$ که ابعاد آن $(2n-m-1)(2n-m-1)$ می باشد، ابعاد هر یک از ماتریس های H، N، J و L بشرح زیر می باشد:

H	$(n-1)(n-1)$
N	$(n-1)(n-m)$
J	$(n-m)(n-1)$
L	$(n-m)(n-m)$

رابطه اخیر برای سیستم قدرت سه شینه شکل (۵-۷) به این صورت بیان می شود.

$$
\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \frac{\Delta|V_3|}{|V_3|} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}
$$

۱-۹-۷ تعیین عناصر ماتریس جاکوبین

برای محاسبه مشتقات جزئی در ماتریس جاکوبین از معادلات (۳۶-۷) و (۳۷-۷) مطابق زیر استفاده می کنیم:

$$P_i = |V_i|\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}||V_j|\cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \tag{۷-۴۳}$$

$$Q_i = |V_i|\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}||V_j|\sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \tag{۷-۴۴}$$

مشتق P_i بر حسب δ_i برابر است با:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i|\sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^{n}|Y_{ij}||V_j|\sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

با استفاده از معادله (۴۴-۷) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -\left[Q_i - |V_i|^2|Y_{ii}|\sin(-\phi_{ii})\right]$$

و بنابراین

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \tag{۷-۴۵}$$

در اینجا B_{ii} قسمت موهومی عنصر Y_{ii} در ماتریس Y_{bus} می باشد. مشتق P_i بر حسب δ_j ، $j \neq i$ ، این چنین محاسبه می شود:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_i||V_j||Y_{ij}|\sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})|$$

$$= |V_i||V_j||Y_{ij}|\left[\sin(\delta_i - \delta_j)\cos\phi_{ij} - \cos(\delta_i - \delta_j)\sin\phi_{ij}\right] \qquad j \neq i$$

پس از بسط دادن جملات مثلثاتی فوق و یک سری عملیات داریم:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = a_{ij}f_i - b_{ij}e_i \qquad j \neq i \tag{۷-۴۶}$$

در اینجا a_{ij} و b_{ij} از روابط زیر تعریف می شوند:

$$a_{ij} = G_{ij}e_j - B_{ij}f_j$$

$$b_{ij} = G_{ij}f_j + B_{ij}e_j$$

در این روابط G_{ij} و B_{ij} بترتیب قسمت های حقیقی و موهومی عنصر Y_{ij} از ماتریس Y_{bus} و e_j و f_j نیز بترتیب قسمت های حقیقی و موهومی V_j هستند:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}|\underline{/\phi_{ij}} = G_{ij} + jB_{ij}$$

$$V_j = |V_j|\underline{/\delta_j} = e_j + jf_j$$

مشتقات جزئی Q_i بر حسب δ_i و δ_j نیز به روش مشابه و بشرح زیر بدست می آیند:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = |V_i|\sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^{n}|V_j||Y_{ij}|\cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$= P_i - |V_i|^2|Y_{ii}|\cos\phi_{ii}$$

$$J_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = P_i - |V_i|^2 G_{ii} \tag{۷-۴۷}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i||V_j||Y_{ij}|\cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -a_{ij}e_i - b_{ij}f_i \qquad j \neq i \tag{۷-۴۸}$$

حال مشتقات توان های اکتیو و راکتیو را بر حسب دامنه ولتاژها بدست می آوریم. مشتق P_i برحسب $|V_i|$ برابر است با:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = |V_i||Y_{ii}|\cos\phi_{ii} + \sum_{j=1}^{n}|V_j||Y_{ij}|\cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

طرفین این رابطه را در $|V_i|$ ضرب می کنیم:

$$|V_i|\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = |V_i|^2 G_{ii} + |V_i|\sum_{j=1}^{n}|V_j||Y_{ij}|\cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

و از آنجا:

$$N_{ii} = |V_i|\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = P_i + |V_i|^2 G_{ii} \qquad (۷-۴۹)$$

حال مشتق P_i را بر حسب $|V_j|$ ، $j \neq i$ ، بدست می آوریم:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i||Y_{ij}|\cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \qquad j \neq i$$

طرفین این رابطه را در $|V_j|$ ضرب می کنیم:

$$|V_j|\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i||V_j||Y_{ij}|\cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$N_{ij} = |V_j|\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = a_{ij}e_i + b_{ij}f_i \qquad j \neq i \qquad (۷-۵۰)$$

عناصر L_{ii} و L_{ij} نیز بهمین ترتیب محاسبه می شوند:

$$L_{ii} = |V_i|\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \qquad (۷-۵۱)$$

$$L_{ij} = |V_j|\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = a_{ij}f_i - b_{ij}e_i \qquad j \neq i \qquad (۷-۵۲)$$

۷-۹-۲ مراحل حل مساله پخش بار از روش NR

تا اینجا کلیه روابط مورد نیاز را برای استفاده از روش نیوتون - رافسون در حل مساله پخش بار بدست آورده ایم. با توجه به این روابط، مراحل حل مساله پخش بار بصورت زیر خواهد بود:

۱- با داشتن اطلاعات خطوط، ماتریس Y_{bus} را تشکیل می دهیم. این ماتریس و عناصر آن در طول محاسبه پخش بار ثابت می باشد. با تشکیل Y_{bus} کلیه مقادیر G_{ij} و B_{ij} بشرح زیر تعیین می گردند:

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \qquad i,j = 1,2,\dots,n$$

۲- برای $V_2, V_3, \dots, V_n$ مقادیر مناسبی تخمین می زنیم. در اینصورت داریم:

$$V_i = |V_i|\angle\delta_i = e_i + jf_i \qquad i = 1,2,\dots,n$$

۳- مقادیر a_{ij} و b_{ij} را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= G_{ij}e_j - B_{ij}f_j \\ b_{ij} &= G_{ij}f_j + B_{ij}e_j \end{aligned} \qquad \begin{cases} i = 2,3,\dots,n \\ j = 1,2,\dots,n \end{cases}$$

۴- قدرت های P_i و Q_i را بدست می آوریم:

$$P_i = e_i\sum_{j=1}^{n}a_{ij} + f_i\sum_{j=1}^{n}bij$$

$$i = 2,3,\dots,n$$

$$Q_i = f_i\sum_{j=1}^{n}a_{ij} - e_i\sum_{j=1}^{n}bij$$

۵- با توجه به مقادیر معلوم P_i^{sch} و Q_i^{sch} مقادیر ΔP_i و ΔQ_i را تعیین می کنیم:

$$\Delta P_i = P_i^{sch} - P_i \qquad i = 2,3,\dots,n$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sch} - Q_i \qquad i = m+1,\dots,n$$

۶- برای حصول همگرائی باید ΔP_i و ΔQ_i تقریباً برابر صفر گردند، لذا صحت روابط زیر را آزمایش می کنیم:

$$|\Delta P_i| \le \varepsilon \qquad i = 2,3,\dots,n$$

$$|\Delta Q_i| \le \varepsilon \qquad i = m+1,\dots,n$$

اگر این روابط صادق باشند ولتاژهای فعلی مورد قبول هستند و همگرائی حاصل شده است. در صورت عدم صحت روابط فوق، محاسبات را به شرح زیر ادامه می دهیم.

۷- ماتریس جاکوبین را با توجه به روابط (۷-۴۵) تا (۷-۵۲) تشکیل می دهیم. برای تعیین عناصر این ماتریس به کمیت های P_i ، Q_i ، a_{ij} و b_{ij} نیاز داریم که در مراحل ۳ و ۴ آنها را بدست آورده ایم.

۸- از رابطه زیر $\Delta\delta_2, \Delta\delta_3, \ldots, \Delta\delta_n$ و همچنین $\Delta|V_{m+1}|, \ldots, \Delta|V_n|$ را محاسبه می کنیم:

$$\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \dfrac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

مقادیر ΔP ها و ΔQ ها که در این رابطه مورد نیاز هستند، از مرحله ۶ بدست آمده اند.

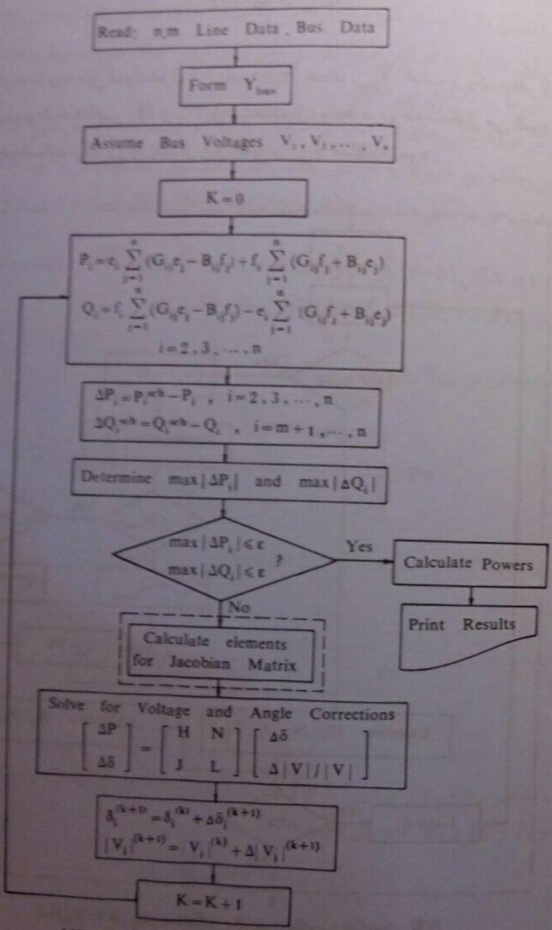
۹- مقادیر بعدی ولتاژها و زاویه آنها را از معادله زیر محاسبه می کنیم:

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ \hline |V_{m+1}| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ \hline |V_{m+1}| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix}^{(k)} + \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \vdots \\ \Delta\delta_n \\ \hline \Delta|V_{m+1}| \\ \vdots \\ \Delta|V_n| \end{bmatrix} \qquad (۷-۵۳)$$

به این ترتیب یک تکرار خاتمه یافته است و مقادیر جدیدی برای زاویه ولتاژ کلیه شین ها (بجز شین اصلی) و دامنه ولتاژ شین های بار بدست آمده است. حال برای آزمایش جواب های بدست آمده به مرحله ۳ بر می گردیم. همگرائی هنگامی حاصل می شود که در یکی از تکرارها نامعادلات مرحله ۶ برقرار گردند. با توجه به مراحل فوق الذکر، فلوچارت حل مساله پخش بار با استفاده از روش نیوتون رافسون در شکل (۶-۷) رسم شده است.

۳-۹-۷ محاسبه ولتاژ در شین های کنترل شده

در استفاده از روش نیوتون - رافسون نیز باید محدودیت میزان توان راکتیو شین های کنترل شده را در نظر گرفت. برای این منظور در مرحله ۷ محاسبات (تشکیل ماتریس جاکوبین)، ابتدا ولتاژ هرشین کنترل شدهi را مساوی $V_{i_{spec}}$ قرار می دهیم. سپس مجدداً Q_i را

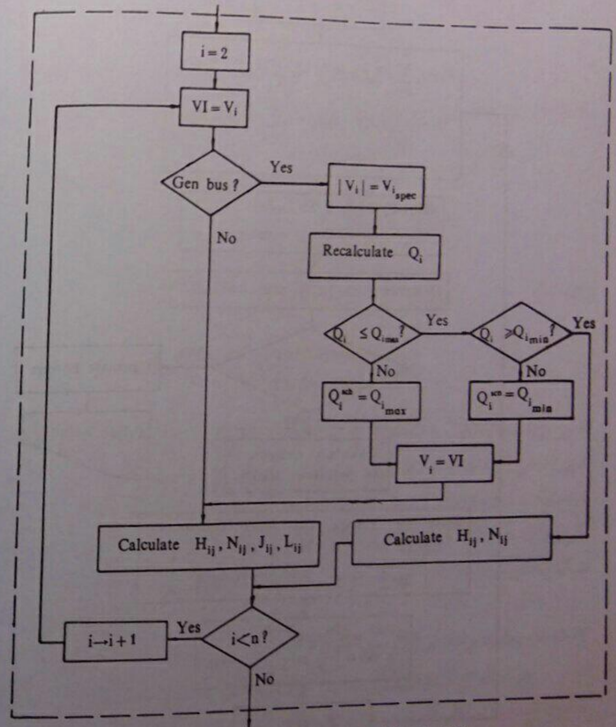


شکل ۶-۷ فلوچارت حل مساله پخش بار با استفاده از روش NR

محاسبه می کنیم. آنگاه محدودیت زیر را آزمایش می کنیم:

$$Q_{i_{min}} \leq Q_i \leq Q_{i_{max}}$$

اگر Q_i در محدوده قابل قبول فوق قرار گیرد $|V_i|$ همان $V_{i_{spec}}$ است و یک سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H_{ij} و N_{ij} با استفاده از روابط مربوطه تشکیل می شود. در این حالت در محاسبات H_{ij} و N_{ij} باید از Q_i جدید و $V_{i_{spec}}$ استفاده نمود.



شکل ۷-۷ فلوچارت تشکیل ماتریس جاکوبین در روش NR

اگر $Q_i > Q_{i_{max}}$ باشد Q_i^{sch} را برابر $Q_{i_{max}}$ قرار می دهیم، و اگر $Q_i < Q_{i\,min}$ باشد Q_i^{sch} را برابر $Q_{i\,min}$ قرار می دهیم. در اینصورت شین i در این تکرار کنترل شده نبوده و یک شین PQ (شین بار) است. لذا $|V_i|$ دیگر $V_{i_{spec}}$ نیست بلکه همان $|V_i|$ محاسبه شده قبلی است. در این حالت برای این شین بار دو سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H_{ij} ، N_{ij} ، J_{ij} و L_{ij} را تشکیل می دهیم.

در مورد شین های بار محاسبه مجدد Q_i لازم نیست و به ازاء هر شین PQ دو سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H_{ij} ، N_{ij} ، J_{ij} و L_{ij} را تشکیل می دهیم. شکل (۷-۷) فلوچارت مراحل تشکیل ماتریس جاکوبین را براساس مطالب ذکر شده نشان می دهد.

مثال ۲-۷ در شکل (۵-۷) در صورتیکه $-۰/۵\ Pu \leq Q_۲ \leq ۰/۹۵\ Pu$ باشد، ولتاژ شین ها را از روش نیوتون - رافسون برای تکرار اول محاسبه کنید.

حل: ابتدا ماتریس Y_{bus} را تشکیل می دهیم:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} ۲-j۷ & ۰ & -۲+j۷ \\ ۰ & ۳-j۸ & -۳+j۸ \\ -۲+j۷ & -۳+j۸ & ۵-j۱۵ \end{bmatrix} Pu$$

سپس برای ولتاژها مقادیر زیر را تخمین می زنیم:

$$V_۱ = ۱\angle ۰^\circ = ۱+j۰ \qquad Pu$$

$$V_۲ = ۱/۰۵\angle ۰^\circ = ۱/۰۵+j۰ \qquad Pu$$

$$V_۳ = ۱\angle ۰^\circ = ۱+j۰ \qquad Pu$$

حال مقادیر a_{ij} و b_{ij} را برای $i = ۲,۳$ و $j = ۱,۲,۳$ بدست می آوریم و محاسبه را برای تعیین $P_۲$ و $P_۳$ و $Q_۲$ و $Q_۳$ ادامه می دهیم:

$$a_{۲۱} = G_{۲۱}e_۱ - B_{۲۱}f_۱ = ۰$$

$$a_{۲۲} = G_{۲۲}e_۲ - B_{۲۲}f_۲ = ۳ \times ۱/۰۵ = ۳/۱۵$$

$$a_{23} = G_{23}e_3 - B_{23}f_3 = -3\times 1 = -3$$

$$a_{31} = G_{31}e_1 - B_{31}f_1 = -2\times 1 = -2$$

$$a_{32} = G_{32}e_2 - B_{32}f_2 = -3\times 1.05 = -3.15$$

$$a_{33} = G_{33}e_3 - B_{33}f_3 = 5\times 1 = 5$$

$$b_{21} = G_{21}f_1 + B_{21}e_1 = 0$$

$$b_{22} = G_{22}f_2 + B_{22}e_2 = -8\times 1.05 = -8.4$$

$$b_{23} = G_{23}f_3 + B_{23}e_3 = 8\times 1 = 8$$

$$b_{31} = G_{31}f_1 + B_{31}e_1 = 7\times 1 = 7$$

$$b_{32} = G_{32}f_2 + B_{32}e_2 = 8\times 1.05 = 8.4$$

$$b_{33} = G_{33}f_3 + B_{33}e_3 = -15\times 1 = -15$$

$$P_2 = e_2\sum_{j=1}^{3} a_{2j} + f_2\sum_{j=1}^{3} b_{2j} = e_2\left(a_{21} + a_{22} + a_{23}\right)$$

$$= 1.05\left(0 + 3.15 - 3\right) = 0.1575 \quad \text{Pu}$$

$$P_3 = e_3\sum_{j=1}^{3} a_{3j} + f_3\sum_{j=1}^{3} b_{3j} = e_3\left(a_{31} + a_{32} + a_{33}\right)$$

$$= 1\left(-2 - 3.15 + 5\right) = -0.15 \quad \text{Pu}$$

$$Q_2 = f_2\sum_{j=1}^{3} a_{2j} - e_2\sum_{j=1}^{3} b_{2j} = -e_2\left(b_{21} + b_{22} + b_{23}\right)$$

$$= -1.05\left(0 - 8.4 + 8\right) = 0.42 \quad \text{Pu}$$

$$Q_3 = f_3\sum_{j=1}^{3} a_{3j} - e_3\sum_{j=1}^{3} b_{3j} = -e_3\left(b_{31} + b_{32} + b_{33}\right)$$

$$= -1\left(7 + 8.4 - 15\right) = -0.4 \quad \text{Pu}$$

Q_2 محاسبه شده در محدوده قابل قبول است، لذا شین ۲ در این تکرار شین کنترل شده است. حال مقادیر ΔP_2 و ΔP_3 و ΔQ_3 را بدست می آوریم:

$$\Delta P_2 = P_2^{sch} - P_2 = 1.5 - 0.1575 = 1.3425 \quad \text{Pu}$$

$$\Delta P_3 = P_3^{sch} - P_3 = -1.8 - (-0.15) = -1.65 \quad \text{Pu}$$

$$\Delta Q_3 = Q_3^{sch} - Q_3 = -0.8 - (-0.4) = -0.4 \quad \text{Pu}$$

ماتریس جاکوبین برای این سیستم در تکرار اول بشرح زیر است:

$$J_{ac} = \left[\begin{array}{cc|c} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ \hline J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{array}\right]$$

برای تعیین عناصر این ماتریس براساس روابط مربوطه داریم:

$$H_{22} = -Q_2 - |V_2|^2 B_{22} = -0.42 - (1.05)^2(-8) = 8.4$$

$$H_{23} = a_{23}f_2 - b_{23}e_2 = -8\times 1.05 = -8.4$$

$$H_{32} = a_{32}f_3 - b_{32}e_3 = -8.4\times 1 = -8.4$$

$$H_{33} = -Q_3 - |V_3|^2 B_{33} = 0.4 - (1)(1)^2(-15) = 15.4$$

$$J_{32} = -a_{32}e_3 - b_{32}f_3 = -(-3.15)\times 1 = 3.15$$

$$J_{33} = P_3 - |V_3|^2 G_{33} = -0.15 - (1)^2\times 5 = -5.15$$

$$N_{23} = a_{23}e_2 + b_{23}f_2 = -3\times 1.05 = -3.15$$

$$N_{33} = P_3 + |V_3|^2 G_{33} = -0.15 + (1)^2\times 5 = 4.85$$

$$b_{۳۲} = ۱۰ \times ۱/۱۲۵ = ۱۱/۲۵$$

$$b_{۳۳} = -۱۵ \times ۱ = -۱۵$$

$$P_۲ = ۱/۱۲۵(۰ + ۴/۵ - ۴) = ۰/۵۶۲۵ \quad \text{Pu}$$

$$P_۳ = ۱\,(-۴ - ۴/۵ + ۸) = -۰/۵ \quad \text{Pu}$$

$$Q_۲ = -۱/۱۲۵(۰ - ۱۱/۱۵ + ۱۰) = ۱/۴۰۶۲۵ \quad \text{Pu}$$

$$Q_۳ = -۱(۵ + ۱۱/۲۵ - ۱۵) = -۱/۲۵ \quad \text{Pu}$$

چون $Q_۲$ از $\text{Pu} \quad ۱ = Q_{۲_{max}}$ بزرگتر است لذا داریم :

$$Q_۲^{sch} = ۱ \quad \text{Pu}$$

بنابراین شین ۲ در این تکرار کنترل شده نیست و شین بار می باشد و لذا دو سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به این شین می شود. به این ترتیب ملاحظه می شود که ابعاد ماتریس جاکوبین در این حالت (۴×۴) می باشد که آنرا بشرح زیر نشان می دهیم :

$$\text{Jac} = \left[\begin{array}{cc|cc} H_{۲۲} & H_{۲۳} & N_{۲۲} & N_{۲۳} \\ H_{۳۲} & H_{۳۳} & N_{۳۲} & N_{۳۳} \\ \hline J_{۲۲} & J_{۲۳} & L_{۲۲} & L_{۲۳} \\ J_{۳۲} & J_{۳۳} & L_{۳۲} & L_{۳۳} \end{array}\right]$$

برای محاسبه عناصر این ماتریس با توجه به روابط (۷-۴۵) تا (۷-۵۲) داریم :

$$H_{۲۲} = -Q_۲ - |V_۲|^۲ B_{۲۲} = -۱ - (۱/۱۲۵)^۲(-۱۰) = -۱۱/۶۵۶۲$$

$$H_{۲۳} = a_{۲۳}f_۲ - b_{۲۳}e_۲ = -(۱۰)(۱/۱۲۵) = -۱۱/۲۵$$

$$H_{۳۲} = -۱۱/۲۵$$

$$H_{۳۳} = ۱۶/۲۵$$

$$N_{۲۲} = P_۲ + |V_۲|^۲ G_{۲۲} = ۰/۵۶۲۵ + (۱/۱۲۵)^۲ \times ۴ = ۵/۶۲۵$$

$$N_{۲۳} = a_{۲۳}e_۲ + b_{۲۳}f_۲ = -۴(۱/۱۲۵) = -۴/۵$$

$$N_{۳۲} = -۴/۵$$

$$N_{۳۳} = ۷/۵$$

$$J_{۲۲} = P_۲ - |V_۲|^۲ G_{۲۲} = ۰/۵۶۲۵ - (۱/۱۲۵)^۲ \times ۴ = -۴/۵$$

$$J_{۲۳} = -a_{۲۳}e_۲ - b_{۲۳}f_۲ = -(-۴) \times ۱/۱۲۵ = ۴/۵$$

$$J_{۳۲} = ۴/۵$$

$$J_{۳۳} = -۸/۵$$

$$L_{۲۲} = Q_۲ - |V_۲|^۲ B_{۲۲} = ۱ - (۱/۱۲۵)^۲ \times (-۱۰) = ۱۳/۶۵۶$$

$$L_{۲۳} = a_{۲۳}f_۲ - b_{۲۳}e_۲ = -(۱۰)(۱/۱۲۵) = -۱۱/۲۵$$

$$L_{۳۲} = -۱۱/۲۵$$

$$L_{۳۳} = ۱۳/۷۵$$

حال مقادیر $\Delta P_۲$ ، $\Delta P_۳$ ، $\Delta Q_۲$ و $\Delta Q_۳$ را بدست آورده و متعاقب آن مقادیر $\Delta\delta_۲$ ، $\Delta\delta_۳$ ، $\Delta|V_۲|$ و $\Delta|V_۳|$ را محاسبه می کنیم :

$$\Delta P_۲ = P_۲^{sch} - P_۲ = ۱/۶ - ۰/۵۶۲۵ = ۱/۰۳۷۵$$

$$\Delta P_۳ = P_۳^{sch} - P_۳ = -۲ - (-۰/۵) = -۱/۵$$

$$\Delta Q_۲ = Q_۲^{sch} - Q_۲ = ۱ - ۱/۴۰۶۲۵ = -۰/۴۰۶۲۵$$

$$\Delta Q_۳ = Q_۳^{sch} - Q_۳ = -۱ - (-۱/۲۵) = ۰/۲۵$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \dfrac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}^{-۱} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_۲ \\ \Delta\delta_۳ \\ \dfrac{\Delta|V_۲|}{|V_۲|} \\ \dfrac{\Delta|V_۳|}{|V_۳|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۱/۶۵۶۲۵ & -۱۱/۲۵ & ۵/۶۲۵ & -۴/۵ \\ -۱۱/۲۵ & ۱۶/۲۵ & -۴/۵ & ۷/۵ \\ -۴/۵ & ۴/۵ & ۱۳/۶۵۶۲۵ & -۱۱/۲۵ \\ ۴/۵ & -۸/۵ & -۱۱/۲۵ & ۱۳/۷۵ \end{bmatrix}^{-۱} \begin{bmatrix} ۱/۰۳۷۵ \\ -۱/۵ \\ -۰/۴۰۶۲۵ \\ ۰/۲۵ \end{bmatrix}$$

$$\Delta\delta_۲ = ۰/۰۵۰۴۴ \ \text{rad} = ۲/۸۹^\circ$$

$$\Delta\delta_۳ = -۰/۰۴۰۷ \ \text{rad} = -۲/۳۳^\circ$$

$$\frac{\Delta|V_۲|}{|V_۲|} = -۰/۰۵۸۴$$

$$\frac{\Delta|V_۳|}{|V_۳|} = -۰/۰۷۲۲۷$$

و در انتها، مقادیر جدید $\delta_۲$ ، $\delta_۳$ ، $|V_۲|$ و $|V_۳|$ را محاسبه می کنیم:

$$\Delta|V_۲| = -۰/۰۵۸۴ \times ۱/۱۲۵ = -۰/۰۶۵۷ \quad \text{Pu}$$

$$\Delta|V_۳| = -۰/۰۷۲۲۷ \times ۱ = -۰/۰۷۲۲۷ \quad \text{Pu}$$

$$\delta_۲^{(۱)} = ۰ + ۲/۸۹^\circ = ۲/۸۹^\circ$$
$$\delta_۳^{(۱)} = ۰ - ۲/۳۳^\circ = -۲/۳۳^\circ$$

$$|V_۲|^{(۱)} = ۱/۱۲۵ - ۰/۰۶۵۷ = ۱/۰۵۹۳ \quad \text{Pu}$$

$$|V_۳|^{(۱)} = ۱ - ۰/۰۷۲۲۷ = ۰/۹۲۷۷۳ \quad \text{Pu}$$

بنابراین در پایان تکرار اول ولتاژهای محاسبه شده عبارتند از:

$$V_۱ = ۱\angle ۰^\circ \quad \text{Pu}$$

$$V_۲ = ۱/۰۵۹۳ \angle ۲/۸۹^\circ \quad \text{Pu}$$

$$V_۳ = ۰/۹۲۷۷۳ \angle -۲/۳۳^\circ \quad \text{Pu}$$

۱۰-۷ مقایسه روش های گوس - سایدل و نیوتون - رافسون

در ارزیابی و مقایسه روش های حل مساله پخش بار نکات زیر را باید در نظر گرفت:

۱- تعداد تکرار برای حصول همگرائی

۲- زمان لازم برای محاسبات

۳- دقت جواب

۴- قابلیت اطمینان جهت حصول همگرائی

۵- سهولت برنامه نویسی کامپیوتر

۶- حافظه لازم جهت ذخیره سازی داده ها در کامپیوتر

روش GS به تکرارهای زیادی برای حصول همگرائی نیاز دارد و با بزرگ شدن سیستم قدرت و افزایش تعداد شین ها تعداد تکرار نیز افزایش می یابد. همچنین انتخاب شین اصلی در تعداد تکرار برای حصول همگرائی موثر است. در روش NR تعداد تکرارها برای رسیدن به همگرائی بمراتب کمتر است و معمولاً بین ۳ الی ۶ تکرار می باشد. تعداد تکرار در این روش به اندازه سیستم [1] و انتخاب شین اصلی بستگی ندارد. در عوض در روش NR در هر تکرار عناصر ماتریس جاکوبین باید محاسبه شده و این ماتریس معکوس گردد که در نتیجه زمان مورد نیاز محاسبات برای هر تکرار بیشتر می شود. معمولاً زمان لازم برای هر تکرار روش NR بین ۵ تا ۱۰ برابر زمان مورد نیاز برای هر تکرار روش GS می باشد.

جوابهای بدست آمده در روش NR بسیار دقیق تر بوده و قابلیت اطمینان آن جهت حصول همگرائی نیز بسیار زیاد می باشد. روش GS از نظر سهولت برنامه نویسی بهتر است و در ضمن به حافظه کمتری جهت ذخیره سازی داده ها نیاز دارد. در صورتیکه برنامه نویسی روش NR مقداری پیچیده بوده و حافظه بیشتری برای داده ها و محاسبات مورد نیاز است.

در مجموع روش نیوتون - رافسون نسبت به روش گوس - سایدل برتری دارد و برای سیستم های قدرت بزرگ عملاً از روش NR استفاده می شود. تنها اشکال این روش، یعنی نیاز به حافظه زیاد در کامپیوتر، امروزه در برنامه های کامپیوتری با استفاده از ذخیره سازی

1. System Size

متراکم در ماتریس های Y_{bus} و جاکوبین تاحدی قابل رفع می باشد .

در بسیاری از محاسبات، برای پائین آوردن زمان انجام محاسبات، می توان چند تکرار اول را با روش GS انجام داد و سپس نتایج حاصله را بعنوان حدس های اولیه برای روش نیوتون – رافسون مورد استفاده قرار داد .

۷-۱۱ روش Decoupled در حل مساله پخش بار

سیستم های قدرت الکتریکی در حین کار عادی ممکن است با شرایط اضطراری از قبیل خروج واحدهای ژنراتوری، تغییر ناگهانی بار، قطع شدن خطوط و غیره مواجه شوند . تاثیر اختلالات فوق الذکر باید در فاصله زمانی بسیار کوتاه بررسی شود و نتایج آن جهت تعیین روش مواجهه با این اختلالات مورد استفاده قرار گیرد . تشخیص بهنگام[1] شرایط عملکرد واقعی یک سیستم با استفاده از سیستم های ابزار دقیق گسترده ای انجام می شود که کار جمع آوری اطلاعات، تحلیل ایمنی سیستم و ارزیابی شرایط اضطراری را با استفاده از روش های پخش بار سریع انجام می دهند . برای خروج یک ژنراتور و یا تغییر بار، بردار قدرت شین ها اصلاح می شود، و برای خروج یک خط یا ترانسفورماتور، ماتریس Y_{bus} ترمیم می گردد . سپس با استفادهاز یک پخش بار سریع، ولتاژ شین ها، قدرت جاری در خطوط و قدرت تولیدی ژنراتور محاسبه می شوند . دقت محاسبات در روش های سریع پخش بار در مقایسه با پخش بار عادی کمتر است، لیکن تعیین پاسخ شرایط اضطراری در چند ثانیه با خطای حدود ۵ درصد به پاسخ دقیق در زمان یک یا دو دقیقه ارجحیت دارد . حال به بررسی روش Decoupled می پردازیم .

چنانچه بین دو نقطه i و j از یک سیستم قدرت، راکتانس X قرار گرفته باشد، در مباحث فصل پنجم و همچنین فصل چهارم (خطوط انتقال) دیدیم که قدرت های اکتیو و راکتیو جاری از نقطه i بطرف نقطه j تقریباً برابرند با :

$$P_{ij} = \frac{|V_i||V_j|}{X}\sin\delta = P_{max}\sin\delta \qquad (۷\text{-}۵۴)$$

$$Q_{ij} = \frac{|V_i|}{X}\left(|V_i| - |V_j|\cos\delta\right) = \frac{|V_i|}{X}\Delta V \qquad (۷\text{-}۵۵)$$

1. On Line

این روابط وابستگی قدرت اکتیو و زاویه ولتاژ از یک طرف و وابستگی قدرت راکتیو و ولتاژ را از طرف دیگر نشان می دهند . استقلال دو کانال $P\delta$ و QV در یک سیستم بهم پیوسته با بکار بردن تقریب هائی در روابط پخش بار قابل بررسی است و برای بررسی دقیق میزان این استقلال باید محاسبه پخش بار را در توان های اکتیو و راکتیو مختلف انجام داد . نتایج تجربی پخش بار در حالت های مختلف نشان می دهد که P و δ بمیزان زیادی بهم وابسته بوده و در یک کانال کنترل می شوند و تغییرات Q و $|V|$ تاثیر زیادی روی آنها ندارد . همچنین Q و $|V|$ نیز وابستگی زیادی بیکدیگر داشته و با تغییرات p و δ چندان تغییری نمی کنند . در روش Decoupled با توجه به ارتباط ضعیف کانالهای $P\delta$ و QV از تاثیر این دو کانال بر یکدیگر صرفنظر می گردد .

روش نیوتون – رافسون براساس رابطه زیر بنا شده است :

$$\begin{bmatrix}\Delta P \\ \Delta Q\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \dfrac{\Delta|V|}{|V|} \end{bmatrix} \qquad (۷\text{-}۵۶)$$

این رابطه را بصورت زیر تفکیک می کنیم :

$$\Delta P = H\Delta\delta + N\frac{\Delta|V|}{|V|} \qquad (۷\text{-}۵۷)$$

$$\Delta Q = J\Delta\delta + L\frac{\Delta|V|}{|V|} \qquad (۷\text{-}۵۸)$$

با توجه به مستقل بودن P از $|V|$ و همچنین Q از δ داریم :

$$N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|}|V_j| \cong 0$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \cong 0$$

بنابراین ماتریس های N و J نیز تقریباً برابر صفر هستند و روابط (۷-۵۷) و (۷-۵۸) به این صورت بیان می شوند :

$$\Delta P = H\Delta\delta \qquad (۷\text{-}۵۹)$$

$$\Delta Q = L\frac{\Delta|V|}{|V|} \qquad (۷-۶۰)$$

حال به جای حل معادله (۵۶-۷)، دو معادله (۵۹-۷) و (۶۰-۷) را مجزا از یکدیگر و هر کدام را از روش نیوتون - رافسون حل می کنیم. با این کار ضمن اینکه بطور قابل ملاحظه ای سرعت محاسبات افزایش می یابد، حجم حافظه لازم جهت ذخیره سازی متغیرها کاهش خواهد یافت، در عوض جوابهای بدست آمده از دقت کمتری برخوردار هستند.

مثال ۴-۷ مثال (۲-۷) را با استفاده از روش Decoupled حل کنید.

حل: با استفاده از معادلات (۵۹-۷) و (۶۰-۷) داریم:

$$H\Delta\delta = \Delta P$$

$$\begin{bmatrix} ۸/۴ & -۸/۴ \\ -۸/۴ & ۱۵/۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta\delta_۲ \\ \Delta\delta_۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱/۳۴۲۵ \\ -۱/۶۵ \end{bmatrix}$$

$$\Delta\delta_۲ = ۰/۱۱۶ \quad \text{rad} = ۶/۶^\circ$$

$$\Delta\delta_۳ = -۰/۰۴۳۹ \quad \text{rad} = -۲/۵^\circ$$

$$L\frac{\Delta|V_۳|}{|V_۳|} = \Delta Q$$

$$۱۴/۶\frac{\Delta|V_۳|}{|V_۳|} = -۰/۴$$

$$\frac{\Delta|V_۳|}{|V_۳|} = -۰/۰۲۷۴$$

$$\Delta|V_۳| = -۰/۰۲۷۴ \times ۱ = -۰/۰۲۷۴ \quad \text{Pu}$$

$$\delta_۲^{(1)} = ۰ + ۶/۶^\circ = ۶/۶^\circ$$

$$\delta_۳^{(1)} = ۰ - ۲/۵^\circ = -۲/۵^\circ$$

$$|V_۳|^{(1)} = ۱ - ۰/۰۲۷۴ = ۰/۹۷۲۶ \quad \text{Pu}$$

۱۲-۷ روش Fast - Decoupled در حل مساله پخش بار

علاوه بر آنچه در روش Decoupled ذکر شد، با افزایش تقریب محاسبات در هر تکرار، سرعت محاسبات را می توان افزایش داد. در این روش به علت اختلاف ناچیز در زاویه های ولتاژ، معادلات به صورت زیر درمی آیند:

$$\delta_i - \delta_j \cong ۰$$

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \cong -|V_i|\,|V_j|\,|Y_{ij}|\sin\phi_{ij} = -|V_i|\,|V_j|B_{ij} \qquad (۷-۶۱)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \cong |V_i|\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}|\,|V_j|\sin\phi_{ij} - |V_i|^۲|Y_{ii}|\sin\phi_{ii}$$

و یا:

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \approx -|V_i|^۲ B_{ii} \qquad (۷-۶۲)$$

بهمین ترتیب برای مشتقات توان راکتیو نسبت به ولتاژها داریم:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \cong -|V_i|\,|Y_{ij}|\sin\phi_{ij} = -|V_i|B_{ij}$$

$$L_{ij} = |V_j|\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i|\,|V_j|B_{ij} \qquad (۷-۶۳)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cong -\sum_{j=1}^{n}|V_j|\,|Y_{ij}|\sin\phi_{ij} - |V_i|\,|Y_{ii}|\sin\phi_{ii}$$

و یا:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cong -|V_i| B_{ii}$$

$$L_{ii} = |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i|^2 B_{ii} \qquad (۷-۶۴)$$

استفاده از معادلات (۶۱-۷) تا (۶۴-۷) حجم محاسبات را برای تعیین ماتریس جاکوبین نسبتاً کم می کند و در نتیجه میزان قابل توجهی از حجم محاسبات کم می شود.

۱۳-۷ پخش بار DC[1]

اگر هدف از انجام پخش بار تعیین مقدار تقریبی توان اکتیو خطوط باشد، خصوصاً هنگامی که لازم باشد این مقادیر بسیار سریع تعیین شوند، از روش DC ستفاده می کنیم. در این روش بعلت کوچک بودن مؤلفه حقیقی امپدانس خطوط از آن صرفنظر می شود. در نتیجه:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}||V_j| \sin(\delta_i - \delta_j) \qquad i = 2,3,\ldots,n \qquad (۷-۶۵)$$

چون $\delta_i - \delta_j$ بسیار کوچک است لذا داریم:

$$\sin(\delta_i - \delta_j) \cong \delta_i - \delta_j$$

همچنین با توجه به اینکه دامنه ولتاژ شین ها تقریباً Pu ۱ است، معادله (۶۵-۷) را می توان به این صورت نوشت:

$$P_i = \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}|(\delta_i - \delta_j) \qquad i = 2,3,\ldots,n \qquad (۷-۶۶)$$

در معادلهٔ اخیر $P_2, P_3, \ldots, P_n$ معلوم و $\delta_2, \ldots, \delta_n$ مجهول هستند. بنابراین $n-1$ معادله با $n-1$ مجهول در دسترس می باشد که با حل این معادلات، $\delta_2, \ldots, \delta_n$ بدست خواهند آمد.

1. DC Load Flow

در اینجا با توجه به اینکه معادلات فوق خطی می باشند، نیازی به استفاده از روش های مبتنی بر تکرار نمی باشد. با بدست آمدن زاویه ولتاژ شین ها، توان اکتیو خطوط از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$P_{ij} = \mathrm{Re}\left[V_i\left(\frac{V_i - V_j}{R + jX}\right)^*\right]$$

از آنجائیکه $R \approx 0$ ، $V_i \approx 1\angle\delta_i$ و $V_j \approx 1\angle\delta_j$ هستند، خواهیم داشت:

$$P_{ij} \cong \mathrm{Re}\left[1\angle\delta_i\left(\frac{1\angle\delta_i - 1\angle\delta_j}{jX}\right)^*\right]$$

$$= \frac{\sin(\delta_i - \delta_j)}{X}$$

و چون $\sin(\delta_i - \delta_j) = \delta_i - \delta_j$ ، داریم:

$$P_{ij} = \frac{\delta_i - \delta_j}{X} \qquad (۷-۶۷)$$

باید دقت نمود که در معادلات (۶۶-۷) و (۶۷-۷) زوایای δ بر حسب رادیان می باشند.

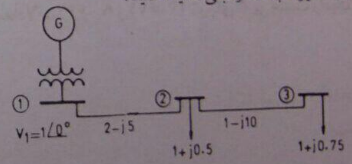
مسائل فصل هفتم

۷-۱ در مثال (۱-۷) در ادامه تکرار دوم ولتاژهای V_2 و V_3 را محاسبه کنید. سپس محاسبه ولتاژها را برای تکرار سوم از روش GS ادامه دهید.

۷-۲ در مثال (۳-۷) اگر $-0/7\ Pu \le Q_2 \le 1/2\ Pu$ باشد، با دو بار تکرار از روش نیوتون - رافسون ولتاژ شین ها را محاسبه کنید. سپس قدرت جاری در خطوط انتقال را محاسبه نمائید و با بررسی توازن قدرت در هر شین درصد صحت جوابها بعد از دو تکرار را مطالعه نمائید.

۷-۳ مساله (۲-۷) را از روش Decoupled نیوتون - رافسون با دو بار تکرار حل کنید و نتایج را با مساله (۲-۷) از نظر دقت جوابها مقایسه نمائید. ملاك دقت محاسبات را توازن قدرت در شین ها در نظر بگیرید.

۷-۴ در شکل (۹-۷) ولتاژ شین ها را با دو بار تکرار از روش GS بدست آورده و ΔV_{max} را در انتهای تکرار دوم محاسبه کنید. اگر از ضریب تسریع $\alpha = 1/4$ استفاده شود در پایان تکرار دوم ΔV_{max} را بدست آورده با مقدار قبلی مقایسه کنید.



شکل ۹-۷ مربوط به مساله (۴-۷)

۷-۵ سیستم قدرت مساله (۴-۷) را از روش Decoupled نیوتون - رافسون با دو تکرار حل کنید و δ_2 و δ_3 و $|V_2|$ و $|V_3|$ را بدست آورید. از مقاومت اهمی خطوط صرفنظر کنید.

۷-۶ سیستم قدرتی با ۴ شین مثال بزنید و محاسبات زیر را در مورد آن انجام دهید:

الف- با استفاده از روش Fast Decoupled ولتاژ شین ها و زاویه های ولتاژ را بدست آورید (دو بار تکرار کافی است)

ب- با استفاده از روش DC، زاویه ولتاژ شین ها و همچنین قدرت اکتیو خطوط را محاسبه کنید. سپس توازن قدرت در شین ها را بررسی کرده و میزان دقت پخش بار DC را مورد مطالعه قرار دهید.